

“3S”应用

# GPS 高程转换的拟合方法及其实现

裴亮<sup>1</sup>, 何孝莹<sup>1</sup>, 高荣贵<sup>2</sup>, 乔仰文<sup>1</sup>

(1. 辽宁工程技术大学 测量工程系, 辽宁 阜新 123000;

2. 吉林石油集团公司地球物理勘探公司计算中心, 吉林 松原 138000)

**摘要:** 介绍了 GPS 高程转换的几种常用的拟合方法及其数学模型, 编制了相应的高程转换程序并以实例加以验证, 得出了有益的结论。

**关键词:** GPS 大地高; 正常高; 高程转换; 数学模型

**中图分类号:** P228.4

**文献标识码:** B

**文章编号:** 1001-358X(2003)04-0001-02

GPS 技术的出现, 为确定地面点的高程提供了新的途径。但 GPS 测得的是 WGS-84 系下的大地高。而我国实用的高程采用的是正常高, 为此, 必须实现 GPS 大地高向正常高的转换。

从理论上讲, 实现 GPS 大地高向正常高的转换的最好方法是综合利用 GPS 测量数据、重力测量数据和地球重力场模型。但对一般工程单位而言, 不具备获得必要重力资料的能力, 因此, 拟合方法目前仍是一般单位进行 GPS 高程转换的首选方案。

由大地测量的有关知识, 大地高和正常高之间存在以下关系:

$$H_r = H - \varepsilon \quad (1)$$

式中

$H$  —— GPS 大地高;

$H_r$  —— 正常高;

$\varepsilon$  —— 高程异常。

由式(1)可知, 只要求出 GPS 点上的高程异常值, 就可利用上述关系将 GPS 大地高转换为正常高。因此, GPS 高程拟合实质是高程异常的拟合。

如果在某测区有一定数量的重合点(既具有水准测量的正常高, 又具有 GPS 测量的大地高的点), 且这些点分布均匀、密度适中, 那这些点上的高程异常就可以根据已知的正常高和大地高计算得到。利用这些离散点上的高程异常, 用一个函数模拟出该区的似大地水准面, 从而可以内插出其他未知点的高程异常值, 实现大地高向正常高的转换。

## 1 GPS 高程拟合方法及其数学模型

高程拟合的数学模型很多, 考虑到模型的通用

性、实用性以及计算实现的方便性, 本文叙述了五种常用的模型: 多项式曲线拟合; 三次样条曲线拟合; 加权平均值拟合; 均值挂靠拟合和多项式曲面拟合。

### 1.1 均值挂靠法拟合

均值挂靠法拟合的实质是利用在高程异常值变化缓慢的小测区内, 各点的高程异常值相差不大的特点, 用 2-3 个点的高程异常值的平均值代替测区内各点的高程异常值, 因此它的计算精度不是太好。该方法的使用条件很苛刻, 只能在不大于 50 km<sup>2</sup> 的平原或浅丘地区才能使用。

### 1.2 多项式曲线拟合

当 GPS 点按带状布设时, 可以根据水准重合点的平面坐标和高程异常  $\varepsilon$ , 拟合出测线方向上的似大地水准面曲线, 解求插值点的高程异常。

将坐标系转换成  $X$  与测线方向重合,  $Y$  与测线垂直。

设  $\varepsilon$  与  $x$  存在如下函数关系式:

$$\varepsilon(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx_n \quad (2)$$

在使残差  $R_i = \varepsilon_i(x_i) - \varepsilon_i$  的平方和为最小的条件下解出式(2)中的各系数, 即可按该式求出测线方向任意一点的高程异常值。

### 1.3 三次样条曲线拟合

当测线过长、已知点较多时, 如果进行多项式整体拟合, 精度较低。这时若利用三次样条曲线的分段和连续的特性, 采用三次样条曲线拟合, 则可以获得较好的效果。

设测线过  $n$  个拟合点,  $\varepsilon_i$  和  $x_i$  在区间  $[x_i, x_{i+1}]$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$ ) 存在如下三次样条函数关系:

$$\begin{aligned} \varepsilon(x) = & \varepsilon(x_i) + (x - x_i) \varepsilon(x_i, x_{i+1}) + (x - x_i) \\ & (x_i - x_{i+1}) \varepsilon(x, x_i, x_{i+1}) \end{aligned} \tag{3}$$

式中

- $x$  ——待求点坐标;
  - $x_i, x_{i+1}$  ——待求点两端已知点的坐标;
  - $\varepsilon(x_i, x_{i+1})$  ——一阶差熵;
  - $\varepsilon(x, x_i, x_{i+1})$  ——二阶差熵。
- 利用数学上的追赶法即可实现。

1.4 加权平均值法拟合

因为加权平均值法是根据高程异常值连续渐变的性质而定, 所以内插点的高程异常值与该点和周围的水准重合点的距离具有强相关性。

假设有一点  $A$ , 其周围有  $n$  个高程异常已知的点, 各点的高程异常值为  $\varepsilon_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 则利用加权平均值法计算点高程异常的数学模型为:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \varepsilon_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \tag{4}$$

式中

- $P_i$  ——水准重合点  $i$  的权。
- 权函数  $P$  可以有多种表达形式。设各已知点到  $A$  点的距离可以表示为  $L_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 则各点对  $A$  点高程异常的影响的大小 (即权重)  $P_i$ , 可用下式来描述:

$$P_i = \frac{1}{L_i^3} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \tag{5}$$

表 1 数据处理结果及残差统计

| 检核点 | 拟合方法   | 正 常 高(m)  | 已 知 值(m) | 偏差( cm) | 均方根( cm) |
|-----|--------|-----------|----------|---------|----------|
| 15  | 均值挂靠   | 35. 6030  |          | 1. 59   |          |
|     | 加权平均   | 35. 5846  | 35. 5871 | - 0. 25 | 1. 89    |
|     | 多项式曲面  | 35. 5839  |          | - 0. 32 |          |
|     | 三次样条曲线 | 35. 5131  |          | - 7. 40 |          |
| 14  | 均值挂靠   | 39. 6420  |          | 2. 71   |          |
|     | 加权平均   | 39. 5993  | 39. 6149 | - 1. 56 | 2. 01    |
|     | 多项式曲面  | 39. 6034  |          | - 1. 15 |          |
|     | 三次样条曲线 | 39. 3434① |          |         |          |

①偏差太大, 不参与计算。

由以上统计结果可看出, 前三种拟合方法结果都在厘米级, 由于拟合区域为面状, 所以用三次样条曲线拟合的偏差很大, 加权平均和多项式曲面的拟合结果均较好。

1.5 多项式曲面拟合

当测区布设成面状时, 可以应用多项式曲面拟合。采用削高补低的原则, 平滑出一个曲面来代表拟合区的似大地水准面, 供内插和外推使用。设测点的  $\varepsilon_i$  和  $x_i, y_i$  存在如下函数关系:

$$\varepsilon_i = f(x_i, y_i) + \Delta_i \tag{6}$$

式中

- $f(x_i, y_i)$  ——函数的趋势值;
- $\Delta_i$  ——残差;

可用以下空间曲面表达式:

$$\begin{aligned} f(x, y) = & a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy + a_4x^2 + a_5y^2 + \\ & a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3 \end{aligned} \tag{7}$$

对每一个水准重合点, 都可列出以上方程, 在  $\sum \Delta_i^2 = \min$  的条件下解算出  $a_i$ 。之后, 利用式 (7) 在不考虑残差的情况下进行解算, 求得高程异常。根据不同的地区选用不同的参数进行拟合。参数不同, 拟合的曲面形式也不同。

2 算 例

对以上转换方法, 用 VB 编制了 GPS 高程转换的相应程序, 并以实例加以验证。以某丘陵测区为例, 有已知水准重合点 6 个, 从大地高和正常高所得的高程异常的变化来看, 测区所在局部区域的似大地水准面较为平缓, 可用规则曲面来近似。分别以一个检核点为例, 选择不同的算法进行计算, 对拟合残差加以统计, 分别列于表 1 中。

3 结 论

3.1 在平原或丘陵测区, 利用 GPS 测量成果可以确定地面点的实用高程, 在较好的情况下转换后 (下转第 51 页)

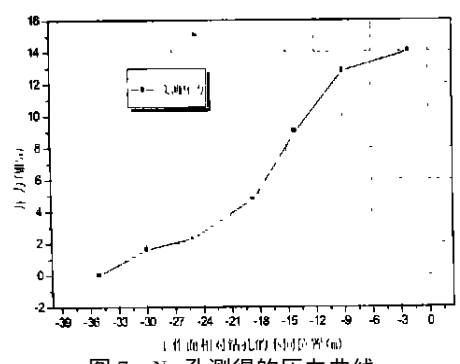


图 7 N<sub>1</sub> 孔测得的压力曲线

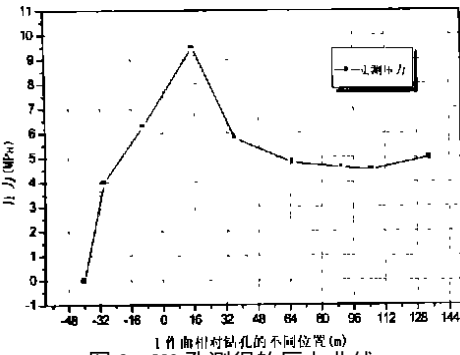


图 8 N<sub>2</sub> 孔测得的压力曲线

4 结 论

(1) 在工作面推进过程中, 开采煤层上覆岩层中

的垂直应力是不断变化的, 其主要特点是覆岩出现垂直应力集中区和卸压区, 随着岩层高度的增大, 岩层应力集中区越来越小。

(2) 垂直应力峰值位置随岩层高度的增加稍向煤壁前方移动, 岩层中应力集中峰值位置的连线呈近似直线。

(3) 覆岩离层主要出现在应力卸压区, 离层的启动点出现于工作面上方各层位垂直应力集中区和卸压区的分界点或首先出现的最低应力点( 低于原始应力)。在应力集中区即工作面前方或煤柱外侧不可能产生离层。

参考文献:

[1] 王金庄, 康建荣, 吴立新, 郭增长. 煤矿覆岩离层注浆减缓地表沉降效果评价方法探讨[J]. 矿山测量, 2000(2): 11- 13.

[2] 究矿集团有限公司, 辽宁工程技术大学开采沉陷与控制工程治理工程研究中心, 煤炭科学研究总院北京开采所等. 东滩矿 14308( 东) 综放工作面覆岩注浆实现村庄下安全开采总结报告[R]. 1999.

(收稿日期: 2003- 06- 25)

(上接第 2 页)

的高程精度可以达到厘米级, 能够满足一般工程建设和大比例尺测图的需要。

3.2 为了提高拟合精度, 除了要研究拟合模型的精度外, 还应当考虑如何使拟合模型与实际大地水准面更加符合的问题。通过划分分区可使拟合模型与拟合区域高程异常的变化更加接近。这里列出各种计算方法对测区的适用条件和范围( 表 2 所示)。

表 2 各种计算方法对测区的适用条件和范围

| 计算方法   | 测区形状      | 使用范围   |
|--------|-----------|--------|
| 多项式曲线  | 线状测区      | 中短距离   |
| 三次样条曲线 | 线状测区      | 无      |
| 加权平均值法 | 线状测区、面状测区 | 无      |
| 均值挂靠   | 面状测区      | 平原、小测区 |
| 多项式曲面  | 面状测区      | 平原或浅丘  |

3.3 计算过程中注意检验水准重合点的可靠性, 对其精度无把握的点尽量不要使用, 以免损害整

个成果的精度。

参考文献:

[1] 乔仰文, 辛久志等. GPS 高程转换的若干问题的研究 [J]. 测绘通报, 1999(11).

[2] 徐绍铨, 李振洪等. 高程拟合系统的研究 [J]. 武汉测绘科技大学学报, 1999(4).

[3] 归庆明, 郭建锋等. 高精度局部区域 GPS 水准计算方法的探讨 [J]. 测绘科学, 2001(1).

作者简介: 裴亮( 1966- ), 男, 硕士。现任辽宁工程技术大学测量系规划室主任, 副教授。先后发表 20 余篇论文; 主编《摄影测量基础》教材一部; 现主要从事工程测量、航空摄影测量与遥感、城市规划等教学、生产与科研工作。

(收稿日期: 2003- 06- 20)

## ENGLISH ABSTRACTS OF MAIN ARTICLES IN THIS ISSUE

Fit Method of GPS Elevation Transition and Its Realization – In the paper, several commonly – used fit methods and mathematical models of GPS transition are firstly introduced, and then their corresponding elevation transition programs are compiled, which are proved to be effective through practical examples and some favorable results are obtained. (Pei Liang et al.)

Research and Development of Data Processing Software Package Used in GPS Monitoring Net – Seven software that constitute GMDPS software package and their functions and features as well as data communication between main software are illustrated in the paper. The mathematical models of main software and check for their correctness and reliability are finally given in a form of reference. (Yu Xuexiang et al.)

Keywords: GMDPS software package; frame structure; functions and features; reference

Use of OpenGL to Draft Main Topographic Model Map – Two kinds of main data structures of the DTM are briefly introduced in the paper, which are irregular net of triangulation (TIN) and regular rectangular grid (GRID). Taking the data structure of the GRID for example, the authors make a probe into the methods that are how to use OpenGL three – dimensional graph to develop function library so as to create three – dimensional topographic model and how to realize an interfusion of remote sensing image with topography in order to draft highly – true three – dimensional topographic map based on data source of topographic contour – line map. Furthermore, a concrete drafting example is also given in the paper. (Yang Huachao et al.)

Practice and Analysis of Combined Use of RTK and Total Station Instrument in Topographic Map Surveying – In area where the topographic condition is complicated, to survey topographic map with conventional methods is comparatively difficult; while combining RTK with total station instrument that may complement each other in advantage can not only improve surveying speed greatly but also guarantee surveying accuracy without needing to make mapping control survey in such area. (Jiang Jinbao et al.)

AutoCAD2000 – based Digital Estate Survey System (DESS) – The paper highlights technical components of the DESS, describes development platform and language choice of the system, and also illustrates division and design principle of

main functional modules in the system. (Wu Changyue et al.)

Direct Derivation of Three – dimensional Coordinate System Established by Through Intersections of Mine Workings – Through survey of mine workings is an important work in the production. In the paper, space equations of workings' central lines are established, through which the three – dimensional coordinate of through intersections can be directly calculated, and which also provide us a kind of quick and effective method for design of mine workings and prediction of through survey error. (Zhang Jianxiong et al.)

Cause and Solution for Mean Error Transfinite of Unit Weight in Triangular Mesh – In balancing of triangular mesh, a phenomenon that adjusted goniometric mean errors go beyond the limit occurs sometimes. Taking original data errors as example, the authors apply the theory of mathematical statistics to make an analysis of transfinite cause and put forward the corresponding solutions in the paper. (Zheng Chongqi et al.)

Probe into Standardized Methods of Expressway Surveying Made with Total Station Instrument – In the paper, standardized methods related to layout of center peg, altimetric measurement of center peg point and cross – sectioning made with total station instrument during expressway and construction surveying are done are discussed. (Wang Xiaomin)

Discussion on Demarcation of Real Estate and Division of Land Use Type – Currently – used demarcation and numbering methods cannot reflect accurately the land use type of real estate, which brings about much difficulty in actual work. In accordance with requirement of real estate management, new demarcation and numbering methods that can indicate land use type in building mapping are put forward in the paper. (Xu Guangxiang)

Keywords: Demarcation; numbering; real estate

Research on Similarity Simulation Experiment of Development Law of Mining – induced Overburden Stress – The similarity simulation experiment reveals magnitude and direction of stress and its variation law redistributed in higher overburden layers of coal mine under the condition of fully mechanized coal mining with caving of roof coal, which also provides basis for determining grouting time and pressure and repairing grouting pipelines. (Zhang Jiangquan et al.)