

# 用灰色系统理论 预测地下水位的变化

鄂世业<sup>①</sup> 叶水根

(水利与建筑工程系)

**摘 要** 在观测资料较少的情况下,不能用常规的方法但可用灰色系统理论预测地下水位的变化。文中据实测资料阐明了用灰色系统理论进行预测的过程和方法。该方法尤其适合于观测数据系列短,又缺乏专业人员的乡一级水利管理站采用。

**关键词** 地下水位;预测模型;灰色系统

**中图分类号** P641.7;O159

## Forecasting of Groundwater-level Fluctuation Using Gray System Theory

E Shiye Ye Shuigen

(Department of Water Conservancy and Construction Engineering)

**Abstract** It is difficult to forecast groundwater-level fluctuation using conventional methods under shortage of observation data. Groundwater-level fluctuation is synthetically influenced by both known and unknown factors. But it may be forecasted using gray system theory. Procedure and method of the forecasting are illustrated with an example, at township distinction of the north China. It is a good forecast method for township distinction, where lack of persons in a specific field and lack of observation data.

**Key words** groundwater-level; forecast model; gray system

地下水位的变化是地下水资源评价的重要资料。在我国北方地表水源不足的情况下,地下水作为水资源越来越显得重要。现在北方各地都很重视地下水位变化的预报,以便控制地下水位的埋藏深度。目前采用的地下水位变化预报的常规方法(数理统计方法),要求有较长时间的地下水位观测资料,还要求有水文、气象、水文地质等资料,这种预报往往都是区域性大面积的控制预报。可是乡一级的地下水位观测资料,大部分是在80年代初期农业区划开展后建立的地下水动态观测站积累的观测资料,一般10a左右,有的才只有5~6a,而且其他资料也不

收稿日期:1993-03-31

①鄂世业,北京农业工程大学57信箱,100083

全,要据此进行地下水位预测就很困难。然而地下水位的变化受已知因素和未知因素的综合影响,所以可以利用灰色系统理论进行预测。灰色预测的优点是,只用较短时间(如4~6a系列)的原始资料即可进行预测。目前我国北方大部分地区都有4a以上的地下水位观测资料,用灰色预测方法就能解决乡一级地下水位的预测问题。

## 1 灰色预测的过程和方法

地下水位是随时间而变化的,其变化过程属单序列的一阶线性动态变化。

下面以北京市海淀区第16号观测孔1980~1985年观测的最高地下水位资料(表1)为例,说明灰色预测地下水位的过和程和方法。

表1 北京市海淀区第16号观测孔资料

年 份	1980	1981	1982	1983	1984	1985
地下水最高水位/m	39.76	37.76	36.46	36.59	35.45	34.43

单序列一阶线性动态模型<sup>[1]</sup>,记为GM(1,1)模型,其相应的微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u$$

记 $a, u$ 为参数向量 $\hat{U}$ 的元素,即

$$\hat{U} = [\hat{a} \quad \hat{u}]^T$$

便有

$$\hat{U} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{u} \end{bmatrix} = [B^T B]^{-1} B^T Y_N$$

观测系列为 $x^{(0)}(k)$ 等间距的时间系列,对之进行累加生成处理,结果如表2。

表2 累加生成处理后的观测数据序列

序号 $k$	1	2	3	4	5	6
$x^{(0)}(k)$	39.76	37.76	36.46	36.59	35.45	34.43
$x^{(1)}(k)$	39.76	77.52	113.98	150.57	186.02	220.45

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad (k=1, 2, \dots)$$

数据矩阵 $B, Y_N$ 为

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(4) + x^{(1)}(3)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(5) + x^{(1)}(4)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(6) + x^{(1)}(5)) & 1 \end{bmatrix}$$

$$x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1) = 39.76$$

$$x^{(1)}(2) = \sum_{k=1}^2 x^{(0)}(k) = 77.52$$

$$x^{(1)}(3) = \sum_{k=1}^3 x^{(0)}(k) = 113.98$$

$$x^{(1)}(4) = \sum_{k=1}^4 x^{(0)}(k) = 150.57$$

$$x^{(1)}(5) = \sum_{k=1}^5 x^{(0)}(k) = 186.02$$

$$x^{(1)}(6) = \sum_{k=1}^6 x^{(0)}(k) = 220.45$$

$$Y_N = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4), x^{(0)}(5), x^{(0)}(6)]^T$$

$$= [37.76, 36.46, 36.59, 35.45, 34.43]^T$$

$$B^T B = \begin{bmatrix} -58.64 & 1 \\ -95.75 & 1 \\ -132.28 & 1 \\ -168.30 & 1 \\ -203.24 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -58.64 & 1 \\ -95.75 & 1 \\ -132.28 & 1 \\ -168.30 & 1 \\ -203.24 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 99734.78 & -658.21 \\ -658.21 & 5 \end{bmatrix}$$

$$[B^T B]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.00007641 & 0.010058 \\ 0.010058 & 1.52408 \end{bmatrix}$$

$$B^T Y_N = \begin{bmatrix} -58.64 & -95.75 & -132.28 & -168.30 & -203.24 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 37.76 \\ 36.46 \\ 36.59 \\ 35.45 \\ 34.43 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23509.2048 \\ 180.69 \end{bmatrix}$$

$$\hat{U} = \begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{u} \end{bmatrix} = [B^T B]^{-1} B^T Y_N$$

$$= \begin{bmatrix} 0.00007641 & 0.010058 \\ 0.010058 & 1.52408 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -23509.2048 \\ 180.69 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.021179 \\ 38.926 \end{bmatrix}$$

$$\hat{a} = 0.021179$$

$$\hat{u} = 38.926$$

解 GM(1,1)模型得

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left( x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \right) \exp(-\hat{a}k) + \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \quad (k=0,1,2,\dots)$$

将数值代入得

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = -1\,798.212\,6 \exp(-0.021\,179k) + 1\,837.9726 \quad (k=0,1,2,\dots)$$

将上述生成模型作累减还原,得到还原模型

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - \exp \hat{a}) \left( x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \right) \exp(-\hat{a}k) & (k=1,2,\dots) \\ \hat{x}^{(0)}(k+1) = x^{(0)}(1) & (k=0) \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(k+1) = 38.490\,1 \exp(-0.021\,179k) & (k=1,2,\dots) \\ \hat{x}^{(0)}(1) = 39.76 \end{cases}$$

此式即为最终灰色预测模型,按此式预测的结果见表3。

表3 校验预测结果

年 份	序号 $k$	模型预测值 $\hat{x}^{(0)}(k+1)$	实际观测值 $x^{(0)}(k+1)$	残 差 $q^{(0)}(k+1)$
1980	0	39.76	39.76	0.00
1981	1	37.68	37.76	0.08
1982	2	36.89	36.46	-0.43
1983	3	36.12	36.59	0.47
1984	4	35.36	35.45	0.09
1985	5	34.62	34.43	-0.19
1986	6	33.89	33.82	-0.07
1987	7	33.19	33.48	0.29
1988	8	32.49	32.83	0.34

精度检验<sup>[2]</sup>结果:均方差比值为0.16,小于0.35;小误差概率为1.0,大于0.95。

把1980~1985年的数据作为预测的原始观测数列,预测1986,1987和1988年的地下水位,其残差分别为-0.07,0.29和0.34 m,达到要求,说明对于这一时期利用该模型是可行的。

一般预测步数不宜过多,以1~3步为宜。原因是随着距模型序列的时间越来越远,地下水系统中各种干扰因素也随之增多,而模型未能及时反映出序列之后的各种干扰因素,从而造成残差增大。若要预测以后年份的地下水位,可加入新的数据,去掉旧的数据,再建立新的模型,使模型能及时反映地下水系统的最新信息。

例如,测得1986年的最高地下水位为33.82 m,把这一年份的数据放入上述模型的原始序列中,去掉1980年的数据,组成一个新的原始序列。按上述计算方法,得到新的预测模型

$$\begin{cases} \hat{x}^{(0)}(k+1) = 37.626\,7 \exp(-0.020\,962k) & (k=1,2,\dots) \\ \hat{x}^{(0)}(1) = 37.76 \end{cases}$$

根据模型预测1987,1988,1989年的地下水位,分别为

$$\hat{x}^{(0)}(6) = 33.18 \quad \hat{x}^{(0)}(7) = 32.50 \quad \hat{x}^{(0)}(8) = 31.82$$

而这3年实际最高地下水位分别为33.48,32.83和32.90 m,残差为0.30,0.33和0.27 m,预测值与实际值较为接近。

## 2 建立灰色预测模型应考虑的问题

1) 观测的数据要准确。数据本身综合反映了地下水位的变化因素,为提高观测精度,要求采用自计自动水位计观测水位;在没有仪器的地区,要设专人记录,以减少人为误差。取样时要取原始数据(如地下水年最高水位),不要经过处理的数据(如地下水位平均值等)。

2) 在进行地下水位灰色预测时,要选择同一水文地质单元,如选在平原区的一级或二级阶地上,注意避免其他单元影响;同时要考虑预测水位处过去、现在和将来要预测的时段上各种自然因素和人为因素的影响应相近似。

3) 地下水位观测时段一般有 4~8 a 即可,不宜取得过长,当然少于 4 a 也不行。预测的时段 1~3 a 结果是准确的,再多只能作参考值。如果要连续预测,则必须对原始的观测数据进行去旧补新,并重新建模。

## 3 结束语

应用灰色系统理论,根据较少的观测系列资料预测 3 a 内的地下水位变化,方法简便易行,结果可靠。这一方法尤其适合于地下水位观测资料积累时间短、缺乏专业人员的我国北方乡一级水利管理站所采用。

### 参 考 文 献

- 1 邓聚龙. 灰色系统. 北京:国防工业出版社,1985. 21
- 2 傅立. 灰色系统理论及其应用. 北京:科学技术出版社,1992. 59