

文章编号: 1001—1749(2011)03—0248—04

# 利用 FCT 方法压制弹性波数值模拟中的数值频散

李文杰, 张改兰, 姜大建, 王永胜

(中国石化石油勘探开发研究院, 北京 100083)

**摘 要:** 在基于波动方程的有限差分数值模拟中, 会不可避免地出现数值频散(也称网格发散)问题。数值频散问题通常会给数值模拟的结果造成严重影响, 因此在数值模拟中, 应尽量设法消除这种现象。这里在前人的基础上, 在基于各向同性介质的弹性波方程的数值模拟过程中, 通过引入通量校正方法来解决数值频散问题。由数值模拟结果表明, 该方法可以有效地消除数值频散现象, 大大改善数值模拟的结果。

**关键词:** 弹性波方程; 各向同性介质; 有限差分; 数值频散; FCT 方法

**中图分类号:** P 631.4      **文献标识码:** A

## 0 前言

在波动方程有限差分数值模拟中, 随着模拟地震波传播的运算逐步向前展开, 在离散网格点中, 波的发散现象变得更加严重, 这种现象就是数值模拟过程中不可避免的网格发散问题, 也称为数值频散。这是一种因离散化求解波动方程而产生的伪波动, 既不同于波动方程本身所引起的频散, 也不同于因波传播的速度、频率和角度而引起的频散, 它是利用有限差分方法求解波动方程时所固有的本质特征, 是无法避免的。

为了消除数值频散现象, 人们做了大量的研究工作。经研究表明: 当所传播信号的一个波长范围内, 具有多于十个离散节点时, 基本上能消除数值频散现象。一般来说, 数值频散问题随着网格间距的增大而变得更加严重, 但如果通过减少网格间距增加网格节点数目的方法来消除数值频散, 将会大大增加计算量, 这样必然造成计算时间过长。为了加快计算速度, 既能减少一个波长范围内所要求的离散节点数, 又能消除离散节点数少所带来的数值频散现象, 国内、外学者提出了不少消除数值频散现象的方法<sup>[1-6]</sup>。其中 Boris 和 Book 等人把在求解流体动力学连续方程的通量校正传输提出

的通量校正传输方法, 应用于声波方程的求解, 有效地压制了差分计算产生的数值频散<sup>[7]</sup>。在国内, 杨顶辉等<sup>[8]</sup>将其应用于各向异性弹性波动方程正演的数值频散处理中, 达到了预期的目的。除此以外, 不少研究人员, 也在利用通量校正传输方法消除数值频散现象方面, 也做了许多有价值的研究<sup>[9-11]</sup>。

作者在前人的基础上, 将通量校正传输方法应用于二维各向同性介质的弹性波方程有限差分数值模拟中, 数值模拟结果表明, 该方法能有效地压制数值模拟过程中的数值频散现象, 能得到较好的模拟结果。

## 1 方法原理

在各向同性介质条件下, 假设  $X$  和  $Z$  是二维介质情况下沿  $X$  轴和  $Z$  轴的坐标,  $X$  轴的方向向右,  $Z$  轴的方向朝下。我们可以利用两个共轭的二阶偏微分方程, 来描述介质中 P 波的运动, 以及垂直向偏振的 SV 波的运动。在这里, 我们不考虑沿水平方向偏振的 SH 波, 并假定  $U$ 、 $W$  分别为水平方向与垂直方向的位移,  $\rho$  为介质的密度,  $t$  为时间,  $\lambda$  和  $\mu$  为具体介质中的拉梅系数, 那么我们可以得到各向同性非均匀介质的弹性波动方程, 如式(1)

基金项目: 国家“863”科技攻关项目(2006AA06Z203)

收稿日期: 2010-11-08      改回日期: 2010-12-06

所示。

$$\left\{\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \\ &\quad \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right] + \\ &\quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right]\end{aligned}\right. \quad (1)$$

我们现在假定密度  $\rho$  为常数 这样我们就可以把方程组(1)看成是随空间位置变化的 P 波和 SV 波速度的函数。 $\lambda$  和  $\mu$  与纵波、横波速度  $\alpha(x,z)$  和  $\beta(x,z)$  的关系如式(2)所示。

$$\begin{cases} \alpha(x,z) = \sqrt{(\lambda(x,z) + 2\mu(x,z)) / \rho} \\ \beta(x,z) = \sqrt{\mu(x,z) / \rho} \end{cases} \quad (2)$$

根据式(1) 我们可以得到弹性波波场正演的有限差分格式 如式(3)、式(4)所示。

$$\begin{aligned} u(m,n,l+1) = & 2u(m,n,l) - u(m,n,l-1) + \frac{(\Delta t)^2}{\Delta x} \left\{ \left[ \frac{\alpha^2(m+1,n) + \alpha^2(m,n)}{2} \right] \right. \\ & \left[ \frac{u(m+1,n,l) - u(m,n,l)}{\Delta x} \right] - \left[ \frac{\alpha^2(m-1,n) + \alpha^2(m,n)}{2} \right] \left[ \frac{u(m,n,l) - u(m-1,n,l)}{\Delta x} \right] \Big\} + \\ & \frac{(\Delta t)^2}{2\Delta x} \left\{ \alpha^2(m+1,n) \left[ \frac{u(m+1,n+1,l) - u(m+1,n-1,l)}{2\Delta z} \right] - \alpha^2(m-1,n) \right. \\ & \left[ \frac{u(m-1,n+1,l) - u(m-1,n-1,l)}{2\Delta z} \right] \Big\} - \frac{(\Delta t)^2}{\Delta x} \left\{ \beta^2(m+1,n) \right. \\ & \left[ \frac{w(m+1,n+1,l) - w(m+1,n-1,l)}{2\Delta z} \right] - \beta^2(m-1,n) \\ & \left[ \frac{w(m-1,n+1,l) - w(m-1,n-1,l)}{2\Delta z} \right] \Big\} + \frac{(\Delta t)^2}{\Delta z} \\ & \left\{ \left[ \frac{\beta^2(m,n+1) + \beta^2(m,n)}{2} \right] \left[ \frac{u(m,n+1,l) - u(m,n,l)}{\Delta z} \right] - \left[ \frac{\beta^2(m,n) + \beta^2(m,n-1)}{2} \right] \right. \\ & \left[ \frac{u(m,n,l) - u(m,n-1,l)}{\Delta z} \right] \Big\} + \frac{(\Delta t)^2}{2\Delta z} \left\{ \beta^2(m,n+1) \right. \\ & \left[ \frac{w(m+1,n+1,l) - w(m-1,n+1,l)}{2\Delta x} \right] - \beta^2(m,n-1) \\ & \left[ \frac{w(m+1,n-1,l) - w(m-1,n-1,l)}{2\Delta x} \right] \Big\} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} w(m,n,l+1) = & 2w(m,n,l) - w(m,n,l-1) + \frac{(\Delta t)^2}{\Delta x} \left\{ \left[ \frac{\alpha^2(m,n+1) + \alpha^2(m,n)}{2} \right] \right. \\ & \left[ \frac{w(m,n+1,l) - w(m,n,l)}{\Delta z} \right] - \left[ \frac{\alpha^2(m,n-1) + \alpha^2(m,n)}{2} \right] \left[ \frac{w(m,n,l) - w(m,n-1,l)}{\Delta z} \right] \Big\} + \\ & \frac{(\Delta t)^2}{2\Delta x} \left\{ \alpha^2(m,n+1) \left[ \frac{u(m+1,n+1,l) - u(m-1,n+1,l)}{2\Delta x} \right] - \alpha^2(m,n-1) \right. \\ & \left[ \frac{u(m+1,n-1,l) - u(m-1,n-1,l)}{2\Delta x} \right] \Big\} - \frac{(\Delta t)^2}{\Delta z} \left\{ \beta^2(m,n+1) \right. \\ & \left[ \frac{u(m+1,n+1,l) - u(m-1,n+1,l)}{2\Delta x} \right] - \beta^2(m,n-1) \\ & \left[ \frac{u(m+1,n-1,l) - u(m-1,n-1,l)}{2\Delta x} \right] \Big\} + \frac{(\Delta t)^2}{\Delta x} \left\{ \left[ \frac{\beta^2(m+1,n) + \beta^2(m,n)}{2} \right] \right. \\ & \left[ \frac{w(m+1,n,l) - w(m,n,l)}{\Delta x} \right] - \left[ \frac{\beta^2(m,n) + \beta^2(m-1,n)}{2} \right] \left[ \frac{w(m,n,l) - w(m-1,n,l)}{\Delta x} \right] \Big\} + \\ & \frac{(\Delta t)^2}{2\Delta x} \left\{ \beta^2(m+1,n) \left[ \frac{u(m+1,n+1,l) - u(m+1,n-1,l)}{2\Delta z} \right] - \beta^2(m-1,n) \right. \\ & \left[ \frac{u(m-1,n+1,l) - u(m-1,n-1,l)}{2\Delta z} \right] \Big\} \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $x = m\Delta x$ ;  $z = n\Delta z$ ;  $t = l\Delta t$ ;  $\Delta x$ 、 $\Delta z$  分别为  $x$ 、 $z$  方向的空间步长;  $\Delta t$  为时间步长。

通过平面谐波分析,式(3)、式(4)的稳定性条件见式(5)。

$$\Delta t \leq \frac{h}{\alpha} \sqrt{(1 + \frac{\beta^2}{\alpha^2})} \quad (5)$$

其中  $h = \min(\Delta x, \Delta z)$

利用式(3)及式(4)模拟地震波在模型中传播,我们可以得到数值模型中各个网格点在各个时刻的波场值。为了在数值模拟中有效地消除数值频散的影响,我们引入通量校正传输技术,该方法包括以下五个步骤:

(1) 给定初始值  $\vec{U}_{j,k}^0$  (其中  $\vec{U}_{j,k}^0 = \begin{bmatrix} u_{j,k}^0 \\ w_{j,k}^0 \end{bmatrix}$ )。

(2) 利用有限差分公式(3)及公式(4),计算  $\vec{U}_{j,k}^{n+1}$  (其中  $n \geq 0$ )。

(3) 漫射通量计算。①计算第  $n$  个时间步长的漫射通量为:

$$\vec{P}_{j+\frac{1}{2},k}^n = \eta_1 (\vec{U}_{j+1,k}^n - \vec{U}_{j,k}^n - \vec{U}_{j+1,k}^{n-1} + \vec{U}_{j,k}^{n-1})$$

$$0 \leq \eta_1 \leq 1$$

$$\vec{Q}_{j,k+\frac{1}{2}}^n = \eta_1 (\vec{U}_{j,k+1}^n - \vec{U}_{j,k}^n - \vec{U}_{j,k+1}^{n-1} + \vec{U}_{j,k}^{n-1})$$

$$0 \leq \eta_1 \leq 1$$

其中  $\eta_1$  是一个常数,在数值试验中,我们发现如果取  $0.008 \leq \eta_1 \leq 0.02$  时,效果较好;②为了压制伪波动,利用漫射通量  $P$ 、 $Q$  来平滑差分方程(3)、式(4)的解:

$$\vec{U}_{j,k}^{n+1} = \vec{U}_{j,k}^n + (\vec{P}_{j+\frac{1}{2},k}^n - \vec{P}_{j-\frac{1}{2},k}^n) + (\vec{Q}_{j,k+\frac{1}{2}}^n - \vec{Q}_{j,k-\frac{1}{2}}^n)$$

(4) 反漫射通量计算过程。①计算第  $n+1$  个时间步长的漫射通量为:

$$\vec{P}_{j+\frac{1}{2},k}^{n+1} = \eta_2 (\vec{U}_{j+1,k}^{n+1} - \vec{U}_{j,k}^{n+1} - \vec{U}_{j+1,k}^n + \vec{U}_{j,k}^n)$$

$$0 \leq \eta_2 \leq 1$$

$$\vec{Q}_{j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} = \eta_2 (\vec{U}_{j,k+1}^{n+1} - \vec{U}_{j,k}^{n+1} - \vec{U}_{j,k+1}^n + \vec{U}_{j,k}^n)$$

$$0 \leq \eta_2 \leq 1$$

其中 参数  $\eta_2$  的选取与  $\eta_1$  类似;②用被修改后的

解  $\vec{U}_{j,k}^{n+1}$  和差分方程的解  $\vec{U}_{j,k}^n$  来计算反漫射通量,即:

$$\vec{X}_{j+\frac{1}{2},k} = \vec{U}_{j+1,k}^{n+1} - \vec{U}_{j+1,k}^n - (\vec{U}_{j,k}^{n+1} - \vec{U}_{j,k}^n)$$

$$\vec{Z}_{j,k+\frac{1}{2}} = \vec{U}_{j,k+1}^{n+1} - \vec{U}_{j,k+1}^n - (\vec{U}_{j,k}^{n+1} - \vec{U}_{j,k}^n)$$

③利用反漫射通量再修正平滑解  $\vec{U}_{j,k}^{n+1}$ ,即可得到消除数值频散后的正确解。

$$\vec{U}_{j,k}^{n+1} = \vec{U}_{j,k}^{n+1} - (\vec{X}_{j+\frac{1}{2},k} - \vec{X}_{j-\frac{1}{2},k}) - (\vec{Z}_{j,k+\frac{1}{2}} - \vec{Z}_{j,k-\frac{1}{2}})$$

其中:

$$\vec{X}_{j+\frac{1}{2},k} = (s_m^x \cdot \max\{0, \min[s_m^x \cdot x_{m;j-\frac{1}{2},k}, |\vec{P}_{m;j+\frac{1}{2},k}^{n+1}| s_m^x \cdot x_{m;j+\frac{3}{2},k}]\})_{2 \times 1}$$

$$\vec{Z}_{j,k+\frac{1}{2}} = (s_m^z \cdot \max\{0, \min[s_m^z \cdot z_{m;j,k-\frac{1}{2}}, |\vec{Q}_{m;j,k+\frac{1}{2}}^{n+1}| s_m^z \cdot z_{m;j,k+\frac{3}{2}}]\})_{2 \times 1}$$

$$\vec{S}^x = (s_m^x)_{2 \times 1} = (\text{sign}(\vec{p}_{m;j+\frac{1}{2},k}^{n+1}))_{2 \times 1}$$

$$\vec{S}^z = (s_m^z)_{2 \times 1} = (\text{sign}(\vec{q}_{m;j,k+\frac{1}{2}}^{n+1}))_{2 \times 1}$$

这里,  $m(1, 2)$  表示向量  $\vec{X}$ 、 $\vec{Z}$ 、 $\vec{S}^x$ 、 $\vec{S}^z$  中的第  $m$  个元素。

(5) 再返回到步骤(2),重复步骤(2)至步骤(4)。如此循环,即可获得我们所需的结果。

## 2 数值模拟

为了检验通量校正传输技术消除网格发散现象的效果,我们设计了一个绕射体模型,通过在波场正演中使用通量校正传输技术与不使用通量校正传输技术所得到的合成记录,进行对比来验证该技术在实际应用中的效果。

图1为绕射体模型,介质的纵波速度为  $V_p = 3000$  m/s,横波速度为  $V_s = 2000$  m/s,激发源在地表,地面接受,绕射体距离地面 300 m,震源子波是主频为 30 Hz 的雷克子波,空间采样间隔为 5 m,时

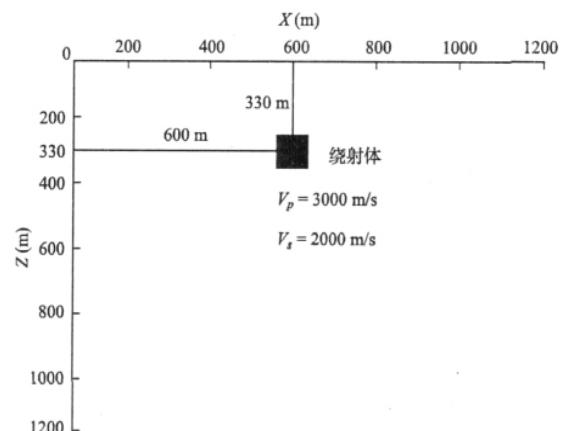


图1 绕射体模型

Fig. 1 Diffraction model

间采样间隔为 1 ms。

图 2( a)、图 3( a) 与图 2( b)、图 3( b) 分别为应用通量校正传输技术与没有应用通量校正传输技术所得到的合成记录。对比图 2( a)、图 3( a) 与图 2( b)、图 3( b) ,我们可以看到: 利用通量校正传输技术 ,可以有效地消除数值频散效应。

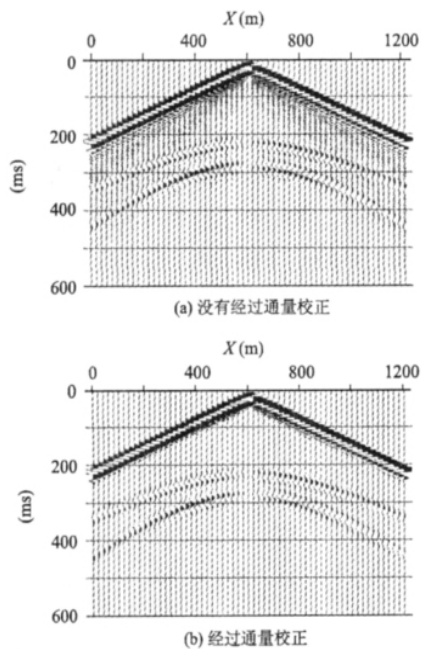


图 2 绕射体模型的波场水平位移分量  
Fig. 2 The horizontal components of diffraction model

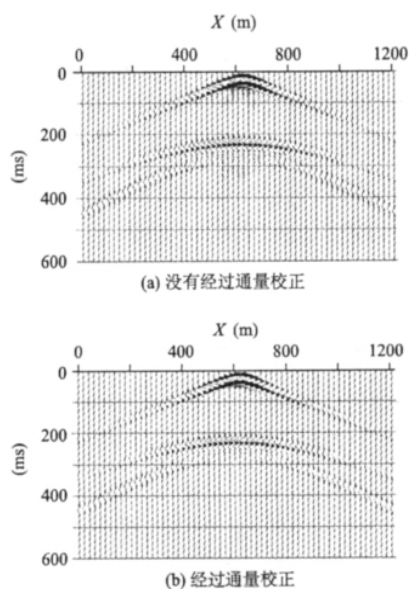


图 3 绕射体模型的波场垂直位移分量  
Fig. 3 The vertical components of diffraction model

### 3 结论

作者在前人成果的基础上 ,将通量校正传输技术应用到基于各向同性介质的弹性波数值模拟中 ,并推导了相应的计算公式和具体实施方法。数值模拟结果表明 ,该方法可以有效地压制在各向同性介质中进行弹性波数值模拟过程中所出现的数值频散现象。虽然引入通量校正传输技术需要增加一定的计算量 ,但与通过增加网格节点来消除数值频散效应的方法相比 ,该技术可以大大减少数值模拟所需的计算量。因此可以认为 ,该方法是在各向同性介质情况下 ,进行弹性波数值模拟时压制数值频散效应的一种十分有效的方法。

#### 参考文献:

[1] 李庆春,邵广周,李斌. 弹性波数值模拟的混合边界与频散抑制[J]. 煤田地质与勘探, 2005, 33(4): 73.  
[2] 王才经. 波动方程模拟和偏移的频散分析[J]. 计算地球物理研究文集, 1990, 33: 521.  
[3] 董良国,李培明. 地震波传播数值模拟中的频散问题[J]. 天然气工业, 2004, 24(6): 53.  
[4] 蔡其新,何佩军,秦广胜,等. 有限差分数值模拟的最小频散算法及其应用[J]. 石油地球物理勘探, 2003, 38(3): 247.  
[5] 吴国忱,王华忠. 波场模拟中的数值频散分析与校正策略[J]. 地球物理学进展, 2005, 20(1): 58.  
[6] 何兵寿,魏修成,刘洋. 三维波动方程的数值频散关系及其叠前和叠后数值模拟[J]. 石油大学学报: 自然科学版, 2001, 25(1): 67.  
[7] BOOK D I, BORIS J P, HAIN K. Flux-corrected transport. II: generalization of the method[J]. Comput. Phys, 1975, 18: 248.  
[8] 杨顶辉,藤吉文. 各向异性介质中三分量地震记录的 FCT 有限差分模拟[J]. 石油地球物理勘探, 1997, 32(2): 181.  
[9] 潘海滨. 交错网格地震波场模拟及频散校正策略[J]. 物探化探计算技术, 2009, 31(4): 369.  
[10] 王二,杨长春,冯英杰. 用优化通量校正传输技术压制数值模拟的频散[J]. 勘探地球物理进展, 2007, 30(4): 252.

作者简介:李文杰(1966 -),男,博士,现从事地震资料处理方法研究。

model; and (3) implementing time-depth conversion for target layers using the revised velocity model. Real seismic data processing in Erlian Basin shows that the transversely variable 3D seismic velocity model can be used to improve complex structure mapping.

**Key words:** 3D seismic velocity model; time-depth conversion; structure mapping; pre-stack time migration; erlian basin

### **SUPPRESSING NUMERICAL DISPERSION IN FINITE DIFFERENCE MODELING BASED ON ACOUSTIC AND ELASTIC EQUATION USING FCT SCHEME**

LI Wen-jie, ZHANG Gai-lan, JIANG Da-jian, et al. (Exploration and Production Research Institute, SINOPEC, Beijing 100083, China). *COMPUTING TECHNIQUES FOR GEOPHYSICAL AND GEOCHEMICAL EXPLORATION*, 2011, 33(3): 248

Numerical dispersion inevitably exists in numerical simulation based wave equation, which is also called grid dispersion and usually affect the result of numerical simulation badly, therefore, in the process of numerical simulation, the problem must be managed to solved. On the basis of the research result the other people have achieved, the paper uses the flux-correction transformation scheme to eliminate numerical dispersion existing in numerical simulation based on elastic wave equation in isotropic media. The result of numerical simulation shows that the scheme can eliminate the numerical dispersion effectively and improve the quality of numerical simulation greatly.

**Key words:** elastic wave equation; isotropic media; finite difference; numerical dispersion; FCT scheme

### **JOINT S TRANSFORMATION AND TT-TRANSFORMATION METHOD OF SURFACE WAVE SUPPRESSION**

MA Jian-qing, LI Qing-chun (School of Geological Engineering and Surveying, Chang'an University, Xi'an 710054, China). *COMPUTING TECHNIQUES FOR GEOPHYSICAL AND GEOCHEMICAL EXPLORATION*, 2011, 33(3): 252

TT transformation (Time-Time transformation) is a new method to process non-stationary signal based on S-transform, it has a good ability of frequency conversion. The surface wave, with lower frequency compared with other seismic wave, can be suppressed through extracting the TT spectrum's diagonal elements of seismic data. However, this method has a deficiency that in pressing low-frequency signal, a part of high-frequency interference is retained that can be eliminated by S transformation. Firstly, we apply S transform time-frequency filtering for each trace seismic data to suppress the high frequency interference and random noise, then, use TT filtering to suppress the surface wave with low frequency. Finally, we use this method to real seismic data processing, and compare it with the traditional high-pass filter method. The result reflects the effective of TT transform in suppressing surface wave.

**Key words:** surface wave suppression; time-frequency analysis; S-transformation; TT-transformation

### **WAVEFORM CONSISTENCY SHAPING METHOD AND APPLICATION IN SEISMIC MERGING PROCESSING IN DAQING XUJIAWEIZI DEEP GAS RESERVOIR**

CHEN Bin (Exploration and Development Research Institute of Daqing Oilfield Company Ltd., Daqing Helongjiang 163712, China). *COMPUTING TECHNIQUES FOR GEOPHYSICAL AND GEOCHEMICAL EXPLORATION*, 2011, 33(3): 258

Waveform consistency is an important factor in seismic merging processing, the waveform difference is small in seismic data processing of single block because the properties of the sources and receivers are similar. The wavelet amplitude, frequency and phase are different in multi-blocks processing because the data acquisition is in different time and also, the data has different source and receiver properties. The method of frequency consistency, amplitude consistency and deconvolution are applied to adjust the relationship between wavelet frequency and phase for different seismic data and different blocks in conventional seismic data processing, but the above consistency processing can reduce the seismic data prestack processing quality. The unified waveform consistency processing is presented in this paper, the proposed method can eliminate the waveform difference which results from the source type and acquisition factor in different blocks, the crosscorrelation coefficient of wavelet in different block is above 0.9, that means, the original data quality is kept efficiently during the course of prestack consistency processing. We have got good result in waveform consistency processing in 19 blocks, about 5 058.8 km<sup>2</sup> in Xujiaweizi, this is also the biggest 3D seismic onshore data merging processing in China.

**Key words:** seismic data merging processing; waveform consistency; wavelet shaping; crosscorrelation coefficients; prestack migration

### **ABSORPTION COEFFICIENT EXTRACTING METHOD BASED ON DYNAMIC WAVELET ESTIMATION**

CAO Jian, ZHAO Xian-sheng, SHI Ze-jin, et al. (Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China). *COMPUTING TECHNIQUES FOR GEOPHYSICAL AND GEOCHEMICAL EXPLORATION*, 2011, 33(3): 264

Wavelet extraction based on convolution-model, we often assume the minimum-phase wavelet. Although phase shift and Q-compensation can be adopted in seismic data processing, the extracted wavelets from real seismic data is mostly mixed-phase. The most common way to extract absorption coefficient is seismic trace spectrum modeling, i. e. using the smoothed amplitude spectrum of the seismic trace to substitute wavelet amplitude spectrum, but this brings in error, also create more uncertainty while interpre-