储量计算

剖面法计算储量时块段体积公式的选用

冶金部第一冶金地质勘探公司　　王燮章

用剖面法计算矿产储量时，块段体积公式选用得正确与否，直接影响着矿体的储量。

在储量计算中，矿体在两个相邻剖面间的各部位，由于勘探程度的不同和矿体中矿石品级、自然类型的差异，人为地划分为不同品级、不同类别的小块段。在计算中，应当确保这些小块段的体积之和等于或接近于总体积。这样，就必须严格地根据几何学原理，正确地选择体积计算公式，使计算所得的体积等于或近于自然体积。

这些小块段，具有各种各样的几何形体。为了计算的方便，我们把各种不同的几何形体归纳为楔形体、棱锥体、棱柱体、截锥体和楔形截锥体等。计算体积的公式相当繁多，因此，如何减少和简化体积计算公式，正确选用公式，提高计算体积的精确度，就成为用剖面法计算储量时的重要问题之一。

国内以往用剖面法计算储量的体积公式选用，多从块段尖灭的简单形式和两相邻剖面面积大小对比而定，常用下列公式：

1.同一块段的两相邻剖面，其中一个剖面的面积为零。

当零点以一点的形式尖灭，用棱锥体公式计算体积。

$$V=\frac{L}{3}\cdot S \qquad (1)$$

式中 S 为有效面积；

L 为两相邻剖面间距离；

V 为体积。

当零点以线形尖灭时，用楔形体公式计算体积。

$$V=\frac{L}{2}\cdot S \qquad (2)$$

2.同一块段的两相邻剖面面积相等或其相对面积差小于40%时，用棱柱体公式计算体积。

$$V=\frac{L}{2}(S_1+S_2) \qquad (3)$$

当两相邻剖面面积相对面积差大于40%时，用截锥体公式计算体积。

$$V=\frac{L}{3}(S_1+S_2+\sqrt{S_1\cdot S_2}) \qquad (4)$$

由于上述公式选用过于简单，致使被划分的各块段体积之和与总体积经常出现较大的误差。

多年来，笔者在工作中体会到，正确地选择体积计算公式，必须考虑两对应剖面面积的具体情况。两相邻剖面，一个剖面为有效面积，另一剖面的面积为零时，由于其尖灭的形式不同，亦应选择不同的公式；当两相邻剖面均为有效面积时，不仅要考虑两相邻剖面的相对面积差，还应考虑两相邻剖面的相似程度和对应轴之间的关系。现就公式的选用归纳如下：

一

同一块段的两相邻剖面，其中一个剖面为有效面积，另一个剖面的面积为零，则可有以下四种情况：

1.当无效面积以一点的形式尖灭，即为一棱锥体，可选用公式（1）计算。

2.当无效面积成一直线的形式尖灭，而尖灭线长度又等于有效面积的对应边长，即为一楔形体，可用公式（2）计算。

3.当无效面积成直线 a_0 尖灭，而 a_0 小于有效面积的对应边长 a_s（图1A），即为一斜楔形体，其公式为：

$$V=\frac{L}{6}\left(2+\frac{a_0}{a_s}\right)\cdot S \qquad (5)$$

式中 a_0 为无效面积尖灭线的长度；

a_s 为有效面积的对应边长。

为求证公式（5），我们在图1A中延长 EF 至 G，使 EG 等于 a_s，则 FG 等于 a_s-a_0。

$$\begin{aligned}V&=\frac{L}{2}\cdot S-\frac{L}{6}(a_s-a_0)\cdot b_s\\&=\frac{L}{6}(3S-S+a_0b_s)\\&=\frac{L}{6}\left(2+\frac{a_0}{a_s}\right)\cdot S\end{aligned}$$

4.当无效面积成一直线 a_0 尖灭，而 a_0 的长度大于有效面积的对应边长 a_s（图1B），则所得公式恰好与公式（5）相同，证明从略。

在公式（5）中，当 a_0 等于零时，该式即可简

化为棱锥体体积公式；若当 a_0 等于 a_s 时，公式（5）又可转化为楔形体体积公式。由此可知，同一块段的两相邻剖面，当一个剖面为有效面积，而另一个剖面为零时，公式（5）具有普遍意义，而公式（1）、（2）仅为其特殊形式。

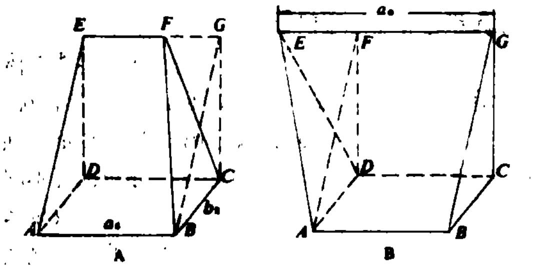


图 1

二

同一块段的两相邻剖面，若均为有效面积时，其体积可归纳为以下几种情况：

1.两截面面积的对应形状相似，可分为两种形式：

第一种形式，两截面面积对应形状相似，面积大致相等，可用棱柱体公式（3）计算体积；

第二种形式，两截面面积对应形状相似，面积不等（图 2 A），可用截锥体公式（4）计算体积。

通常，在公式的选用中，由于矿体的自然形态和各级矿块划分的结果，各计算块段的体积往往是不规则的。因而，两个剖面间的矿块对应形状和面积，不可能完全相似或相等。上述公式（3）、（4）的选用条件，在形状上只能作到大致对应相似，在面积上可依据其面积相对差来确定其相应的公式。一般认为：在相邻两剖面面积对应相似的情况下，当其相对面积差小于40%时，可用棱柱体公式计算；当其相对面积差大于40%时，应选用截锥体公式计算体积。

公式（4）计算较复杂，而公式（3）恰是公式（4）的一种特殊形式。为了消除应用上述两个公式而导致的误差及简化计算方法，笔者认为，应用 Я. М. 资金提出的下列计算公式是可行的。

$$V = K \cdot \frac{S_1 + S_2}{2} \cdot L \qquad (6)$$

式中 K 为校正系数。

为了确定校正系数，我们设剖面间的距离等于 1，计算的块段应受两个相似的剖面面积控制。在这种情况下，块段的体积可用两种情况来确定。

块段的近似体积 $V_n = \frac{S_1 + S_2}{2}$；

块段的正确体积 $V_r = \frac{1}{3}(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$

如果把准确体积与近似体积之比作为校正系数，则：

$$K = \frac{V_r}{V_n} = \frac{\frac{1}{3}(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})}{\frac{S_1 + S_2}{2}}$$

简化后为 $K = \frac{2}{3}\left(1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{S_1}{S_2}} + \sqrt{\frac{S_2}{S_1}}}\right)$

由上式可知，K 值取决于剖面块段面积 S_1 和 S_2 的比例关系，而不取决于这两个面积的绝对数值。令块段的一个基底面积的值（S_1 或 S_2）等于 1，则取决于 $\frac{S_1}{S_2} = a$（或 $\frac{S_2}{S_1} = a'$）的 K 值，可根据上式计算出来。现将计算结果列如表 1：

表 1

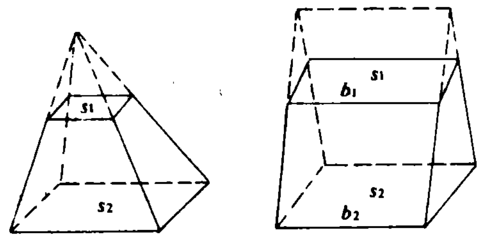
a : 1	a' : 1	K 值	a : 1	a' : 1	K 值	a : 1	a : 1	K 值
1.00	1.0	1.000	0.15	6.5	0.894	0.031	32.0	0.781
0.71	1.4	0.996	0.11	7.0	0.887	0.026	38.0	0.772
0.59	1.7	0.988	0.12	8.0	0.877	0.023	11.0	0.765
0.50	2.0	0.981	0.11	9.0	0.867	0.019	52.0	0.757
0.43	2.3	0.973	0.10	10.0	0.858	0.017	60.0	0.751
0.38	2.6	0.966	0.091	11.0	0.851	0.014	70.0	0.745
0.33	3.0	0.956	0.083	12.0	0.844	0.012	80.0	0.740
0.29	3.4	0.946	0.077	13.0	0.838	0.010	100.0	0.733
0.26	3.8	0.938	0.071	14.0	0.833	0.007	140.0	0.723
0.24	4.2	0.929	0.062	16.0	0.824	0.005	200.0	0.711
0.22	4.6	0.922	0.056	18.0	0.816	0.003	300.0	0.705
0.20	5.0	0.915	0.048	21.0	0.806	0.0025	400.0	0.700
0.18	5.5	0.907	0.042	24.0	0.797	0.0014	700.0	0.692
0.17	6.0	0.900	0.036	28.0	0.788	0.0010	1000	0.688

2.同一块段的两相邻剖面面积的对应形状不相似，面积相等或不等，而其中有一对对应的长轴或短轴相等时，可视该体积由两个楔形体所组成（图 2 B），即应用棱柱体公式计算体积。

$$V = \frac{L}{2} \cdot S_1 + \frac{L}{2} \cdot S_2 = \frac{L}{2}(S_1 + S_2)$$

3.同一块段的两相邻剖面面积的对应形状不相似，面积相等或不相等，或其相对应的长轴或短轴相等且不成比例（$a_1 : a_2 \div b_1 : b_2$）均应用楔形截锥体公式来计算块段的体积。

如图 5，引 BE 及 CH 辅助线，则体积 V（AB



A　　　　B

图　2

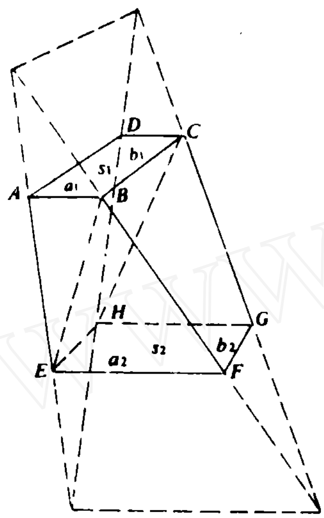


图　3

CDEFGH）可划分为V_1（ABCDEH）和V_2（EFGHBC），依据公式（5）可得:

$$V=V_1+V_2$$

$$=\frac{L}{6}\left(2+\frac{b_2}{b_1}\right)S_1+\frac{L}{6}\left(2+\frac{b_1}{b_2}\right)S_2$$

$$=\frac{L}{6}\left[S_1+\left(2+\frac{b_2}{b_1}\right)+S_2\left(2+\frac{b_1}{b_2}\right)\right] \qquad (7)$$

$$\text{或}V=\frac{L}{6}\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)S_1+\frac{L}{6}\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)S_2$$

$$=\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right] \qquad (7)'$$

式中　a_1、a_2为S_1及S_2中对应轴的长度;

b_1、b_2为S_1及S_2中另一对应轴的长度。

采用公式（7）或（7）′视a与b两个测度中那一个测得正确而定

公式（7）经演算，可为以下两式:

$$V=\frac{L}{6}\left[S_1+S_2+(a_1+a_2)(b_1+b_2)\right] \qquad (8)$$

$$V=\frac{L}{3}\left(S_1+S_2+\frac{a_1b_2+a_2b_1}{2}\right) \qquad (9)$$

在公式（7）、（8）、（9）中，常用公式（8）计算体积，但是笔者认为采用公式（7）演算较为正确且简便，因为该式仅利用一对对应轴长并为倒数比关系。

三

公式（7）几种特殊情况的讨论。

1.当$b_1=b_2$（或$a_1=a_2$）时，则:

$$V=\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{b_2}{b_1}\right)+S_2\left(2+\frac{b_1}{b_2}\right)\right]$$

$$=\frac{L}{2}(S_1+S_2)$$

上式既是棱柱体体积公式的一种特殊形式，又是楔形角锥体体积公式的一种特殊形式，其条件可归纳为：同一块段两相邻剖面面积的对应形状不相似，面积相等或不等，但其中有一对对应的长轴或短轴相等时，即应用棱柱体公式计算体积。

2.当$a_1:a_2=b_1:b_2$时，则$a_1b_2=a_2b_1$，

$$V=\frac{L}{3}\left(S_1+S_2+\frac{a_1b_2+a_2b_1}{2}\right)$$

$$=\frac{L}{3}(S_1+S_2+a_1b_2) \qquad (10)$$

公式（10）是常用截锥体公式（4）的另一种形式。

3.当$S_1=0$或$S_2=0$时，公式（7）即为斜楔形体积公式。

由上述讨论可知，公式（7）是计算体积的通式，而公式（3）、（4）、（5）和（1）、（2）是公式（7）的特殊形式。

四

综合以上体积公式，笔者认为，在用剖面法计算储量时，选用（7）、（3）、（4）、（5）或（7）、（6）、（5）计算公式，已够计算所有被划分块段的各种几何形体的体积。对两相邻有效截面间的体积公式（7）、（3）、（4）的选用，应分析如下条件:

①块段两截面面积的相对差;

②块段两截面面积的对应形状;

③块段两截面对应轴之间的关系;

④延长块段各侧棱相交的形态。

根据上述条件，对两相邻有效截面间各种体积的计算公式选用列如表2。

应用上述条件选择两相邻剖面间体积计算公式，已相当正确，但由于（3）、（4）、（6）

表 2

块段两截面面积的对应特征	棱柱体公式	截锥体公式	楔形截锥体公式
对应形状	大致相似	大致相似	不相似
对应面积的相对差	40%	40%	相等或不等
对应轴的关系	对应的长轴或短轴大致相等或其中有一对对应轴大致相等	两对应轴成比例 $(\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2})$	各对应轴不相等且不成比例
各侧棱延长线相交的形式	1 不交或相交于极远处; 2 成一直线或曲线且等于有效面积的对应轴长	相交或近交于一点	1 呈一直线或曲线; 2 呈两条直线或曲线分别向两截面外侧尖灭

和（7）、（7）′公式之间，既涉及到两相邻剖面对应轴之间的关系，又涉及到两剖面面积之间的关系，因此，公式的应用有时较难判定。但从公式（7）的几种特殊情况的讨论中，我们知道公式（3）和（4）是公式（7）的两种特殊形式，公式（7）又是体积计算的通式。因而，确定是否可用（3）、（4）或（6）等较简便的公式计算体积，可先用公式（7）的计算结果作为正确体积，再计算出它们的相对误差。笔者认为，当两式计算结果的相对误差小于1～2%时，即可应用较简便的公式计算体积。也可用下述公式进行验算。

首先设：

$$\frac{a_2}{a_1}=x,\ \frac{b_2}{b_1}=y,$$

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{a_2b_2}{a_1b_1}=xy=a$$

1．确定公式（3）与（7）的相对误差

$$V_1=\frac{L}{2}(S_1+S_2)$$

$$V_2=\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right]$$

$$\delta_1=\frac{V_1-V_2}{V_2}$$

$$=\frac{\frac{L}{2}(S_1+S_2)-\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right]}{\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right]}$$

$$=\frac{3(S_1+S_1xy)-[2S_1+S_1x+2S_1xy+S_1y]}{2S_1+S_1x+2S_1xy+S_1y}$$

$$=\frac{3+3xy-2-x-2xy-y}{2+x+2xy+y}$$

$$=\frac{xy+1-x-y}{2+x+2xy+y} \qquad (11)$$

或 $$\frac{a+1-x-y}{2+x+2a+y} \qquad (11)'$$

2．确定公式（4）与（7）的相对误差

$$V_1=\frac{L}{3}(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2})$$

$$V_2=\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right]$$

$$\delta_2=\frac{V_1-V_2}{V_2}$$

$$=\frac{\frac{L}{3}(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2})-\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right]}{\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right]}$$

$$=\frac{2S_1+2S_1xy+S_1\sqrt{xy}-(2S_1+S_1x+2S_1xy+S_1y)}{2S_1+S_1x+2S_1xy+S_1y}$$

$$=\frac{2+2xy+\sqrt{xy}-2-x-2xy-y}{2+x+2xy+y}$$

$$=\frac{\sqrt{xy}-x-y}{2+x+2xy+y} \quad (12)$$

或 $$\frac{\sqrt{a}-x-y}{2+x+2\sqrt{a}+y} \quad (12)'$$

3．确定公式（6）与（7）的相对误差

$$V_1=\frac{KL}{2}(S_1+S_2)$$

$$V_2=\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right]$$

$$\delta_3=\frac{V_1-V_2}{V_2}$$

$$=\frac{\frac{KL}{2}(S_1+S_2)-\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right]}{\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right]}$$

$$=\frac{3K(S_1+S_1xy)-(2S_1+S_1x+2S_1xy+S_1y)}{2S_1+S_1x+2S_1xy+S_1y}$$

$$=\frac{3K+3Kxy-2-x-2xy-y}{2+x+2xy+y} \quad (13)$$

或 $$\frac{3K+3Ka-2-x-2a-y}{2+x+2a+y} \quad (13)'$$

五

根据以上条件来确定相应的计算公式，比以往只选用棱柱体或截锥体两个公式来计算更接近于实际体积。特别是两相邻剖面间的几何形体，由于没有考虑到两剖面面积的相似性和对应轴之间的比例关系，往往会导致相当大的误差。现举例说明如下：

例1　两相邻剖面面积相等，但对应形状不相似（图4）。

设 $a_1=10$，$b_1=20$，

$a_2=20$，$b_2=10$，

$S_1=200$，$S_2=200$，

$L=10$

（1）按棱柱体公式计算体积：

$$V=\frac{L}{2}(S_1+S_2)=2000$$

（2）分解为两个斜楔形体积V_1和V_2计算：

$$V_1=\frac{LS_1}{6}\left(2+\frac{b_2}{b_1}\right)=833.33$$

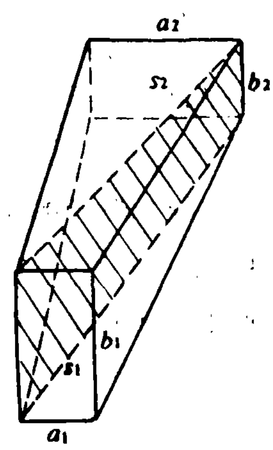


图　4

$$V_2=\frac{LS_2}{6}\left(2+\frac{b_1}{b_2}\right)=1333.33$$

$$V=V_1+V_2=2166.66$$

上述分解体积应为正确体积，若按棱柱体计算，体积减少了7.7％。

例2　两相邻剖面面积不相等，对应形状不相

似，但有一对对应轴a_1和a_2相等（图5）。

设 $a_1=30$，$b_1=20$，
$a_2=30$，$b_2=5$，
$S_1=600$，$S_2=150$，
$L=10$

（1）按截锥体公式计算体积：

$$V=\frac{L}{3}\left(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2}\right)$$
$$=3500$$

（2）按棱柱体公式计算体积：

$$V=\frac{L}{2}\left(S_1+S_2\right)=3750$$

（3）分解为两个楔形体体积（V_1和V_2）计算：

$$V_1=\frac{1}{2}LS_1=3000$$

$$V_2=\frac{1}{2}LS_2=7500$$

$$V_1+V_2=3750$$

上述分解后计算的体积与棱柱体体积相等，皆为正确体积，按截锥体公式计算，体积减少了6.7‰。

例3 两相邻剖面对应形状不相似，面积不相等，对应轴亦不相等（图6）。

设 $a_1=20$，$b_1=30$，
$a_2=40$，$b_2=10$，
$S_1=300$，$S_2=400$，
$L=10$

（1）按截锥体公式计算体积：

$$V=\frac{L}{3}\left(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2}\right)=3488.03$$

（2）按棱柱体公式计算体积：

$$V=\frac{L}{2}\left(S_1+S_2\right)=3500$$

（3）按楔形截锥体公式计算体积：

$$V=\frac{L}{6}\left[S_1\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)+S_2\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)\right]$$
$$=3666.67$$

（4）分解为两个斜楔形体（V_1和V_2）计算：

$$V_1=\frac{LS_1}{6}\left(2+\frac{a_2}{a_1}\right)=2000$$

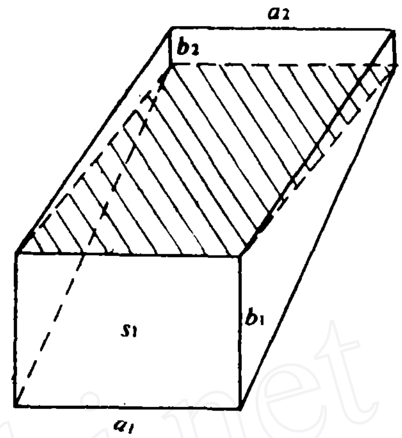


图 5

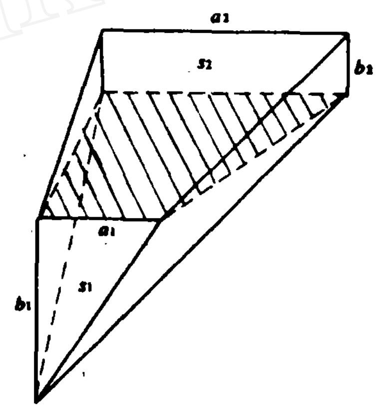


图 6

$$V_2=\frac{LS_2}{6}\left(2+\frac{a_1}{a_2}\right)=1666.67$$

$$V=V_1+V_2=3666.67$$

上述楔形截锥体及分解体积皆为正确体积，按截锥体公式计算，体积减少了4.9‰；按棱柱体公式计算，体积减少了4.5‰。

主要参考文献

［1］В.И.斯米尔诺夫，矿物原料储量计算，地质出版社，1955

［2］Я.М.资金，地质与勘探，1957年第1期

［3］邓惠森，地质科技，1978年第2期