☯12-12 豎曲線之計算

1.豎曲線之里程

A.豎曲線之里程沿　　(而非沿　　)增加。

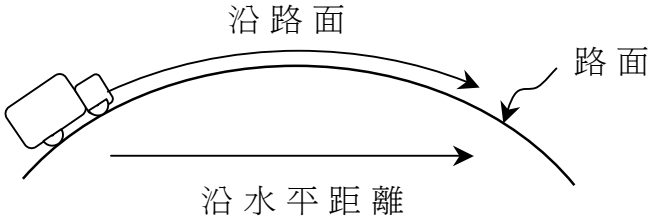


圖 12-12-1 豎曲線之里程

B.平曲線之里程沿　　(而非沿　　)增加。

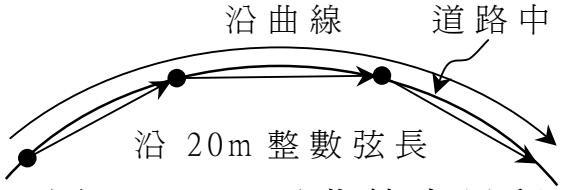


圖 12-12-2 平曲線之里程

C.而兩者與真正里程(沿路面或沿曲線)相差甚微，可忽略不計。

2.豎曲線之測設

A.豎曲線之測設，採用　　法。

B.原點：豎曲線　　點 BC_V。

X 軸：與豎曲線起點 BC_V 之　　距離。

Y 軸：與豎曲線起點 BC_V 之　　(亦即支距)。

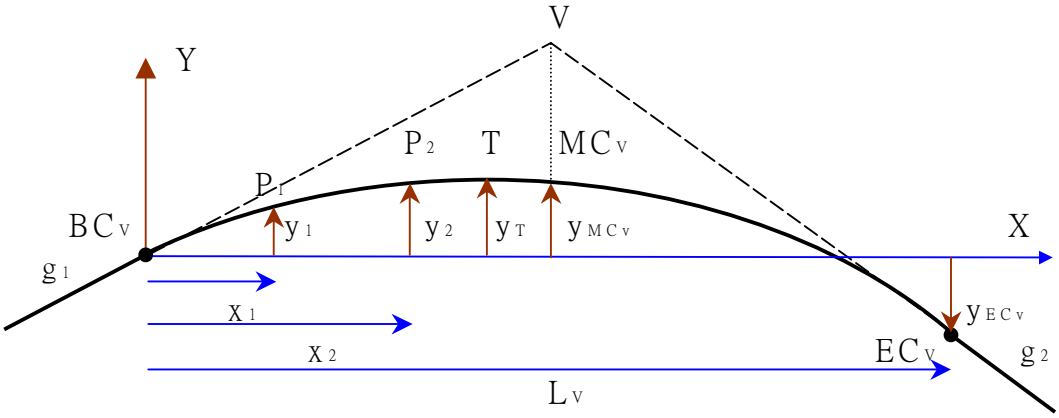


圖 12-12-3 豎曲線之測設

C.計算各點之 x 與 y 值，以定各點之位置(里程)與高程。

P_1 里程 = BC_V 點里程 + x_1

P_1 高程 = BC_V 點高程 + y_1

…

…

EC_V 里程 = BC_V 點里程 + L

EC_V 高程 = BC_V 點高程 + y_{ECV}

3.豎曲線之公式

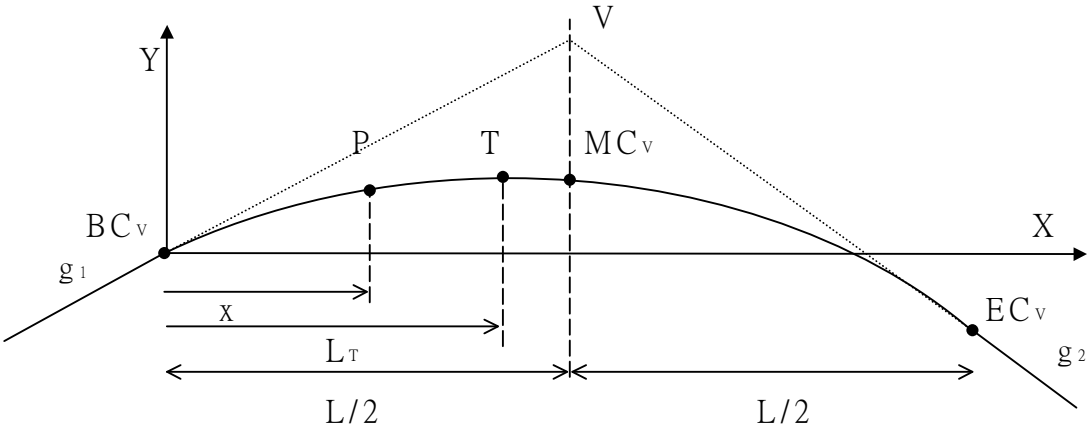


圖 12-12-4 豎曲線

A.二次拋物線公式：

$y = ax^2 + bx + c$

其中：

$a = \frac{g_2 - g_1}{2L} = \frac{\Delta g}{2L}$ 坡度差之半除以總長

g_1、g_2: 直線段之坡度，以 % 表示，向上爲 +，向下爲 −

L：曲線起終點水平距離

$b = g_1$ 曲線起點 BC_V 之坡度

$c = h_A = h_{BC_V}$ 曲線起點 BC_V 之高程，通常設 $h_A = 0$

亦即：

$y = \frac{g_2 - g_1}{2L}x^2 + g_1 x + h_A$ 或 $h_P = \Delta h_P + h_A$ 或

$\Delta h_P = \frac{g_2 - g_1}{2L}x^2 + g_1 x$

B.豎曲線之形狀

若 $g_1 > g_2 \Rightarrow a < 0$ 爲 形豎曲線，

若 $g_1 < g_2 \Rightarrow a > 0$ 爲 形豎曲線。

C.豎曲線最高點 T 與起點 A 之水平距離 L_T：

$$L_T = \frac{g_1 L}{g_1 - g_2}$$

D.設計坡度線交點 V

設計坡度線交點 V 與豎曲線 點 MC_V 之里程相同。

亦即 V 點恰好位於 L/2 處。

$$V = MC_V = BC_V + \frac{L}{2}$$

4.豎曲線之計算步驟

豎曲線之計算步驟，以計算例說明如下：

例 12-12-1.凸形豎曲線計算例 (蘇金槎著路工定線 P.231)
已知前一個坡度線交點里程 $V_0=24^K+620.000$ 高程 $H_{V0}=320.255m$，本坡度線交點（切線交點）里程 $V_1=25^K+420.000$ 高程 $H_{V1}=384.255m$，下一個坡度線交點里程 $V_2=26^K+020.000$ 高程 $H_{V2}=360.255m$，曲線長 $L=280m$，每 20m 一樁。

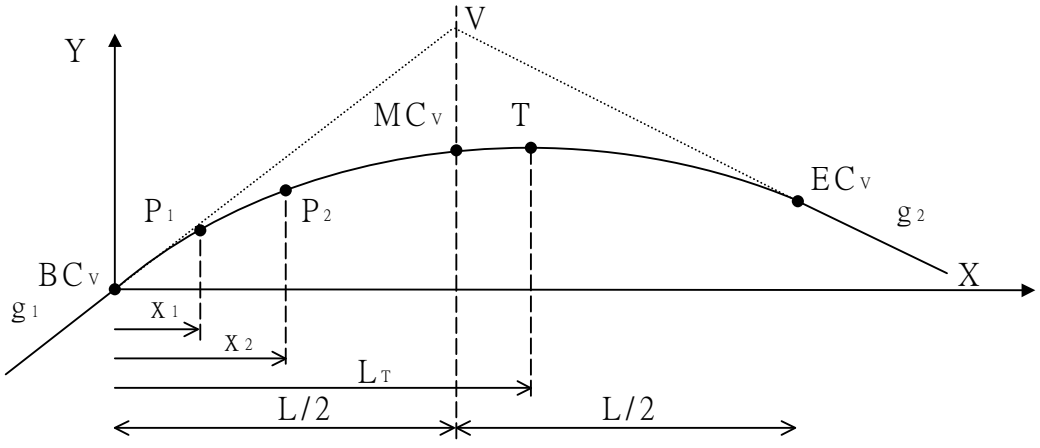


圖 12-12-5 凸形豎曲線計算例

解：1.求來方向坡度 g_1

$$g_1=\frac{h_{V_1}-h_{V_0}}{V_1-V_0}=\frac{384.255-320.255}{\left(25^K+420.000\right)-\left(24^K+620.000\right)}= \quad \%$$

2.求去方向坡度 g_2

$$g_2=\frac{h_{V_2}-h_{V_1}}{V_2-V_1}=\frac{360.255-384.255}{\left(26^K+020.000\right)-\left(25^K+420.000\right)}= \quad \%$$

3.求曲線起點 BCV 里程

$$BC_V=V-\frac{L}{2}=25^K+420-\frac{280}{2}= \quad ^K+$$

4.求曲線起點 BCV 高程

$$h_{BC_V}=h_V-\frac{L}{2}\times g_1=384.255-\frac{280}{2}\times 8\%= \quad m$$

5.求拋物線公式

$$y=\frac{g_2-g_1}{2L}x^2+g_1x+h_{BC_V}=\frac{-4\%-8\%}{2\times 280}x^2+8\%x+373.055$$

$$y=\frac{-3}{14000}x^2+\frac{2}{25}x+373.055$$

或 $\Delta h_P=\frac{-3}{14000}x^2+\frac{2}{25}x$

6.求曲線終點 ECv 里程

$$EC_V = V + \frac{L}{2} = 25^K + 420 + \frac{280}{2} = \quad ^K +$$

7.求曲線終點 ECv 高程(檢核用，可不必計算)

$$h_{EC_V} = h_V + \frac{L}{2} \times g_2 = 384.255 + \frac{280}{2} \times (-4\%) = \qquad m$$

或 $$h_{EC_V} = \frac{-3}{14000} \times 280^2 + \frac{2}{25} \times 280 + 373.055 = \qquad m$$

或 $$h_{EC_V} = h_{BC_V} + \frac{L}{2} \times (g_1 + g_2)$$

$$= 373.055 + \frac{280}{2} \times (8\% - 4\%) = \qquad m$$

8.求曲線中點 MCv 里程(必爲 V 里程)

曲線中點 MCv 之里程，必爲切線交點 V 之里程：

$$M = V = 25^K + 420$$

9.求曲線中點 MCv 高程(檢核用，可不必計算)

$$h_{MC_V} = \frac{-3}{14000}\left(\frac{280}{2}\right)^2 + \frac{2}{25}\left(\frac{280}{2}\right) + 373.055 = \qquad m$$

或 $$h_{MC_V} = h_{BC_V} + \frac{L}{8} \times (3g_1 + g_2)$$

$$= 373.055 + \frac{280}{8} \times (3 \times 8\% - 4\%) = \qquad m$$

10.求曲線最高點 T 里程

$$L_T = \frac{g_1 L}{g_1 - g_2} = \frac{8\% \times 280}{8\% - (-4\%)} = \frac{2}{3} \times 280 = \qquad m$$

$$T = BC_V + L_T = 25^K + 280 + 186.667 = \quad ^K +$$

11.求曲線最高點 T 高程(檢核用，可不必計算)

$$h_T = \frac{-3}{14000} \times 186.667^2 + \frac{2}{25} \times 186.667 + 373.055 = \qquad m$$

或 $$h_T = h_{BC_V} + \frac{g_1^2 L}{2(g_1 - g_2)}$$

$$= 373.055 + \frac{(8\%)^2 \times 280}{2 \times (8\% - (-4\%))} = \qquad m$$

12.求其餘各點，如下所示：

$$x_1 = 20 \quad h_{P_1} = \frac{-3}{14000} \times 20^2 + \frac{2}{25} \times 20 + 373.055 = \qquad m$$

$$x_2 = 40 \quad h_{P_2} = \frac{-3}{14000} \times 40^2 + \frac{2}{25} \times 40 + 373.055 = \qquad m$$

……

13.將上述結果填入豎曲線計算表中，如表 12-12-1 所示。

表 12-12-1 豎曲線計算表

V_0 = 24 K+ 620.000	H_{V0} = 320.255	E_1 =			
V_1 = 25 K+ 420.000	H_{V1} = 384.255	E_2 =			
V_2 = 26 K+ 020.000	H_{V2} = 360.255	L = 280.000			
BC = K+	H_{BC} =	H = $[(g_2-g_1)/(2L)]x^2+g_1x+H_{BC}$			
EC = K+	H_{EC} =	= x^2+	x+		
T = K+	H_T =	I_T =			
里程	間距	高程差	設計高	備註	
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					

例 7.凹形豎曲線計算例 (楊廉著測量學下冊 P.320)

已知前一個坡度線交點里程 $V_0=16^K+825.000$ 高程 $H_{V0}=227.100m$，本坡度線交點（切線交點）里程 $V_1=17^K+325.000$ 高程 $H_{V1}=224.600m$，下一個坡度線交點里程 $V_2=17^K+825.000$ 高程 $H_{V2}=228.100m$。曲線長 $L=600m$，每 100m 一樁。

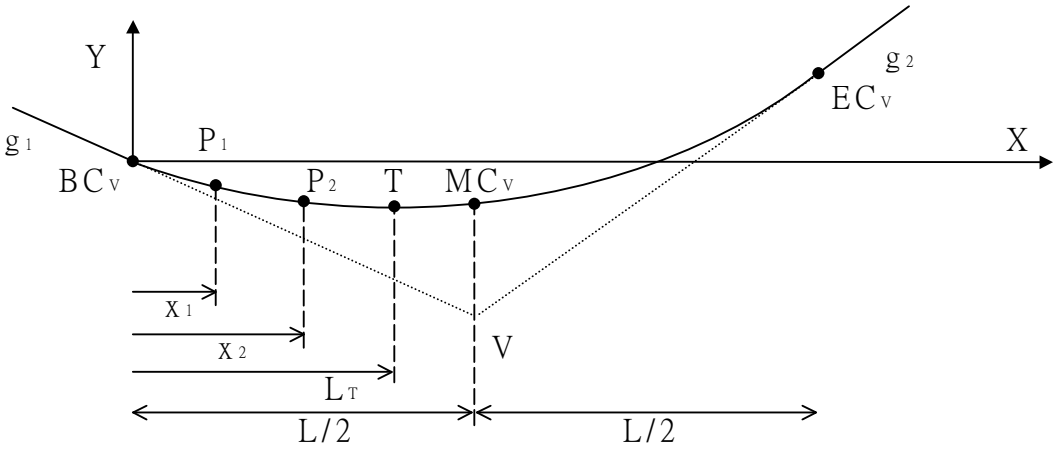


圖 12-12-6 凹形豎曲線計算例

解：1.求來方向坡度 g_1

$$g_1=\frac{h_{V_1}-h_{V_0}}{V_1-V_0}=\frac{224.600-227.100}{\left(17^K+325.000\right)-\left(16^K+825.000\right)}= \quad \%$$

2.求去方向坡度 g_2

$$g_2=\frac{h_{V_2}-h_{V_1}}{V_2-V_1}=\frac{228.100-224.600}{\left(17^K+825.000\right)-\left(17^K+325.000\right)}= \quad \%$$

3.求曲線起點 BC_V 里程

$$BC_V=V-\frac{L}{2}=17^K+325-\frac{600}{2}= \quad ^K+$$

4.求曲線起點 BC_V 高程

$$h_{BC_V}=h_V-\frac{L}{2}\times g_1=224.600-\frac{600}{2}\times\left(-0.5\%\right)= \quad m$$

5.求拋物線公式

$$y=\frac{g_2-g_1}{2L}x^2+g_1x+h_{BC_V}=\frac{\left(0.7\%-\left(-0.5\%\right)\right)}{2\times600}x^2-0.5\%x+226.1$$

$$y=\frac{1}{100000}x^2-\frac{1}{200}x+226.100$$

或 $\Delta h_P=\frac{1}{100000}x^2+\frac{1}{200}x$

6.求曲線終點 EC_V 里程

$$EC_V=V+\frac{L}{2}=17^K+325+\frac{600}{2}= \quad ^K+$$

7.求曲線終點 EC_V 高程(檢核用，可不必計算)

$$h_{EC_V} = h_V + \frac{L}{2} \times g_2 = 224.6 + \frac{600}{2} \times 0.7\% = \qquad m$$

或 $$h_{EC_V} = \frac{1}{100000} \times 600^2 + \frac{1}{200} \times 600 + 224.6 = \qquad m$$

或 $$h_{EC_V} = h_{BC_V} + \frac{L}{2} \times (g_1 + g_2)$$

$$= 224.6 + \frac{600}{2} \times (-0.5\% + 0.7\%) = \qquad m$$

8.求曲線中點 M 里程(必爲 V 里程)

曲線中點 M 之里程，必爲切線交點 V 之里程：

$$M = V = 17^K + 325$$

9.求曲線中點 MC_V 高程(檢核用，可不必計算)

$$h_{MC_V} = \frac{1}{100000}\left(\frac{600}{2}\right)^2 - \frac{1}{200}\left(\frac{600}{2}\right) + 226.1 = \qquad m$$

或 $$h_{MC_V} = h_{BC_V} + \frac{L}{8} \times (3g_1 + g_2)$$

$$= 226.100 + \frac{600}{8} \times (3 \times (-0.5\%) + 0.7\%) = \qquad m$$

10.求曲線最低點 T 里程

$$L_T = \frac{g_1 L}{g_1 - g_2} = \frac{(-0.5\%) \times 600}{(-0.5\%) - 0.7\%} = \qquad m$$

$$T = BC_V + L_T = 17^K + 025 + 250 = \quad ^K +$$

11.求曲線最低點 T 高程(檢核用，可不必計算)

$$h_T = \frac{1}{100000} \times 250^2 + \frac{1}{200} \times 250 + 226.100 = \qquad m$$

或 $$h_T = h_{BC_V} + \frac{g_1^2 L}{2(g_1 - g_2)}$$

$$= 226.100 + \frac{(-0.5\%)^2 \times 600}{2 \times ((-0.5\%) - 0.7\%)} = \qquad m$$

12.求其餘各點，如下所示：

$$x_1 = 20 \quad h_{P_1} = \frac{1}{100000} \times 20^2 + \frac{1}{200} \times 20 + 226.100 = \qquad m$$

$$x_2 = 40 \quad h_{P_2} = \frac{1}{100000} \times 40^2 + \frac{1}{200} \times 40 + 226.100 = \qquad m$$

……

13.將上述結果填入豎曲線計算表中，如表 12-12-2 所示。

表 12-12-2 豎曲線計算表

V_0 = 16 K+ 825.000	H_{V0} = 227.100	g_1 =			
V_1 = 17 K+ 325.000	H_{V1} = 224.600	g_2 =			
V_2 = 17 K+ 825.000	H_{V2} = 228.100	L = 600.000			
BC v = K+	H_{BC} v =	H = $[(g_2-g_1)/(2L)]x^2+g_1x+H_{BC}$			
EC v = K+	H_{EC} v =	= x^2+ x+			
T = K+	H_T =	l_T =			
里 程		間 距	高 程 差	設 計 高	備 註
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					
= K+					