第五、六章
滑坡防治与 边 坡支挡工程

土木分院岩土工程系

一、前言

二、边坡稳定安全系数求解

三、岩质边坡工程问题

四、边坡支挡与防护工程

一、前言

- 边坡危害：

  2002年5月武隆，边坡坍塌死79人

  1972年6月香港，边坡坍塌死138人

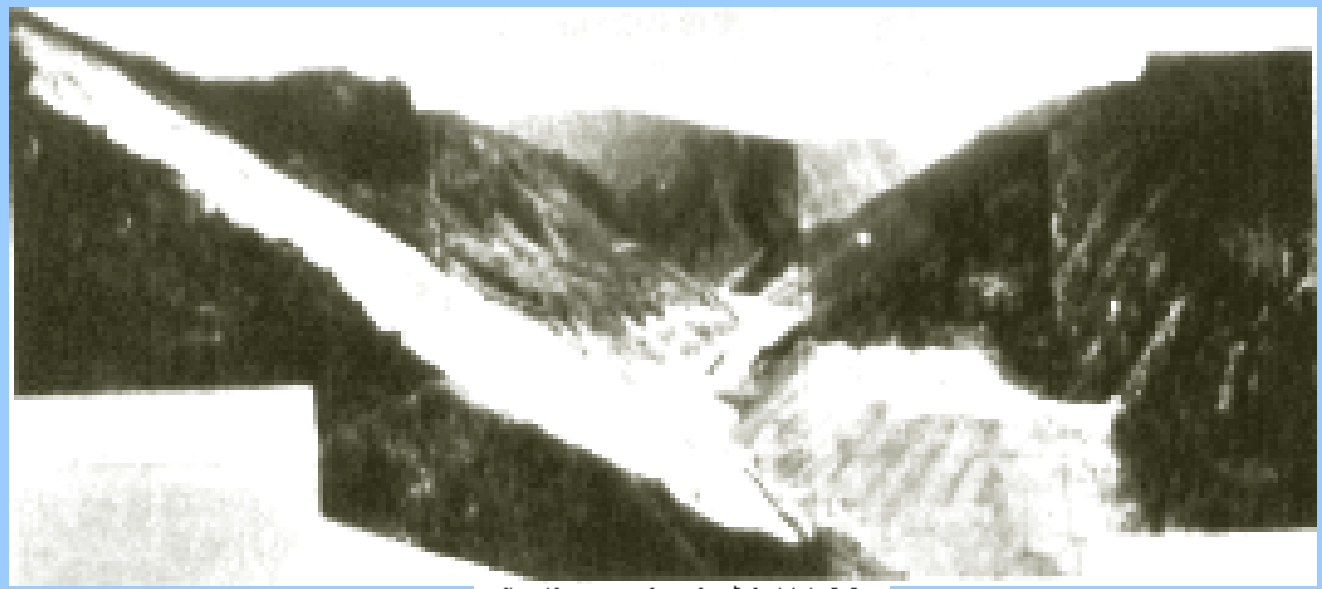
- 滑坡危害：

  1963年意大利，瓦依昂水库死2600人

  1983年中国，东乡县洒勒黄土滑坡死227人



洒勒山的滑坡



雅砻江唐古栋滑坡







宜万铁路岩崩事故


2002 8 22

- 技术不成熟：

  勘察搞不清，设计凭经验，资金花费大。

  云南元磨高速公路147公里， 30米以上高边坡370余个，修建时已滑177次以上。

- 边坡分类：

  一般边坡：土坡、岩石边坡

  高边坡：土坡（高于15米）

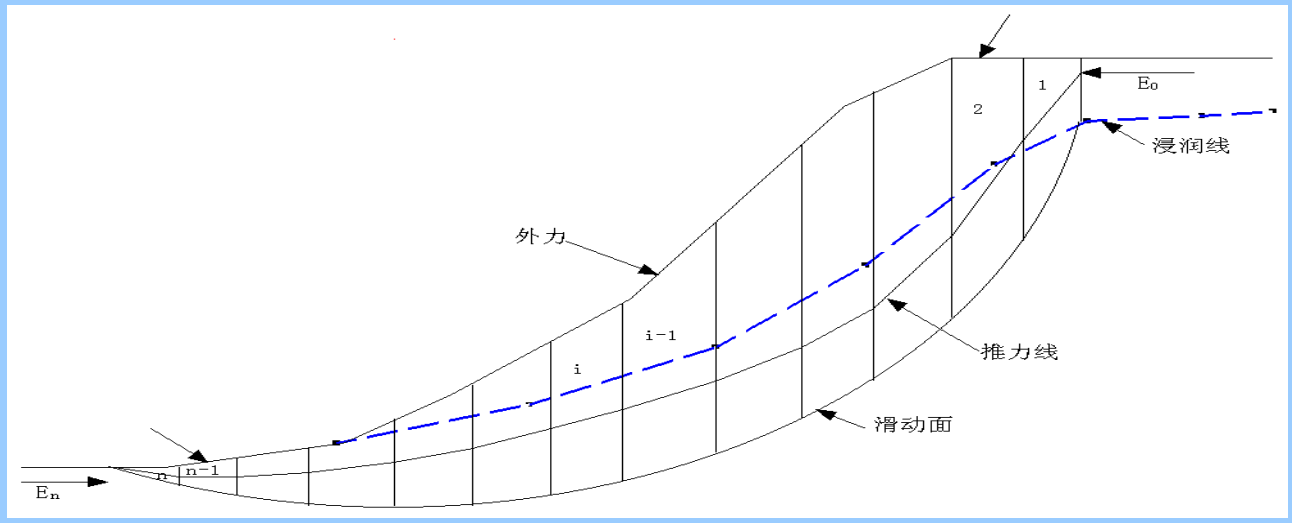
  岩石边坡（高于30米）

• 二 边坡稳定分析方法：

1 极限平衡法

安全系数

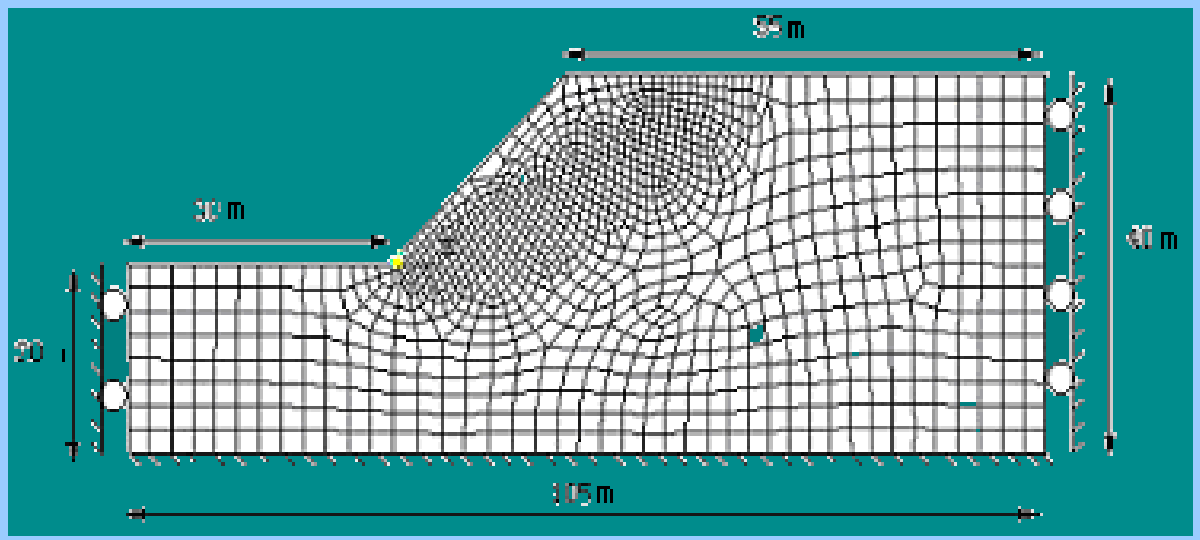
$$F_s = \frac{\text{抗滑力}}{\text{下滑力}}$$



边坡体的垂直条分和受力分析

有限元法

有限元强度折减法



有限元单元网格划分

2 用极限平衡法求边坡稳定安全系数的统一求解格式

平面滑面——解析解

圆弧滑面和任意滑面——条分法(求每一条块体滑面上的下滑力与抗滑力，然后加起来。)

若已知整个滑面上下滑力等于抗滑力F=1条件，则问题为静定。

超静定问题：未知数多于方程数，都需作假定。常用13种方法。

条分法分类：

严格条分法—力全部平衡（4个未知数（ β, h, F, N ）和三个方程，

假设 β 或 h

非严格条分法—力部分平衡 （3个未知数（ β, F, N ）和二个方程），

假设 β

整体力及力矩平衡方程
(包含各种方法的假设条件)

条底法向力方程

条间力及条间力矩逆推方程

安全系数统一求解格式

2.1 平衡条件

（1）考虑所有平衡条件（水平、垂直方向、力矩平衡）：

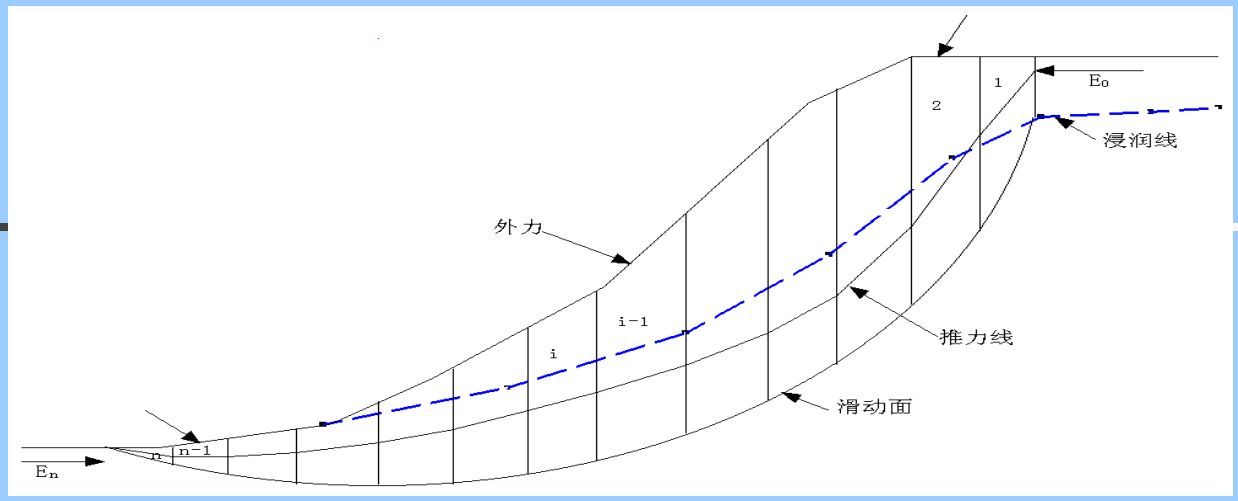
HVM：Spencer法（条间力倾角为常数）$\tan\beta_i = \lambda$

Morgenstern-Price法（条间力倾角为某一函数）

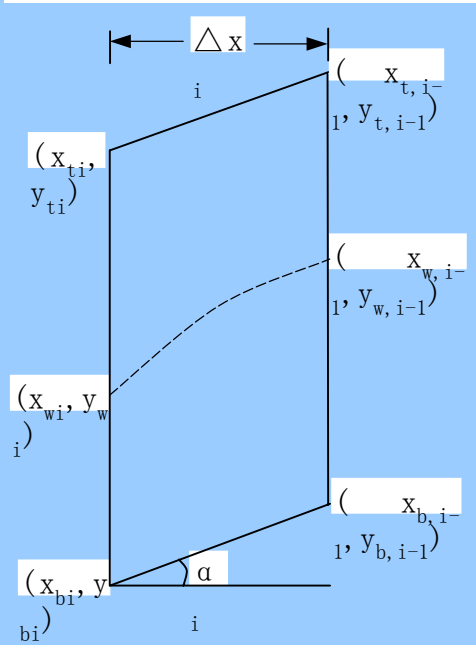
$$\tan\beta_i = \lambda f(x_i)$$

Sarma （II）法（界面上剪切强度与界面上强度成比例）

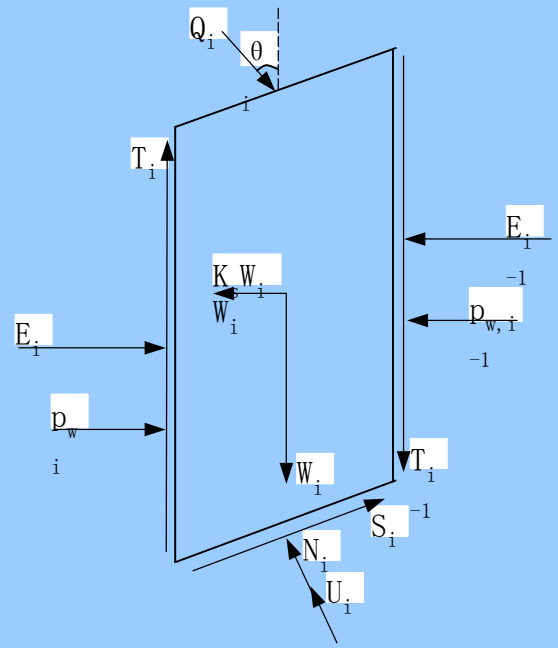
$$T_i = \lambda \frac{c'_{avi} h_i + (E_i - p_{wi}) \tan\varphi'_{avi}}{F}$$



(a)



(b)



(c)

图2.1 边坡体的垂直条分及条块体的几何尺寸和受力分析

Sarma （III）法 （界面上剪切强度与滑面上强度成另一函数关系）

$$T_i = \lambda f(x_i)\frac{c'_{avi}h_i + (E_i - p_{wi})\tan\varphi'_{avi}}{F}$$

Correia法 （假设条间力 T_i 分布）$T_i = \lambda f(x_i)$

严格Janbu法 （假设条间力作用点位置）$y_{pi} = f_t(x_i)$

（2）考虑垂直力方向与力矩平衡（VM法）

简化Bishop法

（设条间力合力作用方向水平）$\Theta_i = 0$

（3）考虑垂直方向与水平方向力平衡（VH法）

简化Janbu法

（设条间力合力方向水平）$F = f_0 F_0$

罗厄法（设条间力倾角为底面角与顶面角之和之半）

$$\tan\beta_i = \frac{1}{2}(\tan\alpha_i + \tan\Omega_i)$$

陆军工程师团法

（设条间力方向与坡面平行）$\beta_i = \Omega_{av}$

不平衡推力法（传递系数法）

（条间力方向与底面方向平行）$\beta_i = \alpha_{i-1}$

Sarma （Ⅰ）法

（界面上剪切力为界面剪切强度）

$$T_i = \frac{c'_{avi} h_i + (E_i - p_{wi}) \tan \varphi'_{avi}}{F}$$

（4）仅考虑求矩中心平衡（M）

瑞典法（不考虑条间力）$\Theta_i = \alpha_i$

算例1：

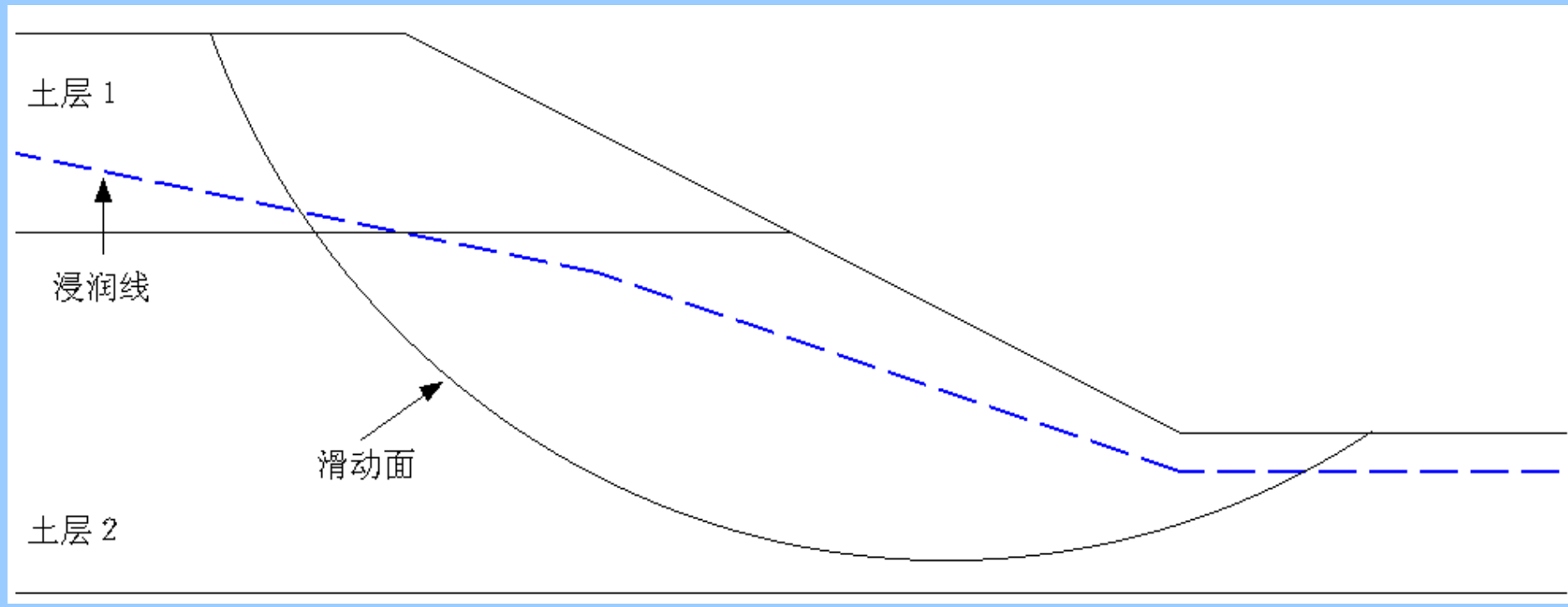


图2.2 算例边坡1

表2.4 算例边坡1中土的材料参数

土层	容重g（kN/m³）	粘结力c（kPa）	内摩擦角j（°）
①	15.0	5.0	20.0
②	18.0	10.0	25.0

表2.5 安全系数迭代计算过程

编号	计算方法	迭代次数	F_s	λ	E_n(kN)	M_n(kN·m)
1	瑞典法	1	1.2803			
2	简　化 Bishop 法	1	1.4760			
		2	1.4951			
		3	1.4967			
		4	1.4969			
3	简　化 Janbu法	1	1.2803		-27.5745	
		2	1.4803		106.1733	
		3	1.3216		3.0149	
		4	1.3175		0.0776	
		5	1.3174		-2.2410e-004	

表2.5 安全系数迭代计算过程（续）

4	陆军工程师团法	1	1.2803		-329.1905	
		2	1.4803		-156.1743	
		3	1.6609		-43.9446	
		4	1.7315		-7.6262	
		5	1.7464		-0.4426	
		6	1.7473		-0.0047	
		7	1.7473		-2.9496e-006	
5	罗厄法	1	1.2803		-117.5780	
		2	1.4803		-31.5271	
		3	1.5536		-4.4894	
		4	1.5658		-0.2000	
		5	1.5663		-0.0013	
		6	1.5663		-3.9641e-007	
6	不平衡推力法（传递系数法）	1	1.2803		-82.9049	
		2	1.4803		-2.2525	
		3	1.4859		-0.2350	
		4	1.4866		-7.4705e-004	

表2.5 安全系数迭代计算过程（续）

7	Sarma法（Ⅰ）	1	1.2803		-89.8761	
		2	1.4803		-31.7893	
		3	1.5898		1.3168	
		4	1.5854		0.0049	
		5	1.5854		-1.5175e-006	
8	Spencer法	1	1.2803	0.1708	-110.2594	-69.4782
		2	1.4622	0.2208	-7.7872	217.5555
		3	1.5018	0.2547	-0.6144	-1.2107
		4	1.5033	0.2552	-7.6800e-004	-5.5869e-004
9	Morgenstern-Price法	1	1.2803	0.1708	-79.4333	841.7695
		2	1.4722	0.2208	19.6548	700.2994
		3	1.5016	0.2708	18.1017	378.2774
		4	1.5019	0.3208	2.6687	54.7770
		5	1.5019	0.3295	0.0127	0.2477

表2.5 安全系数迭代计算过程（续）

		6	1.5019	0.3295	2.7646e-007	5.4375e-006
10	Sarma法（Ⅱ）	1	1.2803	0.5000	-64.6242	2.4473e+003
		2	1.4803	0.5500	5.8188	219.0672
		3	1.5032	0.6000	9.0001	-8.2102
		4	1.5035	0.6500	4.3377	-5.9124
		5	1.5035	0.6958	0.0677	-0.2745
		6	1.5035	0.6965	1.5617e-005	-6.9678e-005
11	Sarma法（Ⅲ）	1	1.2803	1.000	-89.4030	2.4652e+003
		2	1.4803	0.9500	-9.1200	227.7819
		3	1.5022	0.9355	-0.0277	1.6930
		4	1.5023	0.9359	-3.4094e-006	1.4254e-004
12	Correia法	1	1.2803	95.6067	-147.8511	-506.4314
		2	1.4718	95.5908	-18.0105	-56.2171
		3	1.5028	95.6408	-0.0040	5.9930
		4	1.5034	95.6908	0.2921	5.9796
		5	1.5034	95.7408	0.2299	4.7054
		6	1.5034	95.7908	0.1677	3.4307
		7	1.5034	95.8408	0.1054	2.1561
		8	1.5034	95.8908	0.0431	0.8814
		9	1.5034	95.9254	-2.8299e-013	-3.1997e-012

表2.5 安全系数迭代计算过程（续）

13	严　格 Janbu法	1	1.2803		-182.2920	
		2	1.4803		-18.5925	
		3	1.5030		11.8118	
		4	1.4942		-5.5222	
		5	1.4970		-1.6202	
		6	1.4982		0.2850	
		7	1.4980		-0.0136	
		8	1.4980		-1.1140e-004	

算例2：

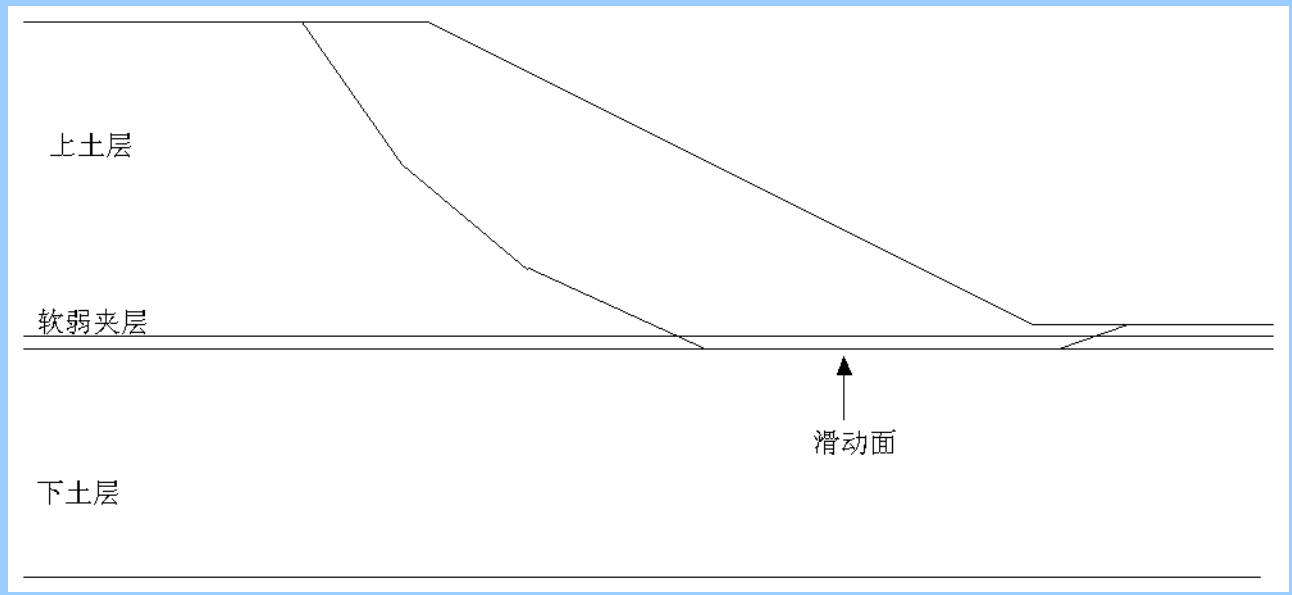


图2.3 算例边坡2

表2.6 算例边坡2中土的材料参数

土层	rd容重g (kN/m^3)	粘结力c (kPa)	内摩擦角j (°)
上土层	18.84	28.45	20.0
软弱夹层	18.84	0.0	10.0
下土层	18.84	28.45	20.0

表2.7 安全系数迭代计算过程

编号	计算方法	迭代次数	F_s	λ	E_n(kN)	M_n(kN·m)
3	简 化 Janbu法	1	1.5000		121.4872	
		2	1.3000		-30.9322	
		3	1.3406		3.1547	
		4	1.3368		0.0746	
		5	1.3367		-1.8428e-004	
4	陆军工程师团法	1	1.5000		40.2560	
		2	1.3000		-95.6678	
		3	1.4408		3.9742	
		4	1.4343		-0.1838	
		5	1.4346		8.0201e-004	

表2.7 安全系数迭代计算过程（续）

5	罗厄法	1	1.5000		47.7243	
		2	1.3000		-63.5397	
		3	1.4142		3.4483	
		4	1.4075		-0.2027	
		5	1.4079		8.1236e-004	
6	不平衡推力法	1	1.5000		41.5662	
		2	1.3000		-59.2800	
		3	1.4176		3.0005	
		4	1.4112		-0.1645	
		5	1.4115		6.1657e-004	
7	Sarma法（Ⅰ）	1	1.5000		82.8738	
		2	1.3000		472.2542	
		3	1.5426		-6.1204	
		4	1.5396		0.0593	
		5	1.5397		4.0721e-005	
8	Spencer法	1	1.5000	0.1827	90.8795	1.5825e+003
		2	1.3680	0.2287	-6.2172	-202.7972
		3	1.3708	0.1986	0.0044	-5.0138
		4	1.3704	0.1968	-1.8345e-004	-0.0065
		5	1.3704	0.1968	-6.2262e-013	-6.2788e-009

表2.7 安全系数迭代计算过程（续）

9	Morgenstern-Price法	1	1.5000	0.1827	93.3797	1.0822e+003
		2	1.3541	0.2126	-6.8887	-22.6764
		3	1.3663	0.2337	-0.1429	-3.7582
		4	1.3664	0.2326	6.5625e-005	0.0027
		5	1.3664	0.2326	2.3884e-011	9.6463e-010
10	Sarma法（Ⅱ）	1	1.5000	0.1827	-310.2037	-1.3823e+004
		2	1.3639	0.1327	1.0497	-5.2652
		3	1.3618	0.1204	-0.0052	-0.1005
		4	1.3618	0.1204	-4.7448e-008	-1.2752e-006
11	Sarma法（Ⅲ）	1	1.5000	0.1827	-341.5321	-1.4975e+004
		2	1.3650	0.1730	-5.7898	-274.7890
		3	1.3616	0.1658	0.0026	0.1057
		4	1.3616	0.1658	-1.0785e-009	-4.4480e-008
12	Correia法	1	1.5000	23.5000	102.6722	1.3476e+003
		2	1.3468	23.4500	-10.1432	-132.8397
		3	1.3593	23.4517	-0.0806	-1.0273
		4	1.3594	23.4530	-5.3248e-006	-6.8045e-005
13	严 格 Janbu法	不收敛				

2.3 各种算法的比较

算例

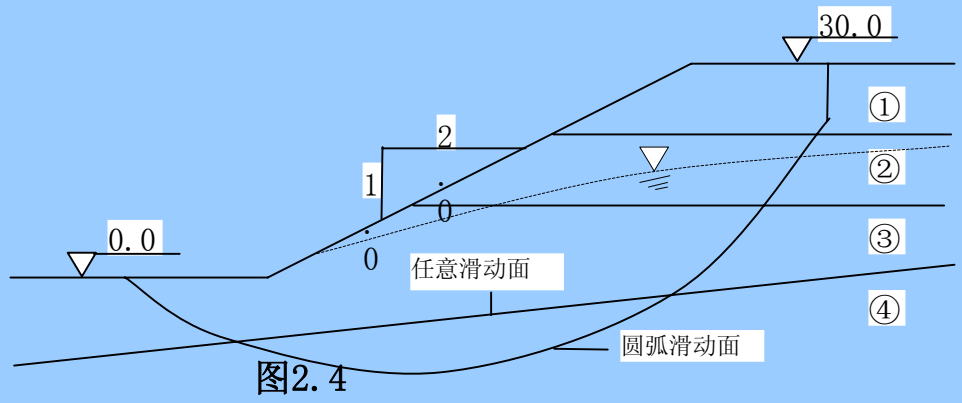


图2.4

算例边坡

2.8 算例边坡中土的材料参数

土层	容重γ (kN/m^3)	粘结力c (kPa)	内摩擦角φ (°)
①	18.2	20.0	32.0
②	18.0	25.0	30.0
③	18.5	40.0	18.0
④	18.8	40.0	28.0

表2.9 各种极限平衡条分法安全系数的比较

计算方法	安全系数	
	圆弧滑动面	一般滑动面
瑞典法	1.066	
简化Bishop法	1.278	
简化Janbu法	1.112	1.022
陆军工程师团法	1.377	1.059
Lowe-Karafiath法	1.290	1.077
Sarma法（Ⅰ）	1.340	1.229
Spencer法	1.293	1.155
Morgenstern-Price法	1.303	1.119
Sarma法（Ⅱ）	1.289	1.154
Sarma法（Ⅲ）	1.303	1.112
Correria法	1.284	1.119
严格Janbu法	1.318	1.137

表2.10 各种算法与Spencer法的相差值

计算方法		算例			
		Ⅰ（圆弧滑动面）	Ⅱ（一般滑动面）	Ⅲ（圆弧滑动面）	Ⅳ（一般滑动面）
严格法	Spencer	0	0	0	0
	Sarmar(Ⅱ)	0.013304	-0.62755	-0.30936	-0.08658
	Sarmar(Ⅲ)	-0.06652	-0.64215	0.773395	-3.72294
	Morgenstern-Price	-0.09313	-0.29189	0.773395	-3.11688
	Correria	0.006652	-0.80269	-0.69606	-3.11688
	Janbu	-0.35256	不收敛	1.933488	-1.55844
非严格法	瑞典法	-19.6235		-17.5561	
	简化Bishop	-0.42573		-1.16009	
	简化Janbu	-12.3661	-2.45914	-13.9985	-11.5152
	陆军工程师	16.23096	4.684764	6.49652	-8.31169
	罗厄法	4.19078	2.736427	-0.23202	-6.75325
	Sarmar(Ⅰ)	5.461318	12.35406	3.634957	6.406926
	不平衡推力法	-1.11089	2.999124		

1. 6种严格法圆弧滑动面小于2%
一般滑动面小于4%

2. 非严格法中瑞典法偏于过分安全
不平衡推力、 Bishop法误差很小、
其它方法离散性太大，不适用。

推荐方法：严格解法或圆弧滑面采用 Bishop法；任意滑面采用不平衡推力法。

3、 边(滑)坡稳定安全系数的分析

影响边坡稳定安全系数的因素：

1. 边坡的失稳概率
2. 边坡重要性: 土石坝1.5，公路1.25
3. 计算稳定安全系数方法：瑞典法1.3
   解析法1.35
4. 滑裂面形状与位置

当前采用状况：

边坡稳定安全系数与稳定分析方法

部门	工程名称		安全系数	分析方法	备　　注
建筑	地基边坡		1.2	瑞典法	《建筑地基基础设计规范》(GB5007-2002)
	滑坡	甲级建筑物	1.25	不平衡推力法（显式解）	《建筑边坡工程技术规范》（GB50330-2002）
		乙级建筑物	1.15		
		丙级建筑物	1.05		
	建筑边坡	一级边坡	1.30-1.35	前面数据—瑞典园弧法 后面数据—平面解析法	《建筑边坡工程技术规范》（GB50330-2002）
		二级边坡	1.25-1.30		
		三级边坡	1.20-1.25		
	边坡	重要工程	1.30-1.50	采用多种方法综合评价	《岩工工程勘察规范》（GB50021-2001）
		一级工程	1.15-1.30		
		次要工程	1.05-1.15		

边坡稳定安全系数与稳定分析方法（续）

交通	路堤边坡		1.35	毕肖普法	《公路路基设计规范》（新规范）
			1.30	不平衡推力法 隐式解	
	路堑边坡	高速公路、一级公路	1.2~1.3	同上	《公路路基设计规范》（新规范）
		二级公路	1.15		
		二级以下公路	~1.25		
	铁路滑坡	一级边坡	1.25	不平衡推力法显式解	《铁路工程不良地质勘察规程》（TB10027/J125 -2001）
		二级边坡	1.15		
		三级边坡	1.05		
水利	土石坝		1.50	毕肖普法与严格法	《土石坝规范》

香港新开挖边坡的稳定安全系数（十年降雨重现期）

生命危害程度 经济风险程度	微	低	高
微	>1.0	1.2	1.4
低	1.2	1.2	1.4
高	1.4	1.4	1.4

几点结论：

（1）边坡安全系数高于滑坡安全系数

（2）建筑边坡高于道路边坡

（3）重要建筑物高于次要建筑物

（4）不同边坡稳定分析方法采用不同安全系数

4 不平衡推力法的稳定安全系数分析

4.1 不平衡推力法的两种表达形式

a、隐式表达式

$$F_i = [(W_{1i} + W_{2i}')\sin\alpha_i + D_i\cos(\alpha_i - \beta_i)] - \{c_i L_i + [(W_{1i} + W_{2i}')\cos\alpha_i - D_i\sin(\alpha_i - \beta_i)]\tan\varphi_i\}/F_s + F_{i-1}\psi_{i-1}$$

式中

$$\psi_{i-1} = \cos(\alpha_{i-1} - \alpha_i) - \sin(\alpha_{i-1} - \alpha_i)\tan\varphi_i / F_s$$

b、显式表达式

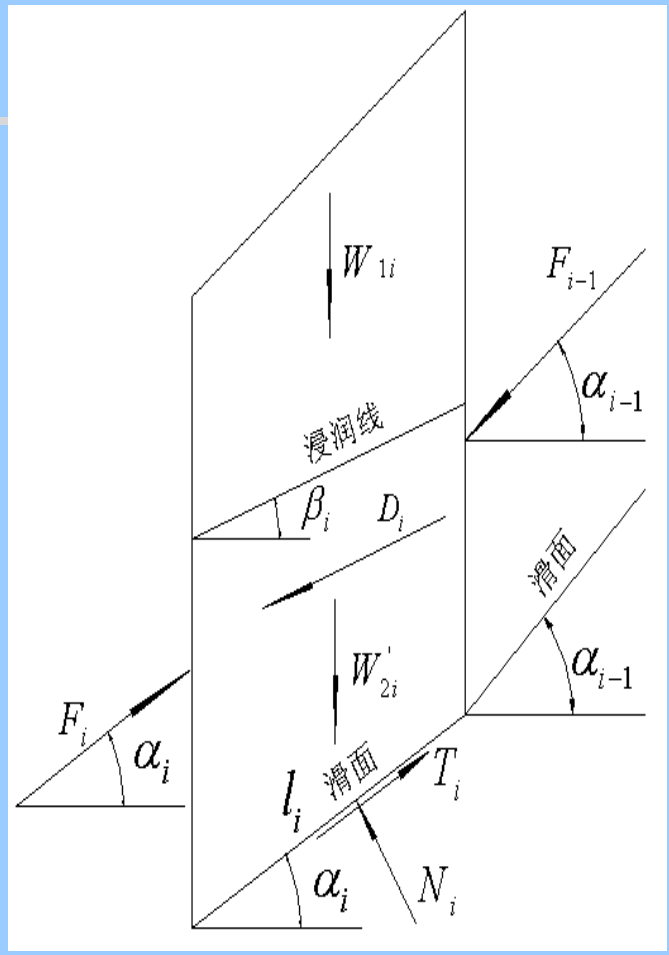
$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^{n-1}(R_i \prod_{j=i}^{n-1} \psi_j) + R_n}{\sum_{i=1}^{n-1}(T_i \prod_{j=i}^{n-1} \psi_j) + T_n}$$

式中

$$T_i = [(W_{1i} + W_{2i}')\sin\alpha_i + D_i \cos(\alpha_i - \beta_i)]$$

$$R_i = [W_i \cos\alpha_i - D_i \sin(\alpha_i - \beta_i)]\tan\phi_i + c_i l_i$$

$$\psi_j = \cos(\alpha_i - \alpha_{i+1}) - \sin(\alpha_i - \alpha_{i+1})\tan\phi_{i+1}$$

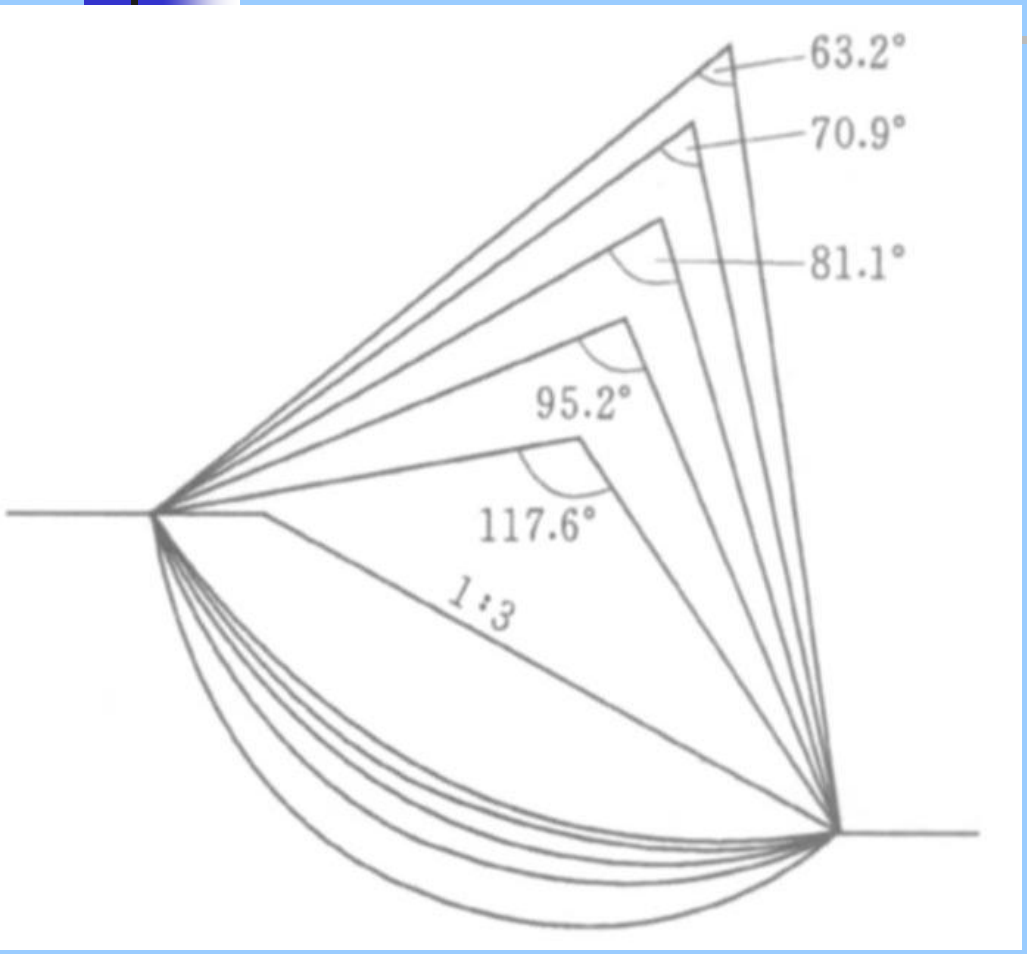


隐式与显式的不同:

1. 显式解是令隐式解中的传递系数中的安全系数为1;

2. 隐式解与显式解安全系数的含义不同，隐式解采用国际常用的安全系数定义。

4.2 圆弧滑面的比较



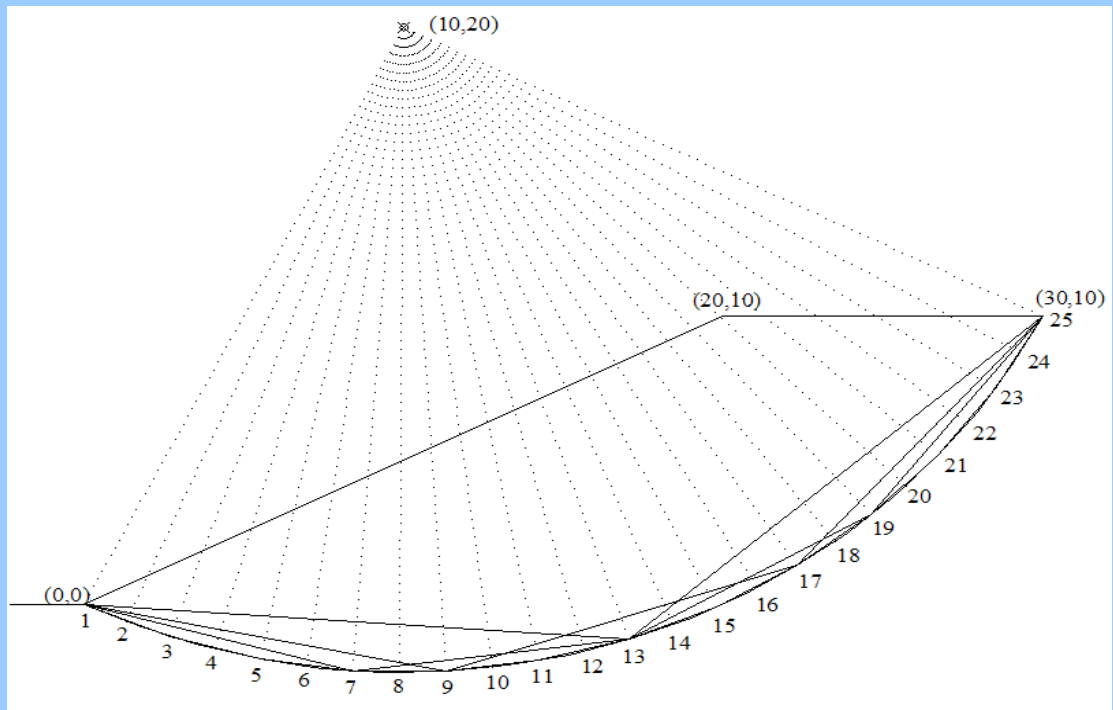
结论：对于光滑圆弧，传递系数法隐式的稳定系数在任何条件下均与Bishop法十分接近。显式的结果并不总是与Bishop法接近，其误差随中心角的增大而增大，最大达40％以上。

表 4.6　比较传递系数法和毕肖普法计算成果的差异，[例 4.2]

r_u	圆弧中心角	F_b	传递系数法显式		传递系数法隐式	
			F_{t1}	$(F_b- F_{t1})/ F_b$	F_{t2}	$(F_b- F_{t2})/ F_b$
0	117.600	3.020	4.421	-46.4%	3.025	-0.2%
	95.200	2.614	3.199	-22.4%	2.620	-0.2%
	81.100	2.451	2.800	-14.2%	2.456	-0.2%
	70.900	2.371	2.613	-10.2%	2.375	-0.2%
	63.200	2.332	2.514	-7.8%	2.335	-0.1%
0.2	117.600	2.444	3.483	-42.5%	2.442	0.1%
	95.200	2.121	2.552	-20.3%	2.127	-0.3%
	81.100	1.994	2.252	-12.9%	2.001	-0.4%
	70.900	1.936	2.115	-9.2%	1.942	-0.3%
	63.200	1.910	2.045	-7.1%	1.915	-0.3%
0.4	117.600	1.876	2.546	-35.7%	1.872	0.2%
	95.200	1.634	1.905	-16.6%	1.643	-0.6%
	81.100	1.542	1.703	-10.4%	1.552	-0.6%
	70.900	1.504	1.616	-7.4%	1.513	-0.6%
	63.200	1.490	1.576	-5.8%	1.498	-0.5%
0.6	117.600	1.325	1.608	-21.4%	1.327	-0.2%
	95.200	1.157	1.258	-8.7%	1.176	-1.6%
	81.100	1.098	1.155	-5.2%	1.118	-1.8%
	70.900	1.078	1.118	-3.7%	1.095	-1.6%
	63.200	1.076	1.107	-2.9%	1.091	-1.4%

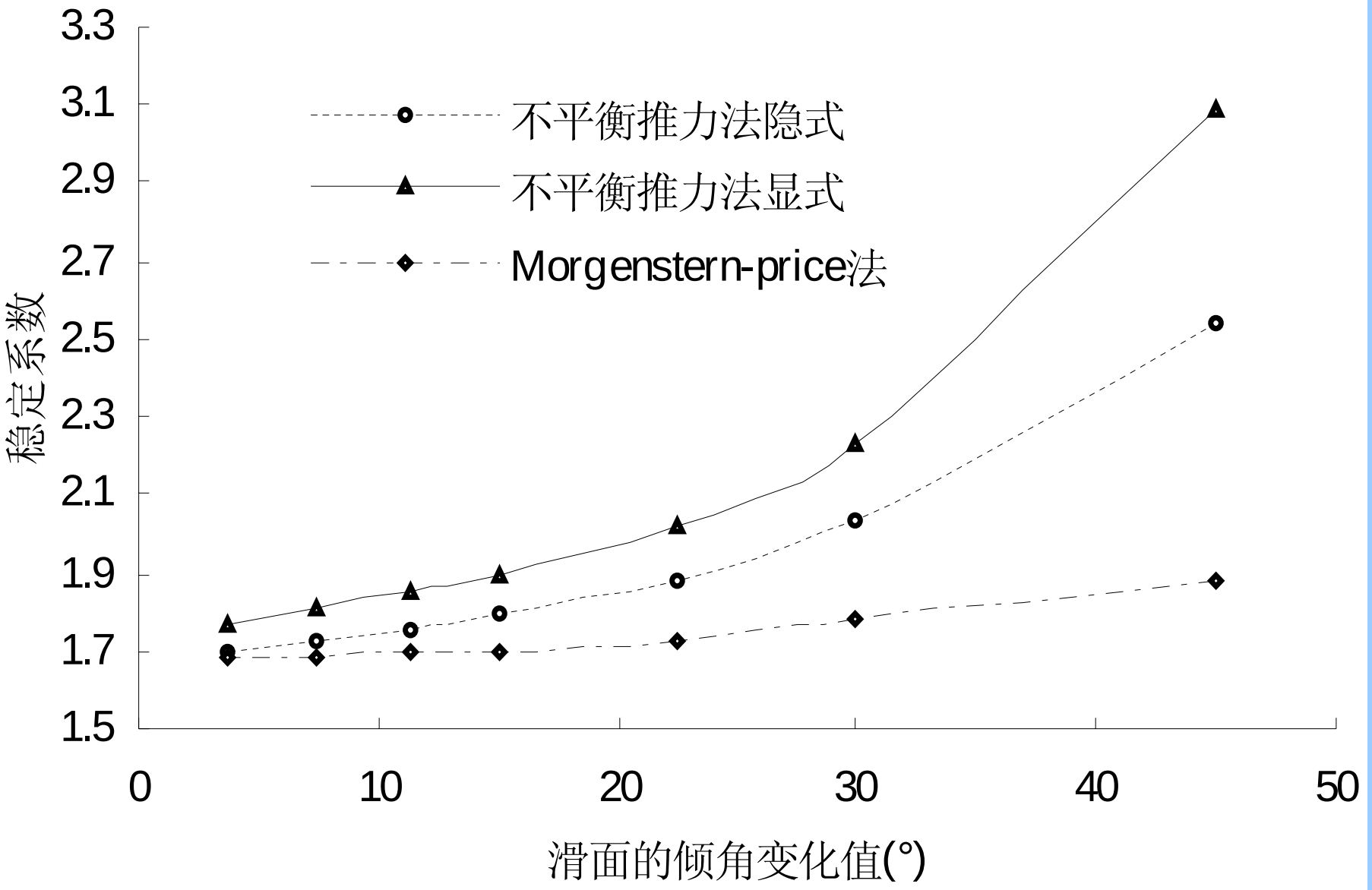
4.3 条间力倾角变化对稳定系数的影响

其滑面为一圆弧。为了研究条间力倾角对稳定性的影响，将滑面分别用圆弧的2、3、4、6、8、12、24等分点作为滑面的中间控制点，连接这些控制点就形成了7条滑面，折点处土条左右两侧条间力的倾角差分别为45°、30°、22.5°、15°、7.5°、3.75°。



误差分析结果

滑面构成	节点倾角变化值	不平衡推力法		M-P 法	隐式相对误差(%)	显式相对误差(%)
		隐式 F_{t1}	显式 F_{t2}	F_{m-p}	$(F_{m-p}-F_{t1})/F_{m-p}$	$(F_{m-p}-F_{t2})/F_{m-p}$
2 分点	45°	2.545	3.095	1.886	-34.94	-64.10
3 分点	30°	2.033	2.230	1.776	-14.47	-25.56
4 分点	22.5°	1.883	2.021	1.725	-9.16	-17.16
6 分点	15°	1.789	1.895	1.700	-5.24	-11.47
8 分点	11.25°	1.753	1.848	1.691	-3.67	-9.28
12 分点	7.5°	1.721	1.807	1.685	-2.14	-7.24
24 分点	3.75°	1.694	1.774	1.681	-0.77	-5.53


3.3
3.1
2.9
2.7
2.5
2.3
2.1
1.9
1.7
1.5
稳定系数
不平衡推力法隐式
不平衡推力法显式
Morgenstern-price法
0
10
20
30
40
50
滑面的倾角变化值(°)

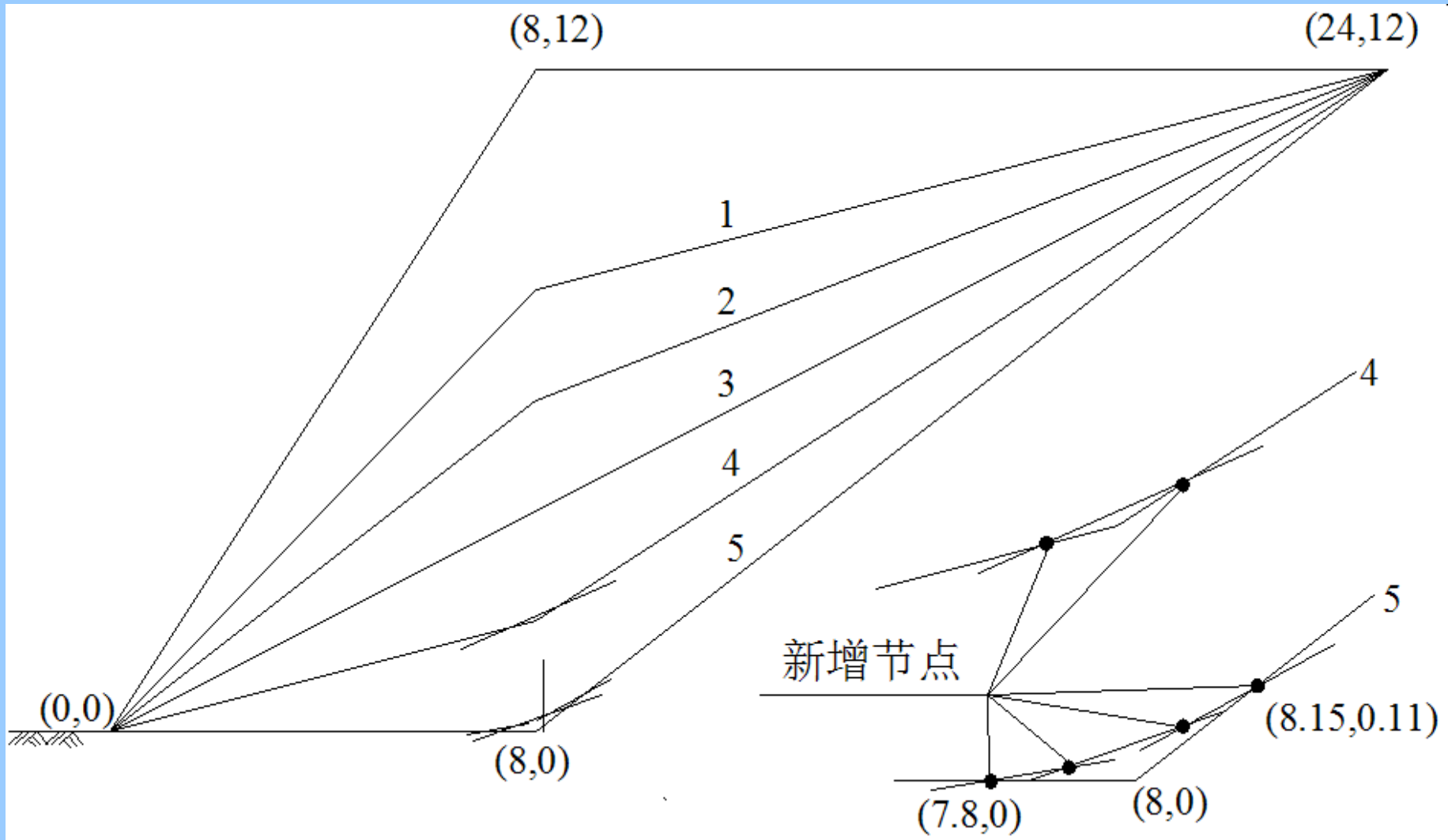
结论

1. 滑移面直角很大时，显式与隐式解都有很大误差，必须进行修正。

2. 即使滑面光滑时，显式解也有较大误差，偏于不安全，因而显式解不适用。

4.4 滑面控制点超限的处理

最下面一个滑面倾角为-30.96°，建议滑面进行修正，实际倾角小于10 °。



滑面	1	2	3	4	改进 4	5	改进 5
倾角变化值(°)	-30.96	-16.31	0	17.97	8.98	36.87	9.22
不平衡推力法隐式	2.017	1.419	1.161	1.091	1.082	1.244	1.146
M-P 法	2.031	1.419	1.161	1.069	1.068	1.143	1.127
误差(%)	0.74	0.14	0.26	-1.96	-1.31	-8.55	-1.69
改进后的误差（%）					-1.21		-0.26

5、不平衡推力法中的推力分析

隐式与显式的推力比较，

隐式 $$F_i=[(W_{1i}+W_{2i}')\sin\alpha_i+D_i\cos(\alpha_i-\beta_i)]$$

$$-\{c_i l_i+[(W_{1i}+W_{2i}')\cos\alpha_i-D_i\sin(\alpha_i-\beta_i)]\tan\varphi_i\}/F_s+F_{i-1}\psi_{i-1}$$

$$\psi_{i-1}=\cos(\alpha_{i-1}-\alpha_i)-\sin(\alpha_{i-1}-\alpha_i)\tan\varphi_i/F_s$$

显式 $$\psi_{i-1}'=\cos(\alpha_{i-1}-\alpha_i)-\sin(\alpha_{i-1}-\alpha_i)\tan\varphi_i$$

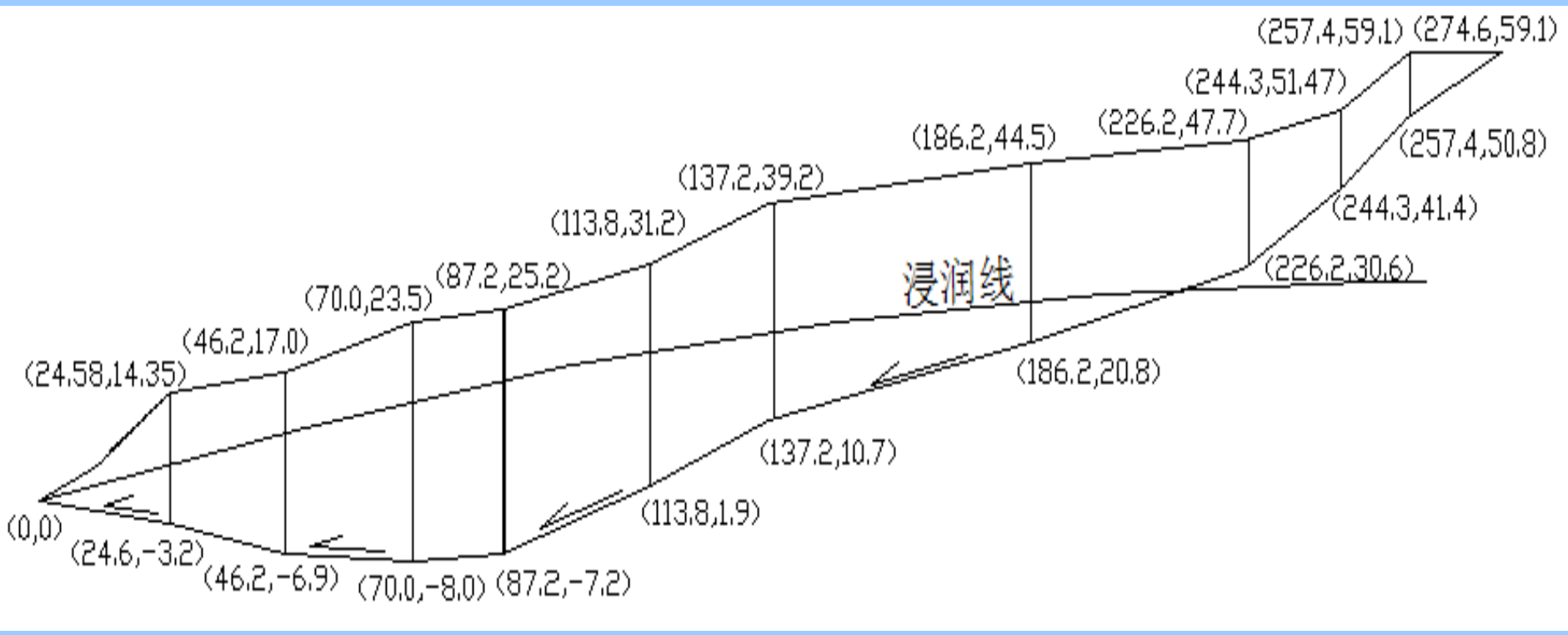
$$F_i'=F_s[(W_{1i}+W_{2i}')\sin\alpha_i+D_i\cos(\alpha_i-\beta_i)]$$

$$-\{c_i L_i+[(W_{1i}+W_{2i}')\cos\alpha_i-D_i\sin(\alpha_i-\beta_i)]\tan\varphi_i\}+F_{i-1}'\psi_{i-1}'$$

$$F_i'\approx F_s\cdot F_i\ ,\qquad F_s'=F_s^{\,2}$$

不平衡推力法中的推力分析

算例比较



不同安全系数下滑坡剪出口的剩余推力（KN） 稳定系数 1.023

安全系数 F_s	0.85	0.90	1.00	1.05	1.10	1.15	1.25	1.30
显示 F_i'	-56.88	-57.05	-57.39	502.83	1482.43	2462.02	4265.4	5255.1
隐式 F_i	-66.91	-63.39	-57.39	506.56	1405.42	2230.26	3578.4	4242.1
F_i'/F_i	0.85	0.90	1.00	0.99	1.05	1.10	1.19	1.24

不同安全系数下滑坡剪出口的剩余推力（KN） 稳定系数 0.932

安全系数 F_i	0.85	0.90	1.00	1.05	1.10	1.15	1.25	1.30
显式 F_i'	-53.3	-53.48	1378.08	2366.31	3354.45	4345.44	6211.2	7210.7
隐式 F_i	-62.7	-59.43	1378.08	2283.21	3110.16	3870.95	5135.5	5746.4
F_i'/F_i	0.85	0.90	1.00	1.04	1.08	1.12	1.21	1.25

表3 不同安全系数下滑坡剪出口的剩余推力(KN) 稳定系数0.808

安全系数 F_s	0.85	0.90	1.00	1.05	1.10	1.15	1.25	1.30
显示解 F_i'	935.84	1943.26	3965.35	4976.84	5988.38	6999.93	9025.6	10029.7
隐式解 F_i	1010.99	2096.95	3965.35	4772.37	5509.15	6184.41	7380.9	7913.2
F_i'/F_i	0. 92	0.93	1.00	1.04	1.09	1.13	1.22	1.27

推力比较

稳定系数	安全系数	推力	
		隐式解	显式解
1.02 0.96 0.808	1.15	2230.26 3870.95 6184.41	2462.02 4345.44 6999.93
0.808	1.30	7913.2	10029.7

采用1.15时, 实际为6184, 采用1.3时, 变为10029 增大近4000。

6 条分法与FEM方法对比及应用

土质边坡的稳定性是铁道建筑中必须面对和解决的问题，自1916年彼得森提出条分法概念以来，经费伦纽斯、泰勒等人的不断改进，基于极限平衡原理的边坡稳定分析方法得到了广泛的发展和应用，对边坡的安全稳定分析作出了巨大的贡献，其中具有代表性的有Bishop、Spencer、Morgenstern－Princer三种条分方法，不同的条分方法在于采用的不同假定

采用极限平衡方法分析边坡的稳定，本身并没有考虑土体自身的应力－应变关系和实际的工作状态，无法分析计算边坡破坏的产生和发展过程，且一般需要假定滑动面形式，更无法分析土体各部分的实际受力和变形过程，只能提供宏观的稳定性，同时对于复杂的边坡，如当边坡由非均质和各向异性材料组成时，或边坡是由填筑而成的，基于极限平衡原理的条分法即无法进行有针对性的计算。

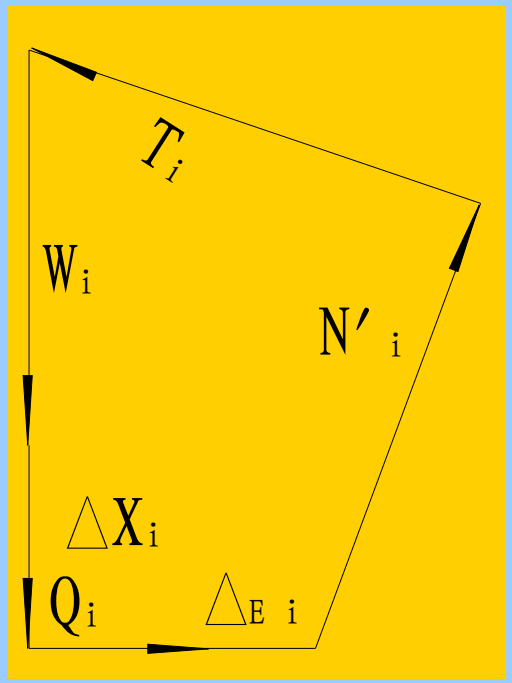
随着对土体本构关系研究的深入及有限元计算技术的发展，对土体应力－应变关系可以更为准确的分析和模拟，从而提出了基于有限元技术的强度折减系数法。

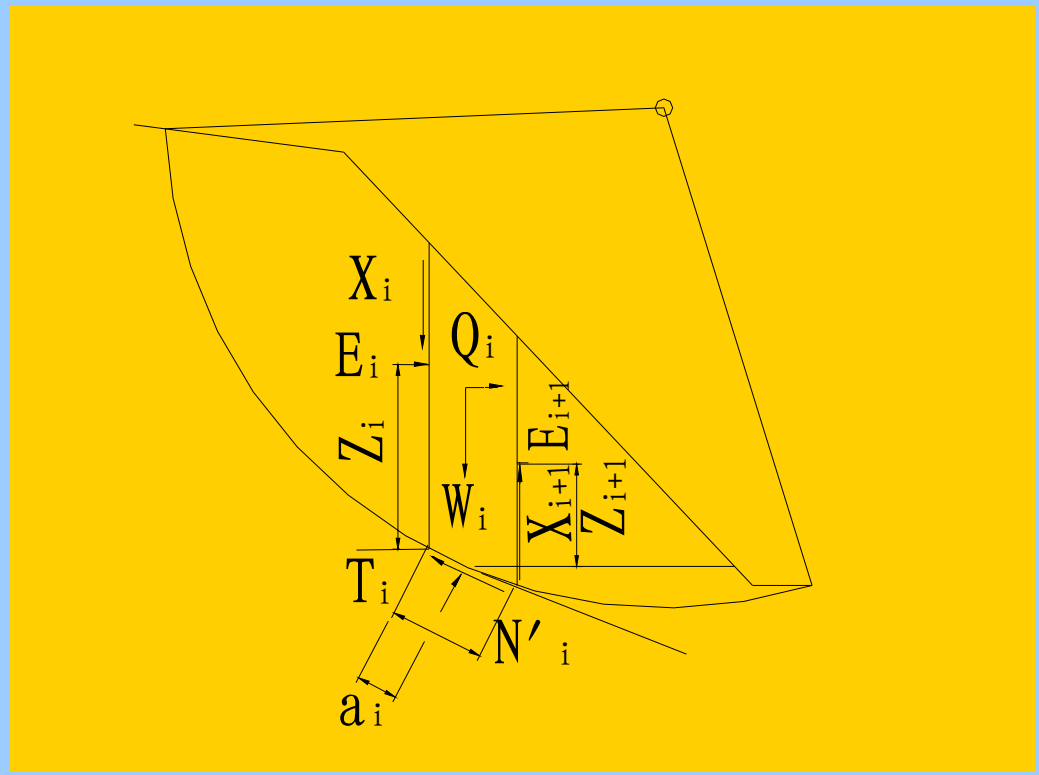
极限平衡法基本原理

极限平衡法采用条分进行边坡的稳定分析计算，该方法需预先假定若干剪切破坏面。然后将破坏面之上的土体分成若干垂直土条，对作用于各土条上的力和力矩进行平衡分析，求出在极限平衡状态下的土体安全系数，并通过一系列方法确定最危险滑裂面位置和最小安全系数。

Bishop将边坡稳定安全系数定义为沿整个滑裂面的抗剪强度与实际产生的剪应力之比，即：

$$F_s = \tau_f / \tau$$


T_i
W_i
N'_i
$\triangle X_i$
Q_i
$\triangle E_i$


X_i
E_i
Q_i
Z_i
W_i
E_{i+1}
X_{i+1}
Z_{i+1}
T_i
N'_i
a_i

如图所示：对滑动土体上任意取一土条，分析其上面的作用力为：重力、水平作用力等。当破坏面形状确定后，土条的几何尺寸也成为定值，因此为确定整个滑动土体力的平衡所要确定的未知量为：

(1) 每一土条底部的有效法向反力，共计n个；
(2) 两相邻土条分界面上的法向条间力，计n-1个；
(3) 两相邻土条分界面上的切向条间力，计n-1个；
(4) 每一土条底部及合力作用点位置，计n个；
(5) 两相邻土条条间力 及合力作用点位置，计n-1个；
(6) 安全系数，1个。

共有5n－2个未知量，而由力和力矩的平衡只能得到3n个方程，故边坡的稳定问题是一个高次超静定问题。如将土条取得极薄，则土条底部与之间的合力作用点可近似的认为作用于土条底部的中点，可认为已知，从而减少n个未知量。对其它n－2个多余未知量则需要进行相应的处理才能够进行计算。

T_i

各种条分法通过减少未知量或增加方程个数的方法来解决上述n－2个多余未知量，从而使超静定问题转化为静定问题。由于极限平衡法没有考虑岩土材料本身的应力—应变关系，因此所求出的土条之间的内力或土条底部的反力均不能代表边坡在实际工作条件下的内力或变形。

Bishop的简化方法中，假定了所有各土条之间的切向条间力为0，也就是假定条间力合力方向为水平。

Spencer假定相邻土条之间的法向条间力E与切向条间力X之间有一固定的常数关系，即各条间力合力P的方向是互相平行的。

Morgenstern-Prince在对任意曲线形状的滑裂面进行分析的基础上，建立了满足力和力矩平衡的微分方程式，然后假定两相邻土条法向条间力和切向条间力之间存在一个对水平方向坐标的函数关系，根据整个滑动土体的边界条件求出问题的解答。

计算方法	是否满足平衡条件				滑裂面形式	条间力假定
	整体力矩	土条力矩	垂直力	水平力		
Bishop	是	否	是	否	圆弧	X=0,E≥0
Spencer	是	是	是	是	任意	X/E=tan(θ)
Morgenstern-Prince	是	是	是	是	任意	X/E=λF(x)

基于有限元原理的强度折减系数法

相对于基于极限平衡理论的条分法，采用有限元方法的优点在于：

(1) 可考虑模拟土体的弹塑性本构关系、边坡内的实际受力状态及变化。

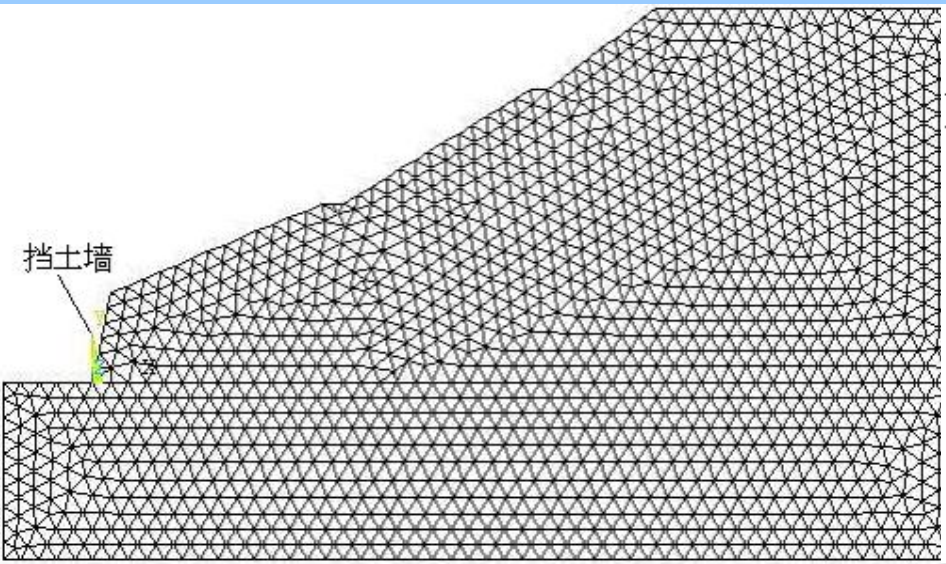
(2) 对潜在危险破坏面的位置和形状不必事先假定，而由计算自动搜索出最不安全的位置。

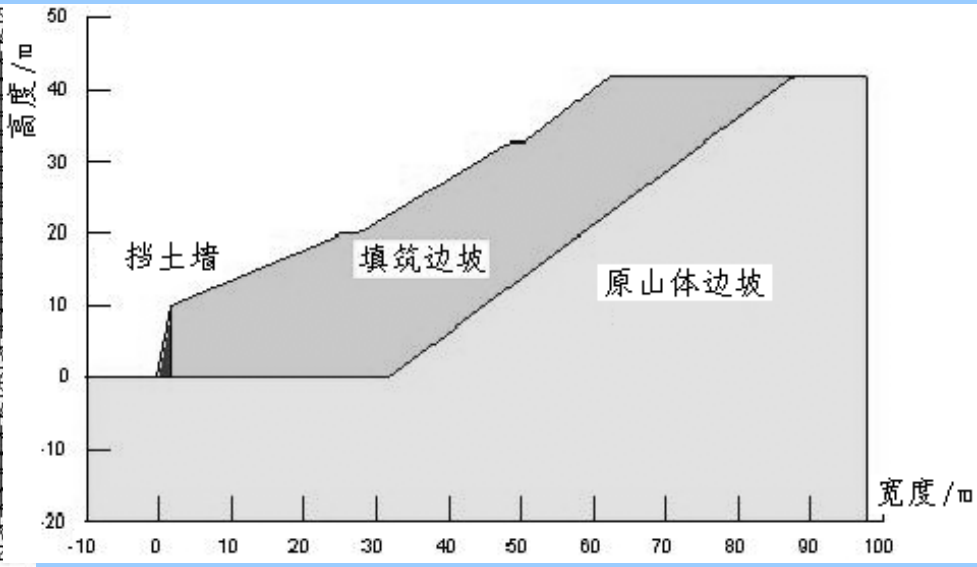
(3) 由于有限元法引入变形协调的本构关系，因此不必引入假定条件，理论体系严密。

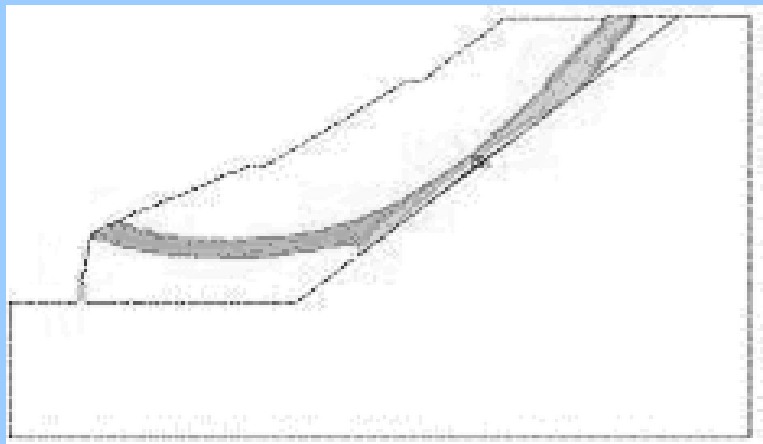
(4) 有限元强度折减系数法可分析边坡失稳变化过程，并且提供相应应力应变信息。

破坏的定义

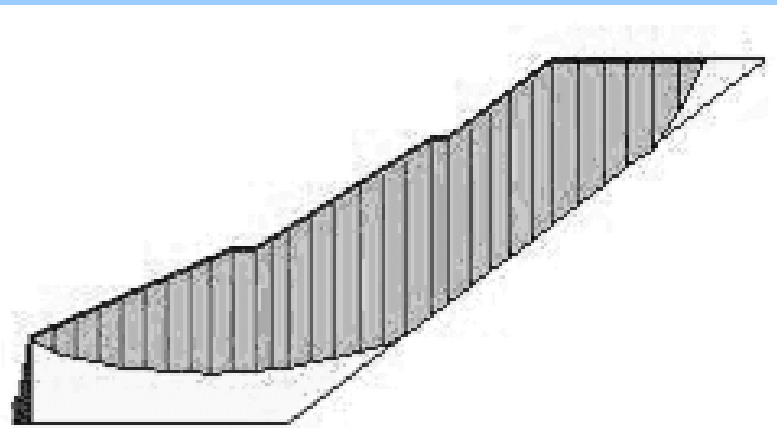
在有限元计算中，土体采用弹塑性本构。通过强度折减、使系统达到不稳定状态而有限元计算不收敛，此时的折减系数也就是安全系数，即意味着在该强度指标下产生了边坡失稳破坏。边坡的失稳破坏和数值上的不收敛同时发生，有限元网格明显变形且位移迅速增大。







强度折减系数法滑动面



条分法滑动面

内摩擦角（°）	有限元法	Bishop法	Spencer法	Mongestern-Prince法
16.8	2.940	2.937	2.939	2.939
20.0	3.054	3.002	3.010	3.011
30.0	3.459	3.439	3.448	3.451
40.0	3.933	4.063	4.038	3.980