地球化学场分形维数的计算方法及其 C++函数实现*

Fractal Dimension Measurement Methods Using C++ Function for Geochemistry Field Data

龚庆杰[1,3] 向运川[2] 张荣华[3] 韩东昱[1]

（1 中国地质大学地球科学与资源学院，北京 100083；2 中国地质调查局发展研究中心，北京 100083；3 中国地质科学院矿产资源研究所，北京 100037）

Gong Qingjie[1,3], Xiang Yunchuan[2], Zhang Ronghua[3] and Han Dongyu[1]

(1 Faculty of Earth Sciences and Resources, China University of Geosciences, Beijing 100083, China; 2 Center for Development and Research, China Geologic Survey, Beijing 100083, China; 3 Institute of Mineral Resources, Chinese Academy of Geosciences, Beijing 100037, China)

摘 要 地球化学场数据通常具有分形特性。本文采用 C++函数实现了数盒子法对地球化学场剖面曲线及空间曲面的分维计算，并改进了三角棱柱法计算空间曲面分维值的方法。将上述计算方法应用于实际地球化学场剖面曲线和空间曲面分维计算，结果表明地球化学场数据具有很好的分形分布规律，在地球化学场空间曲面分维的计算中盒子维通常较三角棱柱维偏小。

关键词 地球化学场 分形 盒子维 三角棱柱维

地球化学场中所观测的地球化学变量通常具有随机变量的性质，又具有确定性变量的特征，同时还具有区域化变量的结构性。分形几何是刻画空间不规则形体的一种比较有效的工具，且分形维数可以表征空间不规则形体的确定性本质。因此可以利用分形来刻画区域化地球化学变量，以揭示它的局部随机性和整体确定性的特征。

分形在地球化学场的研究中已经得到了一定程度的应用（於崇文，2001；龚庆杰等，2001；施俊法，2000）。如利用不同分形实体的形成机制不同可以有效的区分地球化学场的背景和异常，利用分形无标度区间的分布规律可以确定合理的地球化学样品采集密度，利用地球化学场数据的分形特性可以通过分形插值方法来模拟自然地球化学场的分布特征（王喜生等，2000；李长江等，1999；Allegre et al.，1995；Chen et al.，1995，1994）。因此地球化学场的分形研究对矿产资源的勘察、评价与预测均具有重要的指导作用。

目前用来计算地球化学场分形维数的方法主要有量规法、数盒子法、周长面积法、含量面积法、含量距离法、三角棱柱法、变异函数法及关联维法等。本文将相对简单的计算分形维数的数盒子法用 C++函数实现，以供广大地球化学家参考，促进分形理论在地球化学研究中的应用。

1 剖面曲线的盒子维计算方法

在具有空间概念的地球化学场研究中，最常使用的是具有一维空间的地球化学剖面曲线图和具有二维

*国家重点基础研究发展规划项目（编号：G1999043215）中国地质调查局项目（编号：200010200172）资助
第一作者简介 龚庆杰，男，1972 年生，博士，讲师，主要从事地球化学教学与研究工作。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

空间的地球化学曲面图。地球化学场剖面曲线通常是一条非规则的曲线，如图 1 所示。

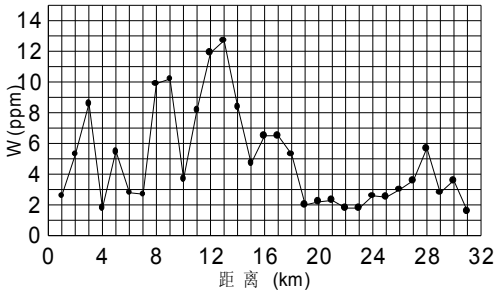


图 1　湖南某地钨含量剖面曲线

分形研究表明，非规则曲线的长度与所采用的观测尺度有关，观测尺度越小，所测得的长度越大，即具有分形特性。为了测定剖面曲线的分形维数，数盒子法思路可以表述为：首先将剖面曲线所嵌入的平面空间划分成边长为 a 的盒子，数出曲线所占据的盒子数 N_a，则曲线的长度 L_a 可以近似表示为：$L_a=N_a a$；然后改变盒子的边长为 b，数出曲线所占据的盒子数 N_b，获得曲线的长度 L_b；如此改变盒子的边长计算下去。若将盒子的边长记为 r，则获得的结果满足如下关系：$L_r = N_r\, r \propto r^{1-D}$

式中 D 即为剖面曲线的分形维数。若将上式两边取对数，则有：

$$\lg N_r = -D \lg（r）+ C（常数）$$

则上述剖面曲线所获得的盒子数与所采用的盒子尺度在双对数坐标中将呈线性分布，从拟合直线的斜率（slope）即可获得剖面曲线的分维值（D = -slope）。上述计算分维的思路可采用 C++函数来实现，其代码可参考空间曲面的盒子维计算方法。

2　空间曲面的盒子维计算方法

在区域地球化学填图研究中，元素含量通常在地球化学场中可以表示为空间曲面的形式，如图 2 所示。对曲面分维的数盒子法计算思路为：首先将曲面所嵌入的立体空间划分成边长为 a 的立方体盒子，数出曲面所占据的盒子数 N_a，则曲面的面积 A_a 可以近似表示为：$A_a=N_a a^2$；然后改变盒子的边长为 b，数出曲面所占据的盒子数 N_b，获得曲面的面积 A_b；如此类推计算下去。若将盒子的边长记为 r，则获得的结果满足如下关系：

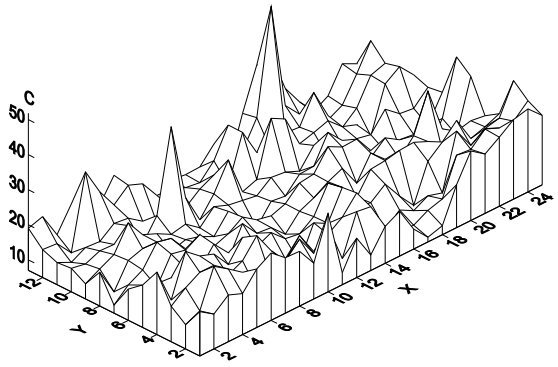


图 2　湖南某地钴含量空间曲面

$$A_r = N_r\, r^2 \propto (r^2)^{2-D}$$

式中 D 即为曲面的分形维数。上式两边取对数有：

$$\lg A = \lg (N_r\, r^2) = (2\text{-}D)\lg (r^2) + C\ (常数)$$

$$\lg (N_r\ ) = (1\text{-}D)\lg (r^2) + C\ (常数)$$

则由上述曲面所获得的盒子数或面积与所采用的盒子面积在双对数坐标中将呈线性分布，从拟合直线的斜率（slope）即可获得曲面的分维值（D）。

上述计算分维的思路可采用 C++函数来实现，其代码如下所示：

```
// Function Begin
// 输入参数：
// Data[]：网格化面积数据，其格式为按行或
// 列顺序存放，不含坐标数据；
// nColumn：表示网格化面积数据的列数；
// nRow：表示网格化面积数据的行数；
// 输出参数：
// r[]：存储所采用的盒子的面积；
// Nr[]：存储盒子边长为 r 时所需的盒子数；
// nPoints：选取不同盒子边长值的个数。
void AreaDataBoxFractalDimension
(double Data[], int nColumn, int nRow,
  double Nr[], double r[], int& nPoints)
{   // 将数据按给定的行与列存放
    // 最多处理数据的能力
    double data[100][100];
    int i(0);
    for(int j=0;j<nRow;j++)
```

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

```
    { for(int k=0;k<nColumn;k++)
        {data[j][k]=Data[i]; i++; }
    }
    // 确定最大盒子尺度
    int minrow;
minrow=nRow<nColumn?nRow:nColumn;
    // 开始数盒子数
    int count(0);
    for(int rsize=1; rsize<minrow; rsize++)
    {    // 选择合适的盒子尺度
        if((nRow-1)%rsize!=0)   continue;
        if((nColumn-1)%rsize!=0) continue;
        r[count]=rsize;   Nr[count]=0;
        for(int i=0; i<nRow; i++)
        {// 遍历所有数据
        for(int j=0; j<nColumn; j++)
        {// 确定盒子内最大与最小值
         double max, min;
if((i*rsize>=(nRow-1))||(j*rsize>=(nColumn-1)))
                break;
            max=min=data[i*rsize][j*rsize];
        for(int k=i*rsize; k<=i*rsize+rsize; k++)
            { if(k>=nRow)   break;
        for(int h=j*rsize; h<=j*rsize+rsize; h++)
            { if(h>=nColumn) break;
            if(data[k][h]>max) max=data[k][h];
            if(data[k][h]<min) min=data[k][h];
            }    }
            if(max==min) Nr[count]+=1;
            else   Nr[count]+=ceil((max-min)/rsize);
        }    }
        count++;  }
        nPoints=count;
       for(i=0;i<nPoints;i++)   {r[i]=r[i]*r[i]}
}
// Function End
```

该函数计算结果给出所采用的盒子面积（r^2）及其所对应的盒子数（Nr），在盒子数与盒子面积的双对数坐标系中拟合直线，获得斜率（slope），即可求得曲面的分维值（D=1-slope）。

3 改进的三角棱柱维计算方法

Clarke 于 1986 年提出可采用三角棱柱法来计算空间曲面的分维值（Clarke，1986；Jaggis et al，1993）。但 Clarke 提出的方法存在有如下不足指出：①计算所采用的数据必须为方阵，且方阵的行数必须为 2^n+1，n 为正整数；②用三角棱柱法求曲面的面积时，用棱柱四角顶点 4 数据的平均值代表棱柱所包含曲面空间的中心值，求得的曲面面积相对较粗略。本文对以上两方面进行如下改进：①计算所采用的数据不必为方阵，只需满足数据的行距与列距具有 4 个以上相同的公约数即可；②考虑三角棱柱所包含曲面空间中数据的最大与最小值，棱柱中心平均值是最大与最小值及棱柱四角顶点 6 数据的平均值。因为在分形的粗视化计算过程中，在选定观测尺度的条件下，尺度内的细节可以被忽略掉，但尺度内的极差通常是需要考虑的，故本文改进三角棱柱法采用 6 数据来代替中心值，进行曲面分维值的计算。计算结果给出所采用三角棱柱的尺度（r^2）及其所计算获得的曲面面积（A_r），在曲面面积（A_r）与棱柱底面面积（r^2）的双对数坐标系中拟合直线，获得斜率（slope），即可求得曲面的分维值（D=2-slope）。

4 分维计算实例

利用上述计算分形维数的 C++函数，对图 1 中钨含量的地球化学剖面曲线进行盒子维计算，对图 2 中的钴元素地球化学场空间曲面进行盒子维及三角棱柱维计算，以及对 Clarke 于 1986 年所采用的第 A 组数据（Clarke，1986）进行盒子分维及三角棱柱分维计算，获得结果如图 3 所示。从图 3 可以看出，数盒子法与三角棱柱法计算曲线及曲面的分维在双对数坐标系中线性拟合关系显著，因此所获得的分维值可信。但对比二者计算结果可以发现通常盒子分维值较三角棱柱分维值偏小。因此在进行分维值比较时，需要注意计算分维值时所采用的计算方法。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

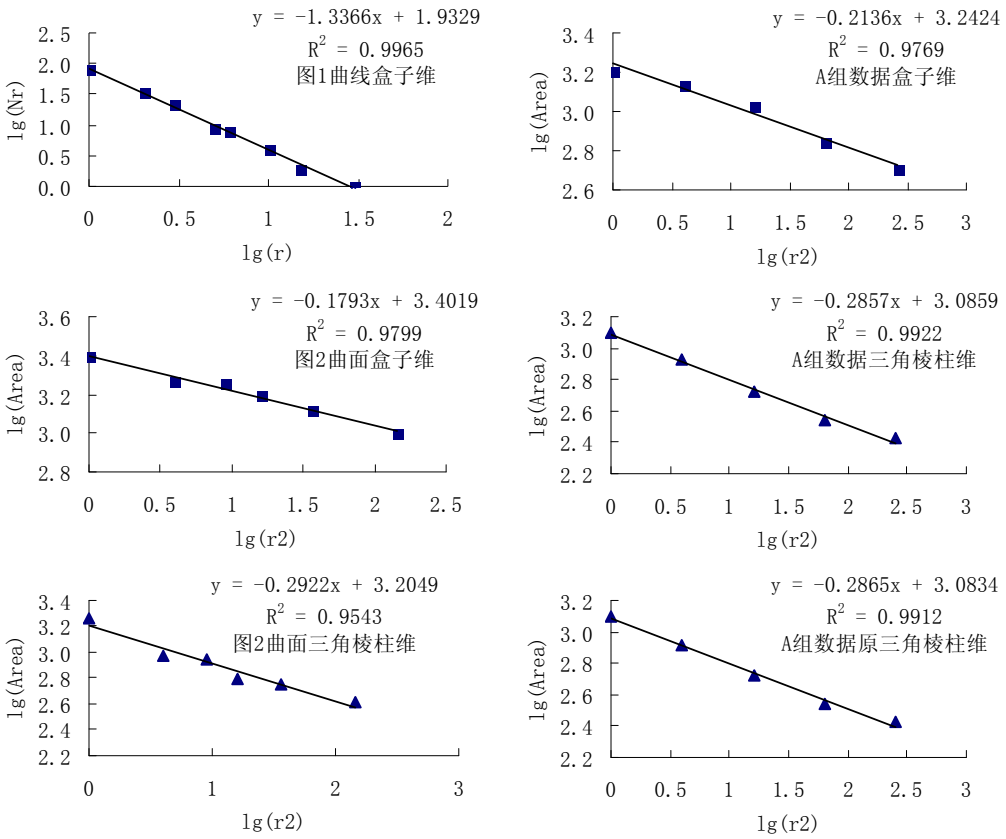


图 3　曲线与曲面分维计算

参　考　文　献

龚庆杰，张德会，韩东昱. 2001. 一种确定地球化学异常下限的简便方法[J]. 地质地球化学，29（3）：215～220.

李长江，麻土华. 1999. 矿产勘查中的分形、混沌与 ANN[M]. 北京：地质出版社. 1～140.

施俊法. 2000. 地球化学异常的空间分形结构：理论与应用[博士论文][D]. 导师：沈镛立. 北京：中国地质大学. 66 页.

王喜生，杨永华. 2000. 地球化学分散模式分维计算方法的探讨[J]. 地质地球化学，28（3）：75～81.

於崇文. 2001. 成矿动力系统在混沌边缘分形生长——一种新的成矿理论与方法论[J]. 地学前缘，8（3）：9-28；471～489.

Allegre C J，Lewin E. 1995. Scaling laws and geochemical distributions[J]. Earth and Planetary Letters, 132:1～13.

Chen Q M, Agterberg F P, Ballantyne S B. 1994. The separation of geochemical anomalies from background by fractal methods[J]. Journal of Geochemical Exploration, 51:109～130.

Chen Q M. 1995. The perimeter-area fractal model and its application to Geology[J]. Mathematical Geology, 27:69～82.

Clarke K C. 1986. Computation of the fractal dimension of topographic surfaces using the triangular prism surface area method[J]. Computer & Geosciences, 12 (5): 713～722.

Jaggi S, Quattrochi D A, Lam N S N. 1993. Implementation and operation of three fractal measurement algorithms for analysis of remote-sensing data[J]. Computer & Geosciences, 19 (6): 745～767.

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net