

Excel 在高职“测量平差”教学中的应用*

唐冬梅, 许锡文

(江西应用技术职业学院 国土资源系 江西 赣州 341000)

摘要 “测量平差”是高职测绘类专业的一门专业基础课程,其教学内容涉及公式多,计算繁琐。为此,笔者根据教学的实践和经验,以间接平差方法为例,介绍了 Excel 在高职测量平差教学中的应用。

关键词 测量平差; Excel; 间接平差; 矩阵运算

中图分类号 P 207 **文献标识码** B **文章编号** 1007-9394(2011)04-0040-03

Application of Excel in Teaching of Survey Adjustment
in Higher Vocation Education

TANG Dong-mei, XU Xi-wen

(Department of Land Resources, Jiangxi College of Applied Technique, Ganzhou Jiangxi 341000, China)

Abstract: Survey Adjustment is a specialty basic course, teaching content deals with many formulae and calculation is complex. Based on the authors' the practice and experiment, this paper introduces the application of Excel with indirect adjustment in higher vocation survey adjustment teaching.

Key words: survey adjustment; Excel; indirection adjustment; matrix operation

0 引言

“测量平差”是高职高专工程测量技术专业的一门重要专业基础课程。它涉及高等数学、线性代数、概率论与数理统计、测量学等多门课程的知识。作者从事高职测绘类专业测量平差教学多年,其体会是:测量平差内容公式推导多,计算繁杂;而学生数学基础差,线性代数、概率等知识学得少;因此,在学习测量平差时,多数学生觉得学习难度较大,缺乏学习兴趣。而平差中计算主要是矩阵运算,尤其是矩阵相乘、矩阵求逆等运算,如果这部分内容能避免手工计算即可得出结果,相信学生在学习平差这门课程时会感觉轻松很多,平差教学效果也会更好。本文根据作者教学的实践和经验,以间接平差方法为例介绍了 Excel 在平差计算教学中的应用。

1 Excel 进行矩阵运算^[1-3]

1.1 Excel 的矩阵定义

矩阵不是一个数,而是一个数组。为方便计算,最好对矩阵命名。矩阵命名的步骤是:选定数组域(矩阵所占的单元格),点“插入”菜单下的“名称”,然后选择“定义”,输入 A 或 B 等,单击“确定”即可。则矩阵命名为 A 或 B。

1.2 Excel 的常用矩阵函数

Excel 常用矩阵函数有: MDETERM(array) (计算一数组所代表的矩阵的行列式的值)、MINVERSE(array) (计算一数组所

代表的矩阵的逆矩阵) 和 MMULT(array1, array2) (计算两个数组矩阵的乘积)。函数运用有 3 种方法:

- 1) 通过在编辑栏输入“=”号,输入函数名称;
- 2) 通过点击“插入”菜单下的“函数”,选择“函数类别”的“数学与三角函数”;
- 3) 点击工具栏图标 f_x , 然后选择“插入函数”中相应的函数。

1.3 利用 Excel 进行矩阵转置

输入要转置的矩阵,选定该矩阵复制,选定存放结果的第一个单元格,点击鼠标右键选中“选择性粘贴”命令,在选择性粘贴对话框,选中“转置”复选框,单击确定即可。

1.4 利用 Excel 进行矩阵相乘

矩阵相乘是运用函数 MMULT(A, B) ,其方法如下:

- 1) 输入矩阵 A、B,要求 A 的列数与 B 的行数相等;
- 2) 在空白区选择一存放相乘结果矩阵 D 的区域,与 D 矩阵行数和列数相同;
- 3) 保持该区域为选中状态,选择“插入”菜单中的“ f_x 函数”,打开插入函数窗口,在窗口中选择“数学与三角函数”中的 MMULT 函数,单击确定。
- 4) 在函数参数窗口,在 Array1 中输入 A, Array2 中输入 B,按“Ctrl + Shift + Enter”,应特别注意,不能直接按回车键,必须按住“Ctrl”“Shift”后再按“回车”键,运行得出 AB 相乘的结果 D 矩阵^[1-3]。

* 收稿日期:2011-05-04

1.5 利用 Excel 进行矩阵求逆

应用矩阵函数“MINVERSE(array)”进行矩阵求逆。方法如下:

- 1) 输入待求逆的矩阵 A ;
- 2) 在空白区选择一存放逆矩阵的区域, 与待求逆矩阵行数和列数相同;
- 3) 保持该区域为选中状态, 在公式输入栏输入公式“=Minverse(A)”;
- 4) 按“Ctrl + Shift + Enter”运行得出矩阵 A 的逆矩阵。

2 间接平差原理^[4-5]

间接平差是通过选定 t 个独立未知量, 将每一个观测值分别表达成这 t 个未知数的函数, 建立函数模型, 按最小二乘原理, 用求自由极值的方法解算未知量的最或是值, 从而求得 n 个观测量的平差值。

2.1 平差计算公式

$$\text{误差方程为: } V = B \delta_x - l \quad (1)$$

$$\text{法方程为: } B^T P B \delta_x - B^T P l = 0 \quad (2)$$

令 $N = B^T P B$, $W = B^T P l$, 则法方程为:

$$N \delta_x - W = 0 \quad (3)$$

$$\text{未知数的改正数为: } \delta_x = N^{-1} W \quad (4)$$

$$\text{未知数的最或是值为: } X = X_0 + \delta_x \quad (5)$$

$$\text{观测量的平差值为: } \hat{L} = L + V \quad (6)$$

2.2 精度评定公式

$$\text{单位权中误差为: } \sigma_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-t}} \quad (7)$$

$$\text{未知数的协因数阵为: } Q_{xx} = N^{-1} \quad (8)$$

$$\text{未知数函数线性形式为: } \varphi = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_t x_t + f_0 \quad (9)$$

令 $F = [f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_t]$ 则

$$\text{未知数函数的协因数为: } Q_{\varphi\varphi} = F Q_{xx} F^T = F N^{-1} F^T \quad (10)$$

$$\text{未知数函数的中误差为: } \sigma_\varphi = \sigma_0 \sqrt{Q_{\varphi\varphi}} \quad (11)$$

3 间接平差算例^[4]

如图 1 所示, 已知水准点 A 、 B 的高程分别为 $H_A = 5.000 \text{ m}$, $H_B = 6.008 \text{ m}$, P_1 、 P_2 、 P_3 3 点待定, 高差观测值及水准路线长度, 见表 1。按间接平差法求: 各待定点的高程平差值及其中误差; P_2 、 P_3 点间高差平差值的中误差。计算步骤如下:

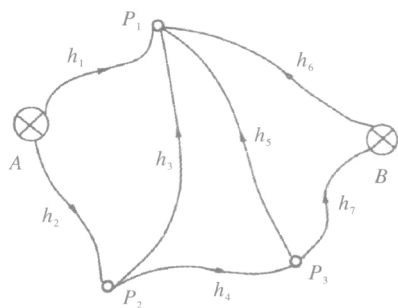


图 1 水准网

Fig. 1 Leveling network

表 1 观测数据

Tab. 1 Observation data

水准路线 i	1	2	3	4	5	6	7
观测高差值 h_i / m	1.010	1.003	0.005	0.501	-0.500	0.004	-0.502
路线长度 S_i / km	2	2	1	1	1	1	1

1) 根据题意必要观测数 $t = 3$, 选取待定点 P_1 、 P_2 、 P_3 平差后的高程为未知数 X_1 、 X_2 、 X_3 , 为便于计算选取未知数的近似值为 $X_1^0 = H_A + h_1 = 6.010$, $X_2^0 = H_A + h_2 = 6.003$, $X_3^0 = H_B - h_7 = 6.510$, 则 $X_1 = X_1^0 + \delta_{x_1} = 6.010 + \delta_{x_1}$, $X_2 = X_2^0 + \delta_{x_2} = 6.003 + \delta_{x_2}$, $X_3 = X_3^0 + \delta_{x_3} = 6.510 + \delta_{x_3}$ 。

2) 列立平差值方程, 并转化为误差方程为:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \delta_{x_1} + 0 \\ v_2 &= \delta_{x_2} + 0 \\ v_3 &= \delta_{x_1} - \delta_{x_2} + 2 \\ v_4 &= -\delta_{x_2} + \delta_{x_3} + 6 \\ v_5 &= \delta_{x_1} - \delta_{x_3} + 0 \\ v_6 &= \delta_{x_1} - 2 \\ v_7 &= -\delta_{x_3} + 0 \end{aligned} \right\}, \text{令 } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, l = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ -6 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

3) 取 $C=2$, 由公式 $P = C/S_i$ 确定各观测高差的权, 得观测值的权阵为:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

4) 列立未知数函数式:

$$P_2、P_3 \text{ 点间高差平差值: } \hat{h}_4 = -x_2 + x_3 = [0 \quad -1 \quad 1]X = FX$$

5) 组成法方程 $N \delta_x - W = 0$

运用 Excel 矩阵相乘 MMULT 函数, 先计算出 $B^T P$, 再计算出 $N = B^T P B$, $W = B^T P l$ 。则法方程为:

$$\begin{bmatrix} 7 & -2 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{x_1} \\ \delta_{x_2} \\ \delta_{x_3} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 16 \\ -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

6) 解算法方程:

先运用 Excel 矩阵求逆 MINVERSE 函数计算 N^{-1} 。 $N^{-1} = \begin{bmatrix} 0.213 & 0.131 & 0.115 \\ 0.131 & 0.311 & 0.148 \\ 0.115 & 0.148 & 0.254 \end{bmatrix}$, 再运用 Excel 矩阵相乘 MMULT 函

$$\text{数, 计算 } \begin{bmatrix} \delta_{x_1} \\ \delta_{x_2} \\ \delta_{x_3} \end{bmatrix} = N^{-1} W = \begin{bmatrix} 0.716 \\ 3.200 \\ -0.680 \end{bmatrix} \text{ mm}.$$

7) 计算改正数 V :

$$V = B \delta_x - l = [0.7 \quad 3.2 \quad -0.5 \quad 2.1 \quad 1.4 \quad -1.3 \quad 0.7]^T \text{ mm}$$

8) 求解平差值和未知数的最或是值:

$$\hat{L} = L + V =$$

$$\begin{bmatrix} 1.011 & 1.006 & 0.005 & 0.503 & -0.499 & 0.003 & -0.501 \end{bmatrix}^T \text{ m}$$

$$X = [X_1 \ X_2 \ X_3]^T = \begin{bmatrix} 6.011 & 6.006 & 6.509 \end{bmatrix}^T$$

9) 精度评定:

运用 Excel 矩阵相乘 MMULT 函数计算 $V^T P V = 28.64$

$$\text{单位权中误差: } \sigma_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{n - t}} = \sqrt{\frac{28.64}{7 - 3}} = 2.68 \text{ mm}$$

$$\text{未知数的协因数阵: } Q_{XX} = N^{-1} = \begin{bmatrix} 0.213 & 0.131 & 0.115 \\ 0.131 & 0.311 & 0.148 \\ 0.115 & 0.148 & 0.254 \end{bmatrix}$$

待定点 P_1 、 P_2 、 P_3 高程平差值的中误差:

$$\sigma_{\hat{h}_{P_1}} = \sigma_{X_1} = \sigma_0 \sqrt{Q_{X_1 X_1}} = 2.68 \sqrt{0.213} = 1.24 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\hat{h}_{P_2}} = \sigma_{X_2} = \sigma_0 \sqrt{Q_{X_2 X_2}} = 2.68 \sqrt{0.311} = 1.49 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\hat{h}_{P_3}} = \sigma_{X_3} = \sigma_0 \sqrt{Q_{X_3 X_3}} = 2.68 \sqrt{0.254} = 1.35 \text{ mm}$$

P_2 、 P_3 点间高差平差值 $\hat{h}_{P_2 P_3}$ 的协因数及中误差运用 Excel

矩阵相乘 MMULT 函数计算:

$$Q_{\hat{h}_{P_2 P_3}} = F Q_{XX} F^T =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.213 & 0.131 & 0.115 \\ 0.131 & 0.311 & 0.148 \\ 0.115 & 0.148 & 0.254 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0.269$$

$$\sigma_{\hat{h}_{P_2 P_3}} = \sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{h}_{P_2 P_3}}} = 2.68 \sqrt{0.269} = 1.39 \text{ mm}$$

4 结束语

从本文实例分析可以得出,学生只要对平差原理、计算公式和步骤熟悉,则不用再费大量的时间和精力即可求出结果。笔者在自己所任教的班级尝试运用 Excel 辅助测量平差教学取得了较好的效果。

[参 考 文 献]

- [1] John Walkerbach. Excel 2003 公式与函数应用宝典[M]. 邱燕明, 赵迎, 等译. 北京: 电子工业出版社, 2004.
- [2] 付木亮, 李海洋. 应用 Excel 矩阵函数求解逆矩阵[J]. 技术与市场, 2010, 17(7): 19.
- [3] 魏贵环. Excel 在线性代数中的应用[J]. 沧州师范专科学校学报, 2002, 18(3): 63.
- [4] 靳祥升. 测量平差[M]. 2 版. 郑州: 黄河水利出版社, 2010.
- [5] 武汉测绘科技大学测量平差教研室. 测量平差基础[M]. 3 版. 北京: 测绘出版社, 1996.

作者简介:唐冬梅(1982~),女,湖南祁阳人,硕士,讲师,现主要从事工程测量技术专业的教学与研究工作。

(上接第 39 页)

表 1 的角度导入表 2 并放入制定的单元格中

Sheet2.Cells(m,n) = Sheet1.Cells(k,p) '把表 1 的距离导

入表 2 并放入制定的单元格中

Sheet2.Cells(t,t) = Sheet2.Cells(i,l) * Sheet2.Cells(m,n) / 206265 '计算本次偏移量

Sheet2.Cells(t,t+1) = Sheet2.Cells(t,t) '导入上次偏移量

Sheet2.Cells(t,t+2) = Sheet2.Cells(t,t) - Sheet2.Cells(t,t+1) '计算本次变形量

用户可根据自己实际的需要进行表格和程序的细化,这里不再赘述。

3) 建立监测成果区域(sheet3)

用 VBA 编写程序提取数据交换表的数据,在这里对每个周期的数据进行汇总,生成变化量汇总表,代码如下:

Sheet3.Cells(ff,gg) = Sheet2.Cells(t,t+2) '提取本次变化量

Sheet3.Cells(ff,gg+1) = Sheet2.Cells(t,t+3) '提取累计变化量

4) 建立变形曲线图表区域(sheet4)

利用 VBA 编程对每个观测点的变化量数据自动生成本次沉降量曲线图表和累计沉降量曲线图表。可以通过 VBA 代码操作 ChartObjects.Chart 及相关的对象,完成数据图表的自动生成,具体方法可参看 Excel 图表对象,代码如下:

ActiveSheet.ChartObjects("图表 1").Activate

ActiveChart.SetSourceData Source:=Sheets("图").Range("A1:CC"&GetCount+1),PlotBy:=xlRows

完成了小角法监测程序编制后,还要进行相应的调试方可使用。调试后运行监测程序就可实现即时处理数据、自动生成和输出相关的各项数据、图表的功能,同时也避免了手工输入的误差。

6 结论

通过本文的分析,笔者得出如下结论:

- 1) 小角法监测需要特定的条件,监测前要作一个合理的判定,制定适合的监测方案。
- 2) 选择合理的工作基线,布设合适可靠的基准点。每次监测前必须要用基准点对工作基点进行校对和校核,确保监测数据的可靠,这点很关键。
- 3) 变形监测是综合性、实践性较强的工作,周期长、数据量大,监测精度要求很高,信息反馈速度要求快。因此,编制一个合适的程序,程序化处理监测数据,不仅能够提高监测工作效率,而且也能及时反馈监测主体的变形信息,为施工和安全管理带来便利。

[参 考 文 献]

- [1] 岳建平,田林亚. 变形监测技术与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007: 1-4.
- [2] 高俊强,严伟标. 工程监测技术及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005: 19-20.
- [3] 朱建军,贺跃光,曾卓乔. 变形测量的理论与方法[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2004: 3-5.
- [4] 马维峰. Excel VBA 应用开发[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006: 1-4.
- [5] 孙敬杰. Excel VBA 入门与实例演练[M]. 北京: 中国青年出版社, 2005.
- [6] 李士雨. 工程数学基础——数据处理与数值计算[M]. 北京: 化学工业出版社, 2005.

作者简介:祝昕刚(1971~),男,广州花都人,工程师,现主要从事测绘产品质量检查方面的工作。