第五章 磁性体磁场

§1、意义和方法

§2、基本公式（重点）

§3、规则形体的磁场（重点）

§4、复杂形体的磁场（难点）

§1、意义和方法

- 正问题：由已知磁性体求磁场分布

建立磁性体参数与磁场特征的内在规律，对磁异常进行解释推断

反演是基于正演问题给出的磁性体磁场表达式进行的

- 反问题：由磁异常求磁性体的磁性参数和几何参数
- 正问题是反问题的基础

§1、意义和方法

- 磁异常正演方法：

从上世纪70年代以来，磁异常正演计算方法由单一的空间域发展为空间域与频率域两大正演系列方法。

频率域正演可由空间域磁场表达式经傅式变换得到，因此前者是后者的基础。

§1、意义和方法

- 空间域正演的途径与方法：

§1、意义和方法

- 空间域正演的途径与方法：

1.从基本磁源出发，通过直接积分导出规则形体（由简单形体至复杂形体）的磁场表达式；

§1、意义和方法

- 空间域正演的途径与方法：

1.从基本磁源出发，通过直接积分导出规则形体（由简单形体至复杂形体）的磁场表达式；

磁偶极子和单磁极是磁力勘探的最基本的场源

§1、意义和方法

- 空间域正演的途径：

1.从基本磁源出发，通过直接积分导出规则形体（由简单形体至复杂形体）的磁场表达式；

磁偶极子（球体磁场）⟶水平圆柱体⟶薄板状体⟶厚板状体等等；

单磁极磁场 ⟶ 水平线磁场（顺层磁化无限延伸薄板状体 ）⟶ 磁荷面磁场（顺层磁化无限延伸厚板状体 ）⟶有限延伸厚板状体

适用于均匀磁化、简单规则形体的正演

§1、意义和方法

- 2.从泊松公式出发

$$U = -\frac{1}{4\pi G\sigma}\vec{M} \bullet \nabla_p V$$

重力位 ⟶ 磁位 ⟶ 磁场表达式

适合于均匀磁化、二次曲面围成形体的磁场正演

§1、意义和方法

- 3.基于磁偶极体积分、磁荷面面积分公式用数值解法计算不规则形体的磁场
  - 对不规则形体用解析法给出磁场表达式非常困难，用数值法求其近似解。
  - 此方法适用于均匀磁化或分区均匀磁化、任意形状磁性体的正演
  - 数值解法很多：多边形面多面体近似法、三角形面多面体近似法、组合体近似法、多边形截面法

§1、意义和方法

- 4.有限元和边界元法求偏微分方程边值解导出复杂条件下的磁场。

对于非均匀磁化、磁化率与剩磁各向异性、形态复杂的磁性体，正演最复杂，用上述方法求泛函的极值解

§1、意义和方法

- 频率域正演途径：

1、由空间域磁场表达式进行傅式变换

2、由基本形体的磁场频谱导出其他形形体的磁场频谱

§2、基本公式

重点讨论均匀磁化条件下的规则形体的磁场正演（求其磁场的解析表达式）

体积分法、面积分法、泊松公式法

§2、基本公式

磁性体磁场正演中的基本概念

磁异常：T_a、Hax、 Hay、Za

§2、基本公式

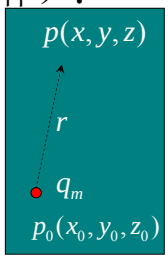
①质点的引力位：$dV = G\frac{m}{r}$

则密度体的引力位： $V = G\iiint \frac{dm}{r}$

§2、基本公式

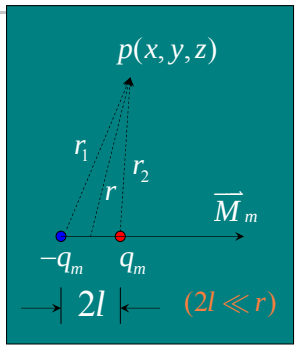
②磁单极的磁位（磁库仑定律）：

$$U_m = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{q_m}{r} \quad (A)$$



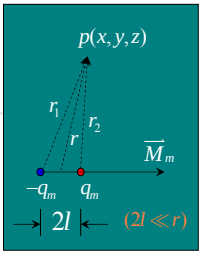
§2、基本公式

③磁偶极磁位：



§2、基本公式

③磁偶极磁位：



记： $\vec{P}_m = q_m \bullet 2\vec{l}$ （Wb•m ）

$2\vec{l}$ —— 自 $-q_m \rightarrow +q_m$ 的向量；

$\vec{P}_m$ 为磁偶极矩

§2、基本公式

磁偶极子的磁矩 $\vec{m}$ 的定义：

$$\vec{m} = \frac{\vec{p}_m}{\mu_0} \quad (Am^2)$$

§2、基本公式

磁化强度定义：单位体积的磁矩

$$\vec{M}=\frac{d\vec{m}}{dv}\left(=\frac{\vec{m}}{V}\text{均匀磁化}\right)$$

§2、基本公式

磁化强度定义：单位体积的磁矩

$$\vec{M}=\frac{d\vec{m}}{dv}\left(=\frac{\vec{m}}{V}\text{均匀磁化}\right)$$

$$\vec{m}=\vec{M}V(\text{均匀磁化})$$

§2、基本公式

- 偶极子磁位：

$$dU=U_{+}+U_{-}=\cdots=\frac{1}{4\pi}\frac{m}{r^2}\cos\theta$$

式中m为偶极子磁矩 $m=\dfrac{q_m\bullet 2\vec{l}}{\mu_0}$

§2、基本公式

- 偶极子磁位：

$$dU=U_{+}+U_{-}=\cdots=\frac{1}{4\pi}\frac{m}{r^2}\cos\theta$$

$$=\frac{1}{4\pi}\frac{\vec{m}\bullet\vec{r}}{r^3}=\frac{1}{4\pi}\frac{\vec{M}\bullet\vec{r}}{r^3}dv$$

§2、基本公式

- 偶极子磁位：

$$dU=U_{+}+U_{-}=\cdots=\frac{1}{4\pi}\frac{m}{r^2}\cos\theta$$

$$=\frac{1}{4\pi}\frac{\vec{m}\bullet\vec{r}}{r^3}=\frac{1}{4\pi}\frac{\vec{M}\bullet\vec{r}}{r^3}dv$$

§2、基本公式

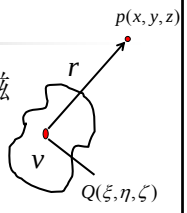
一、体积分公式

任一三度体均可看成由无数个小磁体元（磁偶极子）组成，磁偶极子磁位的体积分便导出三度体磁位公式

§2、基本公式

- 体积为V的三度磁性体的磁位：

$$U=\iiint_V dU=\frac{1}{4\pi}\iiint_V \frac{\bar{M}\bullet\bar{r}}{r^3}dv$$

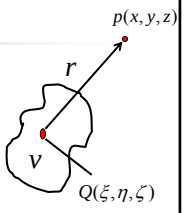


形态复杂磁性体

§2、基本公式

- 体积为V的磁性体的磁位：

$$U=\iiint_V dU=\frac{1}{4\pi}\iiint_V \frac{\bar{M}\bullet\bar{r}}{r^3}dv$$



由于：$\frac{\bar{r}}{r^3}=\nabla_Q(\frac{1}{r})=-\nabla_P(\frac{1}{r})$

$$\Rightarrow U=-\frac{1}{4\pi}\iiint_V \bar{M}\nabla_P(\frac{1}{r})dv$$

§2、基本公式

体积为V的磁性体的磁场：

磁性体的磁场是磁位方向导数的负数，用 T_a、Z_a、H_{ax}、H_{ay} 分别表示磁性体的总磁场强度模和三个坐标轴上的磁场强度分量，则有：

$$U=\frac{1}{4\pi}\iiint_V \frac{\bar{M}\bullet\bar{r}}{r^3}dv$$ 形态复杂磁性体

$$H_{ax}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial x}=\cdots \qquad H_{ay}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial y}=\cdots$$

$$Z_a=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial z}=\cdots \qquad T_a=\left\{Z_a{}^2+H_{ax}^2+H_{ay}^2\right\}^{1/2}$$

§2、基本公式

体积为V的磁性体的磁场表达式

直角坐标系下：见P92

§2、基本公式

二、面积分方法

- 磁荷、磁荷量 q_m、磁荷面密度 σ_m
- 磁荷面密度与磁化强度的关系？（利用磁矩）
- 均匀磁化时的磁荷如何分布？

§2、基本公式

二、面积分方法

磁荷面密度与磁化强度的关系？（利用磁矩）

$$\bar{M}=\frac{d\bar{m}}{dv}$$ （单位体积的磁矩）

$$dm=\frac{q_m\bullet 2l}{\mu_0}=\frac{\sigma_m\bullet ds\bullet 2l}{\mu_0}$$ （σ_m为单位面积的磁荷量）

§2、基本公式

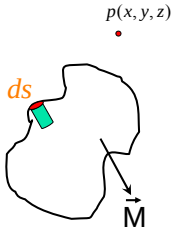
二、磁荷面积分方法

磁性体均匀磁化➔ 体内无剩余磁荷，磁荷只分布在表面。

§2、基本公式

磁性体均匀磁化➔ 体内无剩余磁荷，磁荷只分布在表面。

在磁性体表面取小圆面积 ds，以 $\vec{M}$ 方向为轴取小圆柱体。

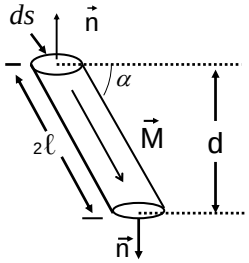


§2、基本公式

磁性体均匀磁化➔ 体内无剩余磁荷，磁荷只分布在表面。

在磁性体表面取小圆面积 ds，以 $\vec{M}$ 方向为轴取小圆柱体。

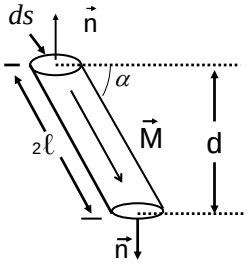
n为 ds 面的外法线方向



§2、基本公式

$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dv}$（单位体积的磁矩）

$$dm = M \bullet dv$$
$$= M \bullet d \bullet ds$$
$$= M \bullet 2l \sin\alpha \bullet ds$$



§2、基本公式

$$dm = M \bullet dv = M \bullet d \bullet ds$$
$$= M \bullet 2l \sin\alpha \bullet ds$$

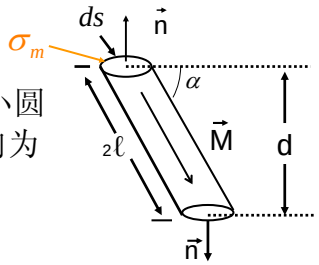
另外，设 σ_m：磁性体表面单位面积的磁荷量

（即面磁荷密度）

§2、基本公式

磁性体均匀磁化⇒ 体内无剩余磁荷，磁荷只分布在表面。

在磁性体表面取小圆面积 ds，以 $\vec{M}$ 方向为轴取小圆柱体。



§2、基本公式

根据定义：$d\vec{m} = \dfrac{d\vec{P}_m}{\mu_0}$

$$\Rightarrow \quad dm = \frac{q_m \bullet 2l}{\mu_0} = \frac{\sigma_m \bullet ds \bullet 2l}{\mu_0}$$

§2、基本公式

由：

$$dm = M \bullet 2l \sin\alpha \bullet ds$$

$$dm = \frac{\sigma_m \bullet ds \bullet 2l}{\mu_0}$$

$$\Rightarrow$$

§2、基本公式

由：

$$dm = M \bullet 2l \sin\alpha \bullet ds$$

$$dm = \frac{\sigma_m \bullet ds \bullet 2l}{\mu_0}$$

$$\Rightarrow \quad M \bullet 2l \bullet \sin\alpha \bullet ds = \frac{\sigma_m \bullet ds \bullet 2l}{\mu_0}$$

§2、基本公式

由：

$$dm = M \bullet 2l \sin\alpha \bullet ds$$

$$dm = \frac{\sigma_m \bullet ds \bullet 2l}{\mu_0}$$

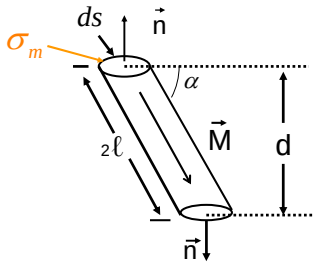
$$M \bullet 2l \bullet \sin\alpha \bullet ds = \frac{\sigma_m \bullet ds \bullet 2l}{\mu_0}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_m = \mu_0 \bullet M \bullet \sin\alpha$$

§2、基本公式

$$\sigma_m = \mu_0 \bullet M \bullet \sin\alpha$$

$$= \mu_0 M_n$$

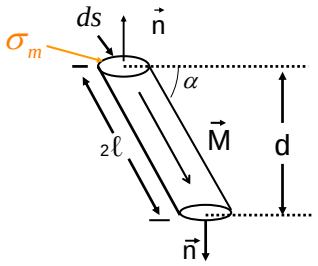


§2、基本公式

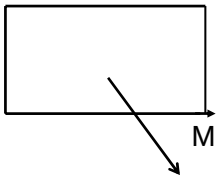
$$\sigma_m = \mu_0 \bullet M \bullet \sin\alpha$$

$$= \mu_0 M_n$$

即面磁荷密度：
与磁化强度在面法线上
的投影成正比的关系！



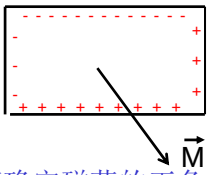
§ 2、基本公式



$\sigma_m = \mu_0 M_n$

如何确定磁荷的正负属性？

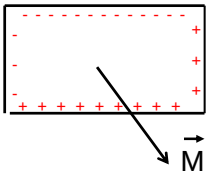
§ 2、基本公式



$\sigma_m = \mu_0 M_n$

如何确定磁荷的正负属性？

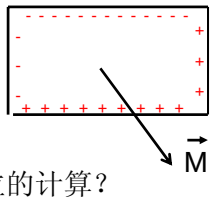
§ 2、基本公式



$\sigma_m = \mu_0 M_n$

磁位的计算？

§ 2、基本公式

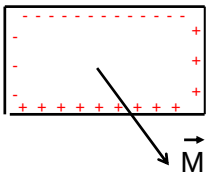


$\sigma_m = \mu_0 M_n$

磁位的计算？

➔ 面积分

§ 2、基本公式



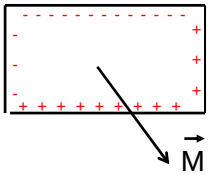
$\sigma_m = \mu_0 M_n$

小面元ds上磁荷在任一点P产生的磁位

（相当于点磁荷）

$$dU = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{q_m}{r}$$

§ 2、基本公式



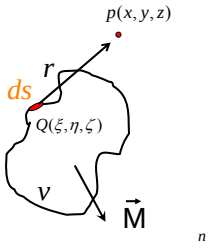
$\sigma_m = \mu_0 M_n$

小面元ds上磁荷在任一点P产生的磁位

$$dU = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{q_m}{r} = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{\sigma_m \bullet ds}{r} = \frac{1}{4\pi}\frac{M_n}{r}ds$$

§2、基本公式

均匀磁化磁性体在p点：



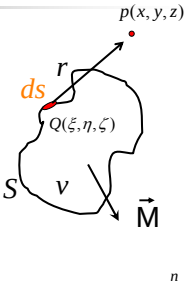
§2、基本公式

均匀磁化磁性体在p点：

$$U=\frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{M_n}{r}ds$$

$$H_{ax}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial x}=\cdots$$

$$\vdots$$



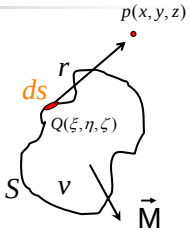
§2、基本公式

均匀磁化磁性体在p点：

$$U=\frac{1}{4\pi}\iint_S \frac{M_n}{r}ds$$

$$H_{ax}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial x}=\cdots$$

$$\vdots$$



凡是由一些平表面围成的形体，每个面的 M_n 是常量，故用面积分公式计算其磁场是方便的。

§2、基本公式

三、重磁位场的泊松公式

体积为V的磁性体的磁位：

$$U=-\frac{1}{4\pi}\iiint_V \vec{M}\nabla_P(\frac{1}{r})dv$$

均匀磁化时 $U=-\frac{1}{4\pi}\vec{M}\nabla_P\iiint_V\frac{1}{r}dv$

§2、基本公式

三、重磁位场的泊松公式

均匀磁化时的磁位：$U=-\frac{1}{4\pi}\vec{M}\nabla_P\iiint_V\frac{1}{r}dv$

密度均匀时的引力位：

$$V=G\iiint_V\frac{dm}{r}=G\sigma\iiint_V\frac{1}{r}dv$$

§2、基本公式

均匀磁化时 $U=-\frac{1}{4\pi}\vec{M}\nabla_P\iiint_V\frac{1}{r}dv$

（引力位：$V=G\iiint_V\frac{dm}{r}=G\sigma\iiint_V\frac{1}{r}dv$ 均匀时）

$\Rightarrow$ $U=-\frac{1}{4\pi G\sigma}\vec{M}\bullet\nabla_P V$ 泊松公式

§2、基本公式

$$U= -\frac{1}{4\pi G\sigma}\vec{M}\bullet\nabla_P V$$

应用条件：均匀磁化、密度均匀的同一物体



§2、基本公式

$$\begin{pmatrix}\vec{H}=-\nabla_P U;\\ \vec{B}=\mu_0\vec{H}\end{pmatrix}\Rightarrow \vec{T}=-\mu_0\nabla U$$

地磁场强度T与磁位U的关系

§2、基本公式

磁场的 $\vec{T}=-\mu_0\nabla U$ ← 地磁场磁位。

$$\vec{T}_a=-\mu_0\nabla_p U$$

§2、基本公式

磁场的 $\vec{T}=-\mu_0\nabla U$ ← 地磁场磁位。

$$\vec{T}_a=-\mu_0\nabla_p U$$ ← 磁性体的磁位

§2、基本公式

$$\vec{T}_a=H_{ax}\vec{i}+H_{ay}\vec{j}+Z_a\vec{k}$$

§2、基本公式

$$\vec{T}_a=H_{ax}\vec{i}+H_{ay}\vec{j}+Z_a\vec{k}$$

$$\nabla_p U=\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial U}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}$$

$$H_{ax}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial x},H_{ay}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial y},Z_a=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial z}$$

§ 2、基本公式

代入泊松公式：$U=-\frac{1}{4\pi G\sigma}\vec{M}\bullet\nabla_P V$

$$\nabla_p V=\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$$

$$\vec{M}=M_x\vec{i}+M_y\vec{j}+M_z\vec{k}$$

§ 2、基本公式

$$H_{ax}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\vec{M}\bullet\frac{\partial}{\partial x}(\nabla_P V)$$

§ 2、基本公式

$$H_{ax}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\vec{M}\bullet\frac{\partial}{\partial x}(\nabla_P V)$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\left(M_x\vec{i}+M_y\vec{j}+M_z\vec{k}\right)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$$

§ 2、基本公式

$$H_{ax}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\vec{M}\bullet\frac{\partial}{\partial x}(\nabla_P V)$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\left(M_x\vec{i}+M_y\vec{j}+M_z\vec{k}\right)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\left(M_x\vec{i}+M_y\vec{j}+M_z\vec{k}\right)\frac{\partial}{\partial x}\left(V_x\vec{i}+V_y\vec{j}+V_z\vec{k}\right)$$

§ 2、基本公式

$$H_{ax}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\vec{M}\bullet\frac{\partial}{\partial x}(\nabla_P V)$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\left(M_x V_{xx}+M_y V_{yx}+M_z V_{zx}\right)$$

$$\begin{pmatrix}H_{ax}\\H_{ay}\\Z_a\end{pmatrix}=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\bullet\begin{pmatrix}V_{xx}&V_{yx}&V_{zx}\\V_{xy}&V_{yy}&V_{zy}\\V_{xz}&V_{zy}&V_{zz}\end{pmatrix}\bullet\begin{pmatrix}M_x\\M_y\\M_z\end{pmatrix}$$

§2、基本公式

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi G\sigma} \bullet \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{yx} & V_{zx} \\ V_{xy} & V_{yy} & V_{zy} \\ V_{xz} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

由泊松公式计算磁性体磁场分量公式

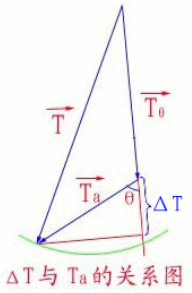
§2、基本公式

三、ΔT的物理意义及其计算公式

1.实际磁测容易精确地测定总磁场的模量异常ΔT

2.磁异常正演能方便地计算出磁场三分量Za、Hax、Hay

实测值与正演值的关系？



ΔT与 Ta的关系图

§2、基本公式

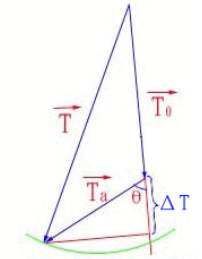
三、ΔT的物理意义及其计算公式

（一）、ΔT的物理意义

ΔT : $\Delta T = |\vec{T}| - |\vec{T}_0|$

$T_a \ll T_0$

$$\Rightarrow \Delta T \approx T_a \cos\theta$$
$$= T_a \cos(\vec{T}_a, \vec{T}_0)$$
$$= \vec{T}_a \bullet \vec{t}_0$$



ΔT与 Ta的关系图

§2、基本公式

三、ΔT的物理意义及其计算公式

（一）、ΔT的物理意义

ΔT :总磁场强度T与正常地磁场T_0的模量差:

$$\Delta T = |\vec{T}| - |\vec{T}_0| \qquad \Rightarrow \Delta T \approx T_a \cos\theta$$

ΔT就和Z_a、H_{ax}、H_{ay}的意义一样，都是T_a在某个方向上的分量。

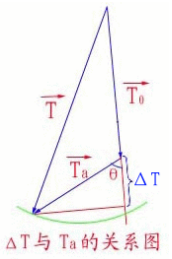
§2、基本公式

（二）、ΔT与Z_a、H_{ax}…关系：

（建立理论值与实测值的联系）

$$\vec{T}_a = H_{ax}\vec{i} + H_{ay}\vec{j} + Z_a\vec{k}$$

$$\Delta T = T_a \bullet \cos\theta = \vec{T}_a \bullet \vec{t}_0$$

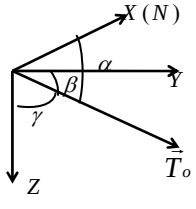


ΔT与 Ta的关系图

§2、基本公式

$$\Delta T = H_{ax}\vec{i} \bullet \vec{t}_0 + \vec{H}_{ay}\vec{j} \bullet \vec{t}_0 + Z_a\vec{k} \bullet \vec{t}_0$$

$$= H_{ax}\cos\alpha + \vec{H}_{ay}\cos\beta + Z_a\cos\gamma$$



§2、基本公式

四、有效磁化强度矢量 $\bar{M}_s$

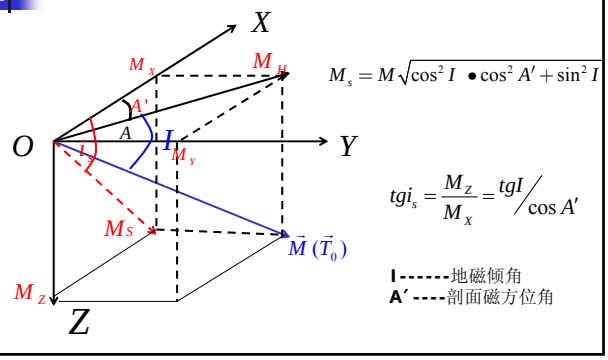
有效磁化倾角 i_s

§2、基本公式

四、有效磁化强度$\bar{M}_s$和i_s，

- 总磁化强度 $\vec{M}$ 在观测剖面上的投影为 $\bar{M}_s$
- $\bar{M}_s$与水平面的倾角为 i_s

§2、基本公式



$M_s = M\sqrt{\cos^2 I \bullet \cos^2 A' + \sin^2 I}$

$tgi_s = \frac{M_Z}{M_X} = tgI / \cos A'$

I------地磁倾角
A′----剖面磁方位角

§2、基本公式

四、有效磁化强度$\bar{M}_s$和i_s，

- 总磁化强度 $\vec{M}$ 在观测剖面上的投影为 $\bar{M}_s$
- $\bar{M}_s$与水平面的倾角为 i_s

$M_s = M\sqrt{\cos^2 I \bullet \cos^2 A' + \sin^2 I}$

$tgi_s = \frac{M_Z}{M_X} = tgI / \cos A'$

I------地磁倾角
A′----剖面磁方位角

§2、基本公式

四、有效磁化强度$\bar{M}_s$和i_s

当磁性体有一定的走向时，走向方向或观测剖面方向不同，磁性体的被磁化的情况不同

观测到的磁异常是由观测剖面内的有效磁化强度引起的，因此要研究有效化强度和有效磁倾角。

§2、基本公式

四、有效磁化强度$\bar{M}_s$和i_s

1.当磁性体南北走向时，在东西观测剖面内：

$i_s = 90^\circ$

$M_s = M\sqrt{\cos^2 I \bullet \cos^2 A' + \sin^2 I}$

$= M \sin I$ （90°）

相当于垂直磁化

§2、基本公式

四、有效磁化强度$\vec{M}_s$和i_s

2.当磁性体东西走向时，在南北观测剖面内：

$$i_s = I$$

$$M_s = M\sqrt{\cos^2 I \bullet \cos^2 A' + \sin^2 I}$$

$A' = 0^\circ$

$$= M$$

相当于斜磁化

§2、基本公式

因此，地磁场对不同走向磁性体具有不同的磁化作用：

$$\Delta T = H_{ax} \bullet \cos I \bullet \cos D + H_{ay} \bullet \cos I \bullet \sin D + Z_a \bullet \sin I$$

$$\Delta T = H'_{ax} \bullet \cos I \bullet \cos A' + H'_{ay} \bullet \cos I \bullet \sin A' + Z'_a \bullet \sin I$$

I------地磁倾角　**A′**------剖面磁方位角

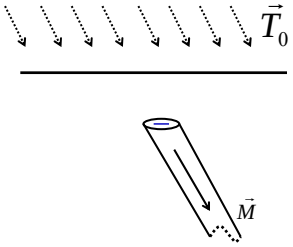
思考：

- 影响磁性体磁场的因素有哪些？
- 不同形态磁性体的磁荷如何分布？
- 有效磁化强度和有效磁化倾角与哪些因素有关？

§3、规则形体的磁场

一、单极的磁场（顺轴磁化、无限延深柱体）

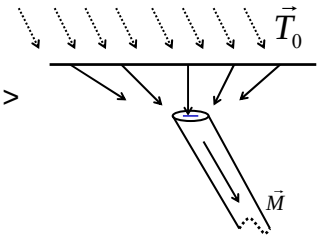
负极=>



§3、规则形体的磁场

一、单极的磁场（顺轴磁化、无限延深柱体）

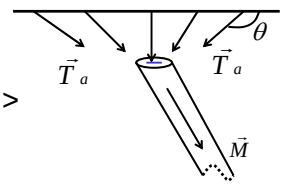
负极=>



§3、规则形体的磁场

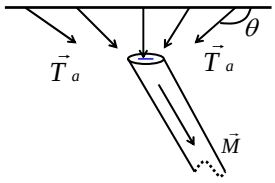
一、单极的磁场（顺轴磁化、无限延深柱体）

负极=>



§3、规则形体的磁场

一、单极的磁场（顺轴磁化、无限延深柱体）

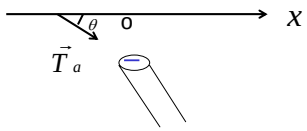


$$(\vec{T}_a = -\mu_0 \bullet \nabla U)$$

$$T_a = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}$$

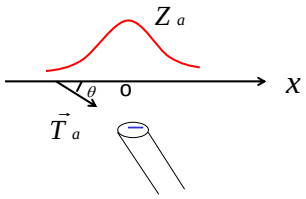
§3、规则形体的磁场

$$Z_a = T_a \bullet \sin\theta = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}\frac{h}{r} = \frac{q_m}{4\pi}\frac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}}$$



§3、规则形体的磁场

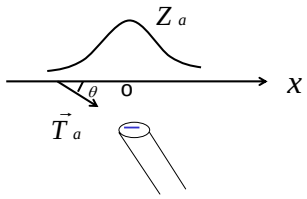
$$Z_a = T_a \bullet \sin\theta = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}\frac{h}{r} = \frac{q_m}{4\pi}\frac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}}$$



§3、规则形体的磁场

$$Z_a = T_a \bullet \sin\theta = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}\frac{h}{r} = \frac{q_m}{4\pi}\frac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}}$$

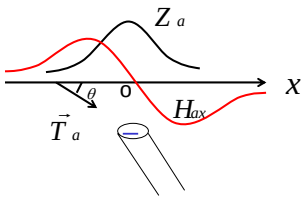
$$H_{ax} = T_a \cos\theta = -\frac{q_m}{4\pi}\frac{x}{r^3}$$



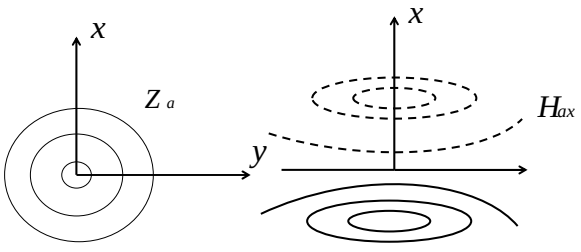
§3、规则形体的磁场

$$Z_a = T_a \bullet \sin\theta = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}\frac{h}{r} = \frac{q_m}{4\pi}\frac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}}$$

$$H_{ax} = T_a \cos\theta = -\frac{q_m}{4\pi}\frac{x}{r^3}$$



§3、规则形体的磁场

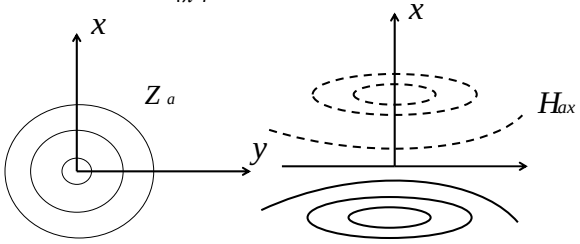


§3、规则形体的磁场

$$Z_a = T_a \bullet \sin\theta = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}\frac{h}{r} = \frac{q_m}{4\pi}\frac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}}$$

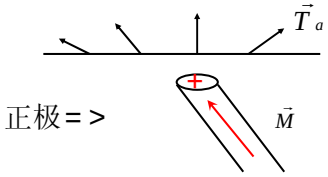
$$H_{ax} = T_a \cos\theta = -\frac{q_m}{4\pi}\frac{x}{r^3}$$

主剖面公式



§3、规则形体的磁场

一、单极的磁场（顺轴磁化、无限延深柱体）

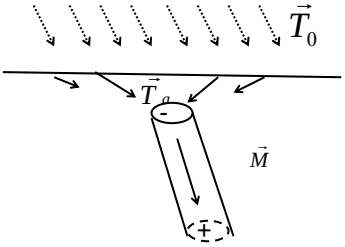


§3、规则形体的磁场

二、双极的磁场（顺轴磁化有限延深柱体）
相当于正、负磁极的叠加。

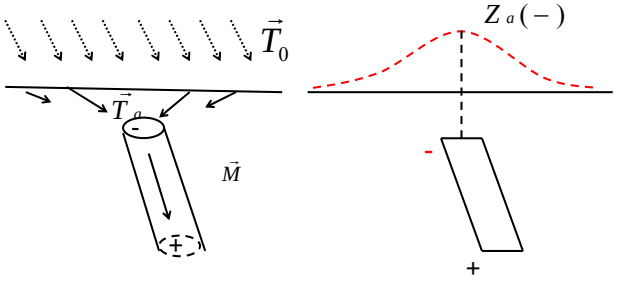
§3、规则形体的磁场

二、双极的磁场（顺轴磁化有限延深柱体）
相当于正、负磁极的叠加。



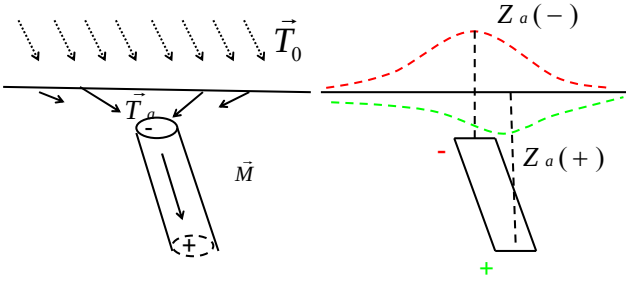
§3、规则形体的磁场

二、双极的磁场（顺轴磁化有限延深柱体）
相当于正、负磁极的叠加。



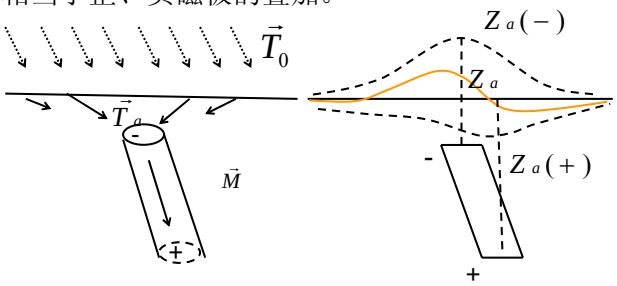
§3、规则形体的磁场

二、双极的磁场（顺轴磁化有限延深柱体）
相当于正、负磁极的叠加。



§3、规则形体的磁场

二、双极的磁场（顺轴磁化有限延深柱体）
相当于正、负磁极的叠加。



§3、规则形体的磁场

三、球体的磁场(P100)

一些有限大小的地质体,当中心埋深比其直径大很多时,它们在地面产生的磁场特征与球体的磁场特征近似。

球体正演公式可以通过两个途径导出：

1.利用磁偶极子磁场；

2.利用泊松方程，由引力位导出磁位，再导出磁场公式。

§2、基本公式

由泊松公式计算磁性体磁场分量公式

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi G\sigma} \bullet \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{yx} & V_{zx} \\ V_{xy} & V_{yy} & V_{zy} \\ V_{xz} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

§2、基本公式

由泊松公式计算磁性体磁场分量公式

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi G\sigma} \bullet \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{yx} & V_{zx} \\ V_{xy} & V_{yy} & V_{zy} \\ V_{xz} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

球体的引力位：$V = \dfrac{G\sigma v}{\left[x^2 + y^2 + (z-\xi)^2\right]^{1/2}}$

§2、基本公式

由泊松公式计算磁性体磁场分量公式

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0 m}{4\pi\left(x^2 + y^2 + R^2\right)^{5/2}}$$

$$\bullet \begin{pmatrix} \left[\left(2x^2 - y^2 - R^2\right)\cos I \cos A' - 3Rx \sin I + 3xy \cos I \sin A'\right] \\ \left[\left(2x^2 - y^2 - R^2\right)\cos I \sin A' - 3Ry \sin I + 3xy \cos I \cos A'\right] \\ \left[\left(2x^2 - y^2 - R^2\right)\sin I - 3Rx \cos I \cos A' + 3Ry \cos I \sin A'\right] \end{pmatrix}$$

§2、基本公式

由泊松公式计算磁性体磁场分量公式

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0 m}{4\pi\left(x^2 + y^2 + R^2\right)^{5/2}} \bullet \begin{pmatrix} \left[\left(2x^2 - y^2 - R^2\right)\cos I \cos A' - 3Rx \sin I + 3xy \cos I \sin A'\right] \\ \left[\left(2x^2 - y^2 - R^2\right)\cos I \sin A' - 3Ry \sin I + 3xy \cos I \cos A'\right] \\ \left[\left(2x^2 - y^2 - R^2\right)\sin I - 3Rx \cos I \cos A' + 3Ry \cos I \sin A'\right] \end{pmatrix}$$

ΔT不仅与地磁场方向有关，而且与磁性体磁化强度方向有关。

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{T}_a = H_{ax}\vec{i} + H_{ay}\vec{j} + Z_a\vec{k} \\ \Delta T = T_a \bullet \cos\theta = \vec{T}_a \bullet \vec{t}_0 \\ \Delta T = P101 \end{cases}$$

§3、规则形体的磁场

三、球体的磁场

球体的磁场ΔT不仅与地磁场方向有关，还与观测剖面有关，为讨论方便，选特定剖面以简化表达式

球体的磁场表达式(通过原点的中心剖面，或称主剖面)：

$$Z_a = \frac{\mu_0 m_s}{4\pi(x^2+R^2)^{5/2}}\left[\left(2R^2-x^2\right)\sin i_s - 3Rx\cos i_s\right]$$

§3、规则形体的磁场

三、球体的磁场

球体的磁场表达式(通过原点的中心剖面，或称主剖面)：

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^{5/2}}\left[\left(2R^2-x^2\right)\sin i_s - 3Rx\cos i_s\right]$$

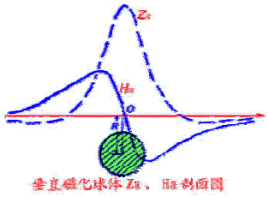
$$\Delta T = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^{5/2}}\left[\left(2R^2-x^2\right)\sin i_s \sin I + \left(2x^2-R^2\right)\cos i_s \cos I\cos A' - 3Rx\cdot 2\sin i_s \cos I\cos A' - \left(x^2+R^2\right)\sin i_s \,\mathrm{ctan}\, I \sin^2 A'\right]$$

§3、规则形体的磁场

三、球体的磁场

磁场特征分析

当垂直磁化时,is=I=90°,则有:



$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^{5/2}}\left(2R^2-x^2\right)$$

$$H_{ax} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^{5/2}}3Rx$$

$$H_{ay}=0, \Delta T = Z_a$$

§3、规则形体的磁场

三、球体的磁场

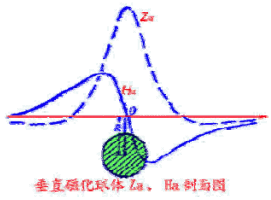
磁场特征分析

当垂直磁化时,is=I=90°,则有:

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^{5/2}}\left(2R^2-x^2\right)$$

$$H_{ax} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^{5/2}}3Rx$$

$$\Delta T = Z_a$$



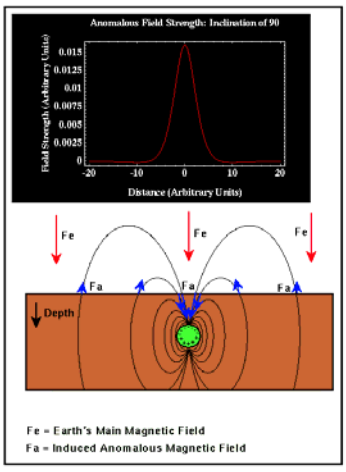
$$\Rightarrow Z_{a\max} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m_s}{R^3}$$

§3、规则形体的磁场

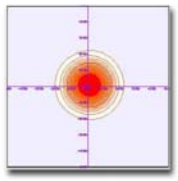
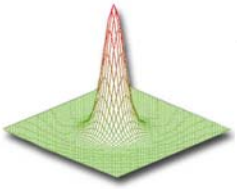
三、球体的磁场

不同地磁倾角时：

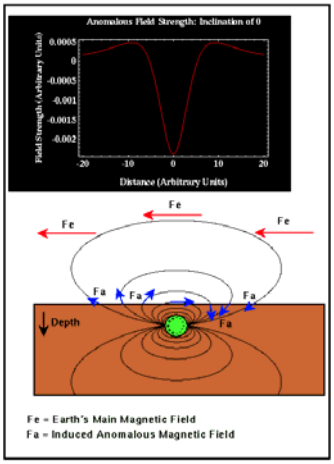
- 垂直磁异常Za的平面等值线图与立体图
- 总场异常ΔT的平面等值线图与立体图



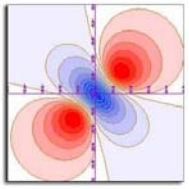
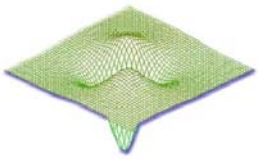
磁化倾角**I=90°**（垂直磁化)时,磁异常***Za*** 和 ***ΔT*** 的剖面图

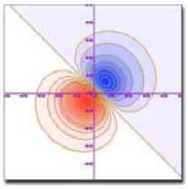
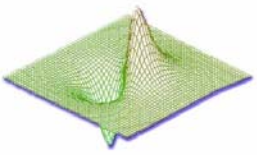
磁化倾角**I=90°**（垂直磁化)时,磁异常
Za 和 ***ΔT***的平面等值线图与三维立体图



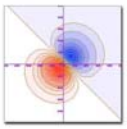
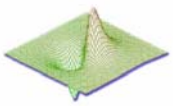
磁化倾角**I=0°**（水平磁化)时,磁异常
ΔT 的剖面图

磁化倾角**I=0°**（水平磁化)时,磁异常
ΔT 的平面等值线图与三维立体图

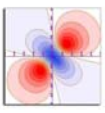



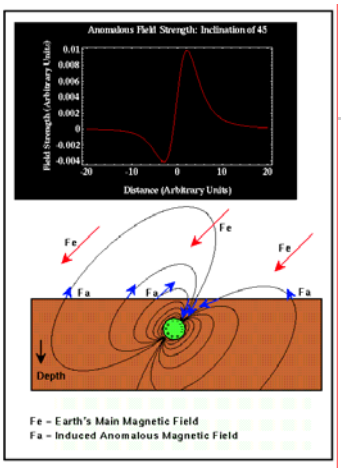
磁化倾角**I=0°**（水平磁化)时,磁异常
Za 的平面等值线图与三维立体图

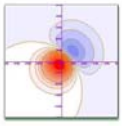
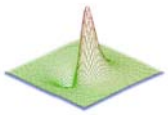
磁化倾角**I=0°**（水平磁化)时,磁异常 ***Za*** 的平面等值线图与三维立体图

磁化倾角**I=0°**（水平磁化)时,
磁异常 ***ΔT*** 的平面等值线图与
三维立体图



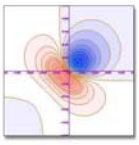
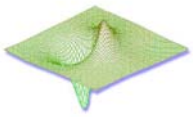



磁化倾角
I=45°（倾斜磁化)
时,磁异常 ***ΔT*** 的
剖面图

磁化倾角**I=45°**（倾斜磁化)时,磁异常 ***Za*** 的平面等值线图与三维立体图

磁化倾角**I=45°**（倾斜磁化)时,磁异常 ***ΔT***的平面等值线图与三维立体图

球体磁场特征

- 垂直磁化的球体磁场：

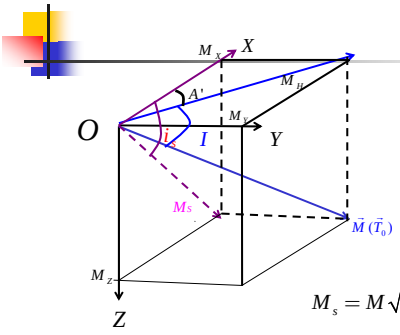
  Za 和ΔT相等，剖面异常为有零值点的轴对称曲线，平面异常为等轴状异常，且极值与球心处相对应。
- 斜磁化的球体磁场：

  Za 和ΔT不相等，剖面异常曲线不对称，平面异常为正负伴生的近等轴状异常，其中ΔT受斜磁化影响更大。
- 异常极大值与极小值的连线与磁化强度矢量的水平投影方向一致。

上节课复习

- 1、有效磁化强度M_S 和有效磁化倾角i_s
- 2、简单规则形体的磁场

  （单磁极、双磁极、球体）



$$M_s = M\sqrt{\cos^2 I \bullet \cos^2 A' + \sin^2 I}$$

$$tgi_s = \frac{M_Z}{M_X} = tgI \Big/ \cos A'$$

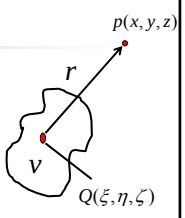
上节复习

- 假设磁化均匀、不考虑剩磁和退磁的影响，磁性体被磁化的磁场特征与哪些因素有关？

影响磁性磁场的因素有哪些？

- 体积为V的磁性体的磁位：

$$U = \iiint_V dU = \frac{1}{4\pi}\iiint_V \frac{\vec{M}\bullet\vec{r}}{r^3}dv$$



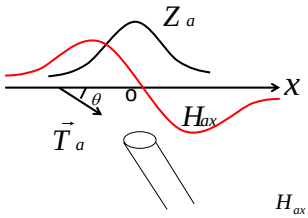
式中，$\vec{M} = k \Big/ \mu_0 \bullet T$

$$M_s = M\sqrt{\cos^2 I \bullet \cos^2 A' + \sin^2 I}$$

上节复习

- 假设磁化均匀、不考虑剩磁和退磁的影响，磁性体被磁化的磁场特征与哪些因素有关？
- 磁性体形体和磁化率
- 地磁场的大小和方向
- 磁性体的走向或观测剖面方向

2、顺轴磁化柱体（单-双磁极）

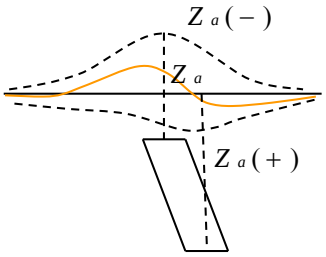


$$T_a = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}$$

$$H_{ax} = T_a\cos\theta = -\frac{q_m}{4\pi}\frac{x}{r^3}$$

$$Z_a = T_a \bullet \sin\theta = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}\frac{h}{r} = \frac{q_m}{4\pi}\frac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}}$$

2、顺轴磁化柱体（单-双磁极）



2、球体磁场

球体磁场计算公式（反映平面磁场特征）：

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0 m}{4\pi\left(x^2+y^2+R^2\right)^{5/2}} \bullet \begin{pmatrix} \left[\left(2x^2-y^2-R^2\right)\cos I\cos A' - 3Rx\sin I + 3xy\cos I\sin A'\right] \\ \left[\left(2x^2-y^2-R^2\right)\cos I\sin A' - 3Ry\sin I + 3xy\cos I\cos A'\right] \\ \left[\left(2x^2-y^2-R^2\right)\sin I - 3Rx\cos I\cos A' + 3Ry\cos I\sin A'\right] \end{pmatrix}$$

式中磁矩m=M·V

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{T}_a = H_{ax}\vec{i} + H_{ay}\vec{j} + Z_a\vec{k} \\ \Delta T = T_a \bullet \cos\theta = \vec{T}_a \bullet \vec{t}_0 \\ \Delta T = P101 \end{cases}$$

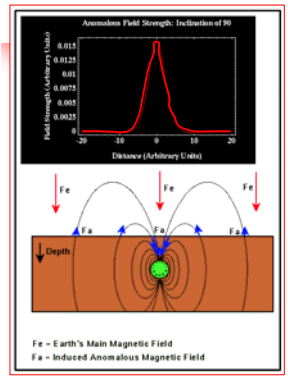
主剖面异常：

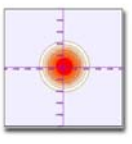
当y=0时，沿中心剖面如下关系：

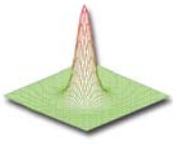
$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^{5/2}}\left[\left(2R^2-x^2\right)\sin i_s - 3Rx\cos i_s\right]$$

$$\Delta T = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^{5/2}}\left[\left(2R^2-x^2\right)\sin i_s\sin I + \left(2x^2-R^2\right)\cos i_s\cos I\cos A' - 3Rx\cdot 2\sin i_s\cos I\cos A' - \left(x^2+R^2\right)\sin i_s\,\mathrm{c}\tan I\sin^2 A'\right]$$

球体磁场Za 和ΔT特征



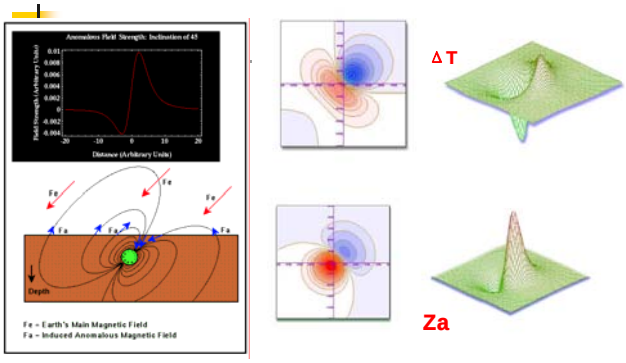




磁化倾角**I=90°**（垂直磁化）

上节复习

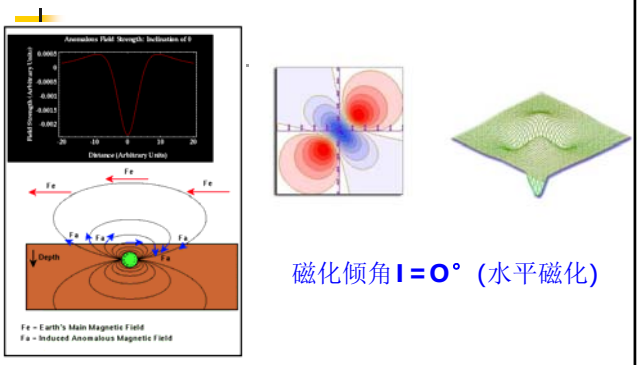
球体磁场Za 和ΔT特征



磁化倾角I＝45°（倾斜磁化）

上节复习

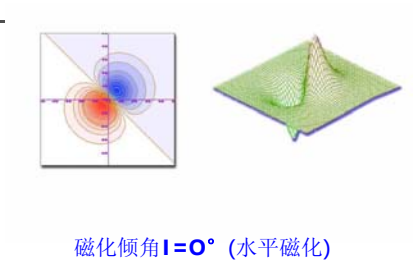
球体磁场ΔT特征



磁化倾角I＝O°（水平磁化）

上节复习

球体磁场Za 特征



磁化倾角I＝O°（水平磁化）

主剖面磁场Za曲线特征？

上节复习

球体磁场特征

- 垂直磁化的球体磁场：
  1、Za 和ΔT相等；
  2、剖面异常为有零值点的轴对称曲线；
  3、平面异常为等轴状异常，且极值与球心处相对应。
- 斜磁化的球体磁场：
  1、Za 和ΔT不相等；
  2、剖面异常曲线不对称；
  3、平面异常为正负伴生的近等轴状异常；
  4、ΔT受斜磁化影响更大。
  5、异常极大值与极小值的连线与磁化强度矢量的水平投影方向一致。

§ 3、规则形体的磁场

四、水平圆柱体

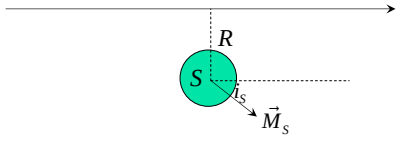
通常将自然界中延深和宽度都比较小，沿走向很长的磁性体看作水平圆柱体。

§ 3、规则形体的磁场

四、水平圆柱体（二度情况）

通常将自然界中延深和宽度都比较小，沿走向很长的磁性体看作水平圆柱体。

一.水平圆柱体的磁场表达式：

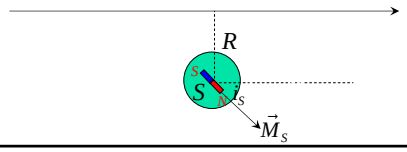


§3、规则形体的磁场

四、水平圆柱体

通常将自然界中延深和宽度都比较小，沿走向很长的磁性体看作水平圆柱体。

一.水平圆柱体的磁场表达式:

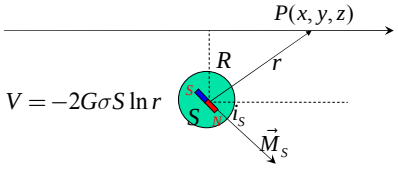


§3、规则形体的磁场

四、水平圆柱体

通常将自然界中延深和宽度都比较小，沿走向很长的磁性体看作水平圆柱体。

一.水平圆柱体的磁场表达式:



引力位：$V = -2G\sigma S \ln r$

§3、规则形体的磁场

一.水平圆柱体的磁场表达式（主剖面）：

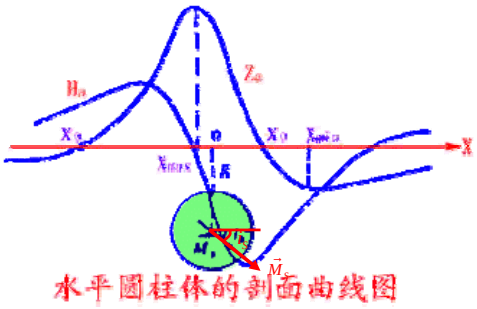
$$Z_a = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^2}\left[\left(R^2-x^2\right)\sin i_s - 2Rx\cos i_s\right]$$

$$H_a = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^2}\left[\left(R^2-x^2\right)\cos i_s + 2Rx\sin i_s\right]$$

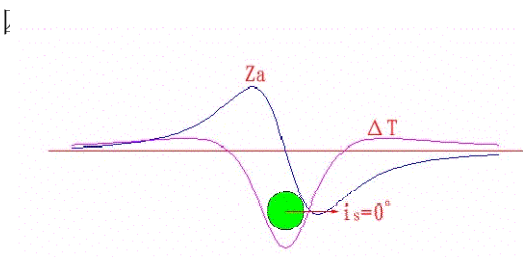
当 $i_s = I_s$（即磁化方向与地磁场T_0方向一致）：

$$\Delta T = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^2}\frac{\sin I}{\sin i_s}\left[\left(R^2-x^2\right)\sin(2i_s-90°) - 2Rx\cos(2i_s-90°)\right]$$

§3、规则形体的磁场

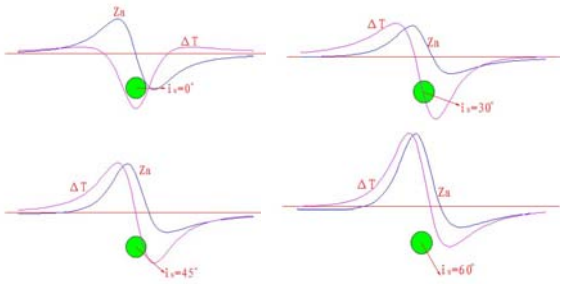


§3、规则形体的磁场



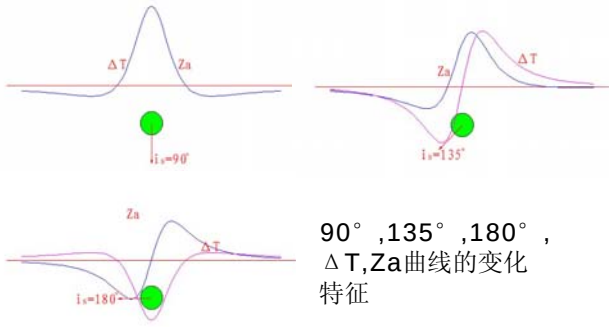
不同磁化倾角磁场剖面动画

§3、规则形体的磁场



0°,30°,45°,60°,ΔT,Za曲线的变化特征

§3、规则形体的磁场



90°,135°,180°，ΔT,Za曲线的变化特征

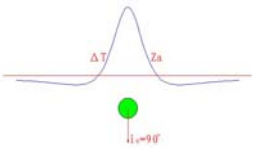
§3、规则形体的磁场

一.水平圆柱体的磁场表达式:

若垂直磁化情况:

$$Z_a=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^2}\left[\left(R^2-x^2\right)\sin i_s-2Rx\cos i_s\right]$$

$$H_a=-\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^2}\left[\left(R^2-x^2\right)\cos i_s+2Rx\sin i_s\right]$$



当i_S=0时

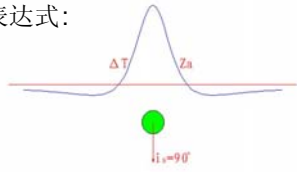
$$Z_{a\perp}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s(R^2-x^2)}{(x^2+R^2)^2}$$

$$H_{a\perp}=-\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s 2Rx}{(x^2+R^2)^2}$$

§3、规则形体的磁场

一.水平圆柱体的磁场表达式:

若垂直磁化情况:



$$Z_{a\perp}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s(R^2-x^2)}{(x^2+R^2)^2}$$

$$H_{a\perp}=-\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s 2Rx}{(x^2+R^2)^2}$$

$x=0,\quad Z_{a\perp}=Z_{a\max}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m_s}{R^2}$

$H_{a\perp}=0$

§3、规则形体的磁场

一.水平圆柱体的磁场表达式:

若为垂直磁化,即i_s=90°,或I=90°时:

$$Z_{a\perp}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s(R^2-x^2)}{(x^2+R^2)^2}$$

当Za=0时,有R²=X²,

即零值点间距等于二倍中心埋深。

§3、规则形体的磁场

一.水平圆柱体的磁场表达式:

若为垂直磁化,即i_s=90°,或I=90°时:

$$Z_{a\perp}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s(R^2-x^2)}{(x^2+R^2)^2}$$

当Za=0时,有R²=X²,

即零值点间距等于二倍中心埋深。

思考：对比一下，球体零值点间距等于多少？

§3、规则形体的磁场

一.水平圆柱体的磁场表达式:

若为垂直磁化,即i_s=90°,或I=90°时:

$$Z_{a\perp}=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{m_s(R^2-x^2)}{(x^2+R^2)^2}$$

$$Z_a=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m_s}{(x^2+R^2)^{5/2}}\left(2R^2-x^2\right)$$

思考：对比一下，球体零值点间距等于多少？

水平圆柱体磁场特征：

- 垂直磁化时：

1、 Za 和ΔT相等；
2、剖面异常为有零值点的轴对称曲线；
3、平面异常一系列平行等值线；

- 斜磁化时：

1、Za 和ΔT不相等；
2、剖面异常曲线不对称，且ΔT受斜磁化影响比Za更大（正值更小、负值更大）。
3、异常极大值与极小值的连线与磁化强度矢量的水平投影方向一致。

§3、规则形体的磁场

五、板状体磁场

自然界中的一些岩脉、岩墙、磁性矿脉、含铁的变质岩系或磁性基底可以看成板状体，走向长度很大的岩体则可以看作厚板状体。

§3、规则形体的磁场

五、板状体磁场

板状体均匀磁化时，仅有面磁荷分布，且同一面上的磁荷密度相同，因此板状体在地面任一观测点产生的磁场，是各磁荷面在该点产生的磁场的总和。

板状体磁场＝各磁荷面磁场求和

§3、规则形体的磁场

五、板状体磁场

1、**顺层磁化无限延深厚板**的磁场：

单个磁荷面是不存在的，在上下端面均有磁荷分布，但下端面埋深大，可忽略其产生的磁场

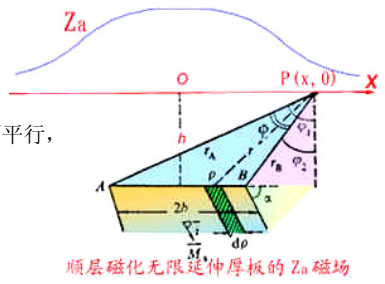
§3、规则形体的磁场

五、板状体磁场

1、顺层磁化无限延深厚板的磁场：

假定磁荷面与观测面平行，其磁荷面密度：

$$\sigma_m = \mu_0 M_n$$

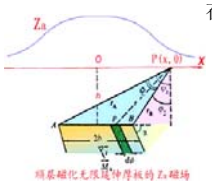


顺层磁化无限延伸厚板的 Z_a 磁场

§3、规则形体的磁场

五、板状体磁场

在直角坐标系中，磁荷面积公式变为下式：



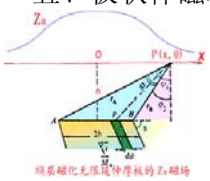
$$H_{ax} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint_s \frac{M_n(x-\xi)}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}d\xi d\eta$$

$$H_{ay} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint_s \frac{M_n(y-\eta)}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}d\xi d\eta$$

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint_s \frac{M_n(z-\zeta)}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}d\xi d\eta$$

§3、规则形体的磁场

五、板状体磁场



若磁荷面沿走向（y轴方向）为很长（无限长），公式变为下式：

$$H_{ax}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{x_A}^{x_B}M_n(x-\xi)d\xi\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\eta}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}$$

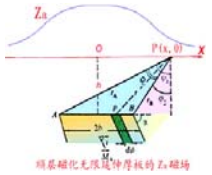
$$H_{ay}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{x_A}^{x_B}M_n d\xi\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(y-\eta)d\eta}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}$$

$$Z_a=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{x_A}^{x_B}M_n(z-\zeta)d\xi\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\eta}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}$$

对上式完成里层的无穷限广义积分 ⟹

§3、规则形体的磁场

五、板状体磁场



对上式完成里层的无穷限广义积分后，且令$z=0$，$\zeta=h$，则有：

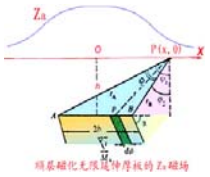
$$\left.\begin{aligned}H_{ax}&=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{x_A}^{x_B}\frac{2M_n(x-\xi)}{(x-\xi)^2+h^2}d\xi\\H_{ay}&=0\\Z_a&=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{x_A}^{x_B}\frac{-2M_n h}{(x-\xi)^2+h^2}d\xi\end{aligned}\right\}$$

式中，h为水平磁荷面的埋深，即$h=\zeta$。

§3、规则形体的磁场

五、板状体磁场

$$\left.\begin{aligned}H_{ax}&=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{x_A}^{x_B}\frac{2M_n(x-\xi)}{(x-\xi)^2+h^2}d\xi\\H_{ay}&=0\\Z_a&=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{x_A}^{x_B}\frac{-2M_n h}{(x-\xi)^2+h^2}d\xi\end{aligned}\right\}$$



完成以上积分，且注意到：

- $x_A=-b$，$x_B=b$
- 板的倾角$a=i_s$
- $M_n=M.n=-M_s\sin a$
- n为磁荷面的外法线方向

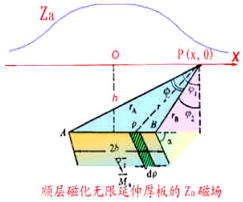
则有：

§3、规则形体的磁场

五、板状体磁场

$$H_{ax}=\frac{\mu_0 M_s\bullet\sin\alpha}{2\pi}\frac{1}{2}\ln\frac{(x-b)^2+h^2}{(x+b)^2+h^2}$$

$$=\frac{\mu_0 M_s\bullet\sin\alpha}{2\pi}\ln\frac{r_B}{r_A}$$ ⟸ 极坐标

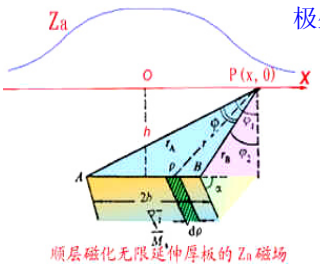


$$Z_a=\frac{\mu_0 M_s\bullet\sin\alpha}{2\pi}(\tan^{-1}\frac{x+b}{h}-\tan^{-1}\frac{x-b}{h})$$

$$=\frac{\mu_0 M_s\bullet\sin\alpha}{2\pi}(\Delta\varphi)$$ ⟸ 极坐标

§3、规则形体的磁场

五、板状体磁场



极坐标表示的磁场表达式：

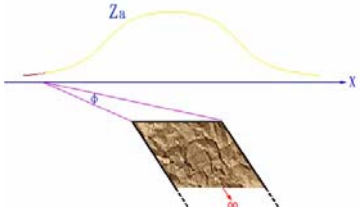
$$H_{ax}=\frac{\mu_0 M_s\bullet\sin\alpha}{2\pi}\ln\frac{r_B}{r_A}$$

$$Z_a=\frac{\mu_0 M_s\bullet\sin\alpha}{2\pi}(\Delta\varphi)$$

§3、规则形体的磁场

2.板状体 Z_a 磁场特征分析：

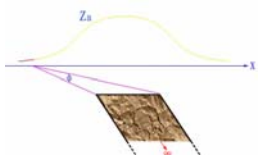
$$Z_a=\frac{\mu_0 M_s\bullet\sin\alpha}{2\pi}(\Delta\varphi)$$



§3、规则形体的磁场

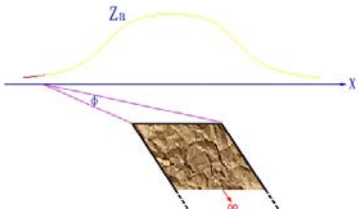
2.板状体磁场特征分析：

$$Z_a = \frac{\mu_0 M_s \bullet \sin\alpha}{2\pi}(\Delta\varphi)$$



顺层磁化无限延深厚板的Z_a磁场特征：
1、与磁化强度有关；
2、主要取决于板的顶面对观测点的张角φ,在顶面中心上方的坐标原点O处,φ最大,Za取极大值,测点由O向两边移动，φ逐渐减小至零，Za也随之减小至零。

§3、规则形体的磁场



$$H_{ax} = \frac{\mu_0 M_s \bullet \sin\alpha}{2\pi}\ln\frac{r_B}{r_A}$$

$$Z_a = \frac{\mu_0 M_s \bullet \sin\alpha}{2\pi}(\Delta\varphi)$$

思考：当2b→∞时，Za→？此结果有什么实际意义？

§3、规则形体的磁场

思考：当2b→∞时,Za→？此结果有什么实际意义？

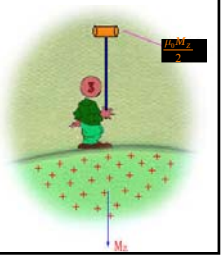
当2b→∞时,即板宽度很大,或测点与板的顶面靠得很近时，可认为φ→π，这时Za表达式可简化为：

$$Z_a = \frac{\mu_0 M_s \bullet \sin\alpha}{2\pi}(\pi) = \frac{\mu_0 M_s \bullet \sin\alpha}{2} = \frac{\mu_0 M_z}{2}$$

§3、规则形体的磁场

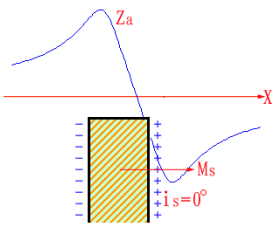
思考：当2b→∞时,Za→？此结果有什么实际意义？

1、当已知磁性体磁性大小时，利用此式可以估计板状体产生的最大异常。
2、若已知异常极大值，利用这个式子可以估计板的磁化强度值。
在野外工作时，解释人员常常利用它来估计岩体磁性的大小。



§3、规则形体的磁场

2.倾斜磁化板状体磁场



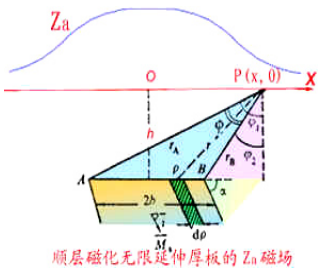
斜磁化指板的侧面与磁化强度M_s斜交的情况，γ≠0

斜交磁化厚板的顶面、底面和侧面都要出现磁荷。

斜交磁化无限延伸厚板磁场Za图形随磁化倾角：

§3、规则形体的磁场

倾斜磁化板状体磁场



顺层磁化无限延伸厚板的Za磁场

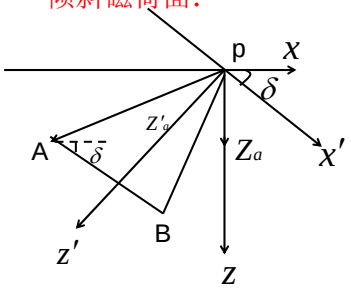
水平磁荷面：

$$Z_a = \frac{\sigma_m}{2\pi}(\Delta\varphi)$$

$$H_{ax} = \frac{\sigma_m}{2\pi}\ln\frac{r_B}{r_A}$$

§3、规则形体的磁场

倾斜磁荷面：

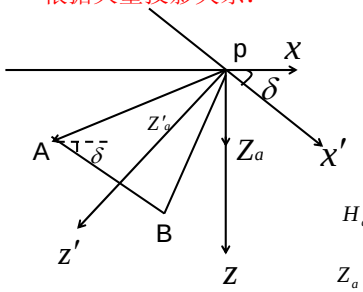


$$Z'_a = \frac{\sigma_m}{2\pi} \bullet \Delta\varphi$$

$$H'_{ax} = \frac{\sigma_m}{2\pi} \ln \frac{r_B}{r_A}$$

§3、规则形体的磁场

根据矢量投影关系：



$$H_{ax} = H'_{ax} \bullet \cos\delta - Z'_a \bullet \sin\delta$$

$$Z_a = H'_{ax} \bullet \sin\delta + Z'_a \bullet \cos\delta$$

§3、规则形体的磁场

根据矢量投影关系：

$$H_{ax} = H'_{ax} \bullet \cos\delta - Z'_a \bullet \sin\delta$$

$$Z_a = H'_{ax} \bullet \sin\delta + Z'_a \bullet \cos\delta$$

即：

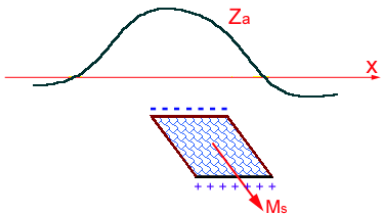
$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ Z_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta & -\sin\delta \\ \sin\delta & \cos\delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H'_{ax} \\ Z'_a \end{pmatrix}$$

§3、规则形体的磁场

有限延深厚板状体磁场：

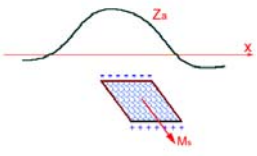
有限延深厚板：可以看作是两个埋深不同，但顶面宽度和倾角都相同的无限延深厚板相减的剩余部分。

§3、规则形体的磁场



§3、规则形体的磁场

有限延深厚板状体

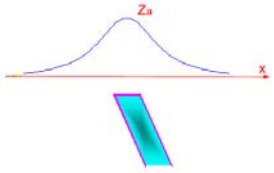


有限延深厚板与无限延深厚板磁场特征的区别：

对顺层磁化有限延深厚板下底面有正磁荷分布，而无限延深厚板只有上顶面有负磁荷分布，由于下底面磁荷的作用，它使得曲线的两侧都有负值。

§3、规则形体的磁场

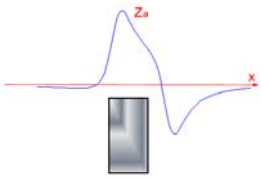
薄板状体



•在磁法中“厚”与“薄”是一个相对概念。
•薄板状体可看作是厚板的特殊情况。当板状体的b<<h 时,称其为薄板，反之为厚板。
•薄板的磁场表达式可从厚板的磁场表达式简化导出。
•厚板与薄板的剖面曲线形态类似。
•厚板状体可以看作薄板状体组合而成，薄板的异常窄，幅值小，而厚板异常宽，幅值大。

§3、规则形体的磁场

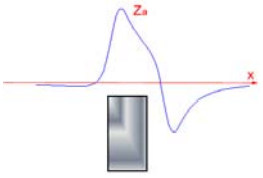
水平薄板状体



自然界中产状水平的磁性薄岩层可看作水平薄板。它可以看作是有限延深厚板特例，即板的下延深度很小的情况。

§3、规则形体的磁场

水平薄板状体

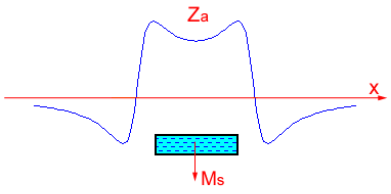


试分析：当水平薄板的宽度2b很大，即：2b→∞时，曲线形态有什么变化？其板中间部位的磁场等于什么？

§3、规则形体的磁场

试分析：当水平薄板的宽度2b很大，即：2b→∞时，曲线形态有什么变化？其板中间部位的磁场等于什么？

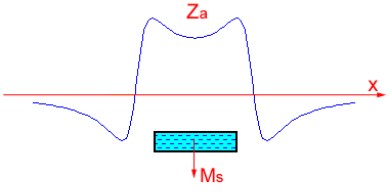
水平薄板状体



§3、规则形体的磁场

试分析：当水平薄板的宽度2b很大，即：2b→∞ 时，曲线形态有什么变化？其板中间部位的磁场等于什么？

水平薄板状体



薄板上顶面： $Z_o = \frac{\mu_0 M_s \bullet \sin\alpha}{2\pi}(\pi) = \frac{\mu_0 M_s \bullet \sin\alpha}{2} = \frac{\mu_0 M_Z}{2}$

板状体磁场特征：

- 顺层磁化时（ $\gamma = 0$）：

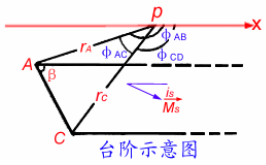
1、无限延伸厚板的Za剖面异常为轴对称、无零值点的曲线，异常特征取决于测点相对于板的张角大小；
2、有限延伸厚板的Za剖面异常为有零值点的轴对称曲线；

非顺层磁化时（ $\gamma \neq 0$）：

1、Za剖面异常为有零值点的非对称曲线，不对称性随 γ 角的增大而增强；
2、磁化强度方向的判断较复杂，当板状体直立或水平时，根据极大值与极小值连线可判断磁化方向的水平投影方向。
3、当 $\gamma \neq 0$且保持不变，无论板的倾角与磁化方向如何变化并不改变Za异常的曲线特征

§3、规则形体的磁场

六、台阶状体

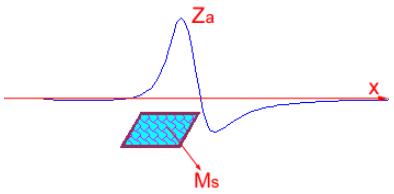


•**台阶：**磁性接触带和断层（其下降盘在地面产生的磁场可不计的断层）。

•从下面动画我们可看出，台阶是有限延深厚板沿一个方向趋于无穷远时的特例。

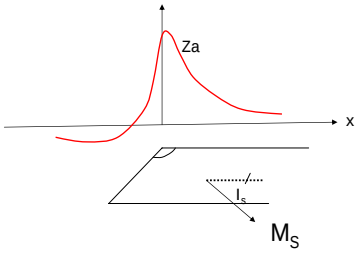
§3、规则形体的磁场

六、台阶状体



§3、规则形体的磁场

六、台阶状体Za剖面异常（p117）



§3、规则形体的磁场

七、二度多边形截面水平柱体（P118）

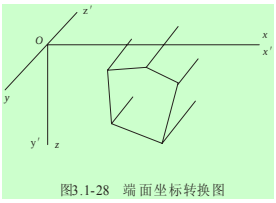
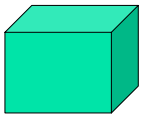


图3.1-28 端面坐标转换图

可以看作是以多边形的边为接触面的许多磁性面的磁场的代数和。

§3、规则形体的磁场

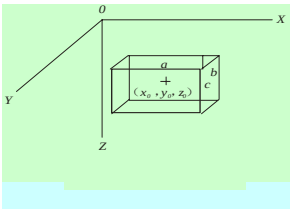
八、直立长方体磁场



§3、规则形体的磁场

八、直立长方体磁场

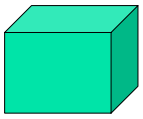
设有一*x*方向为a、*y*方向为b、*z*方向为c的直立长方体，长方体中心坐标为（x_0，y_0，z_0），



§3、规则形体的磁场

八、直立长方体磁场

设有一*x*方向为a、*y*方向为b、*z*方向为c的直立长方体，长方体中心坐标为（x_0，y_0，z_0），

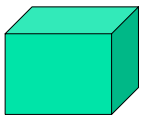


1、体积分法
2、面积分法
3、泊松公式

§3、规则形体的磁场

八、直立长方体磁场

设有一*x*方向为a、*y*方向为b、*z*方向为c的直立长方体，长方体中心坐标为（x_0，y_0，z_0），



计算已知直立长方体的引力位为：

$$V = G\sigma\int_{x_o-\frac{a}{2}}^{x_o+\frac{a}{2}}\int_{y_o-\frac{b}{2}}^{y_o+\frac{b}{2}}\int_{z_o-\frac{c}{2}}^{z_o+\frac{c}{2}}\frac{1}{r}d\xi d\eta d\zeta$$

§3、规则形体的磁场

$$\begin{pmatrix}H_{ax}\\H_{ay}\\Z_a\end{pmatrix}=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\bullet\begin{pmatrix}V_{xx}&V_{yx}&V_{zx}\\V_{xy}&V_{yy}&V_{zy}\\V_{xz}&V_{zy}&V_{zz}\end{pmatrix}\bullet\begin{pmatrix}M_x\\M_y\\M_z\end{pmatrix}$$

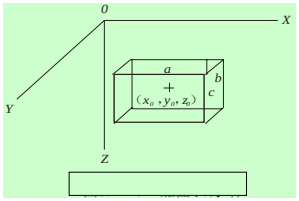
$$H_{ax}=-\mu_0\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\bar{M}\bullet\frac{\partial}{\partial x}(\nabla_P V)$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi G\sigma}\left(M_xV_{xx}+M_yV_{yx}+M_zV_{zx}\right)$$

§3、规则形体的磁场

上式对*x*、*y*、*z*分别求二阶导数并积分得：

$$V''_{xx}=-G\sigma\tan^{-1}\frac{(\eta-y)(\zeta-z)}{(\xi-x)\cdot r}\begin{vmatrix}x_o+\frac{a}{2}\\x_o-\frac{a}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y_o+\frac{b}{2}\\y_o-\frac{b}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_o+\frac{c}{2}\\z_o-\frac{c}{2}\end{vmatrix}$$



§3、规则形体的磁场

上式对*x*、*y*、*z*分别求二阶导数并积分得：

$$V''_{xx}=-G\sigma\tan^{-1}\frac{(\eta-y)(\zeta-z)}{(\xi-x)\cdot r}\begin{vmatrix}x_o+\frac{a}{2}\\x_o-\frac{a}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y_o+\frac{b}{2}\\y_o-\frac{b}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_o+\frac{c}{2}\\z_o-\frac{c}{2}\end{vmatrix}$$

$$V''_{yy}=-G\sigma\tan^{-1}\frac{(\xi-x)(\zeta-z)}{(\eta-y)\cdot r}\begin{vmatrix}x_o+\frac{a}{2}\\x_o-\frac{a}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y_o+\frac{b}{2}\\y_o-\frac{b}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_o+\frac{c}{2}\\z_o-\frac{c}{2}\end{vmatrix}$$

$$V''_{zz}=-G\sigma\tan^{-1}\frac{(\xi-x)(\eta-y)}{(\zeta-z)\cdot r}\begin{vmatrix}x_o+\frac{a}{2}\\x_o-\frac{a}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y_o+\frac{b}{2}\\y_o-\frac{b}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_o+\frac{c}{2}\\z_o-\frac{c}{2}\end{vmatrix}$$

$$V''_{xz}=G\sigma\ln\left[r+(\eta-y)\right]\begin{vmatrix}x_o+\frac{a}{2}\\x_o-\frac{a}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y_o+\frac{b}{2}\\y_o-\frac{b}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_o+\frac{c}{2}\\z_o-\frac{c}{2}\end{vmatrix}$$

$$V''_{xy}=G\sigma\ln\left[r+(\zeta-z)\right]\begin{vmatrix}x_o+\frac{a}{2}\\x_o-\frac{a}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y_o+\frac{b}{2}\\y_o-\frac{b}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_o+\frac{c}{2}\\z_o-\frac{c}{2}\end{vmatrix}$$

$$V''_{yz}=G\sigma\ln\left[r+(\xi-x)\right]\begin{vmatrix}x_o+\frac{a}{2}\\x_o-\frac{a}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y_o+\frac{b}{2}\\y_o-\frac{b}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_o+\frac{c}{2}\\z_o-\frac{c}{2}\end{vmatrix}$$

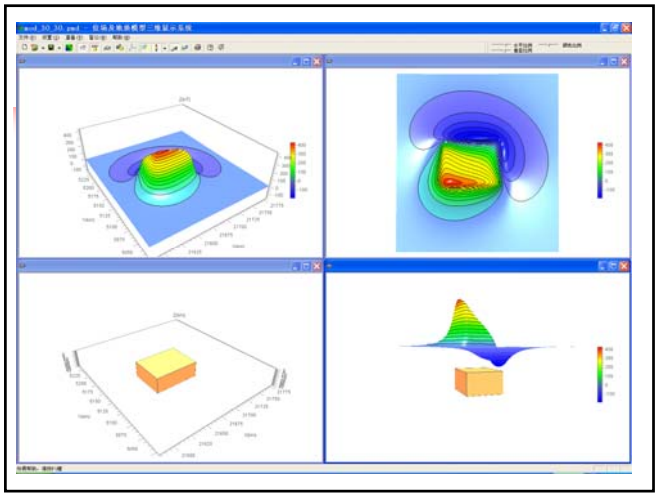
§3、规则形体的磁场

将以上各式代入泊松公式即得：

$$H_{ax}(x,y,z)=\frac{G\sigma\mu_o}{4\pi}\left\{-M_x\tan^{-1}\frac{(\xi-x)(\eta-y)}{(\xi-x)^2+r(\zeta-z)+(\zeta-z)^2}+M_y\ln[r+(\zeta-z)]+M_z\ln[r+(\eta-y)]\right\}\begin{vmatrix}x_o+\frac{a}{2}\\x_o-\frac{a}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y_o+\frac{b}{2}\\y_o-\frac{b}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_o+\frac{c}{2}\\z_o-\frac{c}{2}\end{vmatrix}$$

$$H_{ay}(x,y,z)=\frac{G\sigma\mu_o}{4\pi}\left\{M_x\ln[r+(\zeta-z)]-M_y\tan^{-1}\frac{(\xi-x)(\eta-y)}{(\eta-y)^2+r(\zeta-z)+(\xi-z)^2}+M_z\ln[r+(\xi-x)]\right\}\begin{vmatrix}x_o+\frac{a}{2}\\x_o-\frac{a}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y_o+\frac{b}{2}\\y_o-\frac{b}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_o+\frac{c}{2}\\z_o-\frac{c}{2}\end{vmatrix}$$

$$Z_a(x,y,z)=\frac{G\sigma\mu_o}{4\pi}\left\{M_x\ln[r+(\eta-y)]+M_y\ln[r+(\xi-x)]+M_z\tan^{-1}\frac{(\xi-x)(\eta-y)}{r(\zeta-z)}\right\}\begin{vmatrix}x_o+\frac{a}{2}\\x_o-\frac{a}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}y_o+\frac{b}{2}\\y_o-\frac{b}{2}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}z_o+\frac{c}{2}\\z_o-\frac{c}{2}\end{vmatrix}$$



§3、规则形体的磁场

规则磁性体与磁异常的关系：

➢**平面特征：**

1、多种多样：等轴状或同心圆状、椭圆状、条带状

哪些反映了三度体异常？

2、三度体异常一般是正负成对出现

在北半球，正负异常的相对位置？

3、二度体异常一般在正异常一侧伴生负异常

但有例外，顺层磁化无限延伸的板状体上Za曲线是什么特征？

二度体如何界定？（走向长度>5倍埋深、1/2等值线长轴>3倍短轴）

§3、规则形体的磁场

➢**剖面特征：**

观察异常的对称性与正负异常的伴生关系

1、两侧无负值的Za曲线

2、一侧有负值的Za曲线

3、两侧有负值的Za曲线

§3、规则形体的磁场

➢**剖面特征：**（异常的对称性与正负异常的伴生关系）

1、两侧无负值的Za曲线：

•顺层磁化且无限延伸的板状体或柱体异常
•曲线对称，无负值，极大值对应原点；
•无负值表明向下无限延伸；

§3、规则形体的磁场

➢**剖面特征：**（异常的对称性与正负异常的伴生关系）

2、一侧有负值的Za曲线；

•斜磁化无限延伸的板状体；
•Za曲线不对称，不对称性取决于 γ 角的大小；
•原点位于极大、极小值之间；
•负值位于穿出板面的一侧；
•当东西剖面内观测时（相当于垂直磁化），可根据异常的形态判断板状体的倾向。

§3、规则形体的磁场

3、两侧有负值的Za曲线；

•球体、水平圆柱体、有限延伸的板状体、柱体等；
•两侧有负值是磁性体下延深度有限的标志；
•Za曲线对称且异常极值对应原点时，反映磁性体截面为轴对称形，且为垂直磁化，如球体、水平圆柱体、垂直板体或柱体；

§3、规则形体的磁场

3、两侧有负值的Za曲线；

•Za曲线不对称时，反映有限延伸磁性体的斜磁化情况，此时原点位于两极值点坐标之间，如斜磁化的球体、水平圆柱体、板体或柱体；

•对顺层磁化有限延伸的板状体，板状体倾向一侧负值较强；

•对斜磁化的倾斜板状体，Za曲线不对称性不仅取决于 ɣ 角的大小，还与下端面的位置有关；

§4、复杂形体的磁场

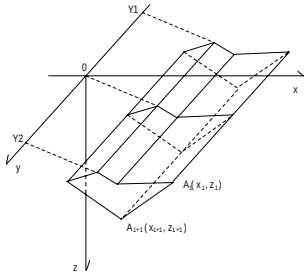
一、二度半($2\frac{1}{2}$) 多边形截面柱体磁场

•二度半体是组合三度体的有效基本单元，三度体可分割成许多二度半体；

•二度半体拟合三度体是一种实用的计算方法；

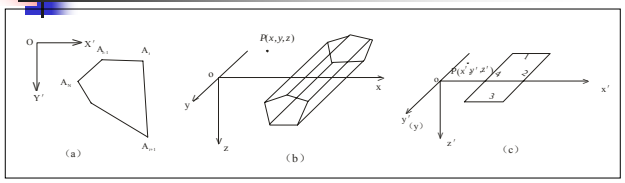
§4、复杂形体的磁场

一、二度半($2\frac{1}{2}$) 多边形截面柱体磁场



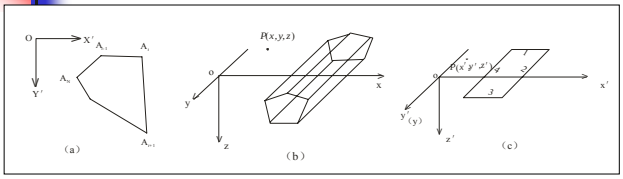
端面为直立多边形磁荷面（2个），侧面为倾斜长方形磁荷面（N个）。

一、二度半($2\frac{1}{2}$) 多边形截面柱体磁场



二度半多边形截面柱体示意图

一、二度半($2\frac{1}{2}$) 多边形截面柱体磁场



对于N边截面水平柱体，其磁场可通过N个倾斜磁荷面与两个直立端面所产生的磁场叠加求和得到：

一、二度半($2\frac{1}{2}$) 多边形截面柱体磁场

假定磁荷面与观测面平行，其磁荷面密度：

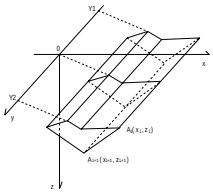
在直角坐标系中，磁荷面积公式变为下式：

$$H_{ax} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint_s \frac{M_n(x-\xi)}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}d\xi d\eta$$

$$H_{ay} = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint_s \frac{M_n(y-\eta)}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}d\xi d\eta$$

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi}\iint_s \frac{M_n(z-\zeta)}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}d\xi d\eta$$

一、二度半 $(2\frac{1}{2})$ 多边形截面柱体磁场



$$M_x = M\cos I\cos D,$$
$$M_y = M\cos I\sin D,$$
$$M_z = M\sin I.$$

I_0, D_0 为地磁场的倾角、偏角，

I, D 为磁化强度的倾角、偏角，

M, M_x, M_y, M_z 分别为磁化强度及其三个分量。

$$H_{ax} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i=1}^{N}\sin\varphi_i(M_x I_{1i} + M_y I_{2i} + M_z I_{3i})$$

$$H_{ay} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i=1}^{N}\left[(M_x\sin\varphi_i - M_z\cos\varphi_i)I_{2i} - M_y(\sin\varphi_i I_{1i} - \cos\varphi_i I_{3i})\right]$$

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{i=1}^{N}\cos\varphi_i(M_x I_{1i} + M_y I_{2i} + M_z I_{3i})$$

$$I_{1i} = P_{1i}(Y_2) - P_{1i}(Y_1),$$
$$I_{2i} = P_{2i}(Y_2) - P_{2i}(Y_1),$$
$$I_{3i} = P_{3i}(Y_2) - P_{3i}(Y_1)$$

$$P_{1i}(y) = \cos\varphi_i\ln\frac{R_i + y}{R_{i+1} + y} - \sin\varphi_i\left(\tan^{-1}\frac{u_{i+1}y}{w_i R_{i+1}} - \tan^{-1}\frac{u_i y}{w_i R_i}\right),$$

$$P_{2i}(y) = \ln\frac{R_i + u_i}{R_{i+1} + u_{i+1}},$$

$$P_{3i}(y) = \sin\varphi_i\ln\frac{R_i + y}{R_{i+1} + y} + \cos\varphi_i\left(\tan^{-1}\frac{u_{i+1}y}{w_i R_{i+1}} - \tan^{-1}\frac{u_i y}{w_i R_i}\right)$$

一、二度半 $(2\frac{1}{2})$ 多边形截面柱体磁场

$$P_{1i}(y) = \cos\varphi_i\ln\frac{R_i + y}{R_{i+1} + y} - \sin\varphi_i\left(\tan^{-1}\frac{u_{i+1}y}{w_i R_{i+1}} - \tan^{-1}\frac{u_i y}{w_i R_i}\right),$$

$$I_{1i} = P_{1i}(Y_2) - P_{1i}(Y_1),$$
$$I_{2i} = P_{2i}(Y_2) - P_{2i}(Y_1),$$
$$I_{3i} = P_{3i}(Y_2) - P_{3i}(Y_1)$$

$$P_{2i}(y) = \ln\frac{R_i + u_i}{R_{i+1} + u_{i+1}},$$

$$P_{3i}(y) = \sin\varphi_i\ln\frac{R_i + y}{R_{i+1} + y} + \cos\varphi_i\left(\tan^{-1}\frac{u_{i+1}y}{w_i R_{i+1}} - \tan^{-1}\frac{u_i y}{w_i R_i}\right)$$

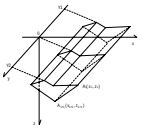
$$u_i = x_i\cos\varphi_i + z_i\sin\varphi_i\ ,\quad u_{i+1} = x_{i+1}\cos\varphi_i + z_{i+1}\sin\varphi_i$$

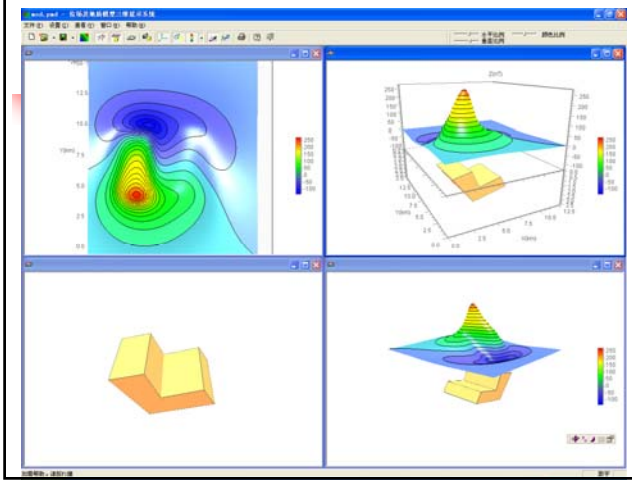
$$w_i = -x_i\sin\varphi_i + z_i\cos\varphi_i$$

$$r_i = \left(u_i^2 + w_i^2\right)^{1/2}\ ,\quad r_{i+1} = \left(u_{i+1}^2 + w_{i+1}^2\right)^{1/2}$$

$$R_i = (u_i^2 + Y^2 + w_i^2)^{1/2}\ ,\quad R_{i+1} = (u_{i+1}^2 + Y^2 + w_{i+1}^2)^{1/2}$$

$$\varphi_i = \tan^{-1}\frac{z_{i+1} - z_i}{x_{i+1} - x_i}$$



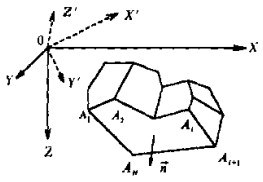


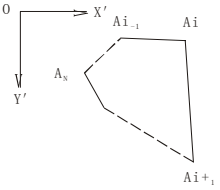
§4、复杂形体的磁场

二、三度体——任意多面体磁场

§4、复杂形体的磁场

二、三度体——任意多面体磁场

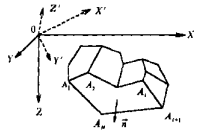




分解为组合多边形磁荷面在计算点产生的磁场。

§4、复杂形体的磁场

二、三度体——任意多面体磁场



计算步骤：

1、针对任一多边形磁荷面，建立新坐标系，使其在新坐标系下为“水平”多边形磁荷面；

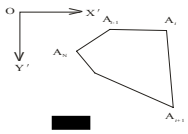
2、计算该“水平”磁荷面产生的磁场（针对新坐标系的分量）

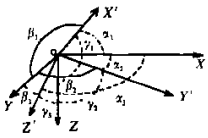
3、利用坐标转换，统一到原坐标系；

4、下一个多边形磁荷面的计算…

§4、复杂形体的磁场

二、三度体——任意多面体磁场

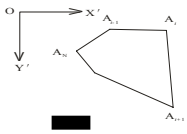




1、针对任一多边形磁荷面，建立新坐标系，使其在新坐标系下为“水平”多边形磁荷面；

§4、复杂形体的磁场

2、计算该“水平”磁荷面产生的磁场：



$$H_{ax'}=\frac{\mu_o}{4\pi}\sigma\sum_{i=1}^{n}\sin\theta_i\ \ln\frac{R_i+r_i}{R_{i+1}+r_{i+1}}$$

$$H_{ay'}=\frac{\mu_o}{4\pi}\sigma\sum_{i=1}^{n}\cos\theta_i\ \ln\frac{R_i+r_i}{R_{i+1}+r_{i+1}}$$

$$Z_{a'}=\frac{\mu_o}{4\pi}\sigma\sum_{i=1}^{n}tg^{-1}\frac{R_i^2\cos\theta_i-(\xi_i'-x')r_i}{R_i(\zeta_i'-z')\sin\theta_i}-tg^{-1}\frac{R_{i+1}^2\cos\theta_i-(\xi_{i+1}'-x')r_{i+1}}{R_{i+1}(\zeta_{i+1}'-z')\sin\theta_i}$$

R_i：测点与角点距离　r_i：测点在面上的垂足且在i边的投影点与角点距离

θ_i为多边形各个边与 x' 轴之间的夹角。

二、三度体——任意多面体磁场

$$\theta_i=tg^{-1}\frac{(\eta_{i+1}'-\eta_i')}{(\xi_{i+1}'-\xi_i')}$$

$$R_i=\sqrt{(\xi_i'-x')^2+(\eta_i'-y')^2+(\zeta_i'-z')^2}$$

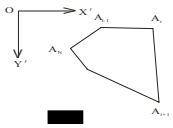
$$R_{i+1}=\sqrt{(\xi_{i+1}'-x')^2+(\eta_{i+1}'-y')^2+(\zeta_{i+1}'-z')^2}$$

其中：$\zeta_1'=\zeta_2'=\cdots=\zeta_i'=\cdots=\zeta_N'$

r_i，r_{i+1}为观测点 P' 至多边形水平面上垂足在第i边的投影点至 A_i，A_{i+1} 的距离，

$$r_i=(\xi_i'-x')\cos\theta_i+(\eta_i'-y')\sin\theta_i$$

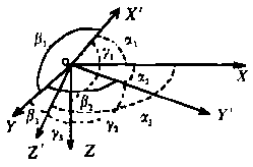
$$r_{i+1}=(\xi_{i+1}'-x')\cos\theta_i+(\eta_{i+1}'-y')\sin\theta_i$$



R_i 为测点与角点距离

二、三度体——任意多面体磁场

3、利用坐标转换，统一到原坐标系



$$\begin{bmatrix}H_{ax}\\H_{ay}\\Z_a\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\alpha_1&\cos\alpha_2&\cos\alpha_3\\\cos\beta_1&\cos\beta_2&\cos\beta_3\\\cos\gamma_1&\cos\gamma_2&\cos\gamma_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}H_{ax'}\\H_{ay'}\\Z_{a'}\end{bmatrix}$$

二、三度体——任意多面体磁场

3、利用坐标转换，统一到原坐标系

$$\begin{bmatrix}H_{ax}\\H_{ay}\\Z_a\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\alpha_1&\cos\alpha_2&\cos\alpha_3\\\cos\beta_1&\cos\beta_2&\cos\beta_3\\\cos\gamma_1&\cos\gamma_2&\cos\gamma_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}H_{ax'}\\H_{ay'}\\Z_{a'}\end{bmatrix}$$

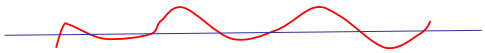
4、此后，计算下一个多边形磁荷面的磁场...

三、复杂条件下的磁场正演

- 非水平测线上磁场的计算

  讨论正演时，假设条件之一为地形水平。如果地形起伏，应要引入地形参数。

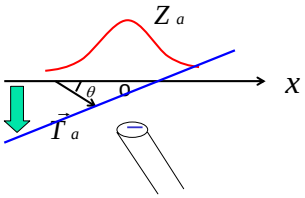
  如何解决计算？



三、复杂条件下的磁场正演

非水平观测线上的点磁极磁场特征如何变化？

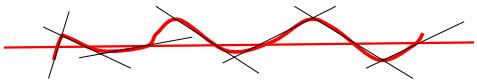
$$Z_a = T_a \bullet \sin\theta = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}\frac{h}{r} = \frac{q_m}{4\pi}\frac{h}{(x^2+h^2)^{3/2}}$$



四、复杂条件下的磁场正演

- 解决方法：

1、把地形水平看成坡度角a为0的特例，把起伏地形看成不同坡度角斜坡组成。

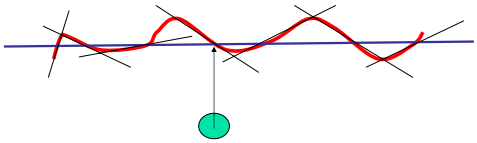


四、复杂条件下的磁场正演

- 解决方法：

2、将水平地形条件下导出的磁场主剖面表达式，全部转成起伏地形下的磁场表达式，其中的代换关系为：

$$h_x = h_0 + (x - x_i)tga$$



上机实习

- 教5楼—319
- 实习目的：学会利用球体正演公式，通过编程计算球体磁场，并分析不同磁化方向、不同观测剖面对球体磁场特征的影响
- 实习准备：
- 复习球体磁场公式、有效磁化强度与磁化倾角的计算，思考正演计算时需要给定哪些参数？
- 复习Matlab或C编程语言（重力正演上机内容）

§5、磁场频谱

- 一、磁异常频谱分析

  利用磁异常换算出的频谱进行解释的方法称为频谱分析。

  磁异常的空间变化⇒各种频率的谐波⇒随空间变化⇒具有不同的振幅和初相位⇒频谱

§5、磁场频谱

一、磁异常频谱分析

用一组空间谐波来表示磁异常，数学上称为傅立叶变换。

连续傅立叶变换：

$$S_T(w)=\int_{-\infty}^{\infty}T(x)e^{-iwx}dx$$

$$T(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S_T(w)e^{iwx}dw$$

§5、磁场频谱

- 对于三度体磁异常 $T(x,y)$ 与二个坐标变量x、y有关，其连续傅式变换为：

$$S_T(u,v)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}T(x,y)e^{-2\pi i(ux+vy)}dxdy$$

$$T(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}S_T(u,v)e^{2\pi i(ux+vy)}dudv$$

其中u、v分别为X与Y轴的轴向角频率

§5、磁场频谱

- 实测数据是离散的，测区范围是有限的，实际数据处理常采用离散傅式变换：

$$S_T(u,v)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}T(x,y)e^{-2\pi i(um/M+vn/N)}$$

$$T(x,y)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}S_T(u,v)e^{2\pi i(um/M+vn/N)}$$

- 其中u、v分别为X与Y轴的轴向角频率，$(u^2+v^2)^{1/2}$ 为X-Y的径向角频率。

$$u=M\bullet\Delta x=M\bullet\frac{1}{L_x},\ v=N\bullet\Delta y=N\bullet\frac{1}{L_y}$$

基频

§5、磁场频谱

磁异常频谱分析的目的：

将磁异常转换成频谱，采用傅式变换的各种特性对频谱进行运算，能使原来空间域中的复杂运算变得简单。

§5、磁场频谱

傅立叶变换的性质：

1.叠加性
2.频移性
3.微分特性
4.褶积特性
5.能量公式