RGB 图像分形维数计算方法研究

李业学[1]，谢和平[1, 2]，刘建峰[1]

(1. 四川大学 水利水电学院，四川 成都 610065；2. 中国矿业大学 力学与建筑工程学院，北京 100083)

摘要：在计算颜色表面的分形维数时，为充分考虑颜色表面的相关信息，提出将 RGB 图像的 3 个分量 R(红色)、G(绿色)、B(蓝色)重组为一个颜色矢量的思想，通过连接各像素点的矢量终端构建一个粗糙颜色表面，基于改进的投影覆盖法计算该表面的分形维数。与传统的灰度表面分形维数计算方法进行比较分析，分析结果揭示：与灰度表面维数计算方法相比，颜色表面维数计算方法通过以一个三维矩阵保存了 RGB 图像各像素点的 R，G，B 分量值，来更全面捕获真彩图像颜色信息，因而可以很好地克服灰度表面维数计算过程中出现的缺陷与不足——缺少对颜色的色彩和色饱和度的考虑。

关键词：岩石力学；分形；颜色表面；维数

中图分类号：TU 457 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－6915(2008)增 1－2779－06

STUDY ON COMPUTING METHOD OF FRACTAL DIMENSION OF RGB IMAGE

LI Yexue[1]，XIE Heping[1, 2]，LIU Jianfeng[1]

(1. *College of Hydraulic and Hydroelectric Engineering，Sichuan University，Chengdu，Sichuan* 610065，*China*；
2. *School of Mechanics and Civil Engineering，China University of Mining and Technology，Beijing* 100083，*China*)

Abstract：In calculation fractal dimension of color surface，in order to adequately consider relative information of color surface，an idea that component of RGB images—R(red)，G(green)，B(blue) is recomposed into color vector is presented. By connecting vector endpoint of different pixels to construct a coarse color surface，based on modified projective covering method，the dimension of the surface is computed，and the comparison with traditional fractal dimension of gray-scale surface is made. The result discloses that comparative to computing method of gray surface dimension，by saving R，G，B component of different pixels of RGB image in 3D matrix，the computing method of color surface dimension catches more sufficiently color information of true-color image. Thus，it can better overcome the limitation and defect——lack of consideration towards hue and saturation during the course of dimension computation of gray surface.

Key words：rock mechanics；fractal；colour surface；dimensions

1 引 言

1984 年，A. P. Pentland[1]证明了物体表面的分形特征与表面的法向量及其各分量的分形特征具有一致性，并由此认为如果一个粗糙表面具有分形特性，则所产生的图像的灰度表面也具有分形特性。在这一论断的基础上，许多科研工作者或进一步研

收稿日期：2007－04－18；**修回日期**：2007－06－02

基金项目：国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412705，2002CB412707)；国家自然科学基金资助项目(50579042)；国家自然科学基金委雅砻江水电开发联合研究基金重点项目(50639100)

作者简介：李业学(1977－)，男，2000 年毕业于包头钢铁学院工民建专业，现为博士研究生，主要从事分形理论方面的研究工作。E-mail：liyexue.student@sina.com

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

究与图像相关的分形理论，或利用这一理论作为基本工具探索其他领域的相关问题。2002 年，为预测高电压设备绝缘状况，李 剑等[2]通过放电模型试验获得的大量样本数据，构造出相应的放电灰度图像，利用文中提出的改进差盒计维数(MDBC)算法，计算了灰度表面的分形维数。同年，为验证文中提出的新“数盒子”算法相对传统“数盒子”算法的优越性，梁东方等[3]利用新“盒子数”算法计算了尾流紊动——非紊动界面图像的分形维数。2006 年，张 涛等[4]基于离散分形布朗随机场的图像分数维提取方法，在综合分析和实验验证的基础上，提出了一种改进的图像分形维数计算方法。类似的研究还包括：2006 年，姬光荣等[5]提出了一种实用于数字灰度图像的分形维数计算方法；卢福刚和赵荣椿[6]利用灰度图像的分形特性进行目标识别。除了灰度图像，图像也经常以二进制形式储存或为了研究的需要而转换为二值化图像。就该类图像的分形特性，一些研究者结合各自的领域进行了有益的探索。冯志刚和周宏伟[7]采用盒维数计算了水泥砂浆 SEM 图像的分形维数；叶瑞英和马 红[8]采用灰度“薄层”覆盖法计算了金属断口 SEM 图像的分形维数。徐晓鹏等[9]运用扫描电镜拍摄了不同应力条件下水泥砂浆的实时细观结构图像，综合应用图像分析技术和分形理论，估算了细观结构图像的分形维数。彭瑞东等[10]讨论了 SEM 图形的分形特性，并就可能影响二值化图像分形维数的计算精度问题进行了深入探讨。纵观以上的研究不难看出，研究者对灰度图像和二值化图像的分形特性研究给予更多的关注，而对真正用于描述三维真彩世界的 RGB 图像的分形特性研究却尚不多见。现可以考虑基于改进的投影覆盖法，结合 RGB 颜色立方体方法，初探 RGB 图像的分形特性。

2　试样的加工

利用取自于北京门头沟的玄武岩，加工成直径 50 mm，高度 25 mm 的圆柱形试样，见图 1。对其进行劈裂试验，而后利用五百万像素的数码相机拍摄其中一个断面，劈裂断面图像如图 2 所示，在 Photoshop7.0 环境下，截取照片中如图 2 所示的区域，该矩形区域宜尽可能在原始图像的中部，这样可最大限度地排除图像周边的噪声信息；对截取后的图像进行同倍率的放大处理，获取 RGB 图像(见图 3)；利用 Matlab 图像处理工具箱，读取 RGB 图像，并通过函数 RGB2gray 将其转换为灰度图像(见图 4)。



图 1　岩石试样

Fig.1　Rock sample

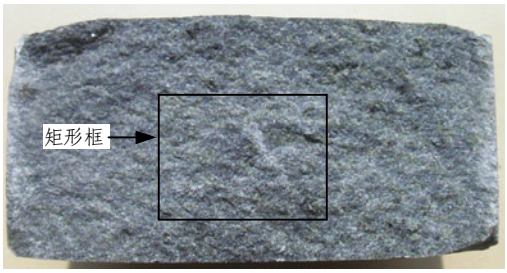


图 2　断面图像

Fig.2　Section image

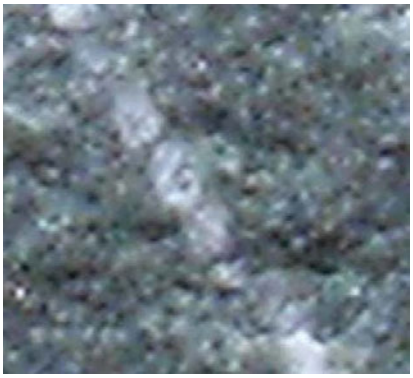


图 3　RGB 图像

Fig.3　RGB image

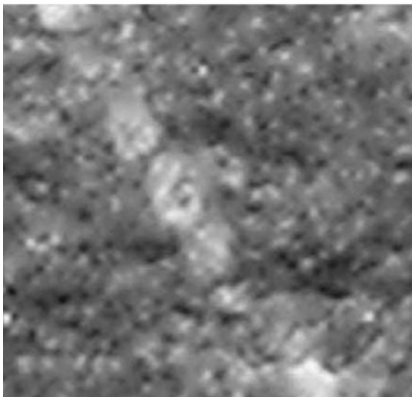


图 4　灰度图像

Fig.4　Gray-scale image

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

3　灰度图像维数计算方法简介

在 Matlab7.0 环境下，将岩石粗糙断面的 RGB 图像转换为灰度图像，提取每个像素对应的灰度值。通过将各灰度值缩小 255 倍，使之落在区间[0，1]里，并保存为双精度的二维灰度值矩阵。构建对应的灰度曲面(见图 5(a))，基于 H. Xie 等[11~13]提出的投影覆盖法，计算图像灰度表面的分形维数。具体操作过程如下：

(1) 如图 5(b)所示，在一确定尺码下，*abcd* 所包围的粗糙灰度表面面积可近似按如下方法计算：

$$A_k(\delta)=\left\{\sqrt{[\delta^2+(h_{ak}-h_{dk})^2][\delta^2+(h_{dk}-h_{ck})^2]}+\sqrt{[\delta^2+(h_{ak}-h_{bk})^2][\delta^2+(h_{bk}-h_{ck})^2]}\right\}\times 0.5 \quad (1)$$

式中：h_{ak}，h_{bk}，h_{ck}，h_{dk} 均为网格四角点高度值(见图 5(b))；δ为网格边长(见图 5(b))。

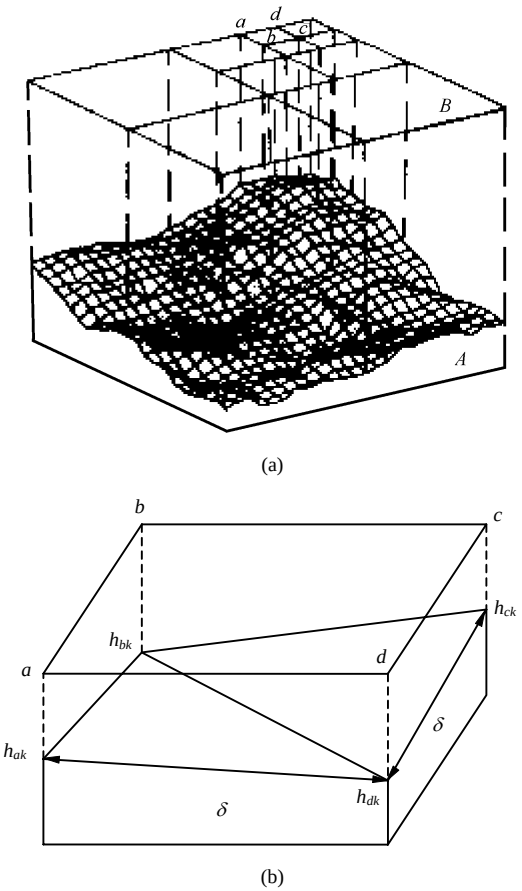


图 5　投影覆盖法

Fig.5　Projective covering method

故在该码尺下，投影覆盖的总面积为

$$A_T(\delta)=\sum_{k=1}^{N(\delta)}A_k(\delta) \quad (2)$$

(2) 基于分形理论，可知面积与维数存在如下关系：

$$A_T(\delta)\propto\delta^{2-D_s} \quad (3)$$

式中：D_s 为颜色表面的分形维数。

4　颜色表面维数计算方法——改进的投影覆盖法

在 Matlab7.0 环境下，读取如图 2 所示的 RGB 图像，将获取的各像素的 RGB 分量值保存为一个 $m\times n\times 3$ 矩阵(假设共有 $m\times n$ 个像素)。将 RGB 三个分量看成一个三维矢量的 3 个分量(见图 6)，在像素间组成的单元体(见图 7)内生成 *Aa*，*Bb*，*Cc*，*Dd* 矢量(图中仅绘出了 4 个矢量)，连接各矢量端点(图中仅绘出 *a*，*b*，*c*，*d* 等 4 个端点)，组成一个三维粗糙颜色表面(见图 7)。基于改进的投影覆盖法计算该表面的分形维数。具体操作步骤如下：

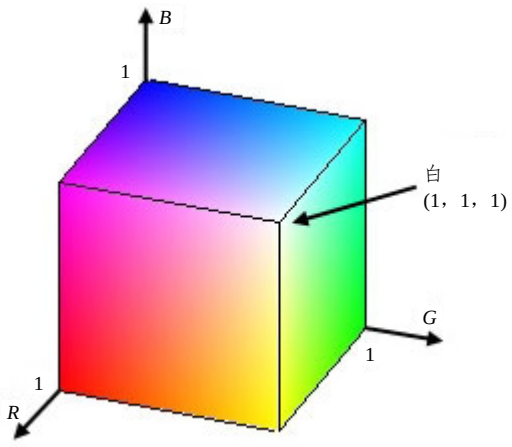


图 6　颜色单元体

Fig.6　Color element

4.1　判断拓扑关系

判断如图 7 所示的 4 个长方体(1，2，3，4)间的拓扑关系。

4.2　平移坐标系

将 4 个长方体所在坐标系(4 个长方体分别以 *A*，*B*，*C*，*D* 为坐标原点，*R*，*G*，*B* 三个数轴的正方向均与如图所示的坐标正方向一致)均平移至以 *A* 点为坐标原点的坐标系，坐标轴正方向不变(见图 2)。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

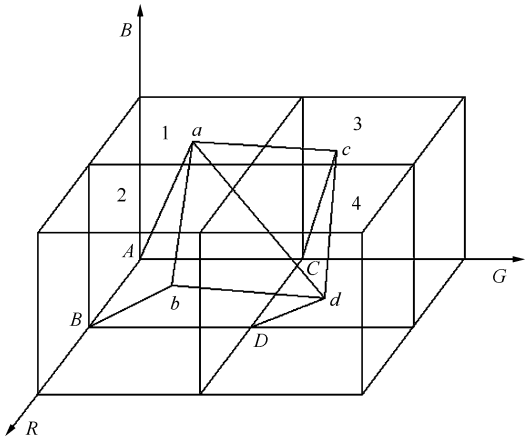


图 7　颜色表面模型

Fig.7　Model of color surface

假设在旧坐标系下点 *a* 坐标为(R_a，G_a，B_a)在新坐标系下，依据三维坐标平移公式可知，点 *a* 坐标为：(R_a，G_a，B_a)；依次类推，设 *b*，*c*，*d* 各点的原始坐标为：(R_b，G_b，B_b)，(R_c，G_c，B_c)，(R_d，G_d，B_d)；则平移后在统一新坐标系下的坐标为：(R_b+δ，G_b，B_b)，(R_c，G_c+δ，B_c)，(R_d+δ，G_d+δ，B_d)。

4.3 *abcd* 所包围四边形面积的计算方法

(1) 计算 *abd* 所包围的粗糙表面面积：

$$ab^2=[R_a-(R_b+\delta)]^2+[G_a-\mathrm{G}_b]^2+[B_a-B_b]^2=$$

$$(R_a-R_b-\delta)^2+(G_a-\mathrm{G}_b)^2+(B_a-B_b)^2 \tag{4}$$

$$bd^2=[(R_b+\delta)-(R_d+\delta)]^2+[B_b-B_d]^2+$$

$$[G_b-(G_d+\delta)]^2=(R_b-R_d)^2+(G_b-G_d-\delta)^2+$$

$$(B_b-B_d)^2 \tag{5}$$

$$ad^2=[R_a-(R_d+\delta)]^2+[B_a-B_d]^2+$$

$$[G_a-(G_d+\delta)]^2=(R_a-R_d-\delta)^2+(B_a-B_d)^2+$$

$$(G_a-G_d-\delta)^2 \tag{6}$$

所以 *abd* 所包围的粗糙表面的近似面积为

$$S_{k1}(\theta)=\sqrt{p_1(p_1-ab)(p_1-bd)(p_1-ad)} \tag{7}$$

其中，

$$p_1=0.5(ab+bd+ad)$$

(2) 计算 *acd* 所包围的粗糙表面面积：

$$ac^2=[R_a-R_c]^2+[B_a-B_c]^2+[G_a-(G_c+\delta)]^2=$$

$$(R_a-R_c)^2+(G_a-G_c-\delta)^2+(B_a-B_c)^2 \tag{8}$$

$$cd^2=[R_c-(R_d+\delta)]^2+[B_c-B_d]^2+$$

$$[(G_c+\delta)-(G_d+\delta)]^2=(R_c-R_d-\delta)^2+$$

$$(G_c-G_d)^2+(B_c-B_d)^2 \tag{9}$$

所以 *bcd* 所包围的粗糙表面的近似面积为

$$S_{k2}(\theta)=\sqrt{p_2(p_2-ac)(p_2-bd)(p_2-ad)} \tag{10}$$

其中，

$$p_2=0.5(ac+ad+cd)$$

(3) 整个粗糙表面面积：

$$S(\theta)=\sum_{k=1}^{N(\theta)}\left[S_{k1}(\theta)+S_{k2}(\theta)\right] \tag{11}$$

4.4 维数的计算

依据分形理论可知：

$$S(\theta)\propto\theta^{2-D_s} \tag{12}$$

5　计算结果的分析与讨论

从对同一试样(见图 1)的计算结果(见表 1、图 8)可以看出，对于灰度图(见图 4)与 RGB 图(见图 3)，随着量测尺度增加，计算面积相应减小，这表明：较大的量测尺度可能忽略一些小粗糙信息，导致计算的总面积相对较小，想反，小的量测尺度能测得更多的表面粗糙信息，计算的总面积则相对较大，这一现象恰好符合分形定义——这个集合无论被放大多少倍，越来越小的细节仍能看到[14, 15]。以上现象充分揭示：由此构造出的颜色粗糙表面具有分形特性，可以基于现有的粗糙表面分形维数的计算法量测该表面的维数。

考虑对两类粗糙面分形特性比较分析的需要，本文中的颜色表面维数量测法与灰度表面维数计算法采用了基本相同的理论——投影覆盖法和改进投影覆盖法，本质差别在于真彩色粗糙表面与灰度表面的构建方法上：灰度表面是基于各像素点的灰度

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表 1　RGB 图像与灰度图计算结果对比

Table 1　Contrast of computing result of RGB image with that of gray-scale image

尺码	RGB 图像总面积 /mm^2	灰度图总面积 /mm^2	RGB 图像维数	灰度图维数
2	226 014.82	201 205.36		
3	212 910.48	200 813.10		
4	207 425.32	200 344.30	2.106 87	2.008 30
5	204 648.03	199 784.41		
6	199 995.52	199 399.78		

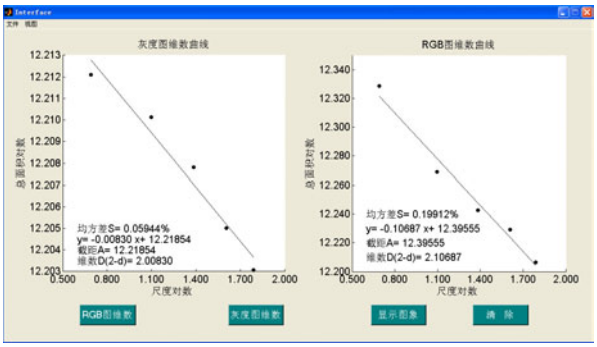


图 8　灰度图与 RGB 图维数计算结果对比

Fig.8　Contrast of computing result of gray-scale image and of RGB image

值构建而成的三维粗糙表面，而颜色表面是通过连接各矢量(*R*，*G*，*B*)端点构建而成的表面。通过两类粗糙表面的分形特性对比分析不难发现，在相同的尺度下，同一试样的颜色表面计算所得总面积总比灰度表面所得总面积大(见表 1)，同时，依据不同试样的颜色表面和灰度表面的计算结果来看，前者的分形维数也比后者大(见表 1，2 及图 9)。这是因为一幅灰度图像仅保存了各个像素灰度级，或者说像素的亮度值。而 RGB 图像以一个三维矩阵保存了各像素点的 *R*，*G*，*B* 分量值，它能反应现实世界里彩色图像的较为全面信息，包括图像的色彩、色饱和度和明度值。在计算颜色表面分形维数时，基于文中提出的将 *RGB* 三个分量视着一个矢量的三分量这一思想，可以较为充分地考虑颜色表面的粗糙信息，有效地避免灰度表面维数仅考虑图像明度值这一不足。然而，一个值得注意的问题是：由于前者比后者维数大，也就是说对应直线斜率的绝对值大，随着尺度增大，必将存在一个确定的尺度，使得基于颜色表面计算所得总面积比基于灰度表面所

表 2　RGB 图像与灰度图维数对比表

Table 2　Table on contrast of dimension of RGB image with that of gray-scale image

图片编号	RGB 图像维数	灰度图像维数
a(见图 9)	2.109 91	2.004 80
b(见图 9)	2.107 97	2.007 60
c	2.109 33	2.005 88
d	2.104 27	2.008 81
e	2.104 40	2.009 18

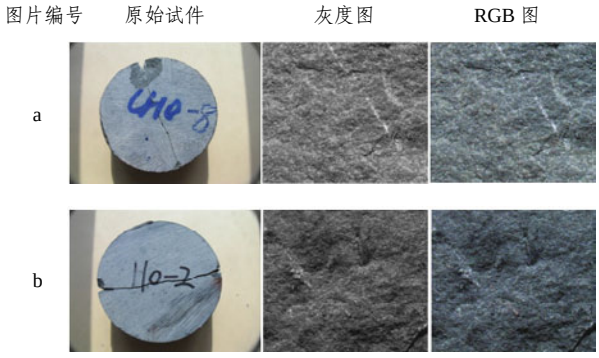


图 9　试样的灰度图与 RGB 图

Fig.9　Gray-scale image and RGB image of testing sample

得总面积小。但是，由于某个表面表现出分形特性是在一定尺度范围之内的，超出这个尺度范围谈分形没有意义，因此，之所以可能存在上文所述现象，极有可能是由于所取尺度超出了该表面表现分形特性的尺度范围。总之，相对灰度表面而言，一个通过 RGB 分量视为矢量的三分量的思想重组而成的粗糙颜色表面能更多地揭示图像的粗糙信息，也能更好地体现图像的分形特性。

6　结　论

(1) 本文提出了将 RGB 图像的 R，G，B 三个颜色分量作为一个三维矢量的对应坐标分量这一创新性思想，克服了使用灰度表面计算图像分形维数时仅考虑灰度(即亮度值)，而舍弃色饱和度和色彩的不足，使用 RGB 真彩色来描述颜色表面的粗糙信息成为可能。

(2) 在谢和平提出的投影覆盖法的基础上，提出了适合颜色表面的分形维数计算方法——改进投影覆盖法。

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

(3) 通过灰度表面与真彩颜色表面分形维数的对比分析可知，真彩颜色表面更好地描述了颜色表面的粗糙信息，更完整地揭示了该类表面的分形几何特性。

参考文献(References)：

[1] PENTLAND A P. Fractal-based description of nature Scences[J]. IEEE Transactions on PAMI，1984，6(6)：315－326.

[2] 李　剑，孙才新，杜　林，等. 局部放电灰度图像分维数的研究[J]. 中国机电工程学报，2002，22(8)：123－127.(LI Jian，SUN Caixin，DU Lin，et al. Study on fractal dimension of PD gray intensity image[J]. Journal of the Chinese Institute of Electrical Engineering，2002，22(8)：123－127.(in Chinese))

[3] 梁东方，李玉梁，江春波. 测量分维的“数盒子”算法研究[J]. 中国图像图形学报，2002，7(3)：246－250.(LIANG Dongfang，LI Yuliang，JIANG Chunbo. Research on the box counting algorithm in fractal dimension measurement[J]. Journal of Image and Graphics，2002，7(3)：246－250.(in Chinese))

[4] 张　涛，杨志标，黄爱民. 一种改进的遥感图像分形维数提取算法[J]. 军械工程学院学报，2006，18(5)：61－65.(ZHANG Tao，YANG Zhibiao，HUANG Aimin. Improved extracting algorithm of fractal dimension of remote sensing image[J]. Journal of Ordnance Engineering College，2006，18(5)：61－65.(in Chinese))

[5] 姬光荣，王　硕，年　睿，等. 一种适于数字灰度图像的分数维计算方法[J]. 中国海洋大学学报，2006，36(5)：709－711.(JI Guangrong，WANG Shuo，NIAN Rui，et al. A fractal dimension calculation method for gray level images[J]. Journal of Ocean University of China，2006，36(5)：709－711.(in Chinese))

[6] 卢福刚，赵荣椿. 基于分形的红外图像目标自动检测[J]. 信号处理，1999，15(2)：116－120.(LU Fugang，ZHAO Rongchun. Fractal-based infrared image targets automatic detection[J]. Signal Processing，1999，15(2)：116－120.(in Chinese))

[7] 冯志刚，周宏伟. 图像的分形维数计算方法及其应用[J]. 江苏理工大学学报(自然科学版)，2001，22(6)：92－95.(FENG Zhigang，ZHOU Hongwei. Computing method of fractal dimension of image and its application[J]. Journal of Jiangsu University of Science and Technology(Natural Science)，2001，22(6)：92－95.(in Chinese))

[8] 叶瑞英，马　红. 使用分形维数对超高强度钢断裂韧性的研究[J]. 四川大学学报(自然科学版)，2001，38(2)：210－214.(YE Ruiying，MA Hong. Study on the fracture toughness of ultrahigh strength steel in terms of fractal dimension[J]. Journal of Sichuan University(Natural Science)，2001，38(2)：210－214.(in Chinese))

[9] 徐晓鹏，彭瑞东，谢和平，等. 基于 SEM 图像分维估算的脆性材料细观结构演化方法研究[J]. 岩石力学与工程学报，2004，23(21)：3 600－3 603.(XU Xiaopeng，PENG Ruidong，XIE Heping，et al. Analysis of meso-structure evolution of brittle materials based on estimation of fractal dimensions of SEM images[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering，2004，23(21)：3 600－3 603.(in Chinese))

[10] 彭瑞东，谢和平，鞠　杨. 二维数字图像分形维数的计算方法[J]. 中国矿业大学学报，2004，33(1)：19－24.(PENG Ruidong，XIE Heping，JU Yang. Computation method of fractal dimension for 2D digital image[J]. Journal of China University of Mining and Technology，2004，33(1)：19－24.(in Chinese))

[11] XIE H，ZHOU H W，FENG Z. Further research on the projective covering method[J]. International Journal of Solids and Structures，2000，37(33)：4 627－4 630.

[12] XIE H，WANG J A，STEIN E. Direct fractal measurement and multifractal properties of fracture surface[J]. Physics Letters A，1998，242(1)：41－50.

[13] XIE H，WANG J A，KWASNIEWSKI M A. Multifractal characterization of rock fracture surfaces[J]. Int. J. Rock. Mis. Sci.，1999，35(1)：19－27.

[14] 谢和平. 分形岩石力学导论[M]. 北京：科学出版社，1996.(XIE Heping. An introduction to fractal-rock mechanics[M]. Beijing：Science Press，1996.(in Chinese))

[15] 葛世荣，朱　华. 摩擦学的分形[M]. 北京：机械工业出版社，2005.(GE Shirong，ZHU Hua. Fractal in tribology[M]. Beijing：China Machine Press，2005.(in Chinese))

© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net