

抵偿高程面的选择与计算

杨元兴*

(浙江省测绘大队,浙江 杭州 310030)

摘要:在选择城市坐标系时,可根据城市中心离中央子午线的距离和城市平均高程面来选择。当长度变形值大于 2.5 cm/km 时,可采用投影于抵偿高程面上的高斯正形投影 3°带平面直角坐标系。本文给出了抵偿高程面的确定方法及抵偿高程面的坐标计算。

关键词:高斯平面直角坐标系;抵偿高程面

1 长度变形

城市平面控制网坐标系统的选择取决于网中投影长度变形。地面上控制网中的观测边长要归化至参考椭球面时,其长度将缩短 ΔD ,设地球平均曲率为 R ,两端点高出椭球体面为 H ,则有下列近似关系:

$$\frac{\Delta D}{D} = -\frac{H}{R} \quad (1)$$

椭球体上的边长投影至高斯平面,其长度将放长 ΔS ,设边上两端点的平均横坐标为 y_m ,则有如下近似关系式:

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{y_m^2}{2R^2} \quad (2)$$

式中的 y_m 为实际的横坐标值(以下同)。以上两项长度变化的共同影响称为投影的长度变形,即:

$$\frac{V_s}{S} = \frac{y_m^2}{2R^2} - \frac{H}{R} \quad (3)$$

《城市测量规范》(CJJ8-99)明确指出:

当长度变形值不大于 2.5 cm/km 时,应采用高斯正形投影统一 3°带平面直角坐标系。

当长度变形值大于 2.5 cm/km 时,可依次采用:

投影于抵偿高程面上的高斯正形投影 3°带平面直角坐标系;

高斯正形投影任意带平面直角坐标系,投影面可采用黄海平均海面或城市平均高程面。

面积小于 25 km² 的城镇,可不经投影采用假定平面直角坐标系。

总之,城市控制测量中,选择平面坐标系时,必须以投影长度变形值不大于 2.5 cm/km 为原则。

2 投影于抵偿高程面的统一坐标系统的建立的有效判断

一般情况下,中心位于高斯正形投影统一 3°带子午线附近且城市平均高程面接近于参考椭球面或平均海水面的城市为数不多。当要求采用统一 3°带平面直角坐标系时则须采用抵偿高程面。

对于一个城市,其高差的变化是不大的,也就是高程归化是一个定数,而高斯投影改化则与所处城市的位置不同而变化。并且高程归化与高斯改化两者一个是负数,一个是正数,相加后可适当抵消。

根据《城市测量规范》要求,只有当城市东西两侧的高斯改化之差不超过 2 倍限差时,就可采用投影于抵偿高程面的高斯正形投影 3°带平面直角坐标系。即:

$$\Delta S_{\max} - \Delta S_{\min} \leq 2 \times 2.5 \text{ cm/km} \quad (4)$$

当 $(y_{\max})(y_{\min}) \geq 0$ 时(即东西两端点处于中央子午线一侧时),有

$$\frac{y_{\max}^2}{2R^2} - \frac{y_{\min}^2}{2R^2} \leq 2 \times \frac{1}{40\,000} \quad (5)$$

设 $R = 6\,371 \text{ km}$, 则

$$y_{\max}^2 - y_{\min}^2 \leq \frac{R^2}{10\,000} \quad (6)$$

$$\text{即: } y_{\max}^2 - y_{\min}^2 \leq 4\,058.96 \quad (7)$$

当 $(y_{\max})(y_{\min}) < 0$ 时(即东西两端点分立于中央子午线两侧时),且当 $|y_{\max}| \geq |y_{\min}|$ 时有

$$y_{\max}^2 \leq 4\,058.96 \quad (8)$$

当 $|y_{\max}| \leq |y_{\min}|$ 时有

$$y_{\min}^2 \leq 4\,058.96 \quad (9)$$

只有当以上条件成立时,才可找到一个抵偿高程

* 收稿日期:2007-08-17

作者简介:杨元兴(1962-),男,高级工程师,现从事测绘技术管理工作。

面。否则就无法找到能满足《城市测量规范》要求的投影于抵偿高程面的统一坐标系。

3 抵偿高程面的坐标系统的适用范围

抵偿高程面确定,可计算其坐标系统的适用范围,即使:

$$\frac{H}{R} - \frac{y_m^2}{2R^2} = \frac{1}{40\,000} \quad (10)$$

设 $R = 6\,371\text{ km}$, 由此可得到符合限差范围内的东西方向的宽度,即

$$y_m = \sqrt{12\,742H \pm 2\,029} \quad (11)$$

计算得表1所示数据。

抵偿投影面和相应的横坐标区间关系表

表1

H/m	0	50	100	159	160	200	300	500	1 000
$\pm y_m/\text{km}$	0 ~ 45	0 ~ 52	0 ~ 57	0 ~ 64	3 ~ 64	23 ~ 68	42 ~ 76	66 ~ 92	104 ~ 122

可见对于一定的高程只存在一定的抵偿地带,当抵偿面高程为159 m时,其抵偿范围最大,东西宽度达到128 m。当抵偿面高程小于159 m时,其抵偿范围逐渐变小,0 m时为90 km;当抵偿面高程大于159 m时,其东西宽度随高程的增加而愈来愈狭窄。当抵偿面高程为160 m时,其抵偿范围为61 km,且横坐标应处于 $\pm (3 \sim 64)\text{ km}$;当抵偿面高程为300 m时,其抵偿范围为34 km,且横坐标应处于 $\pm (42 \sim 76)\text{ km}$;当抵偿面高程为500 m时,其抵偿范围仅为26 km,且横坐标应处于 $\pm (66 \sim 92)\text{ km}$ 。

当坐标系统的范围超过上表时,应改用其他方法选择城市坐标系。

4 抵偿高程面的确定

利用高程归化和高斯投影改化对于长度变形的影响为前者缩短和后者伸长的特点,用人为改变归化高程使高程归化与高斯投影改化的长度改正相抵偿,但这并不改变统一 3° 带的投影改化方法。设该区域存在着两者抵偿的地带,其抵偿面的高程为 H_B ,如图1所示。

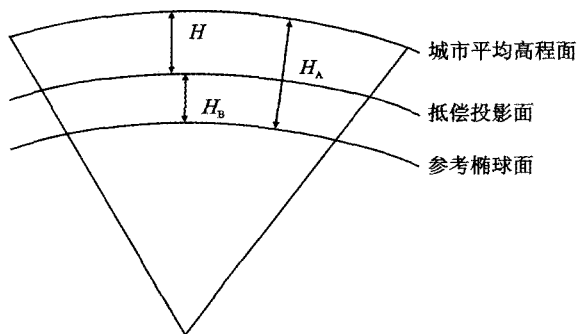


图1 抵偿投影面与参考椭球面、城市平均高程面关系简要示意图

其高程归化值为 $\frac{H}{R + H_B} \approx \frac{H}{R}$, 高斯改化值为

$$\frac{y_m^2}{2(R + H_B)^2} \approx \frac{y_m^2}{2R^2}。则有$$

$$\frac{H}{R} = \frac{y_m^2}{2R^2} \quad (12)$$

式中 H_B 为抵偿面高程,也称为归化高度; H_A 为城市平均高程; H 为城市平均高程 H_A 与抵偿面高程 H_B 之差,即 $H = H_A - H_B$ 。则有

$$H = H_A - H_B = \frac{y_m^2}{2R} \quad (13)$$

由于 H 为 y 的二次曲线,采用 y_m 即横坐标中数计算的 H 值不是其中数,应该分别以东西两侧的横坐标 (y_{\max}, y_{\min}) 得到 (H_{\max}, H_{\min}), 取中数即可得 H 值。

$$H = \frac{\frac{y_{\max}^2}{2R} + \frac{y_{\min}^2}{2R}}{2} = \frac{y_{\max}^2 + y_{\min}^2}{4R} \quad (14)$$

当然以此选择的抵偿高程面使长度变形完全抵偿是不可能的,因为在同一城市地区高程是有变化的,且 y 也在 $y_{\min} \sim y_{\max}$ 间变动,其变形只要在限差范围内即可。

5 抵偿高程面的坐标计算

平面控制网采用抵偿坐标系的实质是将统一 3° 带的坐标系中的长度元素按一定比例进行缩放,因此抵偿坐标系与统一 3° 带的坐标系的坐标转换是不难实现的。

设 S 为统一 3° 带的坐标系中的长度元素, S_c 为抵偿坐标系中的长度元素,两种坐标系统中的长度元素之比为:

$$\frac{S_c}{S} = \frac{R + H_B}{R} \quad (15)$$

设缩放系数

$$q = \frac{H_B}{R} \quad (16)$$

式中 H_B 为抵偿高程面高程, R 为城市中心的参考椭球曲率半径

$$\text{则 } \frac{S_c}{S} = 1 + q \quad (17)$$

若城市中心一点 (x_0, y_0) ,使其坐标值在统一 3° 带平面直角坐标系及统一 3° 带抵偿高程面上的平面直角坐标系中相同,则抵偿坐标系和统一 3° 带的坐标系的坐标换算可按式计算:

$$\left. \begin{aligned} x_c &= x + q(x - x_0) \\ y_c &= y + q(y - y_0) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= x_c - \frac{q}{1+q}(x_c - x_0) \\ y &= y_c - \frac{q}{1+q}(y_c - y_0) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中 x, y 为统一 3° 带坐标系中的坐标; x_c, y_c 为抵偿坐标系中的坐标。

例1:某市中心位于东经 $120^\circ 28'$,北纬 $30^\circ 37'$, $R=6\,378\text{ km}$ 。在以 120° 中央子午线的西安坐标系中离中央子午线距离为 $27\text{ km} \sim 62\text{ km}$,其按式(2)求得高斯改化值为 $0.9 \sim 4.7\text{ cm/km}$;该市平均高程为 $H_A = 5\text{ m}$,其按式(1)求得高程归化值为 -0.08 cm/km ,不足以抵消高斯改化值,且两项改正后其长度变形超限,则需选择抵偿高程面。根据计算按式(7)可知确实存在一个抵偿高程面,其归化高度按式(14)知 $H=180\text{ m}$,即抵

偿面高程为: $H_B = H_A - H = -175\text{ m}$,这时按式(11)可计算东西坐标的范围为 $14 \sim 65\text{ km}$ 。即当将抵偿面降至海拔下 175 m 时,由式(1)知其高程归化值可达 -2.8 cm/km ,足以抵偿高斯改化,并可使全境的长度变形小于 2.5 cm/km 的限值。因此决定采用高程为 -175 m 抵偿高程面上的高斯正形投影中央子午线为 120° 的 3° 带的1980西安坐标系。

例2:(《城市测量手册》P25):某城市的中心地区的经度 $\lambda = 120^\circ 35'$,纬度 $\varphi = 30^\circ 00'$,城市平均高程 $H_A = 5\text{ m}$ 。根据计算可知 $R_m = 6\,367.5\text{ km}$,城市中心距 120° 的统一 3° 带的距离为 57.9 km ,归化高度 $H = 263\text{ m}$,则投影面高程为 $H_B = H_A - H = 5 - 263 = -258\text{ m}$ (说明:此结果与《城市测量手册》结果正好相反),此时城市中心的投影长度变形被完全抵消。

参考文献

- [1] 《城市测量手册》编写组. 城市测量手册. 北京:测绘出版社,1993
- [2] 徐绍铨,吴祖仰. 大地测量学. 武汉:武汉测绘科技大学出版社,1996
- [3] 郭宜东,杨元兴. 建立省级GPS-C级网的意义和作用. 测绘软科学研究,2001(1)

Selection and Computation of Projection Datum Plane with Compensation Effect

Yang YuanXing

(The surveying and mapping brigade of Zhejiang Province, Hangzhou 310030, China)

Abstract: When we select a city's coordinate system, we can consider distance from urban centre to median meridian and urban average level datum, when length distortion is more than 2.5 cm/km , we can use plane rectangular coordinate system of 3° zone gauss orthographic projection. This system projects on the compensated level datum. In this article, author mentions determinable method and coordinate computation about the compensated level datum.

Key words: Gauss - Krueger plane rectangular coordinate system; projection datum plane with compensation effect

(上接第68页)

参考文献

- [1] GB 14804-93. 1:500, 1:1000, 1:2000地形图要素分类与代码.

The Design and Realization of Aerial Survey Data - Collection System

Wang HaiYing

(Lanzhou Geotechnical Engineering and surveying Institute, Lanzhou Geoinformation center, Lanzhou 730030, China)

Abstract: This paper makes a brief introduction on aerial survey data_collection system which uses to control the data standardization, the system improves the production efficiency and the data quality, the main technology are mdl and dll.

Key words: Microstation; MDL; data - collection