

无地面控制点卫星摄影测量高程误差估算

王任享, 李 晶, 王新义 杨俊锋

(西安测绘研究所, 西安 710054)

【摘 要】本文推导了星载测定外方位元素参与下, 无地面控制点卫星摄影测量高程误差估算公式。分别按姿态变化率为 $10^{-6}^{\circ}/s$ 的二线阵 CCD 推扫式影像、姿态变化率低于 $10^{-6}^{\circ}/s$ 的二线阵 CCD 推扫式影像以及 LMCCD 推扫式影像进行推算。各个估算公式均给出算例, 供设计无地面控制卫星摄影测量工程应用。

【关键词】卫星摄影测量; 误差估算; CCD 推扫影像

【中图分类号】P236

【文献标识码】A

【文章编号】1009-2307(2005)03-0009-03

1 引言

地形图的主要内容是地物和等高线表示的地貌, 其中等高线依地图比例尺大小选择相应的等高距。美国国家地形图标准地形图的等高距按下式确定:

式中:

$$CI = 3.3 \times sh \quad (1)$$

其中 CI 为等高距, sh 为高程点误差; 系数 3.3 是指 90% 以上高程点误差不超过一个等高距。

摄影测量高程误差是摄影测量资料可测地形图等高程及其相应的比例尺关键因素之一。国际摄影测量界都是以式(1)作为讨论摄影测量系统制图效能的依据。因而卫星摄影测量高程误差估算是建立卫星摄影测量系统的关键内容。

美国学者 Light D L^[1] 根据其研究得出成图比例尺等高距的选择与卫星影像分辨率、高程点精度关系列于表 1。

表 1 摄影测量成图的关系表

M_s	GSD	CI	sh	σP
5 万	5	20	6	15
2.5 万	2.5	10	3	7.5

光学卫星摄影测量主要有框幅式相机静态摄影和线阵 CCD 推扫式动态摄影两种。为了解决无地面控制摄影测量的处理, 卫星系统常配有 GPS 测定摄站坐标(X_S, Y_S, Z_S)和星敏感器测定姿态角(φ, ω, κ), 即外方位元素不管哪一种摄影测量, 其高程误差, 除了共同相关联到影像分辨率、影像匹配精度、外方位元素量测精度以及相机几何配置等因素外, 还与立体模型建立的模式有重要关系。

2 无地面控制点卫星摄影测量立体模型建立的模式

误差估算是摄影测量基础理论之一, 框幅式像片的测量误差估算的理论研究已经很成熟。但是卫星摄影测量, 特别是无控制条件下, 误差估计遇到许多新的问题。由于无地面控制, 星上测定的外方位元素是绝对定向的唯一依靠数据。以下为了讨论方便起见, 将星上测定的外方位元素称作“星测 EO”, 相应地由摄影测量生成的外方为元素称作“摄测 EO”。以目前技术水平, 摄影测量影像匹配精度一般为 0.3 像元, 若像元分辨率为 5m, 基高比为 1, 则立体高程误差为 1.5m。由于 GPS 不断进步, 星测 EO 中线元素精度比较高, 可满足无地面控制摄影测量要求。星测 EO 角元素, 是由星敏感器测定, 尽管精度也有很大提高, 但研究表明, 其中角误差尚构成测图高程精度的威胁, 例

如高精度的星敏感器, 测角误差 $d\varphi, d\omega, d\kappa$ 可达到 $2''(1\sigma)$, 但对于轨道高度为 600km 而言, 仅 $d\varphi$ 引起的高程误差已超过 6m, 再考虑其他误差综合, 已无法满足 $CI = 20m$ 测图对误差的要求。因而在各种立体模型方式高程误差估算中, 应将 $d\varphi$ 影响当作关键因素考虑。此外, 还应当指出, 通常星敏感器精度是与其视场角大小、焦距、可判星等、数量级分布等因素估算的, 而实际摄影时, 可判星等的数值, 尤其分布未必充分达到视场, 因而实际精度与仪器标称精度尚有距离。卫星摄影测量构建立体模型有 3 种模型方式。

2.1 框幅式影像立体模型高程误差

框幅式像片立体模型可分为相对定向和绝对定向。

2.1.1 相对定向

利用像点量测的上下视差构成立体模型, 模型点高程误差为: $\sigma h_r = \frac{H}{B} \cdot \sigma M \cdot \sigma B_r$, (此处假定模型已比例尺归化), 式中: σM 为像点坐标误差, 由影像匹配给出, 取 $\sigma M = 0.3 \text{ pixel}$, $\text{pixel} = \text{地面像元分辨率(m)}$, σB_r 为相对定向模型左右视差误差。

引用文献 [2] 的有关公式, 利用大画幅相机参数, 得出: $\sigma B_r = 1.48 \cdot \sigma M$, 于是 $\sigma h_r = \frac{H}{B} \cdot \sigma M \cdot 1.48 = \frac{H}{B} \cdot 0.44 \cdot \text{pixel}$

2.1.2 绝对定向

绝对定向误差分比例尺归化误差和模型置平误差。比例尺归化误差主要由记时误差引起, 即 $\sigma h_r = \frac{H}{B} \cdot dT \cdot V$, $dT = 10^{-4} s$, $V = 7.6 \text{ km}$, 则 $\sigma h_r = 0.7 \frac{H}{B} m$

模型置平误差最大在模型边缘。

$\sigma h_l = \sqrt{(l_x \cdot \sigma \bar{\varphi})^2 + (l_x \cdot \sigma \Omega)^2}$ 式中 $l_x = \text{模型 } X \text{ 向宽}$, $l_y = Y \text{ 向宽}$ 。

定向角取左, 右摄站量测值中数即: $\bar{\varphi} = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$, $\Omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$

因而 $\bar{\varphi} = 0.7 \sigma \varphi$, $\sigma \Omega = 0.7 \sigma \omega$ 。

$\sigma \varphi, \sigma \omega$ 为星测角元素误差, 并假定 $\sigma \varphi = \sigma \omega$, 代入上式, 整理后:

$$\sigma h_l = 0.7 \sqrt{(l_x^2 + l_y^2) \cdot \sigma \varphi}$$

综合高程误差:

$$\sigma h = \sqrt{\left(\frac{H}{B}\right)^2 [(0.44 \text{ pixel})^2 + 1 \cdot 0.7^2] + 0.5(l_x^2 + l_y^2) \sigma \varphi^2 + \sigma Z_{s_0}^2} \quad (2)$$

式中 σZ_{S_0} 为左摄站星测 EO 线元素误差。

算例：相机参数：焦距 $f = 300\text{mm}$ ，像幅 $230\text{mm} \times 460\text{mm}$ ，航向重叠 55% ， $H = 210\text{km}$ ， $\frac{H}{B} = 0.7$ ， $l_x = 147\text{km}$ ， $l_y = 70\text{km}$ 数字化像元 $7\mu\text{m}$ ， $\text{pixel} = 5\text{m}$ ， $\sigma Z_{S_0} = 0$ ，

$sh = \begin{cases} 3.5\text{m}, & \sigma\varphi = 2'' \\ 4.0\text{m}, & \sigma\varphi = 4'' \end{cases}$ 框幅影像高程误差之主要特点是星测 EO 角元素用于绝对定向，因而 $\sigma\varphi$ 对高程影响与基高比无关。同时绝对定向角元素可以取左、右摄站数值之中数，进一步提高精度。

2.2 二线阵 CCD 影像空间交会高程误差

2.2.1 高程误差估算(一)

当卫星平台姿态稳定度为 $10^{-6}^\circ/\text{s}$ 时，从前视到后视，姿态变化值为：

$$da = 10^{-6} \frac{B}{V}$$

式中：B 为基线，V 为卫星速度 $= 7.6\text{km/s}$

令 $B = 600\text{km}$ ，则 $da = 0.28''$

da 对高程的影响，参看图 1，后视光线本应在 S_1 时刻摄取点 A，由于光线偏转 da 致使必须延后至 S'_1 ，即后视光线摄影时刻为 S'_1 ，多经历 dB_a 才摄取点 A，交会高程误差： dh_a

$$= \frac{H}{B} \cdot \frac{H \cdot da}{\cos^2 \alpha}, \text{若 } B = H, \alpha = 26^\circ,$$

则 $dh_a = 1\text{m}$

因 da 值不大，故可按姿态角不变方式建立立体模型。但应注意到卫星起始指向角非零情况下，不能按标准式摄影建立。如图 2 由于 φ 存在，立体交会不是标准式。

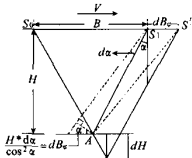


图 1 $d\varphi$ 引起的高程

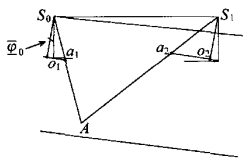


图 2 指向起始值为 φ_0

立体模型光束法平差程序(尽管因 $10^{-6}^\circ/\text{s}$ 要求太高，至今尚无这样的实际模型程序)可以安置 $\varphi = 0$ ，生成无上下视差模型后，必然出现模型连同基线均倾斜的 φ_0 值。(同样还有 Ω_0 ，K 影响)。在有地面控制点情况下，可以利用控制点绝对定向，没有控制点情况下，必须依靠星测 EO 作绝对定向。绝对定向后高程误差：

$$dh = \frac{H}{B} (dh_a + dT \times V + Y \times dk + dM) + B \times d\varphi_0 + Y \times d\Omega_0 + dZ_{S_0}$$

设： $dT = 10^{-4}\text{s}$ ， $dT \times V = 0.7\text{m}$ ， $dM = 0.36\text{pixel}$ 绝对定向时 φ, Ω 各取左右摄站的 φ, ω 的中值，则 $d\varphi = d\Omega = 0.7d\varphi$ 。

代入上式并化为中误差：

$$\sigma h = \sqrt{\left(\frac{H}{B}\right)^2 [dh_a^2 + 0.7^2 + (0.36\text{pixel})^2] + 0.5(B^2 + Y^2)\sigma\varphi^2 + \sigma Z_{S_0}^2} \quad (3)$$

高程误差与框幅式误差公式有相同的特性

算例：

设 $H = 600\text{km}$ ， $B = 600\text{km}$ ， $\alpha = 26^\circ$ ， $\cos^2 \alpha = 0.8$ ， $\text{pixel} = 5\text{m}$ ， $Y = 30\text{km}$ ， $\sigma\varphi = \sigma\omega = \sigma\kappa = 2''$

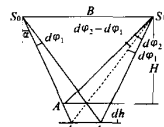
$$\sigma h = \begin{cases} 4.6\text{m}, & \sigma Z_{S_0} = 0 \\ 5.1\text{m}, & \sigma Z_{S_0} = 2\text{m} \end{cases}$$

2.2.2 高程误差估算公式(二)

当卫星姿态稳定度低于 $10^{-6}^\circ/\text{s}$ 时，角元素累积值已超过星测 EO 角元素的观测误差，因此立体模型的建立只

能应用星测 EO 观测值按前方交会确定地面点坐标。

由于卫星摄影航高很大，可看作基线水平。左右交会光线与正视方向夹角为 α ，按投影在主垂面上的前方交会如图 3 所示。



图中：A 为交会点正确位置； A_1 为受 $d\varphi_1 - d\varphi_2$ 影响的交会点； A_2 为受 $d\varphi_1, d\varphi_2$ 影响的交会点。

A_1, A_2 高程误差相近，故可从点 A_1 推算(不影响估算精度)，由 $d\varphi$ 产生的高程误差： $dh_\varphi = \frac{H}{B} \cdot \frac{H(d\varphi_2 - d\varphi_1)}{\cos^2 \alpha}$ ，因

$$d\varphi_1, d\varphi_2 \text{ 相互独立，故对上式取中误差：} dh_\varphi = \frac{H}{B} \sqrt{2} \frac{H\sigma\varphi}{\cos^2 \alpha}。$$

高程误差还关系到记时误差，影像匹配误差， dk 引起的误差。但 $d\omega$ 的影响较小，可忽略不计，则高程综合误差：

$$dh = \frac{H}{B} \left[H \frac{d\varphi_2 - d\varphi_1}{\cos^2 \alpha} + dT \times V + y(d\kappa_2 - d\kappa_1) + dm \right] + dZ_{S_0}$$

化为中误差：

$$\sigma h = \sqrt{\frac{H^2}{B^2} \left[2 \left(\frac{H \cdot \sigma\varphi}{\cos^2 \alpha} \right)^2 + 2Y^2 \times \sigma\kappa^2 + (0.36\text{pixel})^2 + 0.7^2 \right] + \sigma Z_{S_0}^2} \quad (4)$$

与式(2)，式(3)相比较，上式中 $\sigma\varphi, \sigma\kappa$ 所涉及的项均与基高比有关，当基高比不好时，对高程精度影响较大，此外星测 EO 角元素系独立观测值，所以交会高程误差中均为 $\sqrt{2}$ 倍，这对高程误差更不利。

算例：

①与 2.2.1 节的算例相同参数，高程误差：

$$\sigma h = \begin{cases} 10.5\text{m} & \sigma Z_{S_0} = 0 \\ 10.6\text{m} & \sigma Z_{S_0} = 2\text{m} \end{cases}$$

文献 [4] 中与此参数相同，按数字模拟计算，前方交会高程误差为 9.4m 。

② IKONOS 参数

$H = 680\text{km}$ ， $\sigma\varphi = \sigma\kappa = 2''$ ， $\text{Pixel} = 1\text{m}$ ， $Y = 6\text{km}$ ， $\alpha = 26^\circ$ ， $H/B = 1$ ，计算得：

$$\sigma h = \begin{cases} 11.6\text{m} & \sigma Z_{S_0} = 0 \\ 12.0\text{m} & \sigma Z_{S_0} = 3\text{m} \end{cases}$$

这一结果与文献 [3] 的数字模拟计算相当，笔者在文献 [4] 中计算时忽视了姿态稳定度大于 $10^{-6}^\circ/\text{s}$ 的影响，估算的高程误差为 7.9m 。

③ Alos 参数

$H = 691\text{km}$ ， $\sigma\varphi = \sigma\kappa = 0.7''$ ， $\text{Pixel} = 2.5\text{m}$ ， $Y = 35/2\text{km}$ ， $\alpha = 24^\circ$ ， $H/B = 1$ ，计算得：

$$\sigma h = \begin{cases} 4.3\text{m} & \sigma Z_{S_0} = 0 \\ 4.4\text{m} & \sigma Z_{S_0} = 1\text{m} \end{cases}$$

与②一样，笔者在文献 [4] 中计算时忽视了姿态稳定度大于 $10^{-6}^\circ/\text{s}$ 的情况，估算的高程误差为 3.05m 。

2.3 LMCCD 相机推扫式摄影测量高程误差估算

三线阵 CCD 相机推扫摄影影像可以将星测 EO 观测值参与作航线光束法平差，建立模型的高程精度比直接前方交会要高，但精度提高的幅度有限，达不到无地面控制测图的要求。而且航线光束法平差过程数学计算很复杂，难以用数学分析方法推导高程误差公式，通常是用数字模拟的方法。

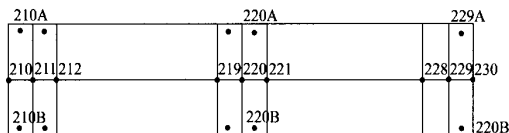
文献 [5] 中，提出了三线阵 CCD + 4 个小面阵的

LMCCD 相机, 笔者作过大量数字模拟计算, 当小基线(前后视相机对正视相机的摄影中心距离)数 ≥ 2 时, 采用 EFP 法光束法自由网平差, 然后再用 4 个控制点绝对定向, 可得到变形很小的航线模型。若将星测 EO 参与平差, 无地面控制点也能得到比较好的结果^[4]。其平差的数学过程很复杂, 也难以用数学分析方法推导高程误差公式。但如果将仅有两条短基线, 实质就是双模型航线的自由网平差当作相对定向, 然后再用星测 EO 观测值作绝对定向, 那么数学分析方法推导高程误差还是可行的。

2.3.1 双模型自由网高程误差

为了讨论方便, 假定自由网模型已经过比例尺归化。高程误差主要项是 EFP 法的模型联接累计误差。图 4 中, EFP 双模型是由中心的 220 片和两端的 210 片、230 片构成。EFP 平差中按一个短基线的 1/10 之间距, 排列一个单模型, 共有 10 个单模型, 模型之间依靠联接点构成整体模型并通过多次迭代闭合在双模型的首、末及中央。因而单模型联接产生的一次和累积最大误差将出现在双模型左右的单模型中央, 累积的高程误差为:

$$\sigma h_{\text{累}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \cdot \sigma h_{\text{联}}$$



中心点为EFP片号, 数字后带A或B者为联接点号

图4 双模型构成

上式, $\sigma h_{\text{累}}$ 为高程累积误差; $\sigma h_{\text{联}}$ 为模型连接高程传递误差。

每一个单模型左、右片分别向其相邻片联接, 共有 4 个联接点, 每一个联接点有 4 个 x 坐标观测值, 即两个 CCD 影像和两个小面阵影像。每一个联接点高程误差为 $\frac{H}{B} \times 0.3\text{pixel}$, 那么每一单模型联接传递高程误差 $\sigma h_{\text{联}}$:

$$\sigma h_{\text{联}} = \frac{H}{B} \times \frac{0.3}{\sqrt{4}} \text{pixel} = \frac{H}{B} \times 0.15 \text{pixel},$$

$$B \text{ 为小基线} = H \tan \alpha$$

$$\sigma h_{\text{累}} = \frac{H}{B} \times 0.24 \text{pixel}$$

任意模型点高程量测误差为 $\frac{H}{B} \times 0.36 \text{pixel}$, 则自由网高程综合误差为:

$$\sigma h_{\text{自}} = \frac{H}{B} \times 0.43 \text{pixel}$$

2.3.2 利用外方位元素绝对定向高程误差

利用星测 EO 观测值与摄测 EO 观测值, 可计算 7 个绝对定向元素, 绝对定向按双模型的左、右单模型分别进行, 因而每一个模型由 10 组外方位元素观测值。最小二乘法平差计算的绝对定向元素可望使星测 EO 观测值之误差缩小 $\frac{1}{\sqrt{10}}$ 的因子, 因此可取 $\sigma_{\bar{p}}^2 \approx \sigma_{\Omega} \approx \sigma_{\kappa} \approx 0.3\sigma_{\varphi}$ 。

绝对定向高程误差为:

$$\sigma h_A = \sqrt{\sigma h_C^2 + \sigma h_S^2}$$

式中 $\sigma h_C = \sqrt{B^2 + Y^2} \times 0.3\sigma_{\varphi}$; $\sigma h_S = \frac{H}{B} \times dT \times V$ = 比例尺归化误差; $\sigma h_S = \frac{H}{B} \times 0.7 \text{m}$ 。

综合高程误差:

$$\sigma h = \sqrt{\left(\frac{H}{B}\right)^2 [(0.43 \text{pixel})^2 + 0.7^2] + (B^2 + y^2)(0.3\sigma_{\varphi})^2 + \sigma Z_{S_0}^2} \quad (5)$$

算例:

① $H = 600 \text{km}$, $B = 0.5H$, $\text{pixel} = 5 \text{m}$, $Y = 30 \text{km}$

计算得

$$\sigma h = \begin{cases} 4.8 \text{m}, \sigma_{\varphi} = 2'', \sigma Z_{S_0} = 0 \\ 5.2 \text{m}, \sigma_{\varphi} = 3'', \sigma Z_{S_0} = 0 \end{cases}$$

按数字模拟 EFP 光束法平差计算:

$$\sigma h = \begin{cases} 3.1 \text{m}, \sigma Z_{S_0} = 0, \sigma_{\varphi} = 2'', \overline{\sigma_{\varphi}} = 0.3'' \\ 4.1 \text{m}, \sigma Z_{S_0} = 0, \sigma_{\varphi} = 3'', \overline{\sigma_{\varphi}} = 0.4'' \end{cases}$$

以上 $\overline{\sigma_{\varphi}}$ 为平差后 φ 角的误差。

② $H = 691 \text{km}$, $B = 0.5H$, $\sigma_{\varphi} = 2''$, $\text{pixel} = 2.5 \text{m}$, $Y = 6 \text{km}$

$$\sigma h = \begin{cases} 3.2 \text{m}, \sigma Z_{S_0} = 0 \\ 3.4 \text{m}, \sigma Z_{S_0} = 1 \text{m} \end{cases}$$

按数字模拟 EFP 光束法平差计算:

$$\sigma h = \begin{cases} 2.9 \text{m}, \sigma Z_{S_0} = 0 \\ 3.2 \text{m}, \sigma Z_{S_0} = 1 \text{m}, \overline{\sigma_{\varphi}} = 0.4'' \end{cases}$$

数学分析估算与数字模拟计算结果相当。

以上计算均系 LMCCD 影像的正视与前或后视之二线交会区高程精度, 若在三线交会区, 高程精度将进一步提高。

3 结论

框幅式像片、姿态稳定度 $10^{-6}^\circ/\text{s}$ 的二线阵 CCD 影像和姿态稳定度低于 $10^{-6}^\circ/\text{s}$ 的 LMCCD 影像的立体模型的构建均可采用相当于“相对定向”和绝对定向两过程讨论高程误差, 星测 EO 角元素误差对高程影响较小, 但星测 EO 角元素误差对姿态稳定度低于 $10^{-6}^\circ/\text{s}$ 的二线阵 CCD 影像的高程误差特别敏感。

推导的高程误差估算公式主要用于卫星摄影测量工程规划、制订系统参数, 在此基础上再采用数字模拟和数字影像模拟的方法, 将星测 EO 作为带权观测值参与尽可能严密的光束法平差, 计算摄影测量系统预期精度, 必要时进一步调整卫星摄影测量参数。

参考文献

- [1] Light D L. Characteristics of Remote Sensors for Mapping and Earth Science Applications [J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 1990, 56(12): 1613-1623.
- [2] 王之卓. 摄影测量原理 [M]. 北京: 测绘出版社, 1979, 10.
- [3] Zhou G, R Li. Accuracy Evaluation of Ground Points from IKONOS High-Resolution Satellite Imagery [J]. PERS, 2000, 66(9): 1103-1112.
- [4] 王任享, 胡莘. 无地面控制点卫星摄影测量的难点 [J]. 测绘科学, 2004, 29(3): 3-5.
- [5] 王任享, 等. 卫星摄影测量 LMCCD 相机的建议 [J]. 测绘学报, 2004, 33(2): 116-120.



作者简介: 王任享 (1933-), 男, 中国工程院院士, 摄影测量与遥感专家, 研究员, 曾任总参测绘研究所所长, 已发表论文 70 余篇。