5927/02

目　录

绪　论……（ i ）

第一章　磁法勘探的基本理论……（ 1 ）

第一节　稳定磁场的基本理论……（ 1 ）

一、磁的现象和磁的理论……（ 1 ）

二、磁位和磁位方程……（ 5 ）

三、磁性体磁位的表达式……（ 8 ）

四、磁性体磁位的球谐级数展开……（ 14 ）

五、磁位Laplace方程解的积分表达式……（ 16 ）

第二节　地球磁场……（ 21 ）

一、地磁场要素……（ 21 ）

二、地磁场的构成和随时间变化……（ 22 ）

三、地球基本磁场……（ 27 ）

四、地球中心磁偶极子磁场分析……（ 34 ）

第三节　岩石和矿物的磁性……（ 36 ）

一、物质的宏观磁性……（ 37 ）

二、铁磁性矿物和铁磁性矿物地球化学特征……（ 39 ）

三、岩石磁性……（ 42 ）

四、有限物体磁化强度和物体形状的关系……（ 47 ）

第二章　磁场的测量……（ 51 ）

第一节　测量磁场的仪器……（ 51 ）

一、机械式磁力仪……（ 51 ）

二、电子式磁力仪……（ 54 ）

三、测量标本磁性的仪器……（ 59 ）

第二节　磁测的工作方法……（ 61 ）

一、地面磁测……（ 62 ）

二、航空磁测……（ 67 ）

三、海洋磁测……（ 69 ）

第三章　均匀磁化规则磁性体磁异常……（70）
第一节　磁性体的有效磁化强度的计算……（71）
一、不考虑消磁作用时有效磁化强度的计算……（72）
二、考虑消磁作用时有效磁化强度的计算……（73）
第二节　磁性体磁异常的一般表达式……（75）
一、均匀磁化体磁异常表达式……（76）
二、不同方向磁化时均匀磁化体磁异常各分量之间的互换……（78）
三、总磁异常的物理意义及其表达式……（81）
第三节　二度磁性体磁异常……（83）
一、二度水平磁偶极线的磁异常……（84）
二、水平二度棱柱体的磁异常……（92）
三、地质构造带的磁异常……（108）
第四节　三度和似二度磁性地质体的磁异常……（114）
一、三度磁性体的磁异常……（115）
二、似二度磁性体磁异常……（120）
第五节　磁性体与其磁异常图对应关系的主要特点……（122）
一、磁性体与其磁异常平面图的对应关系……（122）
二、磁性体与其磁异常的剖面曲线图对应关系……（123）
三、磁性体与其磁异常空间断面等值线图的对应关系……（123）
第四章　确定磁性体几何和物理参量的方法……（125）
第一节　确定规则磁性体几何和物理参量的方法……（125）
一、特征点异常反演方法……（125）
二、剖面异常反演方法……（131）
三、断面异常反演方法……（150）
四、平面异常反演方法……（154）
第二节　确定不规则磁性体几何和物理

参量的方法……（155）
一、选择法概述……（156）
二、最优化选择法……（157）
三、量板法……（158）
第三节　反演的多解性问题……（159）
第五章　磁异常转换与滤波……（160）
第一节　空间域位场转换的物理实质及原理……（161）
一、实测磁异常的圆滑处理……（161）
二、向上延拓圆滑异常……（163）
三、向下延拓提高水平分辨力……（166）
四、计算导数定性划分区域场与局部场……（169）
五、将磁异常化向磁极使磁异常图易于识别和
解释……（177）
六、各分量之间的换算……（181）
第二节　波数域建立位场滤波系统……（185）
一、基本概念……（185）
二、位场转换的各种波谱算子……（192）
三、划分区域场与局部场的最小平方滤波……（196）
四、波数域位场滤波系统……（198）
第六章　磁测资料的地质解释……（200）
第一节　磁测资料地质解释的一般概念……（200）
一、磁测资料地质解释的目的和内容……（200）
二、磁测资料地质解释的基本方法和步骤……（201）
第二节　不同地质工作阶段磁测资料的地质解释……（208）
一、区域地质调查中磁测资料地质解释……（209）
二、普查找矿中磁测资料的地质解释……（217）
三、矿产详查勘探中磁异常的地质解释……（221）
主要参考文献……（225）
附录 CGSM 制和SI制中磁学量及主要公式对照表……（227）

第一章　磁法勘探的基本理论

第一节　稳定磁场的基本理论

在磁法勘探中，主要观测和研究的是磁性地质体在空中、地面或地下的稳定磁场的磁感应强度，通常称为磁性体的磁异常。近代物理学理论已证明：物质分子电流的实际存在，构成分子磁矩，这是物质磁性的本质。所有磁性体均是无数“基本分子磁体”的总和。稳定磁场的基本理论是阐述分子磁体的磁性和磁场的特征及基本规律。

一、磁的现象和磁的理论

（一）磁性、磁体和磁极

自然界中的物体具有能够吸引铁、钴、镍等物质的特性称为磁性。一切具有磁性的物体称为磁体，在自然界中，具有宏观磁性的磁体可分为二类：一类是载流导体；另一类是被磁化而具有磁性的磁介质体，简称磁性体。在磁法勘探中，把经地磁场磁化作用后具有磁性的矿体或岩体称为磁性地质体或简称磁性体。

人们对磁体的磁性进行观测，发现其总有两个磁性最强的端点，而中间部分几乎没有磁性。磁体上这两个磁性最强的端点叫作磁极。将磁性体两极水平放置，使之能自由旋转，则可发现它的一个极永远近似地指向北方，而另一个极则永远近似地指向南方。通常把指向北方的磁极叫作北极或正磁极，用N表示，指向南方的磁极叫作南极或负磁极，用S表示。磁极具有同性相斥和异性相吸的性质。

（二）磁性体的磁矩和磁化强度

1．磁性体的磁矩

实验证明：把任何一个磁性体分成两半后，其中每一部分仍

是具有N极和S极的偶极磁性体；再分下去也是如此，永远得不到具有单磁极的磁性体。为了解释这种现象，Coulomb 提出了“分子磁偶极子”的假说，即假设磁介质的每个分子相当于荷质相等，符号相反，相距极小的一对所谓“磁荷”组成的“分子磁偶极子”；也就是说，任何一个磁性体都是由磁偶极子组成的分子磁体。

当分子磁偶极子以正磁荷“$+m$”和负磁荷“$-m$”相距 l 而存在时，按电偶极子类比，把 m 和 $\boldsymbol{l}$*（$\boldsymbol{l}$为极距的矢径）的乘积定义为分子磁偶极子的磁矩，简称分子磁矩，以 p_m**表示，则有：

$$\boldsymbol{p}_m = m\boldsymbol{l} \qquad (1.1.1)$$

在国际单位制中，磁矩的单位为A·m²〔安培·米²〕。

后来 Ampere 的研究成果，揭示了磁现象的本质，证明了磁现象的本质是电荷的运动。物质具有磁的性质，是由于物质分子（或原子）中的电子运动，形成所谓分子电流。Ampere 把分子磁偶极子的存在解释为分子电流的存在。近代物理学进一步研究证明，分子电流是实际存在的；而不同物质的分子和原子，由于其电子壳层中的电子数量及其相互作用的不同，使物质具有不同的磁性。

将分子电流等效为一微小的闭合电流圈，则此微小的封闭电流的磁矩（即分子电流磁矩），可表示为：

$$\boldsymbol{p}_m = I_0 S\boldsymbol{n} \qquad (1.1.2)$$

式中 I_0 为分子电流强度，S 为电流圈所围平面面积，$\boldsymbol{n}$ 为电流圈所在平面的法向单位矢量。每一个分子都形成一个分子磁矩。

由上所述可见，不论是假设“磁荷”组成的分子磁偶极子，还是实际存在的分子电流，磁介质中“分子磁偶体”是共同的，是实际存在的。也就是说，磁性体是由无数的基本的“分子磁偶体”组成。而磁性体的磁性是由“分子磁偶体”的磁矩——分子

*受条件所限书中用黑正体符号代替按国标规定应排黑斜体的符号。

**脚（角）标用小写正白体代替小写斜白体。

磁矩所决定。

磁性体中所有分子磁矩的矢量和构成磁性体的总磁矩。磁性体总磁矩决定磁性体宏观磁性的强弱。

2. 磁介质的磁化和磁化强度

凡具有和磁场相互作用特性的物质称为磁介质，由磁介质组成的有限体称为磁介质体。在通常状态下，磁介质体内分子电流的方向杂乱无章，或者说分子磁偶极子排列紊乱（图1.1.1），

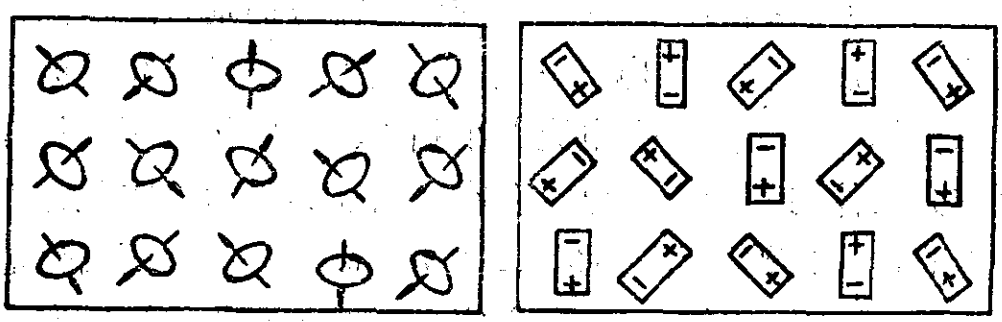


图1.1.1 未被磁化的磁介质

磁介质体内的总磁矩为零，而不显示宏观磁性。

当磁介质体受到外磁场作用时，其内的分子磁矩在一定程度上按外磁场作用方向成定向排列（图 1.1.2），因而磁介质体的

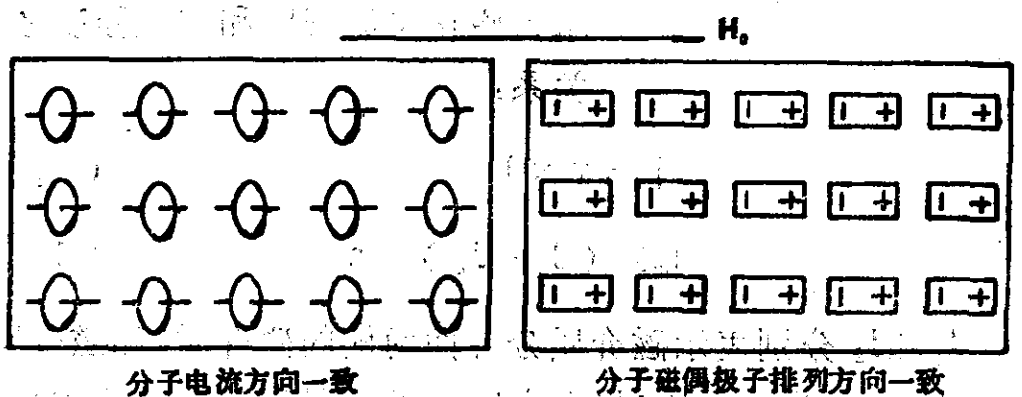


图1.1.2 被磁化的磁介质

总磁矩发生变化，其总磁矩不等于零，使原来不显宏观磁性的磁介质体显示出宏观磁性，这种现象称为磁介质体的磁化。磁性体是被磁化后的磁介质体。

磁性体被磁化的程度，用磁化强度矢量J表示，它定义为单位体积的磁性体所具有的磁矩。令物理无穷小体积ΔV中的总磁矩为$\Sigma p_m = \Delta M$，则磁化强度为：

$$J = \frac{\Delta M}{\Delta V} \qquad (1.1.3)$$

磁化强度的单位为A/m〔安培／米〕。

磁介质体被磁化后，其分子电流在磁性体内沿一定方向流动谓之磁化电流。我们定义通过与磁化电流方向垂直的单位面积的磁化电流强度为体磁化电流密度，以j_m表示。当磁介质被均匀磁化时，在体内由于其分子电流大小相等、方向相反而互相抵消，因而磁介质体内部无磁化电流存在，只在其表面（或磁介质分界面）上的电流未被抵消（图1.1.3），而形成所谓面磁化电流。

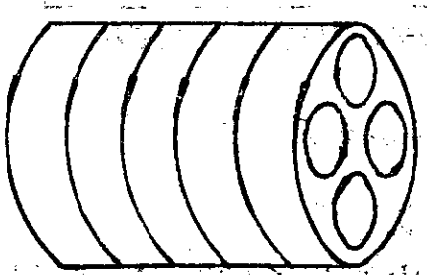


图1.1.3 面磁化电流形成示意图

我们定义通过与磁化电流方向垂直的磁介质体表面（或磁介质分界面）上单位长度线段的磁化电流强度为面磁化电流密度，以i_m表示。

磁化电流密度同样反映磁介质体被磁化的程度。根据电磁学理论，可求得磁化电流密度和磁化强度之间的关系：

$$j_m = \nabla \times J \qquad (1.1.4)$$

$$i_m = (J_1 - J_2) \times n_{12} \qquad (1.1.5)$$

式中J_1和J_2分别表示磁介质分界面两侧的磁介质1和磁介质2的磁化强度；n_{12}为由介质1指向介质2的分界面法向单位矢量。如果磁介质体周围是非磁介质（如空气），则$J_2 = 0$，此时面磁化电流密度为：

$$i_m = J \times n \qquad (1.1.6)$$

式中 J为磁介质体的磁化强度；n为磁介质体表面的外法向单位矢量。

由上所述可知，磁性体被磁化的程度，可以根据磁化电流密度，也可以根据磁化强度的大小来判断。应指出，磁性体的磁化电流密度是很难直接测定的。而磁性体的磁化强度却可以直接精确测定。因而，通常用磁化强度矢量表示磁性体被磁化的程度，即用磁化强度矢量描述磁性体磁性强弱。

二、磁位和磁位方程

（一）磁感应强度与矢量磁位

根据电磁学理论，在均匀载流介质中的任意观测点 $P(x、y、z)$ 处的磁感应强度**B**为：

$$\mathbf{B}=\nabla\times\mathbf{A} \tag{1.1.7}$$

式中

$$\mathbf{A}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_V\frac{\mathbf{j}}{r}dV \tag{1.1.8}$$

称为电流磁场的矢势，简称矢量磁位。它是一个没有直接物理意义的引进辅助量，但它引入却又是电流磁场的客观性所决定的。μ_0为真空中的导磁率（单位：H/m），j为场源$Q(\xi、\eta、\zeta)$点处的总电流密度，它等于介质中传导电流密度 $\mathbf{j}_f$ 和磁化电流密度 $\mathbf{j}_m$之和，即：

$$\mathbf{j}=\mathbf{j}_f+\mathbf{j}_m \tag{1.1.9}$$

由式（1.1.8）可以证明：

$$\left.\begin{aligned}\nabla\cdot\mathbf{A}&=0\\ \nabla^2\mathbf{A}&=-\mu_0\mathbf{j}\end{aligned}\right\} \tag{1.1.10}$$

从而得：

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{A})=0 \tag{1.1.11}$$

和

$$\nabla\times\mathbf{B}=\nabla\times(\nabla\times\mathbf{A})=\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A})-\nabla^2\mathbf{A}=-\nabla^2\mathbf{A}=\mu_0\mathbf{j} \tag{1.1.12}$$

由式（1.1.11）和（1.1.12）可知，在载流介质中，磁感应强度B是一个无源有旋场。

因$\mathbf{j}_m=\nabla\times\mathbf{J}$，对于无磁介质区（$\mathbf{J}=0$）和均匀磁化体内部（$\mathbf{J}=\text{const}$），当无传导电流时（$\mathbf{j}_f=0$），由式（1.1.10）～（1.1.12）知：

$$\nabla\cdot\mathbf{A}=0 \qquad (1.1.13)$$

$$\nabla^2\mathbf{A}=0 \qquad (1.1.14)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0 \qquad (1.1.15)$$

$$\nabla\times\mathbf{B}=0 \qquad (1.1.16)$$

式（1.1.10）和(1.1.14)分别称为稳定磁场矢量磁位的Poisson方程和Laplace方程，是稳定磁场矢量磁位的基本方程。由式（1.1.15）和（1.1.16）知，在无磁介质区或均匀磁化体内部，当无传导电流存在时，磁感应强度B是一个无源无旋场，即调和场。

（二）磁场强度和标量磁位

由式（1.1.4），（1.1.9）和（1.1.12）得：

$$\nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{j}_f+\mu_0\nabla\times\mathbf{J}$$

$$\nabla\times(\mathbf{B}-\mu_0\mathbf{J})=\mu_0\mathbf{j}_f$$

引入物理量

$$\mathbf{H}=\mathbf{B}/\mu_0-\mathbf{J} \qquad (1.1.17)$$

代入前式得：

$$\nabla\times\mathbf{H}=\mathbf{j}_f \qquad (1.1.18)$$

矢量H称为磁场强度，单位为A/m。

对于各向同性介质，当H不很大时，实验证明：

$$\mathbf{J}=\kappa\mathbf{H} \qquad (1.1.19)$$

式中κ称为磁介质的磁化率，它表示磁介质能被磁化程度，是个

纯量。将式（1.1.19）代入（1.1.17）得：

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{B}&=\mu_0(1+\kappa)\mathbf{H}=\mu\mathbf{H}\\ \text{或}\quad \mathbf{B}&=\mu_0\mu_r\mathbf{H}\end{aligned}\right\}\qquad(1.1.20)$$

$$\left.\begin{aligned}\mu_r&=\frac{\mu}{\mu_0}=(1+\kappa)\\ \mu&=(1+\kappa)\mu_0\end{aligned}\right\}\qquad(1.1.21)$$

μ_r和μ分别为磁介质的相对导磁率(是个纯量）和导磁率（单位：H/m）。

式(1.1.17)和(1.1.20)表示了**B** 和 **H**的关系，但（1.1.20）只适应各向同性磁介质，而（1.1.17）则不受此条件限制。

由式（1.1.11）和（1.1.17）有：

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=\nabla\cdot(\mu_0\mathbf{H}+\mu_0\mathbf{J})=0$$

故得

$$\nabla\cdot\mathbf{H}=-\nabla\cdot\mathbf{J}\qquad(1.1.22)$$

由式（1.1.18）和（1.1.22）知，在载流介质中，磁场强度**H**是有源有旋场。

对无磁介质区（$\mathbf{J}=0$）和均匀磁化体内部（$\mathbf{J}=\text{const}$），当无传导电流（$j_1=0$）时，由式（1.1.18）和（1.1.22）得：

$$\nabla\times\mathbf{H}=0\qquad(1.1.23)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{H}=0\qquad(1.1.24)$$

可见，在无传导电流的无磁介质区或均匀磁化体内部，稳定磁场的磁场强度**H**是一个无源无旋场，即调和场。

由上分析可知，在无传导电流的无磁介质区和均匀磁化体内部，**B** 和 **H** 均为调和场。因而可以把它们统一起来研究。这一点在磁法勘探中，对磁性体磁异常分析研究是很有实际意义的。但是，在无传导电流的非均匀磁化体内部，由于：

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0\qquad(1.1.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \nabla \times \mathbf{J} \qquad (1.1.25)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = -\nabla \cdot \mathbf{J} \qquad (1.1.22)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \qquad (1.1.23)$$

可见，B为无源有旋场，而H为有源无旋场。

由矢量分析理论知，任何无旋场均可表示为某一标量场(位)的梯度。设空间某点的标量函数U_m，使得在无传导电流空间

$$\mathbf{H} = -\nabla U_m \qquad (1.1.26)$$

成立，则称U_m为标量磁位。通常把标量磁位简称磁位。

令：

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\rho_m \qquad (1.1.27)$$

式中 ρ_m称为体磁荷密度，它等于单位体积中的磁荷量。磁荷（单磁极）是否真实存在，至今尚无定论。现在我们仍把“磁荷”理解为假想的虚磁荷。引入虚磁荷概念，有时可使对磁场的研究和计算更为简单。

将式（1.1.26）代入（1.1.22），并注意（1.1.27）则有：

$$\nabla^2 U_m = -\rho_m \qquad (1.1.28)$$

在无磁介质区($\mathbf{J}=0$)和均匀磁化体内部（$\mathbf{J}=\text{Const}$），$\nabla \cdot \mathbf{J}=0$，此时式（1.1.28）变为：

$$\nabla^2 U_m = 0 \qquad (1.1.29)$$

式（1.1.28）和(1.1.29)分别称为稳定磁场标量磁位的Poisson方程和Laplace方程，它们是稳定磁场标量磁位的基本方程。

在磁介质中存在磁性分界面时，在分界面上磁化强度J发生突变，此时，$\rho_m = -\nabla \cdot \mathbf{J}$失去意义。我们引入面磁荷密度的概念，代替体磁荷密度。它定义为单位面积内的面磁荷量，以σ_m表示。

将式（1.1.27）两边求体积分，并运用矢场分析的Gauss公

式，则可求得：

$$\sigma_m = (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) \cdot \mathbf{n}_{1\ 2} = J_{1n} - J_{2n} \qquad (1.1.30)$$

式中J_{1n}和J_{2n}分别为介质1的磁化强度$\mathbf{J}_1$和介质2磁化强度$\mathbf{J}_2$在分界面法向$\mathbf{n}_{1\ 2}$（由介质1指向介质2）方向的投影。如果介质2是非磁介质（如空气）时，$\mathbf{J}_2 = 0$，则上式变为：

$$\sigma_m = \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{n}_{1\ 2} = J_{1n}$$

式(1.1.30)说明，当磁性体外部介质是非磁介质，则均匀磁性体表面的面磁荷密度，等于磁性体磁化强度$\mathbf{J}$在磁性体表面外法向方向的分量。

三、磁性体磁位的表达式

（一）磁偶极子的磁位

前面已经指出，磁性体的“磁偶极”是实际存在的，任何一个磁性体均可视为由许多体积很小的元磁偶极体组成，而每一个元磁偶极体可以看作是由一对磁荷量（或叫磁极强度）相等，符号相反，相距极近的磁荷组成的磁偶极子。

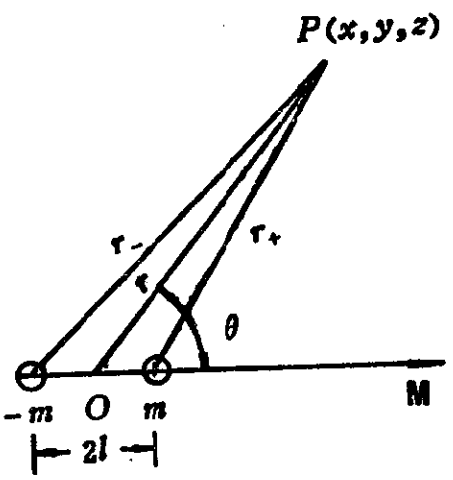


图1.1.4 计算偶极子磁场

设在$Q(\xi, \eta, \zeta)$点处有一磁偶极子。其正、负极的磁荷量分别为“$+m$”和“$-m$”，相距为$2l$（图1.1.4），由$+m$和$-m$在空间任一点$P(x, y, z)$处产生的磁位，根据Coulomb定律有：

$$U_m = \frac{m}{4\pi}\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right)$$

因为$2l$相对r（r为从Q点到P点的距离）来说很小，令θ为l和r的夹角，则有：

$$r_+ \approx r - l\cos\theta;\quad r_- = r + l\cos\theta$$

$$\frac{1}{r_+}=\frac{1}{r}\left[1-\frac{l}{r}\cos\theta\right]^{-1}\approx\frac{1}{r}\left[1+\frac{l}{r}\cos\theta\right]$$

$$\frac{1}{r_-}=\frac{1}{r}\left[1+\frac{l}{r}\cos\theta\right]^{-1}\approx\frac{1}{r}\left[1-\frac{l}{r}\cos\theta\right]$$

将此代入U_m中得：

$$U_m=\frac{2ml\cos\theta}{4\pi r^2}=\frac{|\mathbf{M}|}{4\pi}\cdot\frac{\cos\theta}{r^2}$$

或为：

$$U_m=\frac{1}{4\pi}\mathbf{M}\cdot\nabla_Q\left(\frac{1}{r}\right)=-\frac{1}{4\pi}\mathbf{M}\cdot\nabla_P\left(\frac{1}{r}\right)$$

(1.1.31)

式中：$\mathbf{M}=2m\mathbf{l}$为磁偶极子磁矩

（二）非均匀磁化磁性体的磁位

设磁性体内部体积为dV的元磁体，其磁矩为$d\mathbf{M}=\mathbf{J}dV$，由式(1.1.31)则可得元磁体在P点产生的(标量)磁位dU_m为：

$$dU_m=\frac{1}{4\pi}\mathbf{J}\cdot\nabla_Q\left(\frac{1}{r}\right)dV \qquad (1.1.32)$$

或

$$dU_m=\frac{-1}{4\pi}\mathbf{J}\cdot\nabla_P\left(\frac{1}{r}\right)dV \qquad (1.1.33)$$

进而可得体积为V的整个磁性体在P点产生的标量磁位U_m为：

$$U_m=\frac{1}{4\pi}\int_V\mathbf{J}\cdot\nabla_Q\left(\frac{1}{r}\right)dV \qquad (1.1.34)$$

或

$$U_m=\frac{1}{4\pi}\int_V\mathbf{J}\cdot\nabla_P\left(\frac{1}{r}\right)dV \qquad (1.1.35)$$

因$\mathbf{J}\cdot\nabla\left(\frac{1}{r}\right)=\nabla\left(\frac{\mathbf{J}}{r}\right)-\frac{1}{r}\nabla\cdot\mathbf{J}$，将此代入式(1.1.34)得：

$$U_m = \frac{1}{4\pi}\int_V \nabla\left(\frac{\mathbf{J}}{r}\right)dV - \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\nabla\cdot\mathbf{J}}{r}dV$$

$$= \frac{1}{4\pi}\int\int_S \frac{\mathbf{J}\cdot d\mathbf{S}}{r} - \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\nabla\cdot\mathbf{J}}{r}dV$$

因为 $\mathbf{J}\cdot d\mathbf{S} = \sigma_m dS$，$\nabla\cdot\mathbf{J} = -\rho_m$，故得：

$$U_m = \frac{1}{4\pi}\int_V \frac{\rho_m}{r}dV + \frac{1}{4\pi}\int\int_S \frac{\sigma_m}{r}dS \qquad (1.1.36)$$

上式说明，磁性体的（标量）磁位可以看成是磁性体内所有体磁荷和分布在磁性体表面的所有面磁荷激发磁场的磁位之和。显然，此时式中体积分的积分域（体积）V 应不包含磁性体表面 S。

将磁性体表面S看成是垂直S厚度为$\Delta h \to 0$的薄膜。在薄膜上任取一元面积为dS的小块，令其元体积$dV = \Delta h dS$中的元磁荷量为dm，由磁荷密度的定义有：

$$\rho_m = dm/dV = dm/\Delta h dS = \left[\frac{dm}{dS}\right]/\Delta h = \sigma_m/\Delta h$$

即有：

$$\sigma_m = \rho_m \Delta h \qquad (1.1.37)$$

令磁性体整个表层薄膜的体积为 V'，则整个 V' 中的磁荷在 p 点产生的磁位为：

$$\frac{1}{4\pi}\int_{V'} \frac{\rho_m}{r}dV = \frac{1}{4\pi}\int_{V'} \frac{\rho_m}{r}dh dS$$

$$= \frac{1}{4\pi}\int\int_S \left[\int_0^{\Delta h} \frac{\rho_m dh}{r}\right]dS$$

因$\Delta h \to 0$，因而ρ_m和r在垂直S的法向方向可视为常量，故有：

$$\int_0^{\Delta h} \frac{\rho_m dh}{r} = \frac{\rho_m}{r}\int_0^{\Delta h} dh = \frac{\rho_m \Delta h}{r} = \frac{\sigma_m}{r}$$

将此代入前一式得：

$$\frac{1}{4\pi}\int_{V'}\frac{\rho_m dV}{r}=\frac{1}{4\pi}\int_S\int\frac{\sigma_m}{r}dS$$

将其代入式（1.1.36）得：

$$U_m=\frac{1}{4\pi}\int_{V+V'}\frac{\rho_m dV}{r}$$

因$\Delta h\to 0$，$V'\to 0$，$V+V'\to V$，所以上式变为：

$$U_m=\frac{1}{4\pi}\int_V\frac{\rho_m}{r}dV \qquad (1.1.38)$$

这一结果亦可由解方程$\nabla^2 U_m=-\rho_m$得到，其积分域V是包含S在内，但不超越S面外侧的整个磁性体的体积空间。

（三）均匀磁化磁性体的磁位

均匀磁化时，J=Const，由式（1.1.35）可写成：

$$U_m=\frac{-1}{4\pi}\mathbf{J}\cdot\left\{\int_V\nabla P\left(\frac{1}{r}\right)dV\right\}$$

因为积分是对Q点进行，而式中微分是对P点进行，故上式可改为：

$$U_m=\frac{-1}{4\pi}\mathbf{J}\cdot\nabla P\left\{\int_V\frac{dV}{r}\right\}$$

当磁性体的质量分布均匀时，令其剩余质量密度为δ，引力常数为G，则磁性体的引力位U为：

$$U=G\delta\int_V\frac{dV}{r} \qquad (1.1.39)$$

对比上式得：

$$U_m=\frac{-1}{4\pi G\delta}\mathbf{J}\cdot\nabla_P U \qquad (1.1.40)$$

式（1.1.40）称为均匀磁化磁性体磁位的Poisson公式。由此可见，对于磁化均匀、质量分布均匀的磁性体，其磁位可由同一物

体的引力位求得。

前面曾提出，当磁性体均匀磁化时，磁性体内部的磁化强度J处处相同，因$\rho_m = -\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$，即磁性体内部无体磁荷存在。由式（1.1.36）得：

$$U_m = \frac{1}{4\pi} \int\int_S \frac{\sigma_m}{r} dS \qquad (1.1.41)$$

此为磁性体磁位的面磁荷积分公式。此式说明，均匀磁化磁性体的磁位等于磁性体表面所有面磁荷激发磁场的磁位和。

（四）磁偶极层的磁位

对于薄层（或薄壳）磁性体，其上下（或内外）表面的磁荷量可以看成是相等的，而极性是相反的，因而可视为由磁偶极子连续紧密排列而形成的磁偶极层。我们定义单位面积内磁偶极层的磁偶极矩为磁偶极矩密度，以τ表示。显然dS面积内的磁矩$d\mathbf{M}$为：

$$d\mathbf{M} = \tau dS \qquad (1.1.42)$$

将此代式（1.1.31）得：

$$dU_m = \frac{1}{4\pi} \tau \cdot \nabla_Q \left(\frac{1}{r}\right) dS = \frac{1}{4\pi} \tau \cdot \frac{\partial}{\partial n_Q} \left(\frac{1}{r}\right) dS$$

面积为S的磁偶极层产生的标量磁位为：

$$U_m = \frac{1}{4\pi} \int\int_S \tau \cdot \frac{\partial}{\partial n_Q} \left(\frac{1}{r}\right) dS \qquad (1.1.43)$$

式中$\mathbf{n}_Q$为磁偶极层面S上Q点处由负极指向正极的S面的法向矢量。由式（1.1.43）知，当P点穿过偶极层时，在偶极层的两侧，磁位有$\tau(p)$倍的突变。当P点在S面的正侧时，磁位为：

$$U_m^+ = \frac{\tau(P)}{2} + \frac{1}{4\pi} \int\int_{S'} \tau \frac{\partial}{\partial n_Q} \left(\frac{1}{r}\right) dS \qquad (1.1.44)$$

当P点在S面的负侧时，其磁位为：

$$U_m^- = -\frac{\tau(P)}{2} + \frac{1}{4\pi}\int\int_{S'} \tau \cdot \frac{\partial}{\partial n_Q}\left(\frac{1}{r}\right) dS \quad (1.1.45)$$

式中$\tau(p)$为p点处的τ值，S'为除p点外的整个S面。

上述磁性体磁位表达式，特别是式（1.1.36），(1.1.38)，（1.1.40），（1.1.41）和（1.1.43）是磁法勘探中求解正（反）问题时常用到的基本公式。特别指出的是，在应用这些不同的公式时，应该注意它们各自的应用条件。例如式（1.1.40）对于非均匀磁化，或者虽然均匀磁化，但磁性体质量分布不均匀就不适用。

四、磁性体磁位的球谐级数展开

磁位的球谐级数展开有助于对磁性体磁场的结构分析，有助于根据离散观测值求得磁场的连续分布。

如图1.1.5所示，若位于球体内的磁性体体积元$Q(\xi,\eta,\zeta)$点到观测点$P(x, y, z)$的距离为r，由式（1.1.38）则有：

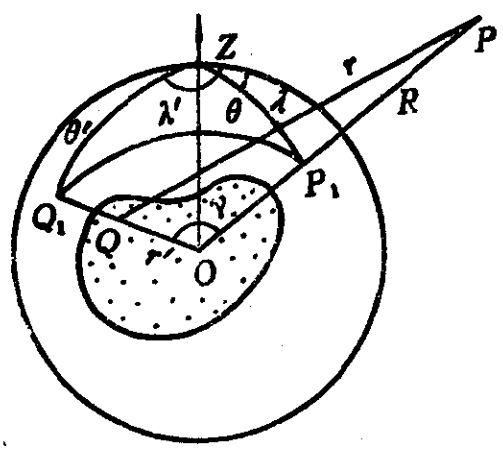


图1.1.5 计算磁化体磁位时的几何关系

$$U_m = \frac{1}{4\pi}\int\frac{dm}{r} \qquad (dm = \rho_m dV)$$

设坐标原点O到Q点的距离为r'，O点到P点的距离为R，r'和R的夹角为γ，则有

$$r = [R^2 + r' - 2Rr'\cos\gamma]^{1/2}$$

由Legendre母函数展开式有：

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{[R^2 + r' - 2Rr'\cos\gamma]^{1/2}}$$

$$= \frac{1}{R}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{r'}{R}\right)^n P_n(\cos\gamma) \qquad (r'<R)$$

式中$P_n(\cos\gamma)$为Legendre多项式。将其代入前式得：

$$U_m = \frac{1}{4\pi R}\sum_{n=0}^{\infty}\int_V \left(\frac{r'}{R}\right)^n P_n(\cos\gamma)\,dm$$

当$n=0$时，对应的级数项为$\frac{1}{R}\int_V dm$，它表示磁性体内的磁荷量总和，在磁性体内正、负磁荷量应相等，故其总和量应等于零，所以上式可改写成：

$$U_m = \frac{1}{4\pi R}\sum_{n=1}^{\infty}\int_V \left(\frac{r'}{R}\right)^n P_n(\cos\gamma)\,dm$$

根据球面三角理论，由球面三角形ZP_1Q_1（图1.1.5）将有：

$$\cos\gamma = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\lambda-\lambda')$$

式中θ和λ为P点的角坐标；θ'和λ'为Q点的角坐标。根据球谐函数的加法公式有：

$$P_n(\cos\gamma) = \sum_{m=0}^{n} C_n^m P_n^m(\cos\theta)P_n^m(\cos\theta')\cos m(\lambda-\lambda') \quad (m\leqslant n)$$

式中 $P_n^m(\cos\theta)$和$P_n^m(\cos\theta')$为n次m阶缔合Legendre多项式，与Legendre多项式有如下关系：

$$P_n^m(\cos\theta) = \sin^m\theta\,\frac{d^m[P_n(\cos\theta)]}{d(\cos\theta)^m}$$

$$P_n^m(\cos\theta') = \sin^m\theta'\,\frac{d^m[P_n(\cos\theta')]}{d(\cos\theta')^m}$$

常数 $C_n^m = \frac{(n-m)!}{(n+m)!}C_m$，$C_m = \begin{cases}1 & (m=0)\\ 2 & (m\neq 0)\end{cases}$

将$P_n(\cos\gamma)$代入积分公式中得：

$$U_m=\frac{1}{4\pi R}\sum_{n=1}^{\infty}\int_V\left(\frac{r'}{R}\right)^n\sum_{m=0}^{n}C_n^m\,P_n^m(\cos\theta)$$

$$P_n^m(\cos\theta')\cos m(\lambda-\lambda')\,dm$$

将$\cos m(\lambda-\lambda')$展开代入上式，并考虑到θ，λ和R在积分中为常数，整理后便得到磁位的球级数表达式：

$$U_m=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\frac{1}{R^{n+1}}\left[A_n^m\cos m\lambda+B_n^m\sin m\lambda\right]P_n^m(\cos\theta)\qquad(1.1.46)$$

式中
$$\left.\begin{aligned}A_n^m&=\frac{C_n^m}{4\pi}\int_V r'^nP_n^m(\cos\theta')\cos m\lambda'\,dm\\B_n^m&=\frac{C_n^m}{4\pi}\int_V r'^nP_n^m(\cos\theta')\sin m\lambda'\,dm\end{aligned}\right\}\qquad(1.1.47)$$

解球坐标系的Laplace方程$\nabla^2U_m=0$，亦可得到与式（1.1.46）同样形式的结果，但它的系数未表明其物理意义，而式（1.1.47）的系数则具有一定的物理意义：A_n^m和B_n^m为2^n磁偶极子的2^n极矩（2^n极矩也是用n阶球函数表示）。

五、磁位Laplace方程解的积分表达式

在许多情况下，需要利用域面上的已知磁场值来求磁场的空间分布，解决这一问题最为方便的是利用磁位Laplace方程解的积分表达式。

若$U(r)$和$V(r)$为区域及域面S上任意两个连续函数，其一次和二次导数也是连续存在。由矢量分析理论，则有Green公式：

$$\oint_S\left[U(r)\frac{\partial V(r)}{\partial n}-V(r)\frac{\partial U(r)}{\partial n}\right]ds$$

$$=\int_V\left[U(r)\nabla^2V(r)-V(r)\nabla^2U(r)\right]dv$$

式中 n 为域面的外法向矢量。

设在Green公式中取函数 $U(r)$ 为磁位 U_m，函数 $V(r)=\frac{1}{r}$，$r=[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+(\zeta-z)^2]^{1/2}$ 为域内任一定点 $P(x,y,z)$ 到域面 S 上任意动点 $Q(\xi,\eta,\zeta)$ 的距离（图1.1.6）。

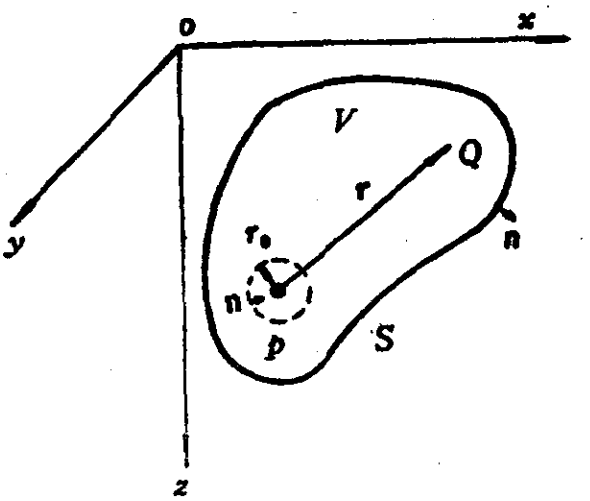


图1.1.6 计算Green公式坐标示意图

由于函数 $\frac{1}{r}$ 在 V 内有奇异点 P，为使 $V(r)=\frac{1}{r}$ 满足上述Green公式要求的条件，我们以 P 点为球心，任意小半径 r_0 作一球面 S_0，从原域 V 中挖去 S_0 所围的体积 V_0（即 P 点）。这样，在 $V-V_0$ 的域中，处处有 $\nabla^2\left(\frac{1}{r}\right)=0$，设在 V 中和 S 面上无磁荷存在，则在 V 中和 S 面上处处有 $\nabla^2 U_m=0$，因而在 $V-V_0$ 域中，Green公式变为

$$\oint_{S+S_0}\left[U_m\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)-\frac{1}{r}\frac{\partial U_m}{\partial n}\right]dS=0$$

即：

$$\oint_{S}\left[U_m\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)-\frac{1}{r}\frac{\partial U_m}{\partial n}\right]dS$$

$$=\oint_{S_0}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial U_m}{\partial n}-U_m\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\right]dS \quad .$$

因为n为域面的外法线，对 S_0 面来说，n指向球心 P，因而有

$$\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\int_{r=r_0}=-\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)=\frac{1}{r^2}=\frac{1}{r_0^2},\quad \frac{\partial U_m}{\partial n}=-\frac{\partial U_m}{\partial r}$$

将此代入上式右边积分，并令 $r=r_0$，则得：

$$\oiint\left[\frac{1}{r}\frac{\partial U_m}{\partial n}-U_m\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\right]dS$$

$$=\frac{-1}{r_0}\oiint_{S_0}\frac{\partial U_m}{\partial r}dS-\frac{1}{r_0^2}\oiint_{S_0}U_m dS$$

因假设$V+S$为无磁介质区，故上式右边第一个积分$\oiint_{S_0}\frac{\partial U_m}{\partial r}dS=0$。用$S_0$上的平均值代替上式右边第二个积分中的$U_m$，则有

$$\frac{1}{r_0^2}\oiint_{S_0}U_m dS=\frac{\overline{U}_m}{r_0^2}\oiint_{S_0}dS=4\pi\overline{U}_m$$

当$r_0\to 0$时，S_0上的平均值$\overline{U}_m$即为P点上的$U_m(P)$，即$\overline{U}_m=U_m(P)$，从而得：

$$\oiint_{S_0}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial U_m}{\partial n}-U_m\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\right]dS=-4\pi U_m(P)$$

从而得：

$$U_m(P)=\frac{1}{4\pi}\oiint_S\left[\frac{1}{r}\frac{\partial U_m}{\partial n}-U_m\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\right]dS \quad (1.1.48)$$

当P点在域面S上时，运用上相同方法可得：

$$U_m(P)=\frac{1}{2\pi}\oiint_{S'}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial U_m}{\partial n}-U_m\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)\right]dS \quad (P\in S) \quad (1.1.49)$$

式中S'为除P点外的整个S面。式(1.1.48)和(1.1.49)称为Laplace方程解的积分表达式。

令$V(r)$为S所围域中的任意调和函数，则在域中无“磁荷”的情况下，由Green公式有

$$\frac{1}{4\pi}\oiint_S\left[V(r)\frac{\partial U_m}{\partial n}-U_m\frac{\partial}{\partial n}V(r)\right]dS=0$$

将此式和式(1.1.48)两边相加得：

$$U_m(P)=\frac{1}{4\pi}\oiint_S\left[G\frac{\partial U_m}{\partial n}-U_m\frac{\partial G}{\partial n}\right]dS \quad (1.1.50)$$

式中：　　$G=\frac{1}{r}+V(r)$　　（1.1.51）

称为Green函数。

因为$V(r)$为调和函数，所以除$P=Q$外，在域中处处有$\nabla^2 G=0$，但在$P=Q$点上，Green函数有形如$\frac{1}{r}$的奇点。由式（1.1.50）知：

a．若能找到函数$V(r)$，使$G_S=0$（G_S称为$\nabla^2 U_m=0$的Dirichlet问题的点的Green函数），则式（1.1.50）变为

$$U_m(P)=\frac{-1}{4\pi}\oint\!\!\!\oint_S U_m\frac{\partial G_S}{\partial n}dS \qquad (1.1.52)$$

式中U_m为区域V的边界S面上的$U(r)$函数值。上式称为方程$\nabla^2 U_m=0$的Dirichlet内部问题解的积分公式。由此可知，已知边界上的U_m和$G_s=0$的$V(r)$，则可求得域内任一点的磁位。

b．若能找到一函数$V(r)$使$\frac{\partial G_f}{\partial n}=0$（$G_f$称为方程$\nabla^2 U_m=0$的Neumann问题的点的Green函数），则式（1.1.50）变为：

$$U_m(P)=\frac{1}{4\pi}\oint\!\!\!\oint_S G_f\frac{\partial U_m}{\partial n}dS \qquad (1.1.53)$$

上式称为方程$\nabla^2 U_m=0$的Neumann内部问题解的积分公式。式中$\frac{\partial U_m}{\partial n}$为$S$面上$U(r)$的法向分量。

值得指出的是，前Green公式中r是由P点指向Q点的矢径，而从式（1.1.50）—（1.1.53）右边积分来看，r应是由域面S上的Q点（理解为等效场源点）指向观测点P。亦即从物理上讲是矛盾的。但由于Green函数具有对称性，即

$$G(P,\ Q)=G(Q,\ P)$$

因而在公式（1.1.50）—（1.1.53）中，将r理解为由Q点到P点的矢径，即：$r=[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{1/2}$。

例 在半空间$z>0$内求解Laplace方程的第一边值问题（Dirichlet问题）

$$\begin{cases}\nabla^2 U_m = 0 & (z>0)\\ U_m\big|_{z=0} = U_m(\xi、\eta)\end{cases}$$

解 由题意，此问题是要求由无限平面内的调和场（磁位）值，求平面上半空间（$z>0$）里的调和场（磁位）的分布的第一边值问题。我们用Green函数求解此问题。但是式（1.1.52）要求的域面是封闭曲面。为此，我们假设在无限平面上部有一个$R\to\infty$的球面S_R和平面S相交构成一个封闭曲面（$S+S_R$）。由于无限远处的位场值等于零，即在S_R上的位场值恒为零，因而，由式（1.1.52），对于半限空间则有：

$$U_m(P) = -\frac{1}{4\pi}\iint_S U_m\frac{\partial G_S}{\partial n}dS\ (S为无限平面) \quad (1.1.54)$$

设坐标原点在S面上，坐标z轴垂直S平面，z轴向下为正。设P点坐标为（x，y，z）（见图1.1.7），则Q到P的距离为：

$$r = [(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z+\zeta)^2]^{1/2}$$

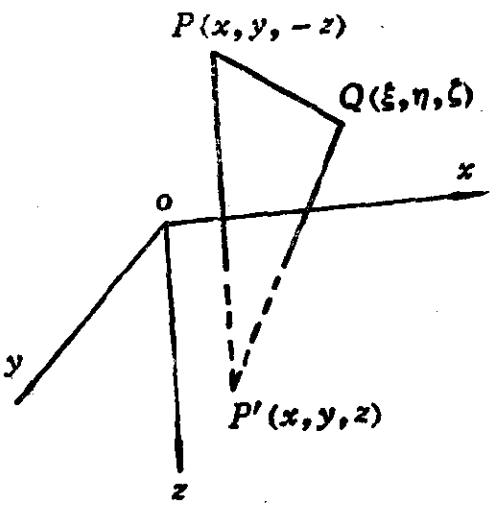


图1.1.7 上延计算坐标示意图

在（$z<0$）的空间找一个对称于S平面的P点的对称点P'（x，y，$-z$）。则Q点到P'点的距离r'为：

$$r' = [(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{1/2}$$

令$V(r) = \frac{-1}{r'}$，显然$V(r)$=在（$z>0$）的上半空间为调和函数，将此代入（1.1.51）式有：

$$G_s = \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = 0$$

$$\frac{\partial G_s}{\partial n} = \frac{\partial G_s}{\partial \zeta}\Big|_{\zeta=0} = \frac{2z}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^{3/2}}$$

将其代入式（1.1.54），并令 $U_m = U_m(\xi, \eta)$，$dS = d\xi d\eta$，则有

$$U_m(P) = \frac{-z}{2\pi}\int\int_S \frac{U_m(\xi, \eta)d\xi d\eta}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2]^{3/2}} \quad (1.1.55)$$

式（1.1.55）为无限平面上半空间 Dirichlet 问题解的积分表达式，是位场延拓的基本公式之一。

第二节　地球磁场

一、地磁场要素

地球相当于一个大磁体，在它的内部、表面以及周围空间存在着磁场，这就是地磁场。地磁场是一个矢量场，表示其特征的物理量是地磁场感应强度。由于历史上沿用多年的是CGSM制，在CGSM制中，真空中感应强度与磁场强度相当，因此以往的磁法勘探书中将磁感应强度称做磁场强度。本书沿用这一习惯称法，除岩矿石磁化磁场确系磁场强度外，其它章节所提地磁场强度系指地磁场磁感应强度。

（一）地磁要素

地球上某一点地磁场总强度为T，表示T的大小和方向，通常是选取直角坐标系，由T在直角坐标系上的分量和方向角表示该点地磁场的大小和方向。

坐标系的x轴沿地理子午线方向，正向指北；y轴沿纬圈方向，正向指东；z轴垂直向下为正。xoy平面为地平面，坐标原点O取在研究点上。T在xoy平面上的投影为水平分量H，在垂直轴上的投影为垂直分量Z，在x，y轴上的投影分别为北向分量X、东向分量Y。矢量T所在的铅垂面称为磁子午面，而地理

子午面与磁子午面的夹角称磁偏角D，T与水平面的夹角称磁倾角I。见图1.2.1。

习惯规定：各分量的方向与坐标轴正向相同为正，相反为负。H由北向东偏时D为正，T指向地平面以下时I为正，相反时D，I为负。

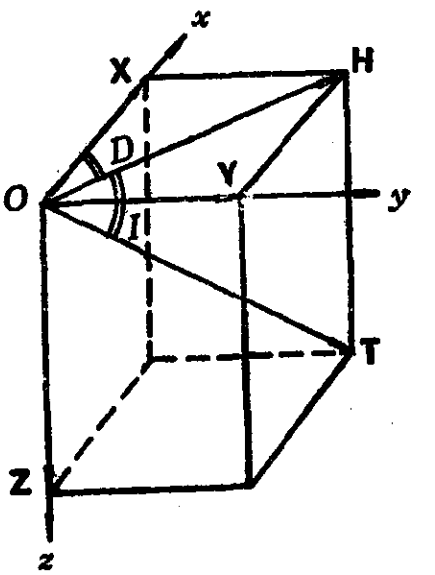


图1.2.1 地磁要素图

D，I，H和Z，X，Y两组六个量合称地磁要素。任意一组中的三个要素已知，其它要素或地磁场总强度T的大小和方向就可求出。以上各量的关系为

$$\left.\begin{aligned} &X=H\cos D, Y=H\sin D, Z=H\operatorname{tg}I=T\sin I \\ &T=H^2+Z^2=X^2+Y^2+Z^2,\ H=T\cos I \end{aligned}\right\} \qquad (1.2.1)$$

（二）地磁场强度的单位

目前，国际上统一使用“国际单位制（简称SI制）”，用特斯拉（简称“特”）或符号T表示地磁场强度单位。为了记数上的方便，取其更小的单位为纳特（符号表示为nT）。

$1T=1\mathrm{Wb/m^2}$（韦伯／米^2），$1\mathrm{nT}=10^{-9}\mathrm{T}$

在CGSM制中，常用的磁场强度单位为1γ（伽玛）。$1\gamma=10^{-5}\mathrm{Gs}$（高斯）$=1\mathrm{nT}$。

二、地磁场的构成和随时间变化

（一）地磁场的构成

分析地球磁场的现象和其来源，可将地磁场分两部分。一是稳定磁场部分，另一是变化磁场部分。若用T表示总磁场，T′表示稳定磁场，δT表示变化磁场，则有

$$\mathrm{T}=\mathrm{T}'+\delta\mathrm{T} \qquad (1.2.2)$$

T'和δT又可分为地球内部原因引起的内源磁场和外部原因引起的外源磁场。设T_i是稳定磁场的内源磁场，T_e是稳定磁场的外源场，则

$$T' = T_i + T_e \qquad (1.2.3)$$

在数量上，T_i约为稳定磁场总量的94%，T_e约为6%。说明地球的稳定磁场主要起源于地球内部。同样，δT_i表示变化磁场的内源磁场，δT_e表示变化磁场的外源磁场，则有

$$\delta T = \delta T_i + \delta T_e \qquad (1.2.4)$$

δT_i约占变化磁场的三分之一，δT_e占三分之二。因此，地球的变化磁场主要来源于地球外部。

由以上分析，地磁场的组成可以表示为

$$T = T_i + T_e + \delta T \qquad (1.2.5)$$

地球磁场稳定部分的内源磁场T_i又是T_o'、T_m、T_a之和。T_o'是中心偶极子磁场，相当于一个中心位于地心的磁偶极子产生的磁场；T_m是大陆磁场或称世界异常，为地球上广大地域的地磁场实测值与理论的中心偶极场间的差异场，故亦称非偶极子场；T_a是地壳磁异常，为地壳中岩石磁性的差异和不均匀性所产生的磁异常。最后，地磁场的组成可表示为

$$T = T'_o + T_m + T_a + T_e + \delta T \qquad (1.2.6)$$

上式说明，地磁场是不同源磁场的总和。其中T_o'与T_m两项之和占地磁场总量的90%以上，是地磁场的基本成分。其间之中心偶极子场来源于地核，而大陆磁场可能为处在核-幔边界的广大磁性物体或涡旋电流所致。

（二）地磁场的起源

长期来，关于地磁起源有过许多假说。不少假说尽管也能很好地解释地球表面的一些地磁现象，但是无法完满地说明地球内部的构造及其物理性质同地磁现象的所有关系。只有本世纪50年

代以后出现的地核的涡流运动及其感应电流的假说——地核自激发电机假说被认为是较为最合理的一种地磁成因理论。

地核自激发电机理论的模式是：(1)地球为厚达2900km的固态地幔和半径3470km的固相内核及液相外核组成的地核构成，地幔地核是不同性质的同心层；(2)组成地核的物质是铁镍为主、附有硅镁或硫的氧化物，因此具有金属良导性；(3)地球内部温度分布的巨大差别使上地幔与下地幔、外核的内外界面的温度差别以及内核散发的热能、外核中放射性钾的分布等造成持续的差异运动或对流；(4)地核存在着微弱的初始磁场。

地磁场起源的解释：地球绕轴自转，近轴部分的物质的转速较远轴者大。当有自北向南平行地轴而穿过地核的初始微弱磁场时，由磁流体动力学原理，将形成北半球自西向东、南半球自东向西的环型磁力线。地核的内外核界面及核幔界面有温差，使得液核因热力学作用产生对流运动，同时由于地球自转所形成的科里奥利力的作用将使对流变为涡旋运动。南北半球的涡旋流具有相反方向的对称形式。此导电的涡流体切割环型磁力线在北半球产生与环型磁场方向相反即由东向西的环型电流，在南半球则产生与环型磁场方向相同即也是由东向西的环型电流。这两个方向一致而各位于南北半球的环型电流将产生径向磁场，其方向与原始的南北向径向磁场的方向一致，即起到加强原始径向磁场的作用。这相当于一个自激发电机原理。因涡旋运动要克服粘滞阻力，电流要克服欧姆阻力，电流的增加不能无限下去，即磁场增加到一定程度就稳定下来，形成现代地磁场。

（三）地磁场的时变及其规律

地磁场随时间的变化总体上可分两类：地磁场的长期变化和短期变化。

1．地磁场的长期变化及其规律

地磁要素年均值随时间变化常以100—10000年为周期，这种缓慢的变化称长期变化。对这类变化场进行的分析研究认为：长

期变化的场源是在地球内部。由变化周期和地球内部物质的结构和物理性质确定长期变化与液核有关，起源于导电涡旋流的随时间变化。

观测地磁长期变化仅数百年的历史，对研究地磁场长期变化而言是短暂的。而短暂的资料亦显示出了长期变化的某些特征，即长期变化是全球性的，且因地而异；长期变化具几十到几千年的不同周期；不同年代的长期变化等变线图具不同形状和大小，焦点位置缓慢地向西移动；长期变化中心具有明显的向西漂移和不明显的向北、向南移；地磁极位置在不同年代有规律地迁移，每隔一定时期，南北两极发生极性互换等。

磁极倒转和大陆磁场的向西飘移是长期变化的主要内容。总之，通过研究发现近代地磁长期变化的特点：地球磁矩每年以0.05%的速度衰减；地磁极沿纬圈以每年0.05度的速度向西移动；磁轴相对于地轴以每年0.05度的角速度向西旋进；大陆磁场以每年0.2度的速度向西漂移和－2km的速度向北漂移；形成平均以10nT／年的速度兴衰；长期变化本身以每年0.3度的速度向西漂移。

2. 地磁场的短期变化及其规律

地磁场中以日、时、分、秒等时间单位为周期的变化场称地磁场的短期变化。短期变化分平静变化和扰动变化两类。

1）平静变化

这是一种连续出现、在一定程度上具有周期特性的变化场。包括太阳静日变化、太阴日变化和年变化。

（1）太阳静日变化　是地磁要素以一个太阳日为周期的变化，常称日变。是高空电离层中某种电流体系引起，与观测点的纬度、一昼夜、一年的时间及太阳活动性的周期变化有关。一般规律是：同一天里，白天变化大，夜间变化小。水平分量的变化δH具有一个午前极小值和一个午后极大值；垂直分量的变化δZ和偏角的变化δD都具有一个早晨极大值和一个中午极小值。见

图1.2.2。不同日期的日变幅值和相位都不相同。幅值呈现出季节性变化和大致以11年为周期的变化规律；相位变化小而无规律。在同一磁纬度的不同点，同一日日变具有相同的数值和形态特征，但在不同的磁纬度圈上却不相同。日变幅值在高纬度区小，中低纬度区强，地磁赤道处最强。平均幅度为几纳特到几十纳特。在磁法勘探中会影响磁测结果的解释精度，必须进行日变改正。

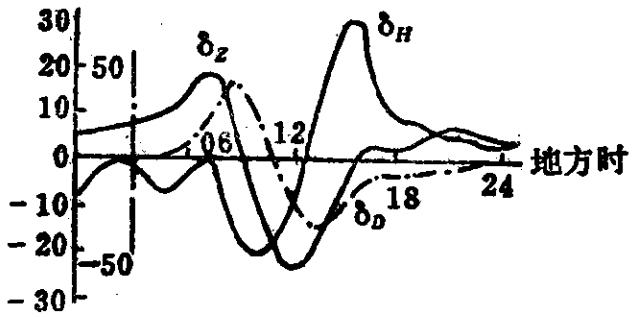


图1.2.2 上海佘山地磁台观测的1958年10月12日地磁日变化曲线

（2）太阴日变化　这是一种与月球对于地平面位置有关的周期性变化场。Z和H要素的最大变化幅值只有1—2nT，偏角变化不到40″。所以只有在高精度磁测中，才需要考虑。

（3）年变化　是一种以一年为周期的变化。水平强度的年变化最强，夏季出现极大，冬季出现极小，变化幅值约为15—30nT。在编制和使用地磁图时要做年变化改正。

2）扰动变化

地磁各要素在平静变化的背景上发生的突然变化称地磁扰动。据研究认为扰动场来源于磁层边界，与太阳微粒子流对地球磁层的作用有关；来源于磁层中，与磁层内部环绕地球的环电流的发展有关；来源于极区磁扰动，是离地球表面约为100km处电离层中流动的电流所产生的磁场。

地磁场的扰动类型多样、特征各别。有以一个太阳日为周期的太阳扰日变化，有以秒单位为周期的地磁脉动，有具非周期变化的磁暴。对磁测影响突出的是磁暴和地磁脉动。

（1）磁暴　磁暴是一种非周期、强度大和全球同时发生的扰动。磁暴的发生使地磁要素突然变化，尤其是H分量的变化突

出。磁暴有中强、中烈和强烈磁暴三级。磁暴发生的频率与太阳的活动性有关，与季节有关，与太阳风参数有关，磁暴还具有27日重现性的特征和约以11年为周期的变化规律。

（2）地磁脉动　地磁脉动实质上是一种电磁波，具有准周期结构，振动的频率从毫赫兹到数赫兹。包含稳定型脉动和不规则型脉动两种。研究地磁脉动的物理实质知，地磁脉动与磁层等离子体和太阳风等离子体的动力学与磁流体的不稳定性有关，也和磁层内部的共振过程的激发有关，亦即为地球磁层和太阳风中激发出的一种磁流体波。研究脉动的结果还证明，辐射带参数的变化、磁层与太阳风相互作用的特点、等离子体层顶形态的变化、磁尾的结构以及其它一些过程，在一定程度上都对地球电磁场振动状态的特征产生影响。所以，对地磁脉动的观测对于地壳和上地幔构造的研究有重大意义。从这一观点出发，地磁脉动的重要性在于它是使地壳表层产生感应大地电流电磁场的天然振动源。同时测量大地电流和磁场的振动，可以确定地壳表层的导电率和厚度，还有可能用来区分矿与非矿磁异常。

三、地球基本磁场

（一）基本磁场和磁异常

地球的中心偶极子场和大陆磁场占地磁场的绝大部分，是地磁场最基本的成分。通常将中心偶极子场和大陆磁场合称基本磁场。

在讨论地磁场的异常场时，必须选定一个参照场，这个参照场常称正常场。正常场和磁异常都是一个相对的概念。其为研究对象的不同而有不同的含义。比如，中心偶极子场视为正常场时，在其背景上出现的异常场主要反映的是大陆异常；而把中心偶极子场和大陆磁场看作正常场时，异常场反映的就是地壳磁场（区域磁场）；再把中心偶极子场、大陆磁场和区域磁场之和看作正常场时，异常场指的就是某一局部地区的磁异常。如果以T_0表示正常场，T_a表示异常场，在除去变化磁场δT后，地面上

某一点测定的磁场T就可表示为

$$T = T_0 + T_a \qquad (1.2.7)$$

应用磁法解决地质问题时，常是以能反映所研究的地质对象引起的磁场的背景场为正常场。如研究对象是一个具有磁性的岩层，则正常场一般选在无磁性的围岩上。两者之间的磁场变化即为研究对象的磁异常。

（二）地磁场的分布特征

1．地磁图

它是表示各地磁要素或地磁场各成分在某一共同时刻的地理分布的图。将各测点在相同时刻所测的或分析计算的数值标在地图的相应点上，再把数值相同的点按一定数值间隔连成光滑的曲线，即等值线；一系列这类等值线所构成的图就是地磁图。

地磁图有各国编制的本土地磁图和全球范围的世界地磁图；有反映地磁场各成分的基本磁场图、正常磁场图和异常磁场图；有反映空间高度不同的地面地磁图和高空地磁图；有反映长期变化规律的各分量等变图。反映基本磁场各要素在地面分布特征的地磁图是最常见的，与磁法勘探工作关系最为密切。

用来编制地磁图的地磁资料往往是在不同年代和日期里取得的，做图时必须把这些资料统一归化到某一共同时刻，这就是地磁资料的通化。多数国家是五年编制一次，通化的时间是一年的中期，即七月一日零时零分。

利用地磁图可以研究地磁场及其长期变化的时空规律，地磁场的构成及其起源、地壳结构及地球内部物质的运动、太阳风与地磁场的相互作用等。地磁图还是导航，地球物理勘查及地震预报的基本资料。在磁法勘探中，地磁图能帮助我们了解工作区正常地磁场的分布规律，查找有关地磁数据，提供正常场改正值。

2．地磁场的地理分布特征

1）世界地磁场的地理分布特征

（1）世界地磁等偏线图（图1.2.3），等偏线（D）图为从

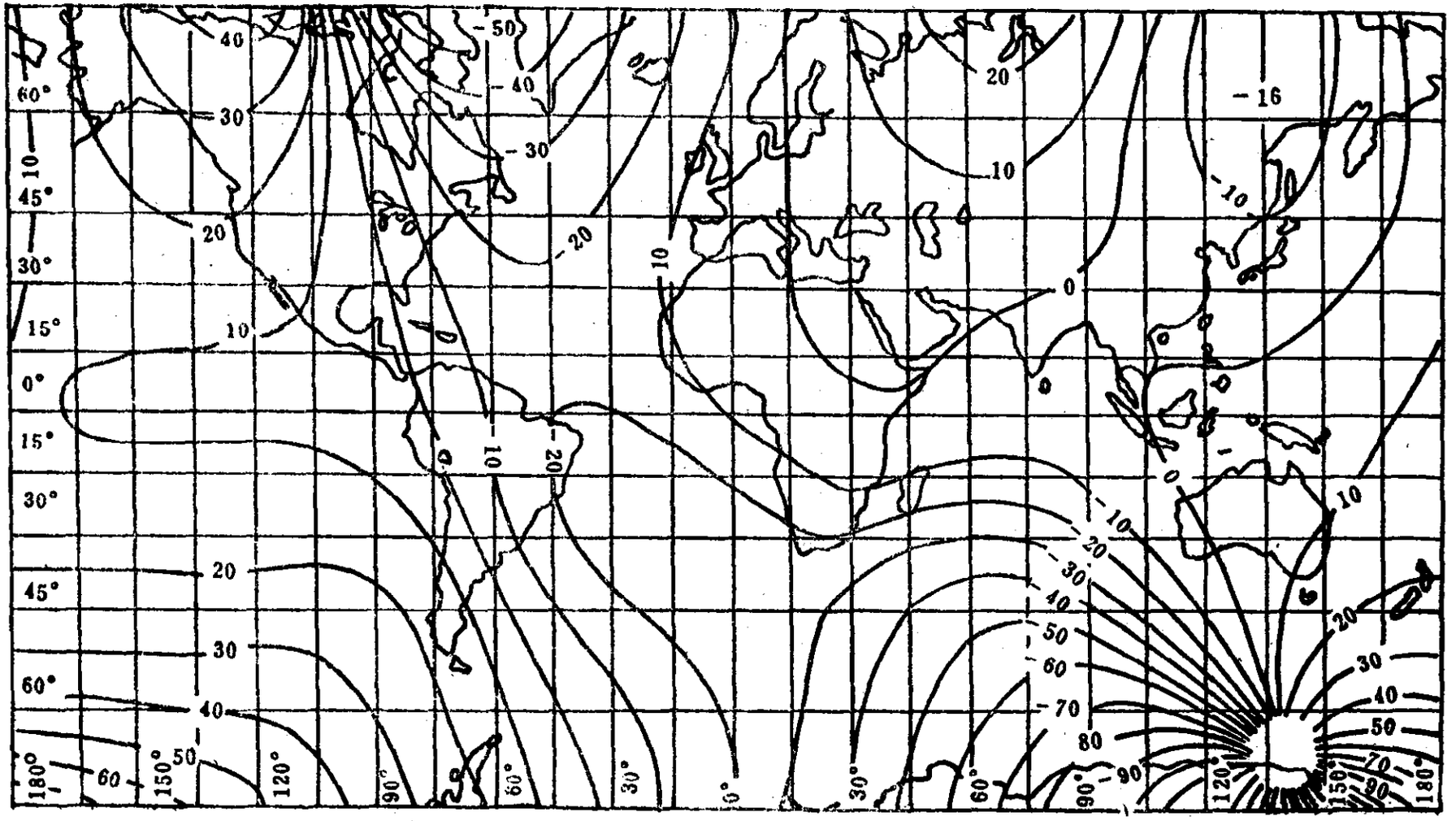


图1.2.3 世界地磁等偏线图（1980.0）〔单位(°)〕

地球上的一处出发汇聚于另一处的曲线簇，唯一例外的是在东南亚大陆周围等偏线出现一闭合环；有两条零偏线（$D=0°$）把全球分为正负两个区：正偏角区（$D>0°$）和负偏角区（$D<0°$）；地理两极区的D线汇聚于地理南、北极和地磁南、北极四个点。

（2）世界地磁等倾线图（图1.2.4） 等倾线（I）为一系列与地理纬度圈基本一致的平滑和规则曲线，零等倾线沿赤道线附近，亦称磁赤道；由磁赤道向两侧直至两磁极，磁倾角的绝对值从0°逐渐增大到90°，北半球I为正角，南半球I为负角。

（3）世界地磁垂直分量（Z）等值线图（图1.2.6） Z等值线图为一系列大致沿纬度方向排列的封闭线簇，在磁赤道处Z为零，由磁赤道向两极，Z的绝对值逐渐增大，在南北磁极处达最大，约为6×10^{-5}T。Z在北半球为正、南半球为负。

（4）世界地磁水平分量(H)等值线图（图1.2.5） H等值线为一系列沿地理纬度方向排列的曲线簇。在两磁极处，H为零，由两极向赤道，H逐渐增大，在磁赤道达最大，约为4×10^{-5}T。除南北磁极区外，全球各点的H都指向北。

归纳地磁场的地理分布规律是：（1）地球具有南北两磁极，这两磁极位置是变化的。1980年的世界地磁图上，北磁极位于78.2°N，102.9°W；南磁极位于65.6°S，139.4°E。在南磁极：$I=-90°$，Z为负极大，$H=0$，D不定；在北磁极：$I=90°$。Z为正极大，$H=0$，D不定。（2）地磁场的H除两磁极外都指北，Z在北半球为正值，在南半球为负值，说明地球的北磁极具S极性、南磁极具N极性。（3）地磁场总强度在南北两磁极处为（6—7）$\times10^{-5}$T，而在磁赤道处为（3—4）$\times10^{-5}$T；磁倾角随磁纬度按一定的关系变化。这些数值特征同理论的中心偶极子场的分布特征基本一致，说明地磁场可以近似地看作是一个位于球心的磁偶极子场。（4）地磁南北极和地理南北极不一致。当中心偶极子磁轴与地球转轴斜交11.5°时，理论值与地磁实际分布吻合最好。故认为地轴与磁轴成11.5°的交角。

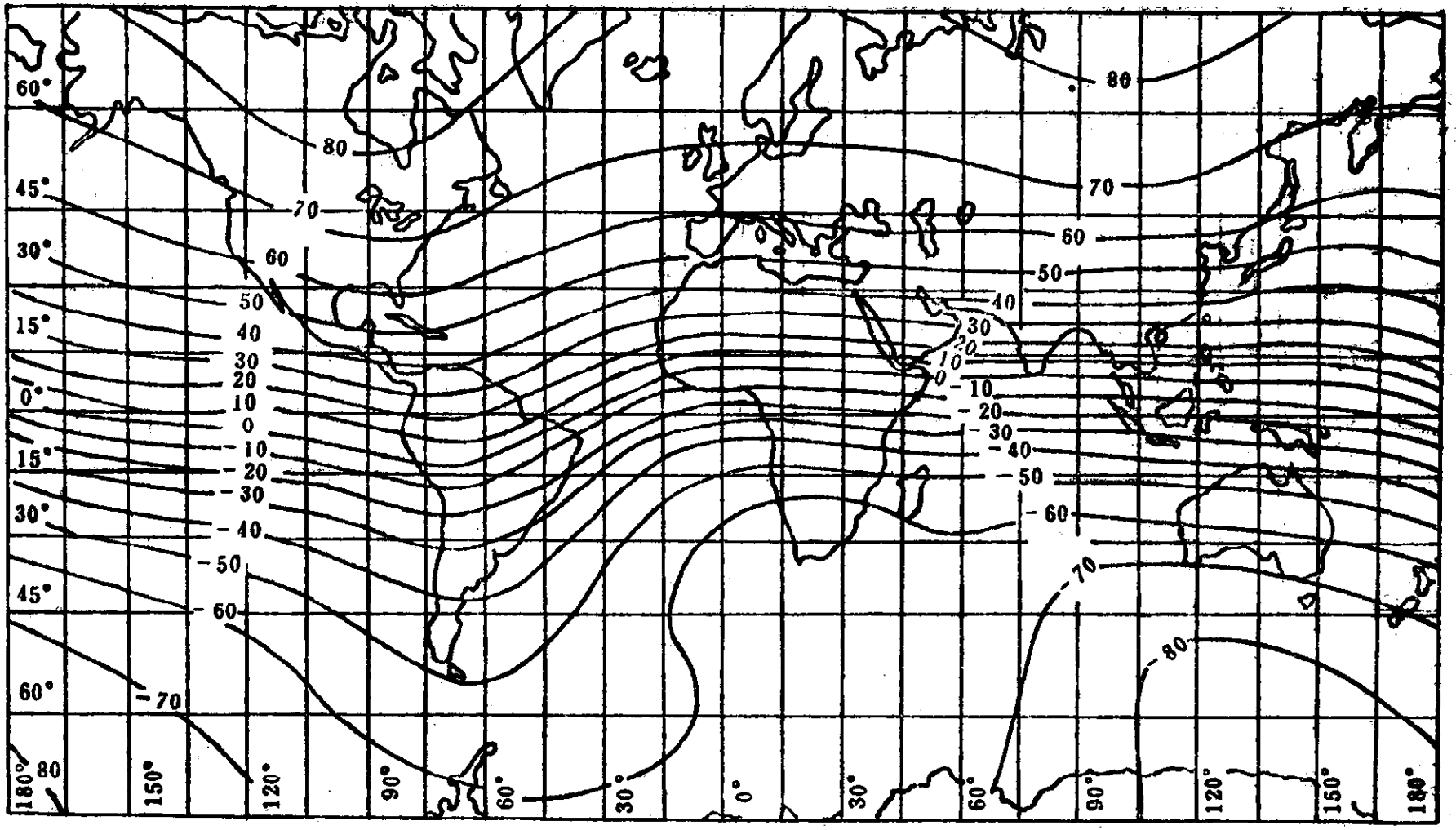


图1.2.4 世界地磁等倾线图（1980.0）〔单位(°)〕

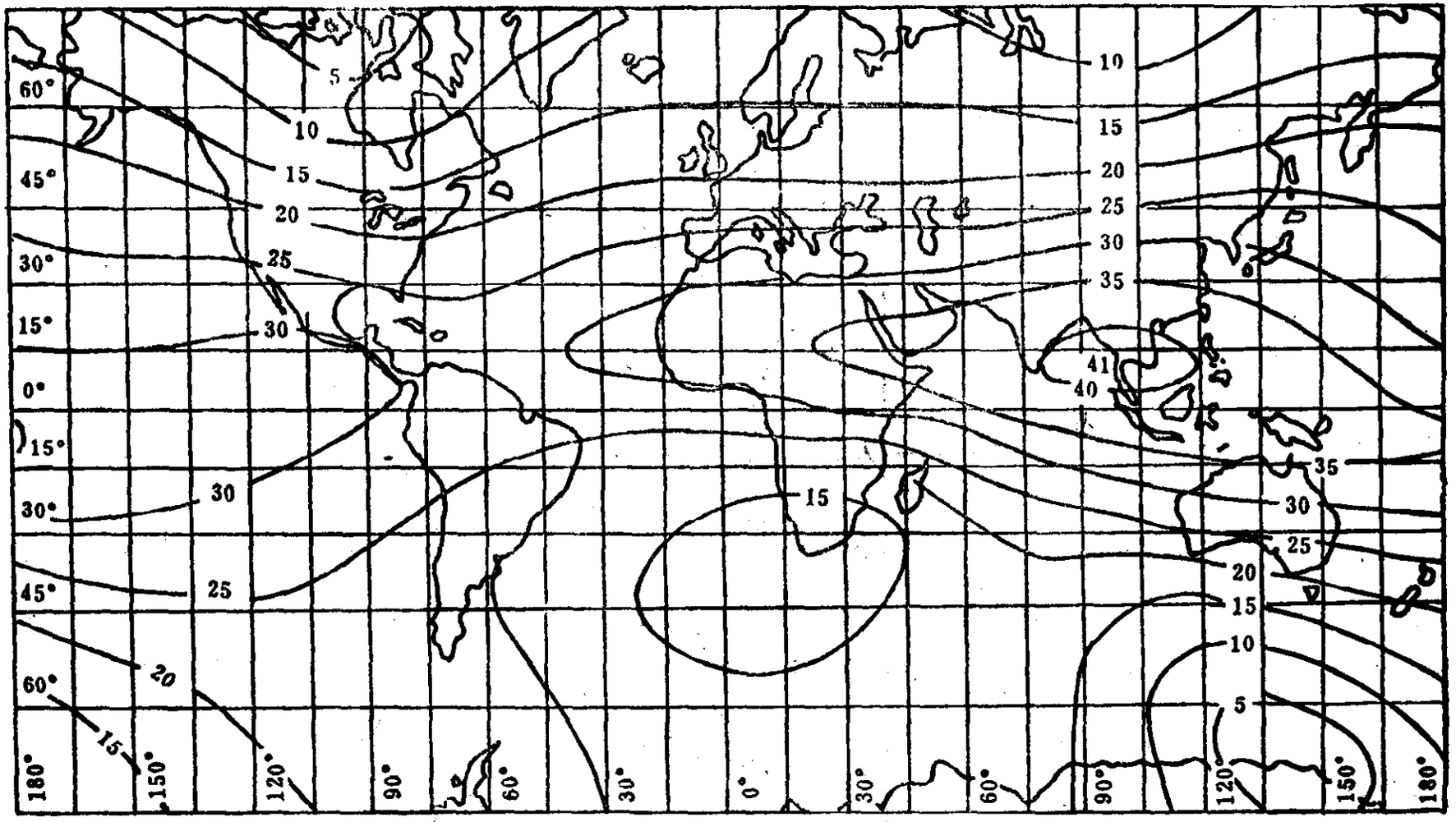


图1.2.5 世界地磁水平强度H等值线图（1980.0）〔单位(nT)〕

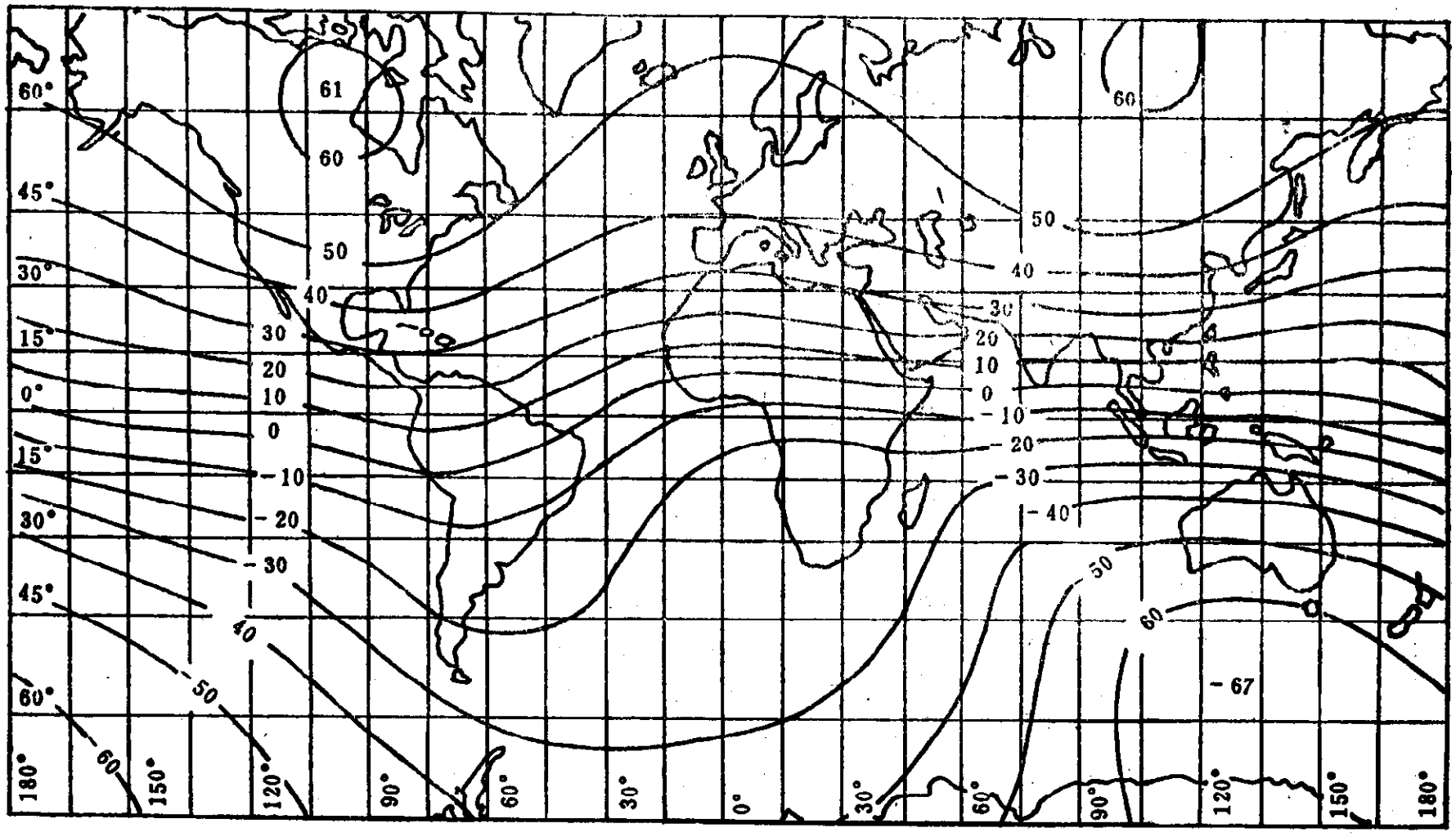


图1.2.6 世界地磁垂直强度Z等值线图（1980.0）〔单位为(nT)〕

2) 中国地磁要素的地理分布

垂直强度Z等值线呈东西走向，Z从南到北变化范围是（－1—5.7）$\times 10^{-5}$T。

水平强度H等值线呈东西走向，H从南到北变化范围是（4—2）$\times 10^{-5}$T。

等倾线呈东西走向，倾角I从南到北由－15°增至＋70°。

磁偏角D的零偏线由蒙古穿过我国西部延伸至尼泊尔、印度。零偏线以东，D变化由0°到11°（西）；零偏线以西，D变化从0°到5°（东）。

四、地球中心磁偶极子磁场分析

设磁轴与地轴重合的球心磁偶极子如图1.2.7所示。中心位于球心O点，相距$2l$的两磁极具有磁极强度m和$-m$，P为地面上任一点，P到O点的距离为R，磁偶极子的磁矩$\mathbf{M}=2m\mathbf{l}$，方向由$-m$指向m。此时磁偶极子在P点的磁位U_{mP}由（1.1.31）式有

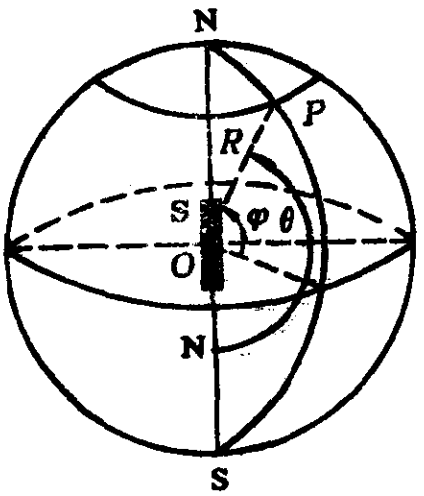


图1.2.7 地球中心磁偶极子示意图

$$U_{mP}=\frac{M}{4\pi R^2}\cos\theta \qquad (1.2.8)$$

式中 θ为磁轴正向与R之间的夹角，规定自磁轴正向开始反时针方向增大θ为正。

若φ为P点所处的磁纬度角，$\theta=90°+\varphi$，则有

$$U_{mP}=-\frac{M}{4\pi R^2}\sin\varphi \qquad (1.2.9)$$

以P为原点建立直角坐标系：x轴指北，y轴指东，z轴向下。磁轴与地轴重合，则磁位与经度无关。故三个轴向的磁场是：

$$\left.\begin{aligned} X &= -\frac{\partial U_m}{\partial x} = \frac{M}{4\pi R^3}\cos\varphi \\ Y &= -\frac{\partial U_m}{\partial y} = 0 \\ Z &= -\frac{\partial U_m}{\partial z} = \frac{M}{2\pi R^3}\sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (1.2.10)$$

P点的总磁场和磁倾角为：

$$\left.\begin{aligned} T &= \sqrt{X^2+Y^2+Z^2} = \frac{M}{4\pi R^3}\sqrt{1+3\sin^2\varphi} \\ \mathrm{tg}I &= \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}} = \frac{Z}{H} = 2\mathrm{tg}\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (1.2.11)$$

式（1.2.9）—（1.2.11）即为地磁场的近似中心偶极子场的解析形式，具有重要的实际意义。公式说明，任一点地磁要素的大小，与该点纬度和高度有关。

随纬度的不同，变化规律为：在磁赤道，$\varphi=0$，则 $Z=0$，$H=M/4\pi R^3=T$，$I=0$；在两磁极 $\varphi=\pm 90°$，则 $Z=2M/4\pi R^3=T$，$H=0$，$I=\pm 90°$。这个结果与地磁图上实测要素值基本相同。因此，用中心偶极子场近似表示地磁场至今乃有意义。

各要素沿子午线和随高度的变化梯度为：

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial x} &= \frac{\partial Z}{R\partial\varphi} = \frac{M}{\pi R^4}\cos\varphi = \frac{2H}{R} \\ \frac{\partial H}{\partial x} &= \frac{\partial H}{R\partial\varphi} = -\frac{M}{4\pi R^4}\sin\varphi = -\frac{Z}{2R} \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{\partial T}{R\partial\varphi} = \frac{M}{4\pi R^4}\cdot\frac{3\sin\varphi\cos\varphi}{(1+3\sin^2\varphi)^{1/2}} \end{aligned}\right\} \qquad (1.2.12)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial Z}{\partial R} &= -\frac{3M}{2\pi R^4}\sin\varphi = -\frac{3Z}{R}\\ \frac{\partial H}{\partial R} &= -\frac{3M}{4\pi R^4}\cos\varphi = -\frac{3H}{R}\\ \frac{\partial T}{\partial R} &= -\frac{3M}{4\pi R^4}(1+3\sin^2\varphi)^{1/2} = -\frac{3T}{R}\end{aligned}\right\} \qquad (1.2.13)$$

磁法勘探中，利用这些关系，计算正常地磁场的梯度和对大面积磁测进行正常梯度改正。

第三节　岩石和矿物的磁性

研究岩矿石的磁性有着极其重要的意义，它是确定在某地区投入磁法勘探的地球物理前提，是进行磁测成果的地质解释的基础。有关岩石磁性方面的研究成果又直接被用来解决广泛领域的地质问题和地球物理问题。如：大陆漂移、磁场迁移和反转、各地层之间的对比、构造研究及考古等。本节旨在从进行磁测设计及磁测成果地质解释的角度来介绍有关岩矿石的磁性。先讨论岩石磁性特点及影响岩石磁性的诸因素。然后讨论对强磁性矿体（$\kappa>0.01$SI（κ））有实用价值的消磁问题。

位于地球岩石圈中的岩石和矿体，从它们形成之时起，就受到一种不足100A／m的弱磁场磁化。所以，我们主要研究弱磁化磁场下岩矿石被磁化的情况。在弱磁场磁化的前提下，有关系式

$$\begin{aligned}J &= J_i + J_r\\ &= \kappa T + J_r\end{aligned} \qquad (1.3.1)$$

其中J为总磁化强度。J_i表示在现代地磁场中被磁化的感应磁化强度。并且认为感应磁化强度与现代地磁场T成正比，有$J_i=\kappa T$的简单关系存在。κ表示岩矿石的磁化率，是个由岩矿石特点决

定的物理量，它表示岩矿石能被磁化的难易程度。J_r为岩矿石的天然剩余磁化强度。

磁化强度和磁场强度之间量纲相同，在国际单位制中均用安培／米(A／m)。在CGSM制中，磁化强度用高斯（GS），磁场强度用奥斯特（Oe）。磁化率是个无量纲的量，在国际单位中用SI（κ）标明，在CGSM制中用CGSM（κ）标明。1SI（κ）$= \frac{1}{4\pi}$CGSM（κ）。

一、物质的宏观磁性

一切物质都有磁性，这是因为一切原子都具有一定的磁矩。不同的物质由于电子壳层中电子的数量及其相互作用的不同，使其具有不同的宏观磁性，可以分为抗磁性、顺磁性、铁磁性三类物质。

（一）抗磁性物质

抗磁性物质的磁化率为负数，磁化率与温度大小无关，有$J=\kappa T$（$\kappa<0$）存在。T为磁化磁场的磁场强度。

所有惰性气体及一些金属和非金属如锌、金、汞、硅、磷、硫等都属于抗磁性物质。常见的抗磁性矿物有石英、方解石、石墨、金刚石、岩盐、石膏、石油等。这类矿物磁化率很小，一般为-10^{-5}SI（κ）数量级。在磁法勘探中可以看作无磁性。

（二）顺磁性物质

顺磁性物质的磁化率κ大于零，κ大小与绝对温度成反比。在一定温度条件下，有$J=\kappa T$存在。顺磁物质有稀土金属、碱金属及铁族盐类。在较高温度下，铁、镍、钴等也具有顺磁性。属于顺磁性的矿物，最常见的有黑云母、辉石、角闪石、蛇纹石、堇青石、褐铁矿、石榴子石等。其磁化率变化在10^{-5}—10^{-3}SI(κ)之间。

（三）铁磁性物质

铁磁性物质最根本的特点是有自发磁化，存在磁畴。当外磁

场为零时，磁畴作不规则排列，物质总磁矩为零。存在磁化磁场时，沿外磁场方向磁畴变大或取定向排列，物质被磁化，总磁矩不为零。但磁化过程很复杂。一是J与T之间呈复杂的磁滞回线关系，有磁滞现象。二是κ与温度大小有关，出现居里温度。

由大家熟知的磁滞回线知，J是磁化磁场T的多值函数。磁化率κ也是T的多值函数。仅当磁化磁场很小时，磁化处于可逆状态，才可以用

$$J_i = \kappa T \qquad (1.3.2)$$

来描述感应磁化强度J_i与磁化磁场强度T之间的关系。由于地磁场是不足100A／m的弱磁场，其变化范围大体上也不超过这个级次。因而岩矿石的感应磁化强度J_i与T的关系，可用（1.3.2）式来描述。

居里温度是指在磁化磁场恒定的条件下，磁化率κ与温度T的突变关系，见图1.3.1。从低温开始，自发磁化存在，物质磁性表现为铁磁性，κ很大，而且随着温度T的增加，κ越来越大，在$T=T_c$时达极值。当$T>T_c$时，自发磁化消失，物质表现为顺磁性，κ突然变小趋于零。这个临界温度T_c称为居里温度或居里点，它是物质本性的重要特征，在岩石磁性研究中，很有用处。

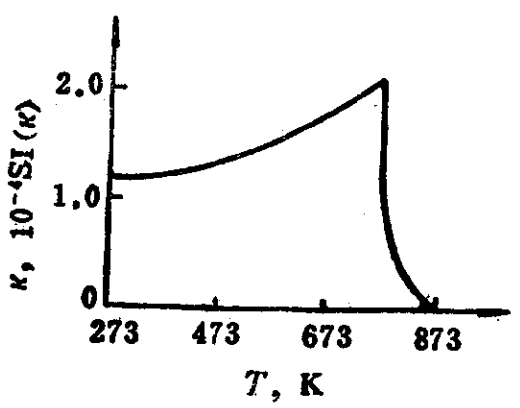


图1.3.1 磁化率随温度变化曲线

铁磁性物质还只是一个总的名词，事实上包括一些亚类。从磁矩定向排列的特征，一般将铁磁性物质分为三亚类：如果磁畴中的所有原子磁矩趋向同一方向，则该物质称为铁磁性的，（完全铁磁性的）。如果磁畴中一些离子磁矩的方向反平行排列，正反向排列的磁矩数量相同，其磁畴磁矩应为零，则物质磁化率表现很小，但具有很大的矫顽磁力，称为反磁性物质。如果

磁畴内磁性离子反平行排列，但磁矩互不相等，故每一磁畴仍具有自发磁矩。所以，具有较大的磁化率和剩余磁化强度，称为亚铁磁性物质（或称铁淦氧磁性物质）。

金属铁、镍及钴都是真正的铁磁性物质。磁铁矿属于典型的亚铁磁性物质。另外，磁黄铁矿、钛尖晶石、磁赤铁矿（αFe_2O_3）均为亚铁磁性物质。在各种合金中，化学成分为$MoFe_2O_3$的金属氧化物，诸如Mg，Ni，Co，Mn，Ti，Cu，Zn，Cd等氧化物也是亚铁磁性物质。赤铁矿（αFe_2O_3）大概是人们最为熟悉的反铁磁性矿物，另外钛铁矿也是反铁磁性物质。

二、铁磁性矿物和铁磁性矿物地球化学特征

一般说来，岩石因具有不同类型，其造岩矿物是很多的。在这众多的矿物中，仅有两个地球化学组合使岩石具有较大的磁性。一是铁-钛-氧系，一是铁-硫系。前者的地球化学特征及磁性特征已作了相当详细的研究，后者到目前为止，研究的还不够详尽。

（一）Fe-Ti-O系

由FeO，Fe_2O_3，TiO_2三种成分组合成自然界中大部分的亚铁磁性矿物。这三种成分可按不同的比例组成固熔体，出现不同的磁性矿物，一般称为$FeO-Fe_2O_3-TiO_2$三元系。在这个三元系中，最重要的是磁铁矿、磁赤铁矿、钛铁矿和赤铁矿等，其主要特征如表1.3.1。

表中磁铁矿是最基本的最重要的带有磁性的矿物。磁铁矿与钛尖晶石组成二元系列。实际中，纯磁铁矿很少见，常常含有TiO_2成分。当含有很多TiO_2时，就称作钛磁铁矿。钛磁铁矿的居里点将低于磁铁矿的居里点，并且含Ti愈多，居里点愈低，直到降到钛尖晶石的居里点153K为止。

磁赤铁矿是另一类常见的重要磁性矿物，但纯磁赤铁矿在573K以上则不稳定，会自发变成赤铁矿，纯净的磁赤铁矿居里

表1.3.1 铁磁性矿物特征表

矿物名称	化学式	结晶构造	居里点或Neel点	饱和磁化强度 10^3A／m	磁化物质类型
磁铁矿	Fe_3O_4	立方晶系	853K	92	亚铁磁性
钛铁矿	$FeTiO_3$	立方晶系	373～423K	0.2	反铁磁性
磁赤铁矿	γFe_2O_3	立方晶系	573K	83	亚铁磁性
赤铁矿	αFe_2O_3	菱形六面体	948K*	0.2	反铁磁性
钛尖晶石	Fe_2TiO_4	立方晶系	153K		亚铁磁性

点很难测到。有人推测是773K以上，也有人推测为948K。含杂质的磁赤铁矿则比较稳定，可在973K以内不转变为赤铁矿。

在表1.3.1中列出了钛铁矿与赤铁矿两种反铁磁性物质，由它们组成的赤铁矿-钛铁矿二元系列，都是反磁性的。对反磁性物质而言，*号所标的为Neel温度，是热扰动破坏反铁磁性物质中磁畴排列的临界温度，它与居里温度不同。赤铁矿是由于磁铁矿和磁赤铁矿在较高温度下氧化而来的，因而自然界中赤铁矿常含有铁磁性的磁铁矿和磁赤铁矿杂质，使其磁性增大。

（二）铁-硫系

自然界铁的硫化物中有磁性而分布又最广的是磁黄铁矿。它是硫铁矿（FeS）与黄铁矿（FeS_2）之间的二元系列的固熔体。磁黄铁矿化学式为FeS_{1+x}。当$0<x<0.1$时，它可能是反铁磁性的，而当$0.1<x<0.25$时为亚铁磁性的，磁黄铁矿也有α型与γ型之分，γ型磁黄铁矿磁化率值较大。磁黄铁矿的居里点在573K—597K之间。

（三）其它磁性矿物

自然界还存在另外一些磁性矿物，如果铁锰矿（$MnFe_2O_4$）、黑铁镍矿（$NiFe_2O_4$）、镁铁矿（$MgFe_2O_4$）等，它们是铁的氧化物矿，但含有Mg，Mn，Ni，Cr等杂质。另外，铁的氢氧化

物，如针铁矿αFeOOH及纤铁矿γFeOOH等，这些矿物也有一定磁性。有的剩磁很稳定，有的饱和磁化强度相当大。其分布虽然不如Fe-Ti-O系及Fe-S系矿物普遍，但在一些特定条件下，仍然有其重要性。

（四）*磁性矿物形成的地球物理化学条件*

所有岩石的磁性，基本决定于上述磁性矿物的存在。而上述磁性矿物的形成及特性，首先取决于岩石的成分组成。另外，还受矿物形成的热力学条件控制。如受压力、温度、氧分压力、含氧指数等的控制。这些条件在岩浆结晶、沉积、变质三个基本的地质作用过程表现不一样。

岩浆岩是在相当高的温度，相当大的压力和比较低的氧分压力条件下形成的。在这种条件下形成的磁性矿物含有Fe^{2+}和Fe^{3+}，主要有钛磁铁矿、磁黄铁矿、钛尖晶石等亚铁磁性矿物。随着氧分压的增加（例如岩浆喷在地表），高温氧化导致形成磁铁矿、赤铁矿等。岩浆岩形成时的温度压力条件也决定磁性矿物颗粒大小和矿物组合结构。一般岩浆岩结晶分异明显，晶体发育完好，颗粒较大。喷出岩结晶分异则差，且颗粒较小。另外，易形成片理状，条带状构造，造成岩石的磁各向异性。

沉积物和沉积岩的磁性矿物可分为化学沉积生成和碎屑沉积生成两类。化学沉积的磁性矿物是由FeOOH经脱水作用而形成的。它是在浅海及近海岸线的条件下，即在常温常压的条件下，经氧化还原而成。在高氧化条件下，经脱水形成赤铁矿和磁赤铁矿。在还原条件下，会出现少量的磁铁矿，或铁的硫化物，如黄铁矿，磁黄铁矿等。由铁的氢氧化物经脱水而成的磁性矿物，一般颗粒极其微小，只有0.1μm或更小，它是由其它成因的磁铁矿、钛铁矿和赤铁矿经低温风化和机械搬运而来。

变质作用能使火成岩与沉积岩中的氧化物的构成产生显著的变化。热液变质作用使磁铁矿被氧化，温度较高时形成赤铁矿，温度较低时形成磁赤铁矿。但这种氧化作用经常是不完整的，仅

部分磁铁矿的晶体在沿破损面发生了作用。另外，较深的区域变质作用可能把赤铁矿还原成磁铁矿，鞍山式铁矿就是这种例子。

三、岩石磁性

岩石磁性主要由所含铁磁性矿物的成分、含量、颗粒大小等因素决定。此外还和温度、磁化磁场的大小等因素有关。岩石形成后所受的变质、蚀变、风化作用会改变岩石的矿物组分和岩石的结构构造，因而也会改变岩石磁性。岩石所受的应力对磁性也有影响，但其值较小，雷击可明显改变岩石磁化强度的大小和方向，但主要只是对地表1—2m深的岩石有影响。这节我们讨论岩石磁性就只着重讲所含铁磁性矿物的含量、大小等因素的影响，另外还就剩余磁化强度作一专门讨论。有关温度、磁化磁场大小、变质等因素影响在本节前面已涉及，应力及雷击影响较小就不再讨论。

（一）岩石磁性与磁性矿物的关系

岩石的磁性由所含磁性矿物的类型、含量、磁性矿物颗粒的大小以及分布形式所决定。由于这种关系具有随机性质，通常用统计学的方法来研究它们之间的相关关系。

1. 岩石中磁性矿物的含量对岩石磁性的影响

岩石中的磁性矿物的含量对岩石磁性有决定性的影响。一般说，火成岩磁性最强，变质岩次之，沉积岩最弱。各类岩石的磁性大致范围如表1.3.2所示。

表1.3.2反映了这样一个事实，大多数沉积岩几乎不含铁磁性矿物，所以基本上无磁性，一些沉积岩则因含少量铁磁性矿物而显示磁性。火成岩一般不同程度地含有铁磁性矿物，大多显示铁磁性特征。火成岩由酸性到基性，二氧化硅含量渐减，而铁磁性矿物含量渐增，其磁性也有增加的趋势。但有时也出现一些特殊情况，如一些花岗岩，角岩因含有较多的磁铁矿而有较高的磁性；而某些辉长岩、纯橄榄岩磁性却很低。铁矿石则因其铁磁性

表1.3.2 各类岩(矿)石磁性变化范围表

岩石类型	κ，10^{-6}SI(κ)	J_r,10^{-6}(A/m)
超基性岩	10^1—10^3	10^{-1}—10^1
基性岩	10^0—10^3	10^{-3}—10^1
酸性岩	10^0—10^2	10^{-3}—10^1
变质岩	10^1—10^2	10^{-3}—10^{-1}
沉积岩	10^{-1}—10^1	10^{-3}—10^{-1}
磁铁矿及钛铁矿	10^2—10^5	10^0—10^3
其它铁矿	10^0—10^4	10^{-3}—10^2

矿物占主要优势而具有很强的磁性。不少研究者讨论了岩矿石的磁化率与磁铁矿含量之间是否存在正比关系的问题，并指出在局部地区是可能存在相关关系的。但这种相关关系不可能完全不变地推广到不同地区。事实上，磁性矿物的形态、颗粒大小、组分等对岩石磁性存在明显影响。

2. 岩石中磁性矿物颗粒大小对磁性的影响

岩石中的磁性矿物颗粒变化很大，其直径可从毫米级变到10^{-5}毫米级或更小。一般地在给定的外磁场作用下，含有细粒铁磁组分的物质中，所感应出来的磁化强度，要比具有相同含量、粗颗粒的物质中所产生的磁化强度低得多。而剩余磁化强度则大。H_c与颗粒关系，见图1.3.2。

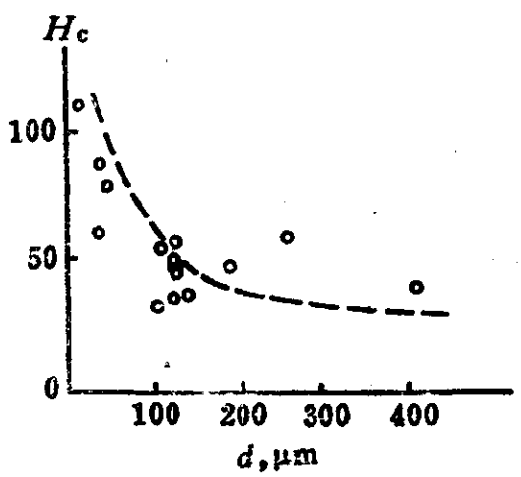


图1.3.2 矫顽磁力与颗粒大小的关系

3. 岩石中磁性矿物的分布状态对磁性的影响

铁磁性矿物的分布状态也影响磁化率的大小。颗粒彼此孤立或者相互胶结在一起形成不同形状磁化体，因形状不同，具有不同的退磁作用（参见本节三），因而造成磁化率也不同。

（二）岩石的剩余磁化强度

1. 岩石的剩余磁化强度类型

岩石的剩余磁化强度是岩石磁性的两个组成矢量之一。它对磁法勘探及古地磁学均有极大的价值。我们把在岩石中直接观测到的剩余磁化强度，称作天然剩余磁化强度，通常用NRM代表，并记作J_r，在式（1.3.1）中的J_r实际为NRM。事实上，NRM和岩石形成时的一系列因素，以及形成后所经历的漫长岁月中一系列因素有关。这些因素可以归结为铁磁性矿物成分、含量、应力、时间、化学变化等。所以NRM的成因是很复杂的，它们的主要类型有：

1）热剩余磁化强度（TRM）

TRM又称温差剩余磁化强度，是岩石从居里点以上的温度通过居里点降到某一温度时，在恒定磁场中被磁化所得的剩磁，简称热剩磁，我们记比值

$$Q = J_r / J_i = J_r / \kappa T$$

其中J_r为剩余磁化强度大小，J_i为当代地磁场的感应磁化强度大小，Q称为Koenisberger比值。当剩余磁化强度J_r上全为热剩余磁化强度（J_{rt}）时有：

$$Q = J_{rt} / J_i$$

一般由于降温过程中经过居里温度时铁磁性矿物的κ很大，因而剩余磁化强度J_{rt}很大，故$Q = J_{rt} / J_i$很大。这是TRM的一个明显特性，另外，TRM有很高的稳定性。除下面要讲的化学剩磁外，它要比其它类型的剩磁稳定得多。岩石剩余磁性的稳定性概念，是指保持岩石所获得的某种剩磁的能力，或指退掉等量剩余磁性时所需要的外来作用力，（如磁场、温度、酸中浸泡的时间等）。所需要的外来作用力越大，则称为越稳定。

2）碎屑剩余磁化强度（DRM）

水中或空中悬浮的磁性碎屑颗粒，在恒定磁场作用下，由沉积过程定向排列而得的剩余磁化强度叫碎屑剩余磁化强度，或简

称碎屑剩磁。在地磁场中，碎屑剩磁的强度与外磁场成正比。由于碎屑物颗粒的原剩磁本质上是热剩磁，因此碎屑剩磁也有较高的稳定性。由于不可能全部颗粒都取定向排列，所以碎屑剩磁比较小。

3）化学剩余磁化强度（CRM）

在一定磁场中，磁性物质在低于居里点温度的条件下，长时间连续脱溶和分解，例如氢氧化铁还原为赤铁矿，或者在沉积以后，经历了化学变化和重结晶而获得的剩余磁化强度称为化学剩余磁化强度。化学剩磁有高的稳定性。化学剩磁强于碎屑剩磁，而弱于热剩磁。

此外，还有等温剩余磁化强度（IRM）和粘滞剩余磁化强度等，不再详细讨论。

2．岩石剩余磁性的成因

上面介绍的几种类型的磁性，如按岩石形成的先后次序，可以分为原生剩余磁性和次生剩余磁性两类。原生剩余磁性是指与成岩过程同时产生的磁性；例如，火成岩的原生剩余磁性是由于热剩磁原因形成的；沉积岩的原生剩余磁性是碎屑剩余磁性和化学剩余磁性；次生剩余磁性是指成岩以后的次生变化的剩余磁性。一般把热剩磁、化学剩磁、碎屑剩磁归入原生剩磁，而把等温剩余磁性、粘滞剩余磁性归入次生剩磁。

1）火成岩剩磁的原因

说火成岩的原生剩磁是热剩磁是有大量实际资料和实验做依据的。火成岩剩磁的第一个特点是Q值大，一般在2到10之间，甚至有时超过100。也有少数情况Q稍小于1。Q值大是特别有意义的，从磁化的理论可知，J_r要大必须是形成剩磁时的磁化磁场很大，或者形成剩磁时的κ值大。地磁场是弱磁场，现在还没有充分的资料证明古地磁场和现代磁场在数值上有较大变化。因此，岩石有较大的剩余磁性，不能以磁化场的大小变化去解释。进一步观测现代火山喷出岩的Q值，发现其Q值也同样大。例如日本

1914年及1940年在三原喷出的熔岩，其Q值为27—135，1940年三宅岛喷出的熔岩，其Q值是16—42。这一事实说明并非大的磁化磁场形成了大的Q值，而是形成剩磁时的κ值大，才使Q值大。从铁磁性磁化理论知道，仅在铁磁性矿物经过居里点冷却，才能有大的κ值。由于岩浆通常在1073K开始凝固，形成各种固熔体。铁磁性矿物的居里点一般在973K以下，故火成岩在高于居里点的温度，下降到居里点以下时，可获得温差顽磁性，形成大的Q值。火成岩的剩磁另一个明显特点是高度的稳定。在10000A／m峰值的交变磁场下很少能使火成岩剩余磁化强度退磁，而同样强度的等温剩余磁化在同一交变磁场中几乎全部退磁。这也和热剩磁特点相同。

因而认为火成岩的剩磁是热剩磁。

2）沉积岩剩磁的原因

沉积岩的剩磁原因与火成岩完全不同，它没有高温冷却过程，而是通过沉积作用和成岩作用两个过程形成的。沉积过程中碎屑剩磁形成了沉积岩的部分磁性，沉积岩的成岩作用经受氧化和脱水过程，获得化学剩磁。因此，沉积岩的剩磁成因就包括碎屑剩磁和化学剩磁两种成分。

3）变质岩的剩磁成因

变质岩在变质以前可能具有剩磁。正变质岩原岩为火成岩，可能有热剩磁，负变质岩原岩为沉积岩，可能有碎屑剩磁和化学剩磁。

变质作用伴随着高温高压作用，会有新矿物生成，岩石的结构构造也会发生变化，这样就很难保持原来的剩余磁性。变质作用主要影响是形成化学剩磁和高温粘滞剩磁，与此同时，矿物因压力作用形成各向异性。

3．岩矿石反转磁化的成因

实际测定结果表明，相当多的岩矿石和沉积物其剩余磁化方向与现代地磁场方向相反。这种现象称为反转磁化。有很多解

释，一种可能是岩石在“自身反转磁化”中获得与地磁场相反的磁化强度。对这种“自身反转磁化”现象的解释理论又出现很多种。一个较易接受的理论是关于岩石中有两种不同磁性组分的理论。这种理论认为岩石存在居里温度不同的A和B两种组分集合体，岩石在外磁场作用下从高温冷却时，居里温度高的A先磁化，其磁场迭加在地磁场上，当A集合体的磁场T_A大于正常地磁场T_0时，致使居里温度低的B在一定条件下所受的磁化磁场与地磁场相反，因而形成B的反转磁化。如果B组分的磁化强度大于A或者A组分发生化学变化引起磁性消失，则B组分就表现出明显的反转磁化。显然，自身反转磁化是要有特殊的矿物条件，产生自身反转磁化机制是很严格的。因此，自然界中被证明自发反向的例子仍旧很少，不足以说明众多的岩石反转磁化。因而，提出另一种理论，认为地磁场本身的方向曾发生过多次频繁的倒转。因为地磁场是磁化磁场，地磁场倒转，磁化也就倒转了。这种理论受到以下事实的支持：首先，地磁场反转必是全球性事件，所以同一时代的岩石，无论其岩石类型如何，均应具有同一极性。其次，与火成岩接触且被火成岩烘烤的接触带岩石，由于它们与火成岩同时冷却，其磁化方向与火成岩磁化方向一致，而与火成岩、围岩的岩石类型无关。大量的观测都证明了以上事实，例如，晚石炭世至晚二叠世约5千万年的地磁反转，已被世界各地的岩石普遍证明。

以上理论如果存在，当然应在连续的岩石序列中，观察到极性变化的过渡带。这种过渡带现已被世界若干地方发现，但并不十分普遍。最主要的问题是地磁场形成机制不清，其反转机制也就不能圆满解释。

四、有限物体磁化强度和物体形状的关系

如前所述，有$J_i=\kappa T$，但这个关系式仅当介质均匀，并且充满无限空间时，才是正确的。有限物体的磁化强度则与它的形态有关。为讨论这种关系，要引入消磁作用和视磁化率的概念。

（一）消磁作用和视磁化率

设有限均匀介质，在外磁场T_0作用下磁化。物体的表面将有面磁荷分布，因而在物体内部产生了一个与T_0相反的磁场T_e，如图1.3.3所示。物体的内部的磁场为

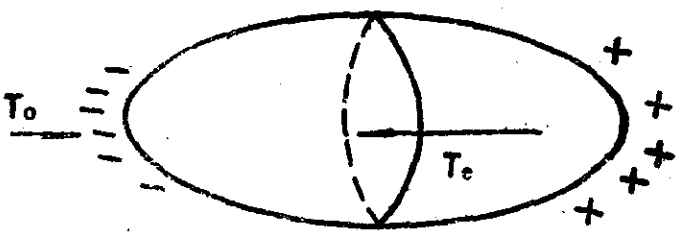


图1.3.3 有限物体退磁场示意图

$$T = T_0 + T_e$$

从而使物体内部的磁场比外磁场T_0小。称T_e为退磁场（或消磁场），这种作用称消磁作用。对于均匀磁化椭球磁性体，根据Lame函数理论可证明：

$$T_e = -NJ \qquad (1.3.3)$$

式中N为与物体形状有关的系数，称其为消磁系数（或退磁系数），负号表示T_e的方向与J相反。设物体的磁化强度为

$$J = J_i + J_r$$

因而式（1.3.3）可写为

$$T_e = -NJ = -N(J_i + J_r)$$

故经退磁后形成的感应磁化强度有

$$J_i = \kappa T = \kappa[T_0 - N(J_i + J_r)]$$

将上式稍加整理得

$$J_i = \frac{\kappa}{1+N\kappa}T_0 - \frac{\kappa}{1+N\kappa}NJ_r \qquad (1.3.4)$$

令

$$\kappa' = \kappa/(1+N\kappa) \qquad (1.3.5)$$

或

$$\kappa = \kappa'/(1-N\kappa') \qquad (1.3.6)$$

则有

$$J_i = \kappa' T_0 - \kappa' N J_r \qquad (1.3.7)$$

如$J_r=0$，则有

$$J_i=\kappa' T_0 \qquad (1.3.8)$$

它表示有限均匀介质仅有感磁的磁化情况。κ称为真磁化率。κ'为视磁化率，是一个与形状有关的物理量。相同磁性的介质形状不同时，κ'不同，如果$J_r\neq 0$，则J_r会影响J_i的大小和方向，由式（1.3.7）知，当$T_0=0$时，得$J_{ir}=-\kappa' N J_r$。将式（1.3.7）代入$J=J_i+J_r$，则有

$$J=\frac{1}{1+N\kappa}(\kappa T_0)+\frac{1}{1+N\kappa}J_r \qquad (1.3.9)$$

若令

$$\left.\begin{aligned} J_r' &= \frac{1}{1+N\kappa}\kappa T_0 \\ J_i' &= \frac{1}{1+N\kappa}J_r \end{aligned}\right\} \qquad (1.3.10)$$

则仍有

$$J=J_i'+J_r' \qquad (1.3.11)$$

由式（1.3.10）可见，当有剩磁存在时，消磁作用既影响J_i，又影响J_r。它们可以用式（1.3.9）和（1.3.10）的形式进行改正。但要注意这只是一种形式，物理实质上并不存在现代磁场对有限物体J_r的消磁作用。

（三）消磁系数

均匀磁化假设条件下，消磁系数N的大小与物体形状的关系，已进行过相当详细的研究。消磁系数N可以采用计算方法算得，也可以采用实验方法求得。对非均匀磁化的退磁系数则尚未做深入研究。

理论可以证明，只有当物体的表面是二次曲面才能使磁场处处相等。因而在磁化场均匀，κ，J_r处处相等的条件下，可成为均匀磁化物体。而二次曲面中，只有椭球体是个有限体。所以，

一个有限体要在均匀外磁场中被均匀磁化，必须是一个椭球体、球体、无限长椭圆柱体、圆柱体及无限延伸薄板可视作椭球体的一些特例。它们的退磁系数已经算出，如表1.3.3。

表1.3.3 各种规则形体消磁系数表

形体名称	磁化方向	消磁系数
球体	沿球体半径方向	$\frac{4}{3}\pi$
无限长圆柱体	平行（走向）轴向方向	0
	垂直（走向）轴向方向	2π
无限长椭圆柱体	平行（走向）轴向方向	0
	沿柱体横截面椭圆短半轴（a）方向	$4\pi\frac{b}{a+b}$
	沿柱体横截面椭圆长半轴（b）方向	$4\pi\frac{a}{a+b}$
无限大薄板状体	平行板面方向	0
	垂直板面方向	4π

不是由二次曲面限定的物体，由于不满足均匀磁化条件，一般不通过计算，而用物理模拟方法通过实验来求它们的退磁系数。有限长圆柱，半圆柱等适于岩芯标本的特殊形体的退磁系数，已有实验结果，可在磁法勘探规范及有关文献中找到。

第二章　磁场的测量

第一节　测量磁场的仪器

测量地磁场强度及其偏角、倾角的装置统称为磁力仪。磁力仪按其结构和工作原理大体上可分为机械式磁力仪和电子式磁力仪两类。机械式磁力仪出现较早，主要仪器有悬丝式磁力仪、刃口式磁力仪。这类仪器适用于地面磁测，测量的是地磁场的相对值。在较长的时间内，这类仪器得到了广泛的应用。电子式磁力仪是较近代的仪器，已广泛用于航空和海洋磁测中，地面磁测也开始应用。这类仪器目前主要有磁通门磁力仪、质子旋进磁力仪、光泵磁力仪和超导磁力仪等。可以测量地磁场的绝对值、相对值或梯度值。这节将主要介绍我国目前广泛应用的几种仪器，也简单介绍其它仪器的工作原理。

一、机械式磁力仪

（一）悬丝式磁力仪

悬丝式磁力仪本世纪40年代末出现以来，经过不断的改进，目前已是重量轻、操作方便、效率高、使用非常广泛的一种磁测仪器。因测量要素不同，又有悬丝式垂直磁力仪和悬丝式水平磁力仪之分。此两种仪器原理基本上相近。以下简单介绍悬丝式垂直磁力仪测量磁场的原理。

1．磁系平衡方程式

仪器由主体、三角架、罗盘和格值仪四部分组成，其核心部分是仪器主体的磁系。它相当于一个可绕水平轴转动的磁针，如图2.1.1所示。由于磁系的设计，整个磁系的质量中心P在悬丝的下方且偏向S极一端。磁棒S、N极的连线为磁轴，O表示悬丝通过的位置，即磁系的旋转轴。

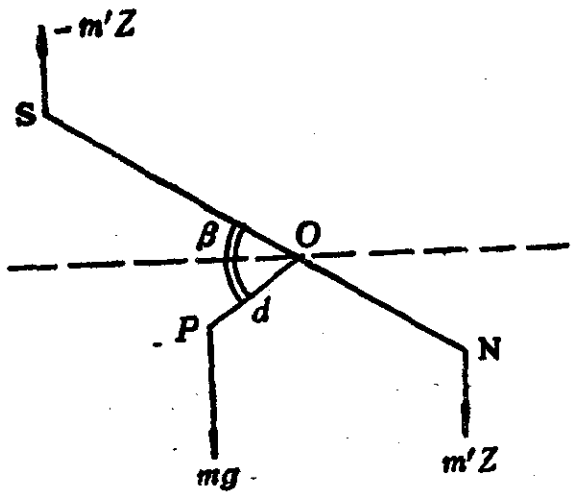


图 2.1.1 磁系工作原理示意图

在测量磁场的垂直分量时，将仪器的悬丝水平地对准磁南北方位，即磁棒处于磁东西铅垂面内摆动。此时水平磁场H在磁系转动面内的分量为零，对磁系不产生转动磁力矩。磁棒静止时，磁轴倾角为i。设$PO=d$，PO与磁轴夹角为β，磁系的质量为m，重力加速度为g，地磁场感应强度的垂直分量为Z，磁系两极的磁荷量为m'；则磁系的转动受到磁力矩、重力矩和扭力矩的作用。它们的大小分别为$ZM\cos i$、$mgd\cos(\beta-i)$和$2\tau i$，方向如图所示，扭力矩的方向与磁棒转动的方向相反。M是磁棒的总磁矩，τ是与悬丝的材料、形状和大小等有关的常数，称扭力系数。当平衡时各力矩的总和应为零，磁系的平衡方程式为

$$ZM\cos i = mgd\cos(\beta - i) + 2\tau i \qquad (2.1.1)$$

整理得

$$Z = \frac{mgd\cos\beta}{M} + \frac{mgd\sin\beta}{M}\mathrm{tg}i + \frac{2\tau i}{M\cos i} \qquad (2.1.2)$$

在仪器设计中$i \leqslant 1.5°$，则

$$Z = a + \left(b + \frac{2\tau}{M}\right) i \qquad (2.1.3)$$

其中 $a=mgd\cos\beta/M$、 $b=mgd\sin\beta/M$。磁系重心固定后，a及$b+2\tau/M$就是常数。

测量磁场是将磁棒倾角i的变化转换为刻度尺上刻度的变化来观测的。这个转换装置称光系，如图2.1.2所示。光线从S_0沿镜筒垂直向下射到与磁轴平行的平面反光镜上，反射线通过刻度

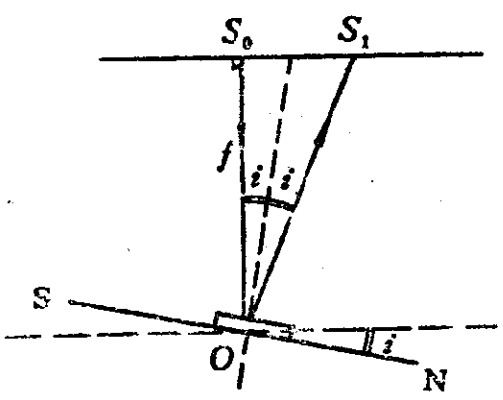


图2.1.2 光系读数原理

尺的 S，如果磁系倾角为 i 时，则有 $\mathrm{tg}2i \approx (S-S_0)/f$，$f$ 是物镜的焦距。由于 i 很小，有 $\mathrm{tg}2i \approx 2i$，故有

$$i = \frac{S-S_0}{2f} \qquad (2.1.4)$$

将式（2.1.4）代入（2.1.3）得

$$Z = a + \varepsilon_Z (S-S_0) \qquad (2.1.5)$$

其中

$$\varepsilon_Z = \left(b + \frac{2\tau}{M}\right)/2f$$

$$= (mgd\sin\beta + 2\tau)/2fM$$

称为仪器格值。在仪器调定后是一个常数，表示刻度尺上每一格所表示的磁场值，可在已知磁场条件下测出，单位是 nT／格。

2．测定磁场的原理

设在磁测基点处，磁场垂直分量 Z_1，仪器读数为 S_1 由式（2.1.5）有

$$Z_1 = a + \varepsilon_Z (S_1 - S_0)$$

在测点上，磁场为 Z_2，读数为 S_2，则有

$$Z_2 = a + \varepsilon_Z (S_2 - S_0)$$

观测点的磁异常是观测点和磁基点 i 相对差，

即

$$\Delta Z = Z_2 - Z_1 = \varepsilon_Z (S_2 - S_1) \qquad (2.1.6)$$

这就是悬丝式垂直磁力仪测定地磁场的原理。

（二）刃口式磁力仪

将石英三棱柱形刃口和磁系固定在一起，刃口朝下放置在石英刃座上。当外界磁场有微弱变化时，磁系就以刃口和刀座的接触点为支点自由摆动，磁系倾斜的大小反映了外磁场的强弱。由这种装置构成的测量磁场的仪器就是刃口式磁力仪。也有测量垂直分量的刃口式垂直磁力仪和测量水平分量的刃口式水平磁力仪

两种。这种仪器在结构上与悬丝式磁力仪有差别，但工作原理是相近的。

刃口式磁力仪因石英刃口性能稳定，受温度影响小，零点飘移也小，精度较高（CR_2—69型可达$\pm 2n$T），适于弱磁测量、日变观测和岩石标本的磁性测量。然而石英性脆、易损限制了此仪器的使用范围。

二、电子式磁力仪

随着科学技术的迅速发展，磁测仪器不断更新，向着电子式的高精度、多功能、轻便可靠、数据自动处理方向发展。

国外目前所产高精度磁力仪，其灵敏度大都在0.1nT以上，仪器重量一般小于3kg，其功能不仅可测量磁场值，还可直接测量磁场沿不同方向的梯度。而且均可进行数据自动处理，目前我国生产的质子旋进式磁力仪和光泵磁力仪其性能已接近或达到上述水平。

目前我国高精度磁测中所用的主要是质子旋进式磁力仪和光泵磁力仪。下面分别介绍地面高精度磁测中用的这两类磁力仪。

（一）光泵磁力仪

光泵磁力仪1957年开始应用于地球物理工作。这是一种高灵敏度、高精度磁力仪，它的准确度也比较高，可以连续测量地磁场及很微弱磁场。因此，很快就在航空磁测、宇宙磁测中获得了应用。近年来，仪器向重量轻、便于携带方向发展，因而在地面磁测中得到了愈来愈多的应用。光泵磁力仪按其工作原理可分为跟踪式磁力仪和自激式磁力仪，按其所采用的共振元素可分为氦(He^4)磁力仪和碱金属（Cs、Rb、Na、K）磁力仪。

1．跟踪式光泵磁力仪的基本原理

跟踪式光泵磁力仪，其探头的装置示意图如图2.1.3。

氦灯里充有较高气压的He^4，它受高频电场激发后发光。光通过凸镜、偏振片、$\frac{1}{4}$波长片形成波长为1.08μm的圆偏振光照射到吸收室。安装时光学系统的光轴大致平行于被测磁场。

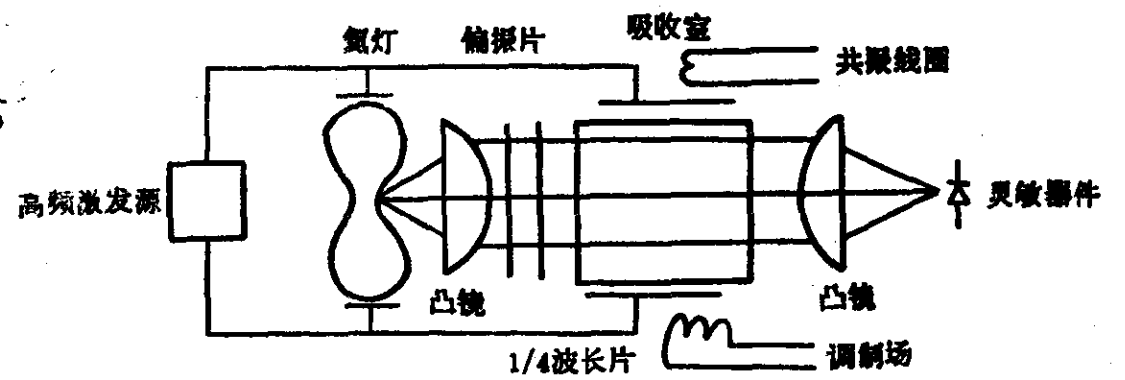


图2.1.3 探头结构示意图

吸收室内充有较低气压的He^4，它经高频电场放电，里面的He^4原子变为亚稳态正氦，并且有磁性。从氦灯射来的圆偏振光与亚稳态正氦作用，产生原子跃迁，原子跃迁频率f与外磁场T大小有精确的关系，即：

$$f = \gamma_p \cdot \frac{T}{2\pi} \qquad (2.1.7)$$

式中γ_p为原子的磁旋比率。对于He^4来说有：

$$f = (28.02356 \pm 0.0003)(Hz/nT) \qquad (2.1.8)$$

利用圆偏振光实现原子磁矩在光的作用下定向排列。当原子磁矩按定向排列后，由氦灯射来的圆偏振光才可穿过吸收室，经凸镜聚焦照射到光敏元件上，形成较大的光电流。此时若垂直外磁场方向加入一个射频电磁场，与已取向的原子磁矩间相互作用，产生去取向效应，从而打乱了吸收室中原子磁矩的定向排列，这时从氦灯射来的圆偏振光又要与磁矩方向杂乱的原子进行作用，而不能穿过吸收室，光敏元件因得不到光照，其光电流最小。此时外加射频电磁场的频率正好等于原子跃迁频率，它与外磁场值对应。因而可通过测量光敏元件上光强度最弱时的射频f来测量外磁场T的大小，即：

$$T = \frac{2\pi}{\gamma_p} \cdot f \qquad (2.1.9)$$

当外磁场T变化时，改变射频场的频率，使其始终维持透过吸收室的光线最弱，即使射频场的频率自动跟踪着外磁场T的变化而变化，从而实现对外磁场T的连续自动测量。

2.HC-85光泵磁力仪

HC-85 光泵磁力仪的电路形式是自动跟踪环路，其共振元素是采用He^4。仪器全称为：跟踪式氦（He^4）光泵磁力仪，由地矿部航测总队研制。

1）仪器的主要性能

（1）测点时间与测量精度

测点时间	显示分辨率	噪声均方根值
0.5s	0.02nT	0.023nT
1 s	0.01nT	0.018nT
2 s	0.005nT	0.016nT

（2）测量范围　30000nT—70000nT

（3）输出形式　直读数字显示值；模拟输出（ΔT 输出，供记录仪记录）；打印输出（以多种形式打印磁场值数字、曲线或数字曲线混合）；磁带收录（音频磁带）；编码输出（TTL电平供计算机采集）。

（4）供电：　探头　+12V　0.5A

　　仪器　+15V　0.1A

（5）仪器重量　2kg，探头重量为1kg

（6）工作条件　在温度为263K～313K环境中连续工作。

2）仪器的操作步骤

a．根据工作地区的基准磁场值，在仪器中选择对应开关。

b．打开探头电源，按启动按扭，点亮灯室。

c．打开仪器电源，按跟踪按扭，直到跟踪。

d．连接所需要的输出形式。

仪器处于连续工作状态，随时都有输出。

（二）质子旋进磁力仪

质子旋进磁力仪是根据煤油、酒精、水等含氢原子的溶液中氢原子核（质子）在地磁场中产生一定频率的旋进作用制成的，已在航空海洋和地面磁测中广泛应用。它测量地磁场的绝对值。这类仪器具有精度高、不受外界因素（包括温度）影响，没有零点飘移，具有稳定性好、观测效率高的特点。简单介绍于下。

1．质子旋进现象

煤油、水、酒精等含氢原子的物质中，其它分子的电子轨道磁矩和自旋磁矩、原子核自旋磁矩都成对地彼此抵消，只有氢原子核的自旋磁矩没有抵消，则氢原子显示微弱的磁矩。在外磁场T＝0时，氢原子磁矩是任意指向的。当T≠0时，这些原子磁矩，在T的作用下，沿着T方向作定向排列，如果在溶液周围施加一个垂直外磁场T方向、大小约为4000A／m的人工磁化磁场，则原沿外磁场T方向排列的质子自旋轴将都转至人工磁化磁场方向上。如果人工磁化磁场突然消失，此时的氢原子将在原有的自旋惯性力及地磁场力的共同作用下，以相同的相位绕地磁场方向进动，即质子旋进。质子旋进初始因同相位，显示出宏观的磁性，它周期地切割绕在容器外的线圈，产生电感应讯号。这个电感应讯号的频率与质子旋进频率相同。质子旋进现象受到热扰动等作用，将很快消失。电感应讯号也随时间按负指数函数衰减。

2．测量地磁场的原理

具有自旋磁矩μ和自旋角动量p的质子在地磁场T的作用下，产生一以T方向为轴的拉蔓尔进动，如图2.1.4。根据角动量定理有

$$\frac{dp}{dt}=\mu\times T \qquad (2.1.13)$$

或

$$dp=\mu T\sin\theta dt \qquad (2.1.14)$$

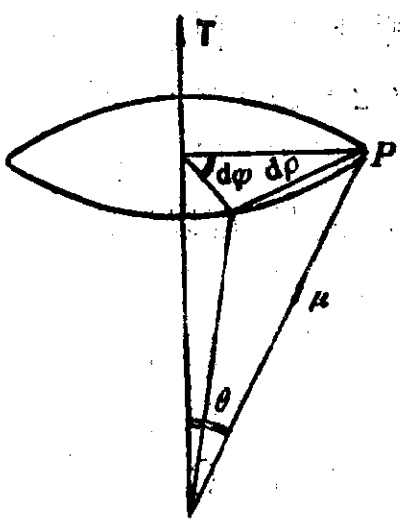


图2.1.4 质子旋进运动

θ是μ与T之间的夹角。由图中有：$\mathrm{d}p = p\sin\theta\mathrm{d}\varphi$故有：

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu}{p}T \qquad (2.1.15)$$

又因$\omega = \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$，若令$\mu/p = \gamma_p$，则有

$$\omega = \gamma_p T \qquad (2.1.16)$$

式中 ω是质子以T为轴的旋进圆频率，γp 是质子的磁旋比率，

$$\gamma_p = (2.6751987 \pm 0.0000075) \times 10^8 T^{-1}s^{-1}$$

因为$\omega = 2\pi f$，所以有

$$T = \frac{2n}{\gamma_p} f = 23.4874f \qquad (2.1.17)$$

式中 f是质子的旋进频率（此处T 的单位为 nT）。此式表明，地磁场T的大小与质子的旋进频率 f 成正比。只要测量旋进讯号频率，就可以得到地磁场T的大小。这就是质子旋进式磁力仪测量地磁场的原理。

3. MP-4微机质子磁力仪

MP-4 质子磁力仪是北京地质仪器厂生产的。这种由微机控制的高分辨率磁力仪可用作便携式测量、移动式测量和台站（如日变站）测量。分辨率为0.1nT。它既可测量总磁场强度，又可测量磁场梯度，MP-4 还可同时进行甚低频电法测量。仪器具有（2～10）$\times 10^4$nT 的量程，标准内存 16K RAM，可扩展到192K RAM。如此大的容量在台站测量可以记录96000个数据，野外测量可以记录16200个总磁场数据或14100个总磁场加梯度场数据，外部数据可与仪器数据一道送入、存贮。野外观测仪器和基点台站观测仪器相互连接并按几条指令，仪器内的微机就自动进行日变改正。当仪器同打印机、磁带机、调制解调器或微机连接时，可以进行数据处理、数据列表、绘制剖面图、把数据存贮为将来计算机作数据处理用，将数据传送到总台。该机操作十分简便，面板上仅有14个写有数字和简单易懂的指令的按键和具有

简单的人机对话功能的32字符显示器。在测量过程中只要操作三个主要键。如按动“启动”（Start）键二秒后显示屏显示如下：

MAG	FLD	53457.2
		53402.0

上行是当前测得的总磁场读数（单位nT），下行是前一测点测得的值。按一下“记录”（Record）键，显示屏上数据进入内存，后又显示：

STATION	12200
CHANGE	12300

上行是当前测点的编号，下行是递增（或递减）至下一个测点编号。再按动▽键（或△键），显示：

STATION	12300
CHANGE	12200

上行是新的测点编号。走到新测点，再按“启动”键重复测量。

三、测量标本磁性的仪器

（一）无定向磁力仪

由两个相距150mm、磁矩大小相等、方向相反的磁棒M_1和M_2固定在一根长约170mm的轻质铝杆上构成磁系，用扭力很小的吊丝通过杆的一端将磁系吊起，如图2.1.5。由于总磁矩为零，则不受均匀磁场的影响，若吊丝的扭力系数为零，则磁系可在任意方位停下，故称“无定向系统”。而对于不均匀磁场，M_1和M_2

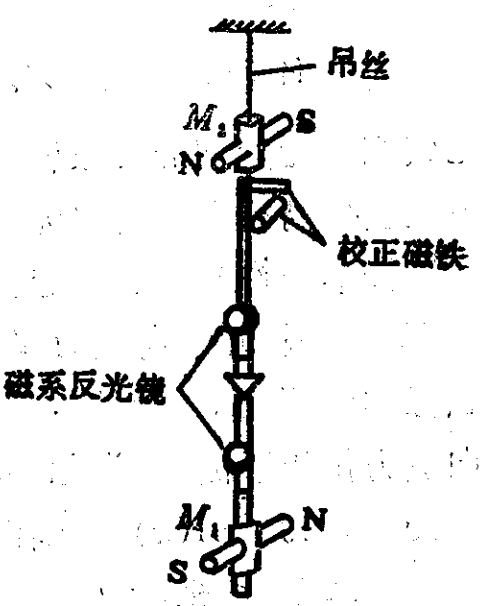


图2.1.5 无定向磁系

受力不同，整个磁系发生扭转。扭转的程度说明了不均匀场的大小，这就是无定向系统测定磁性标本磁性的简单道理。

设一根磁棒用扭力系数为τ的吊丝吊起，磁棒在地磁场水平分量H作用下指向磁南北方位时，调节吊丝的扭角为零，即扭力矩为零。后放置标本A，A在磁棒处产生磁场东向分量h，使磁棒偏转θ角，如图2.1.6所示。此时有

$$HM_1\sin\theta+\tau\theta=hM_1\cos\theta \tag{2.1.18}$$

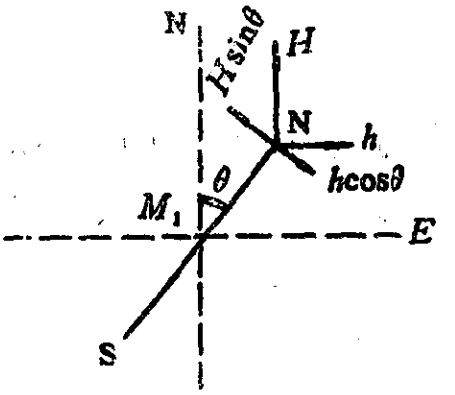


图2.1.6 磁场和标本磁场下的受力图

若是一无定向系统，其不受均匀的地磁场水平分量H的影响，标本放置在下部磁棒M_1所在平面的M_1中垂线上，此时磁系受力如图2.1.7。M_1的受力平衡方程式为

$$\tau\theta=hM_1\cos\theta \tag{2.1.19}$$

当θ很小时，上两式中θ对h微分，就求得此两种装置的灵敏度为

$$\left.\begin{aligned}&\text{单磁棒：}\quad \partial\theta/\partial h=M_1/(HM_1+\tau)\\&\text{无定向系统：}\quad \partial\theta/\partial h=M_1/\tau\end{aligned}\right\} \tag{2.1.20}$$

比较知，无定向的灵敏度比单磁棒的灵敏度要高得多。所以无定向磁力仪适于标本磁性参数的测定。目前国产WSW-1型无定向磁力仪用于古地磁标本的测量，WCW$_1$-63型无定向磁力仪用于测定磁化率在（20～6000）$\times10^{-5}$SI(κ)范围内的标本。

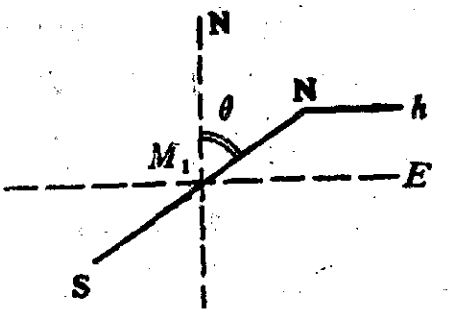


图2.1.7 无定向系统在标本磁场作用下的受力图

（二）磁化率仪

一种专门测定岩（矿）石露头、标本和土壤样品等磁化率的

仪器称磁化率仪。物质受外磁场的感应而产生的磁化强度和外磁场的比值为磁化率，其实这种磁化率应为体积磁化率。磁化率仪是磁电转换的一种装置，探头为主要部件。

仪器探头的工作原理如图2.1.8所示。初级线圈和次级线圈都是由上下两个线圈组成。初级是磁化率线圈，对标本产生磁化磁场H，是串联的，加一个电容构成LC串联谐振，使线圈能通入最大的电流。次级线圈是上下两个反向串联。所以理论上，讯号是互相抵消的。

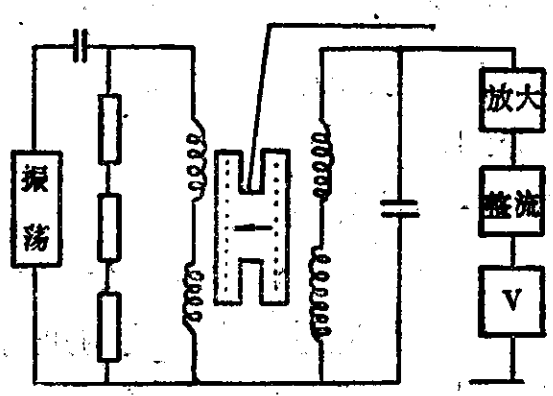


图2.1.8 磁化率仪探头原理图

将标本挨上探头，假定探头上部线圈离标本很远，可以忽略不计。在标本处产生的磁通量主要是探头下部的线圈，大小为$\Delta\Phi=\Phi_1-\Phi_0$（Φ_0是无标本时的磁通量，Φ_1是放上标本后的磁通量）。此时探头产生的讯号为

$$V=\Delta\Phi/\Delta t=(N\mu HS-NHS)/\Delta t \qquad (2.1.21)$$

式中N是下面次级线圈的匝数；S是有效截面积；μ是导磁率；在SI制中，与标本的体积磁化率κ'的关系是：$\mu=1+\kappa'$。对于某一台仪器而言，N、H、S是常数，所以

$$V=\frac{NHS}{\Delta t}\cdot\kappa' \qquad (2.1.22)$$

可见κ'直接和讯号电压V成正比。这就是仪器的基本工作原理。

第二节 磁测的工作方法

磁测工作按照空间地域的不同，有地面磁测、航空磁测和井中磁测；根据观测的参量的不同，又有垂直磁场测量、水平磁场

测量、总向量场测量和磁梯度测量等。无论何种磁测，都要有正确的工作方法和技术，才能获得完整、准确的数据，得出可靠的地质结论。

磁测工作一般包括设计、野外施工、数据处理、解释和提交报告四个阶段。每一阶段的具体工作内容、方法和技术要求，规范中都作了详尽的规定。本节仅就野外施工中的一些基本问题做些介绍。

一、地面磁测

（一）测网、比例尺和磁测精度的概念

磁测是通过一定的测网进行观测来反映磁场的空间分布规律。测网一般是由互相平行的等间距的测线和测线上等间距分布的测点组成。线距大于点距的称长方形测网，两者相等的称正方形测网。通常用“线距×点距”表示测网密度或称网度。

测线间的实际距离在图中的缩小倍数称做相应的磁测比例尺。网度和比例尺表明磁测区磁场研究的详细程度，比例尺还反映了图件的精度。

比例尺和测网的点线距之间是相互依存的对应关系，如表2.2.1所示。

表2.2.1　网度与比例尺对应关系

比例尺	长方形测网		正方形测网点线距(m)
	线距(m)	点距(m)	
1∶50000	500	50—250	50
1∶25000	250	25—100	250
1∶10000	100	10—50	100
1∶5000	50	5—20	50
1∶2000	20	4—10	20
1∶1000	10	2—5	10
1∶500	5	1—2	5

测网形状和密度的确定要考虑研究的程度、研究对象的规模、研究方法的要求和经济效益诸方面。普查阶段是发现异常，线距应小于最小探测对象的长度，点距应保证有三个点以上落在异常范围内；详查阶段是研究异常，网度则要保证异

常的形态特征细节能反映出来。网度稀了会漏掉有意义的异常，网度密了又会增加工作量和投资，降低经济效益。测网敷设的原则是测线垂直异常走向，对有一定走向的异常敷设长方形测网，考虑到研究异常的方法上的需要，有时也可以采取相应的正方形测网。

磁测精度是衡量野外磁测质量的重要指标。表示磁测精度的物理量是均方误差。不同的磁测精度要求有不同的工作方法技术，并决定了工作效率和工作成本。因此，正确确定磁测精度是很重要的。磁测的精度受到仪器的限制。均方差小于±3nT者为高精度，在±（3－20）nT者为中精度，大于±20nT者为低精度。磁测的精度越高地质效果越好，然而对机械式磁力仪来说，提高精度的同时，效率降低、成本增加。因此，在保证地质效果的前提下，提高经济效益，这是选择精度的原则。

磁测野外工作的各个环节都将影响磁测精度。所以，总磁测精度确定后，要根据各个环节适当分配。假设磁测总均方差为m，野外几个主要环节的均方差是：仪器的选择和调节为m_1；基点选择为m_2；野外观测为m_3；消除干扰的各项改正为m_4；室内整理计算为m_5；其它原因为m_6。根据误差理论：总均方误差的平方等于各独立原因的均方误差平方的总和。为了保证总的磁测精度要求，应满足：

$$m^2 \geqslant m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + m_4^2 + m_5^2 + m_6^2 \qquad (2.2.1)$$

各环节的精度确定后，就可确定各环节相应的工作方法和技术要求。

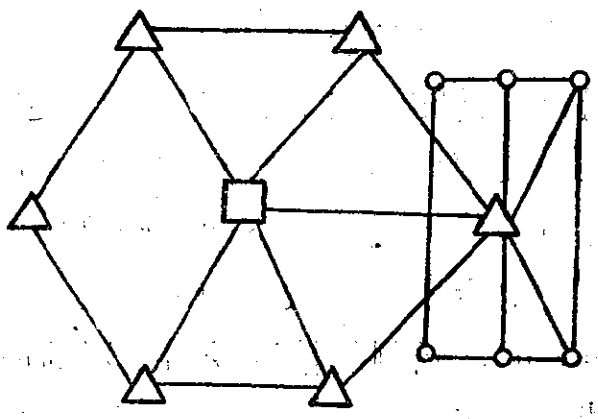
（二）野外磁场观测

1．仪器的选择、调节和一致性检查

根据设计的总均方差，选择和调节仪器。当多台仪器在同一地区工作，各台仪器常数测定的准确度应相一致，以免产生系统误差。因此正式工作前，要进行一致性检查。各台仪器之间的均方差应小于正式工作时的均方差的一半，方能投入生产。

2．建立磁基点

使用相对式磁力仪的磁测工作，野外施工的重要一步是建立基点。基点有：总基点、主基点、分基点等级，如图2．2．1所示。



□：总基点；△：主基点；○：分基点

图2．2．1　基点等级示意图

总基点是全区磁异常的起算点，应选在正常场区。主基点是大面积磁测时，为检查、校正仪器性能和便于早晚观测基点而设置的若干基点，是分区磁场的起算点，应选在磁场平稳区。分基点是指当测区较大时，为了在较短时间间隔(2—3h)内测量仪器的零点漂移值，以便校正掉它的影响而在测网内部布置的若干基点。分基点也应选在磁场平稳处。各类基点选定后，埋设永久标志。

全区不同等级的基点构成基点网。基点网要进行联测，取得各基点之间磁场值的相对关系。联测的均方误差是由总均方误差确定的。具体见磁测工作规范。联测要求用高精度仪器、高精度基点观测方法进行。采取短时间内一台仪器多次或多台仪器二次不同方向往返闭合观测。一个闭合环的闭合差按边数分摊到各点，几个闭合环则应进行平差处理。

3．建立日变站

磁测结果有时要做日变改正，建立日变站也是一项必要的工作。日变站要选在避风雨阳光、磁性干扰小、地基稳定、远离建筑物和远离交通要道处。

4．磁场观测

按照设计的磁测精度采取规范中相应的基测点磁测工作方法和技术进行测量。测量要严格精细。记录要完备齐全。每台仪器的野外观测始于基点而终于基点。日变站日变观测要早于第一台

野外观测仪器对早基点观测，而晚于最后一台野外仪器对晚基点观测。为取得完整的资料，在野外测量中要适时加点延线。

5. 质量检查

磁测质量是通过布置一定量的重复观测并计算其统计性的误差来衡量的。重复点应多于总测点数的5%，且应包括可疑点并应均匀分布全区。异常区的检查点要占总重复点的30%以上。衡量观测质量在不同的异常部位指标是不同的。在异常区用相对误差或平均相对误差。其计算公式为：

$$\left.\begin{aligned}\eta_i &= |\delta i| / (\Delta Z_{i2} - \Delta Z_{i1}) \times 100\% \\ \bar{\eta} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\eta_i\end{aligned}\right\} \qquad (2.2.2)$$

对于平稳区用均方误差，计算公式为：

$$m = \pm\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\delta_i^2 / 2n} \qquad (2.2.3)$$

式中 η_i 为 i 点相对误差；$\bar{\eta}$ 为平均相对误差；ΔZ_{i2}和ΔZ_{i1}为第 i 点的检查和原始观测值；$\delta_i = (\Delta Z_{i2} - \Delta Z_{i1})$；$n$为检查点数；$m$为均方误差。

计算平均相对误差时，对误差过大的个别点可以取舍，但舍去的点不能超过总检查点数的1%。为了保证质量还要求 $|\delta_i/2|$ 中大于m的个数应少于40%，大于$2m$的应少于10%，大于 $3m$ 的应小于1%。否则质量就不合格。

质量检查要求按“一同三不同”的原则，即检查与原始观测必须是同一点位、不同日期、不同仪器、不同操作者进行。检查工作必须在磁测开始后即进行，不能搞最后突击性总检查。

（三）*磁场观测结果的计算*

1. 观测结果的各项改正

1) 分项改正

(1) 日变改正　仪器在基点和测点上观测，由于不同时刻地磁日变化的影响使得读数变化。消除这种影响就是日变改正。在当日的日变曲线上量得某时刻相对于该仪器对早基时刻的日变值反号，即为该仪器该时刻的日变改正值。

(2) 温度改正　仪器在基点和测点观测时，外界温度不同而影响读数。消除这种影响就是温度改正。某测点与早基的温度差乘上温度系数，即为温度改正值，正负决定于温度系数的符号。

(3) 零点改正　同一基点两次观测的结果经日变、温度改正后的差值，为仪器的零点位移值。该值取反号即为第二次观测时刻的仪器零点改正值。如果此值小于二倍均方差，测点上的零点改正值就可按时间作线性内插得到，否则质量不合要求。

(4) 扭鼓改正　仪器在基点和某测点上因扭鼓读数不同，则需测出仪器的扭鼓常数，进行扭鼓改正。正超格扭鼓改正值为正，反之为负。

(5) 正常梯度改正　地磁场的正常分布随着地理纬度而变化，因此，大面积磁测时，要消除正常场变化的影响，即地磁场正常梯度改正。

(6) 基点改正　将利用各级基点为起算点的结果统一为相对于总基点的异常值，称作基点改正。各基点改正值由基点网联测给出。

2) 混合改正　把日变、温度和零点位移看成一种综合影响，一次消除这种影响的改正称为混合改正。由于混合改正是将磁场变化视做线性变化的，因此要求在两小时之内要重复一次基点观测。

2. 观测结果的计算

野外观测结果进行各项影响改正后，就得到磁异常数据。

(四) 磁场观测结果的图示

磁测结果通常用三种图表示：磁异常剖面图、磁异常剖面平面图和磁异常平面等值线图。

1．磁异常剖面图

反映沿某一测线或某一特定剖面线磁异常随点位变化特征的图称磁异常剖面图。作图时要求纵坐标每毫米所代表的异常值既不小于磁测均方差又不过大而影响异常有效信息的反映。

2．磁异常剖面平面图

由全测区平面所有测线的磁异常剖面构成的图称为磁异常剖面平面图。是一种反映磁异常平面分布特征的图。作图时要求表示磁场值的纵坐标比例尺适当，以最大异常穿插2—3条剖面线为限。

3．磁异常平面等值线图

按测网形状和磁测比例尺将全部观测点展绘在平面图上，每个测点上标记出磁异常值。以一定间隔勾绘出圆滑的异常等值线。这样构成的图称磁异常平面等值线图。它是反映磁异常平面分布特征的图。作图时要求起始等值线的数值大于2.5—3倍磁测均方差，以下等值线可以是等差间隔或等比间隔的。以等值线疏密均匀，美观为准，视异常的强度和变化梯度而定。

以上三种图各有特点，互相补充，是反映磁测成果的重要图，是研究解释异常的基本资料。

二、航空磁测

航空磁测具有快速、廉价，不受高山、水域、森林、沼泽限制等特点，已经广泛地开展。我国各种比例尺的航磁测量复盖面积$836\times10^4Km^2$。由航磁发现异常二万多处，发现矿产近500处。在研究和解决地质问题方面也取得了许多重大效果，航磁前景广阔。

航磁的比例尺根据地质任务、地形、定位技术和探测对象的规模、地质地球物理特征等来确定。目前我国金属矿的比例尺多为1：10万、1：5万，有望远景区也有1：2.5万的。构造航空磁测

一般为1：100万、1：50万、1：20万等。测线应与矿带或主要构造带垂直，兼顾到资料拼接。航测中为了获得明显、可靠的异常信息，飞行高度尽量低。但是由于飞机飞速、飞行技术和地形等因素的限制，又不能飞得太低。总之，飞行高度由比例尺、仪器精度、定位技术、飞机种类、飞行技术和地形切割程度等确定。

导航和定位是航磁中关键的技术。我国过去多采用彩色地图目视领航配备航迹摄影定位的技术。作法是进出测区打标记。标位误差、偏航根据不同的比例尺有不同的要求，若超过要求就要在领航图上标出实际航迹。导航定位误差是影响航磁应用效果的重要因素。目前一些新的导航技术已广为应用。如，无线电导航仪同步照相定位，大大提高了定位精度。

航磁有基线飞行、测线飞行和辅助飞行。基线飞行是确定异常的起算点和计算仪器的零点位移值；测线飞行是进行测线上的磁场观测；辅助飞行包括了解测区情况、飞行条件和仪器工作状态的视察飞行，检查评价磁测质量的重复线飞行及联系检查调整不同飞行架次观测的磁场水平的切割线飞行。同地面磁测类似，航磁测量时要求测区的地面做日变观测。

航磁测量结果除了做日变、温度、零点及正常梯度改正外，还有偏向改正和高度改正。改正后的结果根据切割线飞行观测的资料进行调整，最后编绘磁异常剖面平面图和平面等值线图。这些工作利用电子计算机技术，就是将磁带记录的观测数据输入计算机，计算机自动进行五种改正和调整，直接输出最后结果和打印出各种成果图。

航磁发现的异常要进行地面检查核实，确定异常准确位置、范围、形态特征，判定异常性质及其意义，提出进一步工作建议，编制航检卡片。

航磁测量中消除飞行本身的磁干扰是个重要问题。采用探头周围贴坡莫合金或装赫姆茨线圈补偿和偏向改正结合的办法来消除。目前采用微机控制的三轴向线圈系统磁补偿器和全部数字

技术的磁补偿仪分别可以将干扰补偿到0.25和0.1nT 的水平。航磁补偿技术的进步，提高了航空磁测精度，将推动航磁的迅速发展。

三、海洋磁测

海洋磁测一般采用1∶50万和1∶100万两种比例尺。我国目前使用CHHC-1海空质子旋进磁力仪，采用无线电导航，将探头拖在船后的拖曳测量。海洋磁测因环境不同而有一些特殊的工作方法。

方位测量用以进行船体影响改正。在平静磁场区抛设无磁浮标，测船沿相间45°的八个方位通过浮标时测记磁场数据，通过各项改正而得方位影响曲线。曲线反映的是船体于不同方位对测量结果的影响。

电缆长度试验测量以求得船体影响在磁测精度允许下电缆离船体的最小距离，这个距离即电缆长度。为了避免探头激起浪花及波涌浮动对磁测的影响，探头需沉于一定的深度。探头的沉深与船速和自重有关，在船速一定时，改变探头重量，能使探头处于一个合适的沉放深度，就需要进行探头沉深试验。

海洋磁测有许多与航磁测量相同之处，在此不予重复。

第三章　均匀磁化规则磁性体磁异常

在磁法勘探中，通常把所需观测研究的局部磁性体磁场的磁感应强度（或其分量）称为磁异常。根据稳定磁场理论，运用数学工具，由已知的磁性体（的参数）求出磁性体磁异常的空间分布，并分析磁异常空间分布的变化规律，这在磁法勘探中称为磁性体磁异常的正演计算，简称“正演问题”。反之，由磁异常的空间分布确定磁性体的有关参数叫作磁性体磁异常的反演计算，简称“反演问题”。“反演问题”又叫作磁异常的数学物理解释。“正演问题”研究的目的是了解磁性体磁异常特征与磁性体的各参数之间的定性和定量关系，获得其规律性，为“反演问题”提供理论依据。所以本章是有关磁异常解释的基础，它是整个磁法勘探课的重要内容之一。

自然界的情况是极其复杂多样的：岩体（或矿体）形状复杂而不规则；磁性不均匀；磁性体可能互相穿插和重迭；观测面起伏不平等等。在这种情况下，难于用数学方程式直接表示磁性体磁异常的空间分布，难于分析磁性体参数与磁异常特征之间的依存关系和变化规律。为使问题简化，在“正演问题”中，一般作如下假设：

a．磁性体均匀磁化，即在磁性体内部磁化强度（J）的大小和方向处处相同；

b．磁性体简化成简单的规则几何体；

c．磁性体是孤立的，不受相邻其他磁性体的干扰和影响；

d．观测面是水平的。

对于假设c和d，在实际工作中并不是必需不可的，仅仅是为

了研究问题的简单起见。对于假设条件a和b，实际地质条件不可能与其完全符合。但由于磁法勘探主要研究对象是被覆盖的地质体或地质现象，在解决计算磁性体磁异常时，实际上能够以足够高的精度，认为研究对象是均匀磁化的规则体。值得指出的是，在高精度要求的情况下，必须增强“正演问题”的约束条件，以满足解决问题的总的精度要求。

即使对将要研究的磁性体作了上述假设，但就规则几何体而言，也是极其繁多的。我们不可能对每一种形状体的磁异常均进行研究，因此，通常按磁性体的水平展布特征，将其分为二度体、似二度体和三度体三大类。在分析研究规则磁性体磁异常时，在每一类中，将实际磁性体进行简化合并，择其具有代表性的形状体磁异常进行剖析，找出磁异常的变化的一般规律。

描述规则磁性体磁异常，一是磁异常公式，二是磁异常图。磁异常公式明显地表示了磁性体磁异常与磁性体各参数之间的严格函数关系，高度概括了磁异常的变化规律；而磁异常图则形象地表示出磁异常的空间分布特征。因此，在磁性体磁异常分析时，既要注意磁异常公式分析，又要注意磁异常图的分析。此外，还应注意结合分析磁异常特征形成的物理原因，以加深对磁异常特征及其变化规律的物理实质的理解。

均匀磁化规则磁性体磁异常分析，着重点一是磁异常在水平线上的分布特征及其变化规律；二是磁异常在空间铅垂断面内的分布特征及其变化规律；三是磁异常在水平面内的分布特征及其变化规律。

第二节　磁性体的有效磁化强度的计算

在“正演问题”时，首先要根据测定统计的岩（矿）石磁性资料，给出正演磁性体的磁化强度。通常把磁性体的实际激发磁

场的磁化强度在（测线）剖面上的投影，称为磁性体在(测线)剖面内的有效磁化强度，用J_s表示。有效磁化强度J_s值，通常是根据标本测定统计的磁性参数，再考虑磁性体的形状特征和它所处空间状态特征，通过计算而得。

一、不考虑消磁作用时有效磁化强度的计算

设x轴与磁北的夹角为$A'=90°-A$（A为磁性体走向的磁方位角），当地正常地磁场强度为T_0，其倾角为I，磁性体的磁化强度为J，其倾角为i，磁方位角为D。由图3.1.1可见：

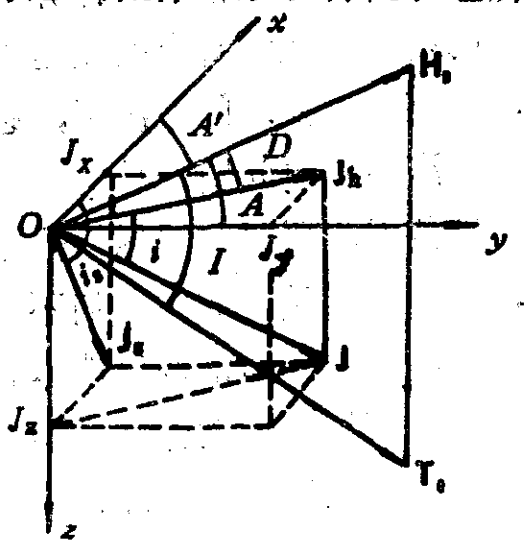


图3.1.1 总磁化强度投影图

$$\left.\begin{aligned} J_h &= J\cos i \\ J_x &= J_h\cos(A'+D) = J\cos i\cos(A'+D) \\ J_y &= J_h\sin(A'+D) = J\cos i\sin(A'+D) \\ J_Z &= J\sin i \end{aligned}\right\} \quad (3.1.1)$$

设剖面内有效磁化强度J_s的倾角（称为有效磁化倾角）为i_s。由图3.1.1可得：

$$\left.\begin{aligned} J_S &= \sqrt{J_x^2 + J_x^2} = J\left[\cos^2 i\cos^2(A'+D) + \sin^2 i\right]^{1/2} \\ i_S &= \mathrm{tg}^{-1}\left[\mathrm{tg}i/\cos(A'+D)\right] \end{aligned}\right\} \quad (3.1.2)$$

一般来说，磁性体磁化强度是其感应磁化强度J_i和剩余磁化强度J_r的矢量和，即：

$$\left.\begin{aligned} J &= J_i + J_r \\ J_x &= J_{ix} + J_{rx} \\ J_y &= J_{iy} + J_{ry} \\ J_z &= J_{iz} + J_{rz} \end{aligned}\right\} \quad (3.1.3)$$

其感应磁化强度J_i为：

$$\begin{aligned} J_i &= KT_0 \\ J_{ix} &= KT_0 \cos I \cos A' \\ J_{iy} &= KT_0 \cos I \sin A' \\ J_{iz} &= KT_0 \sin I \end{aligned} \qquad (3.1.4)$$

若磁性体的剩余磁化强度J_r的倾角为i_r，J_r在水平面的分量J_{rh}的磁方位角为D_r，由图3.1.2则有：

$$\begin{aligned} J_{rh} &= J_r \cos i_r \\ J_{rx} &= J_r \cos i_r \cos (A' + D_r) \\ J_{ry} &= J_r \cos i_r \sin (A' + D_r) \\ J_{rz} &= J \sin i_r \end{aligned} \qquad (3.1.5)$$

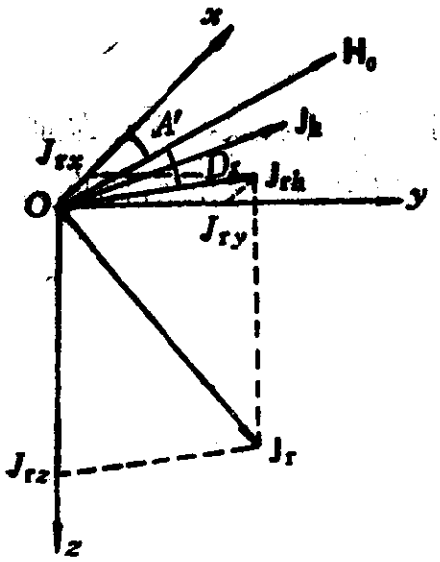


图3.1.2 剩余磁化强度投影图

当磁性体剩余磁化强度为零或可以忽略时，$J = J_i$，由式（3.1.2）和（3.1.4）可得：

$$i_s = I_s = \mathrm{tg}^{-1}[\mathrm{tg}I / \cos A'] \qquad (3.1.6)$$

综上所述，磁性体有效磁化强度J_s的大小和方向不仅与磁性体的磁化率和剩余磁化强度J_r有关，还与当地正常地磁要素及磁性体的走向方位（A）有关。当考虑消磁作用时，它还与磁性体的形状和产状有关。

二、考虑消磁作用时有效磁化强度的计算

当磁性体为非等轴体时，磁性体各方向的消磁作用不一样，此时磁性体的有效磁化强度及其倾角还必须考虑消磁作用的影响。

图3.1.3为二度板状体垂直截面图，图中α为磁性体倾角，J_x，J_z，J_s和i_s是根据标本测定（统计）的参数，在不考虑消磁作用时，按前述方法计算的结果。令$J_{//}$为有效磁化强度沿倾向方向的分量，$J_\perp$为垂直倾向方向的分量，由图3.1.3则有：

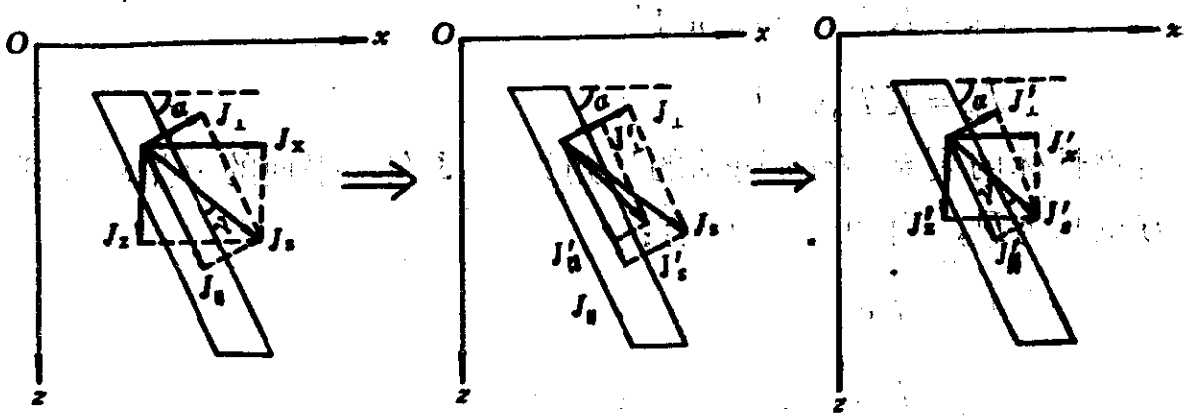


图3.1.3 考虑消磁影响时的有效磁化强度计算

$$\left.\begin{aligned} J_{//} &= J_x\cos\alpha + J_y\sin\alpha = J_s\cos\gamma \\ J_\perp &= J_z\cos\alpha - J_x\sin\alpha = J_s\sin\gamma \end{aligned}\right\} \qquad (3.1.7)$$

式中$\gamma = \alpha - i_s$。令$N_{//}$为沿倾向方向的消磁系数，$N_\perp$为垂直倾向方向的消磁系数，由式（1.3.10）可得消磁后的沿倾向方向的$J'_{//}$和垂直倾向方向的$J'_\perp$分别为：

$$J'_{//} = \frac{J_{//}}{1+N_{//}K} = \frac{J_s\cos\gamma}{1+N_{//}K}$$

$$J'_\perp = \frac{J_\perp}{1+N_\perp K} = \frac{J_s\sin\gamma}{1+N_\perp K}$$

由此可得消磁后的磁化强度在x轴向分量J'_x和垂直轴向分量J'_z为：

$$J'_x = J'_{//}\cos\alpha + J'_\perp\sin\alpha$$

$$= J_s\left[\frac{\cos\alpha\cos\gamma}{1+N_{//}K} + \frac{\sin\alpha\sin\gamma}{1+N_\perp K}\right]$$

$$\left.\begin{aligned} J'_z &= J'_{/\!/}\sin\alpha - J'_{\perp}\cos\alpha \\ &= J_s\left[\frac{\sin\alpha\cos\gamma}{1+N_{/\!/}K} - \frac{\cos\alpha\sin\gamma}{1+N_{\perp}K}\right] \end{aligned}\right\} \quad (3.1.8)$$

消磁后的有效磁化强度 J'_s 及其倾角 i' 为

$$\left.\begin{aligned} J'_s &= \sqrt{J'^{2}_x + J'^{2}_z} \\ &= J_s\left[\left(\frac{\cos\gamma}{1+N_{/\!/}K}\right)^2 + \left(\frac{\sin\gamma}{1+N_{\perp}K}\right)^2\right]^{1/2} \\ i'_s &= \mathrm{tg}^{-1}\frac{J'_z}{J'_x} \\ &= \mathrm{tg}^{-1}\left[\frac{(1+N_{\perp}K)\sin\alpha\cos\gamma-(1+N_{/\!/}K)\cos\alpha\sin\gamma}{(1+N_{\perp}K)\cos\alpha\cos\gamma+(1+N_{/\!/}K)\sin\alpha\sin\gamma}\right] \end{aligned}\right\} \quad (3.1.9)$$

由图3.1.3可见

$$\begin{aligned} \mathrm{tg}\gamma' &= \frac{J'_{\perp}}{J'_{/\!/}} = \left(\frac{J_{\perp}}{1+N_{\perp}K}\right)\left(\frac{J_{/\!/}}{1+N_{/\!/}K}\right)^{-1} \\ &= \frac{1+N_{/\!/}K}{1+N_{\perp}K}\mathrm{tg}\gamma \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

一般来说，$N_{\perp}>N_{/\!/}$，因而$(1+N_{/\!/}K)/(1+N_{\perp}K)<1$，故有$\mathrm{tg}\gamma'<\mathrm{tg}\gamma$，即$\gamma'<\gamma$，也就是说，消磁后的$J'_s$与磁性体倾向的夹角$\gamma'$小于未消磁时$J_s$与磁性体倾向面的夹角$\gamma$，或者说，消磁作用使磁性体更加接近沿倾向磁化，这对薄层磁性体更为明显。

第二节　磁性体磁异常的一般表达式

在各向同性的磁介质中，由式（1.1.20）和（1.1.26）可得：

$$\mathbf{B} = -\mu_0\mu_r \nabla U_m \qquad (3.2.1)$$

对于非磁介质（如空气）相对导磁率$\mu_r = 1$。故有：

$$\mathbf{B} = -\mu_0 \nabla U_m \qquad (3.2.2)$$

由式（3.2.1）和（3.2.2）知，磁性体的磁异常可由磁性体的（标量）磁位求得。在磁法勘探中，对磁性体磁场的观测一般均在充满空气的空间进行，因此，下面从式（3.2.2）出发，根据第一章中有关磁性体磁位的表达式，导出磁性体磁异常的一般表达式。

一、均匀磁化体磁异常表达式

（一）磁异常的Poisson公式

令H_{ax}，H_{ay}和Z_a分别为磁性体磁异常在x，y，z轴上的分量，将式（1.1.40）代入（3.2.2）得：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= \frac{\mu_0}{4\pi G\delta}\left[J_x U_{xx} + J_y U_{yx} + J_z U_{zx}\right] \\ H_{ay} &= \frac{\mu_0}{4\pi G\delta}\left[J_x U_{xy} + J_y U_{yy} + J_z U_{zy}\right] \\ Z_a &= \frac{\mu_0}{4\pi G\delta}\left[J_x U_{xz} + J_y U_{yz} + J_z U_{zz}\right] \end{aligned}\right\} \qquad (3.2.3)$$

式中U为式（1.1.39）所示的引力位，对于二度体引力位为：

$$U = -2G\delta \int\int_s \ln r ds \qquad (3.2.4)$$

式中$r = \left[(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2\right]^{1/2}$。当二度体垂直截面的最大直径$d \ll r$时，则场源坐标（$\xi$，$\zeta$）可视为常量，上式被积函数$\ln r$可提到积分号外，因而上式变为：

$$U = -2G\delta s \ln r \qquad (3.2.5)$$

由式（3.2.4）和（3.2.5）可见，二度体的引力位与坐标变量y无关，即$\frac{\partial U}{\partial y} = 0$，$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial y} = 0$，将此式代入式

(3.2.3)即得：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= \frac{\mu_0}{4\pi G\delta}\left[J_x U_{xx} + J_z U_{zx}\right] \\ H_{ay} &= 0 \\ Z_a &= \frac{\mu_0}{4\pi G\delta}\left[J_x U_{xz} + J_z U_{zz}\right] \end{aligned}\right\} \quad (3.2.6)$$

式(3.2.3)和(3.2.6)分别称为三度磁性体和二度磁性体磁异常的Poisson公式，它们是根据磁性体的引力位求磁性体磁异常的基本公式。

（二）磁异常的面磁荷积分公式

将式(1.1.41)代入(3.2.2)则可得均匀磁化体磁异常的分量面磁荷积分表达式：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\int_s \frac{J_n(x-\xi)\mathrm{d}s}{r^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\int_s \frac{J_n\cos(r,x)}{r^2}\,\mathrm{d}s \\ H_{ay} &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\int_s \frac{J_n(y-\eta)\mathrm{d}s}{r^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\int_s \frac{J_n\cos(r,y)}{r^2}\,\mathrm{d}s \\ Z_a &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\int_s \frac{J_n(z-\zeta)\mathrm{d}s}{r^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int\int_s \frac{J_n\cos(r,z)}{r^2}\,\mathrm{d}s \end{aligned}\right\} \quad (3.2.7)$$

对于均匀磁化的二度体，令其垂直截面s的周界为l，则磁性体表面上的面积元$\mathrm{d}s=\mathrm{d}l\mathrm{d}\eta$，又因二度磁性体的$J_n$沿走向($y$轴)方向是不变的常量，因而上式可写成：

$$H_{ax}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_l J_n(x-\xi)\times$$

$$\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\eta}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}\right\}dl$$

$$H_{ay}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_l J_n\times$$

$$\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(y-\eta)d\eta}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}\right\}dl$$

$$Z_a=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_l J_n(z-\zeta)\times$$

$$\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\eta}{[(x-\xi)^2+(y-\eta)^2+(z-\zeta)^2]^{3/2}}\right\}dl$$

求解上式大括号内的定积分后，则得二度磁性体磁异常各分量的面磁荷积分表达式：

$$\left.\begin{aligned}H_{ax}&=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_l\frac{J_n(x-\xi)dl}{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}\\H_{ay}&=0\\Z_a&=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_l\frac{J_n(z-\zeta)dl}{(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2}\end{aligned}\right\}\qquad(3.2.8)$$

公式（3.2.3），（3.2.6）和（3.2.8）不仅可用以对均匀磁化体磁异常进行数值计算，还可由此导出许多均匀磁化的简单规则磁性体磁异常的显函数表示式，以利于磁性体磁异常特征分析。因而，上述表达式是均匀磁化体磁异常基本公式。

二、不同方向磁化时均匀磁化体磁异常各分量之间的互换

将式（3.1.1）代入（3.2.3）则有：

$$H_{ax}=\frac{J\mu_0}{4\pi G\delta}[\cos i\cos(A'+D)U_{xx}+$$

$$
\begin{aligned}
&\cos i\sin(A'+D)U_{yx}+\sin iU_{zx}\,]\\
H_{ay}=&\frac{J\mu_0}{4\pi G\delta}[\,\cos i\cos(A'+D)U_{xy}+\\
&\cos i\sin(A'+D)U_{yy}+\sin iU_{zy}\,]\\
Z_a=&\frac{J\mu_0}{4\pi G\delta}[\,\cos i\cos(A'+D)U_{xz}+\\
&\cos i\sin(A'+D)U_{yz}+\sin iU_{zz}
\end{aligned}
\qquad (3.2.9)
$$

当沿x轴磁化时，$A'+D=0$，$i=0$，用H_{axx}，H_{ayx}和Z_{ax}分别表示沿x轴磁化时的H_{ax}，H_{ay}和Z_a，则有：

$$
\begin{aligned}
H_{axx}&=\frac{J\mu_0}{4\pi G\delta}U_{xx}\\
H_{ayx}&=\frac{J\mu_0}{4\pi G\delta}U_{xy}\\
Z_{ax}&=\frac{J\mu_0}{4\pi G\delta}U_{xz}
\end{aligned}
\qquad (3.2.10)
$$

当沿y轴磁化时，$A'+D=90°$，$i=0$，用H_{axy}、H_{ayy}和Z_{ay}分别表示沿y轴磁化时的H_{ax}，H_{ay}和Z_a，则有：

$$
\begin{aligned}
H_{axy}&=\frac{J\mu_0}{4\pi G\delta}U_{yx}\\
H_{ayy}&=\frac{J\mu_0}{4\pi G\delta}U_{yy}\\
Z_{ay}&=\frac{J\mu_0}{4\pi G\delta}U_{yz}
\end{aligned}
\qquad (3.2.11)
$$

当沿z轴磁化（垂直磁化）时，$i=90°$，用$H_{ax\perp}$，$H_{ay\perp}$和$Z_{a\perp}$分别表示沿z轴磁化时的H_{ax}，H_{ay}和Z_a，则有：

$$
H_{ax\perp}=\frac{J\mu_0}{4\pi G\delta}U_{zx}
$$

$$\left.\begin{aligned} H_{a\perp} &= \frac{J\mu_0}{4\pi G\delta} U_{zy} \\ Z_{a\perp} &= \frac{J\mu_0}{4\pi G\delta} U_{zz} \end{aligned}\right\} \quad (3.2.12)$$

将式（3.2.10）—（3.2.12）代入式（3.2.9）得到由沿坐标轴磁化时的磁异常分量表示任意方向磁化时磁异常分量的互换关系式：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= H_{axx}\cos i\cos(A'+D) + H_{ayx}\cos i\sin(A'+D) + \\ &\quad Z_{ax}\sin i \\ H_{ay} &= H_{axy}\cos i\cos(A'+D) + \\ &\quad H_{ayy}\cos i\sin(A'+D) + Z_{ay}\sin i \\ Z_a &= H_{ax\perp}\cos i\cos(A'+D) + \\ &\quad H_{ay\perp}\cos i\sin(A'+D) + Z_{a\perp}\sin i \end{aligned}\right\} \quad (3.2.13)$$

因为$U_{xy}=U_{yx}$，$U_{yz}=U_{zy}$，$U_{xz}=U_{zx}$，因而有$H_{axy}=H_{ayx}$，$H_{ay\perp}=Z_{ay}$，$H_{ax\perp}=Z_{ax}$，所以上式又可写成：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= H_{axx}\cos i\cos(A'+D) + H_{axy}\cos i\sin(A'+D) + \\ &\quad H_{ax\perp}\sin i \\ H_{ay} &= H_{axy}\cos i\cos(A'+D) + \\ &\quad H_{ayy}\cos i\sin(A'+D) + H_{ay\perp}\sin i \\ Z_a &= Z_{ax}\cos i\cos(A'+D) + \\ &\quad Z_{ay}\cos i\sin(A'+D) + Z_{a\perp}\sin i \end{aligned}\right\} \quad (3.2.14)$$

式（3.2.13）说明：任意方向磁化磁性体沿某一坐标轴的磁异常分量，可以用同一磁性体沿这一坐标轴磁化时的磁异常沿三个坐标轴向分量表示。而式（3.2.14）说明：任意方向磁化磁性体沿

某一坐标轴向的磁异常分量可用同一磁性体沿三个坐标轴向磁化时磁异常在该坐标轴向分量表示。

对于三度体，因$U_y=0$，$U_{yy}=U_{xy}=U_{zy}=U_{yx}=U_{yz}=0$，$U_{xx}=-U_{zz}$，$H_{axx}=-Z_{a\perp}$，于是式（3.2.14）变为：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= -Z_{a\perp}\cos i\cos(A'+D)+H_{ax\perp}\sin i \\ Z_a &= H_{ax\perp}\cos i\cos(A'+D)+Z_{a\perp}\sin i \end{aligned}\right\} \quad (3.2.15)$$

令 $\operatorname{ctg} i_s=\cos(A'+D)\operatorname{ctg} i$，代入上式则得：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= \frac{\sin i}{\sin i_s}\left[H_{ax\perp}\sin i_s - Z_{a\perp}\cos i_s\right] \\ Z_a &= \frac{\sin i}{\sin i_s}\left[H_{ax\perp}\cos i_s + Z_{a\perp}\sin i_s\right] \end{aligned}\right\} \quad (3.2.16)$$

或

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= \frac{\sin i}{\sin i_s}\left[H_{ax\perp}\cos(i_s-90°)+Z_{a\perp}\sin(i_s-90°)\right] \\ Z_a &= \frac{\sin i}{\sin i_s}\left[H_{ax\perp}\cos i_s + Z_{a\perp}\sin i_s\right] \end{aligned}\right\} \quad (3.2.17)$$

由式（3.2.17）可见，任意方向磁化三度体磁异常分量H_{ax}和Z_a，为具有相同结构的函数。因而它们属于同族函数。其异常曲线属同族曲线。

三、总磁异常的物理意义及其表达式

在磁法勘探中，把某点处总磁感应强度**B**的绝对值B与当地正常地磁总感应强度$\mathbf{B}_0$的绝对值B_0之差：

$$\Delta T=B-B_0 \qquad (3.2.18)$$

称为磁性体的总磁异常。

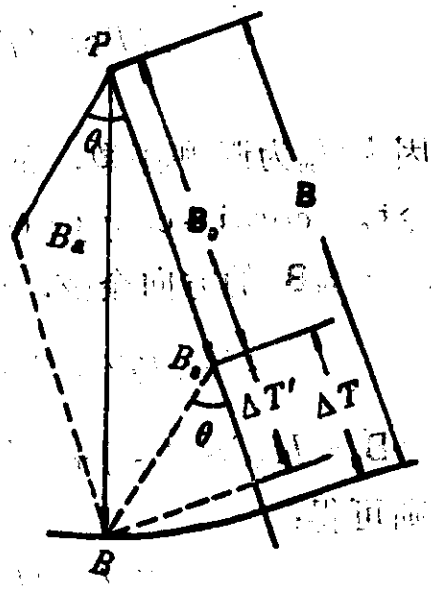


图3.2.1 磁性体总磁异常

由图3.2.1可见，根据三角形余弦定理有：

$$B=\left[B_0^2+B_a^2+2B_0B_a\cos\theta\right]^{1/2}$$

式中B_a为磁性体磁异常总矢量$\mathbf{B}_a$的绝对值，θ为$\mathbf{B}_0$和$\mathbf{B}_a$的夹角，将上式代入式（3.2.18）中并移项，则有：

$$\Delta T+B_0=\left[B_0^2+B_a^2+2B_0B_a\cos\theta\right]^{1/2}$$

此式两边平方，并同时除以B_0^2，则得：

$$\left(\frac{\Delta T}{B_0}\right)^2+2\left(\frac{\Delta T}{B_0}\right)=\left(\frac{B_a}{B_0}\right)^2+2\left(\frac{B_a}{B_0}\right)\cos\theta$$

当$\Delta T\ll B_a$时，$\Delta T\leqslant B_a$，故$\left(\frac{B_a}{B_0}\right)^2$和$\left(\frac{\Delta T}{B_0}\right)^2$项，均可略去，由此得：

$$\Delta T\approx\Delta T'=B_a\cos\theta \qquad (3.1.19)$$

式（3.1.19）说明：当$B_a\ll B_0$时，$\Delta T\ll B_0$，总磁异常近似地等于磁性体总磁感强度$\mathbf{B}$在正常地磁场总磁感强度$\mathbf{B}_0$方向的投影，用$\mathbf{t}$表示$\mathbf{B}_0$的方向矢量，则式（3.2.19）可写成：

$$\Delta T\approx\Delta T'=-\mu_0\frac{\partial U_m}{\partial t} \qquad (3.2.20)$$

因为U_m为调和函数，故知$\Delta T'$为一调和场。

令$\mathbf{t}_0=\cos\alpha\mathbf{i}+\cos\beta\mathbf{j}+\cos\gamma\mathbf{k}$表示$\mathbf{B}_0$方向的单位矢量，$\cos\alpha$，$\cos\beta$，$\cos\gamma$为$\mathbf{B}_0$的方向余弦，则式（3.2.19）可写成：

$$\Delta T'=\mathbf{B}_a\cdot\mathbf{t}_0 \qquad (3.2.21)$$

令$\mathbf{B}_a=H_{ax}\mathbf{i}+H_{ay}\mathbf{j}+Z_a\mathbf{k}$，

则可得：

$$\Delta T'=H_{ax}\cos\alpha+H_{ay}\cos\beta+Z_a\cos\gamma$$

设当地正常地磁倾角为I，测线（x轴）的磁方位角A'，则有：

$$\cos\alpha=\cos I\cos A',\quad \cos\beta=\cos I\sin A',\quad \cos\gamma=\sin I$$

将其代入前一式得：

$$\Delta T' = H_{ax}\cos I\cos A' + H_{ay}\cos I\sin A' + Z_a\sin I \quad (3.2.22)$$

对于二度体，$H_{ay}=0$，故有：

$$\Delta T' = H_{ax}\cos I\cos A' + Z_a\sin I \quad (3.2.23)$$

由式(3.2.22)和(3.2.23)可知，已知磁性体磁异常各分量值和当地正常地磁倾角及测线方位，则可求得磁性体的总磁异常。反过来，已知$\Delta T'$时，从式(3.2.20)出发，又可求得磁异常各分量值。

第三节　二度磁性体磁异常

从理论上讲，二度磁性体系指沿走向无限长，且沿走向磁性体的埋深、截面形状、大小及磁化特征均稳定不变地质体。由“场论”理论知道，这种磁性体产生的磁场是一种平面场，它在空间直角坐标系中，只与垂直磁性体走向的两个空间坐标（x，y）有关，而与平行矿体走向坐标（y）无关，也就是说，任何一个垂直走向剖面的磁场特征都相同。因而，研究二度磁性体磁场只要研究一个剖面就能代表其余。

二度磁性体就其横截面形状而言，可以是多种多样的，但从其激发被观测到的磁场来说，基本上可以归总为两种情况：一是当磁性体横截面的最大线径远小于其埋深，或者横截面近于圆，在这种情况下，（由“场论”理论知道）在观测点上所观测到的磁异常与磁性体全部磁荷量集中在体内中心线上的无限长磁偶极线磁异常是等效的，显然，这时，磁场特征与磁性体截面形状、产状无关；二是磁截面为非圆，且其中心埋深又不大于横截面的最大线径。在这种情况下，所观测到的磁场与磁性体的截面形状、产状有关。横截面为多边形的二度体通常称为二度棱柱体。自然界中的二度棱柱体的磁性地质体，均可视为二度板状体的组合，

因而，关于二度磁性体磁异常的研究，将主要讨论无限长偶极线（即二度圆柱体）和二度板状体的磁异常。

一、二度水平磁偶极线的磁异常

下面以无限长水平圆柱体为例，讨论二度水平磁偶极线的磁异常。

（一）磁场公式

如图3.3.1所示，设无限长水平圆柱体横截面积为S，中心埋深为R，有效磁化强度为J_s，其倾角为i_s，将式（3.2.5）求二阶偏导后代入（3.2.6）中得：

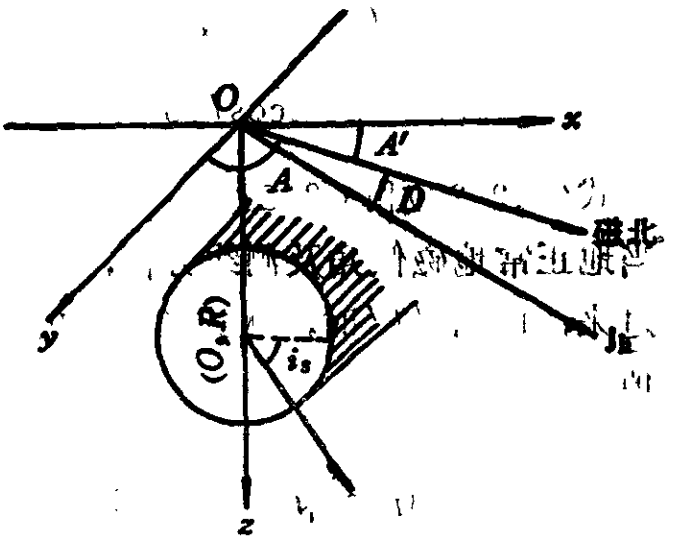


图3.3.1 磁偶极线坐标选择示意图

$$\left.\begin{aligned} Z_a &= \frac{\mu_0 s\{J_z[(z-\zeta)^2-(x-\xi)^2]+2J_x(x-\xi)(z-\zeta)\}}{2\pi[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2]^2} \\ H_{ax} &= \frac{\mu_0 s\{J_x[(x-\xi)^2-(z-\zeta)^2]+2J_z(x-\xi)(z-\zeta)\}}{2\pi[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2]^2} \end{aligned}\right\} \quad (3.3.1)$$

设坐标原点与圆柱体中心在地面的投影点重合，则$\xi=0$，$\zeta=R$，$z=0$，将此代入上式，并注意到$J_x=J_s\cos i_s$，$J_z=J_s\sin i_s$，令$M_s=S\cdot J_s$（M_s为单位长度的有效磁矩），则有：

$$\left.\begin{aligned} Z_a &= \frac{\mu_0 M_s}{2\pi(x^2+R^2)^2}[(R^2-x^2)\sin i_s-2Rx\cos i_s] \\ H_{ax} &= \frac{-\mu_0 M_s}{2\pi(x^2+R^2)^2}[(R^2-x^2)\cos i_s+2Rx\sin i_s] \end{aligned}\right\} \quad (3.3.2)$$

将式（3.3.2）代入（3.2.23），并用关系式：$\operatorname{ctg}I_s=\cos A'\times\operatorname{ctg}I$代换整理后便得：

$$\Delta T=\frac{-\mu_0 M_s\sin I}{2\pi(x^2+R^2)^2\sin I_s}[(R^2-x^2)\cos(i_s+I_s)+$$

$$2Rx\sin(i_s+I_s)\big] \qquad (3.3.3)$$

令θ为R与圆柱体中心$Q(0,\ R)$到观测点$P(x,\ 0)$的距离r的夹角，则$R=r\cos\theta$，$x=r\sin\theta$。由此可将上两式化成极坐标表示式：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= \frac{-\mu_0 M_s}{2\pi r^2}\cos(2\theta-i_s) \\ Z_a &= \frac{\mu_0 M_s}{2\pi r^2}\sin(2\theta-i_s) \\ \Delta T &= \frac{-\mu_0 M_s \sin I}{2\pi r^2 \sin I_s}\cos\big[2\theta-(i_s+I_s)\big] \end{aligned}\right\} \qquad (3.3.4)$$

（二）磁异常特征分析

由于二度体磁异常具有平面场的特征，因此，关于二度水平磁偶线磁异常特征分析，主要分析磁异常在水平线和铅垂断面内的分布特征及其变化规律，以此掌握磁异常和磁性体参数之间的依存关系。

1．磁异常在水平（观测）线上的分布特征

表示垂直磁性体走向方向的水平（观测）线上磁异常分布特征的是直角坐标系的磁异常公式和磁异常剖面曲线。分析（3.3.2）和（3.3.3）式可以看出：

a．二度水平磁偶极线磁异常公式是以磁性体的磁性参数M和i_s，正常地磁倾角I及磁性体的中心埋深R为参变量，以观测点坐标（x）为自变量的函数。令$H_{ax\perp}$和$Z_{ax\perp}$分别为$i_s=90°$时的H_{ax}和Z_a，由式（3.3.2）有：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax\perp} &= \frac{-2\mu_0 M_s R x}{2\pi(x^2+R^2)^2} \\ Z_{a\perp} &= \frac{\mu_0 M_s (R^2-x^2)}{2\pi(x^2+R^2)^2} \end{aligned}\right\} \qquad (3.3.5)$$

由此，式（3.3.2）和（3.3.3）可用一个通式表示：

$$F_k = m_k (Z_{a\perp} \sin\phi_k + H_{ax\perp} \cos\phi_k) \qquad (3.3.6)$$

式中 $K = 1,2,3$, 则

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= Z_a, \quad m_1 = 1, \quad \phi_1 = i_s \\ F_2 &= H_{ax}, \quad m_2 = -1, \quad \phi_2 = 90^\circ + i_s \\ F_3 &= \Delta T, \quad m_3 = -\sin I / \sin I_s, \quad \phi_3 = 90^\circ + i_s + I_s \end{aligned}\right\} \qquad (3.3.7)$$

由式（3.3.6）可见，Z_a，H_{ax}和ΔT异常曲线属同族函数，其异常曲线为同族曲线。即同一磁性体的H_{ax}曲线，相当于该磁性体保持磁矩（M_s）大小不变，而磁化倾角由i_s变为$90^\circ + i_s$的Z_a曲线，而ΔT曲线类似于磁化倾角由i_s变为$90^\circ + i_s + I_s$的Z_a曲线，也就是说，同一磁性体的H_{ax}和ΔT异常曲线，相当于该磁性体磁矩不变时的不同磁化倾角的Z_a曲线。因此，掌握了磁性体Z_a异常的分布特征及其变化规律，就不难理解H_{ax}和ΔT异常的分布特征及其变化规律。因而，在分析水平磁偶极线磁异常特征时，以讨论Z_a异常为主。

b. 由式（3.3.6）和（3.3.7）可知，当斜磁化（$0^\circ < i_s < 90^\circ$）时有：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= H_{ax\perp} \sin i_s - Z_{a\perp} \cos i_s \\ Z_a &= Z_{a\perp} \sin i_s + H_{ax\perp} \cos i_s \\ \Delta T &= \frac{\sin I}{\sin I_s} [H_{ax\perp} \sin(i_s + I_s) - Z_{a\perp} \cos(i_s + I_s)] \end{aligned}\right\} \qquad (3.3.8)$$

当垂直磁化（$i_s = 90^\circ$）时有：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= H_{ax\perp} \\ Z_a &= Z_{a\perp} \\ \Delta T &= \frac{\sin I}{\sin I_s} (H_{ax\perp} \cos I_s + Z_{a\perp} \cos I_s) \end{aligned}\right\} \qquad (3.3.9)$$

当水平磁化（$i_s=0°$）时有：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= -Z_{a\perp} \\ Z_a &= H_{ax\perp} \\ \Delta T &= \frac{\sin I}{\sin I_s}\left(H_{ax}\sin I_s - Z_{a\perp}\cos I_s\right) \end{aligned}\right\} \quad (3.3.10)$$

由式（3.3.5）知，$Z_{a\perp}$为偶函数，其曲线为对称于z轴的轴对称曲线，而$H_{ax\perp}$为奇函数，其曲线为对称原点的中心对称曲线（又称反对称曲线）。从式（3.3.8）—（3.3.10）式知，随着磁化倾角i_s由90°逐渐减小至0°时，Z_a异常曲线由轴对称曲线变为非对称曲线，继而变为反对称曲线。而H_{ax}曲线由反对称曲线变为非对称曲线，继而变为轴对称曲线。ΔT异常曲线由非对称的（斜磁化）Z_a型曲线逐渐变成为非对称的（斜磁化）H_{ax}型曲线（图3.3.2）。仔细观察根据式（3.3.3）计算绘出的不同i_s的H_{ax}，Z_a和ΔT理论曲线可见，曲线形状变化规律与上述根据理论公式分析所得结果是完全一致的。可见，H_{ax}，Z_a和ΔT异常曲线的形状主要取决于磁化倾角i_s的变化，也就是说，相同磁性体当i_s不同时，其磁异常曲线的形状是不同的。

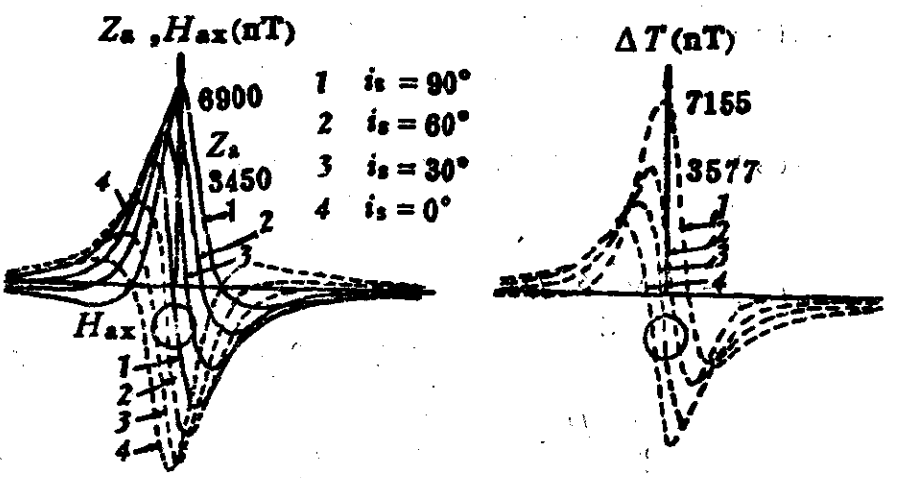


图3.3.2 磁偶极线不同i_s的H_{ax}，Z_a，ΔT曲线

c．在式（3.3.2）和（3.3.3）中，$M_s=I_sS$以比例系数的

形式出现，故知磁性体的磁矩M_s只影响磁异常的幅值大小，而不影响异常曲线的形状特征（曲线的形态与其特征值的坐标位置）。

d.令$Z_a=0$时x值为x_0，由式（3.3.2）得方程：

$$x_0^2+2Rx_0\mathrm{ctg}i_s-R^2=0$$

或 $$2Rx_0=0 \qquad (i_s=0)$$

解此方程得：

$$\left.\begin{aligned} x_0&=-R\left[\mathrm{ctg}i_s\pm\mathrm{csc}i_s\right] \\ \text{或}\quad x_0&=0 \qquad (i_s=0)\end{aligned}\right\} \tag{3.3.11}$$

令 $\dfrac{\partial Z_a}{\partial x}=0$时的$x$值为$x_m$，由（3.3.2）得方程：

$$x_m^3\sin i_s+3Rx_m^2\cos i_s-3R^2x_m\sin i_s-R^3\cos i_s=0$$

解此方程得：

$$\left.\begin{aligned} x_{m(1)}&=R\left[2\mathrm{csc}i_s\cdot\cos\left(60^\circ+\frac{i_s}{3}\right)-\mathrm{ctg}i_s\right] \\ x_{m(2)}&=R\left[2\mathrm{csc}i_s\cdot\cos\left(60^\circ-\frac{i_s}{3}\right)-\mathrm{ctg}i_s\right] \\ x_{m(3)}&=-R\left[2\mathrm{csc}i_s\cdot\cos\frac{i_s}{3}+\mathrm{ctg}i_s\right]\end{aligned}\right\} \tag{3.3.12}$$

或是：

$$\left.\begin{aligned} x_{m(1)}&=-\frac{\sqrt{3}}{3}R \\ x_{m(2)}&=\frac{\sqrt{3}}{3}R\end{aligned}\right\} \quad (i_s=0^\circ) \tag{3.3.13}$$

令Δx为任意小的自变增量，用实际验算法可得：

$$Z_a(x_{m(i)})>Z_a(x_{m(1)}-\Delta x),\ Z_a(x_{m(1)})>Z_a(x_{m(1)}+\Delta x)$$

$$Z_a(x_{m(2)})<Z_a(x_{m(2)}-\Delta x),\ Z_a(x_{m(2)})<Z_a(x_{m(2)}+\Delta x)$$

$$Z_a(x_{m(3)})<Z_a(x_{m(3)}-\Delta x),\ Z_a(x_{m(3)})<Z_a(x_{m(3)}+\Delta x)$$

由此可知，$x_{m(1)}$为Z_a极大值x坐标，$x_{m(2)}$和$x_{m(3)}$为Z_a极小值的x坐标。可见，二度水平磁偶极线的Z_a曲线有一个极大值和二个极小值，当$i_s=0$时，则Z_a曲线有一个极大值和一个极小值。

将式（3.3.12）代入（3.3.2）得Z_a的极大值

$$Z_{amax}=\frac{\mu_0 M_s}{2\pi R^2}\phi(i_s)_{max} \qquad (3.3.14)$$

式中：

$$\phi(i_s)_{max}=\frac{[1-(x_{m(1)}/R)^2]\sin i_s-2(x_{m(1)}/R\cos i_s}{[1+(x_{m(1)}/R)^2]^2} \qquad (3.3.15)$$

在i_s倾向一侧的Z_a曲线极小值为：

$$Z_{amin}=\frac{\mu_0 M_s}{2\pi R^2}\cdot\phi(i_s)_{min} \qquad (3.3.16)$$

式中：$\phi(i_s)_{min}=\frac{[1-(x_{m(2)}/R)^2]\sin i_s-2(x_{m(2)}/R)^2}{[1+(x_{m(2)}/R)^2]^2}$ (3.3.17)

当$i_s=90°$和$i_s=0°$时，由式（3.3.14）—（3.3.17）可得垂直磁化时的Z_a极大值$Z_{amax\perp}$和水平磁化时的Z_a极大值Z_{amax0}分别为：

$$Z_{amax\perp}=\frac{\mu_0 M_s}{2\pi R^2}$$

$$Z_{amax0}=\frac{3\sqrt{3}\mu_0 M_s}{16\pi R^2} \qquad (3.3.18)$$

可见，水平磁化时的极大值Z_{amax0}近似等于垂直磁化时的极大值$Z_{amax\perp}$的0.65倍。

令$Z_{a\perp}=\frac{1}{2}Z_{amax\perp}$的$x$坐标为$x^{\perp}_{\frac{1}{2}}$，由式(3.3.5)和（3.3.8）可得方程：$(x^{\perp}_{\frac{1}{2}})^4+4R^3(x^{\perp}_{\frac{1}{2}})^2-R^4=0$，解此方程得垂直磁化时

Z_{a1}曲线半极值点的两个坐标值及其距离：

$$\left.\begin{aligned} x_{\frac{1}{2}} &= \pm\sqrt{\sqrt{5}-2}R \\ d_{\frac{1}{2}} &= 2\sqrt{\sqrt{5}-2}R \approx 0.9717R \end{aligned}\right\} \quad (3.3.19)$$

同理，令水平磁化时的Z_a值为$Z_{a0}=\frac{1}{2}Z_{amax0}$的$x$值为$x^0_{\frac{1}{2}}$，由式（3.3.5）和（3.3.9）可得$\left(x^0_{\frac{1}{2}}\right)^4+2R\left(x^0_{\frac{1}{2}}\right)^2+\frac{32}{3\sqrt{3}}\left(x^0_{\frac{1}{2}}\right)+R^4=0$，解此方程得水平磁化时$Z_{a0}$半极值点坐标值及其距离为：

$$\left.\begin{aligned} \left(x^0_{\frac{1}{2}}\right)_1 &\approx -0.1721R \\ \left(x^0_{\frac{1}{2}}\right)_2 &\approx -1.3864R \\ d^0_{\frac{1}{2}} &= \left(x^0_{\frac{1}{2}}\right)_1-\left(x^0_{\frac{1}{2}}\right)_2 = 1.2143R \end{aligned}\right\} \quad (3.3.20)$$

由式（3.3.19）和（3.3.20）可知$d^0_{\frac{1}{2}}=1.25d_{\frac{1}{2}}$，也就是说，二度水平磁偶极线$Z_a$异常曲线半极值点坐标的距离（通常把此称为异常宽度），随i_s由90°逐渐变小至0°时，异常的宽度由0.9717R增加到1.2143R。这说明Z_a异常宽度，不仅主要与磁性体埋深有关，而且还受磁化倾角i_s的影响。

综上分析可得二度水平磁偶极线Z_a异常的基本特征：其一，异常曲线一般为有一个极大值和两个极小值的非对称曲线，异常曲线形状的变化主要受i_s变化的影响；其二，异常的幅值（特别是异常极值）与埋深R^2成反比，与磁矩M_s成正比，同时还与磁化倾角i_s有关，而其极大值随i_s减小而减小；其三，异常曲线特征值的x坐标值与异常宽度均与埋深R成正比，而随i_s的减小呈非

线性地增大。

2．磁异常在铅垂断面内的分布特征

表示磁异常在铅垂断面内的分布特征是磁异常公式的极坐标表示式和磁异常断面等值线图与磁异常剖面断面图。

a．由式（3.3.4），令$Z_a=0$和$\partial Z_a/\partial\theta=0$时的$\theta$分别为$\theta_0$和$\theta_m$，则有方程：

$$\sin(2\theta_0-i_s)=0,\qquad \cos(2\theta_m-i_s)=0$$

解此方程有：

$$\left.\begin{aligned}&\theta_{01}=i_s/2,\qquad \theta_{02}=(\pi+i)/2\\&\theta_{02}-\theta_{01}=\pi/2\end{aligned}\right\}\quad(3.3.21)$$

和

$$\left.\begin{aligned}&\theta_{m1}=-\pi/4+i_s/2,\qquad \theta_{m2}=\pi/4+i_s/2\\&\theta_{m2}-\theta_{m1}=\pi/2\end{aligned}\right\}\quad(3.3.22)$$

由此可知，在铅垂断面内不同高度水平（观测）线上Z_a曲线零值坐标点连线和极值坐标点连线均为直线，且都相交于磁性体的中心；两条零值坐标点连线互相垂直，极大值和极小值坐标点连线互相垂直；零值坐标点连线和极值坐标点连线的夹角为$\pi/4$。

b．令$\mu_0M_s/2\pi Z_a=A^2$，则可将式（3.3.4）的Z_a表示式改写成：

$$r^2=A^2\sin2\left(\theta-\frac{i_s}{2}\right)\qquad(3.3.23)$$

这是一个双叶玫瑰线参数方程，故知磁偶极线磁性体Z_a异常空间断面等值线图为双叶玫瑰线（图3.3.3）。

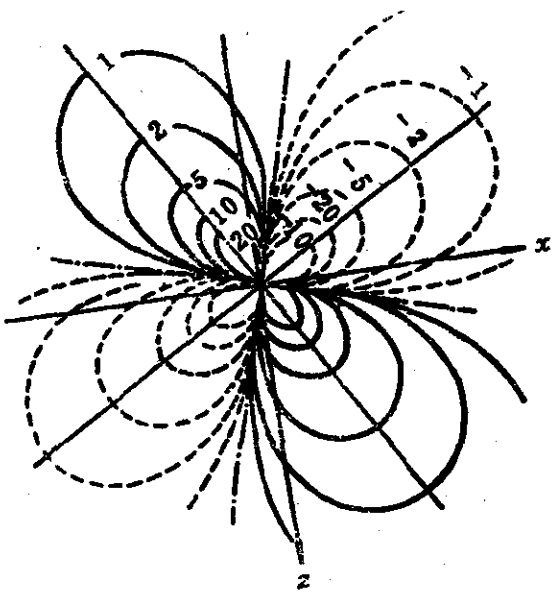


图3.3.3 磁偶极线Z_a异常断面等值线图

在实际工作中，根据Z_a异常

空间断面等值图的形状，可以判断磁性体是否是磁偶极线。同时，在此基础上还可根据零值坐标点的连线与垂直轴的夹角，确定磁化倾角i_s。

3．磁异常在水平面内分布特征

表示磁异常在水平内的分布特征是磁异常的平面等值线图和磁异常剖面平面图。

a．由于二度水平磁偶极线磁场具有平面场的特征，则在同一平面内磁异常为一系列与磁偶极线平行的平行线。

b．由上述磁异常水平线上分布特征知，Z_a异常曲线有一个极大值和两个负的极小值，因而其平面等值线图有一个极大值区和两个负的极小值区。

由上述关于磁偶极线磁异常特征分析可知：根据实测磁异常平面分布是否具有平面场的特征可判断磁性体是否为二度磁异常，进而判断磁性体是否为二度体；在判断为二度磁性体的基础上，可根据磁异常断面图的特征判断磁性体是否为磁偶极线；在确定磁性体形状的基础上，利用前述有关公式，根据实测异常剖面曲线，进一步确定磁性体的磁性参数（磁矩M_s的大小和有效磁化倾角i_s）及磁性体的中心埋藏深度R。

二、水平二度棱柱体的磁异常

凡不符水平二度磁偶极线条件的水平二度磁性体均可统归于水平二度棱柱磁性体。

在自然界中，许多侵入的岩墙、岩脉、沉积变质含铁岩系、地台基底的变质岩系和杂岩系，只要它们的横截面稳定、沿走向长度很大且埋深基本不变，均可视为水平二度棱柱体。这些磁性体的磁场，一方面和磁偶极线磁场一样，其特征受磁化强度大小与方向及埋深的影响，另一方面，其磁场特征还受截面形状的影响。

因为任何截面形状的水平二度棱柱体，均可视为许多水平二度板状体的组合，而其磁场可视为组成棱柱体的所有板状体磁场

的迭加和，因而，在研究水平二度棱柱磁性体磁异常特征时，重点研究水平二度板状体的磁异常。

（一）磁场公式

1．二度倾斜磁荷平面的磁异常公式

如图3.3.4所示，磁荷平面沿走向（y轴）方向是水平无限延伸，在垂直走向（x轴）方向宽度为AB，A点坐标为(ξ_A、ζ_A)，B点坐标为（ξ_B、ζ_B），磁荷面的面磁荷密度为σ。

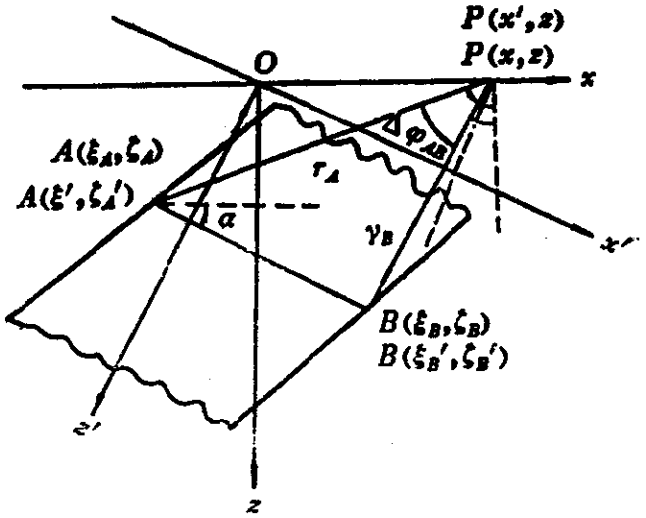


图3.3.4　二度倾斜磁荷面坐标示意图

以原坐标系（xoz）的原点为原点，建立一个新的坐标系$x'oz'$，其x'轴与磁荷平面倾向平行（即与AB平行），z'轴垂直磁荷平面。在新坐标($x'oz'$)系中，A点的坐标为（ξ'_A，ζ'_A)，B点的坐标为（ξ'_B，ζ'_B），P点的坐标为（x'，z'）。显然，由场源点Q（ξ'，ζ'）到观测点P（x'，z'）的距离r为：

$$r=\left[(x'-\xi')^2+(z'-\zeta')^2\right]^{1/2}$$

$$=\left[(x-\xi)^2+(z-\zeta)^2\right]^{1/2} \qquad (3.3.24)$$

此时式（3.2.8）中$l=\xi'_B-\xi'_A$，$dl=d\xi'$。设磁荷平面磁异常沿x'轴的分量为H'_{ax}，沿z'轴的分量为Z'_a，由式(3.2.8)则有：

$$H'_{ax}=\frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\int_{\xi'_A}^{\xi'_B}\frac{(x'-\xi')\,d\xi'}{(x'-\xi')^2+(z'-\zeta')^2}=$$

$$\frac{-\mu_0\sigma}{4\pi}\ln\frac{(x'-\xi'_B)^2+(z'-\zeta'_B)^2}{(x'-\xi'_A)^2+(z'-\zeta'_A)^2}$$

$$Z'_a = \frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\int_{\xi'_A}^{\xi'_B}\frac{(z'-\xi')\,d\xi'}{(x'-\xi')^2+(z'-\zeta')^2}$$

$$= -\frac{\mu_0\sigma}{2\pi}\left[\mathrm{tg}^{-1}\frac{x'-\xi'_B}{z'-\zeta'_B} - \mathrm{tg}^{-1}\frac{x'-\xi'_A}{z'-\zeta'_A}\right]$$

令 $\varphi'_A = -\mathrm{tg}_{-1}\dfrac{x'-\xi'_A}{z'-\zeta'_A}$, $\varphi'_B = -\mathrm{tg}^{-1}\dfrac{x'-\xi'_B}{z'-\zeta'_B}$,

$$\varphi_A = -\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-\xi_A}{z-\zeta_A}, \qquad \varphi_B = -\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-\xi_B}{z-\zeta_A},$$

由图3.3.4可见：

$$\Delta\varphi_{AB} = \varphi'_A - \varphi'_B = \varphi_A - \varphi_B$$

并注意到式（3.3.24），则有：

$$\left.\begin{aligned} H'_{ax} &= \frac{-\mu_0\sigma}{2\pi}\ln\frac{r_B}{r_A} \\ Z'_a &= \frac{-\mu_0\sigma}{2\pi}(\varphi_A-\varphi_B) \end{aligned}\right\} \quad (3.3.25)$$

式中：$r_A = [(x-\xi_A)^2+(z-\zeta_A)^2]^{1/2}$,

$$r_B = [(x-\xi_B)^2+(z-\zeta_B)^2]^{1/2}$$

因为x'轴和x轴的夹角等于磁荷平面的倾角α，根据矢量合成原理，由H'_{ax}和Z'_a可求得磁荷（平）面磁异常水平分量H_{ax}和垂直分量Z_a：

$$H_{ax} = H'_{ax}\cos\alpha - z'_a\sin\alpha$$

$$Z_a = H'_{ax}\sin\alpha + Z'_a\cos\alpha$$

将式（3.3.25）代入上式得：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= \frac{-\mu_0\sigma}{2\pi}\left[\cos\alpha\ln\frac{r_B}{r_A} - \sin\alpha(\varphi_A-\varphi_B)\right] \\ Z_a &= \frac{-\mu_0\sigma}{2\pi}\left[\sin\alpha\ln\frac{r_B}{r_A} + (\varphi_A-\varphi_B)\cos\alpha\right] \end{aligned}\right\} \quad (3.3.26)$$

2．横截面为任意形状的水平二度棱柱磁性体磁异常公式

对于横截面为任意形状的水平二度棱柱体，可用N个磁荷平面的水平二度棱柱体来逼近。设N个磁荷平面中的第i个磁荷（平）面的面磁荷密度为σ_i，磁荷平面的倾角为α_i，磁荷平面的外法线矢量为$\mathbf{n}_i$，磁性体的有效磁化强度为$\mathbf{J}_s$，有效磁化倾角为i_s（图3.3.5）。由式（1.1.31）则有$\sigma_i = J_s\cos(\mathbf{n}_i, \mathbf{J})$。令第$i$个磁荷（平）面磁异常的水平分量为$H_{axi}$，垂直分量为$Z_{ai}$，由式（3.3.26）可得：

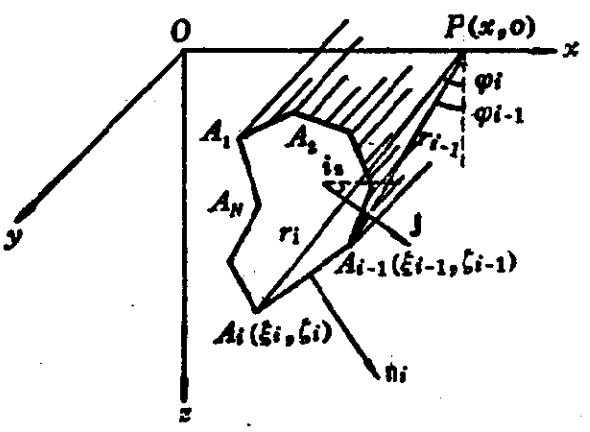


图3.3.5 横截面为任意形状的二度棱柱磁性体坐标示意图

$$\left.\begin{aligned} H_{axi} &= \frac{-\mu_0\sigma_i}{2\pi}\left\{\cos\alpha_i\ln\frac{r_i}{r_{i-1}} - (\varphi_{i-1}-\varphi_i)\sin\alpha_i\right\} \\ Z_{ai} &= \frac{-\mu_0\sigma_i}{2\pi}\left\{\sin\alpha_i\ln\frac{r_i}{r_{i-1}} + (\varphi_{i-1}-\varphi_i)\cos\alpha_i\right\} \end{aligned}\right\} \quad (3.3.27)$$

整个棱柱磁性体磁异常的水平分量和垂直分量为N个磁荷（平）面磁异常的水平分量和垂直分量分别迭加之和，即：

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= \frac{-\mu_0}{2\pi}\sum_{i=1}^{N}\sigma_i\left[\cos\alpha_i\ln\frac{r_i}{r_{i-1}} - (\varphi_{i-1}-\varphi_i)\sin\alpha_i\right] \\ Z_a &= \frac{-\mu_0}{2\pi}\sum_{i=1}^{N}\sigma_i\left[\sin\alpha_i\ln\frac{r_i}{r_{i-1}} + (\varphi_{i-1}-\varphi_i)\cos\alpha_i\right] \end{aligned}\right\} \quad (3.3.28)$$

给定磁性体的磁性参数J_s和i_s及磁性体各角点的坐标（ξ、ζ）则可求得每个磁荷（平）面的σ_i和α_i。因而由式（3.3.28）就可计算出磁性体的磁异常值。因此，式（3.3.28）是计算均匀磁化的复杂形状的二度棱柱磁性体磁异常的基本数学模型。

3．二度板状磁性体磁异常公式

如图3.3.6所示，令二度板状磁性体横截面四个角点坐标分别为：$A(-b, h)$，$B(b, h)$，$C(-b+2l\cos\alpha, h+2l\sin\alpha)$，$D(b+2l\cos\alpha, h+2l\sin\alpha)$，其中$h$为板状体顶面埋深，$2b$为板状体水平宽度，$2l$为板状体向下延深长度，$\alpha$为板状体（侧面）倾角。若板状磁性体有效磁化强度为$J_s$，其倾角为$i_s$。令$\gamma=\alpha-i_s$，则板状体四个磁荷面的面磁密度分别为：

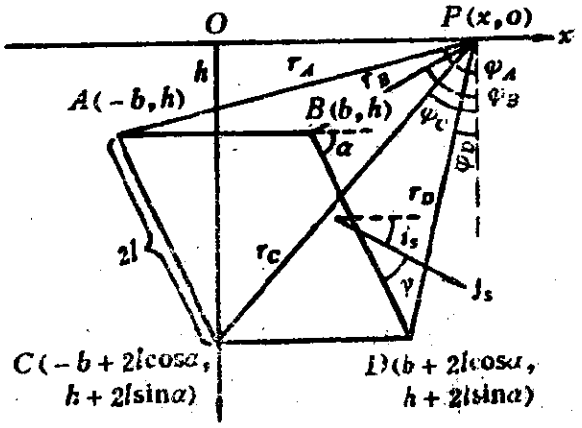


图3.3.6 二度板状磁性体坐标示意图

$$\begin{aligned}\sigma_1&=\sigma_{AB}=-J_s\sin i_s\\ \sigma_2&=\sigma_{BD}=J_s\sin\gamma\\ \sigma_3&=\sigma_{DC}=J_s\sin i_s\\ \sigma_4&=\sigma_{CA}=-J_s\sin\gamma\end{aligned}\qquad(3.3.29)$$

因为AB面的倾角$\alpha_1=\alpha_{AB}=0$，BD面的倾角$\alpha_2=\alpha_{BD}=\alpha$，$DC$面的倾角，$\alpha_3=\alpha_{DC}=180°$，$AC$面的倾角$\alpha_4=\alpha_{CA}=180°+\alpha$，注意到这些、将式（3.3.29）代入（3.3.28），并用三角公式$\sin i_s=\sin(\alpha-\gamma)=\sin\alpha\cos\gamma-\sin\gamma\cos\alpha$代入后并整理合并，即得二度板状磁性体磁异常公式：

$$H_{ax}=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi}\left\{\cos\gamma\ln\frac{r_B\cdot r_C}{r_A\cdot r_D}\right.$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&-\sin\gamma[(\varphi_A-\varphi_B)-(\varphi_C-\varphi_D)]\Big\}\\
Z_a=&\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi}\Big\{\sin\gamma\ln\frac{r_B\cdot r_C}{r_A\cdot r_D}\\
&+\cos\gamma[(\varphi_A-\varphi_B)-(\varphi_C-\varphi_D)]\Big\}
\end{aligned}
\right\}
\qquad (3.3.30)
$$

令坐标原点与板状体顶面中心在地面的投影中心重合，观测点P在地面($z=0$)的水平面内，由图3.3.6知，$z=0$，$\xi_A=\xi_B=h$，$\xi_C=\xi_D=h+2l\sin\alpha$，$\xi_A=-b$，$\xi_B=b$，$\xi_C=-b+2l\cos\alpha$，$\xi_D=b+2l\cos\alpha$，由此有：

$$r_A=[(x+b)^2+h^2]^{1/2}\qquad r_B=[(x-b)^2+h^2]^{1/2}$$

$$r_C=[(x+b-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2]^{1/2}$$

$$r_D=[(x-b-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2]^{1/2}$$

$$\varphi_A=\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h},\qquad \varphi_C=\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}$$

$$\varphi_B=\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h},\qquad \varphi_D=\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}$$

将上述值代入式（3.3.30）中，则得二度板状体磁异常的直角坐标表示式：

$$
\begin{aligned}
H_{ax}=&\frac{\mu_0 I_s\sin\alpha}{2\pi}\times\\
&\Big\{\frac{\cos\gamma}{2}\ln\frac{[(x-b)^2+h^2][(x+b-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2]}{[(x+b)^2+h^2][(x-b-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2]}\\
&-\sin\gamma[(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h})-(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}-\\
&-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha})]\Big\}
\end{aligned}
$$

$$Z_a=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi}\times$$

$$\left\{\frac{\sin\gamma}{2\pi}\ln\frac{[(x-b)^2+h^2][(x+b-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2]}{[(x+b)^2+h^2][(x-b-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2]}\right.$$

$$+\cos\gamma\left[\left(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h}\right)-\left(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}-\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}\right)\right]\right\} \qquad (3.3.31)$$

将上式代入（3.2.23）并整理得总磁异常公式：

$$\Delta T=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha\sin I}{2\pi\sin I_s}\times$$

$$\left\{\frac{\cos(\gamma-I_s)}{2}\ln\frac{[(x-b)^2+h^2][(x+b-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2]}{[(x+b)^2+h^2][(x-b-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2]}\right.$$

$$-\sin(\gamma-I_s)\left[\left(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h}\right)-\right.$$

$$\left.\left.-\left(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}\right)\right]\right\} \qquad (3.3.32)$$

（二）二度板状磁性体磁异常特征分析

由二度体磁场特征和式（3.3.31）与（3.3.32）可知，二度板状磁性体磁异常H_{ax}、Z_a、ΔT的共同特征是：a.具有平面场的特征；b.异常值是以磁性体的磁性参数J_s和i_s（对ΔT还有I）、几何参数$2l$和$2b$及产状要素h和α为参变量，以观测点坐标x为自变量的函数；c.由式（3.3.31）和（3.3.32）可知，H_{ax}，Z_a和ΔT可用一个通式表示：

$$F_K=m_K[f_1\cos\phi_K+f_2\sin\phi_K] \qquad (3.3.33)$$

式中：$K=1$，2，3。则$F_1=Z_a, m_1=1, \phi_1=\gamma$

$F_2=H_{ax}$，$m_2=1$，$\phi_2=90^\circ+\gamma$

$$
\left.\begin{aligned}
&F_3=\Delta T,\ m_3=\frac{\sin I}{\sin I_s},\ \phi_3=90^\circ+\gamma-I_s\\
&f_1=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{4\pi}\left[\left(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h}\right)\times\right.\\
&\left.\left(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}\right)\right]\\
&f_2=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{4\pi}\times\\
&\ln\frac{\left[(x-b)^2+h^2\right]\cdot\left[(x+b-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2\right]}{\left[(x+b)^2+h^2\right]\cdot\left[(x-b-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2\right]}
\end{aligned}\right\}\quad(3.3.34)
$$

可见H_{ax}，Z_a和ΔT为同族函数，其曲线为同族曲线。决定异常曲线形状的主要是角参数γ。当$2b$，h和J_s保持不变，且$2l\to\infty$时，不论α和i_s同时怎么样变化，只要$\gamma=\alpha-i_s$保持不变，则曲线形状保持不变。

二度板状磁性体磁异常公式中的参变量各自变化时，可以组合形成不同特点的板状磁性体（见表3.3.1）。

表3.3.1 板状磁性体与参量组合关系表

磁性体名称 / 形状参数	角度参数	$\gamma=\alpha-i_s=0$（顺层磁化）	$\gamma=\alpha-i_s\neq0$（斜交磁化）
$h\ll 2l\to\infty$（无限延深体）	$h<2b<\infty$	顺层磁化无限延深厚板	斜交磁化无限延深厚板
	$0<2b<h$	顺层磁化无限延深薄板	斜交磁化无限延深薄板
$h<2l<\infty$（有限延深体）	$h<2b<\infty$	顺层磁化有限延深厚板	斜交磁化有限延深厚板
	$0<2b<h$	顺层磁化有限延深薄板	斜交磁化有限延深薄板
$0<2l<h$（水平薄板）	$h<2b<\infty$	水平磁偶极层（水平薄板）	水平磁偶极层（水平薄板）
	$0<2b<h$	水平磁偶极线（水平圆柱体）	水平磁偶极线（水平圆柱体）

表中未包括磁性岩层接触面和无限大磁荷面。

对表中各种磁性体的磁异常特征不能一一分析研究，同时考虑H_{ax}、Z_a和ΔT属同族曲线，因而下面仅就磁异常公式中的各磁性体参数变化对二度板状磁性体Z_a异常特征的影响，作概括性的分析，以达到掌握分析不同形状产状和磁化特征时二度水平棱柱磁性体磁异常特征的目的。

1．下延深度2l的变化对磁异常的影响

图3.3.7绘出了有限延深厚板($2l=6h$)和无限延深（$2l\to\infty$）厚板的Z_a和H_{ax}异常剖面曲线，由图可见，随着磁性体向下延深（$2l$）的增加，Z_a异常的极大值和H_{ax}的极小值的绝对值均增加；Z_a异常和H_{ax}异常的宽度也增大；有限延深体的Z_a异常曲线两边均有负值，而无限延深体的Z_a异常曲线一边有负值，一边无负值。出现这种现象的主要原因是，随着$2l$的增加，磁性体下端正磁荷面产生的负Z_a异常在磁性体顶部以上的空间的作用逐渐减弱，而侧面负磁荷产生的Z_a正异常的作用却越强。当$2l\to\infty$时，底面（正磁荷面）产生的负异常在磁性体顶部以上空间的值为零。因而在侧面为负磁荷分布的一侧，就无负Z_a异常出现；而只在侧面为正磁荷的一侧有负Z_a异常（图3.3.8）。

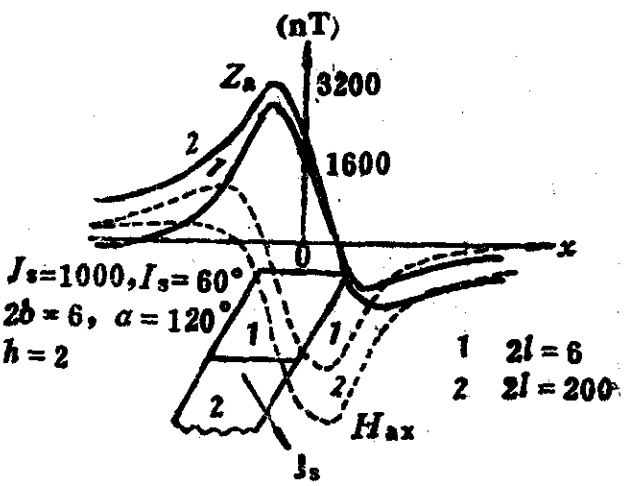


图3.3.7 不同$2l$的H_{ax}、Z_a异常曲线

当$2l\to\infty$时，$x+b-2l\cos\alpha\approx x-b-2l\cos\alpha$，因此，对于无限延深二度板状磁性体，由式（3.3.31）和（3.3.32）其磁异常公式可简化为：

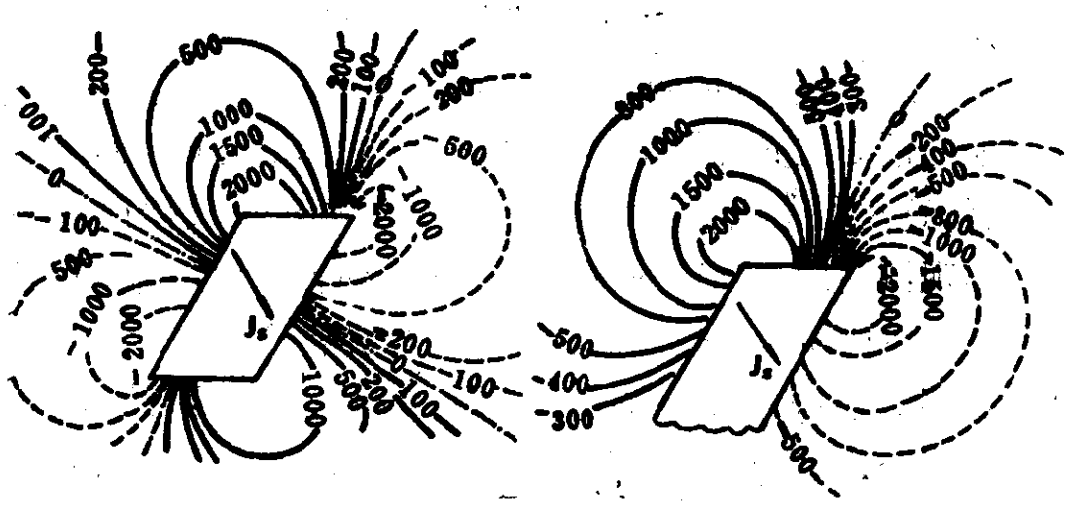


图3.3.8 不同$2l$的Z_a异常断面等值线图

$$H_{ax}=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi}\left\{\frac{\cos\gamma}{2}\ln\frac{(x-b)^2+h^2}{(x+b)^2+h^2}-\sin\gamma\times\left(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h}\right)\right\}$$

$$Z_a=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi}\times\left\{\frac{\sin\gamma}{2}\ln\frac{(x-b)^2+h^2}{(x+b)^2+h^2}+\cos\gamma\left(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h}\right)\right\} \tag{3.3.35}$$

$$\Delta T=\frac{J_s\mu_0\sin\alpha\sin I}{2\pi\sin I_s}\times\left\{\frac{\cos(\gamma-I_s)}{2}\ln\frac{(x-b)^2+h^2}{(x+b)^2+h^2}-\sin(\gamma-I_s)\left(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h}+\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h}\right)\right\}$$

将式（3.3.35）和（3.3.31）及（3.3.32）对比可见，有限延深二度板状磁性体的磁异常，是两个顶面埋深分别为h和$h+2l\sin\alpha$，宽度和磁化特征均相同的而其侧面下部互相重合的

无限延深二度板状磁性体磁异常的迭加和。

2．水平宽度2b的变化对磁异常的影响

如同前面定义磁偶极线条件是与磁性体中心埋深R具有相对性一样，这里所说磁性体宽度$2b$变化也是相对板状体顶面埋深h而言。当观测面距离顶部的深度$h\to 0$时，即使磁性顶端宽度只有3—5m，在顶面中心投影点上观测的磁异常亦相当于具有相同磁性的无限大磁荷面的异常；反过来，即使磁性体的水平宽度200—300m，但观测面距磁性体顶端深度为500—600m时，则此时在观测面上观测的磁异常亦可视为薄板磁性体的磁异常。

为使所研究的问题更明显，我们来看$2b$的变化对斜交磁化无限延深二度板状磁性体磁异常特征的影响。由图3.3.9可以看出，随着$2b$增加，异常曲线的宽度增加，异常的极值增加，而正负极值之间异常的水平梯度则变小。由式（3.3.35）知，当$2b\to\infty$时，

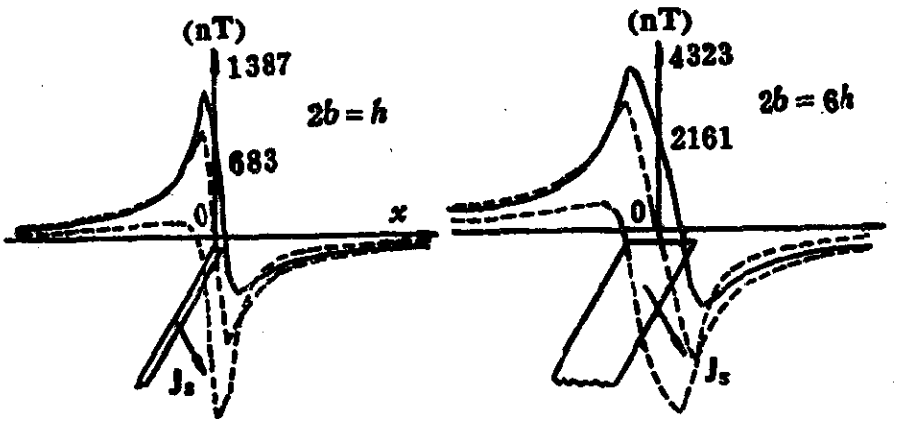


图3.3.9　不同$2b$的磁性体磁异常曲线

$$\left.\begin{aligned} H_{ax} &= -\mu_0 J_s \sin\alpha \sin\gamma/2 \\ Z_a &= \mu_0 J_s \sin\alpha \cos\gamma/2 \\ \Delta T &= -\mu_0 J_s \sin\alpha \sin(\gamma - I_s)/2 \end{aligned}\right\} \qquad (3.3.36)$$

可见，宽度$2b\to\infty$的磁性体磁异常曲线为一水平线，即观测面内各点异常值为一常量。

当$b \ll h$时，$x^2+h^2 \pm b^2 \approx x^2+h^2$。利用公式：

$\mathrm{tg}^{-1}x \approx x(|x|<1)$；$\ln x \approx 2\dfrac{x-1}{x+1}$ （$x>0$），则有：

$$\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h}=\mathrm{tg}^{-1}\frac{2bh}{x^2+h^2-b^2}\approx\frac{2bh}{x^2+h^2-b^2}\approx\frac{2bh}{x^2+h^2}$$

$$\ln\frac{(x-b)^2+h^2}{(x+b)^2+h^2}\approx\frac{-4bx}{x^2+h^2-b^2}\approx\frac{-4bx}{x^2+h^2}$$

将此代入式（3.3.35）则得无限延深薄板磁异常公式

$$\left.\begin{aligned}H_{ax}&=\frac{-2b\mu_0 J\sin\alpha}{2\pi(x^2+h^2)}[x\cos\gamma+h\sin\gamma]\\Z_a&=\frac{2b\mu_0 J\sin\alpha}{2\pi(x^2+h^2)}[h\cos\gamma-x\sin\gamma]\\\Delta T&=\frac{-2b\mu_0 J_s\sin\alpha\sin I}{2\pi\sin I_s(x^2+h^2)}[x\cos(\gamma-I_s)+h\sin(\gamma-I_s)]\end{aligned}\right\}\quad(3.3.37)$$

令$\dfrac{\partial z_a}{\partial x}=0$，由式（3.3.35），可求得$Z_a$曲线极值点的$x$坐标：

$$\left.\begin{aligned}x_{max}&=h[\mathrm{ctg}\gamma-\sqrt{\csc^2\gamma+(b/h)^2}]\\x_{min}&=h[\mathrm{ctg}\gamma+\sqrt{\csc^2\gamma+(b/h)^2}]\end{aligned}\right\}\quad(3.3.38)$$

对于薄板$b \ll h$，上式变为：

$$\left.\begin{aligned}x_{max}&=h(\mathrm{ctg}r-\csc\gamma)\\x_{min}&=h(\mathrm{ctg}r+\csc\gamma)\end{aligned}\right\}\quad(3.3.39)$$

可见，厚板（$2b>h$）Z_a异常极值点坐标与h，b和γ均有关，而薄板（$2b \ll h$）的异常极值点坐标与b无关。亦可推知，磁异常宽度与磁性体顶面水平宽度$2b$有关，当$2b \ll h$（薄板）时，异常的宽

度与磁性体顶面埋深h成正比增大。

令r为磁性体顶面中心点到观测点的距离，θ为r与垂直轴（z）的夹角，将式（3.3.37）中的Z_a表达式化极坐标形式则有：

$$Z_a=\frac{2b\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi r}\cos(\theta+\gamma) \qquad (3.3.40)$$

可见无限延深二度薄板状磁性体Z_a异常的断面等值线为一组相切于磁性体顶端的公切圆(图3.3.11)，由式（3.3.40）可知，公切圆圆心连接线与垂直轴的夹角为γ角 因此，根据Z_a异常断面等值线图不仅可以判断磁性的形状，而且由圆心连线与垂直轴夹角，还可确定γ角。

3．磁性体倾角α和磁化倾角i_s变化对磁异常特征的影响

前面已指出，磁异常形状主要取决于角参数$\gamma=\alpha-i_s$。在一个地区，如果磁性体的磁化倾角i_s基本一致，则不同磁性体的γ就由α角决定。同样，对于相同产状的矿体（或岩体），其倾角α基本一致，此时不同岩（矿）体的γ角就随i_s不同而不同。由图3.3.10可见：在磁化强度J指向的磁性体的一侧的Z_a曲线的水平梯度比另侧的水平梯度更大；在磁性体倾向的一侧Z_{amin}的绝对值比另一侧的Z_{amin}的绝对值更大。由此可知，对有限延深板状磁性

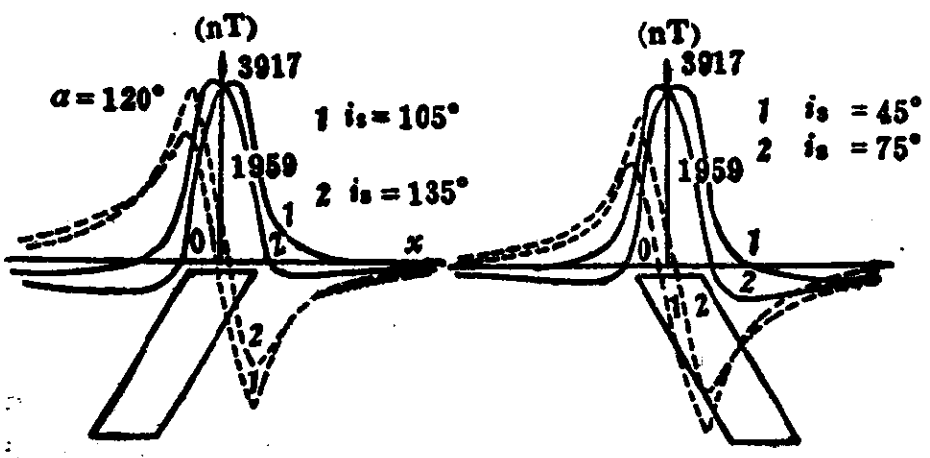


图3.3.10 有限延深厚板不同α和i_s的H_{ax}-Z_a曲线

体，即使$\gamma=\alpha-i_s$相同，但α角不相同时，其磁异常曲线形状也不相同。然而，对无限延深体，由式（3.3.35）和（3.3.37）可见，只要γ角保持不变，则磁异常曲线形状就不变。有限延深体和无限延深体磁异常随α变化而有不同的变化特点，主要原因是有限延深体有下端磁荷面产生异常的影响，而下端磁荷面在空间的位置随$2l$和α变化而变化，因而它所产生的异常也会随$2l$和α变化而变化，以致使整个磁性体的磁异常也随$2l$和α变化而变化。但对无限延深体而言，因不存在下端磁荷面产生的磁异常的影响，因而曲线形状，（当γ角不变时）不随α变化而变化。

对无限延深体，当顺层磁化（$\gamma=0$）时，令其Z_a为$Z_{a//}$，H_{ax}为$H_{ax//}$，则由式（3.3.35）可得：

$$\left.\begin{aligned} Z_{a//}&=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi}\left(\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h}\right)\\ H_{ax//}&=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{4\pi}\ln\frac{(x-b)^2+h^2}{(x+b)^2+h^2}\end{aligned}\right\}\quad(3.3.41)$$

可见，$Z_{a//}$为对称于z轴的轴对称曲线，又因为$\mathrm{tg}^{-1}\frac{x+b}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-b}{h}=\mathrm{tg}^{-1}\frac{2bh}{x^2+h^2-b^2}$，故知顺层磁化无限延深二度板状磁性体$Z_a$异常恒无负值。而$H_{ax//}$为对称原点的中心对称曲线。将式（3.3.41）的$Z_{a//}$写成极坐标表达式有

$$Z_{a//}=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi}(\varphi_A-\varphi_B)=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi}\Delta\varphi_{AB}$$

可见，顺层磁化无限延深厚板体的Z_a异常断面等值线图为一组以板状体顶面宽AB（$=2b$）为公共弦的圆弧（图3.3.11）对薄板体AB

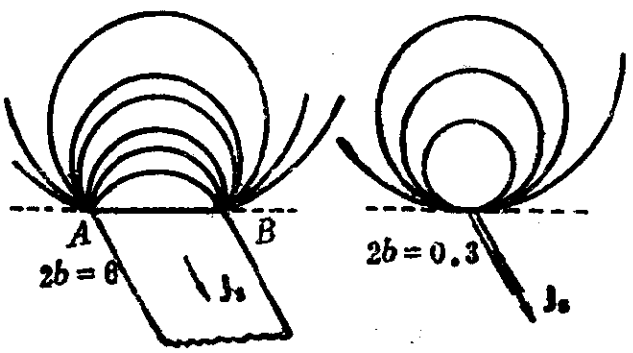


图3.3.11 顺层磁化无限延深二度板状磁性体Z_a异常断面等值线图

$=2b\to 0$，此时圆弧变为共切于顶点的公切圆。由图3.3.11可知，根据空间断面Z_a等值线汇集点可以确定顺层磁化无限延深板状磁性体的顶面埋深h和水平宽度$2b$。

将式（3.3.38）中x_{max}值的代入（3.3.35）的Z_a表达式中得：

$$Z_{amax}=\frac{\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi}\left\{\cos\gamma\left[\operatorname{tg}^{-1}\left(\operatorname{tg}\gamma-\sqrt{\csc^2\gamma+(b/h)^2}+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.+\left(\frac{b}{h}\right)\right)-\operatorname{tg}^{-1}\left(\operatorname{ctg}\gamma-\sqrt{\csc^2\gamma+\left(\frac{b}{h}\right)^2}-\frac{b}{h}\right)\right]$$

$$\left.+\frac{1}{2}\sin\gamma\ln\frac{\left[h\left(\operatorname{ctg}\gamma-\sqrt{\csc^2\gamma+\left(\frac{b}{h}\right)^2}-b\right]^2+h^2\right.}{\left[h\left(\operatorname{ctg}\gamma-\sqrt{\csc^2\gamma+\left(\frac{b}{h}\right)^2}+b\right]^2+h^2\right.}\right\}\quad(3.3.42)$$

对比式（3.3.41）和（3.3.42）知，当$\gamma=0$时有：

$$Z_{a//max}=Z_{a//}(0)=\frac{2\mu_0 J_s\sin\alpha}{2\pi}\operatorname{tg}^{-1}\frac{b}{h}\qquad(3.3.43)$$

由式(3.3.41)知，$Z_{a//}(x)=Z_{a//}(-x)$；$H_{ax}(x)=-H_{ax}(-x)$，由式（3.3.35）和（3.3.41），可得：

$$f(x)=\frac{1}{2}[Z_a(x)+Z_a(-x)]$$

$$=\frac{1}{2}[Z_{a//}(x)\cos\gamma+H_{ax//}(x)\sin\gamma+Z_a(-x)\cos\gamma+H_{ax//}(-x)\sin\gamma]$$

即有：

$$\left.\begin{aligned}f(x)&=Z_{a//}\cos\gamma\\ \varphi(x)&=\frac{1}{2}[Z_a(x)-Z_a(-x)]=H_{ax//}\sin\gamma\end{aligned}\right\}\quad(3.3.44)$$

$f(x)$和$\varphi(x)$分别称为斜交磁化无限延深板状体Z_a异常的半和与半差曲线。由式（3.3.44）可知，Z_a异常的半和曲线$f(x)$，等于同一体顺层磁化的$Z_{a//}$乘上$\cos\gamma$，而半差曲线$\varphi(x)$，则等于同一体的$H_{ax//}$乘上$\sin\gamma$。在实际工作中，所得实测Z_a异常曲线如只有一个极小值，则想法确定实测Z_a异常曲线的原点或原点（$x=0$）的$Z_a(0)$，即可求得$f(x)$和$\varphi(x)$曲线。理论上可以证明，对无限延深板状体有：

$$Z_{amax}+Z_{amin}=Z_a(0)$$

从而根据实测的斜交磁化的Z_a异常曲线，可求得其$f(x)$和$\varphi(x)$曲线。

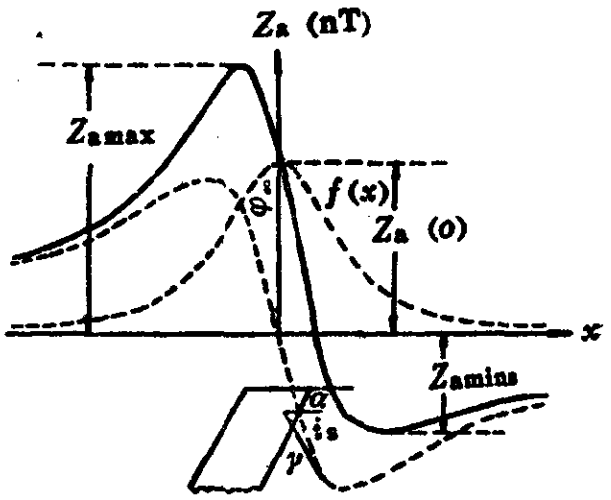


图3.3.12 Z_a异常的$f(x)$和$\varphi(x)$曲线

令$\frac{\partial^2 Z_{a//}}{\partial x^2}$，解方程可求得$Z_{a//}$曲线拐点的坐标$x_{拐}$为：

$$\left.\begin{aligned} x_{拐} &= \pm b\sqrt{1+\frac{1}{3}\left(\frac{h}{b}\right)^2} \\ \text{或}\quad x_{拐} &\approx \pm b\ (\text{当}b\gg h\text{时}) \end{aligned}\right\} \qquad (3.3.45)$$

令$Z_{a//}(x)=\frac{1}{2}Z_{a//}(0)$，解所得方程可求得顺层磁化的$Z_a(x)=\frac{1}{2}Z_{a//}(0)$点处的$x$坐标$x_{1/2}$：

$$\left.\begin{aligned} x_{1/2} &= \pm b\sqrt{1+\left(\frac{h}{b}\right)^2} \\ \text{或}\quad x_{1/2} &\approx \pm b\ (\text{当}b\gg h\text{时}) \end{aligned}\right\} \qquad (3.3.46)$$

由式（3.3.45）和（3.3.46）可求得顺层磁化无限延深二度厚板状体的顶部埋深和水平宽度$2b$。对于斜交磁化无限延深二度厚板状体，可先求$f(x)$和$\varphi(x)$曲线，再根据$f(x)$曲线，利用式（3.3.45）和（3.3.46）求得h和$2b$。

综合上述分析可知，根据实测磁异常曲线图或断面等值线图，可以判断或估计磁性体的形态产状参数和磁性参数。

三、地质构造带的磁异常

在实际的地质工作中，常遇到磁性火成岩接触带，磁性地层的断层和褶皱带、磁性基底的隆起与凹陷带等地质构造。弄清这些地质构造带的形状、产状和空间位置，不论是找矿勘探或水文工程地质都有非常重要的意义，这类构造带的磁异常除构造端部外，其异常均具有二度磁性体磁异常特征。

（一）磁性台阶的磁异常

磁性火成岩接触带和磁性断层统称磁性台阶，可视为有限延深板状磁性体的特例（图3.3.13），即一个侧面趋向无限远的情况。当BC（或AD）趋向无限远时，此时$r_B \approx r_C \Rightarrow \infty$，$\varphi_B = \varphi_C \approx -\frac{\pi}{2}$，由式（3.3.30）可得其磁异常极坐标表示式：

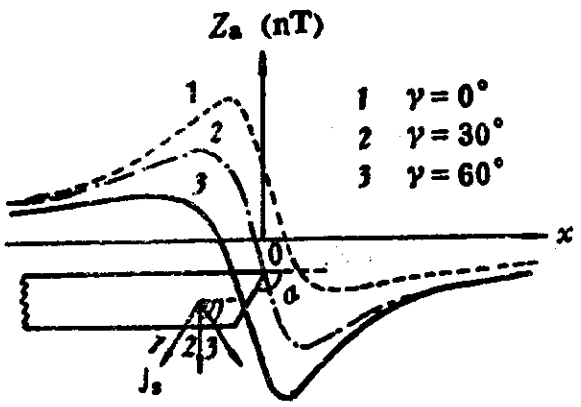


图3.3.13 磁性台阶Z_a异常曲线图

$$
\left.
\begin{aligned}
Z_s &= \frac{J_s \sin\alpha}{2\pi}\left\{\cos\gamma(\varphi_A-\varphi_D)+\sin\gamma\ln\frac{r_D}{r_A}\right\}\mu_0 \\
H_{ax} &= \frac{J_s \sin\alpha}{2\pi}\left\{\cos\gamma\ln\frac{r_D}{r_A}-\sin\gamma(\varphi_A-\varphi_D)\right\}\mu_0 \\
\Delta T &= \frac{J_s \sin\alpha \sin I}{2\pi \sin I_s}\left\{\cos(\gamma-I_s)\ln\frac{r_D}{r_A}\right. \\
&\quad \left.-\sin(\gamma-I_s)(\varphi_A-\varphi_D)\right\}\mu_0
\end{aligned}
\right\} \quad (3.3.47)
$$

令坐标原点与A点在地表的投影点重合，则有$r_A=[x^2+h^2]^{1/2}$，$r_D=[(x-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2]^{1/2}$，$\mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{h}=\varphi_A$，$\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}=\varphi_D$。将此代入上式即得其直角坐标表示式：

$$
\begin{aligned}
Z_a&=\frac{J_s\sin\alpha}{2\pi}\cos\gamma\left[\mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{h}+\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}\right]+\\
&\quad\frac{\sin\gamma}{2}\ln\frac{(x-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2}{x^2+h^2}\Big\}\mu_0\\
H_{ax}&=\frac{J_s\sin\alpha}{2\pi}\Big\{\frac{\cos\gamma}{2}\ln\frac{(x-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2}{x^2+h^2}\\
&\quad-\sin\gamma\left[\mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}\right]\Big\}\mu_0\\
\Delta T&=\frac{J_s\sin\alpha\sin I}{2\pi\sin I}\Big\{\frac{\cos(\gamma-I_s)}{2}\times\\
&\quad\ln\frac{(x-2l\cos)^2+(h+2l\sin\alpha)^2}{x^2+h^2}-\sin(\gamma-I_s)\\
&\quad\left[\mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{h}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{x-2l\cos\alpha}{h+2l\sin\alpha}\right]\Big\}\mu_0
\end{aligned}
\qquad(3.3.48)
$$

如果接触面AB是在磁性岩体（或岩层）的右边，则式（3.3.47）和（3.3.48）的磁异常公式前面需加上负号。

图3.3.13是磁性台阶Z_a异常的理论曲线，由图和式（3.3.48）可见：a.磁性台阶磁异常取决于J_s，γ，h，l四个因素，一般情况下磁性台阶的磁异常曲线是不对称的，但当$\alpha=i_s=90$时Z_a异常为中心对称曲线；b.磁性台阶异常曲线恒为一边有负异常，一边无负异常，它和斜交磁化无限延深板状体Z_a异常曲线有些类似，不同之处是台阶Z_a异常曲线正负极值点相距比较近，但正负半支曲线在很大距离内不趋近零；c.由异常的剖面曲线特征可推知磁性台阶的Z_a平面等值线图的特征是一边为

正异常，另一半为负异常。

设$\Delta Z_a = Z_a(x+\Delta x) - Z_a(x)$为磁性台阶的水平增量曲线，由微分学理论有：

$$\Delta Z_a = \frac{\partial Z_a}{\partial x} \cdot \Delta x$$

将式（3.3.48）中Z_a表达式对求导后，并令$\Delta x = 2b$代入上式即得磁性台阶的水平增量曲线公式：

$$\Delta Z_a = \frac{2b\mu_0 J_s \sin\alpha}{2\pi}\left\{\frac{h\cos\gamma - x\sin\gamma}{x^2+h^2} - \right.$$

$$\left.\frac{(h+2l\sin\alpha)\cos\gamma - (x-2l\cos\alpha)\sin\gamma}{(x-2l\cos\alpha)^2+(h+2l\sin\alpha)^2}\right\} \quad (3.3.49)$$

可见磁性台阶磁异常水平增量曲线相当于有限延深薄板磁异常曲线。当台阶厚度（$2l$）很大时，上式右边第二项很小，因而有近似式：

$$\Delta Z_a = \frac{2bJ_s \sin\alpha}{2\pi(x^2+h^2)} \cdot [h\cos\gamma - x\sin\gamma]\mu_0 \quad (3.3.50)$$

将其和式（3.3.37）Z_a对比可见，两式右边结构完全一致。由此可知，无限延深薄板磁异常性质完全适用于厚层磁性台阶水平增量异常。

（二）磁性基底隆起（与凹陷）带和磁性地层褶皱（背向斜）带的磁场

在根据磁测资料研究大地构造和深部地质构造时，常遇到结晶基底隆起（或凹陷）带及区域性的背(向)斜磁性异常的解释问题。因为结晶基底其底面一般可视为向下无限延深，两侧延伸常常也是很远的。这样，结晶基底隆起（或凹陷）带的磁异常也可简化一个曲磁荷面或折磁荷面产生的磁异常。如图3.3.14所示的，顶面为折（磁荷）面的基底隆起，其磁异常可视为由两个半无限水平磁荷面，一个有限宽水平磁荷面和两个有限倾斜磁荷面

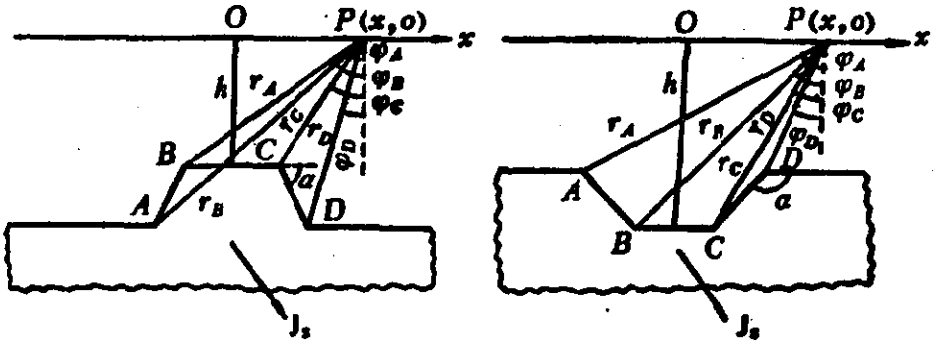


图3.3.14 对称隆起和凹陷带坐标示意图

产生的磁异常的迭加和。根据前面二度磁荷面的磁异常公式，很容易求得对称隆起和对称凹陷带磁性异常极坐标表达式：

$$\left.\begin{aligned}
Z_a &= \frac{\mu_0 J_s \sin i_s}{2} - \frac{\mu_0 J_s \sin\alpha}{2\pi} \times \\
&\left\{\left[(\varphi_A-\varphi_B)\cos(\alpha+i_s)-\sin(\alpha+i_s)\ln\frac{r_B}{r_A}\right]\right. \\
&\left.+\left[(\varphi_C-\varphi_D)\cos(\alpha-i_s)+\sin(\alpha-i_s)\ln\frac{r_D}{r_C}\right]\right\} \\
H_{ax} &= \frac{-\mu_0 J_s \sin i_s}{\pi}\ln\frac{r_B}{r_A} - \frac{\mu_0 J_s \sin\alpha}{2\pi} \times \\
&\left\{\left[(\varphi_A-\varphi_B)\sin(\alpha+i_s)+\cos(\alpha+i_s)\ln\frac{r_B}{r_A}\right]\right. \\
&\left.-\left[(\varphi_C-\varphi_D)\sin(\alpha-i_s)-\cos(\alpha-i_s)\ln\frac{r_D}{r_D}\right]\right\}
\end{aligned}\right\} \quad (3.3.51)$$

对于如图3.3.15所示的磁性地层背斜的磁异常可视为两个$2b=0$

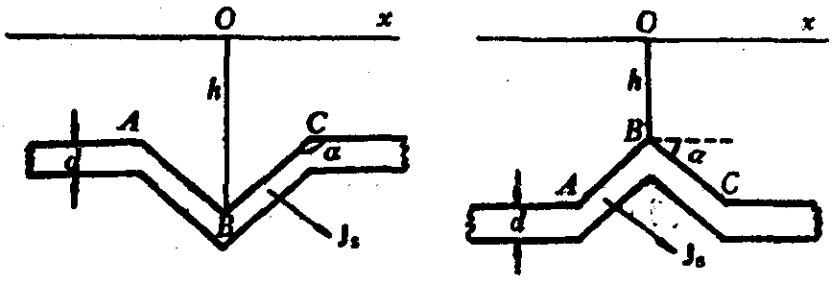


图3.3.15 背向斜示意图

（或$2b$很小），其埋深分别是h和$h+d$的隆起带磁异常差。同样原理，磁性地层的向斜磁异常，可视为$2b$很小或$2b=0$，其埋深分别为h和$h+d$的两个凹陷带磁异常之差。因此，有关背（向）斜磁异常的计算，完全可以利用式（3.3.51），至于磁异常表达式留给读者自己推导。

图3.3.16和图3.3.17绘出了隆起和凹陷带磁异常理论曲线。从图可见：

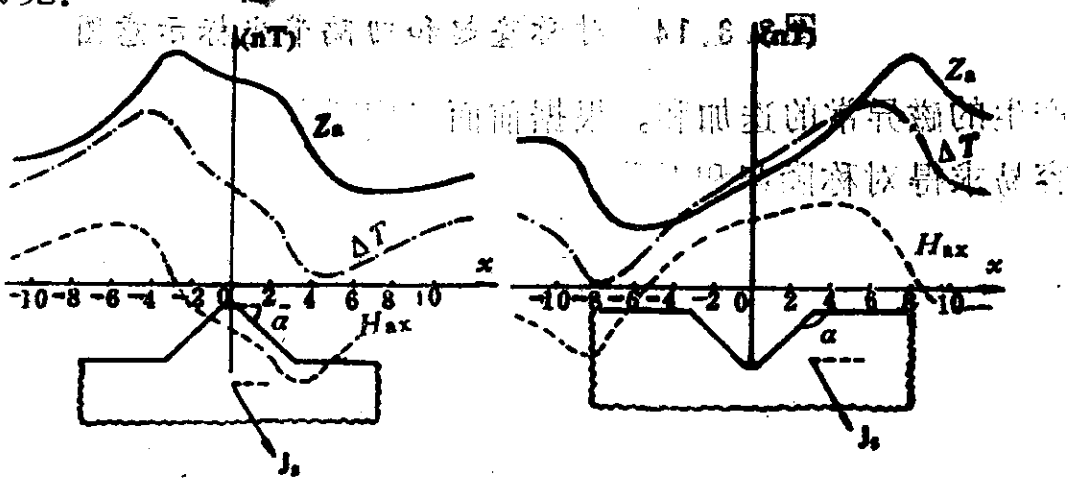


图3.3.16 斜磁化隆起和凹陷带磁异常曲线

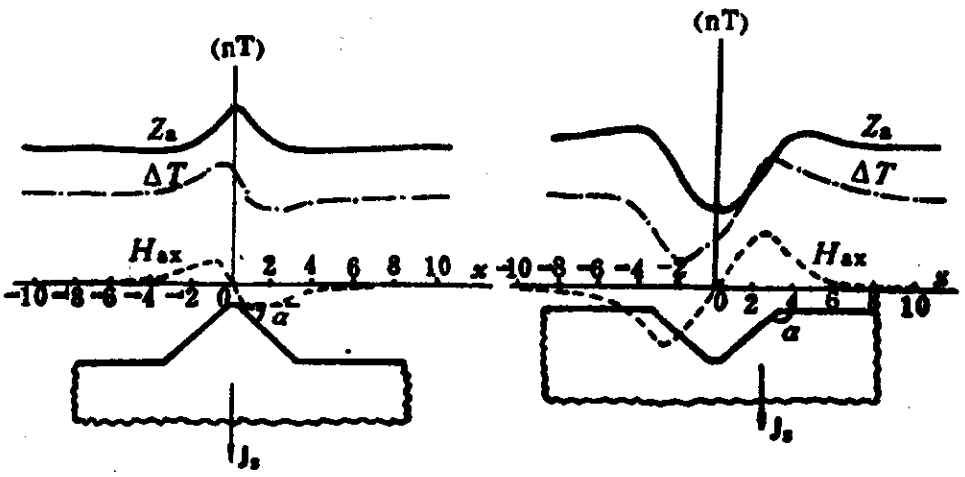


图3.3.17 垂直磁化隆起和凹陷带磁异常曲线

当$i_s=90°$时，基底隆起和凹陷带磁异常曲线均为非对称曲线，其形状相似于二度水平薄板磁异常曲线，只是Z_a和ΔT异常均无负值。Z_a异常曲线具有一个极大和一个极小值，而极小值大于零，隆起带的ΔT异常曲线近似于Z_a异常曲线，而凹陷带ΔT异常