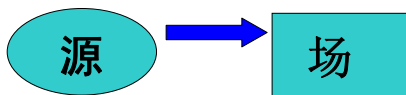


第七章 磁异常反演

正演问题:

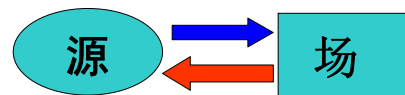
已知场源的形态及磁性参数, 利用场源体在上半空间的磁场表达式计算其磁场值、分析其分布特点的过程称为磁异常正演问题。



第七章 磁异常反演

反演问题:

已知磁场的空间分布, 确定其对应的地下场源分布状态 (如磁性体位置、形状、产状) 及磁性参数 (如磁化率、磁化强度大小和方向) 的过程称为磁异常反演。



第七章 磁异常反演

§ 1、反演方法基本原理与问题

§ 2、磁性体形态判断

§ 3、几种简单的反演方法

§ 4、复杂磁异常反演方法

§ 5、频率域磁异常反演

§ 1、反演方法基本原理与问题

一、反演方法的途径及步骤:

已知空间坐标 (x, y, z) 及其观测场 $f(x, y, z)$, 确定地下场源体的空间坐标 Q 、几何形态因子 R 及磁性参数 E (如磁化率、磁化强度大小和方向)。它们之间存在函数关系:

$$f(x, y, z) = \Phi(x, y, z, Q, R, E)$$

- 1、选择场源类型 $\rightarrow \Phi$;
- 2、计算参数 Q 、 R 及 E 等

空间域关系

§ 1、反演方法基本原理与问题

一、反演方法的途径及步骤:

$$\Delta \tilde{T}(u, v) = A \bullet H(u, v, h) \bullet M(u, v; l, m, n; l_0, m_0, n_0) \bullet S(u, v; a, b) \bullet D(u, v; \xi, \eta)$$

频率域关系

其中: H 为深度因子, M 为方向导数因子, S 为水平尺寸因子、 D 为位移因子

§ 1、反演方法基本原理与问题

一、反演方法的途径及步骤:

在两域中, 函数表达式均为多元非线性函数, 磁异常反演便是求解多元非线性函数问题。

§ 1、反演方法基本原理与问题

一、反演方法的途径及步骤:

在两域中，函数表达式均为多元非线性函数，
磁异常反演便是求解多元非线性函数问题。

反演的两个途径:

- 1、对简单规则形体，可由已知实测场和对应观测点坐标直接求未知参量；
- 2、对于复杂形态场源体，采用简化或近似求法，如非线性问题线性化后求解，用简单形体组合出场源体等。

§ 1、反演方法基本原理与问题

一、反演方法的途径及步骤:

1、定性与半定量解释:

初步判断磁性体形状、产状及引起的地质原因

2、定量解释

选择定量计算的公式和方法

§ 1、反演方法基本原理与问题

二、反演方法中的主要问题

- 1、场源类型的选择问题 ($\rightarrow \Phi$)
- 2、反演的多解性问题 ($Q1$ 、 $R1$ 、 $E1$;
 $Q2$ 、 $R2$ 、 $E2$; $Q3$ 、 $R3$ 、 $E3$; ...), 等

$$f(x, y, z) = \Phi(x, y, z, Q, R, E)$$

- 1、选择场源类型 $\rightarrow \Phi$;
- 2、计算参数空间坐标Q、形态因子R及磁性参数E

§ 1、反演方法基本原理与问题

多解性问题:

- 地球物理勘探反演解释中共同存在的问题，其中以磁异常的反演多解性更为复杂。
- 决定磁异常特征的两个主要因素是场源的形态以及磁化场的大小、方向。
- 当这些因素不同的组合时可以获得相同的磁异常分布特征。

§ 1、反演方法基本原理与问题

多解性问题

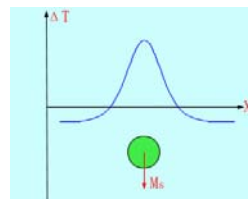
以下为两个反演多解性的典型例子:

§ 1、反演方法基本原理与问题

多解性问题

反演多解性之1:

磁矩相同，中心埋深相同的大球与小球产生相同的磁异常



$$m_s = M_s \cdot V$$

§ 1、反演方法基本原理与问题

多解性问题

反演多解性之1:

磁矩相同，中心埋深相同的大球与小球产生相同的磁异常

为什么磁矩相同、中心埋深相同的大小不等的球会产生相同异常？

$$m_s = M_s \cdot V = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot M_s$$

$$\text{球体的磁场: } Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_s}{(x^2 + R^2)^{3/2}} [(2R^2 - x^2) \sin i_s - 3Rx \cos i_s]$$

磁场特征分析

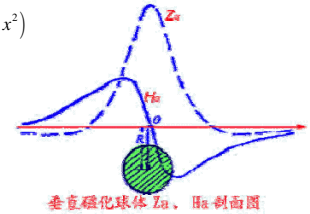
(当垂直磁化时, $i_s = 90^\circ$, 则有):

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_s}{(x^2 + R^2)^{3/2}} (2R^2 - x^2)$$

$$H_{ax} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_s}{(x^2 + R^2)^{3/2}} 3Rx$$

$$\Delta T = Z_a$$

$$m_s = M_s \cdot V$$



垂直磁化球体 Z_a 、 H_{ax} 剖面图

§ 1、反演方法基本原理与问题

反演多解性之2:

γ 角相同，板状体产状不同，可以产生形态相似的磁异常。

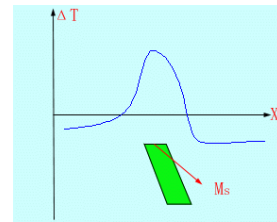
顺层磁化无限延伸板状体 (相当于 $\gamma = 0$)

§ 1、反演方法基本原理与问题

多解性问题

反演多解性之2:

γ 角相同，板状体产状不同，可以产生形态相似的磁异常。

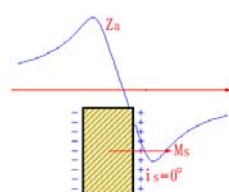


§ 1、反演方法基本原理与问题

为什么 γ 角相同, 磁异常形态相似呢?

倾斜磁化板状体磁场

$$Z_a = \frac{\sigma_m}{2\pi} (\cos \gamma \Delta \varphi + \sin \gamma \ln \frac{r_B}{r_A})$$



决定异常形态的是 $\sin \gamma, \cos \gamma$, 若固定 γ 不变, 则异常形态相似。

$$\gamma = \alpha - i_s$$

§ 2、磁性体形态判断

一、磁性体形态的初步判断

主要目的：

- 1、初步判断磁性体的几何形态、空间赋存状态、大致分布范围，为定量计算提供初始模型；
- 2、结合其他情况，初步判断引起磁异常的地质原因，为解释推断打基础。

§ 2、磁性体形态判断

一、磁性体形态的初步判断

根据磁异常平面特征，判断二度异常、三度异常

- 1、二度异常特征：具有明显延伸长度的线性异常
- 2、三度异常特征：没有明显延伸方向的异常，通常有等轴状异常（如圆形、椭圆）、似二度异常（正负伴生有一定走向长度或长度远小于埋深的场源所引起）

§ 2、磁性体形态判断

一、磁性体形状的初步判断

二度异常(Za)：

(1)异常两侧对称：

无负异常 →

延深很大的顺层磁化板状体；

有负异常 →

垂直磁化有限延深直立板状体、水平圆柱体、水平薄板。

§ 2、磁性体形态判断

一、磁性体形状的初步判断

(2)异常两侧不对称：

一侧有明显负异常 →

通常为延深较大的斜磁化板状体和接触带；

两侧有明显负异常 →

斜磁化有限延深板状体、水平圆柱体等。

§ 2、磁性体形态判断

一、磁性体倾向的判断

- 主要根据异常极大值两翼梯度变化，但由Za和 ΔT 来判断倾向很复杂（影响因素多，通常与有效磁化倾角、磁化特征角、板体下延深度有关）
- 当条件有利时，可以根据磁异常形态的陡缓，以及转换参数进行辅助判断。

§ 2、磁性体形态判断

一、磁性体倾向的判断

条件有利时，可以根据磁异常形态的陡缓，以及转换参数进行辅助判断：

例如：

- 1、对于无限延深板状体，异常简单较易判断倾向，通常是Za异常梯度缓的一侧为倾向方向。
- 2、对于有限延深板状体，倾向判断困难，可利用Ta判断倾向，异常不对称时梯度缓的一侧为倾向方向。

§ 3、几种简单的反演方法

针对简单规则磁性体进行磁异常反演，大多以其对应的磁场解析表达式为基础
→几何形状及磁性参数与磁异常分布特征之间的关系式

§ 3、几种简单的反演方法

特征点法、切线法、积分法

§ 3、几种简单的反演方法

一、特征点法

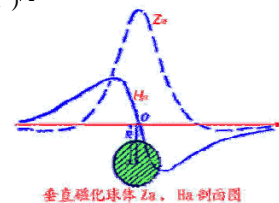
这是一种利用异常曲线某些特征点的坐标位置及它们之间的距离求磁性体位置和产状的方法。
特征点主要包括极大、极小、零点、拐点等。

一、特征点法

1、球体

球体的主剖面磁场表达式

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_s}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \left[(2R^2 - x^2) \sin i_s - 3Rx \cos i_s \right]$$



一、特征点法

1、球体

球体的主剖面磁场表达式

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_s}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \left[(2R^2 - x^2) \sin i_s - 3Rx \cos i_s \right]$$

可以利用哪些特征点？

极值点、极值点横坐标之间的距离、极值比

需要反演求取哪些参数？

球体的中心埋深、半径、磁化强度、磁化率

一、特征点法

1、球体

球体的磁场表达式(通过原点的中心剖面，或称主剖面)：

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_s}{(x^2 + R^2)^{3/2}} \left[(2R^2 - x^2) \sin i_s - 3Rx \cos i_s \right]$$

$\frac{\partial Z_a}{\partial x} = 0$ → 三个对应其极值的横坐标，其中极大值坐标 x_{\max} 和一个明显的极小值坐标 x_{\min} 之间距离 d_m

$$d_m = x_{\min} - x_{\max} = \frac{1}{f} R$$

一、特征点法

1、球体

$$d_m = x_{\min} - x_{\max} = \frac{1}{f} R \quad \text{得: } R = d_m f$$

$$\text{其中: } f = \frac{1}{4 \sin \frac{\varphi}{3} \sqrt{1 + \frac{4}{3} \operatorname{ctg}^2 i_s}}$$

$$\varphi(i_s) = \arccos \left[\left(\frac{64}{27} \operatorname{ctg}^3 i_s + \frac{13}{6} \operatorname{ctg} i_s \right) \left(\frac{4}{3} + \frac{16}{9} \operatorname{ctg} i_s \right)^{-3/2} \right]$$

f, φ 都是 i_s 的函数

一、特征点法

1、球体

将极大值点横坐标 x_{\max} 带入 Z_a 表达式中，有：

$$Z_{a \max} = \frac{\mu_0 \varphi(i_s) m_s}{2\pi R^3}$$

$$\text{令: } K = \frac{|Z_{a \min}|}{Z_{a \max}}$$

于是可得截面磁矩: $m_s = \frac{2\pi R^3 Z_{a \max}}{\mu_0 \varphi(i_s)}$

K, f, φ 都是 i_s 的函数

根据不同 i_s 计算这些函数关系式的值，制成表(p205)

一、特征点法

1、球体特征点反演

- (1) 在实测异常曲线上得到 d_m 和极值比 K 值；
- (2) 由 K 值查表得到 i_s, f, φ

$$\text{得: } R = d_m f$$

$$m_s = \frac{2\pi R^3 Z_{a \max}}{\mu_0 \varphi}$$

如果已知截面的磁化强度 M_s ，则可进一步求出球的中心剖面内截面面积 S ，继而求出球体体积

一、特征点法

1、球体

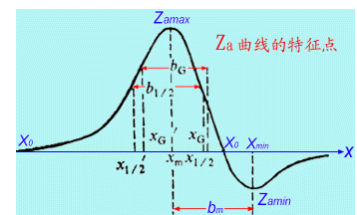
补充方法：

球体的中心埋深 R 近似为：

$$R = b_{1/2} = 1.25 b_G$$

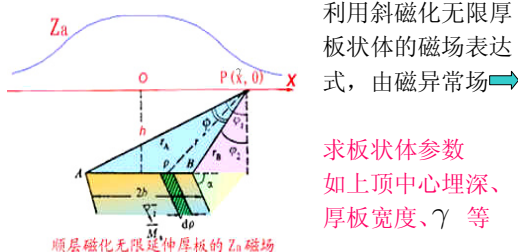
$b_{1/2}$: 1/2 极值的宽度

b_G 为两拐点之间距离



一、特征点法

2、无限厚板状体反演



一、特征点法

2、无限厚板状体

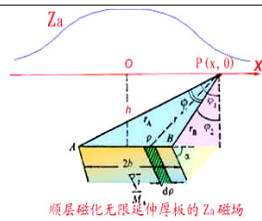
磁场表达式：

$$Z_a = \frac{\mu_0}{2\pi} M_s \sin \alpha \left[\frac{1}{2} \sin \gamma \ln \frac{(x-b)^2 + h^2}{(x+b)^2 + h^2} + \cos \gamma \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{x+b}{h} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{x-b}{h} \right) \right]$$

$$Z_a = \frac{\mu_0}{2\pi} M_s \sin \alpha \left[\sin \gamma \ln \frac{r_B}{r_A} + \cos \gamma (\Delta \varphi) \right]$$

一、特征点法

2、无限厚板状体



顺层磁化无限延伸厚板的 Z_a 磁场

$$Z_a = \frac{\mu_0}{2\pi} M_s \sin \alpha \left[\sin \gamma \ln \frac{r_B}{r_A} + \cos \gamma (\Delta \varphi) \right]$$

一、特征点法

2、无限厚板状体

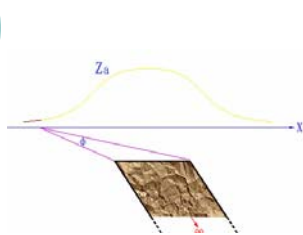
$$Z_a = \frac{\mu_0}{2\pi} M_s \sin \alpha \left[\sin \gamma \ln \frac{r_B}{r_A} + \cos \gamma (\Delta \varphi) \right]$$

斜磁化无限厚板状体的磁场表达式由一个偶函数和奇函数组成，其中偶函数和奇函数分别为顺层磁化时的 $Z_{a//}$ $H_{a//}$

$$Z_{a//} = \frac{\mu_0 M_s \sin \alpha}{2\pi} (\Delta \varphi)$$

$$H_{a//} = \frac{\mu_0 M_s \sin \alpha}{2\pi} \ln \frac{r_B}{r_A}$$

顺层磁化板状体磁场



$$Z_{a//} = \frac{\mu_0 M_s \sin \alpha}{2\pi} (\Delta \varphi)$$

(偶函数)

$$H_{a//} = \frac{\mu_0 M_s \sin \alpha}{2\pi} \ln \frac{r_B}{r_A}$$

(奇函数)

一、特征点法

2、无限厚板状体

斜磁化无限厚板状体的磁场表达式:

$$Z_a = \frac{\mu_0}{2\pi} M_s \sin \alpha \left[\sin \gamma \ln \frac{r_B}{r_A} + \cos \gamma (\Delta \varphi) \right]$$



$$Z_a = H_{a//} \sin \gamma + Z_{a//} \cos \gamma$$

一、特征点法

2、无限厚板状体

斜磁化无限厚板状体的磁场表达式:

$$Z_a = H_{a//} \sin \gamma + Z_{a//} \cos \gamma$$

$$= \varphi(x) + f(x)$$

奇函数和偶函数

一、特征点法

2、无限厚板状体

(利用奇函数和偶函数的性质
实现 Z_a 曲线的奇函数和偶函数分解)

$$Z_a(x) = \varphi(x) + f(x)$$

$$Z_a(-x) = -\varphi(x) + f(x)$$

一、特征点法

2、无限厚板状体

(奇函数和偶函数)

$$Z_a(x) = \varphi(x) + f(x)$$

$$Z_a(-x) = -\varphi(x) + f(x)$$

$$f(x) = \frac{1}{2}[Z_a(x) + Z_a(-x)]$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}[Z_a(x) - Z_a(-x)]$$

一、特征点法

2、无限厚板状体

$$Z_a(x) = \varphi(x) + f(x)$$

$$\text{偶函数 } f(x) = \frac{1}{2}[Z_a(x) + Z_a(-x)]$$

$$\text{奇函数 } \varphi(x) = \frac{1}{2}[Z_a(x) - Z_a(-x)]$$

如何实现Za曲线的奇函数和偶函数分解?

一、特征点法

2、无限厚板状体

$$Z_a(x) = \varphi(x) + f(x)$$

$$f(x) = \frac{1}{2}[Z_a(x) + Z_a(-x)]$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}[Z_a(x) - Z_a(-x)]$$

如何实现Za曲线的奇函数和偶函数分解?

关键是找Za曲线的坐标原点Za(0)

一、特征点法

2、无限厚板状体

找Za曲线的坐标原点Za(0)

$$Z_a(x) = \varphi(x) + f(x)$$

$$\frac{\partial Z_a}{\partial x} = 0 \rightarrow \text{极大值坐标 } x_{\max} \text{ 和极小值坐标 } x_{\min}$$

一、特征点法

2、无限厚板状体

找Za曲线的坐标原点Za(0)

$$Z_a(x) = \varphi(x) + f(x)$$

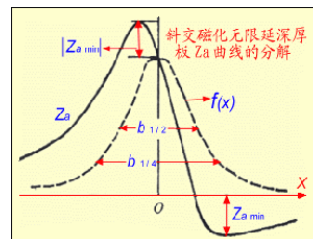
$$\frac{\partial Z_a}{\partial x} = 0 \rightarrow \text{极大值坐标 } x_{\max} \text{ 和极小值坐标 } x_{\min}$$

$$\rightarrow Z_a(0) = Z_{a\max} + Z_{a\min}$$

一、特征点法

2、无限厚板状体

$$Z_a(0) = Z_{a\max} + Z_{a\min}$$



一、特征点法

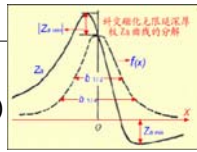
2、无限厚板状体

找Za曲线的坐标原点Za(0)

$$Z_a(0) = Z_{a\max} + Z_{a\min}$$

分解出偶函数f(x)曲线

$$\rightarrow f(x) = \frac{1}{2}[Z_a(x) + Z_a(-x)]$$



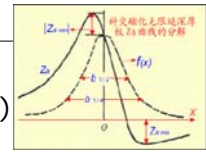
一、特征点法

2、无限厚板状体

找Za曲线的坐标原点Za(0)

分解出偶函数f曲线

计算出特征参数，得出场源参数



一、特征点法

2、无限厚板状体

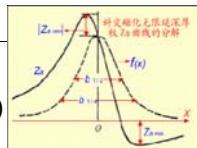
找Za曲线的坐标原点Za(0)

分解出偶函数f曲线

计算出f曲线的特征参数，得出场源参数

半极值距离 $b_{1/2}$, 1/4极值距离 $b_{1/4}$

$$\rightarrow h = \frac{d_{1/4}^2 - d_{1/2}^2}{4d_{1/2}} \quad 2b = \sqrt{d_{1/4}^2 - 4h^2}$$



一、特征点法

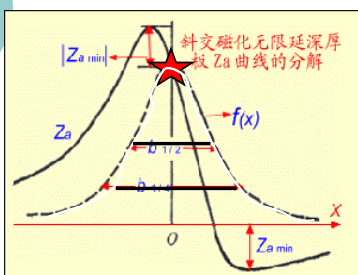
2、斜磁化无限厚板状体反演

反演步骤:

- 利用斜磁化厚板磁异常分解为奇偶函数后，利用奇偶函数进行反演；
- 确定奇偶函数分解的原点Za(0)，将斜磁化厚板磁异常Za分解出偶函数 $Z_{a//}$ 和奇函数 $H_{a//}$
- 利用偶函数曲线($Z_{a//}$ 表达式)，得到特征点(半极值点和1/4极值点及其对应的特征距离)
- 根据特征参数，得出场源参数

一、特征点法

2、斜磁化无限厚板状体反演



- 1、确定原点
- 2、磁异常分解
- 3、 $Z_{a//}$ 的特征值
- 4、反演埋深与板宽

§ 3、几种简单的反演方法

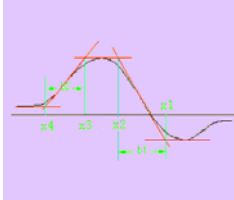
二、经验切法线

- 利用异常曲线某些特征点的切线之间的交点坐标间的关系来计算磁性体位置和产状要素。
- 特征点包括极大、极小、拐点等
- 具有方法简便，受正常场选择影响小的优点。

§ 3、几种简单的反演方法

二、经验切线法

利用特征点包括极大、极小、拐点等切线之间的交点坐标间的关系来计算磁性体位置和产状要素

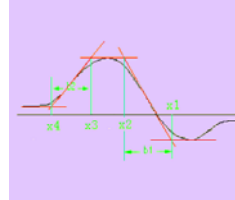


对 ΔT 或 Z_a 曲线作五条切线：其中三条水平切线通过极大值点与极小值点，另外两条切线通过曲线拐点，它们相交于四点，横坐标为 x_1 , x_2 , x_3 和 x_4 ，则磁性体埋深为：

§ 3、几种简单的反演方法

二、经验切线法

利用特征点包括极大、极小、拐点等切线之间的交点坐标间的关系来计算磁性体位置和产状要素



对 ΔT 或 Z_a 曲线作五条切线：其中三条水平切线通过极大值点与极小值点，另外两条切线通过曲线拐点，它们相交于四点，横坐标为 x_1 , x_2 , x_3 和 x_4 ，则磁性体埋深为：

$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{d_1 + d_2}{2} \right)$$

§ 3、几种简单的反演方法

二、经验切线法

- 对顺层磁化无限延伸板状体、垂直磁化有限延伸直立板状体应用效果较好；
- 对三度体效果较差，为提高精度，针对不同磁性体和磁化条件，解得带校正系数切线法。

§ 3、几种简单的反演方法

二、经验切线法

一般情况(k 为校正系数，不同形体取不同值)：

$$h = k \left(\frac{d_1 + d_2}{2} \right)$$

磁体形状	条件	k
无限延深厚板 ($a = l$)	$2b > h$	0.34~0.45
	$2b = h$	0.55
	$2b < 0.2h$	0.65
无限延深薄板	$a \cdot i = 90^\circ$	0.41
	$a \cdot i = 45^\circ$	0.56
	$a \cdot i = 0^\circ$	0.65
水平圆柱体	$i = 30^\circ$	1.03
	$i = 45^\circ$	1.10
	$i = 90^\circ$	1.30
球体	$i = 40^\circ \sim 90^\circ$	1.30
	$i = 30^\circ$	1.40
	$i = 150^\circ$	2.30

§ 3、几种简单的反演方法

三、积分法（自学）

§ 4、复杂磁异常反演方法

复杂条件：

- 起伏地形
- 非均匀磁化
- 场源形状不规则
- 简单规则形体的组合等

§ 4、复杂磁异常反演方法

复杂条件：

- 起伏地形
- 非均匀磁化
- 场源形状不规则
- 简单规则形体的组合等

采用的反演方法有：

- 简化处理转换；
- 场源分块；
- 复杂条件直接反演等

§ 4、复杂磁异常反演方法

目前主要方法：

- 选择法、
- 线性反演法、
- 频谱反演法（计算磁性界面）

§ 4、复杂磁异常反演方法

选择法

——人机联作最优化选择法

§ 4、复杂磁异常反演方法

选择法

——人机联作最优化选择法

利用整条曲线和面积数据（不需对异常进行圆滑），借助数据地质模型及磁性参数进行模型正演及拟合对比，选择最优解作为反演解释的结果。

§ 4、复杂磁异常反演方法

选择法

——人机联作最优化选择法

原理：

- 1、根据实测异常的分布和变化特征，结合地质和其他地球物理方法以及物性资料，提出初始地质体模型；
- 2、进行正演计算，评价误差；
- 3、根据具体原则修改模型，再计算、评价误差；
- 4、反复进行，直至误差达到允许标准。

§ 4、复杂磁异常反演方法

选择法

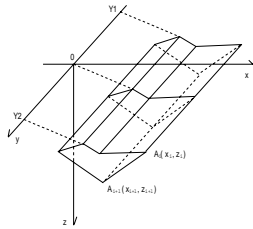
——人机联作最优化选择法

其中修改模型有两种方式：
经验交互、最优化自动反演
（两者互为补充）

§ 4、复杂磁异常反演方法

选择法

——人机联作最优化选择法

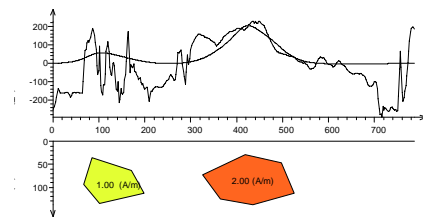


剖面人机联作的数学地质模型的基本形态：**多边形截面水平柱体、矩形截面板状体**，另外可以由多个组合反映复杂的地质现象或磁性不均匀性。

§ 4、复杂磁异常反演方法

选择法

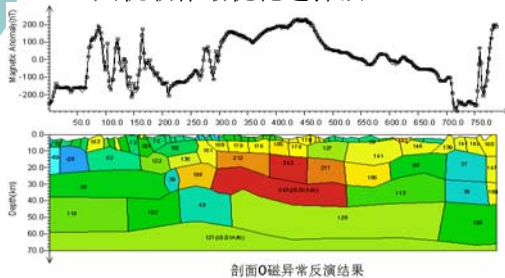
——人机联作最优化选择法



§ 4、复杂磁异常反演方法

选择法

——人机联作最优化选择法

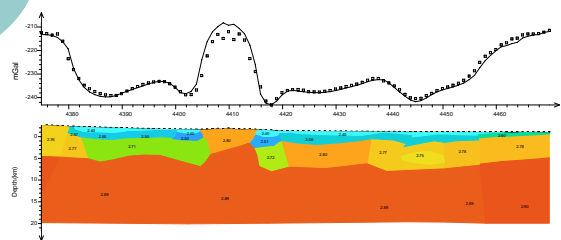


剖面O磁异常反演结果

§ 4、复杂磁异常反演方法

选择法

——人机联作最优化选择法



§ 4、复杂磁异常反演方法

选择法

——人机联作最优化选择法

方法特点：

- 1、利用剖面异常数据，受个别点影响小，抗干扰能力强。
- 2、借助于人和计算机实现交互，能充分发挥解释人员丰富的经验修改模型。

§ 4、复杂磁异常反演方法

3、还要由很多因素来决定。如复杂的地质条件、磁性参数不能完全由给定的有限条件来反映。要借助人对测区实际资料掌握程度，根据经验和技能来修改模型参量，计算机根据给定的约束条件和数据模式进行迭代计算。

4、最优化选择法可以利用计算机自动反演解释。但它是在给定的条件下，在最小二乘意义下的数学“最优解”，不一定满足实际地质情况。

§ 4、复杂磁异常反演方法

2、线性反演法（物性反演）：

将观测场与地下场源体的物性参数
直接构成线性函数来求解的方法。

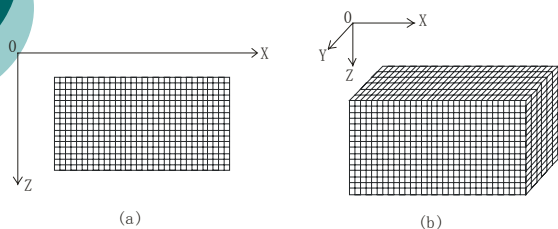
§ 4、复杂磁异常反演方法

线性反演法（物性反演）特点：

- 1、对地下场源体可以不作任何假设，如形状、产状等；
- 2、磁性特征可以任意变化，如磁化方向大小方向任意、是否均匀磁化；
- 3、反演不受地形影响；
- 4、适合复杂条件下的磁异常反演解释。

§ 4、复杂磁异常反演方法

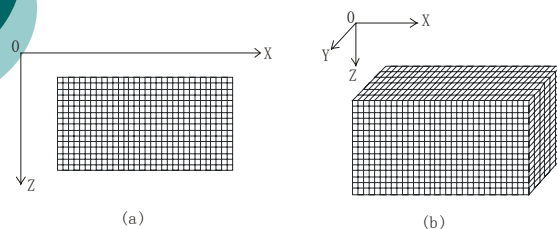
线性反演法



地下场源区规则剖分示意图，（a）二维场源剖分；（b）三维场源剖分

§ 4、复杂磁异常反演方法

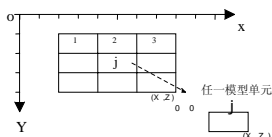
线性反演法



§ 4、复杂磁异常反演方法

第j个小体积元在i点的磁场表达式：

$$T_{ij} = M_j \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_j} \frac{\partial^2}{\partial t_0 \partial t} \left(\frac{1}{r_{ij}} \right) dV = M_j P_{ij}$$



组合二维模型示意图

T_{ij} ：相当于 $\Delta T(i,j)$

$i-j$ ：观测点编号、剖分小体积元编号

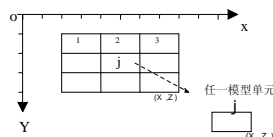
t_0-t ：正常地磁场方向、小体积元磁化强度方向

r_{ij} ：小体积元至测点间的距离

§ 4、复杂磁异常反演方法

第j个小体积元在i点的磁场表达式：

$$T_{ij} = M_j \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_j} \frac{\partial^2}{\partial t_0 \partial t} \left(\frac{1}{r_{ij}} \right) dV = M_j P_{ij}$$



组合二维模型示意图

地下n个小体积元在地表i点的磁场：

$$T_i = \sum_{j=1}^n P_{ij} M_j$$

($i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,n$)

线性函数

§ 4、复杂磁异常反演方法

n个小体积元在*i*点的磁场表达式:

$$T_i = \sum_{j=1}^n P_{ij} M_j$$

($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$)

在最优化选择方法中, 在最小二乘意义下, 求解如上线性方程组。

即: 使 $F = \min$ 的第 j 个模型 M_j 满足 $\frac{\partial F}{\partial M_j} = 0$

§ 4、复杂磁异常反演方法

线性反演法

$$F = \frac{1}{N} \sum_i \left(T'_i - T_i \right)^2 \quad (i \text{ 为测点号, } N \text{ 为测点数})$$

$$= \frac{1}{N} \sum_i \left(T'_i - \sum_{j=1}^n P_{ij} M_j \right)^2$$

如果有 n 个要反演的模型, 则有如下线性方程组 (矩阵):

$$T_i = \sum_{j=1}^n P_{ij} M_j \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$$

AX = B

§ 4、复杂磁异常反演方法

如果有 n 个要反演的模型, 则有如下线性方程组:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sum_i P_{i1}^2 & \sum_i P_{i1} P_{i2} & \dots & \sum_i P_{i1} P_{in} \\ \sum_i P_{i2} P_{i1} & \sum_i P_{i2}^2 & \dots & \sum_i P_{i2} P_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_i P_{in} P_{i1} & \sum_i P_{in} P_{i2} & \dots & \sum_i P_{in}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} M_{k_1} \\ M_{k_2} \\ \vdots \\ M_{k_n} \end{bmatrix}$$

A 为 $m \times n$ 阶的系数矩阵 (已知量)

B 为 m 维列向量, 即各个观测场值 (已知量)

X 为 n 维列向量, 为各个小体积元物质所对应的磁化强度 (求解量)

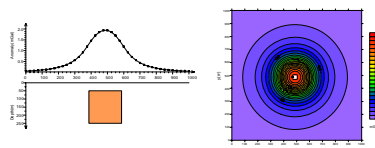
§ 4、复杂磁异常反演方法

三种类型的线性方程组:

- 1、 $m > n$ 为 **超定** 方程组, 测点数多于地下体积单元数, 用最小二乘法求解
- 2、 $m = n$ 为 **适定** 方程组, 测点数等于地下体积单元数, 原则上存在唯一解
- 3、 $m < n$ 为 **欠定** 方程组, 测点数少于地下体积单元数, 采用线性规划法求最优化条件极值来求解。

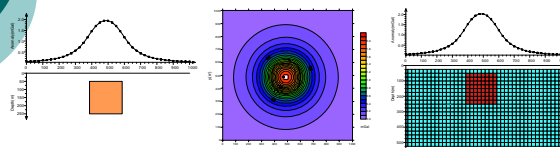
§ 4、复杂磁异常反演方法

线性反演法



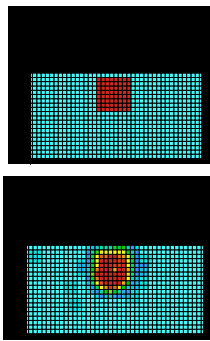
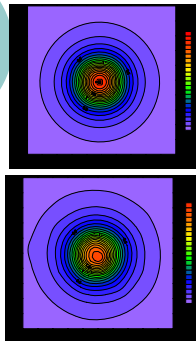
§ 4、复杂磁异常反演方法

线性反演法

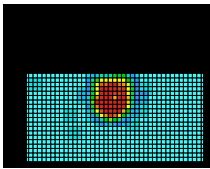
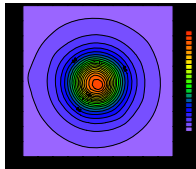


模型与正演异常

§ 4、复杂磁异常反演方法



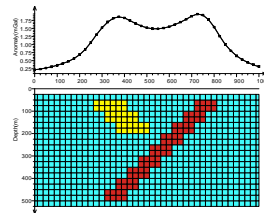
模型与正演异常



反演结果 M

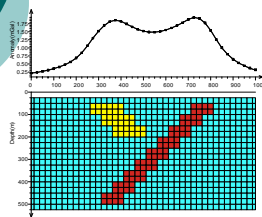
§ 4、复杂磁异常反演方法

线性反演法

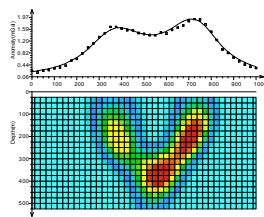


§ 4、复杂磁异常反演方法

线性反演法



模型与正演异常



异常与反演结果

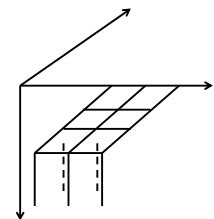
§ 5、频率域磁异常反演

3、视磁化率计算（频域反演）

① 化极、下延到棱柱体表面，第 i 个棱柱体表面上

$$Z_{a\perp}(x_i, y_i) \leftarrow \kappa_i$$

棱柱体产生的。

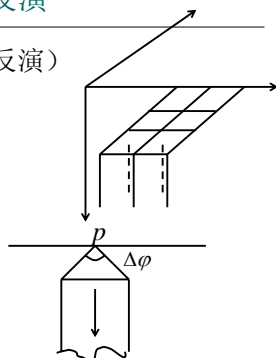


§ 5、频率域磁异常反演

视磁化率计算（频域反演）

$$Z_a = \frac{\mu_0 M_s \cdot \sin \alpha}{2\pi} (\Delta\varphi)$$

$$\begin{aligned} Z_{a\perp} &= \frac{\mu_0}{2\pi} M_s \cdot \Delta\varphi \\ &= \frac{\mu_0}{2} M_s \end{aligned}$$



§ 5、频率域磁异常反演

$$M_s = \frac{\kappa T_0}{\mu_0} \Rightarrow Z_{a\perp}(x_i, y_i) = \frac{\kappa_i \cdot T_0}{2}$$

$$\Rightarrow \kappa_i = \frac{2Z_{a\perp}(x_i, y_i)}{T_0}$$



小 结

- 什么是正问题与反问题
- 磁异常反演的主要步骤
- 简单磁性体形态与板状体倾向如何判断
- 特征点法与经验切线法的应用条件及优缺点
- 物性反演法的特点
- 磁异常反演中的视磁率计算原理