

96, 28(6)

## 3-6 谈任意三心拱巷道设计的参数和计算

长沙冶金设计研究院 唐昭武

TD 263

摘要 介绍了所推导的任意三心拱巷道计算公式,并修正了拱形巷道传统的设计与计算。

关键词 三心拱巷道, 计算 公式推导 制图

巷道

设计参数  
研井

## Design parameters and calculation method of arbitrary three-centered arch

Tang Zhaowu

**ABSTRACT** A formula derived by the author for calculation of arbitrary three-centered arch type headings was introduced here with some modifications made to the conventional design and calculation methods.

**KEYWORDS** Three-centered arch type heading Calculation Derivation Drawing

拱形结构,在房屋、桥涵等地面建筑工程中早已采用,在地下井巷工程中的应用也颇为广泛。近年来,许多专家学者,对有关井巷和硐室拱形断面的参数进行了诸多的理论探讨,笔者也想通过本文,略述浅见。

### 1 任意三心拱的特性

所谓“三心拱”,即拱形由三段相内切的圆弧构成。三段圆弧则有三个圆心,故称“三心拱”。而任意三心拱,是指三心拱的拱宽和拱高可以任意,但拱形本身必须具备下列特性:

a. 拱作为受力结构的最主要特性,是要将覆在其上的载荷作用所产生的内应力,沿拱(弧)上任意点的切线方向传递至拱(或墙脚),而拱(弧)上任意点的径向应力(拉或压应力)为0。这在理论上就必须要求拱的三段圆弧上的任意点的切线均应垂直通过该点的

圆弧半径,包括大小三段圆弧相切之切点的切线必须垂直大小圆弧半径的重合线。不具备这一特性,则不是一个标准的拱形。一心拱即半圆拱和弧形拱具备这一特性,仅是三心拱的特例;

b. 大拱的顶部圆弧之圆心在拱的对称轴线上,而两侧小圆弧之圆心的连线被对称轴线垂直平分;

c. 拱之大小圆弧相内切,通过其切点的切线垂直大小圆弧半径之重合线。

### 2 任意三心拱的几何作图方法及证明

已知拱的净宽  $B_0$ , 拱的净高  $f_0$ , 作三心拱(见图1)。

#### 2.1 作图法

a. 作  $ab = B_0$ , 取  $B_0$  之中点  $O$ , 作  $od \perp ab$ , 并取  $od = f_0$ ;

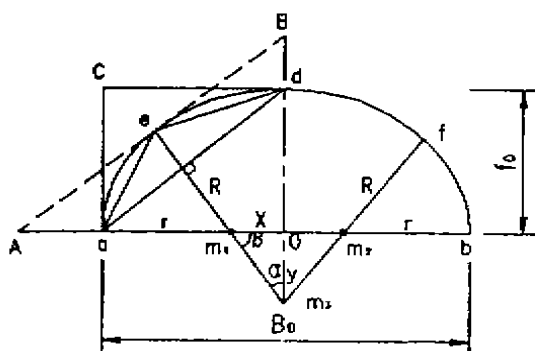


图1 三心拱巷道作图参数

b. 作  $cd \parallel ao, ac \parallel od$ , 交于  $c$ ;

c. 连接  $ad$ , 平分  $\angle adc$  及  $\angle cad$ , 两角的平分线交于  $e$ ;

d. 作  $em_3 \perp ad$ , 交  $ao$  于  $m_1$ , 交  $dm_3$  于  $m_2$ , 取  $bm_2 = am_1$ , 则  $am_1 = bm_2 = r, dm_3 = em_3 = R$ ;

e. 分别以  $m_1, m_2, m_3$  为圆心,  $r, R$  为半径, 画出大小三段相切的圆弧, 即  $aedfb$  为三心拱。

以上述同样方法可作出支护厚度为  $D_0$  的外拱(图2中  $d'f'b'$ )。

## 2.2 证明

由上述作图过程可知:

a. 大拱顶部圆弧之圆心  $m_3$  在拱的对称轴线上, 两侧小圆弧之圆心连线  $m_1, m_2$  为对称轴  $dm_3$  垂直平分;

b.  $em_3$  为通过拱之大小圆弧切点  $e$  的大小半径重合线, 并与拱的端部圆弧中点连线  $ad$  垂直, 即  $em_3 \perp ad$ ;

c. 过  $e$  作  $AB \parallel ad$ , 则  $AB \perp em_1, AB \perp em_2$ , 故  $AB$  为大小圆弧的公共切线, 即  $e$  为大小圆弧的内切点。故  $aedfb$  为三心拱形。

以同样方法可证明支护厚度为  $D_0$  的外拱也为标准三心拱形(图2右半部  $d'f'b'$ )。

若将  $m_1a, m_1e, m_3d, m_2f, m_2b$  均增加长度  $D_0$ , 即增加支护厚度  $D_0$ , 如按传统作法, 得出的外拱圈的图形, 则不是一个标准三心拱形, 这可以证明如下:

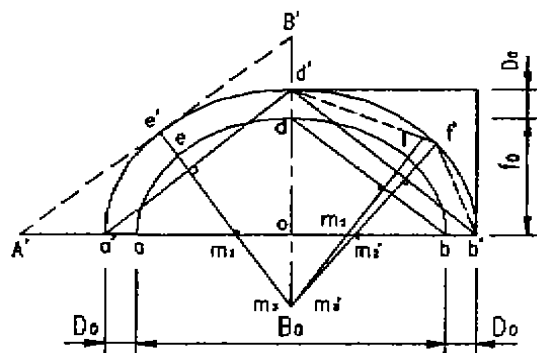


图2 任意三心拱作图参数分析

如图2左半部所示:

取  $aa' = ee' = dd' = D_0$

则  $R' = m_3e + ee' = m_3d + dd' = R + D_0$

$r' = m_1e + ee' = m_1a + aa' = r + D_0$

以  $m_1, m_3$  为圆心, 以  $r', R'$  为半径, 作弧  $a'e', e'd'$ 。连接  $a'd'$  得  $\triangle a'od'$ 。

因为  $aa' = dd' = D_0$ , 而  $ao \neq do$  (半圆拱除外)

所以  $\frac{ao}{do} \neq \frac{ao + aa'}{do + dd'}$

故  $a'd'$  不平行  $ad$ , 且  $a'd'$  不垂直  $e'm_3$ ; 又过  $e'$  作  $A'B' \parallel a'd'$ , 则  $A'B'$  不垂直  $e'm_3$ , 故  $e'$  不是  $a'e', e'd'$  二圆弧的内切点, 而是一个交点。即用传统方法, 将内拱大小半径及拱高增加一个拱支护厚度  $D_0$ , 所得出的大小三段圆弧不是相互内切, 而是相交。从前述三心拱的特性可知, 传统方法作出的拱圈外形不是三心拱。

由前述作图过程可知, 图2右半部支护拱圈外形为标准三心拱形。其大小圆弧之圆心  $m_1', m_2' (m_1)$  均不与内拱大小圆弧圆心  $m_3, m_2 (m_1)$  分别重合, 其半径也不等于内拱半径增加一个支护厚度  $D_0$ , 即  $R' \neq R + D_0, r' \neq r + D_0$ 。

## 3 任意三心拱的几何参数计算公式

经推导, 任意三心拱的几何参数计算公式如表1所示。

表1 任意三心拱几何参数计算表

序	参数名称	计算公式	备 注
1	巷道净宽 $B_0$	已知	按设备、人行安全规定决定
2	巷道拱高 $f_0$	已知	根据岩层稳定性选取或计算
3	拱支护厚度 $D_0$	已知	根据岩层稳定性决定
4	小(拱端)半径 $r$	$r = \frac{B_0}{2} - X$	$x = \frac{f_0(B_0 - 2f_0)}{2B_0} \left[ \left(1 + \frac{B_0}{2f_0}\right) + \sqrt{\left(1 + \frac{B_0}{2f_0}\right)^2 - \frac{B_0}{f_0}} \right]$
5	大(拱顶)半径 $R$	$R = f_0 + y$	$y = \frac{B_0 - 2f_0}{8f_0} \left[ (B_0 + 2f_0) + \sqrt{(4f_0^2 + B_0^2)} \right]$
6	侧弧圆心角 $\alpha$ (弧度)	$\beta = \arctg \frac{y}{x}$	
7	顶弧圆心角 $\alpha$ (弧度)	$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$	
8	拱部内弧长 $L$	$L = \alpha(R + \beta \cdot r)$	
9	拱部净断面积 $S$	$S = \alpha R^2 + \beta r^2 - xy$	
10	拱外部掘进弧长 $L'$	$L' = \alpha(\alpha' R' + \beta' r')$	按 $B'_0 = B_0 + 2D_0, f'_0 = f_0 + D_0$ 代入上述计算公式, 计算出 $x', y', r', R', \beta', \alpha', L', S'$
11	拱部掘进断面积 $S'$	$S' = \alpha' R'^2 + \beta' r'^2 - x'y'$	
12	拱圈支护断面积 $S_0$	$S_0 = S' - S$	

由上列计算表可知, 计算任意三心拱诸几何参数时, 首先要计算出:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{B_0}{2} - r \\
 &= \frac{f_0(B_0 - 2f_0)}{2B_0} \left[ \left(1 + \frac{B_0}{2f_0}\right) + \sqrt{\left(1 + \frac{B_0}{2f_0}\right)^2 - \frac{B_0}{f_0}} \right] \\
 y &= R - f_0 \\
 &= \frac{B_0 - 2f_0}{8f_0} \left[ (B_0 + 2f_0) + \sqrt{(4f_0^2 + B_0^2)} \right]
 \end{aligned}$$

然后, 按表1中各计算公式计算各参数。

当计算支护厚度为  $D_0$  时的拱掘进弧长  $L'$ 、拱掘进断面积  $S'$ , 只须将  $B'_0 = B_0 + 2D_0$ ,  $f'_0 = f_0 + D_0$  代入上表诸公式计算出  $x', y', r', R', \beta', \alpha', L', S'$ , 但其计算繁杂。笔者认为, 巷道拱部在实际施工中, 其掘进断面和支护厚度不可能象图形一般正规, 因此, 对于大型工程高阶设计, 若用了传统方法计算作图, 则须对拱部所算的掘进断面积乘以 1.05~1.08 的系数来校正, 拱圈砼量也应按经校正后的拱掘进断面积与其净断面积之差计算。

#### 4 关于拱高的确定

任意三心拱, 作为几何图形, 其拱净宽、净高虽然可以任意, 但在工程实际应用中, 拱净宽、净高并非可随心所欲。其净宽是根据巷道或硐室中的运输容器或设备和人行的安全规定而确定的, 而其拱高是根据岩石稳固程度和工程的跨度大小来确定的(图3)。

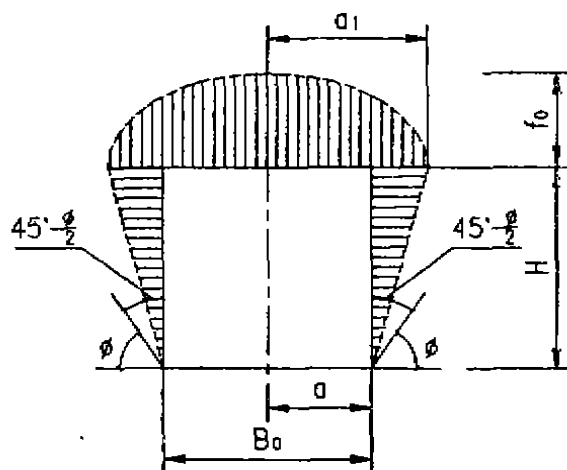


图3 任意三心拱巷道宽与拱高关系

假设一矩形平巷(或硐室)在地下深处开凿时, 按照散体地压理论, 则矩形巷道顶部岩层必然形成冒落(或松动)平衡拱, 冒落(松动)拱高与岩石稳定性和巷道跨度有关。平衡拱内岩石松动, 形成巷道的顶压和部分侧压。而平衡拱线以外的岩石产生的应力重新

分布并达到新的平衡:拱线上的应力沿平衡拱上任意点的切线方向传至远处,而平衡拱线上任意点的径向应力为零。

如果将矩形巷道的顶部拱内松动岩石沿平衡拱线掘掉,则作用在巷道周边(或支架上)的压力会大大减少。因此,如将矩形巷道顶部掘成拱形,拱高近似为冒落(松动)平衡拱的拱高,并为拱形巷道总高度的一部分。这样,巷道断面在不支护或喷射砼支护时,无疑是最经济的(图4)。

根据这个原理不难用岩石坚固系数或岩石的内摩擦角近似地求出拱的高度。

$$f_0 = \frac{a_1}{f_{kp}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} [a + H \operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\varphi}{2})]$$

式中  $a_1$ ——冒落(松动)平衡拱跨度的  
一半, m;

$a$ ——巷道(硐室)掘进宽度的一半

$$(a = \frac{B_0}{2}), \text{m};$$

$H$ ——巷道(硐室)的掘进高度, m;

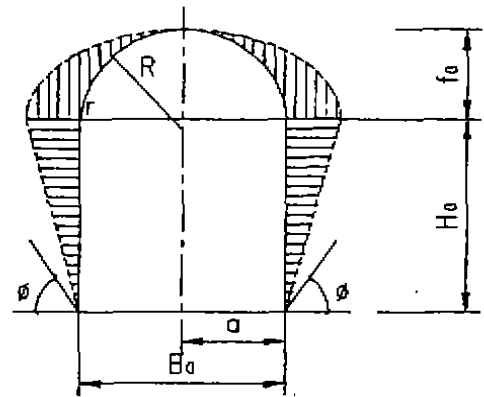


图4 巷道平衡拱的拱高

$\varphi$ ——岩石的内摩擦角,度;

$f_{kp}$ ——岩石的坚固系数,对松散岩土,  $f_{kp} = \operatorname{tg} \varphi$ 。

通过计算表示如图5所示:

$f_0 = a$ , 则  $R = a = r$ , 为半圆拱;

$f_0 < a$ , 则  $R > a > r$ , 为一般三心拱;

$f_0 > a$ , 则  $R < a < r$ , 为特殊三心拱(尖拱)。

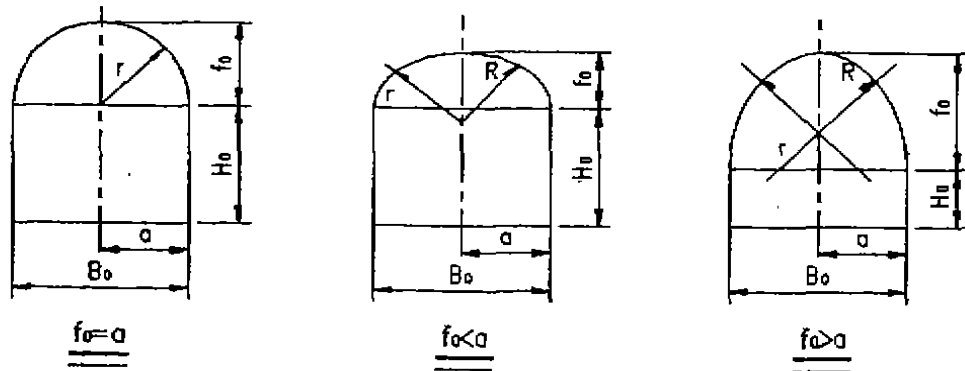


图5 不同半径  $R, r$  与相同巷道宽构成的拱形

## 5 结 语

从上述任意三心拱的探讨,可得出巷道或硐室三心拱断面的设计程序:

5.1 按运输车辆或安装设备和行人的安全间距要求,计算出巷道或硐室的净宽度  $B_0$ ;

5.2 依岩石的坚固程度( $f_{kp}, \varphi$ )和巷道或硐室的掘进宽度与高度计算出拱净高度  $f_0$ ;

5.3 由已知的  $B_0, f_0$  可计算出三心拱诸参数  $R, r$  等;

5.4 用上述计算出的  $R, r$  和已知的  $B_0, f_0$  作三心拱,或用已知  $B_0, f_0$  用几何作图法作三心拱;

5.5 根据运输车辆或设备、管线安装要求及人行安全规定确定巷道或硐室的总高度及墙高,则巷道和硐室的净断面基本确定。

收稿日期 1996-8-19

作者简介 唐昭武,长沙冶金设计研究院高级工程师。