中南大学

硕士学位论文

基于突变理论的矿柱岩爆机理与岩爆预测研究

姓名：白云飞

申请学位级别：硕士

专业：采矿工程

指导教师：邓建

20090101

对岩爆的影响。

（4）将统计学中的费歇判别分析法应用到岩爆预测中来，综合分析了影响岩爆的主要因素，选取最大切向应力σ_θ、岩石单轴抗压强度σ_c、单轴抗拉强度σ_t、岩石弹性能指数W_{et}、岩石最大切向应力与单轴抗压强度之比σ_θ/σ_c及岩石单轴抗压强度与抗拉强度之比σ_c/σ_t等六个因素作为岩爆判别指标，建立了岩爆预测的费歇（Fisher）判别分析模型，并利用该模型对两个工程实例进行了岩爆预测，证明了岩爆预测的费歇判别分析模型的正确性，从而为岩爆预测提供了一种新的方法。

关键词：岩爆，岩石力学，突变理论，费歇判别分析法，岩爆预测

ABSTRACT

The mechanism and forecast of Rockburst for ore pillar is a hot as well as a complicated research spot in the fields of mining engineering at home and abroad. It is difficult to account for the rockbursting with conventional theories. Catastrophe theory which is based on analysissitus and singularity theory is a specialized mathematical tool for the analysis of Catastrophe phenomenon. It use mathematics model to study the rule of the emergent change in a system and the discontinuousness of the system at critical point. Thus, the naissance of Catastrophe theory provide a new routine to the study of gusty and no-linear dynamics phenomenon of rockburst.

With the Finance support of the Hunan national science fund (05JJ100100) and basing on the previous work on rockbusrt mechanism and prediction, this paper applied the catastrophe theory to study the mechanism of rockburst for ore pillar on the effect of symmetric exploitation, asymmetric exploitation and dynamics disturbing. Through a comprehensive considerations of the effect factor of rockburst, the fisher discriminate analysis theory (FDA) in statistics was used for the first time to construct the prediction model of rockburst. And, the constructed model was utilized in the rockburst forecast of several actual engineering. The primary content of this paper are as follow:

(1) A review on the research results and currents of the mechanism of rockburst was performed. The shortcomings of previous works on the mechanism of rockburst was analyzed. The significance of the construction of the adequate system potential function was pointed out.

(2) From the energy principle, based on calculating rock beam to curve the equation accurately and in the application mutation statistics Catastrophe theory has discussed symmetrical mining and under the asymmetrical mining condition the pillar rockburst question, obtained rock beam - pillar system across bifurcation set have the Catastrophe necessary and sufficient condition. The analysis obtained under the different mining way the ore room safe mining span and the rock burst relations. The energy and the pillar has calculated separately under two

different mining ways the rock burst occurs when releases kicks the value.

（3） The outside perturbation load hypothesis is the overtone form, which has established the catastrophe model of double cusp. Obtained under the disturbance the pillar Catastrophe destroy criterion. Research that the rock beam-pillar system's non-linear factor's evolution can cause the system amplitude square unstable kicks the vibration, which will cause the pillar system's kinetic energy (or momentum) has the sudden change, then lead to the sudden impact or keep within limits, thus has had the big impact stress in the system, this will possibly be the pillar to occur rock burst disaster's one kind of mechanism.

（4） Applied FDA theory to forcasting rockburst, A Fisher Discriminant Analysis （FDA） model to predict the possibility and classification of rockburst is established. The main control factors of rockburst, such as values of in～situ stresses σ_θ, uniaxial compressive strength σ_c and uniaxial tensile strength of rock σ_t, elastic energy index of rock W_{et}, σ_θ/σ_c and σ_c/σ_t are regarded as the discriminant factors of the FDA model. Two actual engineering are predicted using this model. The results show that the FDA model of Rockbust prediction is accurate in forcasting rockburst. It is a new way to be used for forcasting rockbust.

Key words : Rockburst, Rock mechanics, Catastrophe Theory, Fisher Discriminant Analysis, Rockburst prediction

第一章 绪 论

1.1 论文的研究意义

随着社会对矿产品需求的不断增加，浅部资源日趋枯竭，采矿必然向深部发展。深部开采与浅部开采的明显区别在于深部矿岩所处的特殊环境：高应力、高温和强烈的开采扰动，即面临着“三高一扰”的严重威胁。其中首当其冲的就是由高地应力所引发的岩爆危害，据研究仅重力引起的垂直原岩应力通常就超过工程岩体的抗压强度(>20MPa)，而由于工程开挖所引起的应力集中水平则更是远大于工程岩体的强度(>40MPa)。据南非地应力测定，在 3500～5000m 深度，地应力水平为 95～135MPa[1]。以金属矿山为例，国外进入深部高应力开采的金属矿山较多，如南非 Anglogold 有限公司的西部深水平金矿，采矿深度达 3700m，在未来的几年内将达到 5000m，印度卡纳塔克邦的科拉尔金矿区，已有 Nundydroog, Cham2pion Reef (钱皮恩里夫)和 Mysore (迈索尔) 3 座金矿采深超过 2400m，我国许多矿山也进入深部开采，如红透山铜矿的开采深度达到 1137m，冬瓜山铜矿的开拓深度 1074m，凡口铅锌矿的开拓深度也已经达 906m，此外湘西金矿，寿王坟铜矿、金川镍矿、乳山金矿等许多矿山都将转入深部高应力开采[1-10]。如此高的应力状态下，由于高应力诱发的岩爆、岩石冒落，成为整个采矿业面临的最大的最危险。

自 18 世纪 30 年代末英国锡矿岩爆被首次报道以来，世界范围内已有前西德、南非、中国、前苏联、波兰、捷克、匈牙利、保加利亚、奥地利、美国、意大利、瑞典及挪威等数十个国家和地区记录有岩爆问题。1987～1995 年间，因岩爆和岩崩引起的受伤率和死亡率分别占南非采矿工业的 1/4 和 1/2 以上[2]。在美国，爱达荷北部的科达尔铅锌银矿区到 1984 年已采到地表以下 2438m，岩爆一直是该矿区生产中的一个悬而未决的难题，从 1984 年之后的 4 年中，有 23 人受伤，6 人死亡[3]。另外，幸运星期五矿和茄莱娜矿也曾发生过较大规模的岩爆[4]。在智利，典型的岩爆矿山为 EI Teniente 铜矿，矿山的第 6 采区自 1989～1992 年期间先后 4 次因强烈岩爆造成的破坏而停产，其中最强烈的是 1992 年 3 月发生的岩爆造成上百米巷道垮落，停产时间长达 22 个月[5]。年产量超过 1.5 万吨的冬瓜山铜矿，自 1996 年 12 月 5 日第一次发生岩爆以来，截至到 1999 年底已经记录到岩爆现象 10 余次，岩爆多次影响到施工进度。

综上可知，随着地下开采深度的增加，岩爆现象已经成为一种常见的灾害[6]，

然而由于对岩爆机理研究的滞后，到目前为止还很难准确预测岩爆发生的时间。由于岩爆发生的突然性和难预测性，一旦矿柱发生岩爆，将直接危害到地下采矿工作人员的生命安全，造成大型采矿设备的损坏，甚至引起地下采空区的大面积坍塌，影响到地面建构筑物的稳定，所造成的损失可以说是非常巨大的。因此在没有弄清岩爆发生机理的情况下，对岩爆发生机理进行研究是很有必要的，这是能够准确预测岩爆的前提。一旦掌握了岩爆发生的机理将有助于采取合理的措施预防岩爆，避免岩爆的发生，保护人民的生命财产。

1.2 岩爆的静力学机理研究现状

近几十年来，国内外采矿界和岩体工程界的专家、学者对岩爆机理进行了大量的研究，取得了一定成果，有强度理论、刚度理论、能量理论、岩爆倾向理论、断裂损伤理论等。

（1）强度理论

早期的强度理论着眼于岩体的破坏原因，认为地下井巷和采场周围产生应力集中，当应力集中的程度达到矿岩强度极限时，岩层发生突然破坏，发生岩爆。近代的理论主要考虑“岩体——围岩”系统复杂的受力状态与极限平衡条件，并注重对实测资料的定量分析。近代强度理论认为：岩体承受的应力σ与其强度σ'的比值， 即$\sigma / \sigma' \geq 1$ 时将导致岩爆发生。近代强度理论的表达形式有多种，对各向同性岩石材料的破坏准则最有代表性的是 Hoek 和 Brown 于 1980 年提出的经验性的强度准则[7]：

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c}=\frac{\sigma_3}{\sigma_c}+\left(m\frac{\sigma_3}{\sigma_c}+1.0\right)^{1/2} \tag{1-1}$$

式中：σ_1——最大主应力，Mpa；

σ_3——最小主应力，Mpa；

σ_c——完整岩石材料的单轴抗压强度，Mpa；

m——常数，取决于岩石性质和承受破坏应力前已破坏的程度。

在我国比较有代表性的关于强度理论的判据有：

$$\sigma > (0.15\sim0.20)\ R_c \tag{1-2}$$

式中：σ 为岩体的初始应力；R_c为岩体的单轴抗压强度。

另外还有用断裂韧度 K_{IC} 和 $K_{\Pi C}$ 以及能量释放率来反映的强度理论以及 Von Mises 破坏准则等。

（2）刚度理论[5]

20世纪60年代中期，Cook和Hodgei发现用普通压力机进行单轴压缩实验时猛烈破坏的岩石试件，若改用刚性试验机试验则破坏平稳发生而不猛烈，并且有可能得到应力—应变全过程曲线。他们分析认为，试件产生猛烈破坏的原因是试件的刚度大于试验机（即加载系统）的刚度。

20世纪70年代Black将刚度理论用于分析美国爱达荷加利纳矿区的岩爆问题。认为矿山结构(矿体)的刚度大于矿山负荷(围岩)的刚度是产生岩爆的必要条件。80年代佩图霍夫认为，岩爆发生是因为那里的岩体破坏时实现了柔性加载条件。在他的研究中也引入了刚度条件，并且明确认为矿山结构的刚度是峰值后载荷—变形曲线下降段的刚度。

（3）能量理论[9]

能量理论是60年代由Cook等人在总结南非15年岩爆研究与防治经验的基础上首先提出的，认为当矿体—围岩系统在力学平衡状态破坏时所释放的能量大于消耗的能量时，即产生冲击地压。该理论从能量守恒定律出发，摆脱了传统理论的束缚，解答了冲击地压的能源问题，但是未考虑时间和空间的因素，所以还不够完善。70年代，美国密苏里大学在Cook等人的基础上提出了剩余能量的理论，并提出冲击地压能量判据，表达式如下：

$$\frac{\sigma\left[\frac{dW_E}{dt}\right]+\beta\left[\frac{dW_S}{dt}\right]}{\frac{dW_D}{dt}}>1 \qquad (1\text{-}3)$$

式中：W_E——为围岩系统所储存的变形能；

σ——表示围岩系统能量释放的有效系数；

W_S——为矿体所储存的变形能；

β——为矿体能量释放系数；

W_D——表示消耗于矿体与围岩交接处的矿体破坏阻力的能量。

（4）岩爆倾向理论

岩石本身的力学性质是发生岩爆的内因条件。用一个或一组与岩石本身性质有关的指标衡量矿岩的岩爆倾向强弱，这类理论就是所谓的岩爆倾向理论。表征岩石岩爆倾向的指标很多，其中常用的有以下几种：

1）弹性能量指数

波兰采矿科学院的学者 A.Q.Kidybinski 以岩石应力—应变试验曲线为基础，用岩样中储存的弹性变形能与由于永久变形和碎裂造成的耗损应变能之间的比值W_{et}来确定岩爆的倾向性[10]，可以通过下式来计算：

$$W_{et} = \psi_{sp}/\psi_{st} \qquad (1\text{-}4)$$

式中：ψ_{sp}表示将岩石试件加载到$(0.7\sim0.8)\sigma_c$，再卸载到$0.05\sigma_c$，岩石释放的弹性应变能；ψ_{st}表示岩石产生塑性变形和内部产生微裂隙而消耗的能量。在几何方面，弹性变形能指数W_{et}表述为加载至峰值强度的 70%～80%，而后卸载至零的情况下，卸载曲线下的面积与加载、卸载曲线之间的面积之比（如图 1—1 所示）。

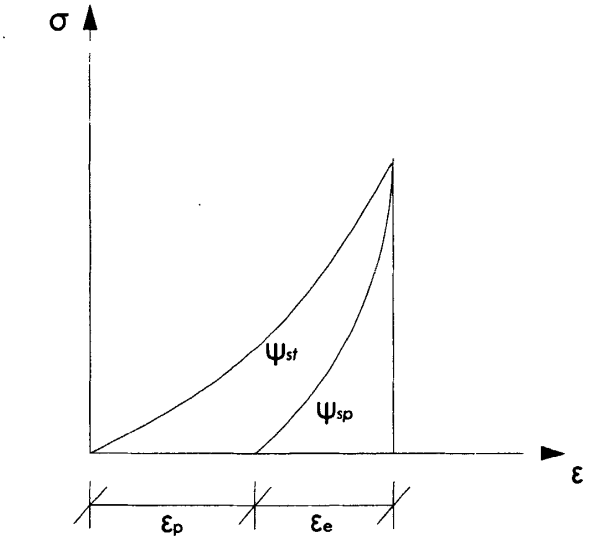


图 1-1 岩石弹性能指数

2）能量冲击性指标

弹性变形能指数反映了岩石弹性变形能的储存能力，可以在一定程度上反映岩石破坏时释放能量的大小，但是它没有涉及岩石峰值强度后区，即不能反映岩石破坏后区释放的能量和破坏所需能量之间的相对关系，为此岩爆工作者引入了能量冲击性指标K_E。K_E是采用在刚性试验机上测得的岩石的全应力—应变曲线得到的，K_E被定义为峰值前后应力—应变曲线下的面积之比，即岩石峰值强度前岩石储存的能量与峰值后稳定破坏所需的能量之比，表达式为

$$K_E = A_1 / A_2 \qquad (1\text{-}5)$$

式中：A_1表示峰值前应力—应变曲线所包围的面积；

A_2表示峰值后应力—应变曲线所包围的面积。

3）岩石的脆性系数

岩爆是一种脆性破坏，岩石的脆性一方面表现为破坏前总变形量很小；另一方面表现为抗拉强度比抗压强度小。V.Hucka 和 B.Das 提出岩石的脆性系数指标有两个[11]：

$$K_1=\frac{\sigma_c-\sigma_t}{\sigma_c+\sigma_t} \tag{1-6}$$

$$K_2=\mathrm{Sin}\phi \tag{1-7}$$

式中：K_1，K_2——脆性系数；

σ_c，σ_t——岩石的抗压和抗拉强度，MPa；

ϕ——岩石的内磨擦角（°）；

4）破坏时间指标

岩石在达到峰值强度后，破坏的猛烈程度可以用自峰值强度起，到完全破坏止所经历的时间评价，Kidybinski 于 1987 年首先提出这一概念，1985 年以后中国煤炭科学院经一步研究并证明了用指标评价岩爆的可行性，吴和张建议的标准是：

$$\begin{array}{ll} D_t \le 50ms & \text{有强岩爆倾向} \\ 50ms < D_t \le 500ms & \text{有中等岩爆倾向} \\ D_t > 500ms & \text{无岩爆倾向} \end{array} \tag{1—8}$$

（5）断裂、损伤理论[12]

岩爆的断裂、损伤理论是随着断裂力学和损伤力学的发展而产生的，对经典连续介质力学产生了巨大的影响，对于岩体而言，区别于其它材料的一个显著特征是岩体内存在大量随机分布的裂隙或缺陷，而岩石或岩体的破坏通常是由这些裂隙的扩展所导致的。从断裂、损伤的观点看，岩爆是岩体中的既有裂隙在开挖条件下扩展并伴随能量释放的过程，岩爆不是岩石基质破损的属性，而仅仅是早已存在的小断裂的扩展，运用断裂力学和损伤力学分析岩石的强度可以比较实际地评价岩体的开裂和失稳。将断裂、损伤理论用于岩爆虽然是最近几年的事，但经过众多学者的努力已经取得了一定的成果。

断裂理论实际上是结合失稳理论进行的，根据线性断裂力学，裂缝扩展条件相当于结构势能 $F=W-U$ 出现驻值的情况。

$$\frac{d}{d\alpha}(W-U)=0 \tag{1-9}$$

式中：U 为结构弹性能；W 为裂缝扩展所需能量；α 为裂缝长度的一半。

根据上式可得

$$\frac{dW}{d\alpha}-\frac{dU}{d\alpha}=0 \tag{1-10}$$

设 $dW/d\alpha=R$，$dU/d\alpha=G$，则 G 为裂缝尖端的弹性能释放率（裂缝驱动力），R 为裂缝扩展面积上消耗的能量率（裂缝扩展阻力），根据失稳理论可得

$$\frac{d}{d\alpha}(R-G)<0 \tag{1-11}$$

上式为裂缝扩展条件，断裂失稳的条件为

$$R-G<0 \tag{1-12}$$

损伤理论是通过建立岩石材料的损伤本构模型，把岩石的破坏过程看成岩石的损伤积累过程。损伤积累到一定程度，就出现了宏观裂纹，如此时损伤继续积累，就可能产生应变软化现象从而导致岩石储存应变能的能力降低，出现弹性应变能的释放，如多余能量向外部传递，就会引起岩爆。

1.3 岩爆的动力学机理研究现状

岩石静力学理论在岩爆研究中是重要的，但它还不能阐明岩爆的全部机理；初始地应力及开挖引起的应力分异是岩爆发生的背景与基础，但不是全部，应该存在地静应力之外的其它诱发机制。上世纪50年代初期，Don L. L.最早报道过关于地下工程爆破、应力波、岩爆及地震之间关系的一些初步试验成果。后来，随着钻爆（新奥）法的不断发展，特别是回次进尺及爆破装药量的不断加大，动力干扰对岩爆的贡献越来越引起人们的关注。文献[18]还详细报道了秦岭特长隧道II线平硐北口浅埋段岩爆与爆破之间密切的时一空关系。罗先起等（1996）提出，在坚硬脆性围岩中开挖洞室相当于一个处于压缩应力场中的脆性材料块体在开挖边界上突然卸载，卸载波迅速从开挖边界传播至岩体深部；若岩体中弹性压缩所贮存的势能足够大，则位于卸载波前缘的剪切微裂纹将因动力扩展而导致岩体破坏并诱发岩爆。黄润秋等（1999）曾对爆破扰动对岩爆的贡献进行过数值模拟研究。

文献[14-18]在岩爆的岩石动力学机理方面进行了研究，并已取得若干重要进展。

1.4 矿柱岩爆机理的突变理论研究现状

突变理论是以拓扑学、奇点理论为数学工具，用来研究各种突变。即利用数学模型讨论系统中的状态发生跳跃性变化的普遍规律。其主要方法是将各种现象归纳到不同类别的拓扑结构中，讨论各类临界点附近的非连续特性。自从法国数学家Rene Thom创立突变理论以来，突变理论已在自然科学、社会科学、生物学和经济学等领域取得了许多应用性的成果。众多学者应用突变理论对矿柱岩爆问题进行了相关的研究。

唐春安[19]教授建立了试验机—岩样共同作用的系统力学模型，利用突变理论建立了相应的势函数，得出了系统发生灾变的必要条件，认为系统灾变释放的能量只取决于系统的刚度比和系统的几何特性及材料参数，而与外界扰动的性质无关，随着刚度比的减小能量释放量增加。李江腾[20]博士利用尖点突变模型分别研究了受开采影响，动载荷作用下矿柱的失稳规律，导出了不同条件下矿柱失稳的充要条件、矿柱变形突跳量和能量释放表达式。王连国[21-23]教授采用突变理论建立了矿柱失稳的尖点突变模型，并据此对矿柱失稳破坏发生机理进行了分析。

秦四清[24]利用尖点突变理论研究了狭窄煤柱冲击地压失稳的过程，导出了失稳的充要力学条件判据及突变时煤柱的突跳量与释放能量的表达式，提出了刚度效应—扰动触发响应失稳新理论，同时他还将突变理论应用到边坡稳定性问题中，对边坡的失稳性进行了分析。

江文武[25]将矿房矿柱系统简化为固支梁-矿柱力学系统，依据相应的力学模型，建立了尖点突变理论模型，认为矿柱失稳只跟矿房矿柱自身的内部条件有关，而与外界的作用无关。研究还发现矿柱失稳所释放的能量也仅跟矿房矿柱系统自身有关。得出要控制预防矿柱的失稳需通过优化矿房矿柱自身系统的力学－几何特性参数，控制矿柱的稳定性。

此外潘岳在文献[26-27]中采用折迭型突变模型对均匀围压和非均匀围压条件下矿井的断层冲击地压进行分析，给出了均匀围压和非均匀围压条件下断层失稳前后的错距和围岩弹性能释放量计算公式。

1.5 岩爆灾害预测研究现状

岩爆实质上是在一定条件下集聚在岩层中的能量突然释放，引起突发式的大尺度断裂破坏事件。众所周知，岩爆的预测是深部岩体工程中遇到的最棘手的问题，由于岩爆预测问题极为复杂，国内外还没有成熟的理论和方法准确地预测岩爆，但是国内外专家学者在岩爆预测预报方面的努力始终就没有停止过。目前用来预测岩爆的方法、采用的技术手段有：微震（MS－microseism）监测[28]、地震仪及水银管倾斜仪[29]、地震遥感监测[30]、微重力（MG－microgravity）监测[31-32]、声发射（AE－acoustic emission）[33]及电磁辐射（EMR－electromagnetic radiation）[34]等。目前，由于信息采集、预报判据异常水平及仪器探测精度等方面的限制，无论是地震方法（seismological method）、微重力方法还是地震声学方法（seismic-acoustic method）还都不能对岩爆进行准确的超前预报，但以这些方法为基础的探测技术应该成为施工阶段岩爆预测的主攻方向之一。

人们还从强度、刚度、稳定、断裂、损伤、突变、分形和能量等诸多方面对

岩爆现象进行了分析，提出了各种假设和判据，如 Rusesenes、Turchaninov、陶振宇、贾愚如、王元汉等人的岩爆判别准则，徐林生等人的施工地质超前预报法和判据预测法，候发亮[35]临界深度预测法等。但遗憾的是，现有的应力判据均只涉及到影响岩爆的某个（或几个）因素，由于岩爆的产生受多种因素影响，其形成与发生跟岩石破坏的全过程有着密切的关系，而目前有关岩爆的应力判据并未考虑这一点。

近年来，随着人工智能和非线性学科的发展，有限元计算、模糊综合评判、人工神经网络等近现代方法也逐渐应用于岩爆预测预报工作中，如谢和平[36]的分形预测法；冯夏庭(2002)等人提出的岩爆预测的支持向量机法；孙海涛（2005）等人提出的基于非线性混沌理论的岩爆预测方法；梁志勇[37]（2005）采用平行杆模型模拟地下深埋硐室脆性围岩，推导出了不同应力条件下岩体损伤的表达式，再利用损伤变量来表征岩爆发生的概率，从而实现岩爆预测；神经网络方面，冯夏庭[38]（1998）等应用智能岩石力学的思想及人工神经网络技术，提出了一种岩爆风险估计与防治策略确定的综合集成智能模型，开发了 Meta-synthesis System for Burst risk 系统；王元汉[39]（1998）等采用模糊数学综合评判方法进行了岩爆预测；陈海军[40]（2002）建立了一种将岩石抗压强度、抗拉强度、弹性能量指数和硐壁最大切向应力为输入条件的岩爆预测 BP 神经网络模型；高玮[41]（2002）等将免疫进化规划和神经网络相结合，提出了一种用于围岩破坏模式识别的进化神经网络模型（ENN）。这些基于岩爆理论和岩爆破坏机制而提出的各种理论预测方法，对岩爆的预测起到了一定的推动作用。

1.6 已有研究中未考虑的问题

以上专家学者从力学角度所进行的实验及理论研究基本上被大家所接受，本文主要是应用突变理论来研究矿柱岩爆。因此主要分析目前突变理论在矿柱岩爆研究中所存在的问题。

矿柱岩爆是最常见的岩爆形式之一，随着开采深度的增加，顶板压力不断增大，当系统储存的能量达到临界状态时在开挖或者其它扰动的作用下可引发岩爆。应用突变理论对矿柱岩爆进行研究目前存在的主要问题是系统势能的计算，而在这个问题上以有的研究大都应用一个仅满足边界条件的岩梁挠曲线方程来计算系统能量，事实上岩梁的挠曲线方程不止要满足其边界条件，而是要在任何一点都要满足条件。这样才能准确地计算系统的势能，只有准确计算了系统的势能，才能利用突变理论进行分析，得到准确的岩爆发生的充要力学条件，以及岩爆发生时释放的能量。已有的研究大多仅仅是停留在一个模糊的充要条件，没有就各个影响因素进行具体的分析。也就很难揭示岩爆的发生与影响它的各个因素

之间的具体关系。同时都没有考虑爆破，地震，等外界扰动产生的应力波作用的影响，所得出的尖点突变模型有一定的局限性。

在岩爆预测方面，主要存在的问题有两点：一是影响岩爆的因素的确定，尽管这个问题看似简单，实际上影响因素的确定直接决定着岩爆预测的准确性。二是预测方法的选择，在这个问题上不同的专家学者提出了不同的预测方法，譬如，模糊数学、支持向量机等一些不确定性方法，但这些方法在进行预测时普遍存在影响因素指标权重的人为确定。这就增加了人为主观因素对预测结果的影响。另外神经网络在预测方面应用的比较广泛，但神经网络在进行训练时存在的"瓶颈"问题很难解决，不能很好地控制训练后的网络推广，因此也就影响了岩爆预测的准确性。

1.7 本文研究的内容与创新点

由于岩爆现象是一种非连续、非线性现象，同时具有很强的突发性。应用传统的弹性及弹塑性理论很难就岩爆这种复杂的非线性现象作出全面而合理的解释。本文在前人的研究成果基础上，从不同的开采方式以及扰动载荷作用等方面入手建立了矿柱岩爆的尖点突变模型，分析了各影响因素对岩爆的影响。同时在岩爆预测方面首次将统计学中的费歇判别分析理论应用到岩爆预测中。本文研究内容如下：

（1）主要阐述了岩爆研究的意义、研究现状和存在的问题，综述了目前国内外在岩爆机理研究方面的主要成果，系统介绍了突变理论在岩爆问题研究中的现状，以及岩爆预测研究的主要成果。

（2）考虑开采方式的不同，以材料力学为基础，应用突变理论中的尖点突变，在准确计算岩梁-矿柱系统的总势能的基础上，建立了对称开采下矿柱岩爆的尖点突变模型，得出了系统发生岩爆的充要条件，同时通过计算系统势能的变化量得出了岩爆释放能量的计算公式，着重分析了不同载荷、不同矿柱面积与高度比情况下对称开采的矿房临界宽度。

（3）研究了非对称开采条件下岩梁-矿柱系统的突变特性，在建立非对称开采条件下矿柱岩爆尖点突变模型的基础上，得到系统失稳的充要条件，绘图分析了不同载荷、不同的非均匀开采系数对矿柱岩爆的影响，确定了矿房开采的临界宽度。以实际工程为例计算岩爆所释放的能量。

（4）建立了应力扰动作用下矿柱岩爆的双尖点突变模型，分析了扰动作用下结构非线性系数对岩爆的影响，以及系统处于临界状态时，外界微扰的关联程度对岩爆的影响。

（5）在分析目前岩爆预测理论的基础上，合理确定了影响岩爆的主要因素，

引用统计学中的费歇判别分析理论建立了岩爆预测的费歇判别分析模型，并对两个工程实例进行了预测。

本文的创新点：

（1）本文严格按照材料力学知识推导得到岩梁挠曲线方程，该方程能够满足岩梁任何点的变形，和目前普遍使用仅能满足边界条件的岩梁挠曲线方程相比，应用本文建立的岩梁挠曲线方程来计算系统势能更准确性、更具合理性。

（2）在建立对称开采和非对称开采条件下的矿柱岩爆的尖点突变模型的基础上，应用 Matlab 软件绘图分析了不同载荷、矿柱细长以及非均匀开采系数对岩爆的影响。得到了岩爆发生时矿柱的突然压缩量及岩爆所释放的能量，并对两个工程实例进行了计算分析。

（3）建立了应力扰动作用下矿柱岩爆的双尖点突变模型，分析了随机扰动作用下结构非线性系数对岩爆的影响，以及系统处于临界状态时，外界微扰关联的关联程度对岩爆的影响。

（4）在合理确定岩爆影响因素的基础上，首次将统计学中的费歇判别分析法引用到岩爆预测中来，建立了岩爆预测的费歇判别分析模型，应用模型对工程实例进行了岩爆预测。

第二章 对称开采方式下矿柱岩爆的尖点突变机理研究

2.1 引言

岩爆(Rock Burst)是高地应力条件下地下工程开挖过程中，硬脆性围岩因开挖卸荷导致储存于岩体中的弹性应变能突然释放，因而产生爆裂松脱、剥落、弹射甚至抛掷的一种动力失稳地质灾害。谢和平认为岩爆是指采掘导致岩层的突然破坏，往往伴随着开采空间的大应变、大位移以及岩层碎块从母岩中的高速脱离，向开采空间抛出，抛出的岩体质量从数吨到数千吨不等。何满潮指出岩爆是指能量岩体沿着开挖临空面瞬间释放的非线性动力学现象[42]。能量岩体是指在一定条件下，含有自重、构造、地势等弹塑性能量的工程岩体。并不是所有能量岩体都发生岩爆，只有积蓄的能量满足岩爆发生条件时才发生岩爆。深部岩体在高地应力的形成过程中产生了变形，从能量的观点来说，岩体在该过程中积累了一定的变形能和势能，所以深部岩体具有能量源和能量汇的特性[43]。当岩体积累的变形能和势能达到临界状态时任何微小的扰动都可能引起矿柱发生岩爆。

用数学模型来描述自然现象，是科学研究中最基本的研究方法，自然界中存在大量的非连续现象，譬如地震、滑坡、岩爆、煤矿瓦斯、冲击地压等。由于矿柱岩爆的发生受多种因素的综合控制，是一种非连续、非线性现象，同时又具有很强的突发性。应用传统的弹性及弹塑性理论很难就岩爆这种复杂的非线性现象作出合理的解释，而突变理论正是揭示这种现象的有力工具，在我们所处的四维时空中，Thom (1972)的分别性定理指出其最多只有7种基本的突变形式[44,45]，而应用较多的有：尖点突变、折迭突变、及燕尾突变。应用初等突变理论中的一种对系统进行定量描述，其方法是寻找一个势，与势相类似的函数或突变流形或与分叉集有相同数学描述的系统，应用适当的数学变换，将其归为Thom所提出的7种突变形式中的一种类型。另一种情况是用于定性分析，主要用于生物、社会等“科学”。

由于影响岩爆的因素很多，除受岩性条件和应力条件控制外，开采条件（包括地下工程几何形状、开采方式、开采顺序等）对岩爆的发生有很大影响[42]。目前对岩爆的发生和破坏机制还没有很清楚的认识，因此本文从能量的角度出发，以材料力学为基础严格计算系统能，应用突变理论中的尖点突变对对称开采和非对称开采的矿柱岩爆进行分析，得出了岩爆发生的充分必要条件，并通过计算得出了岩爆发生时释放出的能量。

2.2 尖点突变理论简介

在突变理论中，对于尖点突变模型，势函数的标准形式为:

$$V(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}px^2+qx \tag{2-1}$$

式中：x为系统的状态变量；p,q为控制变量。

令势函数的一阶导数为零，可得系统平衡方程：

$$V'(x)=x^3+px+q=0 \tag{2-2}$$

如图2-1所示，这是一个具有光滑折痕的曲面，其上一点代表研究系统的一种平衡状态，对势函数求二阶导数得：

$$V''(x)=3x^2+p \tag{2-3}$$

对于$v''(x)>0$的区域，即平衡曲面的上叶和下叶，系统势能取极小值，即平衡状态是稳定的；对于$v''(x)<0$的区域，即平衡曲面的中叶，系统势能取极大值，即平衡状态是非稳定的；在上下叶与中叶的交界处，即光滑折痕OA、OB上满足

$$V''(x)=3x^2+p=0 \tag{2-4}$$

为临界平衡状态。其上满足分叉集方程：

$$4p^3+27q^2=0 \tag{2-5}$$

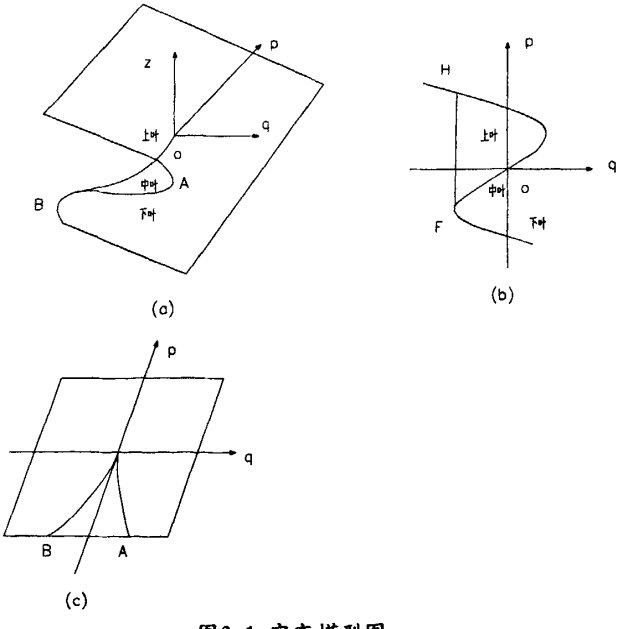


图2-1 突变模型图

当系统处于下叶时，平衡是稳定的。随着外界扰动的进一步作用，平衡点移动到折痕上，达到临界平衡状态。在外界扰动作用下平衡点由折痕向中叶移动，

但是由于中叶是非稳定平衡状态，是无法存在的，必然跳到对应的稳定平衡的上叶，称为平衡状态的突跳，如2-1所示，产生力学系统的失稳。

2.3 对称开采下矿柱岩爆的尖点突变模型

2.3.1 力学模型

采场布置如图2-2所示，假设矿柱对称分布，且其宽度远小于采场宽度，因此可将顶板岩层视为岩梁。为简化分析，设未采岩层为刚性，梁两端是固支的并且为坚硬顶板，故在变形过程中始终保持弹性且不发生破坏，仅参与能量的释放。将矿柱视为一维柱体，矿柱对顶板的支撑视为集中力，岩梁自重及上覆岩层的作用简化为集度为q_0的均布荷载，如图2-2所示。

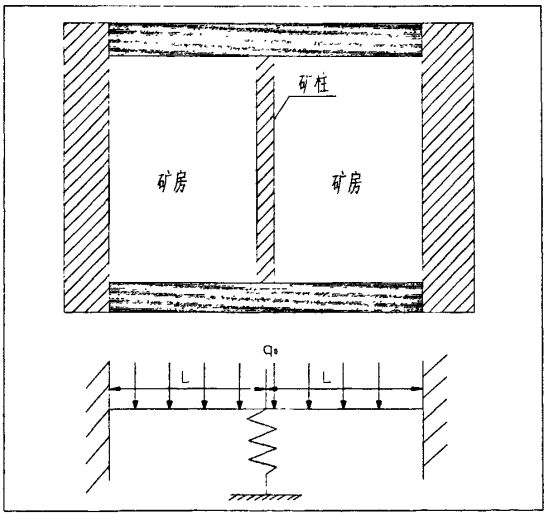


图2-2 对称开采采场布置图

2.3.2 矿柱的应力-应变关系

岩石作为一种天然的材料，由于生成条件、矿物成分、胶结材料的不同，存在许多初始缺陷在外力作用下进一步发展，使材料性能不断劣化，研究发现[46]，矿柱深部在高应力及外界开挖影响作用下，岩体受到的应力会超过其极限屈服强度，岩体会由弹性状态转变成塑性状态。因此岩体具有应变弱化的非线性应力-应变关系（即本构关系）在考虑这一因素的情况下，参照文献[47]，矿柱介质的

非线性本构关系为：

$$\sigma = E_0\varepsilon[1-\int_0^{\varepsilon}\phi(t)dt] \tag{2-6}$$

式中：E_0为初始弹性模量；

$\int_0^{\varepsilon}\phi(t)dt$为损伤参量，与材料中的缺陷的分布密度有关，当岩石中的缺陷为泊松分布时，可以写为：

$$\sigma = E_0\varepsilon e^{-\varepsilon/\varepsilon_0} \tag{2-7}$$

为简化分析和突出矿柱岩爆的物理本质，设矿柱的本构关系具有软化性质的非线性关系[48]，对截面为A，高为H的矿柱，（2-7）式可写为荷载与变形的关系

$$F(u) = \lambda u e^{-u/u_0} \tag{2-8}$$

其中：$\lambda = \frac{E_0 A}{H}$为矿柱的初始刚度；$u$为矿柱压缩量；$u_0$为峰值荷载对应的变形值。

从$F(u)-u$曲线可以看出在变形$u_1 = u_0$处有一拐点，其斜率的绝对值为$k = \lambda e^{-2}$。

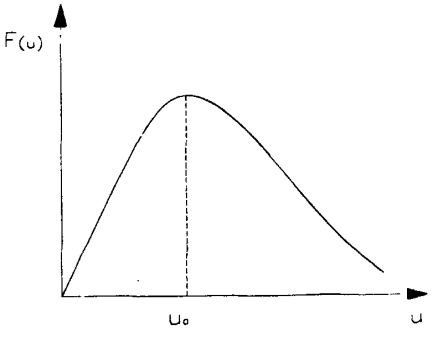


图 2-3 矿柱的荷载—位移曲线

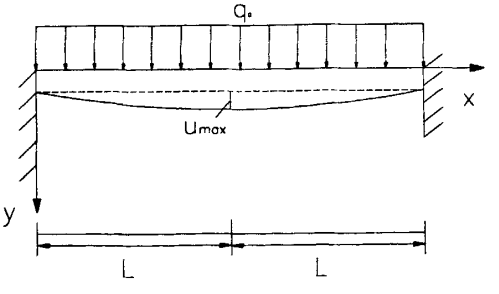


图2-4 无矿柱支撑时岩梁的挠曲线状况

2.3.3 对称开采条件下岩梁的挠曲线方程

图2-2中若撤去矿柱支撑，岩梁将下沉，并处在自重与上方赋存岩体作用下相协调的静平衡位置如图2-4，由于矿柱的支承力F(u)使梁挠曲线上各点位移都受到限制，但在重力荷载q_0作用下梁挠曲线上各点总有恢复到图2-4中静平衡位置的倾向。正是这种趋向，会导致矿柱发生岩爆。

在$x=L$处岩梁挠曲线(或横截面)转角为0条件下，岩梁在均布力q_0和矿柱反力F(u)共同作用下，矿柱位移为u时的梁端弯矩和剪力[49]（见图2-5），矿柱对称分布可以取一半进行分析。

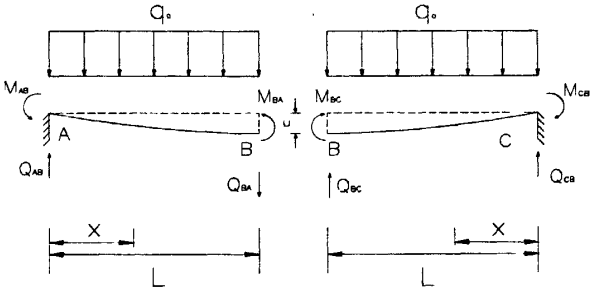


图2-5 对称开采矿柱的梁端弯矩与反力

A 端与B端的弯矩(规定弯矩使梁下侧受拉为正)、剪力分别为：

$$M_{AB}=-\frac{q_0L^2}{12}-\frac{6EI}{L^2}u \qquad M_{BA}=-\frac{q_0L^2}{12}+\frac{6EI}{L^2}u \tag{2-9}$$

$$Q_{AB}=\frac{q_0L}{2}+\frac{12EI}{L^3}u \qquad Q_{BA}=-\frac{q_0L}{2}+\frac{12EI}{L^3}u \tag{2-10}$$

式中：E为梁的弹性模量；I为梁的惯性矩；q_0为上覆岩层荷载。

以点 A 为原点，由式（2-9）、（2-10）可得 AB 段的弯矩方程为：

$$M(x)=M_{AB}+Q_{AB}x-\frac{q_0x^2}{2}$$

$$=-\frac{q_0x^2}{2}+(\frac{q_0L}{2}+\frac{12EI}{L^3})x-(\frac{q_0L^2}{12}+\frac{6EI}{L^2}u) \tag{2-11}$$

根据材料力学由（2-11）式和挠曲线微分方程得

$$EIy'=\frac{q_0x^3}{6}-(\frac{q_0L}{2}+\frac{12EI}{L^3}u)\frac{x^2}{2}+(\frac{q_0L^2}{12}+\frac{6EI}{L^2}u)x \tag{2-12}$$

$$EIy=\frac{q_0x^4}{24}-(\frac{q_0L}{2}+\frac{12EI}{L^3}u)\frac{x^3}{6}+(\frac{q_0L^2}{12}+\frac{6EI}{L^2}u)\frac{x^2}{2} \tag{2-13}$$

由于对称以 C 点为原点建立的挠曲线方程和上式相同。由（2-12）（2-13）式易验证满足边界条件

$$y(0)=0,y'(0)=0;y(L)=u,y'(L)=0 \tag{2-14}$$

2.3.4 系统的势函数

该力学系统的总势能应由梁的弯曲应变能、矿柱的压缩变形能及外力的功组成，不难计算出系统总势能为：

$$\Pi=-W+U_e+U_s \tag{2-15}$$

式中：W 为外力对系统所做的功

$$W=\int_0^{2l}qy(x)dx=\int_0^{l}q_0y_1(x)dx+\int_l^{2l}q_0y_2(x)dx=2\int_0^{l}q_0y(x)dx \tag{2-16}$$

$$=\frac{q_0^2L^5}{360EI}+q_0Lu$$

U_e 为梁的弯曲应变能：

$$U_e=\frac{1}{2}EI\int_0^{2l}[y''(x)]^2dx=\frac{1}{2}EI\{\int_0^{l}[y_1''(x)]^2dx+\int_l^{2l}[y_2''(x)]^2dx\}=EI\int_0^{l}[y_1''(x)]^2dx$$

$$=\frac{1}{EI}[\int_0^{l}\frac{q_0^2x^4}{4}-(\frac{q_0^2L}{2}+\frac{12EIq_0}{L^3}u)x^3+(\frac{q_0^2L^2}{3}+\frac{18EIq_0}{L^2}u+\frac{144(EIu)^2}{L^6})x^2$$

$$-(\frac{q_0^2L^3}{12}+\frac{8EIq_0}{L^2}u+\frac{144(EIu)^2}{L^5})x+(\frac{q_0^2L^4}{144}+EIq_0u+\frac{36(EIu)^2}{L^4})]$$

$$=\frac{q_0^2L^5}{720EI}+\frac{12EIu^2}{L^3} \tag{2-17}$$

U_s 为矿柱的压缩变形能：

$$U_s=\lambda\int_0^{u}ue^{-u/u_0}du \tag{2-18}$$

将(2-16) 、(2-17) 、(2-18)带入(2-15)可得到该系统的总势能：

$$\Pi=\frac{12EIu^2}{L^3}-q_0Lu-\frac{q_0^2L^5}{720EI}+\int_0^{u}\lambda ue^{-u/u_0}du \tag{2-19}$$

2.3.5 对称开采时矿柱岩爆尖点突变模型

以矿柱的压缩量 u 为状态变量，依据突变理论，由 $\Pi'=0$ 可得到平衡曲面 M 为：

$$\Pi'=\frac{24EI}{L^3}u-q_0L+\lambda ue^{-u/u_0} \tag{2-20}$$

显然，上式就是力的平衡条件，即梁-柱系统稳定性分析的平衡曲面方程。根据平衡曲面的光滑性质，可求得尖点。在尖点处有$\Pi''=0$，即

$$\Pi''=\frac{\lambda}{u_0}(\frac{u}{u_0}-2)e^{-u/u_0} \tag{2-21}$$

由（2-21）式可以求得，尖点处有$U=u_1=2u_0$，即和矿柱应力应变曲线拐点处位移值相同。

为了求得标准形式的平衡曲面方程，将（2-20）式在尖点处状态变量u_1作Taylor级数展开。截取至3次项

$$\begin{aligned}&\frac{24EI}{L^3}u_1-q_0L+\lambda u_1e^{-u_1/u_0}+[\lambda(1-\frac{u_1}{u_0})e^{-u_1/u_0}+\frac{24EI}{L^3}](u-u_1)+\\&[\frac{\lambda}{u_0}(\frac{u_1}{u_0}-2)e^{-u_1/u_0}](u-u_1)^2+[\frac{\lambda}{6u_0^2}(3-\frac{u_1}{u_0})e^{-u_1/u_0}](u-u_1)^3=0\end{aligned} \tag{2-22}$$

将尖点处位移$u_1=2u_0$代入（2-22）式，

引入无量纲常量：

$$z=\frac{u-u_1}{u} \tag{2-23}$$

可将（2-22）式化为标准形式：

$$z^3+az+b=0 \tag{2-24}$$

$$a=\frac{3}{2}(k_f-1) \tag{2-25}$$

$$b=\frac{3}{2}(1+k_f-\varepsilon) \tag{2-26}$$

其中：　$k_f=\dfrac{24EI}{L^3\lambda e^{-2}}$　　$\varepsilon=\dfrac{q_0L}{2\lambda e^{-2}u_0}$ (2-27)

2.4 对称开采矿柱岩爆尖点突变分析

2.4.1 对称开采矿柱岩爆充要条件

矿柱变形发生岩爆是受多种因素控制的。突变理论和模型将有助于进一步加深对矿柱岩爆过程和机理的认识。

将（2-25）、（2-26）式代入分叉集方程，得分歧点所满足的方程为：$4a^3+27b^2=0$，令$\Delta=4a^3+27b^2$，当$a>0$时，$\Delta>0$，方程(2-24) 只有一个实数根，对应于一个稳定的平衡态，系统变形将是连续的，不会产生突变；当$\Delta=0$时，方程(2-24)有 3 个实根[25]，其中有 2 个实根相等，它们对应于平衡曲面的奇点集，

此时系统处于两个临界稳定状态，即控制点集(a，b)越过分歧点集取值时，则它必定跳跃到另一叶上，引起 Z 的突变。也就是说当$\Delta=0$时，矿柱处于临界平衡状态；当$\Delta<0$时，方程(2-24) 有 3 个不等的实根[48]对应于任意一组控制变量（a，b），系统有三个平衡位置，此时矿柱已经失稳破坏。

如图2-6 平衡曲面的下叶代表矿柱失稳的孕育过程，即弹性能增加过程，为准稳定状态，该状态随着开采过程的进行，采场宽度L的增加向中叶过渡，中叶是不稳定状态。上叶代表矿柱失稳后处于的稳定状态，矿柱失稳的启动就是从下叶到上叶的跃迁过程（图2-6中箭头方向）

随着开采深度的增加，外载荷逐渐增大，矿柱的压缩量逐渐增大，岩梁-矿柱系统存储的弹性能也会增大，当弹性能达到临界状态时外界微小扰动也能引发岩爆。由突变理论可知：当控制变量满足分叉集方程时，系统才会发生失稳由图2-6可知，当系统跨越分叉集左右支时才可能发生系统的突跳。

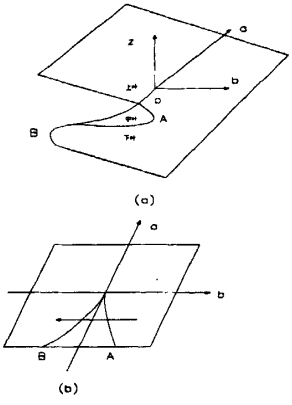


图2-6　矿柱岩爆尖点突变模型

跨越分叉集仅是系统的数学结构（平衡整个数和稳定性）有突变，而状态变量z没有跳跃，分叉集方程是系统发生失稳的充要条件。矿柱失稳时，其变形一般会瞬时增大，由图2-6可知在分叉集右侧（$b>0$），z不产生突跳，而在分叉集左侧（$b<0$），z才产生突跳，此时对应于系统的不稳定状态，所以矿柱发生岩爆的充要力学条件为:

$$\begin{aligned} &2(k_f-1)^3+9(1+k_f-\varepsilon)^2=0 \\ &(1+k_f-\varepsilon)<0 \end{aligned} \tag{2-28}$$

2.4.2 对称开采影响因素对矿柱岩爆影响分析

为了直观地反映出荷载和开采宽度与岩爆之间的关系，假设：$E_0=50GPa$，$E=20GPa$，顶板高$h=5m$，顶板宽$l=15m$，矿柱的面积：$A=40m^2$，矿柱高

$H=50m$，$u_0=3\times10^{-2}m$。分析讨论不同荷载时开采的矿房宽度与岩爆的关系。

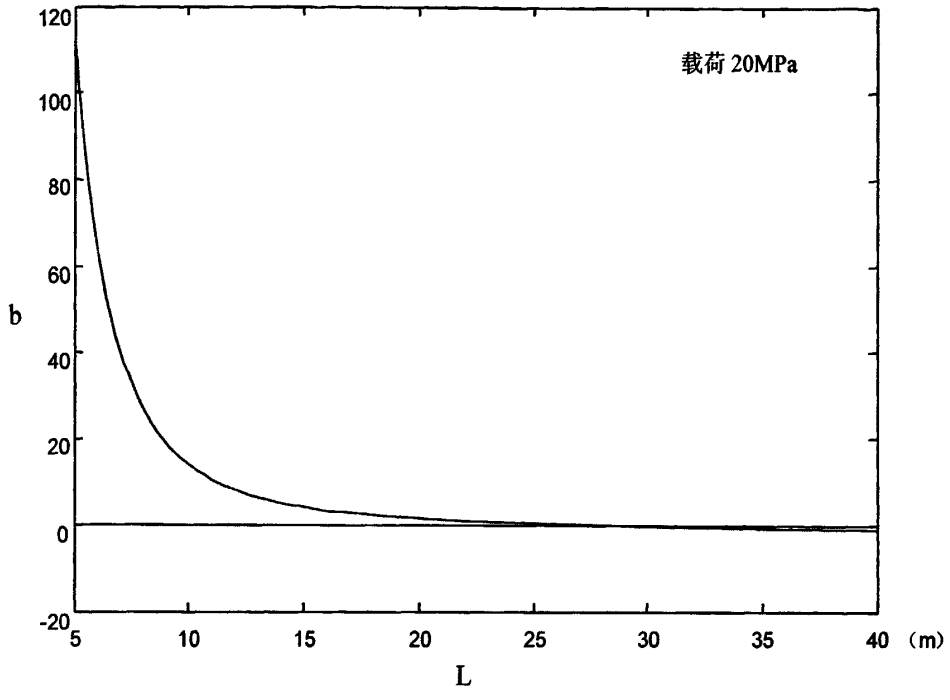


图2-7　$q_0=20MPa$ 时对称开采矿房宽度

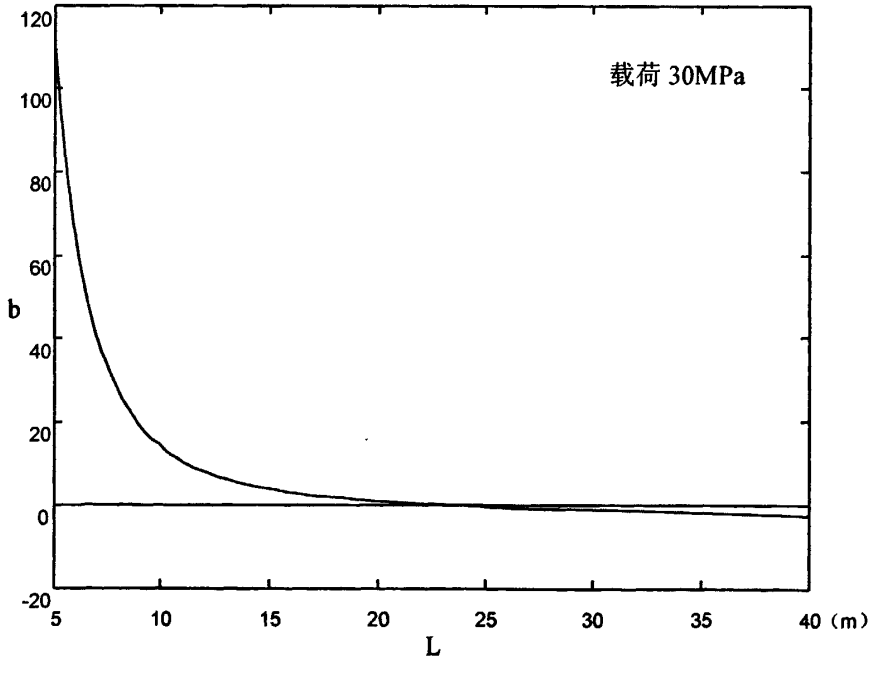


图2-8　$q_0=30MPa$ 时对称开采矿房宽度

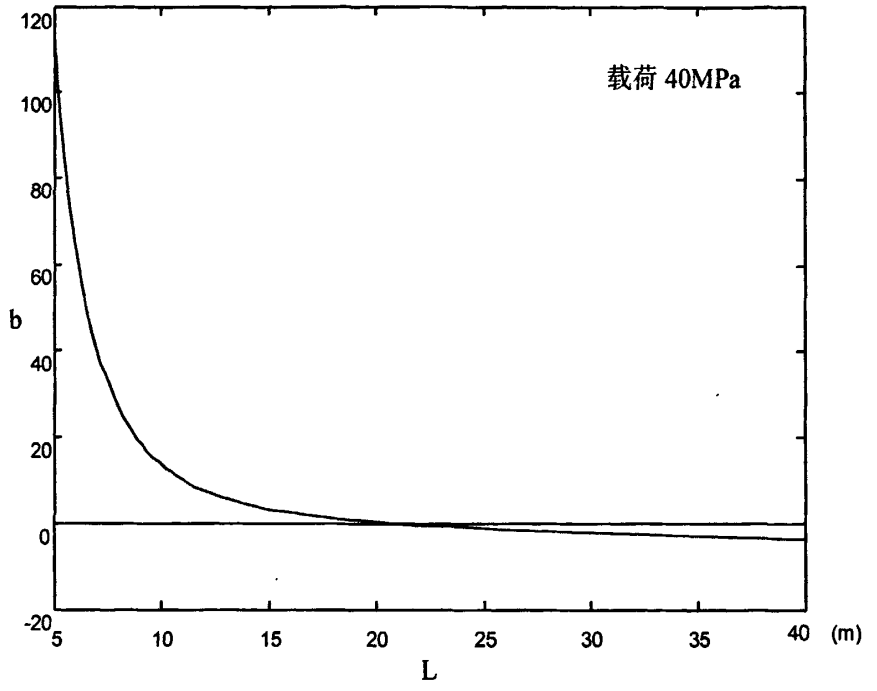


图2-9 $q_0 = 40MPa$ 时对称开采矿房宽度

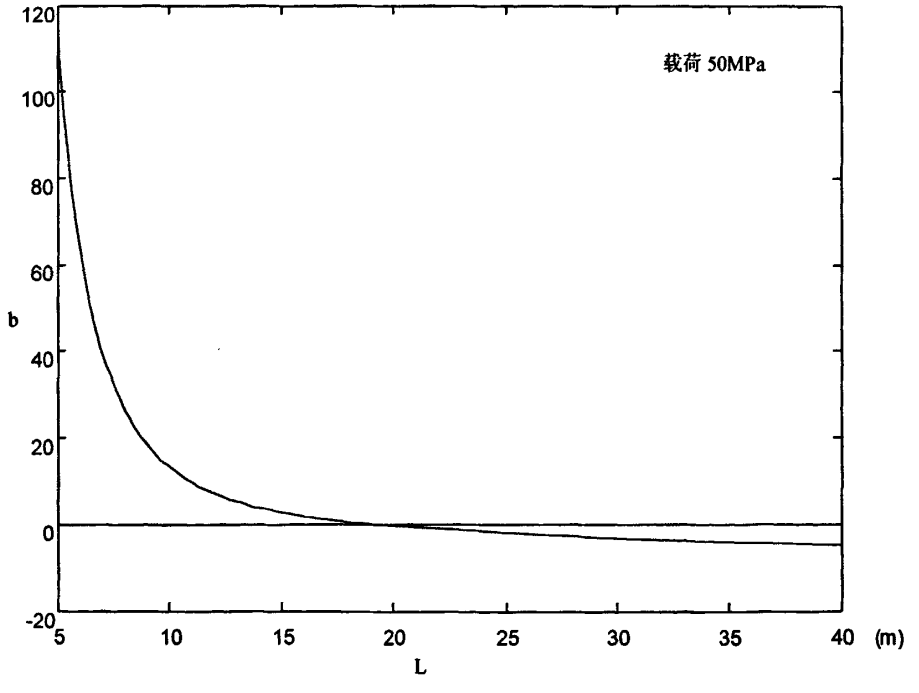


图2-10 $q_0 = 50MPa$ 时对称开采矿房宽度

从图2-7到2-10可以看出，当在地下高应力[46]状态下对称开采时，随着开采深度的增加，矿柱承受的载荷增大，安全开采的矿房临界宽度逐渐减小。

从岩爆发生的充要条件可看出岩爆受到多种因素的作用，是一个复杂的问题，由于本文只考虑上覆岩层的重力载荷，可以认为相同的开采深度条件下，外荷载相同，由前面分析可知矿柱要发生岩爆，岩梁-矿柱系统内部特性，即几何参数必须满足一定条件，根据突变模型根据矿柱发生岩爆的充分必要条件，利用Matlab软件绘图来分析讨论矿房与矿柱的几何尺寸对于岩爆的影响。为了直观的分析说明问题，假设：$E_0=50GPa$，$E=20GPa$，$q_0=30MPa$，顶板高$h=5m$，顶板宽$l=15m$，$u_0=3\times10^{-2}m$，矿柱的高度与面积的比值(细长比)：$R=H/A$。

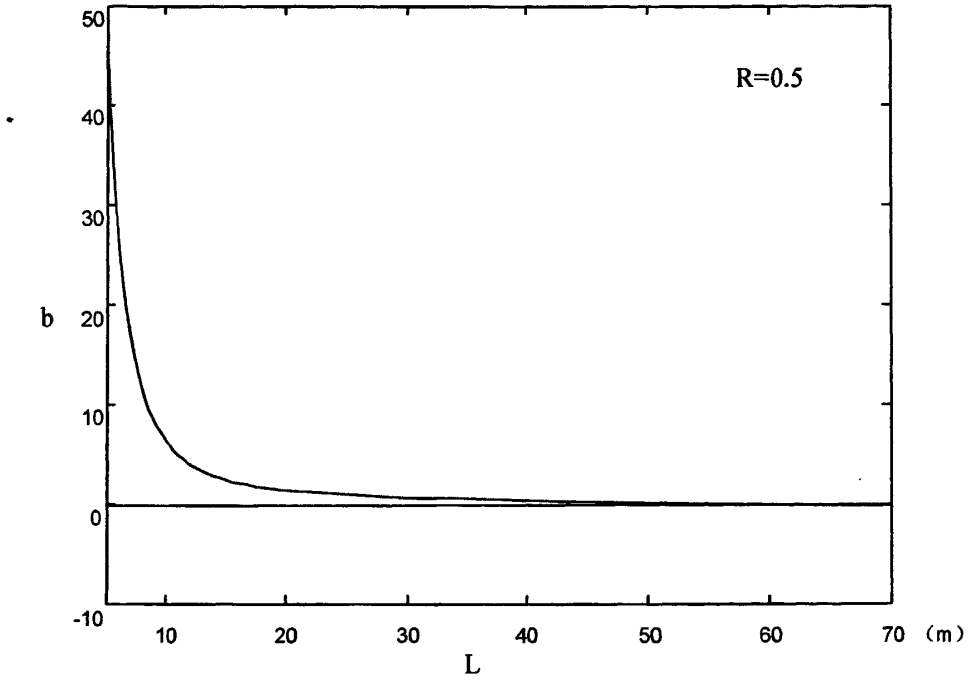


图2-11 $q_0=30MPa, R=0.5$, 时对称开采矿房宽度

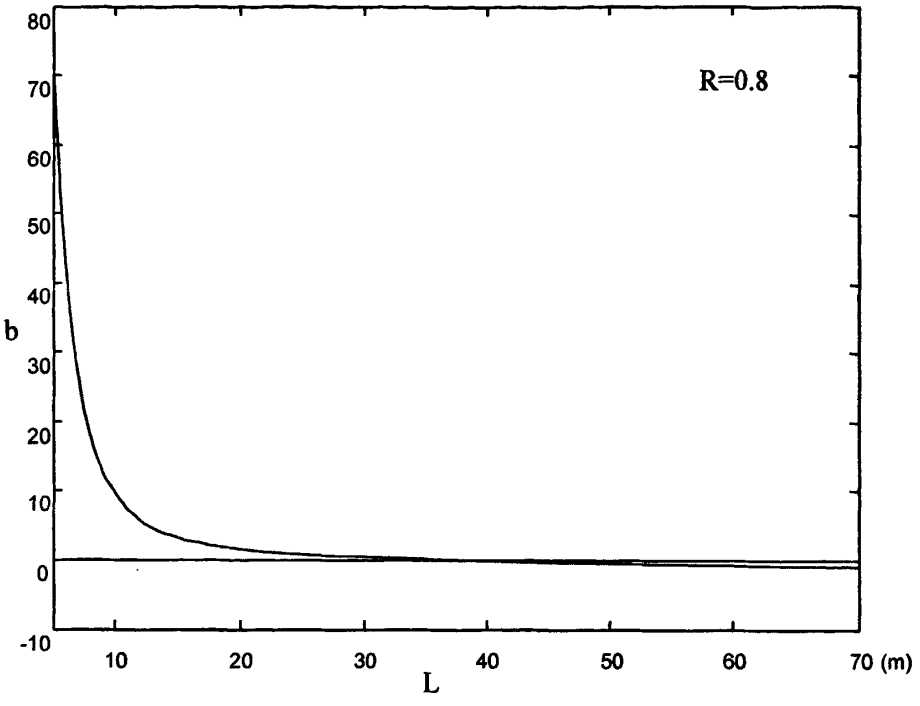


图2-12　$q_0 = 30MPa, R = 0.8$时对称开采矿房宽度

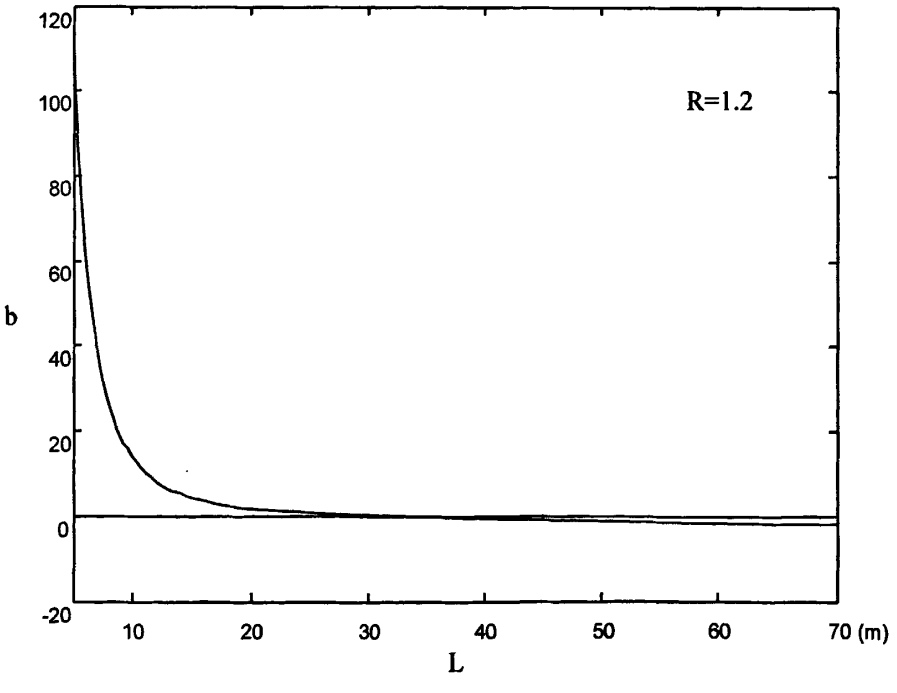


图2-13　$q_0 = 30MPa, R = 1.2$时对称开采矿房宽度

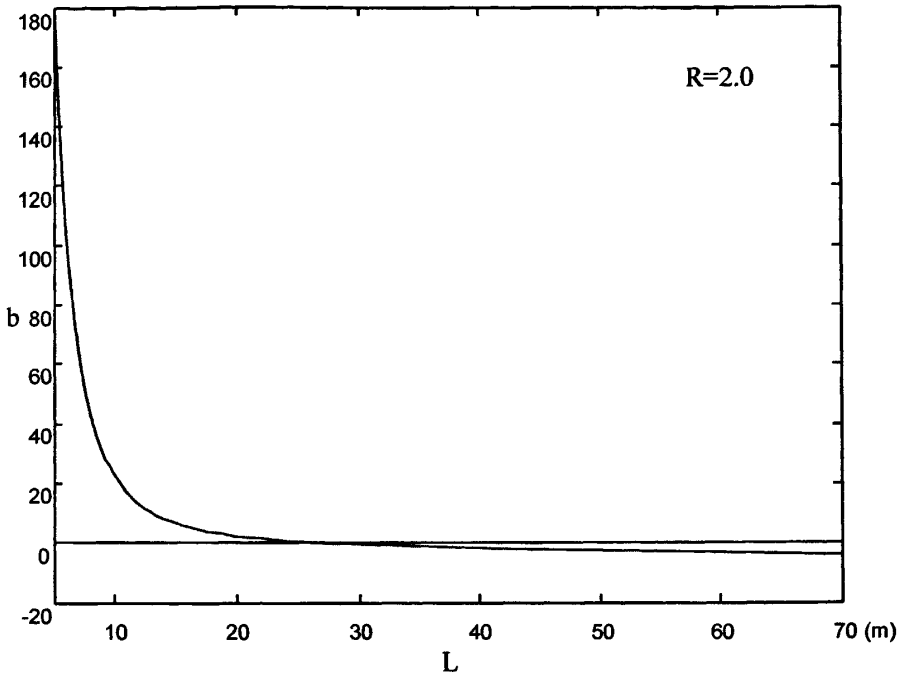


图2-14 $q_0=30MPa, R=2$时对称开采矿房宽度

由于影响岩爆的因素繁杂，本文在分析问题时对一些变量赋值，而分析其他变量对岩爆的影响，图中所表示的具体数值只是说明一种趋势，并不代表真实的结果，但对于具体的工程，在已知各力学参数的情况下，可利用本文岩爆发生的充分必要条件来确定合理的开采宽度以及矿柱面积与高度。从图2-7到2-10可以看出随着开采深度的增加，外载荷增大，矿房临界宽度逐渐减小。图2-11到2－14是静荷载为30MPa时矿柱的高度与面积的比值和矿房开采宽度的关系，从图可以看出随着矿柱的高度与面积的比值的增大矿房的临界宽度逐渐减小，也即矿柱越细长，对应的开采宽度越小，越容易发生岩爆，反之，对应的矿房临界宽度会增大，越不易发生岩爆。由于篇幅的限制，没有绘出静荷载取其它值时的情况，但由矿柱发生岩爆的充要力学条件（2-28）可以看出，随着载荷的逐渐增大，矿柱的高与面积的比值增大，对应的开采宽度也越小，同时也说明越容易发生岩爆。

2.5 对称开采矿柱岩爆过程中的能量释放

当 $a<0$时，方程（2-24）有三个实根，通过计算可得：

$$z_1=z_2=-(-\frac{p}{3})^{\frac{1}{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-k_f)^{\frac{1}{2}} \tag{2-29}$$

$$z_3 = 2(-\frac{p}{3})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}(1-k_f)^{\frac{1}{2}} \tag{2-30}$$

跨越分叉集时状态变量发生突跳，其突跳量为：

$$\Delta z = z_3 - z_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}(1-k_f)^{\frac{1}{2}} \tag{2-31}$$

矿柱的突然压缩量为：

$$\Delta u = u_1 \Delta z = 3\sqrt{2}u_0(1-k_f)^{\frac{1}{2}} \tag{2-32}$$

当岩梁-矿柱力学系统处于下叶时，系统处于稳定的平衡状态，随着条件的进一步变化（比如开采宽度），当系统的平衡点到达折痕上时，则系统达到临界平衡状态，在微小扰动下由折痕移动到中叶上，而中叶是非稳定状态，是无法存在的，必然跳到对应的稳定平衡的上叶，这就产生了岩梁-矿柱系统的失稳。通过计算F, H, 两点的势能差，可估计岩爆发生过程中的能量释放量。

将系统的总势能（2-19）式在尖点处按照Taylor级数展开，截取到第四项可得：

$$\begin{aligned}\Pi = {} & \frac{12EIu_1^2}{L^3} - q_0 L u_1 - \frac{q_0^2 L^5}{720EI} - u_0\lambda[e^{-u_1/u_0}(u_1+u_0)-u_0] + \\ & [\frac{24EI}{L^3}u_1 - q_0 L + u_1\lambda e^{-u_1/u_0}](u-u_1) + \frac{1}{2}[\lambda(1-\frac{u_1}{u_0})e^{-u_1/u_0} + \frac{24EI}{L^3}](u-u_1)^2 \\ & + [\frac{\lambda}{6u_0}(\frac{u_1}{u_0}-2)e^{-u_1/u_0}](u-u_1)^3 + [\frac{\lambda}{24u_0^2}(3-\frac{u_1}{u_0})e^{-u_1/u_0}](u-u_1)^4\end{aligned} \tag{2-33}$$

令 $z = \frac{u-u_1}{u_1}$，在尖点处有：

$$\Pi = \frac{2}{3}\lambda e^{-2}u_0^2(x^4 + 2px^2 + 4qx + 3k_f - 6\varepsilon - \frac{q_0 L^4}{240EIu_0}\varepsilon + \frac{3}{2}e^2 - \frac{q_0}{2}) \tag{2-34}$$

$$\Delta\Pi = \Pi(z_3) - \Pi(z_1) = \frac{1}{2}\lambda e^{-2}u_0^2(1-k_f)^2 \tag{2-35}$$

2.6 算 例

应用对称开采条件下矿柱岩爆尖点突变模型对某两个工程实际进行验证，引用文献[20]中的实测数据，对其进行失稳分析，工程实测参数见表2-1

表2-1　材料参数

工程编号	E (GPa)	顶板宽 a/m	顶板高 b/m	E_0 (GPa)	H (m)	A (m)	上覆岩层密度 $\rho(Kg/m^3)$	开采深度 h/m	L
1	25.2	20	10	36.8	100	10×10	3000	550	15
2	7.8	14	3	62.0	50	6×6	2500	290	11

首先应用岩爆发生的充分必要条件（2-28）式对分别对1，2号工程进行判断，即$(1+k_f-\varepsilon)<0$是否成立，对于1号工程有：

$$(1+k_f-\varepsilon)=1+\frac{24EI}{L^3\lambda e^{-2}}-\frac{q_0L}{2\lambda e^{-2}u_0}$$

$$=\frac{2\lambda L^3e^{-2}u_0+48EIu_0-q_0L^4}{2\lambda L^3e^{-2}u_0}$$

由于$2\lambda L^3e^{-2}u_0>0$

故只需判断$2\lambda L^3e^{-2}u_0+48EIu_0-q_0L^4<0$是否小于零

$$2\lambda L^3e^{-2}u_0+48EIu_0-q_0L^4$$
$$=2(\frac{36.8\times10\times10\times10^9}{100\times7.3892})\times15^3\times3\times10^{-2}+48\times25.2\times10^9\times\frac{20\times10^3}{12}\times3\times10^{-2}$$
$$-20\times30\times550\times3000\times15^4$$
$$=11.388\times10^{12}>0$$

故一号工程不发生岩爆

同理，对二号工程进行计算：

$$2\lambda L^3e^{-2}u_0+48EIu_0-q_0L^4$$
$$=2(\frac{62.0\times36\times10^9}{50\times7.3892})\times11^3\times3\times10^{-2}+48\times7.8\times10^9\times\frac{14\times3^3}{12}\times3\times10^{-2}$$
$$-14\times22\times290\times2500\times11^4$$
$$=-2.434\times10^{12}<0$$

故二号工程发生岩爆

可根据（2-32）式计算二号工程发生岩爆时矿柱的突然压缩量：

$$\Delta u=u_1\Delta z=3\sqrt{2}u_0(1-k_f)^{\frac{1}{2}}$$
$$=0.112m$$

通过计算发生岩爆前后系统的势能差可得到岩爆发生过程中的能量释放量，由（2-35）式：

$$\Delta\Pi=\Pi(z_3)-\Pi(z_1)=\frac{1}{2}\lambda e^{-2}u_0^2(1-k_f)^2$$

$$=5.66\times10^5(J)$$

将计算结果见表2-2

表2-2　计算结果

工程编号	是否发生岩爆	$\Delta u/m$	$\Delta\prod/J$
2	是	0.112	5.66×10^5

2.7 本章小结

本章从能量原理出发，结合材料力学理论，在准确计算出了岩梁的挠曲线方程的基础上，应用突变理论中的尖点突变探讨了对称开采条件下矿柱岩爆问题，得到了以下主要结论：

（1）计算得到了岩梁挠曲线方程，进而得到矿柱-岩梁系统的势能，应用尖点突变理论建立了矿柱岩爆的模型，得到了矿柱发生岩爆的充分必要条件。

（2）通过Matlab绘图分析可知，在仅考虑上覆岩层的重力载荷作用时，随着开采深度的增加，矿房开采临界宽度减小，即越在深部越容易发生岩爆。

（3）在同一开采深度，即相同的载荷作用下，随着矿柱的高度与面积的比值的增大矿房的临界宽度逐渐减小，可得出矿柱越细长，对应的临界开采宽度越小，越容易发生岩爆，反之，对应的矿房临界宽度会增大，越不易发生岩爆。

（4）应用模型对两个工程实例进行分析计算，判断是否会发生岩爆，对发生岩爆的计算了矿柱的突然压缩量及岩爆释放的能量。

第三章 非对称开采方式下矿柱岩爆的尖点突变机理研究

3.1 非对称开采下矿柱岩爆的尖点突变模型

在2.3节中对对称开采条件下矿柱岩爆进行了分析，有时候由于受到各种地质条件的限制，对称开采难以实现，不得不采用非对称开采，在这一小节中将依然采用突变理论方法对非对称开采下的矿柱岩爆进行相关分析。

3.1.1 力学模型

采场布置如图3-1所示，在矿层上方赋存坚硬岩层，假设矿柱由渐近进破裂突发岩爆时，顶板岩层并不破坏而仅参与释放能量[50]。设底板不变形，工作面较长，即可将顶板视为岩梁，岩梁自重及上覆岩层的作用简化为集度为q_0的均布荷载，通过顶梁传递给矿柱，由于矿柱相对狭窄，其纵向变形远大于顶底板的压缩量，可以认为：在q_0作用下，岩梁-矿柱系统的纵向变形仅仅由矿柱变形所决定[51]。单位长度矿柱的作用可视为在$x=L_1$处的集中力F；在矿柱对中央位置有较小偏离情况下，可假定矿柱上方岩梁挠曲线转角为0，为简化分析，设未采矿层不可压缩，梁固嵌其中，如图3-1所示。在矿柱形变破裂过程中岩梁保持弹性，其抗弯刚度为EI。

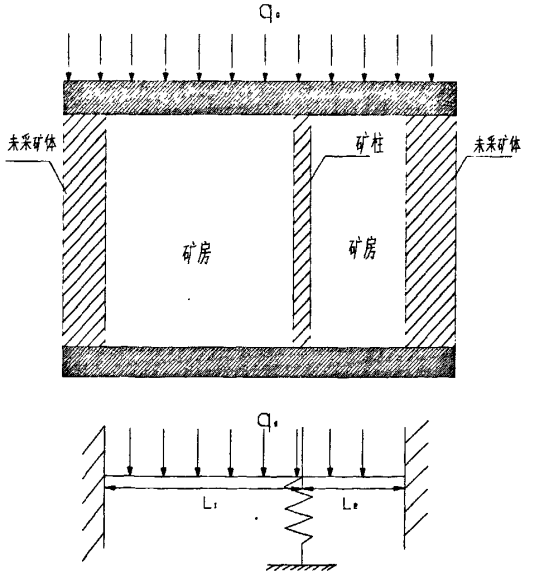


图3-1　非对称开采采场布置示意图

3.1.2 矿柱的应力-应变关系

为简化分析和突出矿柱失稳的物理本质，设矿柱的本构关系具有软化性质的非线性关系[47]，对截面为 A，高为 H 的矿柱，矿柱荷载与变形的关系可以表示为：

$$F(u)=\lambda u e^{-u/u_0} \tag{3-1}$$

其中：$\lambda=\frac{E_0 A}{H}$ 为矿柱的初始刚度，u 为矿柱压缩量，u_0 为峰值荷载对应的变形值。从 $F(u)-u$ 曲线可以看出在变形 $u_1=u_0$ 处有一拐点，其斜率的绝对值为 $k=\lambda e^{-2}$。

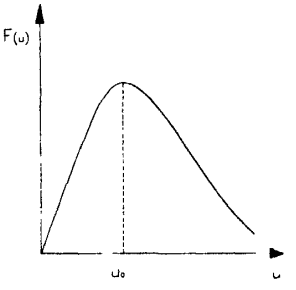


图3-2 矿柱荷载与位移的关系

3.1.3 岩梁挠曲线方程的确定

非对称开采条件下，由简化的力学模型图(3-1)，将岩梁从 l_1 处分成两部分分别进行分析，在 $x=L_1$ 处岩梁挠曲线(或横截面)转角为0条件下，岩梁在均布力 q_0 和矿柱反力 $F(u)$ 共同作用下，矿柱位移为 u 时的梁端弯矩和剪力如图（3-4）。

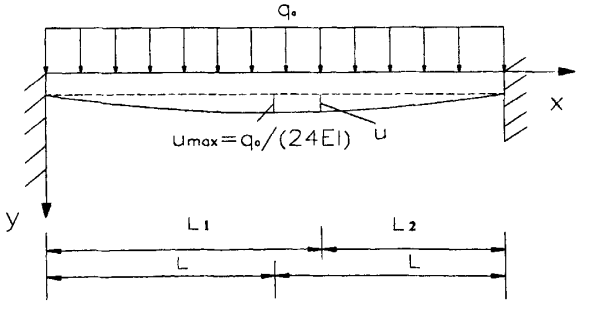


图3-3 非对称开采无矿柱支撑时岩梁的挠曲线状况

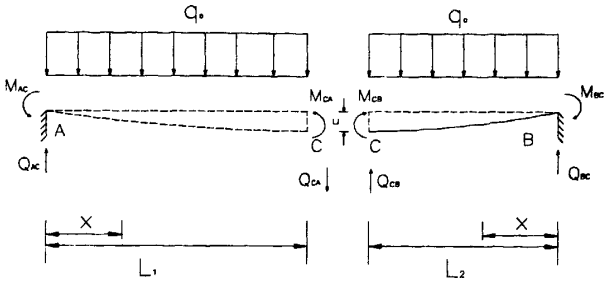


图3-4 非对称开采时梁的剪力弯矩

A 端与C 端的弯矩(规定弯矩使梁下侧受拉为正)、剪力分别为：

$$M_{AC}=-\frac{qL_1^2}{12}-\frac{6EI}{L_1^2}u \qquad M_{CA}=-\frac{qL_1^2}{12}+\frac{6EI}{L_1^2}u \tag{3-2}$$

$$Q_{AC}=\frac{qL_1}{2}+\frac{12EI}{L_1^3}u \qquad Q_{CA}=-\frac{qL_1}{2}+\frac{12EI}{L_1^3}u \tag{3-3}$$

同理图（3-4）中岩梁受均布荷载及左端有逆时针侧向位移时C端与B端的剪力与弯矩分别为：

$$M_{CB}=-\frac{qL_2^2}{12}+\frac{6EI}{L_2^2}u \qquad M_{BC}=-\frac{qL_2^2}{12}-\frac{6EI}{L_2^2}u \tag{3-4}$$

$$Q_{AC}=\frac{qL_2}{2}-\frac{12EI}{L_2^3}u \qquad Q_{CA}=-\frac{qL_2}{2}-\frac{12EI}{L_2^3}u \tag{3-5}$$

由以上得到的弯矩和剪力根据材料力学可求得相应的弯矩方程

以A点为原点，由式(3-2)、（3-3）可得AC 段的弯矩方程为：

$$M_1(x)=M_{AC}+Q_{AC}x-\frac{q_0x^2}{2}$$

$$=-\frac{q_0x^2}{2}+(\frac{q_0L_1}{2}+\frac{12EI}{L_1^3})x-(\frac{q_0L_1^2}{12}+\frac{6EI}{L_1^2}u) \tag{3-6}$$

以B点为原点，由式(3-4)、（3-5）可得BC 段的弯矩方程为：

$$M_2(x)=M_{BC}-Q_{BC}x-\frac{q_0x^2}{2}$$

$$=-\frac{q_0x^2}{2}+(\frac{q_0L_2}{2}+\frac{12EI}{L_2^3})x-(\frac{q_0L_2^2}{12}+\frac{6EI}{L_2^2}u) \tag{3-7}$$

根据材料力学由（3-6）式和挠曲线微分方程 $EIy'' = -M(x)$ 可求得以 A 点为原点，AC 段梁的转角及挠曲线方程分别为：

$$EIy_1' = \frac{q_0 x^3}{6} - (\frac{q_0 L_1}{2} + \frac{12EI}{L_1^3}u)\frac{x^2}{2} + (\frac{q_0 L_1^2}{12} + \frac{6EI}{L_1^2}u)x \tag{3-8}$$

$$EIy_1 = \frac{q_0 x^4}{24} - (\frac{q_0 L_1}{2} + \frac{12EI}{L_1^3}u)\frac{x^3}{6} + (\frac{q_0 L_1^2}{12} + \frac{6EI}{L_1^2}u)\frac{x^2}{2} \tag{3-9}$$

同理以 B 点，BC 段梁的转角及挠曲线方程分别为：

$$EIy_2' = \frac{q_0 x^3}{6} - (\frac{q_0 L_2}{2} + \frac{12EI}{L_2^3}u)\frac{x^2}{2} + (\frac{q_0 L_2^2}{12} + \frac{6EI}{L_2^2}u)x \tag{3-10}$$

$$EIy_2 = \frac{q_0 x^4}{24} - (\frac{q_0 L_2}{2} + \frac{12EI}{L_2^3}u)\frac{x^3}{6} + (\frac{q_0 L_2^2}{12} + \frac{6EI}{L_2^2}u)\frac{x^2}{2} \tag{3-11}$$

由（3-8）、（3-9）、（3-10）、（3-11）式易验证满足边界条件：

在两端即 $x=0$ 处　　$y_1(0)=0$　　$y_1'(0)=0$

$$y_2(0)=0 \qquad y_2'(0)=0 \tag{3-12}$$

在 C 端即 $x=l_1$ 处　　$y_1(L_1)=u$　　$y_1'(L_1)=0$

$$y_2(L_2)=u \qquad y_2'(L_2)=0 \tag{3-13}$$

3.1.4 系统的势函数

由矿柱和顶板构成的力学系统总势能由梁的弯曲应变能、矿柱的压缩变形能及外力的功三部分组成，总势能可以写成：

$$\Pi = -W + U_e + U_s \tag{3-14}$$

式中：W 为外力对系统所做的功

$$W = \int_0^{2l} q_0 y(x)dx = \int_0^{l_1} q_0 y_1(x)dx + \int_{l_1}^{2l} q_0 y_2(x)dx = \frac{q_0}{EI}[\int_0^{l_1} \frac{q_0 x^4}{24} - (\frac{q_0 L_1}{2} + \frac{12EI}{L_1^3}u)\frac{x^3}{6}$$

$$+(\frac{q_0 L_1^2}{12} + \frac{6EI}{L_1^2}u)\frac{x^2}{2}]dx + \frac{q_0}{EI}[\int_0^{l_2} \frac{q_0 x^4}{24} - (\frac{q_0 L_2}{2} + \frac{12EI}{L_2^3}u)\frac{x^3}{6} + (\frac{q_0 L_2^2}{12} + \frac{6EI}{L_2^2}u)\frac{x^2}{2}]dx$$

$$= \frac{q_0}{720EI}(L_1^5 + L_2^5) + \frac{q_0 u}{2}(L_1 + L_2) \tag{3-15}$$

U_e 为梁的弯曲应变能：

$$U_e=\frac{1}{2}EI\int_0^{2l}[y^{\cdot}(x)]^2dx=\frac{1}{2}EI\{\int_0^{l_1}[y^{\cdot}(x)]^2dx+\int_{l_1}^{2l}[y^{\cdot}(x)]^2dx\}$$
$$=\frac{1}{2}EI\{\int_0^{l_1}[y_1^{\cdot}(x)]^2dx+\int_0^{l_2}[y_2^{\cdot}(x)]^2dx\} \tag{3-16}$$

将（3-8）（3-10）式求一阶导数再代入（3-16）积分可得：

$$U_e=\frac{q_0^2}{1440EI}(L_1^5+L_2^5)+6EIu^2(\frac{1}{L_1^3}+\frac{1}{L_2^3}) \tag{3-17}$$

式中：E为梁的弹性模量；I为梁的惯性矩。

U_s为矿柱的压缩变形能。

$$U_s=\lambda\int_0^u ue^{-u/u_0}du \tag{3-18}$$

将(3-15)、(3-17)、(3-18)带入(3-14)可得到岩梁-矿柱系统的总势能：

$$\Pi=6EIu^2(\frac{1}{L_1^3}+\frac{1}{L_2^3})-\frac{q_0u}{2}(L_1+L_2)-\frac{q_0^2}{1440}(L_1^5+L_2^5)+\int_0^u\lambda ue^{-u/u_0}du \tag{3-19}$$

3.1.5 非对称开采矿柱岩爆尖点突变模型

以矿柱的压缩量u为状态变量，依据突变理论，由$\Pi'=0$可得到平衡曲面M为：

$$\Pi^{'}=12EI(\frac{1}{L_1^3}+\frac{1}{L_2^3})u-\frac{q_0}{2}(L_1+L_2)+\lambda ue^{-u/u_0} \tag{3-20}$$

显然，上式就是力的平衡条件，即岩梁-矿柱系统稳定性分析的平衡曲面方程。根据平衡曲面的光滑性质，可求得尖点。在尖点处有$\Pi^{''}=0$，即：

$$\Pi^{''}=\frac{\lambda}{u_0}(\frac{u}{u_0}-2)e^{-u/u_0} \tag{3-21}$$

由（3-21）式可以求得，尖点处有$U=u_1=2u_0$，即和矿柱应力应变曲线拐点处位移值相同。

为了求得标准形式的平衡曲面方程，将（3-20）式在尖点处以状态变量u_1作Taylor级数展开。截取至3次项

$$12EI(\frac{1}{L_1^3}+\frac{1}{L_2^3})u_1-\frac{q_0}{2}(L_1+L_2)+\lambda u_1e^{-u_1/u_0}+[\lambda(1-\frac{u_1}{u_0})e^{-u_1/u_0}$$
$$+12EI(\frac{1}{L_1^3}+\frac{1}{L_2^3})](u-u_1)+[\frac{\lambda}{u_0}e^{-u_1/u_0}(\frac{u_1}{u_0}-2)](u-u_1)^2 \tag{3-22}$$
$$+[\frac{\lambda}{6u_0^2}e^{-u_1/u_0}(3-\frac{u_1}{u_0})](u-u_1)^3=0$$

将尖点处位移$u_1=2u_0$代入（3-22）式，

并引入无量纲常量：

$$z=\frac{u-u_1}{u} \tag{3-23}$$

可将（3-22）式化为标准形式：

$$z^3+az+b=0 \tag{3-24}$$

$$a=\frac{3}{2}(k_f-1) \tag{3-25}$$

$$b=\frac{3}{2}(1+k_f-\varepsilon) \tag{3-26}$$

其中：$k_f=\frac{12EI}{\lambda e^{-2}}(\frac{1}{L_1^3}+\frac{1}{L_2^3})$ (3-27)

$$\varepsilon=\frac{q_0(L_1+L_2)}{4\lambda e^{-2}u_0} \tag{3-28}$$

3.2 非对称开采矿柱岩爆尖点突变分析

由尖点突变理论可知，当控制变量a，b满足分叉集方程时，系统才会发生失稳，分叉集方程是系统发生失稳的充要条件，由图可知在分叉集右侧（$b>0$），z不产生突跳，在分叉集左侧（$b<0$），z产生突跳，这时对应的是不稳定状态。该力学系统发生上失稳的充要条件为：

$$\begin{aligned}&2(k_f-1)^3+9(1+k_f-\varepsilon)^2=0\\&(1+k_f-\varepsilon)<0\end{aligned} \tag{3-29}$$

为了直观地反映出非对称开采条件下荷载和开采宽度与岩爆之间的关系，同时也为了和对称开采条件下的情况进行对比，同样假设：$E_0=50GPa$，$E=20GPa$，顶板高$h=5m$，顶板宽$l=15m$，矿柱的面积：$A=40m^2$，矿柱高$H=50m$，$u_0=3\times10^{-2}m$，由于非对称开采，本文提出不均匀开采系数的概念，即非对称开采中同一矿柱两侧对应的开采长度的比值，用α来表示，令$\alpha=L_1/L_2$且$\alpha<1$（本文分析中取α=0.5，0.8）。下面分析讨论在不同荷载，不同不均匀开采系数条件下开采的宽度与岩爆的关系。

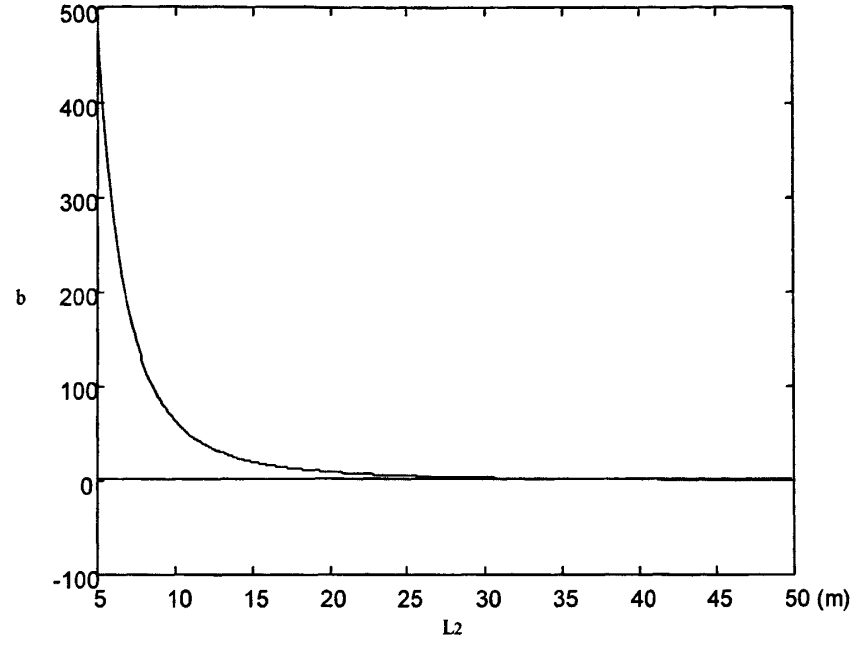


图 3-5　$q_0 = 20MPa, \alpha = 0.5$ 时非对称开采宽度

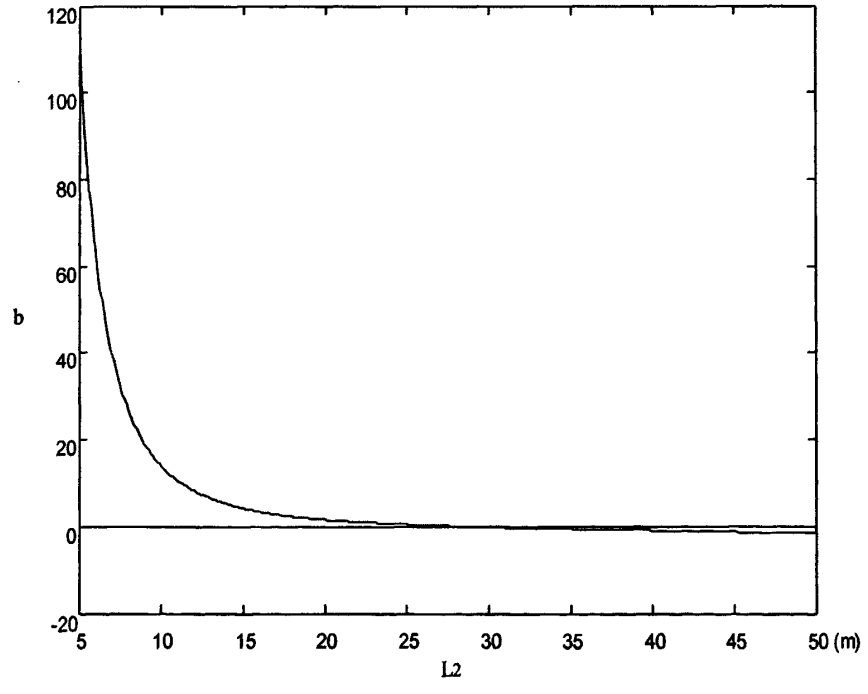


图3-6　$q_0 = 20MPa, \alpha = 0.8$ 时非对称开采宽度

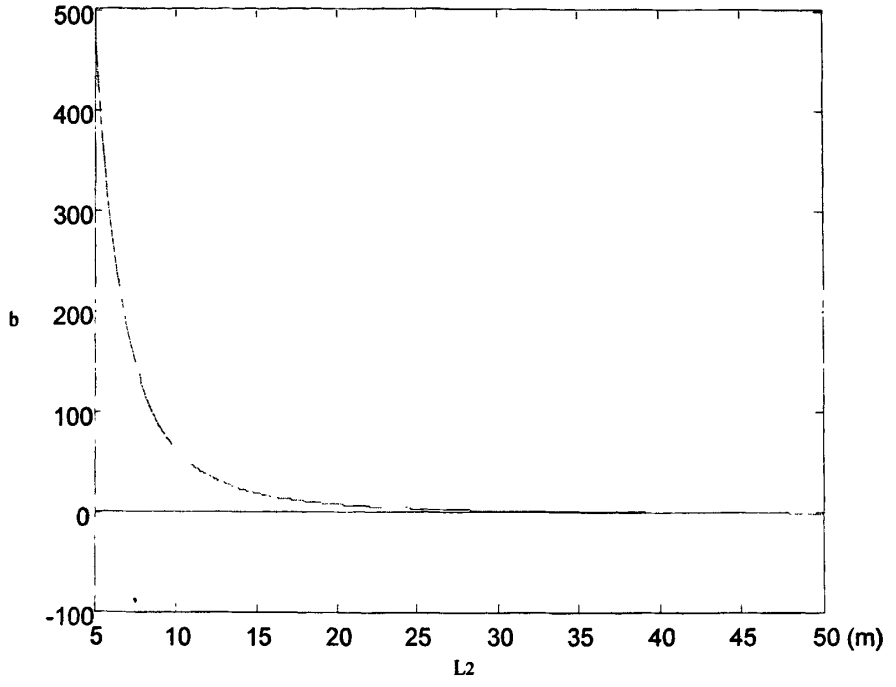


图 3-7　$q_0 = 30MPa, \alpha = 0.5$ 时非对称开采宽度

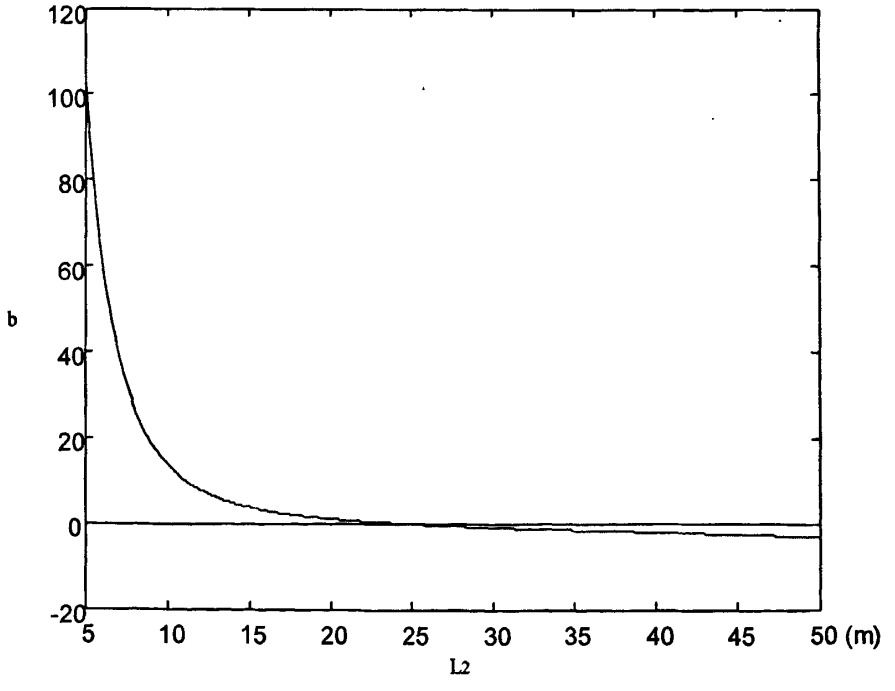


图 3-8　$q_0 = 30MPa, \alpha = 0.8$ 时非对称开采宽度

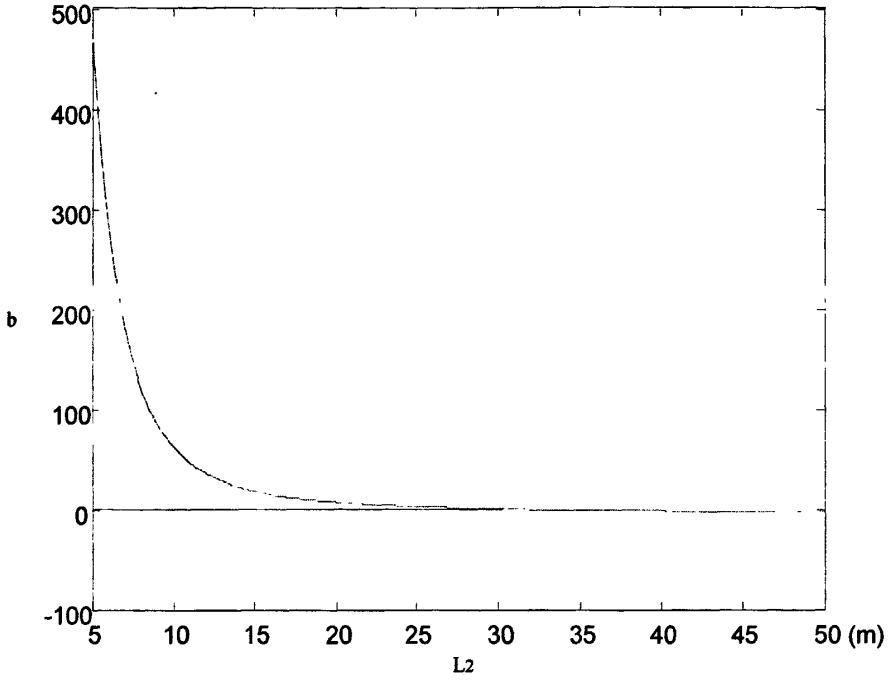


图 3-9　$q_0 = 40MPa, \alpha = 0.5$ 时非对称开采宽度

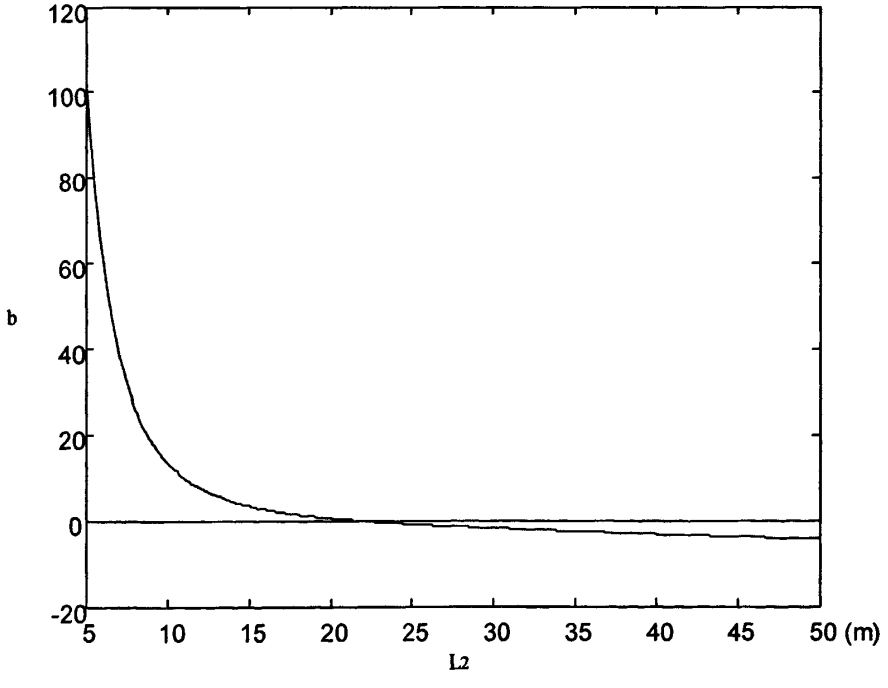


图 3-10　$q_0 = 40MPa, \alpha = 0.8$ 时非对称开采宽度

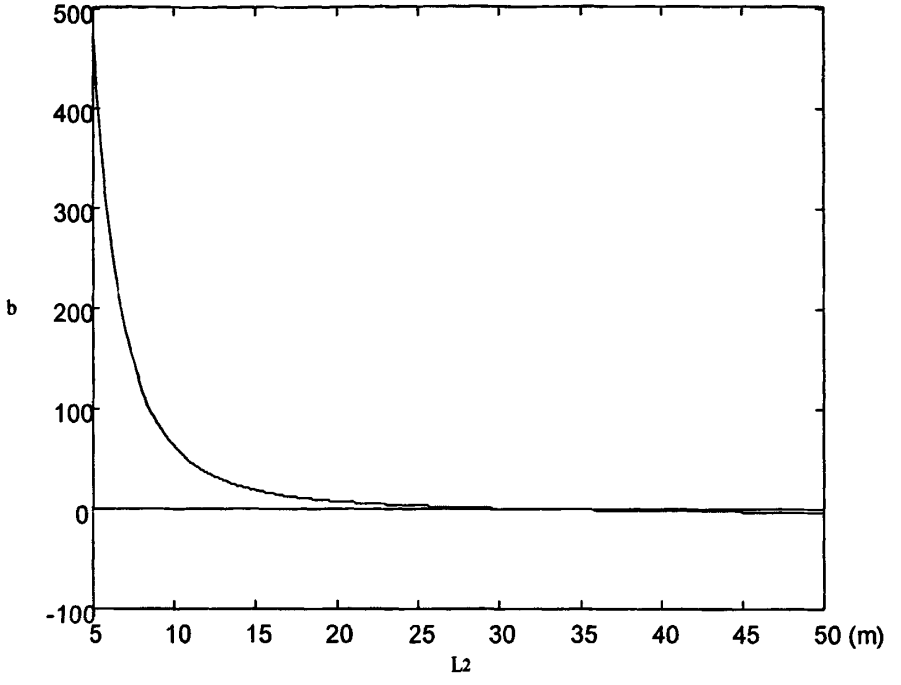


图 3-11　$q_0 = 50MPa, \alpha = 0.5$ 时非对称开采宽度

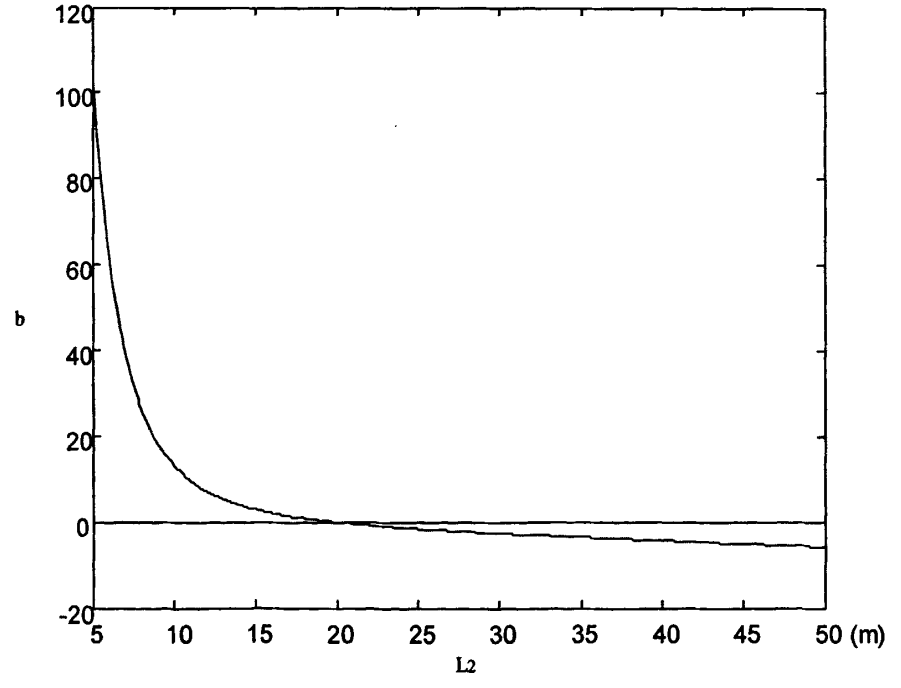


图 3-12　$q_0 = 50MPa, \alpha = 0.8$ 时非对称开采宽度

从以上图 3-5 到图 3-12 可以看出在相同静荷载（即同一开采深度）作用，

非对称开采条件下不均匀开采系数越大，越容易发生岩爆，由于$\alpha<1$，不均匀系数越大，说明L_1越接近于L_2，极限情况即对称开采，即可得出对称开采是最容易发生岩爆；相同不均匀开采系数条件下，随着静荷载增大，矿房临界宽度减小，也即随着开采深度的增大，越容易发生岩爆。

3.3 非对称开采矿柱岩爆过程中的能量释放

通过计算F，H两点间的势能（见图2-1），可估计失稳过程中的能量释放量。当$a<0$时，在满足分叉集方程（2-5）的基础上，通过计算可得：

$$z_1=z_2=-(-\frac{p}{3})^{\frac{1}{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-k_f)^{\frac{1}{2}} \tag{3-30}$$

$$z_3=2(-\frac{p}{3})^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}(1-k_f)^{\frac{1}{2}} \tag{3-31}$$

跨越分叉集时状态变量发生突跳，其突跳量为：

$$\Delta z=z_3-z_1=\frac{3\sqrt{2}}{2}(1-k_f)^{\frac{1}{2}} \tag{3-32}$$

矿柱的突然压缩量为：

$$\Delta u=u_1\Delta z=3\sqrt{2}u_0(1-k_f)^{\frac{1}{2}} \tag{3-33}$$

当非对称开采梁-矿柱力学系统处于下叶时，系统处于稳定的平衡状态，随着条件的进一步变化（比如开采宽度L_1、L_2的变化），当系统的平衡点到达折痕上时，则系统达到临界平衡状态，在微小扰动下由折痕移到中叶上，而中叶是非稳定状态，是无法存在的，必然跳到对应的稳定平衡的上叶，这就产生了力学系统的失稳。通过计算F、H两点的势能差，可估计岩爆发生过程中的能量释放量。

将系统总势能（3-19）式在尖点处按照Taylor级数展开，截取到第四项可得：

$$\begin{aligned}\Pi=&6EIu_1^2(\frac{1}{L_1^3}+\frac{1}{L_2^3})-\frac{q_0u_1}{2}(L_1+L_2)-\frac{q_0^2}{1440}(L_1^5+L_2^5)-u_0\lambda[e^{-u_1/u_0}(u_1+u_0)-u_0]\\&+[12EI(\frac{1}{L_1^3+L_2^3})u_1-\frac{q_0}{2}(L_1+L_2)+u_1\lambda e^{-u_1/u_0}](u-u_1)+\frac{1}{2}[\lambda(1-\frac{u_1}{u_0})e^{-u_1/u_0}\\&+12EI(\frac{1}{L_1^3}+\frac{1}{L_2^3})](u-u_1)^2+[\frac{\lambda}{6u_0}(\frac{u_1}{u_0}-2)e^{-u_1/u_0}](u-u_1)^3+[\frac{\lambda}{24u_0^2}(3-\frac{u_1}{u_0})e^{-u_1/u_0}](u-u_1)^4\end{aligned} \tag{3-34}$$

令 $z=\frac{u-u_1}{u_1}$，在尖点处有：

$$\Delta\Pi=\Pi(z_3)-\Pi(z_1)=\frac{1}{2}\lambda e^{-2}u_0^2(1-k_f)^2 \tag{3-35}$$

3.4 算 例

数据和表2-1中的数据相同。

表3-3　材料参数

工程编号	E (GPa)	顶板宽 a/m	顶板高 b/m	E_0 (GPa)	H (m)	A (m)	上覆岩层密度 $\rho(Kg/m^3)$	开采深度 h/m	L_1	L_2
1	25.2	20	10	36.8	100	10×10	3000	550	12	18
2	7.8	14	3	62.0	50	6×6	2500	290	10	12

首先应用岩爆发生的充分必要条件（3-29）式对分别对1，2，号工程进行判断，即$(1+k_f-\varepsilon)<0$是否成立，对于一号工程有：

$$(1+k_f-\varepsilon)=1+\frac{12EI}{\lambda e^{-2}}(\frac{1}{L_1^3}+\frac{1}{L_2^3})-\frac{q_0(L_1+L_2)}{4\lambda e^{-2}u_0}$$

$$=\frac{4\lambda e^{-2}u_0L_1^3L_2^3+48EIu_0(L_1^3+L_2^3)-q_0(L_1+L_2)L_1^3L_2^3}{4\lambda e^{-2}u_0L_1^3L_2^3}$$

由于$4\lambda e^{-2}u_0L_1^3L_2^3>0$

故只需判断$4\lambda e^{-2}u_0L_1^3L_2^3+48EIu_0(L_1^3+L_2^3)-q_0(L_1+L_2)L_1^3L_2^3<0$是否成立

$$4\lambda e^{-2}u_0L_1^3L_2^3+48EIu_0(L_1^3+L_2^3)-q_0(L_1+L_2)L_1^3L_2^3$$

$$=4(\frac{36.8\times10\times10\times10^9}{100\times7.3892})\times3\times10^{-2}\times12^3\times18^3+48\times25.2\times10^9\times\frac{20\times10^3}{12}\times3\times10^{-2}\times$$

$$\left(12^3+18^3\right)-20\times30\times550\times3000\times(12+18)\times12^3\times18^3$$

$$=1.639\times10^{17}>0$$

故一号工程不发生岩爆

同理，对二号工程进行计算：

$$4\lambda e^{-2}u_0L_1^3L_2^3+48EIu_0(L_1^3+L_2^3)-q_0(L_1+L_2)L_1^3L_2^3$$

$$=4(\frac{62\times36\times10^9}{50\times7.3892})\times3\times10^{-2}\times10^3\times12^3+48\times7.8\times10^9\times\frac{14\times3^3}{12}\times3\times10^{-2}\times$$

$$\left(10^3+12^3\right)-14\times22\times290\times2500\times(10+12)\times10^3\times12^3$$

$$=-9.358\times10^{15}<0$$

故二号工程发生岩爆

可根据（3-33）式计算二号工程发生岩爆时矿柱的突然压缩量：

$$\Delta u = u_1 \Delta z = 3\sqrt{2}u_0(1-k_f)^{\frac{1}{2}}$$

$$= 0.104m$$

通过计算发生岩爆前后系统的势能差可得到岩爆发生过程中的能量释放量，由（3-35）式：

$$\Delta \Pi = \Pi(z_3) - \Pi(z_1) = \frac{1}{2}\lambda e^{-2} u_0^2 (1-k_f)^2$$

$$= 4.2\times 10^5 (J)$$

计算结果见表3-4

表3-4　二号工程对称开采和非对称开采计算结果

工程编号	是否发生岩爆	$\Delta u/m$		$\Delta \prod / J$	
		对称	非对称	对称	非对称
2	是	0.112	0.104	5.66×10^5	4.2×10^5

从以上计算结果也能看出同等条件下对称开采时矿柱的压缩量大于非对称开采，岩爆发生时所释放的能量也大于非对称开采时岩爆所释放的能量。因此，在开采宽度一定的情况下应尽可能的采用非对称开采。

3.5 本章小结

本章从能量原理出发，结合材料力学理论，在准确计算出了梁的挠曲线方程的基础上，应用非线性理论突变理论中的尖点突变探讨了非对称开采矿柱岩爆问题，得到了以下主要结论：

（1）在准确计算了矿柱-岩梁系统的势能的基础上，应用尖点突变理论建立了非对称开采矿柱岩爆的突变模型，得到了矿柱发生岩爆的充分必要条件。

（2）通过matlab绘图分析可知，在相同静荷载（即同一开采深度）作用时，非对称开采条件下不均匀开采系数越大，越容易发生岩爆，由于$\alpha<1$，不均匀系数越大，说明L_1越接近于L_2，极限情况即对称开采，即可得出对称开采时最容易发生岩爆

（3）相同不均匀开采系数条件下，随着静荷载增大，矿房临界宽度减小，也即随着开采深度的增大，越容易发生岩爆。

（4）通过计算系统势能差，计算出了非对称开采时岩爆所释放的能量值，及矿柱的突跳量，对比非对称开采时释放的能量及矿柱突跳量发现均比对称开采时的小，因此建议，在条件允许的情况下可采用非对称开采方式进行矿床开采。

第四章 扰动作用下矿柱岩爆的突变分析

4.1 引言

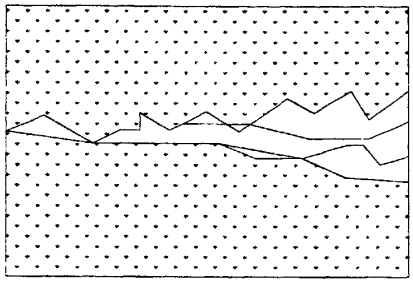
现代非线性科学认为，处在临界状态的系统，原来的稳定状态可能失去稳定，但系统并不会自动的离开原来的稳定状态，而跃向一种新的稳定状态，必须需要一种驱动力的作用。在非线性科学中这种驱动力被称为涨落（fluctuation），涨落通常是由于外界环境的随机变化所引起的，一般把这种有外界因素引起的涨落称为扰动，在临界点处，扰动的诱发作用主要是通过扰动的放大效应来实现的，在临界点附近由于系统处于高度的不稳定状态，任何微小的扰动都会被放大，此时，微扰在临界点附近会变成巨扰，正是这种巨扰驱动事物向新的方向发展。

对于岩爆这种高度的非线性问题，“高储能体的存在，且其应力接近岩体强度是岩爆产生的内因；某些附加荷载的触发是其产生的外因”[52-53]应该是迄今为止对岩爆机理给出的最为清晰的概括。初始地应力及开挖引起的应力分异是岩爆发生的背景与基础，但不是全部，应该存在地静应力之外的其它诱发机制。钻爆法开挖过程中，各炮层的顺序起爆、周边眼起爆后开挖轮廓面的瞬时大幅卸载及岩爆事件本身所产生的各类高幅值、陡波前应力波以及它们的叠加效应对于围岩的扰动作用应该是显著的。随着钻爆（新奥）法的不断发展，特别是回次进尺及爆破装药量的不断加大，动力干扰对岩爆的贡献越来越引起人们的关注[59-65]。在第二、三章不同开采方式情况下矿柱岩爆机理研究的基础上，本章着重考虑外界扰动作用对矿柱岩爆的影响。应用尖点突变对其进行分析。

4.2 扰动响应的提出

当把一个岩块轻轻地放在一个粗糙面上时，实际接触的表面积几乎是零，全部的接触力是由3个或更多一些的点来承受，在增加法向荷载的情况下，由于弹性变形、压碎作用与张裂作用而使点接触的面积扩大，产生新的接触面，典型不连续面的$\sigma-\Delta V$关系如图4-1所示[68]，大量试验结果表明，岩石的力学性质是随变形增加而变化的，在开始加载时，岩石试件原有的开口裂纹逐渐闭合，随着荷载的增加，进入线弹性变形阶段，在原有开口裂纹闭合的同时，又开始产生新的裂纹。当变形超过弹性极限时，微裂纹不断产生和传播，及至峰值强度附近，由于裂纹的迅速扩展，彼此之间形成搭接和连通，最终形成宏观裂缝。从开始加载直至

峰值强度前，岩石抵抗变形的能力不同。岩石全程应力应变曲线如图 4-2 所示。OA 段是裂纹压密阶段，由于裂纹的逐渐压密，抵抗变形能力呈增加趋势； AB 段呈线弹性，原有裂纹被压密的同时又不断产生新的裂纹，二者基本相当。超过弹性极限 B 后，由于裂纹迅速传播和扩展，其抵抗变形能力随变形的增加而递减。超过峰值强度后，裂纹大量生成，并最后贯通形成宏观破坏。CD 段发生变形集中而使抵抗变形的能力降低，因此该段为应变软化段。而具有应变软化性质的介质是非稳定的。当其处于平衡状态时，一旦遇有外界微小扰动并在已积累大量弹性应变能的条件下可能失稳(岩爆)，从而在瞬间释放大量的能量。



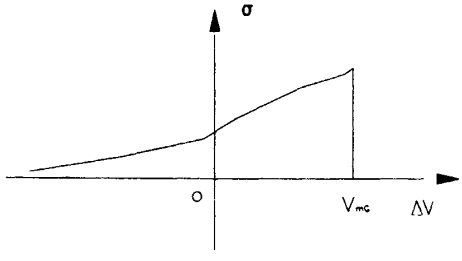


图4-1　不连续面关系

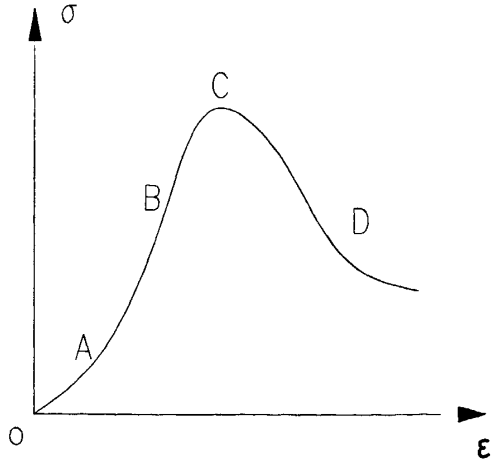


图4-2　岩石全应力应变曲线

所谓扰动因素是指在描述系统方程时与其基本力相比甚小，这些力通常是不

会确切知道的，它们可以瞬间作用，因而会引起物体系统状态的微小变化。在矿柱岩爆问题中，扰动因素可能是爆破、地震、各种微振动等。这些扰动性因素在实际工程中是不可避免的。

4.3 扰动作用下矿柱岩爆的尖点突变分析

4.3.1 力学模型

由于矿柱在上覆岩石的重力作用下可产生纵向变形，故而矿柱顶端可简化为只有轴向变形而无其他方向变形的定向支座。由于底板的刚度远大于矿柱的刚度，可以认为矿柱底部没有角位移和线位移，可以将其简化为固定约束。深部矿柱在周边矿体开挖后，承受顶板及上覆岩石的重力作用，设初始静载为 P，假设在某时刻 t_0 矿柱周边发生爆破作用或受到其他人工扰动影响，在矿柱顶部形成一扰动载荷 $f(t)$，则矿柱的受力状态如图所示：

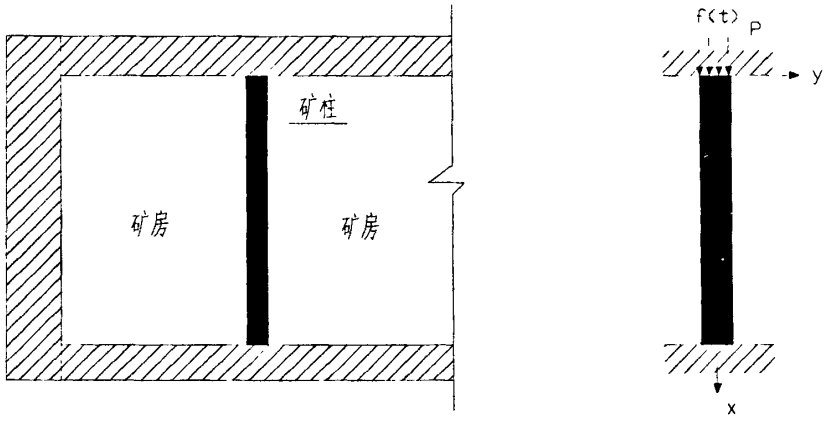


图4-3 深部矿柱地质和力学模型图

在第二、三章的分析中，仅考虑了不同开采方式下的矿柱岩爆问题，没有考虑扰动对矿柱稳定性的影响，没有对它的动力学过程进行分析，下面建立矿柱在扰动作用下的非线性动力学模型。

对于单个矿柱，其力学模型可以简化成图（4-3），根据非线性科学，其非平衡合力可以根据式（2-19）得出

$$F=-\frac{\partial U}{\partial u}=-c(x^3+px+q) \tag{4-1}$$

其中：c 为常数。

对于只在顶板及上覆岩层作用下的矿柱而言，根据牛顿第二定律有 $F=m\ddot{x}$，但事实上对所研究的矿柱系统，还应当把矿柱演化过程中的天然或人为的阻尼因素考虑进去(根据物理学牛顿的粘性定律，阻尼因素可取为 $\mu\dot{x}$)，还应考虑扰动

因素，如爆破、地震、各种振动信号等的变化对矿柱岩爆的影响，并且将这些扰动近似用谐波的形式来表示。即

$$f(x,t)=p_0\cos\omega t \tag{4-2}$$

于是在考虑顶板及上覆岩层作用和扰动信号的作用下 F 可表示为：

$$F=m\ddot{x}+\mu\dot{x}-(P+p_0\cos\omega t) \tag{4-3}$$

将（4-1）代入（4-3）可得：

$$m\ddot{x}+\mu\dot{x}+cx^3+cpx+cq=P+p_0\cos\omega t \tag{4-4}$$

令：$\mu/m=\beta$，$cp/m=\omega_0^2$，$\varsigma=c/m$，$p_0/m=p_{\max}$　$e=\dfrac{P}{m}$

式中：μ 为粘滞阻尼系数，ω 为周期信号的频率。ω_0 为矿柱的初始自振频率，m 为微元的质量，P 为矿柱在静平衡条件下受到的初始载荷，ς 为表征结构刚度的非线性系数，ς 值不同，结构的动力响应也有所不同[69]。

由于常数项对非线性方程（4-4）的本质及特征影响甚微[70]，为了突出矿柱岩爆的本质特征，且使分析更加简化明了。可将常数项 cq/m 省略。故而（4-4）可写成如下形式：

$$\ddot{x}+\beta\dot{x}+\varsigma x^3+\omega_0^2x=p_{\max}\cos\omega t+e \tag{4-5}$$

式(4-5) 的形式与著名的 Duffing 方程类似，仅自变量的系数有所差别。由于扰动荷载 $f_{\max}\cos\omega t$ 是按照谐波形式变化的，则方程（4-5）的解可以假设成以下形式：

$$x(t)=X\cos(\omega t+\varphi)+X_0 \tag{4-6}$$

式中：X 为扰动载荷动力响应振幅，X_0 为矿柱的初始位移，φ 为阻尼系统的激励和位移响应之间的相位差，ω 为强迫振动的圆频率。

将式(4-6) 代入方程(4-5)，并利用三角恒等式 $\cos^3\alpha=(3\cos\alpha+\cos3\alpha)/4$ 化简整理后，略去 3 次谐波项，再根据 $\cos\omega t$ 和 $\sin\omega t$ 项的系数必须为零、常数项相等的条件可以得到：

$$X_0\omega_0^2+\varsigma X_0^3+cq=e \tag{4-7}$$

$$(\omega_0^2-\omega+3\varsigma X_0+\frac{3}{4}\varsigma X^2)\cos\varphi-\beta\omega\sin\varphi=\frac{p_{\max}}{X} \tag{4-8}$$

$$(\omega_0^2-\omega+3\varsigma X_0+\frac{3}{4}\varsigma X^2)\sin\varphi-\beta\omega\cos\varphi=0 \tag{4-9}$$

其中（4-7 式）扰动载荷作用之前，内部结构与初始条件的相容关系，这种关系对非线性方程的演化本质及特征影响很小，为简单明了，只分析(4-8)(4-9)

将上式两端平方相加消去 φ 可得：

$$X^2(\omega_0^2-\omega+3\varsigma X_0+\frac{3}{4}\varsigma X^2)^2+X^2\beta^2\omega^2=p^2{}_{max} \qquad (4\text{-}10)$$

相位角：$\varphi=\arctan(\dfrac{\beta\omega}{\omega-\omega_0^2-3\varsigma X_0^2-\dfrac{3}{4}\varsigma X^2})$

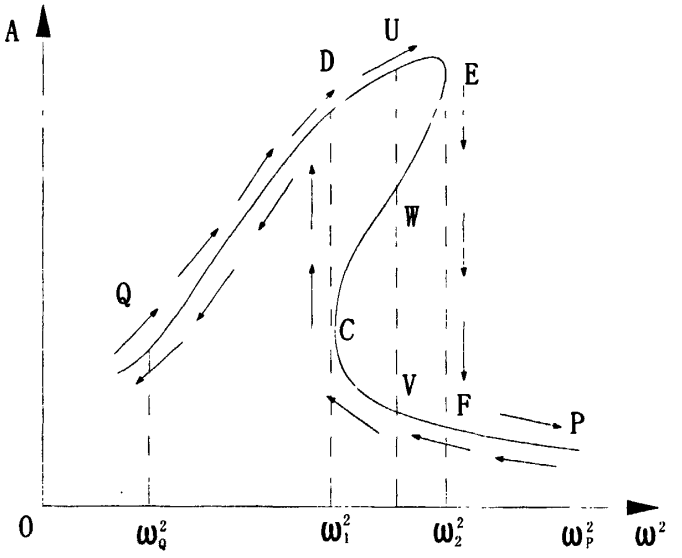


图4-4 动力响应的跳跃

文献[71]研究了满足（4-10）式方程的非线性系统存在着跳跃和滞后现象。共振峰发生了畸变，最大振幅并不出现在$\omega=\omega_0$处或其附近，而是出现在偏离ω_0较远处，并出现一些奇特现象，共振峰发生倾斜、畸变、折叠。在图4-4所示的幅频特性曲线中振幅用共振线上的点表示。由图4-4可以看出：如果开始时激振频率ω较大，并从图中的开始ω_p^2缓慢减小ω，对应的振幅将沿此共振线由P向左移动，并会缓慢增大，当ω继续减小经过ω_2^1时，振幅缓慢增至C点，之后任何微小的增加都会使振幅由C突然跳跃增加至D点，然后沿着DQ缓慢变小。如果开始时ω很小，即为图中的ω_Q^2，振幅在共振线上支的Q点随ω缓慢增加，当ω增至ω_2^2时，振幅缓慢增加至E后便突然剧烈地减小到F，以后随ω的缓慢增加，振幅动力响应的跳跃沿FP缓慢变小。因此可看出，上述这种当外加激振力角频率ω在ω_1^2和ω_2^2处微小变化会引起振幅的剧烈变化。只有共振线的上支QE和下支PC所表示的振动才能实现。中支CE所表示的不稳定振动不能实现，上述现象就是所谓的滞后现象。由于系统非线性因素造成的共振峰倾斜畸变，系统产生了虚线部分所示的不稳定分岔，从而解释了跳跃和滞后现象的产生原因。这种现象在一些结构振动(或某些转动机械部件)中已观察到。人们发现，由于外加扰动力的频率ω或力幅f_{max}微小变化可能引起某些设备或器材振动突然变剧烈(或突然从较大的稳定响应被遏制抖动)而遭破坏，有些甚至使振动突然减弱而不能正常运转。这类跳跃、抖

动现象在矿柱受扰动问题的分析中是否会出现，必须用突变非线性理论分析才能推断。

4.3.2 矿柱非线性扰动系统的双尖点突变模型

对式(4-10)作微分同胚变换，消去式(4-10)中的X^2项，得到：

$$(B+M)^3+p(B+M)+q=0 \tag{4-11}$$

其中：

$$B=X^2$$

$$M=\frac{8f}{9\varsigma}$$

$$f=\omega_0^2-\omega^2+3\varsigma X_0^2$$

$$p=16(3\beta^2\omega^2-f^2)/27\varsigma^2 \tag{4-12}$$

$$q=-16[8f(f^2+9\beta^2\omega^2)+81\varsigma p_{max}^2]/729\varsigma^2 \tag{4-13}$$

式(4-11)即为标准的尖点突变平衡曲面方程，其中$B+M$称为状态量，p、q称为控制变量，由于状态变量本身可看作两个变量B与M之和[71]，提出了由两个尖点突变组合而成的双尖点突变模型，如图4-5 所示.

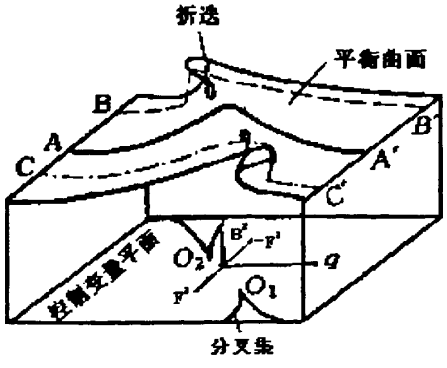


图4-5 矿柱岩爆的双尖点突变模型

式(4-11) 所对应的分叉集为：

$$\Delta=27q^2+4p^3 \tag{4-14}$$

两个尖点的位置可以由 $p=0,q=0$求得，

在考虑了矿柱的初始载荷的情况下，矿柱的自振频率由原来的ω_0变为W_0，即：

$$W_0=\sqrt{\omega_0^2+3\varsigma X_0^2}\,, \tag{4-15}$$

$$f_{1,2}=\varsigma\left(\frac{3}{2}\varsigma\pm\sqrt{\frac{9}{4}\varsigma^2+3W_0^2}\right) \tag{4-16}$$

$$\varsigma_{1,2}=\frac{32f_{1,2}^3}{81p_{\max}^2} \tag{4-17}$$

即可得到两个尖点的坐标分别为：$o_1(f_1,\varsigma_1),o_2(f_2,\varsigma_2)$

4.3.3 结构非线性系数的不同对矿柱岩爆的影响

当结构非线性系数ς不为零时，由图4-5知，按ς值的相对大小，可将矿柱结构对外界扰动的响应特性分为三个区域。其中，中间带的平衡曲面不具折迭性，故结构的响应表现为一种渐变性质；反之，位居中间带两侧的区域，当频率差f关系由小到大递增或从大到小衰减时，将因其跨越分叉集而导致结构的振幅X发生突然变化(突跳)，这可能会引起矿柱的动力失稳，而发生岩爆灾害。同时，在这两个带中因折迭(分叉集)所处的位置不同，矿柱对扰动的响应也不尽相同，下面对其分别进行讨论。

(1)当ς为小量，可忽略不计时，即振动系统的非线性特性很微弱时，振动系统主要表现出线性振子的特性，系统的振幅在$f=0$（$\omega=W_0$）处有一极值，由式(4-10)式可得：

$$X_1=\frac{p_{\max}}{\sqrt{(W_0^2-\omega)^2+\beta^2\omega^2}} \tag{4-18}$$

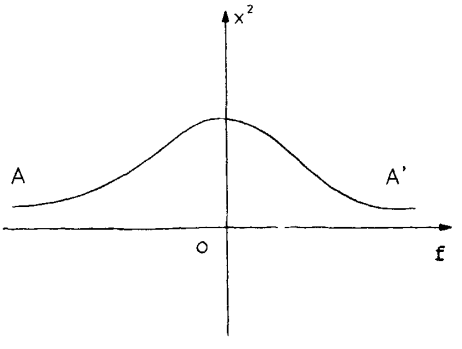


图4-6 ς为小量时平衡曲面截线示意图

由上式可以看出，当外部扰动信号的振动频率ω和矿柱结构的自振频率W_0接近时结构振动的振幅会增大，出现我们所熟知的共振效应。但这种情况一般出现的是矿柱的渐进破坏，振幅的平方不发生突变，故而不会发生岩爆。见图4-6

中（$A-A'$曲线）。

（2）当矿柱系统的非线性系数$0<\varsigma<\varsigma_2$时，当频率平方差f从小于零开始增加，即沿着图4-7中的$B-B'$路经，如果ω一定而W_0较大，f值落在$a-a'$左侧，则不会发生突跳。矿柱振幅的平方X^2在尖点o_2（f_2,ς_2）所对应的突变曲面上叶先达到一个极大值之后，当f值增大越过$a-a'$时矿柱振幅的平方发生突跳，相反，当f从大于零逐渐减小时，如果ω一定而W_0较小，则f值减小越过$b-b'$线发生突跳，振幅的平方极大值的位置不是出现在$\omega\to W_0$的位置，而是出现在$\omega<W_0$的某一频率范围。将该平衡曲面投影到X^2-f（见图4-7）可直观看出。

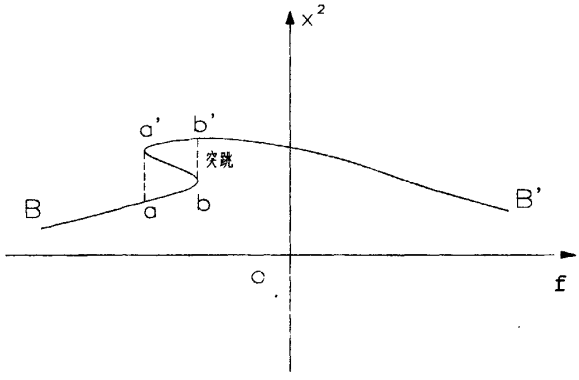


图4-7 $0<\varsigma<\varsigma_2$ 时的平衡曲面截线示意图

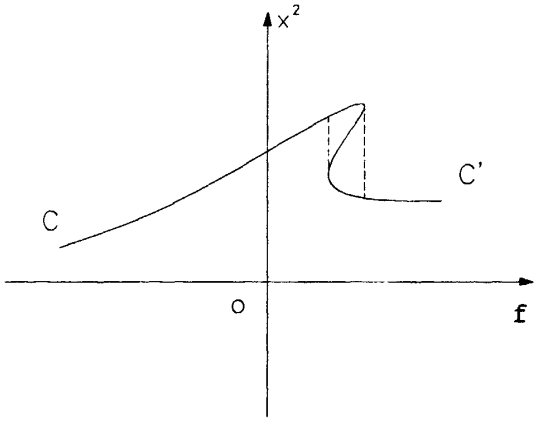


图 4-8 $\varsigma>\varsigma_1$时的平衡曲面截线示意图

（3）当时$\varsigma>\varsigma_1$，如果频率平方差f由大于零开始减小，即沿着图4-8中的$C'-C$路径使ω从大于ω_0逐渐减小，则矿柱的振幅的平方X^2在尖点o_1（f_1,ς_1）所对应的突变曲面上由于f 的减小，从下叶发生突跳到曲面的上叶，振幅平方X^2增加到最大值。引起系统振幅平方X^2向极大值抖动的位置出现在$\omega>W_0$的某一频率范围，其相应振幅的平方演变突跳的路径如图4-8。由以上分析知，当ς不为零时，这种振幅不稳定的突跳抖动使矿柱系统的动能(或动量）发生了突

然的改变(突然的冲击或突然的遏制)，因而在系统内产生了很大的冲击应力，这可能是矿柱系统发生动力失稳产生岩爆灾害的一种机制。

4.4 扰动载荷作用下矿柱系统突变理论判据

根据所建立的突变模型，可以得出在外界扰动载荷作用下矿柱发生突变失稳产生岩爆的条件。突变理论认为：对于处于临界状态点（位于分叉点集上）的结构系统，外力微小的扰动，便会使结构系统产生巨大的响应（突变），故分叉集方程便成了突变的充分条件。所以，将式（4-12）、（4-13）代入式（4-14）可得到矿柱突变失稳的的判据：

$$4\left[16(3\beta^2\omega^2-f^2)/27\varsigma^2\right]^3+27\left\{16[8f(f^2+9\beta^2\omega^2)+81\varsigma p_{\max}^2]/729\varsigma^3\right\}^2=0 \quad (4\text{-}19)$$

式（4-19）包含了影响矿柱岩爆的外部因素，如矿柱所受的初始载荷及外界扰动。而且还有结构的内部属性，如矿柱的岩石性质，结构的几何尺寸等。所以，矿柱系统是否会发生岩爆不仅取决于结构的内部属性，还取决于外部作用力的方式、途径、大小及位置等。总之岩爆是一个复杂的非线性动力学现象。是在内因和外因的共同作用下引发的岩体动力失稳的现象。

4.5 随机扰动载荷作用下矿柱岩爆分析

在矿柱岩爆问题的研究中，外界扰动的作用已被众多学者所承认，已经成为一个不争的事实，然而外界扰动是如何影响矿柱的稳定性，以及外荷载的具体形式等问题至今还没有一个统一的定论。在4.3节中重点分析了外界扰动荷载为谐波形式时矿柱的岩爆问题。然而更加一般的是外界荷载的随机性，而且不同的随机扰动之间的相关性对矿柱的稳定性的影响都是值得研究的问题。

许强等在研究外界扰动诱发地质灾害机理时，假设外界扰动作用服从高斯分布，是因为外界扰动具有很大的随机性，因此这样的假设具有一定的代表性，同时应用突变理论研究了随机扰动诱发地质灾害的机理。本文将该方法引用到矿柱岩爆机理研究中来，分析随机扰动下矿柱岩爆机理问题。

对于矿柱系统而言，考虑其力学模型依然为（图2-2），由于模型相同，势函数的表达式在形式仍为（2-19），根据非线性科学观点，系统的定态条件为[45,73]：

$$\frac{dx}{dt}=-4x^2-2px-q \quad (4\text{-}20)$$

考虑到矿柱受外界扰动因素的随机性，引入表征扰动力的函数$F(t)$，且假定扰动力$F(t)$服从高斯型分布，则（4-20）变成如下微分方程：

$$\frac{dx}{dt}=-4x^2-2px-q+F(t) \tag{4-21}$$

$F(t)$的分布函数为：

$$W(F)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta}e^{(-F^2/2\zeta^2)} \tag{4-22}$$

则在两个不同的时刻t,t'时两个随机扰动的相关函数为[73]

$$R_F(t,t')=E[F(t)F(t')]=\zeta^2\delta(t-t') \tag{4-23}$$

式中：δ为Dirac函数，$\delta=\begin{cases}1(t=t')\\0(t\neq t')\end{cases}$，$\zeta$为随机扰动方差，$R_F(t,t')$为两个扰动之间的相关函数。

引进扰动变量$\Delta\lambda$，则

$$\Delta\lambda=x-x_0 \tag{4-24}$$

在微扰动情况下，将（4-24）代入（4-21）可得到：

$$\frac{d\Delta\lambda}{dt}=-(12x_0+2u)\Delta\lambda-12x_0\Delta\lambda^2-4\Delta\lambda^3+F(t) \tag{4-25}$$

根据稳定性分析方法，取其线性项，可得影响矿柱稳定性的扰动方程：

$$\frac{d\Delta\lambda}{dt}=-(12x_0+2u)\Delta\lambda+F(t) \tag{4-26}$$

$$A(u)=-(12x_0+2u) \tag{4-27}$$

由突变理论可知（4-27）式是标准尖点突变的奇点集方程，根据稳定性理论可知：

$$\begin{cases}A(u)<0 & \text{渐进稳定}\\A(u)>0 & \text{不稳定}\\A(u)=0 & \text{临界}\end{cases}$$

对式（4-26）积分，可得解为[22]：

$$\Delta\lambda(t)=\int_{-\infty}^{t}e^{\psi(t-\tau)}F(\tau)d\tau \tag{4-28}$$

联立（4-23）和（4-28）式可得随机扰动相关函数：

$$R_z(t+\tau,t)=E[z(t+\tau)z(t)]=\frac{\zeta^2}{2|A|}\exp(A\tau) \tag{4-25}$$

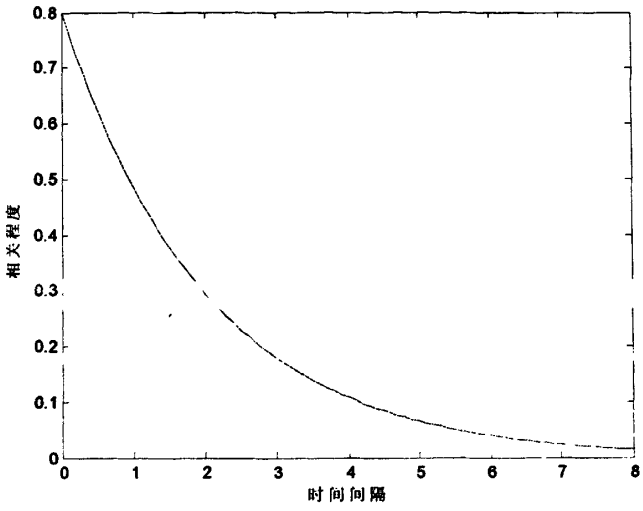


图4-9　相关程度与时间τ之间的关系（ζ^2=0.8，A=0.5）

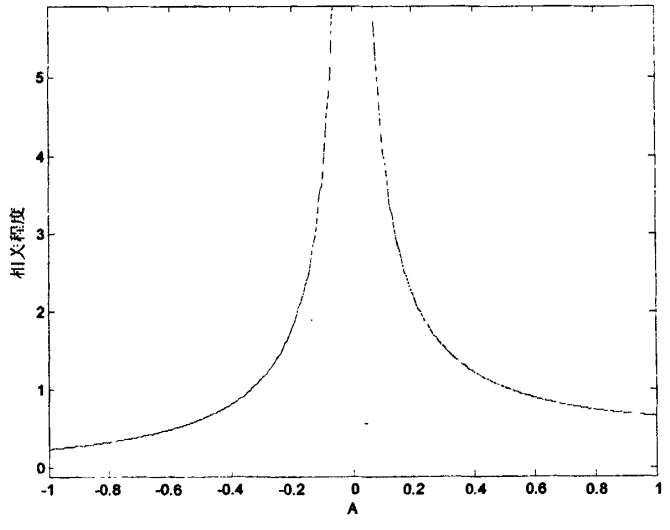


图4-10 相关程度与ψ之间的关系（ζ^2=0.8，τ=0.5）

由图可以看出，当系统处于稳定状态（$A<0$）时，扰动随时间减弱，即系统处于非临界状态时，微小扰动主要以随机各自独立的方式出现，对系统演化的影响较小，但当接近临界点时，扰动不再独立，而是彼此关联起来，从图（4-10）可看出$A\to 0$时，扰动关联程度剧增，各扰动“协同”起来共同作用，引发矿柱突变，此即为多个随机扰动共同对矿柱稳定性的影情况。可以看出，矿柱要突发失稳，发生岩爆，必须要在矿柱本身积累了大量的弹性能的情况下，也即矿柱在处于临界状态下，随机微扰动才能引发矿柱发生岩爆。

4.6 本章小结

（1）矿柱要发生岩爆必须是在内外因的共同作用下才能够发生。矿柱在本身积累了大量的能量，处于临界状态时，外界的扰动作用才可能引发矿柱产生岩爆。

（2）分析了在不同的非线性系数下，矿柱系统的振幅与频率对矿柱稳定性的影响，可以看出，不同的加载方式，如应力谐波的幅度、作用时间和频率的不同组合会对矿柱系统产生不同的影响，有的是平稳破坏，有的是突然失稳发生岩爆。

（3）矿柱系统的非线性因素的演化会导致的系统振幅平方不稳定的突跳抖动，会使矿柱系统的动能(或动量) 发生突然的改变，造成突然的冲击或遏制，从而在系统内产生了很大的冲击应力，这可能是矿柱系统发生岩爆灾害的一种机制。

（4）当矿柱系统处于临界点状态时，外界微扰彼此关联，扰动关联程度剧增，可引发矿柱发生岩爆，当系统处于稳定状态时，扰动随时间减弱，且各自独立，对系统演化的影响较小。

第五章 深部硬岩岩爆灾害预测研究

5.1 岩爆烈度的分级、判据及影响因素

5.1.1 岩爆烈度分级

岩爆烈度分级主要考虑以下原则：

(1)岩爆烈度分级应能反映岩爆发生时的几何、物理及力学特性。

(2)分级明确，级数适当，易于使用。

(3)分级判据明确，判据信息便于取得。

国内外不少岩爆研究专家对不同地区的岩爆进行了烈度分级，由于分级的原则和依据不同，各类分级差异较大。如挪威 Russenes1974 年对 Kobbtlv 电站隧洞的岩爆分级，依据围岩松弛和变形破坏程度以及有无声响等因素划分为 4 级，实际只有 3 级，因为 0 级是无岩爆；国内谭以安博士[76] 主要依据岩爆的声学特征、几何特征及力学特征三方面，并考虑岩爆破坏方式及后果把岩爆烈度分为 4 级；武警水电指挥部天生桥二级水电站岩爆课题组在谭以安分级的基础上，简化声学特征，增加定量因素，将天生桥二级电站引水隧洞的岩爆烈度分为 4 级 [78] 。王兰生教授等 1998 年将二郎山隧道的岩爆烈度分为 4 级[79]。近年来随着工程发展的需要，越来越多的专家学者进行了相关的室内岩爆模拟实验并提出了相应的岩爆烈度分级标准，如中国矿业大学的何满潮教授通过对花岗岩试件实现突然的卸荷实验，模拟了地下工程的开挖过程，并根据 σ_t/σ_c 将岩爆划分为 3 级。

在实际工程中人们通过对岩爆现象的总结，提出以下的岩爆烈度分级标准：

表5－1　岩爆烈度分级标准[77]

岩爆级别	岩爆现象
强烈岩爆	发出巨大强烈的声响，似炮声或闷雷声，岩石劈裂成棱块、板、片状，厚度大于20 cm。顶板和两边岩石立即发生严重崩落，底板有片落声或底板隆起。
中等岩爆	发出清脆爆裂声响，似子弹射击声，岩石劈裂成棱块状、透镜状、板、片状，厚度5～15 cm，个别30～40 cm，洞壁重复发生剪断、弹射、形成阶梯状V 字形断面。
弱级岩爆	发出噼啦声响，岩石劈裂成板、片、鳞片状，厚度< 10cm，个别20 ～ 30 cm，近洞壁处板裂边缘被剪断，脱离母体，产生射落。
无岩爆	无岩爆没有岩爆声音及岩爆活动。

表 5-2 国内外岩爆烈度分级方案对比表(据二郎山隧道研究报告)[79]

方案建议者	岩爆烈度分级		
И.М佩图霍夫（苏，1972）	*1 弱冲击$<10^2$J 中等冲击 10^2J-10^4J 强冲击 $>10^4$J 弱　中等　强烈		
И.А屠而昌宁诺夫（苏，1977）	*1 微冲击<10 J 弱冲击$_{10J-10^2J}$ 中等冲击 10^2J-10^4J 严重冲击 $>10^7$J		
A.Q.Kindybinski（波兰，1972）	*2 $w_{et}<2$ 无岩爆	$w_{et}=2-4.9$ 低～中烈度岩爆	$w_{et}\geq 5$ 严重岩爆
G.布霍依诺(西德1981)	轻微损害 不造成生产中断	中等损害 支架部分损坏，中断生产	严重损害 摧毁性
拉森斯（Russenes）F.娜威,1974	0级，无岩爆，1级岩爆轻微岩爆活动松脱和破裂，微弱声响	2级 岩石片落，有随时间发展趋势，强烈炸裂声	3级 严重岩爆，爆裂后两帮立即严重崩落，底板隆起，有发射炮弹强烈声响
工程岩体分级标准（GB50218-94)	$\sigma_c/\sigma_{max}>6$ 无岩爆	$3<\sigma_c/\sigma_{max}<5$ 轻微～中等岩爆	$\sigma_c/\sigma_{max}<3$ 严重岩爆
谭以安 1988	弱岩爆(Ⅰ) 劈裂成板，脱离母体，产生射落，洞壁表面局部轻微破坏，僻啪声响;不损坏机械设备	中等岩爆(Ⅱ) 劈裂－剪断－弹射，向洞壁内部发展，形成V形三角坑。洞壁较大范围破坏;似子弹射击声响，对生产威胁不大，个别情况下损坏设备。	强烈岩爆(Ⅲ) 劈裂－剪断－弹射，急速发生，似炮声巨响，几乎全断面破坏，生产中断。	极强岩爆(Ⅳ)同左，持续时间长，闷雷声坑道摧毁报废。
天生桥岩爆课题组方案 1991	弱岩爆(Ⅰ) 洞壁局部出现劈裂，大部分岩片未未脱离母体。	中等岩爆(Ⅱ) 洞壁围岩成片爆裂，大部分岩片脱离母体	强烈岩(Ⅲ) 洞壁围岩大片爆裂，岩片脱离母体，出现弹射或动下落	极强岩爆(Ⅳ) 洞壁围岩大片连续爆裂，大块岩片出现弹射。
二朗山地应力课题组 1988	弱岩爆(Ⅰ) 爆裂松脱、剥离现现象严重	中等岩爆(Ⅱ) 爆裂松脱、剥离现现象严重，少量弹射。	强烈岩(Ⅲ) 强烈的爆裂弹射.	极强岩爆(Ⅳ) 剧烈爆裂弹射，甚至抛掷

注：*1　J为焦耳，代表岩爆释放的能量；

*2　w_{et}岩爆倾向性指数。

5.1.2 岩爆预测判据

岩爆是地下开挖空间脆性围岩的断裂失稳，岩爆现象的发生必须具备两个条件：第一，高储能体的存在及高围岩应力是岩爆产生的内在条件；第二，某些因素的触发效应是岩爆产生的外因。若干工程岩爆资料[80-83]表明，岩爆总是发生在高地应力环境下坚硬岩体中，室内试验表明，这些岩体均为脆性岩石，强度高，线弹性特征明显，峰值后强度迅速降低，均具有冲击倾向性。同时也发现发生岩爆的岩体中应力水平较高，且岩爆的烈度与应力集中程度有着密切的相关。近几十年来国内外众多学者也提出了许假设和判据。

（1）应力判据

①Russene判据[35]

挪威的Russenes在1974年提出了一种在国外很有影响的岩爆烈度分级方案

$$\sigma_{\theta\max}/\sigma_c < 0.2 \quad \text{无岩爆}$$

$$0.2 \le \sigma_{\theta\max}/\sigma_c < 0.3 \quad \text{弱岩爆}$$

$$0.3 \le \sigma_{\theta\max}/\sigma_c < 0.55 \quad \text{中等岩爆}$$

$$\sigma_{\theta\max}/\sigma_c \ge 0.55 \quad \text{强岩爆}$$

② Turchaninov判据[39]

前苏联的Turchaninov根据科拉半岛希宾地块的矿井建设经验，提出了岩爆活动性由洞室切向应力和轴向应力的和与单轴抗压强度之比确定：

$$(\sigma_\theta + \sigma_L)/\sigma_C \le 0.3 \quad \text{无岩爆}$$

$$0.3 < (\sigma_\theta + \sigma_L)/\sigma_C \le 0.5 \quad \text{有岩爆可能}$$

$$0.5 < (\sigma_\theta + \sigma_L)/\sigma_C \le 0.8 \quad \text{一定会有岩爆}$$

$$0.5 < (\sigma_\theta + \sigma_L)/\sigma_C > 0.8 \quad \text{有严重岩爆}$$

③ Hoek判据[85]

Hoek等通过观测总结南非采矿巷道围岩的破坏情况，提出对岩爆分级的判别式：

$$\sigma_\theta/\sigma_c = \left\{\begin{array}{ll} 0.34 & \text{少量片帮} \\ 0.42 & \text{严重片帮} \\ 0.56 & \text{需要重型支护} \\ 0.70 & \text{严重岩爆} \end{array}\right\}$$

④ 前苏联H.A.多尔恰尼诺夫判据

$$\sigma_\theta/\sigma_{\max}\left\{\begin{array}{ll} \le 0.3 & \text{无岩爆} \\ = 0.3 \sim 0.8 & \text{轻微～中等岩爆} \\ > 0.8 & \text{严重岩爆} \end{array}\right.$$

⑤ Barton判据

$$\sigma_c/\sigma_{max}\begin{cases}>5 & \text{无岩爆}\\ =2.5\sim5 & \text{轻微～中等岩爆}\\ <2.5 & \text{严重岩爆}\end{cases}$$

⑥ 王元汉等人的判据

王元汉[86]等认为岩爆的产生与洞室围岩应力相关，应力判据常以围岩最大切向应力σ_θ和岩石单轴抗压强度σ_c之比值σ_θ/σ_c表示，σ_θ/σ_c越大，则岩爆可能性及发生岩爆烈度越大。并提出了岩爆判据（见表5-3）。

表5-3　按σ_θ/σ_c值对岩爆的分类

岩爆分级	无岩爆	弱岩爆	中岩爆	强岩爆
王元汉判据	<0.3	0.3～0.5	0.5～0.7	>0.7

⑦ 何满潮实验判据[42]

何满潮在自制的深部岩爆模拟实验机上通过对花岗岩试件进行实验，根据卸载后发生岩爆的应力比值$(\sigma_1-\sigma_2)/\sigma_3$的大小将岩爆破坏形式分为3种：高能量释放率下的块状崩落破坏、中等能量释放率下的片状劈裂破坏、低能量释放率下的颗粒弹射破坏；根据卸载后至发生岩爆的时间长短将岩爆分为：瞬时岩爆、标准岩爆与滞后岩爆；试验发现岩爆试样的σ_1/σ_c值与岩爆类型也有一定的相关性。按照值$\sigma_1/\sigma_c\geqslant0.73$的大小对岩爆进行分类（见表5－4）

表5-4　按σ_1/σ_c进行的岩爆分类

σ_1/σ_c	岩爆类别
0.7～0.8	较弱岩爆
0.8～0.9	中等岩爆
>0.9	强烈岩爆

（2）岩爆发生的岩性判据

岩性是岩爆发生与否及其烈度大小的重要因素，陆家佑根据Greffith理论提出岩爆烈度与岩石单轴抗拉强度和岩石单轴抗压强度的比值σ_t/σ_c有关，其值越大，可能发生岩爆烈度越大。σ_t/σ_c的比值越小，发生岩爆烈度则越小。在陆家佑提出的岩爆判据[84]中，当σ_θ/σ_c满足(5-1)式时将产生岩爆：

$$\sigma_\theta/\sigma_c\geqslant K_S \qquad (5\text{-}1)$$

K_S的取值见表5-5

彭祝，王元汉[86]等根据Griffith强度理论提出了一个类似的岩爆判别准则，该准则认为岩爆烈度与岩石单轴抗压强度和岩石单轴抗拉强度的比值σ_c/σ_t有关。

当$\sigma_\theta/\sigma_t \geqslant 8$ 时，地下洞室可能发生岩爆。岩爆烈度与σ_c/σ_t有关。σ_c/σ_t较小时，发生岩爆时烈度较大，σ_c/σ_t较大时，发生岩爆的烈度较小（见表5-6）。

表5-5　按σ_t/σ_c不同值选取K_S

σ_t/σ_c	0.25	0.5	0.75	1.0
K_S	0.3	0.4	0.45	0.5

表5-6 按σ_c/σ_t对岩爆的分类

岩爆分级	无岩爆	弱岩爆	中岩爆	强岩爆
σ_c/σ_t	> 40	26.7～40	14.5～26.7	< 14.5

（4）临界深度判据

我国候发亮教授在1989年提出岩爆临界深度判据。这一方法认为，岩爆虽然多发生在水平构造应力较大的地区，但如果洞室埋深较大，即使没有构造应力，由于上覆岩体效应，洞室也可能会发生岩爆。候发亮教授根据弹性力学推导出仅考虑上覆岩体自重情况下岩爆发生最小埋深H（岩爆临界深度）的计算公式[35]：

$$H_{cr} = 0.318R_b(1-\mu)/(3-4\mu)\gamma \qquad (5\text{-}2)$$

式中：μ为岩石泊松比；γ为岩石重度，N/m^3

5.1.3 岩爆影响因素

通过以上分析，综合已有的研究成果分析认为能反映影响岩爆的主要内因有：应力条件、岩体结构条件、岩性条件三大方面。其中：σ_θ反映了岩爆发生的外因即地应力特征；岩石的单轴抗压强度和单轴抗拉强度反应了发生岩爆的岩性；W_{et}反映了岩爆发生的内因即岩石积聚弹性能的能力；Russenes，Turchaninov，Hoek 等人的经验判据而引入σ_θ/σ_c；在陆家佑提出的岩爆判据中，当满足$\sigma_\theta/\sigma_c \geqslant K_s$时将产生岩爆，参数$K_s$的选取与岩石单轴抗拉强度与抗压强度之比$\sigma_t/\sigma_c$有关，后来在彭祝，王元汉等人提出的类似的岩爆判据中也认为岩爆烈度与岩石单轴抗压强度和岩石单轴抗拉强度的比值σ_c/σ_t有关。当$\sigma_\theta/\sigma_t \geqslant 8$ 时，可能会发生岩爆。岩爆烈度与σ_c/σ_t有关。σ_c/σ_t较小时，发生岩爆时烈度较大，σ_c/σ_t较大时，发生岩爆的烈度较小。本文认为在岩爆预测时应综合考虑以上六大主要因素，即σ_θ，σ_c，σ_t，W_{et}，σ_θ/σ_c，σ_c/σ_t。

随着开采深度的增加，岩爆的危害日益突出，近几十年来，国内外学者在岩爆预测预报方面做了大量的研究工作，从强度、刚度、稳定、断裂、损伤、突变、分形、能量以及专门的室内岩爆模拟实验等诸多方面对岩爆现象进行了分析研究，提出了各种假设和判据，但是，由于岩爆预测问题的复杂性，人们还没有从根本上弄清楚岩爆发生的机理[88-89]，因此也就很难建立准确的岩爆预测体系，

目前国内外有关岩爆预测预报的方法，有单因素预测、多因素综合预测、定性分析、量化评价等。而岩爆单因素预测具有一定的局限性和片面性，近年来发展来发展起来多因素综合预测方法有模糊数学综合评判[39]、灰色系统评价法[91-92]、支持向量基方法[93]]、以及人工神经网络[94-97]等近现代方法。但此类方法在岩爆预测过程大都存在影响因素指标权重难以确定的问题，本文从一个新的角度出发，应用统计学中的费歇判别分析法，对岩爆问题进行分析。

5.2 费歇判别分析法简介

判别分析是判别样品所属类型的一种统计方法，其应用之广可与回归分析媲美。在生产、科研和日常生活中经常需要根据观测到的数据资料，对所研究的对象进行判别分类。例如在经济学中，根据人均国民收入、人均工农业产值、人均消费水平等多种指标来判定一个国家的经济发展程度所属类型；在市场预测中，根据以往调查所得的种种指标，判别下季度产品是畅销、平常或滞销；在地质勘探中，根据岩石标本的多种特性来判别地层的地质年代，由采样分析出的多种成份来判别此地是有矿或无矿，是铜矿或铁矿等；在油田开发中，根据钻井的电测或化验数据，判别是否遇到油层、水层、干层或油水混合层；在农林害虫预报中，根据以往的虫情、多种气象因子来判别一个月后的虫情是大发生、中发生或正常；在体育运动中，判别某游泳运动员的“苗子”是适合练蛙泳、仰泳、还是自由泳等；在医疗诊断中，根据某人多种体验指标（如体温、血压、白血球等）来判别此人是有病还是无病。总之，在实际问题中需要判别的问题几乎到处可见。然而在岩土工程中判别分析法的应用还很少见报道。

判别分析是在已知研究对象分成若干类型（或组别）并已取得各种类型的一批已知样品的观测数据，在此基础上根据某些准则建立判别式，然后对未知类型的样品进行判别分类。判别分析内容很丰富，方法很多。判别分析按判别的组数来区分，有两组判别分析和多组判别分析；按判别时所处理的变量方法不同，有逐步判别和序贯判别等。判别分析可以从不同角度提出问题，因此有不同的判别准则，如马氏距离最小准则、费歇准则、平均损失最小准则、最小平方准则、最大似然准则、最大概率准则等等，按判别准则的不同又提出多种判别方法。常用的有：距离判别法、费歇判别法、Bayes 判别法和逐步判别法。基于费歇判别分析法对样本数据总体的分布没有特定的要求，因此本章主要介绍费歇判别分析法，并且利用该方法对深部硐室岩爆进行预测。

费歇判别法是 1936 年提出来的，该法对总体的分布并未提出什么特定的要求。正是因为对样本总体的分布没有特殊的要求，故而该判别分析法较其他判别

分析法有更广阔的应用空间，得到了更广泛的应用。就该判别分析方法而言可以分为两类判别和多类判别。鉴于本文研究的是多类判别问题，因此主要介绍多类费歇判别分析法的思想。

费歇判别法基本思想：从多个总体中抽取具有 p 个指标的样品观测数据，借助方差分析的思想造一个判别函数或称判别式：$y=c_1x_1+c_2x_2+\cdots+c_px_p$，其中系数$c_1$、$c_2$…、$c_p$确定的原则是使各组间的区别最大，而使每个组内部的离差最小。有了判别式后，对于一个新的样品，将它的 p 个指标值代入判别式中求出 y 值，然后与判别临界值（或称分界点后面给出）进行比较，就可以判别它应属于哪一个总体。

费歇判别法求解的基本步骤如下：

1） 多总体费歇判别法求解

设有 k 个总体 G_1, …, G_k，从第一个总体中抽取 n_1 个样品，从第二个总体中抽取 n_2 个样品，从第n个总体中抽取n_k个样品，每个样品观测 p 个指标，列表如下：

表 5-7　G_1 总体

样品 \ 变量	x_1	x_2	…	x_p
$x_1^{(1)}$	$x_{11}^{(1)}$	$x_{12}^{(1)}$	…	$x_{1p}^{(1)}$
$x_2^{(1)}$	$x_{21}^{(1)}$	$x_{22}^{(1)}$		$x_{2p}^{(1)}$
⋮	⋮	⋮		⋮
$x_{n_1}^{(2)}$	$x_{n_1 1}^{1}$	$x_{n_1 2}^{(1)}$	…	$x_{n_1 p}^{(1)}$
均值	$\bar{x}_1^{(1)}$	$\bar{x}_2^{(1)}$	…	$\bar{x}_p^{(1)}$

表 5-8　Gn 总体

样品 \ 变量	x_1	x_2	…	x_p
$x_1^{(n)}$	$x_{11}^{(n)}$	$x_{12}^{(n)}$	…	$x_{1p}^{(n)}$
$x_2^{(n)}$	$x_{21}^{(n)}$	$x_{22}^{(n)}$		$x_{2p}^{(n)}$
⋮	⋮	⋮		⋮
$x_{n_n}^{(n)}$	$x_{n_n 1}^{(n)}$	$x_{n_n 2}^{(n)}$	…	$x_{n_n p}^{(n)}$
$x_1^{(n)}$	$x_{11}^{(n)}$	$x_{12}^{(n)}$	…	$x_{1p}^{(n)}$

抽取样品数分别为$n_1,n_2,\cdots,n_k$，令$n=n_1+n_2+\cdots+n_k$　$x_a^{(i)}=(x_{a1}^{(i)},\cdots,x_{ap}^{(i)})$为第 i 个总体的第 a 个样品的观测向量。

假定所建立的判别函数为

$$y(x)=c_1x_1+\cdots+c_px_p \tag{5-3}$$

其中 ： $c=(c_1,\cdots,c_p)',x=(x_1,\cdots,x_p)'$

记 $\bar{x}^{(i)}$ 和 $s^{(i)}$ 分别是总体 G_i 内 x 的样本均值向量和样本协方差矩阵，根据求随机变量线性组合的均值和方差的性质可知， $y(x)$ 在 G_i 上的样本均值和样本方差为

$$\bar{y}^{(i)}=c'\bar{x}^{(i)},\quad \sigma_i^2=c's^{(i)}c \tag{5-4}$$

记 $\bar{x}$ 为总的均值向量，则： $\bar{y}=c'\bar{x}$ (5-5)

在多总体情况下，费歇准则就是要选取系数向量 c，使

$$\lambda=\frac{\sum_{i=1}^{k}n_i(\bar{y}^{(i)}-\bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{k}q_i\sigma_i^2} \tag{5-6}$$

达到最大，其中 q_i 是人为的正的加权系数，它可以取为先验概率。如果取 $q_i=n_i-1$，并将（5-4），（5-5）代入（5-6）式可化为：

$$\lambda=\frac{c'Ac}{c'Ec} \tag{5-7}$$

其中 E 为组内离差阵，A 为总体之间样本协差阵

即：

$$E=\sum_{i=1}^{k}q_i\cdot s^{(i)} \tag{5-8}$$

$$A=\sum_{i=1}^{k}n_i(\bar{x}^{(i)}-\bar{x})(\bar{x}^{(i)}-\bar{x})' \tag{5-9}$$

为求 λ 的最大值，根据极值存在的必要条件，令 $\frac{\partial\lambda}{\partial C}=0$，利用对向量求导的公式：

$$\begin{aligned}\frac{\partial\lambda}{\partial C}&=\frac{2Ac}{(c'Ec)^2}\cdot(c'Ec)-\frac{2Ec}{(c'Ec)^2}\cdot(c'Ac)\\&=\frac{2Ac}{c'Ec}-\frac{2Ec}{c'Ec}\cdot\frac{c'Ac}{c'Ec}\\&=\frac{2Ac}{c'Ec}-\frac{2Ec}{c'Ec}\cdot\lambda\end{aligned} \tag{5-10}$$

因此：

$$\frac{\partial\lambda}{\partial C}=0\Rightarrow\frac{2Ac}{c'Ec}-\frac{2\lambda Ec}{c'Ec}=0\Rightarrow Ac=\lambda Ec \tag{5-11}$$

这说明 λ 及 c 恰好是 A、E 矩阵的广义特征根及其对应的特征向量。由于一般都要求加权协差阵 E 是正定的，因此由代数知识可知，（5-11）式非零特征根

个数 m 不超过 min（k-1, p），又因为 A 为非负定的，所以非零特征根必为正根，记为 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_m > 0$，于是可构造 m 个判别函数：

$$y_l(x) = c^{(l)\prime} x \qquad l = 1, \cdots, m \tag{5-12}$$

对于每一个判别函数必须给出一个用以衡量判别能力的指标 p_i 定义为：

$$p_i = \frac{\lambda_l}{\sum_{i=1}^{m} \lambda_i} \qquad l = 1, \cdots, m \tag{5-13}$$

m_0 个判别函数 $y_1, \cdots, y_{m0}$ 的判别能力定义为：

$$sp_{m_0} \triangleq \sum_{l=1}^{m_0} p_l = \frac{\sum_{l=1}^{m_0} \lambda_1}{\sum_{i=1}^{m} \lambda_i} \tag{5-14}$$

如果 m_0 达到某个人定的值（比如 85%）则就认为 m_0 个判别函数就够了。

有了判别函数之后，如何对待判的样品进行判别分类，Fisher 判别法本身并未给出最合适的分类法，在实际工程中可以选用下列分类法之一去作分类。

（1）当取 m_0=1 时（即只取一个判别函数），此时有两种可供选用的方法

i）不加权法

若 $$\left| y(x) - \bar{y}^{(i)} \right| = \min_{1 \leq j \leq k} \left| y(x) - \bar{y}^{(j)} \right| \tag{5-15}$$

则判 $x \in G_i$.

ii）加权法

将 $\bar{y}^{(1)}, \bar{y}^{(2)}, \cdots, \bar{y}^{(k)}$ 按大小次序排列，记为 $\bar{y}_{(1)} \leq \bar{y}_{(2)} \leq \cdots \leq \bar{y}_{(k)}$，相应判别函数的标准差重排为 $\sigma_{(i)}$。

令

$$d_{i,i+1} = \frac{\sigma_{(i+1)} \bar{y}_{(i)} + \sigma_{(i)} \bar{y}_{(i+1)}}{(\sigma_{(i+1)} + \sigma_{(i)})} \qquad i = 1, \cdots, k-1 \tag{5-16}$$

则 $d_{i,i+1}$ 可作为 G_{ji} 与 G_{ji+1} 之间分界点。如果 x 使得 $d_{i-1,i} \leq y(x) \leq d_{i,i+1}$，则判 $x \in G_{ji}$。

（2）当取 $m_0 > 1$ 时，也有类似两种供选用的方法

i）不加权法

记 $$\bar{y}_l^{(i)} = c^{(l)\prime} \bar{x}^{(i)} \qquad l = 1, \cdots, m_0; i = 1, \cdots, k \tag{5-17}$$

对待判样品 $x = (x_1, \cdots, x_p)'$，计算

$$y_l(x) = c^{(l)\prime} x$$

$$D_i^2=\sum_{l=1}^{m_0}\left[y_l(x)-\bar{y}_l^{(i)}\right]^2 \qquad \text{i=1,}\cdots\text{,k} \qquad (5\text{-}18)$$

若 $D_r^2=\min_{1\le i\le k}D_i^2$，则判 $x\in G_r$。

ii）加权法

考虑到每个判别函数的判别能力不同

记

$$D_i^2=\sum_{l=1}^{m_0}\left[y_l(x)-\bar{y}_l^{(i)}\right]^2\lambda_l \qquad (5\text{-}19)$$

其中 λ_l 是由 $Ac=\lambda Ec$ 求出的特征根。

若 $D_r^2=\min_{1\le i\le k}D_i^2$，则判 $x\in G_r$。

2） 费歇判别法检验

为考察上述判别准则的优良性，采用以训练样本为基础的回代估计法来计算误判率。来自总体 G_k $(k=1,2\cdots n)$ 的训练样本 $X_i^{(k)}=(x_{i1}^{(k)},x_{i2}^{(k)},\cdots,x_{ip}^{(k)})$，$i=1,2,\cdots,n_k$，其中 n_k 为取自 G_k 的样本个数，且 k 个总体的样本容量分别为 n_1、n_2、n_k，以所有的训练样本作为 $n_1+n_2+\cdots n_k$ 个新样本，依次代入建立的判别函数中并且利用判别准则进行判别，这个过程称为回判。用 n_{1m} 表示将属于总体 G_1 的样本误判为其他总体的个数，n_{km} 表示将属于 G_k 的样本误判为其他总体的个数，则误判率 η 的回代估计为:

$$\eta=\frac{n_{1m}+n_{2m}+\cdots+n_{km}}{n_1+n_2+\cdots n_k} \qquad (5\text{-}20)$$

由于回判检验法简单易行，一般情况下都是采用回判检验法法对模型进行回判检验，假定要求误判率要小于 η_0，计算所得 η，若 $\eta<\eta_0$，认为判别有效。即可以认为模型是合理的，否则认为判别无效，模型不合理。

5.3 岩爆预测的费歇判别分析法模型

5.3.1 评判指标的选取

通过5.1.3节中的分析认影响岩爆发生的主要因素分别为 σ_θ，σ_c，σ_t，W_{et}，σ_θ/σ_c，σ_c/σ_t。该六大影响因素能够较为全面地反映岩爆的发生，因此本节在应用费歇判别分析法建立模型时选取这六大影响因素作为模型的评判指标。并将实际岩爆情况分为无岩爆(G_1)、轻微岩爆(G_2)、中等岩爆(G_3)和强岩爆（G_4）4个类别(总体)，相应的均值向量和协方差矩阵分别为 $\mu^{(1)}$、$\mu^{(2)}$、$\mu^{(3)}$、$\mu^{(4)}$；$V^{(1)}$、$V^{(2)}$、$V^{(3)}$、$V^{(4)}$。

表 5-9 国内外典型的岩爆实例数据

序号	名　称	σ_θ	σ_c	σ_t	W_{et}	σ_θ/σ_c	σ_c/σ_t
1	中国会泽铅锌矿	34.15	54.2	12.1	3.17	0.63	4.48
2	天生桥二级水电站引水隧洞	30	88.7	3.7	6.6	0.338	23.97
3	二滩水电站 2 号支洞	90	220	7.4	7.3	0.409	29.73
4	龙羊峡水电站地下洞室	18.8	178	5.7	7.4	0.106	31.23
5	鲁布革水电站地下洞室	34	150	5.4	7.8	0.227	27.78
6	渔子溪水电站引水隧洞	90	170	11.3	9	0.529	15.04
7	太平驿水电站地下洞室	62.6	165	9.4	9	0.379	17.55
8	李家峡水电站地下洞室	11	115	5	5.7	0.096	23
9	瀑布沟水电站地下洞室	43.4	123	6	5	0.353	20.5
10	锦屏二级水电站引水隧洞	98.6	120	6.5	3.8	0.822	18.46
11	拉西瓦水电站地下厂房	55.4	176	7.3	9.3	0.315	24.11
12	通渝隧道 K21+680	47.56	58.5	3.5	5	0.338	23.97
13	西康铁路秦岭隧洞 DyK72+440	60.7	111.5	7.86	6.16	0.544	14.19
14	挪威 Sima 水电站地下厂房	48.75	180	8.3	5	0.271	21.69
15	挪威 Heggura 公路隧道	62.5	175	7.25	5	0.357	24.14
16	挪威 Sewage 隧道	75	180	8.3	5	0.417	21.69
17	瑞典 Forsmark 核电站冷却水隧洞	50	130	6	5	0.385	21.67
18	瑞典 Vietas 水电站引水隧洞	80	180	6.7	5.5	0.444	26.87
19	苏联 Rasvumchorr 矿井巷	57	180	8.3	5	0.317	21.69
20	日本关越隧道	89	236	8.3	5	0.377	28.43
21	意大利 Raibl 铅硫化锌矿井巷	108.4	140	8	5.5	0.774	17.5

5.3.2 费歇判别分析法模型的训练

训练数据的选取对模型准确性的影响较大，因此本文搜集了来自国内外21个典型的岩爆工程实例[39,40,96-98]，见表5-9。这些资料均来源于已发表的文献，由于此21个工程实例来在时空上有较大的差异，因此具有广泛的代表性，但是由于各指标所代表不同的量，具有不同的量纲和量纲单位，故各指标之间数据离散性较大，为了消除由此产生的指标的不可公度性，运用极差变换法，对评价指标变进行无量纲化处理，具体做法如下：

当为正向指标时：

$$x_i(k)=\frac{x_i(k)-x_i(k)_{min}}{x_i(k)_{max}-x_i(k)_{min}} \tag{5-21}$$

当为正负指标时：

$$x_i(k)=\frac{x_i(k)_{\max}-x_i(k)}{x_i(k)_{max}-x_i(k)_{min}} \tag{5-22}$$

将表5-9数据按式（5-21）、（5-22）进行无量钢化处理，结果见（表5-10）

表 5-10 国内外典型的岩爆实例数据无量纲结果

序号	名　称	σ_θ	σ_c	σ_t	W_{et}	σ_θ/σ_c	σ_c/σ_t
1	中国会泽铅锌矿	0.2377	1	1	0	0.73611	1.002617
2	天生桥二级水电站引水隧洞	0.1951	0.8100	0.0562	0.5595	0.3333	0.274019
3	二滩水电站 2 号支洞	0.8111	0.0880	0.4720	0.6737	0.4305	0.058692
4	龙羊峡水电站地下洞室	0.0801	0.3190	0.2809	0.6900	0.0139	0.002617
5	鲁布革水电站地下洞室	0.2361	0.4730	0.2472	0.7553	0.1806	0.131589
6	渔子溪水电站引水隧洞	0.8111	0.3630	0.9101	0.9510	0.5972	0.60785
7	太平驿水电站地下洞室	0.5298	0.3905	0.6966	0.9510	0.3889	0.514019
8	李家峡水电站地下洞室	0	0.6655	0.2022	0.4127	0	0.31028
9	瀑布沟水电站地下洞室	0.3326	0.6215	0.3146	0.2985	0.3472	0.403738
10	锦屏二级水电站引水隧洞	0.8994	0.6381	0.3707	0.1027	1	0.48
11	拉西瓦水电站地下厂房	0.4559	0.3300	0.4606	1	0.3056	0.268785
12	通渝隧道 K21+680	0.3754	0.9763	0.0337	0.2985	0.3306	0.2740
13	西康铁路秦岭隧道 DyK72+440	0.5103	0.6848	0.5235	0.4877	0.6111	0.639626
14	挪威 Sima 水电站地下厂房	0.3876	0.3080	0.5730	0.2985	0.2361	0.359252
15	挪威 Heggura 公路隧道	0.5287	0.3355	0.4550	0.2985	0.3611	0.267664
16	挪威 Sewage 隧道	0.6571	0.3080	0.5730	0.2985	0.4444	0.359252
17	瑞典 Forsmark 核电站冷却水隧洞	0.4004	0.5831	0.3146	0.2985	0.4028	0.36
18	瑞典 Vietas 水电站引水隧洞	0.7084	0.3080	0.3932	0.3801	0.4722	0.165607
19	苏联 Rasvumchorr 矿井巷	0.4723	0.3080	0.5730	0.2985	0.3056	0.359252
20	日本关越隧道	0.8008	0	0.5730	0.2985	0.3889	0.10729
21	意大利 Raibl 铅硫化锌矿井巷	1	0.5281	0.5393	0.3801	0.9306	0.515888

表 5-11　各总体内的样本均值

	σ_θ	σ_c	σ_t	W_{et}	σ_θ/σ_c	σ_c/σ_t
无岩爆(G_1)	0.1054	0.4858	0.2434	0.6193	0.0648	0.1482
弱岩爆(G_2)	0.5325	0.5526	0.5191	0.4607	0.4717	0.4030
中等岩爆(G_3)	0.5401	0.4187	0.4703	0.4275	0.4293	0.3497
强岩爆(G_4)	0.7552	0.6064	0.5314	0.4339	0.7709	0.5778
总均值	0.4967	0.4780	0.4554	0.4634	0.4198	0.3553

表 5-12　各总体内的样本协方差矩阵

		σ_θ	σ_c	σ_t	W_{et}	σ_θ/σ_c	σ_c/σ_t
无岩爆(G_1)	σ_θ	0.0144	-0.0820	0.0195	0.0188	0.0116	-0.0079
	σ_c	-0.0820	0.0301	-0.0069	-0.0253	-0.0023	0.0268
	σ_t	0.0195	-0.0069	0.0016	0.0058	0.0006	-0.0061
	W_{et}	0.0188	-0.2533	0.0058	0.0331	0.0128	-0.0230
	σ_θ/σ_c	0.0116	-0.0023	0.0006	0.0013	0.0101	-0.0025
	σ_c/σ_t	-0.0079	0.0268	-0.0061	-0.0230	-0.0025	0.0239
弱岩爆(G_2)	σ_θ	0.0550	-0.0926	-0.0253	0.0512	-0.0167	-0.0736
	σ_c	-0.0926	0.1700	0.0083	-0.1080	0.0023	0.103
	σ_t	-0.0253	0.0083	0.129	-0.0139	0.0457	0.104
	W_{et}	0.0512	-0.1080	-0.0139	0.133	-0.0371	-0.0638
	σ_θ/σ_c	-0.0167	0.0023	0.0457	-0.0371	0.0246	0.0454
	σ_c/σ_t	-0.0736	0.1030	0.104	-0.0638	0.0454	0.141
中等岩爆(G_3)	σ_θ	0.0501	-0.0226	0.0298	-0.0043	0.0345	0.0074
	σ_c	-0.0226	0.0499	-0.0341	-0.0039	0.0124	0.0109
	σ_t	0.0298	-0.0341	0.0466	0.0192	0.0041	0.0102
	W_{et}	-0.0043	-0.0039	0.0192	0.0841	-0.0114	0.0066
	σ_θ/σ_c	0.0345	0.0124	0.0041	-0.0114	0.0445	0.0143
	σ_c/σ_t	0.0074	0.0109	0.0102	0.0066	0.0143	0.0165
强岩爆(G_4)	σ_θ	0.120	-0.0384	0.0039	-0.0264	0.0782	-0.0303
	σ_c	-0.0384	0.0123	-0.0012	0.0084	-0.0250	0.0097
	σ_t	0.0039	-0.0012	0.0001	-0.0009	0.0025	-0.0009
	W_{et}	-0.0264	0.0084	-0.0009	0.0058	-0.0172	0.0067
	σ_θ/σ_c	0.0782	-0.0250	0.0025	-0.0172	0.0510	-0.0198
	σ_c/σ_t	-0.0303	0.0097	-0.0009	0.0067	-0.0198	0.0077

训练样本数据选取无量纲化处理后的数据（表见5-10），利用表5-10的数据、表5-11的样本均值及表5-12的样本协方差矩阵。按照费歇判别分析理论，经过训

练得到了岩爆预测的费歇判别分析模型的第一、第二、第三判别函数分别为：

$$y_1 = -5.131x_1 + 6.264x_2 + 9.074x_3 + 0.440x_4 + 1.559x_5 - 14.400x_6 - 3.19$$

$$y_2 = 7.720x_1 + 16.650x_2 + 14.296x_3 - 0.076x_4 - 5.688x_5 - 15.866x_6 - 10.242$$

$$y_3 = -4.530x_1 - 0.221x_2 - 1.938x_3 + 2.875x_4 + 6.683x_5 - 0.541x_6 - 0.708$$

表 5-13 各判别函数在各组别中心值

岩爆等级	第一判别函数	第二判别函数	第三判别函数
无岩爆(G_1)	2.632	-0.626	0.369
轻微岩爆(G_2)	0.255	1.378	0.010
中等岩爆(G_3)	-0.379	-0.401	-0.250
强岩爆(G_4)	-2.500	-0.302	0.794

从表 5-13 可以看出，第一判别函数的所确定的各组的中心值相差比较大，这样就能很好地将各组分开。

表 5-14　结构矩阵

判别指标 \ 判别函数	第一判别函数	第二判别函数	第三判别函数
σ_θ/σ_c	-0.677(*)	0.321	0.314
σ_θ	-0.568(*)	0.222	-0.264
σ_c/σ_t	-0.353(*)	0.224	0.280
σ_t	-0.025	0.199	0.593(*)
W_{et}	0.149	-0.037	0.327(*)
σ_c	-0.240	0.239	-0.268(*)

注：*代表判别因子与各判别函数之间的最大相关系数

表 5-15 判别函数判别能力

函数	特征值	判别能力 p_i (%)	累计判别能力 (%)	典型相关系数
函数 1	2.670	88.3	88.3	0.821
函数 2	0.213	7.1	95.4	0.653
函数 3	0.139	4.6	100.0	0.349

模型的检验

建立了三个判别函数，从表 5-15 的特征值及函数的判别能力可以看出，使用第一个判别函数即可解释大部分样本的信息。判别能力可达到 88.3%，结合第二判别函数判别能力可达到 95.4%，同时为了考察岩爆预测的费歇判别分析模型的有效性和正确性，用建立的模型（使用第一判别函数）对 15 组训练样本逐

一回判检验，将计算结果列在表 5-16 中，从表 5-16 中我们可以看出 21 个样本有 2 个样本根据判别预测的结果与实际岩爆结果有差别，按照回代估计法来计算误判率，代入公式（5-20）计算可得误判率为 9.5%，即正确率可达到 90.5%。可满足判别要求，证明所建立的模型是稳定可靠的。

表 5－16 判别分析回判结果

样本编号	实际岩爆等级	回判检验等级	第一判别函数值	第二判别函数值	第三判别函数值
1	轻微岩爆	轻微岩爆	0.508	2.445	0.434
2*	中等岩爆	轻微岩爆	1.083	-0.732	1.808
3	轻微岩爆	轻微岩爆	0.476	0.802	-0.534
4	无岩爆	无岩爆	4.104	-0.469	0.390
5	无岩爆	无岩爆	2.394	-0.182	0.946
6	中等岩爆	中等岩爆	-1.353	1.962	0.170
7	轻微岩爆	轻微岩爆	0.648	-0.131	0.511
8	无岩爆	无岩爆	1.397	-1.225	-0.228
9	中等岩爆	中等岩爆	-0.420	-1.232	-0.001
10*	中等岩爆	强岩爆	-2.881	-0.686	1.077
11	中等岩爆	中等岩爆	-0.634	-0.722	1.033
12	轻微岩爆	轻微岩爆	0.877	3.142	0.230
13	强岩爆	强岩爆	-1.941	-1.078	0.955
14	中等岩爆	中等岩爆	-0.147	-0.995	-1.401
15	中等岩爆	中等岩爆	-0.380	-0.393	-0.932
16	中等岩爆	中等岩爆	-0.911	-0.100	-1.229
17	中等岩爆	中等岩爆	-0.291	-0.970	0.095
18	轻微岩爆	轻微岩爆	0.062	0.634	-0.588
19	中等岩爆	中等岩爆	-0.180	-0.737	-1.320
20	中等岩爆	中等岩爆	-0.322	0.195	-2.047
21	强岩爆	强岩爆	-3.060	0.474	0.633

注：带*的样本为判错样本。

5.4 工程应用

将建立的岩爆预测的费歇判别分析模型应用于秦岭 II 线隧道 DyK77+176 和埋深 900m 的通渝隧道 K21+740 段面。进行预测，从预测结果（表 5-17）中可以看出西康铁路秦岭隧道 DyK77+176 计算所得的得分值距中等岩爆（G_3）距离最小，可认为将会发生中等岩爆，通渝隧道 K21+740 计算所得分值距离轻微岩爆（G_2）距离最小，可以判定通渝隧道 K21+740 会发生轻微岩爆。与岩爆现场

实际情况也相吻合。说明本文建立的岩爆预测的费歇判别分析模型在岩爆预测中具有一定的实用性，可以在实际工程中推广使用。

表 5-17 岩爆预测结果

工程编号	计算得分值	距G_1类的距离	距G_2类的距离	距G_3类的距离	距G_4类的距离	预测岩爆等级
1	-1.052	3.6840	1.3070	0.6730	-1.4480	中等岩爆
2	-0.1257	2.7577	-0.2533	0.257	-2.3743	轻微岩爆

注：1 西康铁路秦岭隧道 DyK77+176

2 通渝隧道 K21+740

5.5 本章小结：

（1）本章在分析前人对岩爆判据研究成果的基础上，对影响岩爆的因素进行总结归纳，综合考虑选取了围岩最大切向应力σ_θ、岩石单轴抗压强度σ_c、岩石单轴抗拉强度σ_t、岩石弹性能量指数W_{et}、围岩最大切向应力与岩石抗压强度的比值σ_θ/σ_c和岩石抗压强度与抗拉强度的比值σ_c/σ_t，这六个指标作为岩爆预测的费歇判别分析模型的判别指标，建立了岩爆预测的费歇判别分析模型。

（2）利用建立的岩爆预测的费歇判别分析模型对西康铁路秦岭隧道 DyK77+176 和通渝隧道 K21+740 断面进行岩爆预测，预测结果与实际相吻合，证明该模型是是可靠的。

（3）由于深部岩爆的影响因素相当复杂，岩爆预测的费歇判别分析模型还需要不断的完善与改进，同时，准确收集深埋隧道岩爆实例，并建立深埋隧道岩爆工程数据库也是准确预测岩爆的前提。

第六章 全文总结与研究展望

6.1 全文总结

随着浅部资源的枯竭，我国已有一批金属矿山进入深部开采，还有一批矿山即将进入深部开采，深部开采所面临的一个重大问题就是高地应力作用下导致的岩爆灾害。工程实践表明，深部高应力开采中，开采方式、矿柱的几何尺寸、矿房的临界宽度以及爆破等外界扰动对于矿柱岩爆都有较大而影响，自然地震或崩矿过程产生的人工地震也会使巷道和矿柱突然失稳。

本文应用突变理论中的尖点突变对不同开采方式、扰动作用下的矿柱岩爆、以及岩爆预测理论就行了研究。主要研究工作和结论如下：

（1）将矿柱岩爆问题简化成岩梁-矿柱系统进行分析，准确计算了系统的总势能，以此为基础建立了对称开采非对称开采情况下矿柱岩爆的尖点突变模型，并且分别推导得出了这两种情况下矿柱系统发生岩爆的充分必要条件。

（2）通过matlab绘图分析可知，对称开采条件下，在仅考虑上覆岩层的重力载荷作用时，随着开采深度的增加，矿房开采临界宽度减小，即越在深部越容易发生岩爆；在同一开采深度，即相同的载荷作用下，随着矿柱的高度与面积的比值的增大矿房的临界宽度逐渐减小，可得出矿柱越细长，对应的临界开采宽度越小，越容易发生岩爆；反之，对应的矿房临界宽度会增大，越不易发生岩爆。

（3）非对称开采条件下，不均匀开采系数相同时，随着静荷载增大，矿房临界宽度减小，也即随着开采深度的增大，越容易发生岩爆；静荷载相同（即同一开采深度）时，不均匀开采系数越大，越容易发生岩爆，由于$\alpha<1$，不均匀系数越大，说明L_1越接近于L_2，极限情况即对称开采，即可得出对称开采是最容易发生岩爆；

（4）通过计算系统势能差，计算出了对称开采和非对称开采时岩爆所释放的能量值及矿柱的突跳量，对比分析发现非对称开采时释放的能量及矿柱突跳量发现均比对称开采时的值小，可以认为相同情况下对称开采更容易发生岩爆，因此，建议在实际工程中采用非对称开采方式进行矿床开采。

（5）扰动作用下，分析了在不同的非线性系数下，矿柱系统的振幅与频率对矿柱稳定性有着重要的影响，认为矿柱系统的非线性因素的演化会导致的系统振幅平方不稳定的突跳抖动，会使矿柱系统的动能(或动量) 发生突然的改变，造成突然的冲击或遏制，从而在系统内产生了很大的冲击应力，这可能是矿柱系统

发生岩爆灾害的一种机制。同时分析了随机微扰动对矿柱岩爆的影响，当矿柱系统处于临界点状态时，外界微扰彼此关联，扰动关联程度剧增，可引发矿柱发生岩爆，当系统处于稳定状态时，扰动随时间减弱，且各自独立，对岩爆的影响较小。

(6) 综合分析了影响岩爆的主要因素，首次将统计学中的费歇判别分析法引用到岩爆预测中来，建立了岩爆预测的费歇判别分析模型，并且对两个工程实例进行了岩爆的预测。结果验证了岩爆预测的费歇判别分析模型的准确性。为岩爆预测提供了一种新的方法。

6.2 进一步研究的展望

本文将突变理论应用到矿柱岩爆机理的研究之中，研究了对称、非对称及扰动作用下矿柱的岩爆机理，得到了不同情况下矿柱发生岩爆的充要条件。由于突变理论是一门新兴的学科，其理论体系还不是十分完善，很多方面研究只是处于初步的探讨阶段，且突变类型较多，选用何种突变来研究岩爆问题更为合理等一系列问题有待解决。同时岩爆问题是一个极为复杂的问题，本文的研究在许多方面进行了简化和假设，分析方法尚有一些不成熟和不完善的地方，还有许多理论和应用问题有待作进一步的研究探索。

(1) 在用突变理论研究矿柱岩爆时，本文选取了突变理论中常用的尖点突变，尖点突变是以一个状态变量，两个控制变量为变量来研究系统的突变情况的，由于岩爆问题的复杂性，若考虑其他更多影响岩爆因素时，可采用其他更多状态变量和控制变量的类型来研究矿柱岩爆问题。

(2) 本文用突变理论研究矿柱岩爆时为了简化问题，仅考虑上覆岩层对矿柱的载荷，没有考虑构造应力的影响，事实上实际工程中构造应力不可缺少，甚至在某些情况下起主要作用，在以后的研究中有待于进一步考虑构造应力对矿柱岩爆的影响。

(3) 在非对称开采时，矿柱在受到偏压情况下，严格来说岩梁截面和矿柱上端面转角不为零，更精确的考虑应该在计算系统总势能时引入矿柱弯曲应变能增量的影响，有待于进一步改进。

(4) 本文主要进行的工作是理论研究，有实验条件的情况下，应结合实验来验证研究结果。

(5) 影响岩爆主要因素的选取对岩爆预测的准确性由着非常重要的影响本文选取六个影响因素对岩爆进行预测，如果有条件可以选取更多一些的影响因素来进行分析，这样可以提高预测的准确性。

(6) 本文在建立岩爆预测模型时选取了国内外 21 个岩爆样本作为训练样本，训练样本的数量对模型预测的准确性也有一定的影响，在以后的工程实践中

应多搜集有代表性的岩爆工程数据，建立岩爆数据库，在更广泛的岩爆数据的基础上，所建立的岩爆预测的费歇判别分析模型将能进一步提高预测的准确性。

参考文献

[1] 何满潮，谢和平，彭苏萍等. 深部开采岩体力学研究[J]. 岩石力学与工程学报，2005，24（16）：2803～2813.

[2] 冯夏庭，王泳嘉. 深部开采诱发的岩爆及其防治策略的研究进展[J]. 中国矿业，1998，7（5）：42～45.

[3] Bolstad D. Rockburst control research by the US Bureau of Mines. Rockbursts and Seismicity in Mines. 1988 Balkema，Rotterdam，Brookfield: 371～375.

[4] Johnslon J. C. Einstein M.H.. A Survey of mining associated seismicity. Rock-bursts and Seismicity in Mines. Firhurst(ed.) 1990 Balkema，Rotterdam:121～127.

[5] 李庶林. 深井硬岩岩爆倾向性与岩层控制技术研究[D].吉林：东北大学，2000.

[6] 祝方才，潘长良，曹 平 等. 冬瓜山矿床岩爆发生机制分析[J]. 金属矿山 2002（2）：20～21.

[7] Brady B.H. G. and Brown E T. 地下采矿岩石力学[M]（冯树仁等译）. 北京：煤炭工业出版社,1990.

[8] 代高乐. 岩石非线性动力学特征及冲击地压的研究[D]. 重庆：重庆大学，2002.

[9] Brady B.H.G. and Brown.E.T.. Energy changes and stability in underground mining:design application of boundary elements methods. Trans.Int.Min.Metall., 1981, 90(4): 61～68.

[10] Kidybinski A. Bursting liability indices of coal. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr, 1981, 18(4):295～304.

[11] S. P. Singh. The influence of rock properties on the occurrence and control of rockbursts. Mining Science and Technology, 1987, (5):11～18.

[12] 李广平. 岩爆的损伤断裂模型[J]. 岩土力学，1997，18（增）：105～109.

[13] 古德生，李夕兵. 有色金属深井采矿研究现状与科学前沿. 见：中国有色金属学会第五届学术年会论文集，长沙：矿业研究与开发论文集，2003. 1～4.

[14] 王贤能. 深埋隧道工程水－热－力作用的基本原理及其灾害地质效应研究 成都 [D]: 成都理工学院博士论文, 1998.

[15] 徐则民, 黄润秋 著. 深埋特长隧道及其施工地质灾害[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2000.

[16] 徐则民, 黄润秋, 张倬元. 复式山岭隧道沟谷段的岩爆机理[J]. 中国地质灾害与防治学报, 2000, 11(3): 15～19.

[17] 徐则民, 黄润秋, 罗杏春，等. 静荷载理论在岩爆研究中的局限性及岩爆岩石动力学机理的初步分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(8): 1255~1262.

[18] 徐则民, 黄润秋. 岩爆与爆破的关系[J]. 岩石力学与工程学报 2003, 22(3): 414～43.

[19] 唐春安. 岩石破裂过程的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993.

[20] 李江腾. 硬岩矿柱失稳及时间相依性研究[D]. 中南大学. 2005.7

[21] 王连国, 缪协兴. 基于尖点突变模型的矿柱失稳机理研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2006，23（2）:137～140.

[22] 王连国, 缪协兴. 煤柱失稳的突变学特征研究[J].中国矿业大学学报.2007，36（1）：7～11.

[23] 王连国,缪协兴,王学知,等. 条带开采煤柱破坏宽度计算分析[J]. 岩土工程学报,2006 ,28 (6) : 767～769.

[24] 秦四清，何怀锋.狭窄煤柱冲击地压失稳的突变理论分析[J]. 水文地质工程地质. 1995，（5）：17～20.

[25] 江文武，徐国元，马长年. 基于尖点突变理论的矿房间矿柱的稳定性析[J]. 金属矿山，2007 ，37（5）：39～45.

[26] 潘 岳，刘 英，顾善发. 矿井断层冲击地压的折叠突变模型[J]. 岩石力学与工程学报，2001，20 (1):43～48.

[27] 潘 岳，解金玉，顾善发. 非均匀围压下矿井断层冲击地压的突变理论分析[J]. 岩石力学与工程学报，2001，20 (3) : 310～314.

[28] Brady B. T. Anomalous seismicity prior to rock bursts; implications for earthquake prediction[J]. Pure and Applied Geophysics, 1977, 115: 357-374.

[29] Senfaute G., Chambon C. & Bigarre P. et al. Spatial distribution of mining tremors and the relationship to rockburst hazard[J]. Pure and Applied Geophysics, 1997, 150: 451~459.

[30] Fajklewicz Z. The first attempts at forecasting mining quake by microgravimetric method[J]. Mining Review, 1981, 37: 517~525.

[31] Fajklewicz Z. Rock-burst forecasting and genetic research in coal-mines by microgravity method[J]. Geophysical Prospecting, 1983, 31: 748~765.

[32] Casten U. & Fajklewicz Z. Induced gravity anomalies and rock-burst risk in coal mines; a case history[J]. Geophysical Prospecting, 1993, 41: 1~13.

[33] Mansurov V. A. Acoustic emission from failing rock behavior[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1994, 27: 173~182.

[34] Frid V. Calculation of electromagnetic radiation criterion for rock burst hazard

forecast in coal mines[J]. Pure and Applied Geophysics, 2001, 158: 931~944.

[35] 侯发亮，刘小明，王敏强. 岩爆成因再分析及烈度划分探讨. 见：第三届全国岩石动力学学术会议论文集. 武汉：武汉测绘科技大学出版社，1992.448～457

[36] 谢和平. 分形-岩石力学导论[M]. 北京：科学出版社.1996

[37] 梁志勇，石豫川，李天斌.基于统计损伤的岩爆预测[J]. 工程地质学报，2005，1（1）：85～88.

[38] 冯夏庭，王泳嘉，等. 深部开采诱发的岩爆及其防治策略-综合集成智能系统研究[J]. 中国矿业，1998.7（6）：44～47.

[39] 王元汉，李卧东，李启光，等.岩爆预测的模糊数学综合评判方法[J].岩石力学与工程学报，1998.17（5）：493～501.

[40] 陈海军，郦能惠，聂德新，等.岩爆预测的人工神经网络模型[J]. 岩土工程学报，2002.24（2）：229～232.

[41] 高玮，杨明成，郑颖人. 隧道围岩破坏模式的进化神经网络识别[J]. 岩土力学，2002.23（6）：691～694.

[42] 何满潮，苗金丽，李德建，等. 深部花岗岩试样岩爆过程实验研究[J]. 岩石力学与工程学报，2007，26(5):865～876.

[43] 何满潮，姜耀东，赵毅鑫. 以复合能量转化为中心的冲击地压控制理论[C]// 深部开采基础理论与工程实践. 北京：科学出版社.

[44] Saunsers P T.灾变理论入门[M]. 凌复华译.上海：上海科学技术文献出版社，1983.

[45] 黄润秋，许强. 工程地质广义系统科学分析原理及应用[M]. 北京：地质出版社，1997.

[46] 李夕兵，李地元，郭雷，等. 动力扰动作用下矿柱力学响应研究[J]. 岩石力学与工程学报，2007，26(5):922～928.

[47] 唐春安，岩石破裂过程中的尖点突变模型[J]. 岩石力学与工程学报，1990，（2）：100～107

[48] 现代工程数学手册编委会. 现代工程数学手册(第一册)[M]. 武汉：华中工学院出版社，1985.

[49] 刘鸿文. 材料力学[M]. 北京：高等教育出版社，2004.

[50] 闵长江，卜凡启. 煤矿冲击矿压及防治技术[M]. 徐州：中国矿业大学出版社，1998.

[51] [加]M.L 杰里米克著，岩体力学在硬岩开采中的应力[M]. 赵玉学译，北京冶金工业出版社，1990.

[52] 张倬元，王士天, 王兰生. 工程地质分析原理[M]. 北京：地质出版社，1980.

[53] 张咸恭，王思敬，张倬元等. 中国工程地质学[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
[54] 朱瑞庚. 不同加载速率条件下花岗岩的破坏判据[J]. 爆炸与冲击，1984，（1）：1～8.
[55] 冯涛，王文星. 岩石应力松弛试验及两类岩爆研究[J]. 2000，15(1): 27-31.
[56] 刁心宏. 房柱式采矿地压动态控制及人工智能应用研究[D]. 吉林：东北大学，2001.
[57] 王文星，潘长良. 现场岩爆发生条件探讨[J]. 西部探矿工程，2002，14(1):54～56.
[58] 刘小明，李焯芬. 脆性岩石损伤力学分析与岩爆损伤能量指数. 岩石力学与工程学报，1997，16(2): 140～147.
[59] 徐林生，王兰生，李天斌. 卸荷状态下岩爆岩石变形破裂机制的实验岩石力学研究[J]. 山地学报，2000，18 增刊102～107.
[60] 王贤能,黄润秋.岩石卸荷破坏特征与岩爆效应[J]. 山地研究，1998, 16 (4): 281～285.
[61] 张黎明,王在泉,贺俊征.岩石卸荷破坏与岩爆效应[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版)，2007，39 (1):111～114.
[62] 徐松林，吴 文，张 华. 大理岩三轴压缩动态卸围压与岩爆模拟分析[J]. 辽宁工程技术大学学报，2002，21(5):612～615.
[63] 杨 健，王连俊. 岩爆机理声发射试验研究[J]. 岩石力学与工程学报，2005，24(20):3796～3802.
[64] 张 茹，谢和平，刘建锋，等. 单轴多级加载岩石破坏声发射特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报，2006，25(12) :2584～2588.
[65] 左宇军. 动静组合加载下的岩石破坏特性研究[D]. 中南大学，2005，3.
[66] 王文星，潘长良. 现场岩爆发生条件探讨[J]. 西部探矿工程，2002，14(1):54～56.
[67] 唐宝庆，曹平. 矿山岩爆机理的探讨[J]. 江西有色金属，2000，14(2): 5～7.
[68] 康政虹，高正夏，丁向东，等. 基于扰动响应判据的洞室岩爆分析[J]. 河海大学学报(自然科学版)，2003，31(2): 188～192.
[69] 许强，黄润秋. 地震作用下结构的非线性相应的突变分析[J]. 岩土工程学报，1997，19（4）：25-30.
[70] 秦四清. 斜坡失稳的突变模型与混沌机制[J]. 岩石力学与工程学报，2000，19（4）：486-492.
[71] 张我华，邱战洪，陈合龙. 堤坝和基础非线性动力失稳灾变的分岔突变分析[J]. 浙江大学工学(工学版)，2007，41 (1):88-96.

[72] 秦四清. 初论岩体失稳过程中耗散结构的形成机制[J]. 岩石力学与工程学报，2000 ，19 (3)：266～269.

[73] 许强，黄润秋，王来贵. 外界扰动诱发地质灾害的机理分析[J]. 岩石力学与工程学报，2002，21(2)：280～284.

[74] 唐宝庆，曹平. 岩爆预测方法的分析[J] . 江西有色金属，1995，90 (4)：4～8.

[75] 高为柄. 运动稳定性基础[M]. 北京，机械工业出版社，1995.

[76] 谭以安. 岩爆特征及岩体结构效应. 中国科学，1991，B 辑(9)：985～991.

[77] 舒磊, 王磊, 彭金伟. 秦岭铁路隧道岩爆预报的模糊综合评判研究[J]. 四川联合大学学报(工程科学版)，1998，2 (4) ：55～60.

[78] 邹成杰. 天生桥二级水电站引水发电隧洞岩爆烈度与分级的研究[J]. 红水河，1996，15 (3)：46～48.

[79] 王兰生，徐林生，李天斌，等. 深埋长隧道高地应力与围岩稳定问题(二郎山科研报告)，1998.

[80] 陶振宇. 若干电站地下工程建设中的岩爆问题[J]. 水力发电，1988，(7):40～45.

[81] 贾愚如，范正绮. 水工地下洞室中的岩爆机制与判据[J]. 水力发电，1990，(6):30～34.

[82] 周德培，洪开荣. 太平驿隧洞岩爆特征及防止措施[J]. 岩石力学与工程学报，1995，14(2):171～178.

[83] 单治钢. 锦屏二级水电站引水隧洞岩爆初步研究[A]. 第三届全国岩石动力学学术会议论文集[C]. 武汉:武汉测绘科技大学出版社，1992，523～537.

[84] 陆家佑. 岩爆预测的理论与实践[J]. 煤矿开采，1998，32（3）：26～29.

[85] Hock E Brown E T. Underground Ex~vation-n Rock. London： Institute 0f Mining and Metallurgy，1980.

[86] 彭 祝，王元汉，李廷芥. Griffith 理论与岩爆的判别准则[J]. 岩石力学与工程学报，1996，15 (增) : 491～495.

[87] 唐宝庆，曹平. 预测预防岩爆的探讨[J]. 山东科技大学学报(自然科学版)，2001，20 (1) :71～73.

[88] 姜 彤，李华晔，刘汉东. 岩爆理论研究现状[J]. 华北水利水电学院学报，1998，19(1):45～47.

[89] 许迎年，徐文胜，王元汉等. 岩爆模拟试验及岩爆机理研究[J]. 岩石力学与工程学报，2002，21(10):1462～1466.

[90] 张志强，关宝树，翁汉民. 岩爆发生条件的基本分析[J]. 铁道学报，1998，