

变形观测讲义

广东水利电力职业技术学院
测量教研室编
2005 年 7 月

目 录

第一部 工程建筑物变形观测的内容与布置方案

§ 1-1	工程建筑物变形观测的意义、内容和目的	1
§ 1-2	建筑物变形观测的精度和频率	3
§ 1-3	工业与民用建筑物变形观测的布置	5
§ 1-4	大坝变形观测点的布置方案	9
§ 1-5	基准点的选择与控制网的布设	13

第二部 垂直位移观测

§ 2-1	水准基点、工作基点及观测点的标志构造与埋设	21
§ 2-2	沉陷观测	27
§ 2-3	倾斜观测	31
§ 2-4	液体静力水准测量	35
§ 2-5	水准点稳定性的检验与分析	42

第三部分 水平位移观测

§ 3-1	基准线法测定水平位移	53
§ 3-2	视准线法观测的精度估算	55
§ 3-3	激光准直	59
§ 3-4	分段基准线观测	62
§ 3-5	引张线法测定水平位移	67
§ 3-6	导线法测定建筑物的位移	71
§ 3-7	前方交会法测定建筑物的位移	74
§ 3-8	工作基点稳定性的检查与其位移的测定	75
§ 3-9	基准点 * 稳定性的统计检验	79
§ 3-10	工作基点位移对变形值的影响	81
§ 3-11	挠度观测	82
§ 3-12	裂缝观测	86

第四部分 变形观测的成果整理

§ 4-1	观测资料整理分析的目的、意义、内容和方法	88
§ 4-2	观测资料的整编	88
§ 4-3	观测值的统计规律及其成因分析	97
§ 4-4	一元线性回归分析	100
§ 4-5	多元线性回归分析	104
§ 4-6	逐步回归计算原理	107

变形观测

第一部分 工程建筑物变形观测 的内容与布置方案

§ 1-1 工程建筑物变形观测的意义、内容和目的

工程建筑物的变形观测，在我国还是一门比较年轻的科学。它是随着我国建设事业的发展而兴起的。为了利用自然资源为人民造福，解放以来，我国兴建了大量的水工建筑物、工业与交通建筑物、高大建筑物以及为开发地下资源而进行的工程设施，安装了许多精密机械、导轨，以及科学试验设备等。由于各种因素的影响，在这些工程建筑物及其设备的运营过程中，都会产生变形。这种变形在一定限度之内，应认为是正常的现象，但如果超过了规定的限度，就会影响建筑物的正常使用，严重时还会危及建筑物的安全。因此，在工程建筑物的施工和运营期间，必须对它们进行监视观测，即变形观测。

在变形观测的过程中，了解其产生的原因是非常重要的。一般来讲，建筑物变形主要是由两方面的原因引起的，一是自然条件及其变化，即建筑物地基的工程地质、水文地质、土壤的物理性质、大气温度等。例如基础的地质条件不同，有的稳定，有的不稳定，会引起建筑物的不均匀沉陷，使其发生倾斜；建筑在土基上的建筑物，由于土基的塑性变形而引起沉陷；由于温度与地下水位的季节性和周期性的变化，而引起建筑物的规律变化。另一种是与建筑物本身相联系的原因，即建筑物本身的荷重、建筑物的结构、型式及动荷载（如风力、震动等）的作用。此外，由于勘测、设计、施工以及运营管理工作做得不合理，还会引起建筑物产生额外的变形。

这些变形的原因是互相联系的。随着工程建筑物的兴建，改变了地面原有的状态，对于建筑物的地基施加了一定的外力，这就必然会引起地基及其周围地层的变形。而建筑物本身及其基础，也由于地基的变形及其外部荷载与内部应力的作用而产生变形。

工程建筑物的变形按其类型来区分，可以分为静态变形和动态变形。静态变形通常是指变形观测的结果只表示在某一期间的变形值，也就是说，它只是时间的函数；动态变形是指在外力影响下而产生的变形，故它是以外力为函数来表示的动态系统对于时间的变化，其观测结果是表示建筑物在某个时刻的瞬时变形。

变形观测的任务是周期性地对观测点进行重复观测，求得其在两个观测周期期间的变化量。而为了求得瞬时变形，则应采用各种自动记录仪器记录其瞬时位置。

变形观测的内容，应根据建筑物的性质与地基情况来定。要求有明确的针对性，既要有重点，又要作全面考虑，以便能正确反映出建筑物的变化情况，达到监视建筑物的安全运营、了解其变形规律之目的。例如：

一、工业与民用建筑物：对于基础而言，主要观测内容是均匀沉陷与不均匀沉陷，从而计算绝对沉陷值、平均沉陷值、相对弯曲、相对倾斜、平均沉陷速度以及绘制沉陷分布图。对于建筑物本身来说，则主要是倾斜与裂缝观测。对于工业企业、科学试验设施与军事设施中的各种工艺设备、导轨等，其主要观测内容是水平位移和垂直位移。对于高大的塔式建筑物和高层房屋，还应观测其瞬时变形，可逆变形和扭转（即动态变形）。

二、土工建筑物：以土坝为例，其观测项目主要为水平位移、垂直位移、渗透（浸润线）以及裂缝观测。

三、钢筋混凝土建筑物：以混凝土重力坝为例，其主要观测项目为垂直位移（从而可以求得基础与坝体地转动）、水平位移（从而可以求得坝体的挠曲）以及伸缩缝的观测。以上内容通常称为外部变形观测，也就是说用测量的方法求出建筑物外形在空间位置方面的变化。此外，由于混凝土坝是一种大型水工建筑物，其安危影响很大，设计理论也比较复杂，除了观测其外形的变化之外，还要了解其结构内部的情况。例如混凝土应力、钢筋应力、温度等，这些内容通常称为内部观测。它一般是将电学仪器（或其它仪器）埋设在坝体内部，以电缆（管道）连至廊道内，定期进行观测。外部观测与内部观测之间有着密切的联系，应该同时进行，以便在资料分析时可以互相补充，互相验证。本篇所讨论的内容仅限于外部变形观测。

四、地表沉降：对于建立在江河下游冲积层上的城市，由于工业用水需要大量地吸取地下水，而影响地下土层的结构，将使地面发生沉降现象。例如，我国某城市地表沉降观测的结果表明地表有时沉降，有时回升，这与季节性地吸取地下水有关。对于地下采矿地区，由于在地下大量的采掘，也会使地表发生沉降现象。这种沉降现象严重的城市地区，暴雨以后将发生大面积的积水，影响仓库的使用与居民的生活。有时甚至造成地下管线的破坏，危及建筑物安全。因此，必须定期地进行观测，掌握其沉降与回升的规律，以便采取防护措施。

为了更全面地了解影响工程建筑物变形的原因及其规律，以及有些特种工程建筑物的要求，有时在其勘测阶段要进行地表形变观测，以研究地层的稳定性。

至于工程建筑物变形观测的方法，要根据建筑物的性质、使用情况、观测精度、周围的环境以及对观测的要求来选定。一般地说，垂直位移多采用精密水准测量、液体静力水准测量。微水准测量的方法进行观测。而水平位移的观测，情况就比较复杂。对于直线型建筑物，如直线型混凝土坝和土坝，常根据布设坝顶上、廊道内、土坝的迎水坡正常高水位以上与背水坡面上的观测点，采用基准线法观测。对于混凝土坝下游面上的观测点，常采用前方交会法。对于曲线型建筑物，如拱坝，可根据在廊道内布设的观测点，采用导线测量的方法，对于拱坝顶部和下游面上的观测

点，也可采用前方交会的方法。混凝土坝挠度的观测，一般都是通过竖井或竖管以不锈钢丝悬挂的重锤线（通常称为正锤或正锤线），在一定的高程面上设置观测点，用坐标仪观测钢丝的位置，从而算得坝体的挠曲程度。坝体和基础的倾斜或转动，可在横向廊道内以倾斜仪观测，或采用液体静力水准测量，也可用精密水准测量的方法测定高差后再算得其转动角。裂缝（或伸缩缝）观测则使用测缝计或根据其他的观测结果进行计算（例如根据坐标仪测定的沿坝轴线方向的读数，即可计算伸缩缝在这个方向的开合度）。对于工业与民用建筑物、地表形变观测，也可采用地面摄影测量的方法测定其变形值。以上这些方法所使用的仪器设备与操作方法，将在第2—4章作详细叙述。这些方法不仅用于前面所列举的工程建筑物，同时也用于其它建筑物的变形观测，例如桥梁、船闸、船坞等。而这些方法本身，随着机械工业、电子工业等科学技术的发展，也在不断地改进。目前正在向着半自动化和自动化的方向发展。

通过变形观测取得第一性的资料，可以工程建筑物的状态变化和工作情况，在发现不正常现象时，应及时分析原因，采取措施，防止事故发生；并改善运营方式，以保证安全。所以说，变形观测是工程管理工作的耳目。例如我国某水电厂的混凝土大坝，根据1950年观测的结果，说明坝体渗流量、坝基扬压力以及坝体的水平位移都很大，按这些观测资料的计算分析，在发生百年一遇的洪水时，大坝将有倾覆的危险。因此，对大坝进行了紧急加固，从而提高了它的稳定性，保证了安全。其次，通过在施工和运营期间对工程建筑物原体进行观测，分析研究，可以验证地基与基础的计算方法、工程结构的设计方法，对不同的地基与工程结构规定合理的允许沉陷与变形的数值，为工程建筑物的设计、施工、管理和科学研究工作提供资料。例如某水库的土坝，由变形观测资料的分析表明，其变形量不大，而且日趋稳定，与设计相符；坝体浸润线的实测资料也与设计接近。这就是说，设计正确，施工质量良好，可以按照设计能力运营。当然，上述的分析研究工作应该有工程地质、土力学、工程结构等专业的人员共同进行，其中，测量人员要对变形资料提供几何解释。

为了达到上述各项目的，通常在工程建筑物的设计阶段，在调查建筑物地基负载性能、研究自然因素对建筑物变形影响的同时，就应着手拟定变形观测的设计方案，并将其作为工程建筑物的一项设计内容，以便在施工时，就将标志和设备埋置在设计位置上。从建筑物开始施工就进行观测，一直持续到变形终止。

§1-2 建筑物变形观测的精度和频率

工程建筑物的变形观测能否达到预定目的，要受很多因素的影响。其中，最基本的因素是观测点的布置、观测的精度与频率，以及每次观测所进行的时间。观测点的布置与各类工程的特点有关，将在§1-3和§1-4中分别举例说明。

变形观测的精度要求，取决于该工程建筑物预计的允许变形值的大小和进行观

测的目的。如何根据允许变形值来确定观测的精度，国内外还存在着各种不同的看法。在国际测量工作者联合会（FIG）第十三届会议（1971 年）工程测量组的讨论中提出：“如果观测的目的是为了使变形值不超过某一允许的数值而确保建筑物安全，则其观测的中误差应小于允许变形值的 $\frac{1}{10} \sim \frac{1}{20}$ ；如果观测的目的是为了研究其变形的过程，则其中误差应比这个数值小得多”。也有人认为精度愈高愈好，尽可能提高观测的精度。由于观测的精度直接影响到观测成果的可靠性，同时也涉及到观测方法和仪器设备等。因此，有关精度的问题，值得进一步研究。

在工业与民用建筑物的变形观测中，由于其主要观测内容是基础沉陷和建筑物本身的倾斜，其观测精度应根据建筑物基础的允许沉陷值、允许倾斜度、允许相对弯矩等来决定，同时也应考虑其沉陷速度。例如，我国建筑设计部门在研究高层建筑物的倾斜时，根据前述的观点以允许倾斜值的 $1/20$ 作为观测的精度指标。某综合勘察院在观测一幢大楼的变形时，根据设计人员提出的允许倾斜度 $\alpha=4\%$ 求得顶点的允许偏移值为 120mm ，以其 $1/20$ 作为最后观测中误差。即 $m=\pm 6\text{mm}$ 。在生产实践中，求得必要的中误差以后，如果根据本单位的仪器设备和技术力量，能够比较容易地达到精度要求，而且在不必花费很大的精力、不增加很多工作量的情况下，还能达到更高的精度时，也可以将观测精度指标提高。例如前述的情况，在求得 $m=\pm 6\text{mm}$ 后，即按此思想将精度指标提高，取 $\pm 2\text{mm}$ 作为最后的观测中误差。对于根据沉陷速度确定观测精度，是指沉陷延续的时间很长而沉陷量又较小的基础，其观测的精度就应当高些。

一般来讲，从实用的目的出发，对于连续生产的大型车间（钢结构、钢筋混凝土结构的建筑物）通常要求观测工作能反映出 1mm 的沉陷量；对于一般的厂房，没有很大的传动设备、连续性不大的车间，要求能反映也 2mm 的沉陷量。因此，对于观测点高程的测定误差，应在 $\pm 1\text{mm}$ 以内。而为了科学研究的目的，往往则要求达 $\pm 0.1\text{mm}$ 的精度。

对于水工建筑物，根据其结构、形状不同，观测内容和精度也有差异。即使对于同一建筑物（如拱坝）的不同部位，其观测精度也不相同，变形大的部位（如拱冠）的观测精度可稍低于变形小的部位（如拱座）。对于混凝土大坝，测定变形值的精度一般为 $\pm 1\text{mm}$ ；对于土工建筑物，测定其变形值的精度不低于 $\pm 2\text{mm}$ 。

观测的频率决定于变形值的大小和变形速度，以及观测的目的。通常要求观测的次数既能反映出变化的过程，又不遗漏变化的时刻。

下面以基础沉陷的观测过程为例，说明确定观测频率的方法。

在荷载的影响下，基础下土层的压缩是逐渐实现的，因此，基础的沉陷亦是逐渐增加的。一般认为在砂类土层上的建筑物，其沉陷在施工期间已大部分完成，而建筑在粘土类土层上的基础，其沉陷在施工时期只完成了一部分。图 1-1 为不同类土层的沉降过程线，由图中可看出，对于砂类土层上基础的沉陷过程可以分为四个阶段：第一阶段是在施工期间，随着基础上压力的增加，沉陷速度很大，年沉陷量达 $20\sim 70\text{mm}$ 。到第二阶段，沉降量就显著地变慢，年沉陷量大约为 20mm 。第三阶

段为平稳下沉阶段，其速度大约为每年 1~2mm。第四阶段沉陷曲线几乎是水平的，

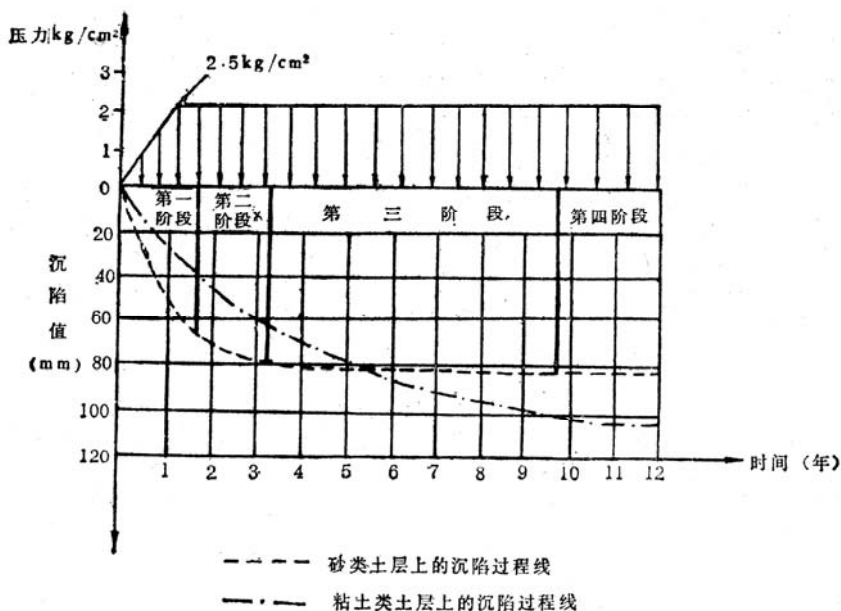


图 1-1

也就是到了沉陷停止的阶段。根据这种情况，在观测精度要求相同时，沉陷观测的频率是变化的。在施工过程中，频率应大些，一般有三夭、七天、半月三种周期，到了竣工投产以后，频率可小一些，一般有一个月、两个月、三个月、半年及一年等不同的周期。在施工期间也可以按荷载增加的过程进行观测，即从观测点埋设稳定后进行第一次观测，当荷载增加到 25%时观测一次，以后每增加 15%观测一次。竣工后，一般每一年观测四次，第二年两次，以后每年一次。在掌握了一定规律或变形稳定之后，可减少观测次数。这种根据日历计划（或荷载增加量）进行的变形观测称为正常情况下的系统观测。

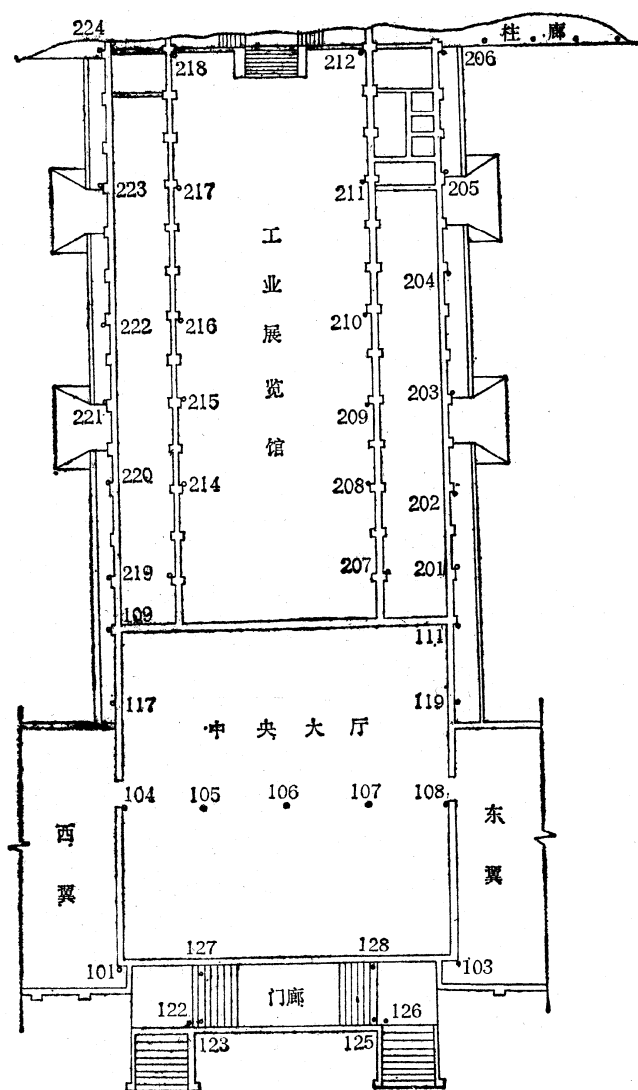
除了上述的系统观测以外，有时还要进行紧急观测（临时观测）这通常在出现特殊情况的前后进行。

§ 1-3 工业与民用建筑物变形观测的布置

工业与民用建筑物的变形观测包括基础的观测与建筑物本身的变形观测同。在拟定沉陷观测点的布置方案时，通常是由设计部门提出要求，由施工组织计划者提出布置方案，在施工期间进行埋设。观测点应有足够的数量，以便测出整个基础的沉陷、倾斜与弯曲，并且能够绘出等沉陷值曲线。同时，还应考虑建筑物的规模、

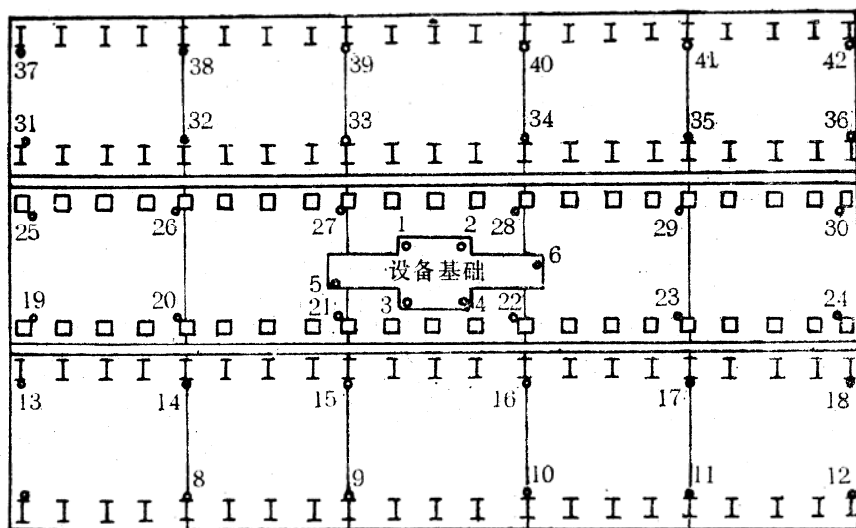
型式和结构特征，以及建筑场地的工程地质、水文地质等条件。观测点应牢固地与建筑物结合在一起，便于观测，并尽量保证在整个观测期间不受损坏。

对于民用建筑物，通常在它的四角点、中点、转角处布置观测点。沿建筑物的周边每隔 10~20m 布置一个观测点；设置有沉降缝的建筑物，或者在新建与原有建筑物的连接处，在其两侧或伸缩缝的任一侧布置观测点；对于宽度大于 15m 的建筑物，在其内部有承重墙或支柱时，应尽可能布置观测点。为了查明基础纵横向的弯曲和曲折，在其纵横轴线上也应埋设观测点。图 1-2 为某展览馆（采用箱式基础的民用建筑物）部分沉陷观测点的布置图。对于一般的工业建筑物来说，除了在柱子基础上布设观测点之外，在主要设备基础的四周，以及动荷载四周和地质条件不良之处也要布置观测点。图 1-3 为某重型机器厂一车间的沉陷观测点布置图。对于高层建筑物而言，由于它层数多，荷载大，重心高，基础深，因此变形观测的作用也特别显著。由于高层建筑物的上述特点，在观测过程中，除了进行基础沉陷观测之外，还要进行建筑物上部的倾斜与风振观测。为了观测基坑开挖过程中地基的回弹现象，在施工之前还应布设地基回弹观测点。布点时应以点数最少、而又能测出需要的地基纵横断面的回弹量为原则。一般是在建筑物的纵横轴线上布置观测点。



- 水准点
- 观测点

图 1-2



符号说明 □ 钢筋混凝土柱
 I 钢柱
 • 沉陷观测点

图 1-3

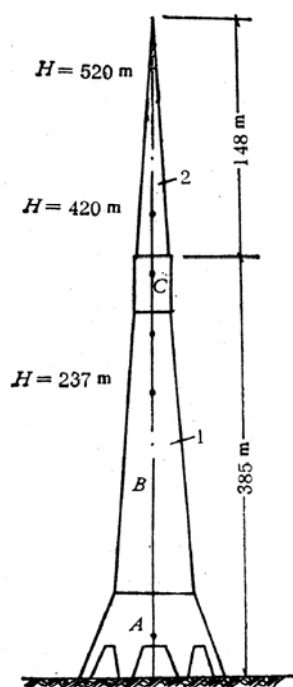


图 1-4

为了研究土层压实的情况，应布置分层沉降观测点，布点时，最好是布置在基础中心线上，条件不允许时，也可以布置在基坑边缘。分层沉降观测点埋设的最大深度应达到理论计算的受压层的底部，其余各层观测点的深度和数量应根据土层和应力大小而定。

建筑物的动态变形观测点的布置可以用高大的塔式建筑物作为例子。图 1-4 为高度等于 533m 的某电视塔，它由钢筋混凝土塔身 1 和钢架天线 2 组成，塔身包括下部的支柱截头锥体 A、中部截头锥体 B 和上部圆柱体 C，塔重五万五千吨。为了测定电视塔在风力和日照作用下的动态变形，在天线和塔身的不同高度（237m、330m、385m、420m、520m、等处），在其表面沿着两坐标轴的方向各布置了五个观测点（见图 1-4），测定其相对于底点（20m 高度处）的摆动幅度。

§ 1-4 大坝变形观测点的布置方案

现在我们分别用混凝土重力坝与土石坝作为例子，说明其观测点的布置方案。

一、混凝土重力坝

现以我国某宽缝重力坝为例，介绍其各项观测点的布置。

1. 垂直位移观测点的布置

坝体垂直位移包括基础沉陷和混凝土坝体本身在垂直方向的伸缩。其中主要是基础沉陷。根据大坝基础的地质条件、坝体结构、内部应力的分布情况以及便于观测等因素，将基础沉陷观测点布置在基础廊道的中心线与每个坝段中心线的交点处（参看图 1-5），原则上每一个坝段布设一点，另外对于重点坝段（例如第 10、21、27 等三个坝段的基础位于破碎带很深的沟槽上，且坝的高度也较大；第 5、33、35 等四个坝段位于左右岸的斜坡上，地质条件也较复杂，这些都认为是重点坝段），除了在基础廊道内每个坝段增加一个观测点外，并在横向廊道或宽缝内增设了一些观测点，这些点除了测量基础沉陷外，还用以测量基础的转动。

另外，为了测定坝体上下游两测点的高差变化情况，沿某些坝段的中心线在距上下游面 1m 处的坝面上各埋设一个观测点。在 101m 高程横向廊道或宽缝处，对第 9、18、21 和 27 等四个坝段设置了液体静力水准仪（水管式倾斜仪）。为了研究水轮机动转时的振动对坝体沉陷有无影响，在靠近厂房的 25~32 坝段高程为 101m 的平台上，埋设了 7 个沉陷观测点。

此外，在升船机、水轮机等部位也分别埋设了沉陷观测点。其具体布置参见图 1-5。

2. 水平位移观测点的布置

混凝土坝的水平位移观测内容，包括大致在同一高程面上不同点位在垂直于坝的纵向轴线方向的水平位移（例如用引张线法与视准线法测量的位移）；在同一铅垂线的不同高程面上的水平位移（例如用正垂线以坐标仪测量的水平位移）；以及任意点在任意方向的水平位移（例如用前方交会法测得的水平位移）。对于前面列举的混

凝土大坝来说，其水平位移观测点的布置如图 1-6 所示。

河床坝段下部的水平位移，在高程为 101m 的廊道内设置了两条引张线，以测定 8~31 坝段的水平位移。其中 8~24 坝段的引张线长 408m，25~31 坝段引张线长 151m。

河床坝段顶部的水平位移，在高程为 159m 的廊道内设置了一条引张线，长 644m，以测定 8~31 坝段上部的水平位移。引张线的端点设在坝体内，其位移量由设在其附近的倒锤线来测定。

两岸联接坝段及坝下游面的水平位移，采用前方交会法测定。观测点设在基础较差、构造单薄的坝段，通常将其埋设在坝下游面的不同高程处。另外，还在坝顶上设置了五条视准线，以测定这些联接坝段的相对水平位移。

为了测量坝体的挠度，在右 13、右 5、7-8、9-10、18-21、26-27、31、34、36、39 坝段共十一处的或接缝竖井内布设了正锤线，除 18、21 两个坝段外，正锤线的上部悬挂点都设置在坝顶 162m 高程面处。9-10、18、21 坝段的三条正锤线的底部设置在 87m 高程的基础廊道内，其余的正锤线的底部则在 101m 高程的廊道内。在 7-8、31、36 三坝段的正锤线是和倒锤线互相联系的。倒锤线的锚块固定在坝的基础面以下 20-30m 的基岩内，以它作为引张线端点和正锤线固定观测点的控制。也就是说，根据倒锤线测定引张线端点和正锤线固定观测点的位移值。

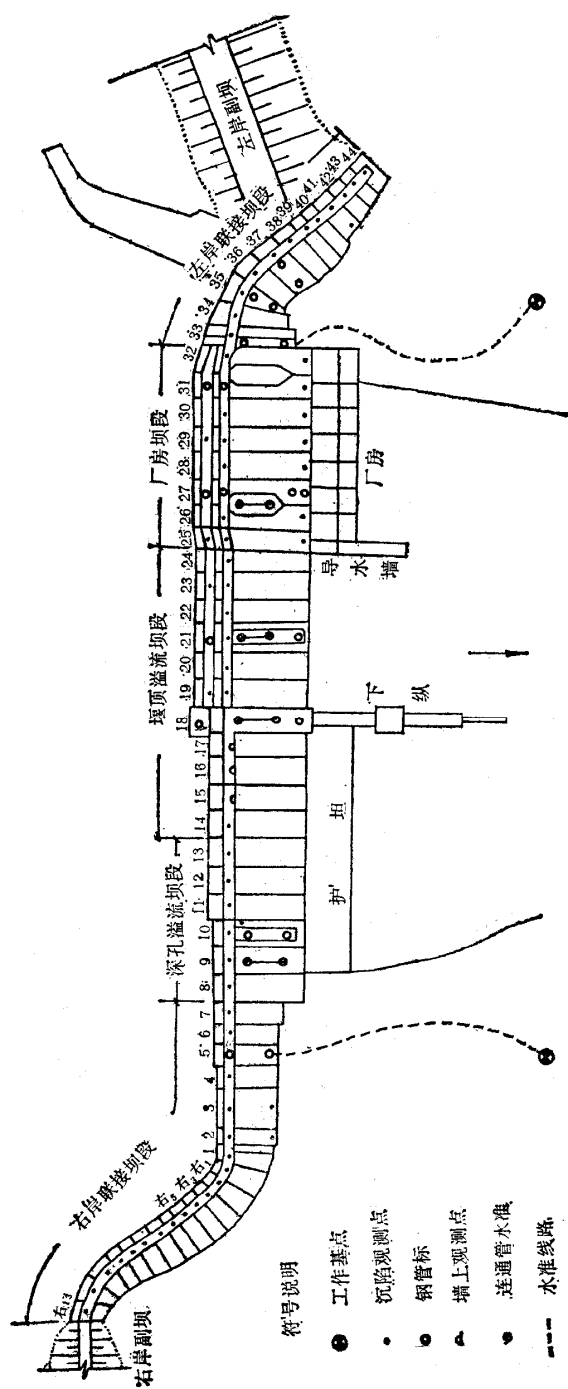


图 1—5

符号说明

	正垂线
	倒垂线
	引张线
	标准线
	前方交会点

土石坝的结构要比混凝土坝简单，一般均将变形观测点布设在坝面上，而且将水平位移与垂直位移的观测标志设在同一个观测点上。但是在国外，也有在土石坝内设置观察廊道的，例如：埃及的阿斯旺堆石坝，就是粘土心墙的不同高程面上设置了三条观察廊道，在此廊道内观测心墙的变形。我国兴建的土石坝，为了便于施工，均未设置廊道。

观测点位置的选择，应该使它有代表性，而且能控制坝体主要变化的情况。例如，最大坝高处、合拢段、坝内有泄水底孔处、坝地质不良以及坝底地形变化较大之处，但同时也要观测变形的全貌，其它地段也应布点。布点时可沿坝轴线方向以河床中心最大坝高处为起点向两端布设。横断面一般为 40-80m，对于横断面形状基本相同而基础又没有多大变化的长坝，间距可以适当加大。但观测横断面的数量不能太少，以免绘制等沉陷图时产生困难。在土石坝的横断面上，一般右平行于坝方向布设 4-5 条观测断面。例如在迎水坡面正常高水位以上，心墙顶部或坝顶，背水坡的每道刨台上等处布置观测点。为了便于用视准线法观测水平位移，各断面上的观测点应该在平行于坝轴线的同一条直线上。

图 1-7 为某水库土坝观测点的布置。因为该坝为折线形，所以在坝体上也设置了视准线的端点。例如 I -4，II -4……点。

由于该土坝比较长，所以除了背水坡面的第五条视准线外，其它的四条都是分段观测的，以使工作方便，并减少观测时望远镜照准误差的影响。图中 II -2，III-3、III-3……等点，即为中间安置仪器的工作基点。

§ 1-5 基准点的选择与控制网的布设

前面讨论了工程建筑物变形观测点的布设方法，根据这些观测点在垂直方向和水平方向的位移值，我们即可以求得所需的变形值，从而进行分析、研究建筑物的状况。要求得这些观测点的变动，必须要有一些固定（相对地固定）的点子作为基准。根据它们来进行测量，以求得所需要的位移值。

工程建筑物兴建以后，其周围地区受力的情况随着离开它的水平距离与垂直距离（深度）的改变而变化。离开建筑物愈远，深度愈大，地基受力愈小，亦即受建筑物的影响愈小。由此可见，为了达到使基准点稳定的要求，可有两种方法：一是远离工程建筑物，一是深埋。但我们应该全面地研究这个问题。如果只要求其稳定，上述的两种方法就把问题解决了。然而，我们还必须看到矛盾的另一面：如果基准点离建筑物远了，测量工作量就加大，测量误差的累积也随之加大，所测得的位移值的可靠程度就小；如果将标志埋设很深，既费人力，又费物力，也不经济。这就是不利的一方面。基准点的选择与控制网的布设，就是要全面地考虑、合理地解决作为变形观测依据的基准点的布设问题。

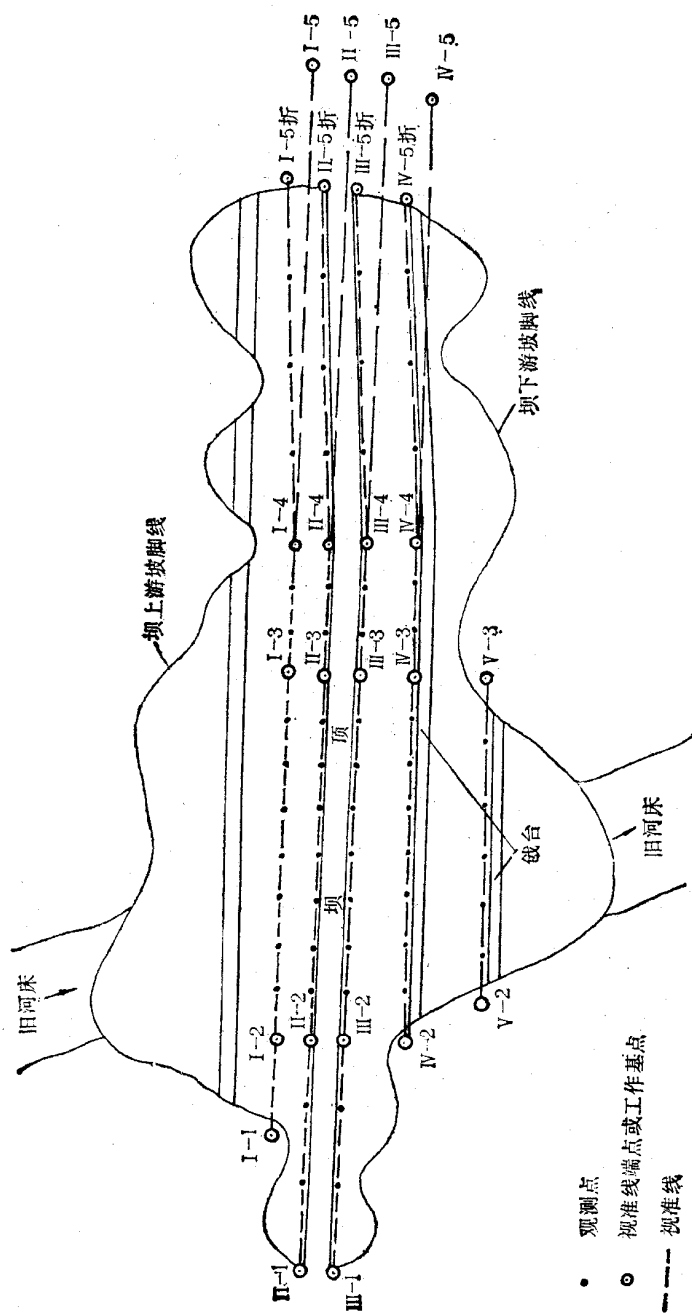


图 1-7

对于建筑在土质基础上的建筑物，如工业与民用建筑物，在布设基准点时，应考虑到地基土层在受到建筑物荷载以后压力扩散的影响。它们必须布设在压力扩散范围以外的地区。当考虑基准点的埋设深度时，应充分估计到地下水位变化以及冻土深度对它的稳定性的影响。基准点标志的底部不应设置在地下水位变化的范围内，而应该埋设至最低地下水位以下或与最低地下水位齐平；对于在冻土区埋设的标志，除了把它们埋设至冻土深度以下外，埋设的方法也应该注意。根据我国的实践经验，对于用钻机钻孔就地浇灌的混凝土标志，其受冰冻的影响而发生的上升和下降的幅度是相当大的，而对于预制混凝土标志挖坑埋设的情况，它们就比较稳定。因此在冻土区埋标时，应将它们预制成截头锥体，挖坑埋设。至于标志本身，为减少其自重而引起的沉陷，应该做得轻些，并且其底部的面积应该适当地加大。

对于基准点的布置，可以大坝变形观测的要求为例，从垂直位移观测与水平位移观测两方面来讨论给它们的基准点的布置问题。

一、垂直位移观测的基准点布置

建筑在岩石基础上的混凝土坝的垂直位移比较小，要以较高的精度观测，才可以显示其变化的规律。从大坝的整体来看，各部分均匀的垂直位移，只要是在规定的允许限值内，对于坝体的危害并不严重，而各部分不均匀的垂直位移，则对坝体的安全影响很大。因此一般都是在坝体下游布设一级或两级水准点。根据离坝最近的点（称为工作基点）定期地对各观测点进行精密水准测量，以求得各点在某一时间段内的相对垂直位移值。另外还要定期地（其周期要比前者为长）根据远处稳定的水准点（称为水准基点）对工作基点进行精密水准测量，以求得工作基点的垂直位移值。从而将各观测点的垂直位移值加以改正，求得它们在该时间段内的绝对垂直位移值。如果有根据认为布设在坝体附近的水准点是稳定的，也就是一级布点的情况，就可免除后面所讲的那一项工作。

前面列举的某混凝土大坝垂直位移观测基准点的选择与控制网布情况如下：

关于水准基点的选择，最初设想大坝建成蓄水后，沉陷影响范围约为 5km 左右，故在沿坝下游的两岸每隔 1km（见图 1-8）左右布设一座水准标志，右岸共布设 13 座，左岸为 12 座。并以右岸下游距坝 5.3km 处布设的一座平洞标志（ 沉_{01} ）作为水准基点，了一条全长 25km 的一等水准环线。

大坝建成后，根据观测资料表明坝下游区地表沉陷的范围超过了 5km，为了校核水准基点的稳定性和进一步探索下游地区的沉陷范围同，于是将下游水准环线上的最远点延伸到 18.3km 处的洪山咀主点，在其间增高了 沉_{09} 与 沉_{10} （图 1-8 中未绘出）两座标志，待找出确切的沉陷范围后，再确定新的起算水准基点。

关于土石坝垂直位移观测中基准点的布置，可以在不同高程的各条视准线两端，在两岸地质条件较好之处布设工作基点，以便于测量各条视准线上观测点的垂直位移值。另外在坝的影响区域以外，再选择稳定的水准基点，使其与工作基点组成环线，用以检核它们的高程变化。图 1-9 表示前面例举的某土坝垂直位移观测中水准点的布置。

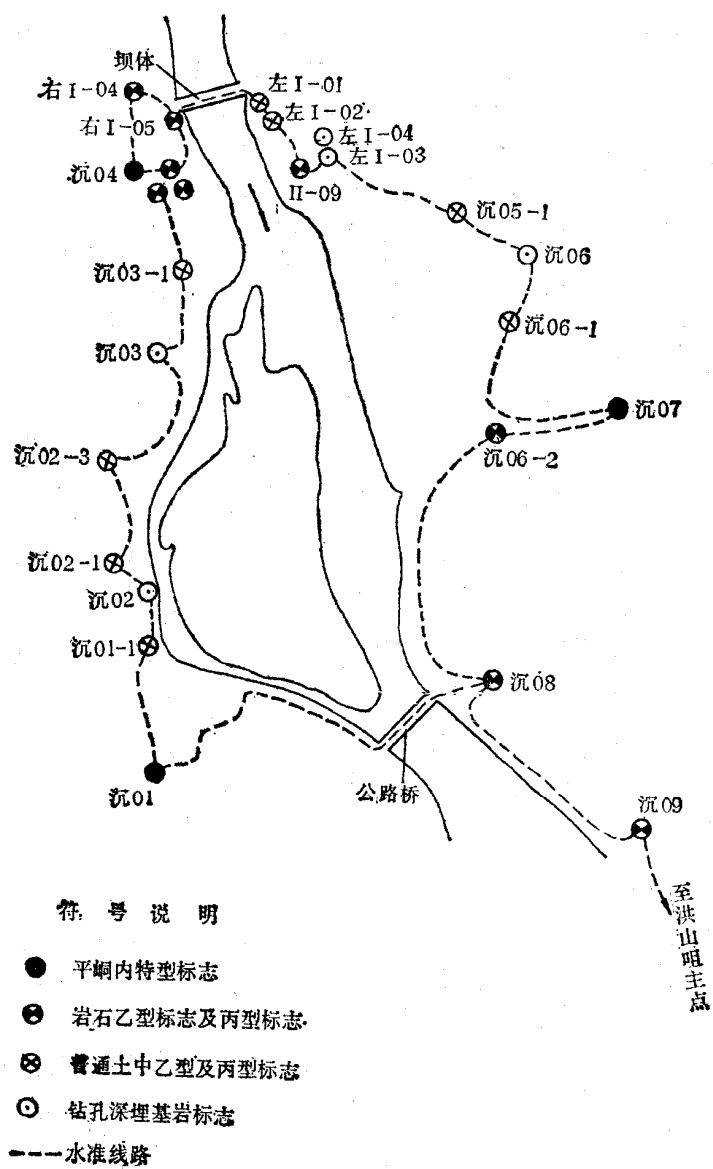


图 1-8

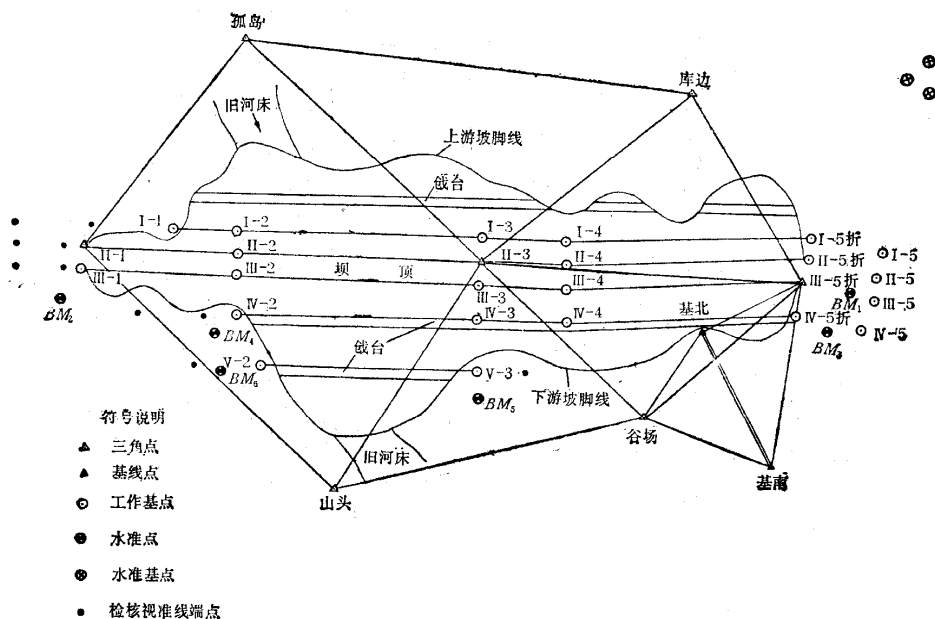


图 1-9

二、水平位移观测

前面已经讲过，大坝水平位移的方法较多，因此其基准点的选择与控制网的布设情况也比较复杂。现在分别叙述如下：

1. 视准线法和激光准直方法

对于布设在直线型的土石坝或混凝土坝顶上观测点的水平位移，主要是采用视准线法和激光准直方法观测。因为它们速度快，精度较高，计算工作也较简单。当采用这一方法时，主要的是要求它们的端点稳定，所以必须要作适当的布置，采用适当的方法来检核这一要求是否满足。前面曾谈到视准线（或激光准直）的端点都要设在坝体附近，很难保证它稳定不动，所以只能是定期地测定端点的位移值，而将观测值加以改正。

视准线和激光准直端点位移值的测定，根据坝区的地形、地质条件以及测量的精度要求，可以采用如下各种方法。

(1) 三角测量法

在坝的下游地区建立一短边的三角网，将此网的基线与起算点选择在变形区域以外，而将视准线的端点包括在此三角网中，定期地对此三角网进行观测，求出各端点在不同时期的坐标值，加以比较，即可得出端点的位移值。图 1-10 为我国某混

凝土大坝测定视准线端点位移所布设的三角网。图中 1-3 为基线，9-10 为视准线。

(2) 后方交会法

在地形与地质条件适宜的地区，可以在视准线端点四周的稳定岩石上选择几个检核点，利用这些点用后方交会法来测定端点的位移值。例如图 1-10 中的 10 点（视准线的左岸端点）除了用三角测量方法外，还采用了后方交会法，经资比较。

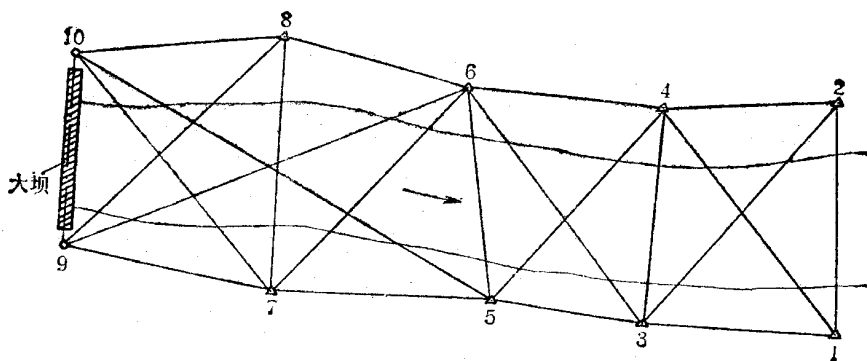


图 1-10

(3) 检核视准线法

在坝面或坝顶上所布设的视准线的延长线上，选择地基稳定处设置观测墩，以形成检核视准线。用此视准线来检核坝上视准线端点在垂直于坝轴线方向的位移。前面例举的某土坝，就采用这种方法。图 1-9 中也表示出了检核视准线的布置。为了用第二种方法进行检核，该坝还采用了三角测量法，布设了一个中点多边形，以测定 II-1, II-3, 及 III-5_前等点的位移值。

2. 引张线法

对于直线型混凝土大坝坝体廊道内布设的观测点，可采用引张线法进行水平位移观测。廊道内的引张线与坝面上的视准线的情况相似，也要测定其端点的位移值，以便将观测点的位移值加以改正（如果引张线端点设在确实稳定的岩石上，就不要测定这项改正值）。

在廊道内测定引张线端点的位移值，一般是在其附近设置倒锤线，在坝体上钻孔（或利用已有的竖井）直到稳定的基岩上。然后在孔底锚以不锈钢丝，在上部使用浮托装置，将铜线垂直地拉紧。这就在廊道内提供了基准点。根据此点测定引张线端点的位移值。

挠度观测所使用的正锤线，一般用来测定各不同高程面上的点相对于坝底点的相对位移，若要求得观测点的绝对位移时，坐标仪的在位置的位移根据倒锤线来测定。

倒锤线除了在坝体廊道内作为基准点外，同样也可以用来作为坝顶视准线、激光准直系统的外部基准点。例如，我国某水利枢纽的三号船闸的变形观测，就利

用倒锤线作为基准点。南非的卡瑞巴（Kariba）拱坝，也在靠近两岸的廊道内，钻以 60m 深的钻孔至基岩，安装倒锤线。再在廊道进口的外面设立观测墩，以此两条倒锤线为基准点，控制观测墩位置的变化。使用导线方法在拱坝廊道内侧定坝体水平位移时，通常也是以倒锤线为基准点来测定导线端点的水平位移。

3. 前方交会法

对于混凝土坝下游面上的观测点以及对于拱坝的观测，常采用前方交会法。这时系以坝下游地区的控制点为测站，对观测点进行前方交会，从而求得其位移值。用基准线法求得的位移值为垂直于基准线方向的分量，而用前方交会法则可求得位移值的总量，这是该法的优点。

为了提高前方交会法测量的精度，测站点距离观测点不应太远，并能构成良好的交会图形。这样，测站点的稳定性就受到影响。所以，与垂直位移观测的情况一样，一般常分两级布设控制网，即先在下游距坝较近之处布设工作基点，然后再在距坝较远、地质条件良好之处设置基准点，用三角测量的方法根据基准点来测定工作基点的稳定性。前面例举的某混凝土大坝的前方交会观测，就是采用这种布设控制网的方法。图 1-11 为其基准点的布置方案。

由于变形观测的成果对于说明工程建筑物的安危、验证设计理论与施工方法是否正确，影响很大，对于作为测定观测点位移值依据的工作基点或基准线端点的检核测量，必须可靠。因此，常常采用两种完全独立的方法进行观测。例如前面提到

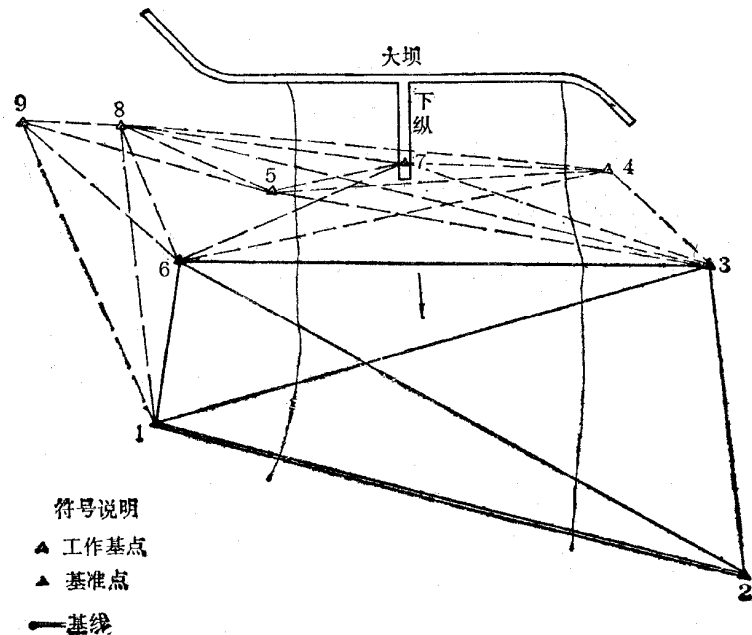


图 1-11

的某土坝的视准线端点，一方面用检核视准线法，同时又用三角测量法；某混凝土重力坝的视准线端点，一方面用三角测量法，同时又用后方交会法。国外也有这种情况，例如英国的莱恩·布瑞安尼（Llyn Brianne）堆石坝，它的变形观测是用三维的三边测量观测的，同时还用了三角测量与精密水准测量的方法进行检核，两种方法所得的成果是符合的，这样就可确认观测成果的可靠性。

第二部分 垂直位移观测

§ 2-1 水准基点、工作基点及观测点的标志构造与埋设

建筑物垂直位移观测的目的是测定基础和建筑物本身在垂直方向上的位移。在建筑物施工初期，基坑开挖时表面荷重卸除，使基底产生回弹现象；随着建筑物施工进度，荷重不断增加，又使基础产生下沉；由于外界气温变化，建筑物本身在垂直方向上亦有伸缩。可见垂直位移观测（又称沉陷观测）应该在基坑开挖之前开始进行，而贯穿于整个施工过程中，并继续到建成后若干年，直至沉陷现象基本停止。

为了测定建筑物的沉陷，就要在最能反映建筑物沉陷的位置埋设观测点。为了测定形观测点的沉陷，要地建筑物附近，既便于观测，又比较稳定的地点埋设工作基点，用来测定观测点的沉陷。至于工作基点本身有否变动，要由离建筑物较远的水准基点来检测。

为了检查水准基点本身的高程在否变动，可将其成组地埋设，通常每组三点，并形成一个边长约 100m 的等边三角形，如图 2-1 所示。在三角形的中心，与三点等距的地方设置固定测站，由此测站上可以经常观测三点间的高差，这样便可判断出水准基点的高程有无变动。

水准基点是沉陷观测的基准点，所有建筑物及其基础的沉陷均根据它来确定，因此它的构造与埋设必须保证稳定不变和长久保存。对于大型水利枢纽，水准基点应埋设在河流两岸的下游方向，而且在之外；工业建设场地大多位于平坦地区，由于覆盖土层较厚，往往采用深埋标志作为基准点。

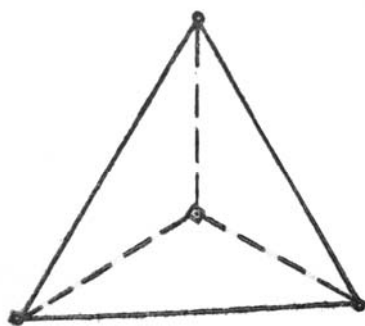


图 2-1

水准基点应尽可能埋设在基岩上，此时，如地面的覆盖层很浅，则水准基点可采用如图 2-2 所示的地表岩石标类型。

为了避免温度变化的影响，有时还可采用平洞岩石标，如图 2-3 所示，这种标是选择完整岩体开凿平洞建标。平洞出口处作一过渡室，过渡室有内、外两扇门，内门通平洞，外门通洞外。在平洞内埋设内标点，过渡室埋设外标点。工作时，将水准仪安置在平洞内，关闭过渡室之外门，等到过渡室温度与平洞内一致时，将内标点的高程传至外标点。此后关闭内门，开启外门，将仪器置于洞外，待过渡室内温度与外界温度调和后，将高程传至洞外，这样可避免由于视线通过不同温度的空气而产生的折光影响。

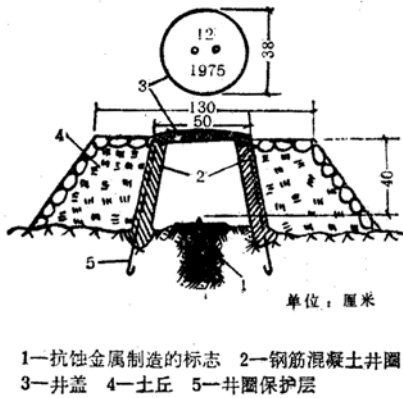


图 2-2

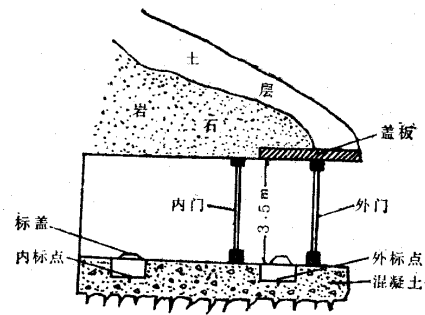


图 2-3

在覆盖较厚的平坦地区，采用钻孔穿过土层和风化岩层达到基岩埋设钢管标志，如图 2-4 所示。在常年温度变化幅度很大的地方，当岩石上部土层较深时，为了避

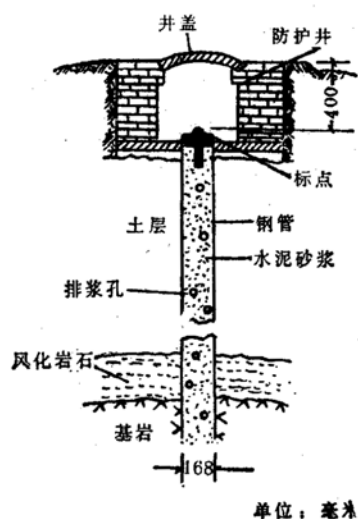


图 2-4

免由于温度变化对标志高程的影响，还可采用深埋双金属标。如图 2-5 所示，此种标志系由膨胀系数不同的两根金属管（例如钢和铝）组成。在两根管的顶部装有读数设备，如图 2-6 所示。由此读数设备上，可以得出由于温度变化所引起两管长度变化的差数 Δ ，由 Δ 值便可计算出金属管本身长度的变化。其原理如下：

设以钢、铝制成两根金属管，原长均为 L_0 ，受热后各自伸长：

$$L_{\text{钢}} = L_0 + L_0 a_{\text{钢}} t = L_0 + \Delta L_{\text{钢}}$$

$$L_{\text{铝}} = L_0 + L_0 a_{\text{铝}} t = L_0 + \Delta L_{\text{铝}}$$

其中 t 为标志各层高程处温度改变之平均值，其数值不知，而两金属管之长度差值 $\Delta = L_{\text{钢}} - L_{\text{铝}} = \Delta L_{\text{钢}} - \Delta L_{\text{铝}} = L_0 t (a_{\text{钢}} - a_{\text{铝}})$ ，因此得：

$$\frac{\Delta}{\Delta L_{\text{钢}}} = \frac{a_{\text{钢}} - a_{\text{铝}}}{a_{\text{钢}}}, \quad \frac{\Delta}{\Delta L} = \frac{a_{\text{钢}} - a_{\text{铝}}}{a_{\text{铝}}},$$

移项后得：

$$\Delta L_{\text{钢}} = \Delta \frac{a_{\text{钢}}}{a_{\text{钢}} - a_{\text{铝}}}, \quad \Delta L_{\text{铝}} = \Delta \frac{a_{\text{铝}}}{a_{\text{钢}} - a_{\text{铝}}}$$

已知钢的线胀系数为 $0.000012/^\circ\text{C}$ 铝的线胀系数为 $0.000024/^\circ\text{C}$ 则得：

$$\Delta L_{\text{钢}} = -\Delta, \quad \Delta L_{\text{铝}} = -2\Delta。$$

但是也应该指出：设置深埋双金属标的过程还是相当复杂的。首先，必须具有处理得很好的金属管，而且当埋设深度很大时金属管很长，往往容易产生挠曲，这样，所得改正数的误差可能要大一些。

如果地质条件许可，也可以采用图 2-7 所示的浅埋标志。这时应注意将支柱埋

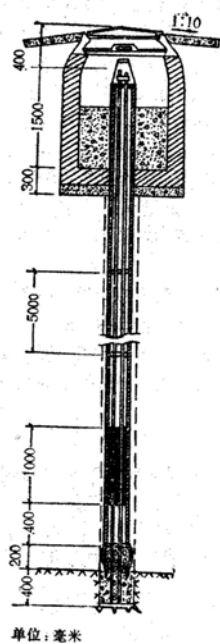


图 2-5

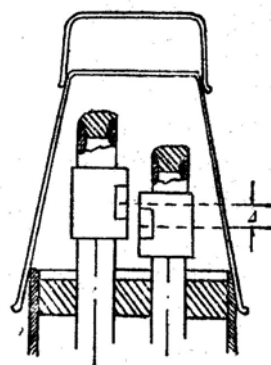


图 2-6

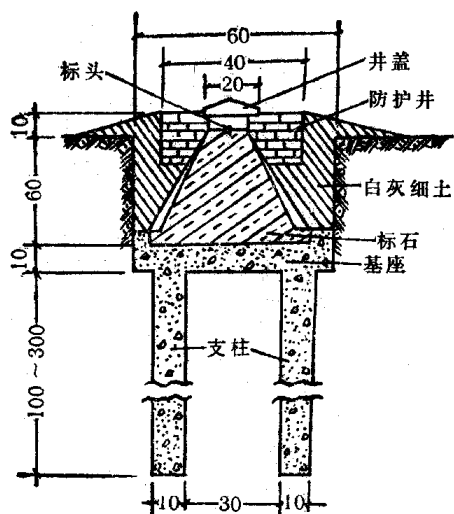


图 2-7

设至最低地下位以下，对于冻土区要埋至冻土深度以下。

水准基点可根据工程建筑物的特点和地层结构，从上述类型中选取，但为保证基准点本身的稳定可靠，应尽量使标志的底部座落在岩石上。因为埋设在土中的标志，受土壤膨胀和收缩的影响不易稳定。

至于工作基点，一般采用地表岩石标。当建筑物附近的覆盖土层较深时，可采用浅埋的土中标。

沉陷观测点应布设在最有代表性的地点。这要看建筑物基础附近的地质条件、建筑结构、内部应力的分布情况，还要考虑便于观测等。埋设时注意观测点与建筑物的联结要牢靠，使得观测点的变化能真正反映建筑物的情况。

关于观测点的标志结构，系根据工程的特点和观测点埋设的位置来确定。

对于工业与民用建筑物，常采用图 2-8 所示的各种观测标志。其中 (a) 为钢筋混凝土基础上的观测点，它是埋设在基础面上的直径为 20mm、长 80mm 的铆钉；(b) 为钢筋混凝土柱上的观测点，它是一根截面为 $30 \times 30 \times 5\text{mm}$ 、长 150mm 的角钢，以 60° 的倾斜角进入混凝土内；(c) 为钢柱上标志，它是在角钢上焊一个铜头后再焊到钢柱上的；(d) 为隐蔽式的观测标志，观测时将球形标志旋入孔洞内，用毕即将标志旋下，换以罩盖。

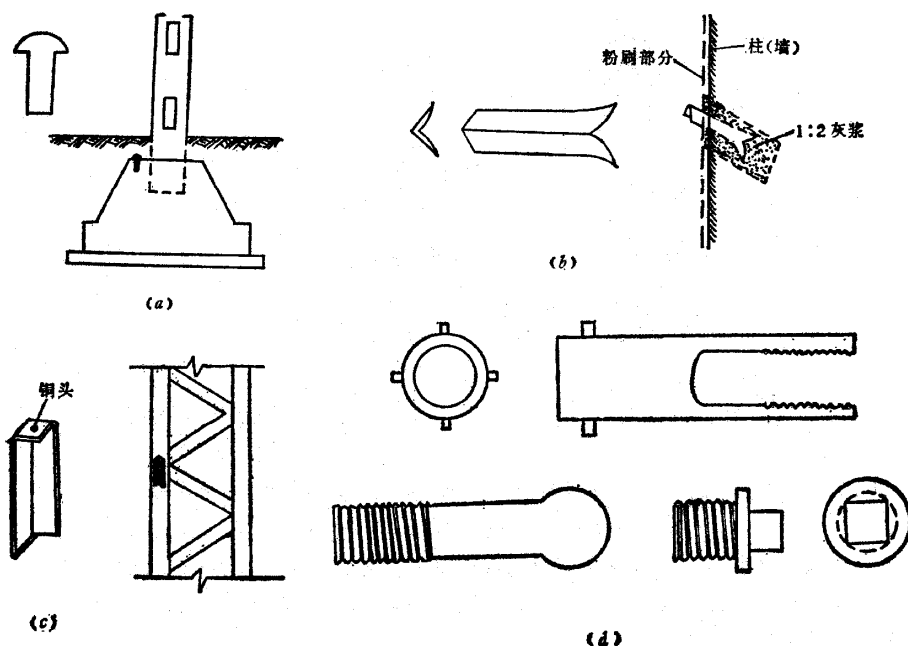


图 2—8

对于混凝土坝，为了测定基础沉陷和混凝土坝体本身在垂直方向的伸缩，必须

在基础岩石和坝顶混凝土面上埋设沉陷观测点。

基础沉陷观测一般在基础廊道内进行。根据廊道底面浇筑的混凝土板厚薄不同，以及廊道断面尺寸大小，可选择各种标点。对于基础地质条件较差，廊道混凝土底板较厚的重点坝段，可埋设内外钢管标点，如图 2-9 所示。埋设时，先将内钢管埋于基础岩石下 1m 处，随着混凝土浇筑上升，钢管接至基础廊道底板面时再焊接标心，并在内钢管上按一定安装电阻温度计，以便于测量钢管的温度变化和计算钢管长度改正数；内外钢管用橡皮圈隔开。当廊道底板很薄时，混凝土底面的沉陷即可代表基础沉陷，这时可在混凝土底板上埋设混凝土嵌心标点。如图 2-10 所示。如有

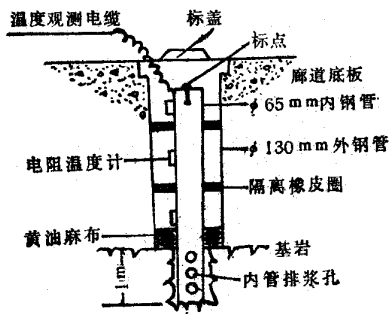


图 2-9

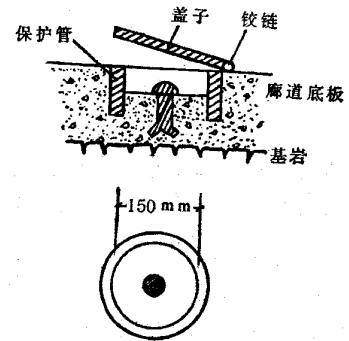


图 2-10

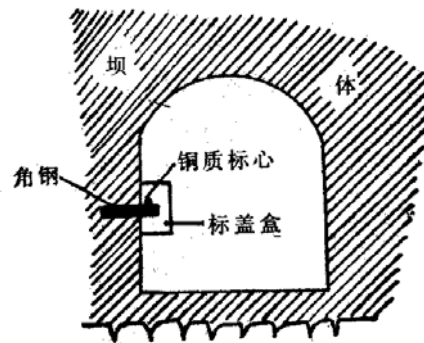


图 2-11

的基础廊道底面不浇混凝土，亦可将此种嵌心直接埋设在基础岩石上。当基础廊道内没有条件埋设水准标点或基础廊道的高度低于 3m、无法竖立水准标尺时，可在高出廊道底板 1.4m 处的侧墙上埋设墙上标点，如图 2-11 所示。观测时采用特制的微型水准尺。它是一根长 300mm、宽 35mm、厚 2mm 不锈钢尺。尺面分划采用线条式（尺面上有两排分划线条，分划的间隔为 1cm 或 5mm，两排分划上、下错开一个常

数，以检核读数有否粗差)，尺子下端焊一铜质轴套，使其内径比墙上标点上的铜质标心的直径大 0.2mm，将微型水准尺直接套在铜质标心上即可进行观测读数。

对于坝顶混凝土面的垂直位移观测点以及厂房水轮机平台等附属工程的沉陷观测点，均可采用类似图 2-10 的混凝土嵌心标点。

对于土坝上的沉陷观测点，可采用如图 2-12 所示的土基标点。埋设时先挖一坑，在坑内浇混凝土墩，混凝土顶部埋一铜质标头，标头露出混凝土表面 0.5~1cm，标点四周用混凝土浇筑标盒，顶面加保护盖。

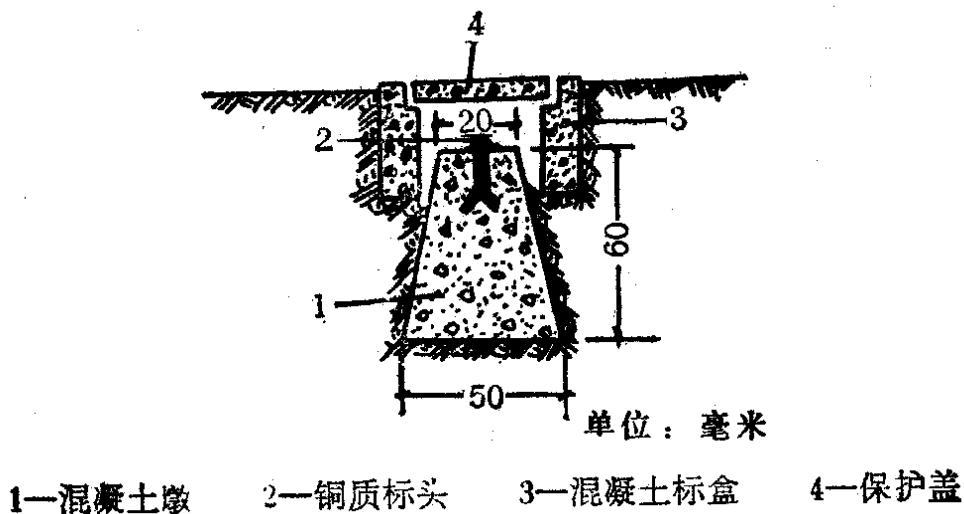


图 2-12

§ 2-2 沉陷观测

所谓沉陷观测，就是定期地测量观测点的相对于水准点的高差以求得观测点的高程，并将不同时期所得的高程加以比较，得出建筑物的沉陷情况的资料。

目前沉陷观测中最常采用的是水准测量方法（有时采用液体静力水准测量的方法。参见 § 2-4）。对于中、小型厂房和土工建筑物沉陷观测可采用普通水准测量；而对于高大重要的混凝土建筑物，例如大型工业厂房、高层建筑物以及混凝土坝，要求其沉陷观测的中误差大于 1mm，因而，就得采用精密水准测量的方法。

工业与民用建筑物的变形观测中进行工作最多的是基础沉陷观测。对于建造在深度为 8~10m 以上的基坑中的基础，需要观测基坑回弹。观测时所用的标志埋设在基础各部分所钻的钻孔中，标志顶头高程应低于基坑底面 0.5m 左右。埋设时，先

将标志（一般为一节钢管，管顶焊一半圆形端头，管壁钻有孔眼）吊入钻孔底部，浇筑水泥砂浆，使标志与土层（或岩层）团结。

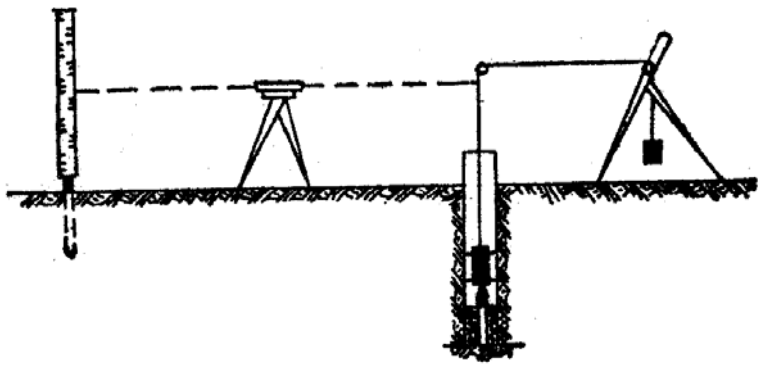


图 2-13

深式标志高程变化的观测一般采用一种特制的钢线尺（或钢尺）悬吊重锤与标顶接触的办法。如图 2-13 所示。测量时必须使重锤与水准标点很好的接触，因此需要多次地将重锤拉上放下，进行检查。

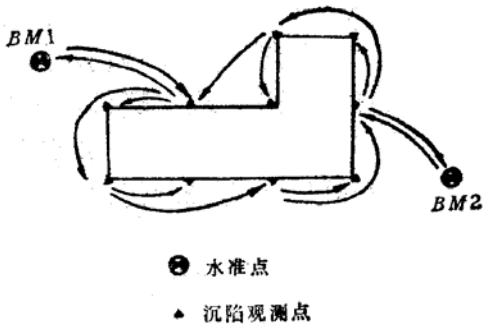


图 2-14

工业与民用建筑物沉陷观测的水准线路（从一水准点到另一水准点）应形成闭合线路，如图 2-14 所示。与一般的水准测量相比较，所不同的是视线长度较短；一般不大于 25m，一次安置仪器可以有几个前视点。在不同的观测周期中，仪器应安置在同样的位置上，以削弱系统误差的影响。对于中、小型厂房采用三等水准测量；

而对于大型厂房、连续生产的设备基础与动力基础、高层混凝土框架结构等，采用二等水准测量。

对于埋设在基础上的观测点，在埋设之后就开始第一次观测，往后随着荷重的逐步增加（例如砌筑墙壁或安装设备后，机器开始工作之前等），重复进行观测。在运行期间重复观测的周期，根据沉陷的快慢而定：每月、每季、每半年或每年观测一次，一直到全停止为止。

由于在观测各个基础时水准路线往往不很长，并且其闭合差一般不会超过 1~2mm，因此闭合差可按测站平均分配。如果观测点之间的距离相关很大，则闭合差可以按距离成比例地分配。

为了测定混凝土坝的基础沉陷和混凝土坝体本身在垂直方向的伸缩，在基础与坝顶面埋设了沉陷观测点。为了测定这些观测点的沉陷，在靠近坝的下游两岸，设置工作基点（如图 1-8 中的左 I03、左 I04 和沉 04）。而工作基点的变动情况，要由离坝较远的水准基点（如图 1-8 中的沉 01）来进行联测。对于前一种观测、称之为观测点观测；后一种观测，称为基准点观测。下面分别叙述这两种观测在线路形状、精度要求、仪器设备、操作方法、观测周期以及成果的检查计算等方面的特点。

一、基准点观测

大坝下游工作基点与水准基点间所布设的水准环线（左、右岸水准路线连成一体，可使整个坝区的高程成果资料统一），一般要求每公里水准测量高差中数的中误差不大于 0.5mm。采用精密水准仪S_{0.5}和因瓦水准尺进行施测。

作业方法基本上按一等水准测量规定进行，由于工作条件的不同，操作方法上有其特点。例如，由于沉陷观测是固定线路，重复进行。为便于观测，消除一些误差的影响，通常在转点处设置简便的金属标头作为立尺点。

由水准基点到工作基点的联测，每年进行一次（或两次），尽可能固定月份，即选择外界条件相近的情况进行观测，以减少外界条件对观测成果的影响。

水准环线是分段（例如每段 1km 左右）进行观测，各段往、返测高差较差不得超过 $d_{\text{限}} = 4\eta\sqrt{R} = 4 \times 0.5\text{mm}\sqrt{R} = 2\text{mm}\sqrt{R}$ （R 为测段水准路线长度，以 km 计）。

往、返观测的高差加标尺长度改正后计算往返高差较差。高差较差合格后，根据加标尺长度改正后的往返高差计算高差中数，再由高差中数计算环线闭合差。将环闭合差按各测段线路长度进行分配。然后，由水准基点的高程推算工作基点（和沿线各水准点）的高程，再与各点的首次观测高程比较，可得工作基点（和沿线各水准点）高程的变化值。从这些水准点高程的变化，还可以了解坝坡下游地面的沉陷情况。

按照上规定所施测的精密水准测量，根据生产单位的经验，每公里高程的传递精度可以达到 0.5mm 的要求。

每公里水准测量高差中数的中误差可按下式计算：

$$u_{km} = \sqrt{\frac{[pdd]}{4n}}$$

而

$$p_i = \frac{1}{R_i} \quad (i=1,2,\dots,n)$$

式中 n 为水准环线的测段数；

R_i 为各测段的线路长度，以 km 计；

d_i 为各测段往返高差的较差，以 mm 计，它们的权各为 $p_i/2$ 。

二、观测点观测

混凝土坝观测点的沉陷是根据两岸的工作基点来测定的。对于建筑在岩基上的混凝土坝，其沉陷观测中误差要求不超过 $\pm 1\text{mm}$ 。一般采用精密水准仪，按二等水准测量操作规定进行施测。由于沉陷观测在施工过程中就开始，因此受施工干扰大。而且大部分观测是在廊道内进行，由于有的廊道高度不够，有的廊道底面呈阶梯形等，使得立尺、架仪器和观测都受到一定限制，尤其是基础廊道，高低不平，起伏坡度变化大，使得视线很短（有的短到 3m），因此，每公里的测站数很多。根据生产单位的经验，对观测点的观测作了如下补充规定：

1. 设置固定的置镜点与立尺点，使往、返测或复测能在同一路线上进行；
2. 使用固定的仪器、标尺；
3. 仪器至标尺的距离，最长不得超过 40m，每站的前后视距差不得大于 0.3m，前后视距累积差不得大于 1m，基辅差不得超过 0.25mm；
4. 每次观测进出廊道前后，仪器、标尺均需凉置半小时以且再进行观测；
5. 在廊道内观测采用手电筒照明。

大坝沉陷观测的周期，在施工期间和运转初期次数较密，而运转后期，当已掌握变形规律后，测次可适当减少，但在特殊情况下（暴雨、洪峰、地震），除规定的周期观测外，尚应增加补充的测次。

测定观测点沉陷的水准路线大多数设成两工作基点之间的附和路线。每次观测值均要加标尺长度改正。根据视线短、每公里线路测站数很多的特点，对附和线路闭合差采取按测段的测站数多少进行分配的方法。然后，根据工作基点的高程推算各沉陷观测点的高程，而对于钢管标点还要加钢管温度改正（即由该次观测时温度改正到首次观测时的温度），将本次计算的各观测点高程与各点首次观测的高程比较，即可求得各观测点相对于本点首次观测的沉陷量（其符号规定：下沉为正；上升为负）。还需指出，工作基点本身逐年也会有些下沉，但各次沉陷观测点高程仍以工作基点的首次高程作为起算高程，而将工作基点各年的下沉量视为一常数，在分析资料时一并考虑。

附和水准路线上一测站高差中数的中误差可按下式计算：

$$u_{\text{站}} = \sqrt{\frac{[pdd]}{4n}}$$

$$\text{而} \quad p_i = \frac{1}{N_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

其中 n 为附和水准路线的测段数；

N_i 为各测段的测站数；

d_i 为各测段往返测高差较差，以 mm 计，它们的权各为 $\frac{p_i}{2}$ 。

离工作基点最远的观测点，其高程的测定精度最低。最弱点相对于工作基点的高程中误差按下式计算：

$$m_{\text{弱}} = u_{\text{站}} = \sqrt{K}$$

$$\text{而} \quad K = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$$

式中 K_1 、 K_2 为由两工作基点分别测到最弱点的测站数。

沉陷量是两次观测高程之差。因此，最弱点沉陷量的测定中误差 $m_{\text{沉}} = \sqrt{2}m_{\text{弱}}$ ，应满足 $\pm 1\text{mm}$ 的精度要求。

§ 2-3 倾斜观测

测定建筑物倾斜的方法有两类：一类是直接测定建筑物的倾斜；另一类是通过测量建筑物基础相对沉陷的方法来确定建筑物的倾斜。

直接测定建筑物倾斜的方法中最简单的是悬吊垂球的方法，根据其偏差值可直接确定建筑物的倾斜，但是由于有时在建筑物上面无法固定悬挂垂球的钢丝，因此对于高层建筑、水塔、烟囱等建筑物，通常采用经纬仪投影或测水平角的方法来测定它们的倾斜。

如图 2-15 (a)，根据建筑物的设计，A 点与 B 点位于同一竖直线上，当建筑物发生倾斜时，则 A 点对 B 点移动了某一数值 a ，则该建筑物的倾斜为

$$i = \text{tga} = \frac{a}{h} \quad (12-1)$$

因此，为了确定建筑物的倾斜，必须量出 a 和 h 的数值，其中 h 的数值一般已知；当 h 未知时，则可对着建筑物设置一条基线，用三角测量的方法测定。这时经纬仪应设置在离建筑物较远的地方（距离最好在 $1.5h$ 以上），以减少仪器纵轴不垂直的

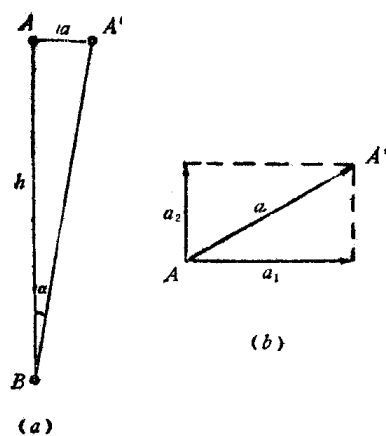


图 2-15

影响。对于 a 值而言，如果 A' 是屋角上的标志，可用经纬仪将其投影到 B 点的水平上而量得。投影时经纬仪要在固定测站上很好地对中，并严格整平，用盘左、盘右两个度盘位置往下投影，取其中点，并量取中点与 B 点在视线方向的偏离值 a_1 ；再将经纬仪移到与原观测方向约成 90° 的方向上，用同样的方法可以求得与视线垂直方向的 a_2 值。然后用矢量相加的办法，即可求得该建筑物的偏歪值 a ，如图 2-15 (b) 所示。

还可用水平角的方法来测定倾斜。图 2-16 是用这种方法测定烟囱倾斜的例子。离烟囱 50~100m 远，在互相垂直方向上很好地标定的两个固定标志作为测站。在烟囱上标出作为观测用的标志点 1、2、3 和 4，同时选择通视良好的远方不动点 M_1 和 M_2 。然后从测站 1 用经纬仪测量水平角 (1)、(2)、(3) 和 (4)，并计算半和角 $\frac{(2)+(3)}{2}$ 及 $\frac{(1)+(4)}{2}$ ，它们分别表示烟囱上部中心 a 和烟囱勒脚部分中心 b 之方向。

知道测站 1 至烟囱中心的距离，根据 a 与 b 的方向差，可计算偏歪分量 a_1 。同样在测站 2 上观测水平角 (5)、(6)、(7) 和 (8)，重复前述计算，得到另一偏歪分量 a_2 。用矢量相加的办法求得烟囱上部相对于勒脚部分的偏歪值 a (还可根据相似三角形原

理计算烟囱上部相对于基础底座的偏歪值 $A = \frac{h_1 + h_2}{h_1} \cdot a$)。利用公式 (12-1) 即可

算出烟囱的倾斜度。

我们亦可以用测定建筑物基础相对沉陷的方法来确定建筑物的倾斜。例如对于混凝土重力坝，因为各坝段基础的地质条件不同 (如有的坝段位于岩石破碎带，其强度比完整岩石低得多)。由于坝体结构的关系，坝体各部分的混凝土重量不相等，以及水库蓄水后，库区地壳承受很大的静水压力，使地基失去原有的平衡条件，这

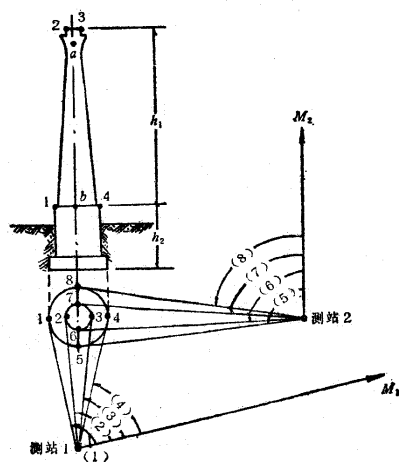


图 2-16

些因素都会使坝的基础产生不均匀沉陷（即基础倾斜），因而使得坝体产生倾斜。

倾斜观测点的位置往往与沉陷观测点配合起来进行布置。例如混凝土重力坝要在基础廊道（或坝体的下部）布置沉陷观测点。对于地质条件较差的坝段和重点分析研究的坝段，可在其横向廊道或宽缝的两端增设一些沉陷观测点。通过对这些点的相对沉陷观测，可获知基础倾斜的资料。

目前我国测定基础倾斜常用水准测量的方法、液体静力水准测量方法以及使用气泡式倾斜仪。

一、水准测量方法的原理是用水准仪测出两个观点之间的相对沉陷，由相对沉陷与两点间距离之比，可换算成倾斜角。

对于混凝土坝，采用精密水准仪按二等水准测量（参照 § 2-2 中观测点观测的操作要求）进行施测，这样求得的倾斜角的精度可达 1~2 秒。

二、用液体静力水准测量方法测定倾斜的实质是利用液体静力水准仪（相联结的两容器中盛有均匀液体时，液体的表面处于同一水平面上，利用两容器内液面的读数可求得两观测点间的高差。详见 § 2-4 测定两点的高差，其与两点间距离之比，即为倾斜度。要测定建筑物倾斜度的变化，可进行周期性的观测。这种仪器不受距离限制，并且距离愈长，测定倾斜度的精度愈高。

三、气泡式倾斜仪

气泡式倾斜仪由一个高灵敏度的气泡水准管 e（图 2-17）和一套精密的测微器组成。测微器中包括测微杆 g，读数盘 n 和指标 k。气泡水准管 e 固定在支架 a 上，a 可绕 c 点转动，a 下装一弹簧片 d，在底板 b 下有置放装置 m。将倾斜仪安置在需要的位置上以后，转动读数盘，使测微杆向上（或向下）移动，直至水准气泡居中

为止。此时在读数盘上读数，即可得出该处的倾斜度。

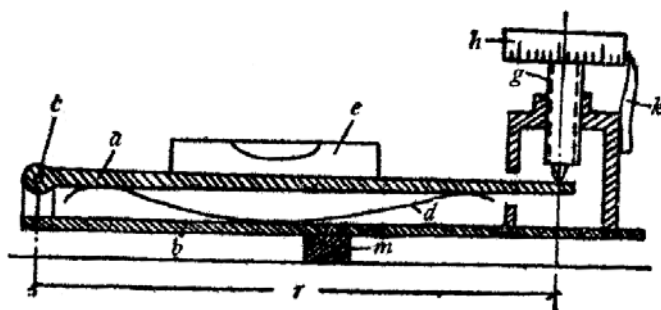


图 2-17

我国制造的气泡式倾斜仪，灵敏度为 $2''$ ，总的观测范围为 1° 。气泡式倾斜仪适用于观测较大的倾斜角或量测局部地区的变形，例如测定设备基础和平台的倾斜。

为了实现倾斜观测的自动化，可采用如图 2-18 所示的电子水准器。它是在普通的玻璃管水准器（内装酒精和乙醚的混合液，并留有空气气泡）的上、下面装上三个电极 1、2、3，形成差动电容器的一种装置。包括此电容器的差动桥式电路见图 2-19， U_0 为输入的高频交流电压，差动电容器 C_1 与 C_2 构成桥路的两臂， Z_1 和 Z_2 为阻抗， $R_{\text{载}}$ 为负载电阻。电子水准器的工作原理如下：当玻璃管水准器倾斜时，气泡向旁边移动 (x)，使 C_1 与 C_2 中介质的介电常数发生变化，引起桥路两臂的电抗发生变化，因而桥路失去平衡，可用测量装置将其记录下来。

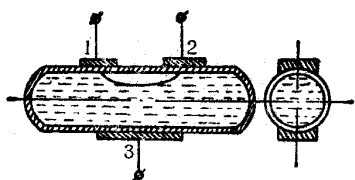


图 2-18

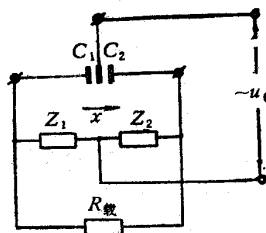


图 2-19

这种电子水准器可固定地安置在建筑物或设备的适当位置上，就能自动地进行倾斜观测，因而适用于作动态观测。当测量范围在 $200''$ 以内时，测定倾斜值的中误差在 $\pm 0.2''$ 以下。

§ 2-4 液体静力水准测量

液体静力水准测量是测定观测点高程位置的方法之一。目前，已用它来解决各种工程建筑物施工与运营中的测量任务。例如在敷设电缆和各种自流下水道时确定设计标高、金属结构、机组设备的安装测量，以及观测堤坝、桥梁、及各种基础（特别是高大建筑物的基础）的沉陷与倾斜。

下面，我们对液体静力水准测量的基本原理、仪器结构、误差来源以及具体应用方法等方面的问题分别进行介绍。

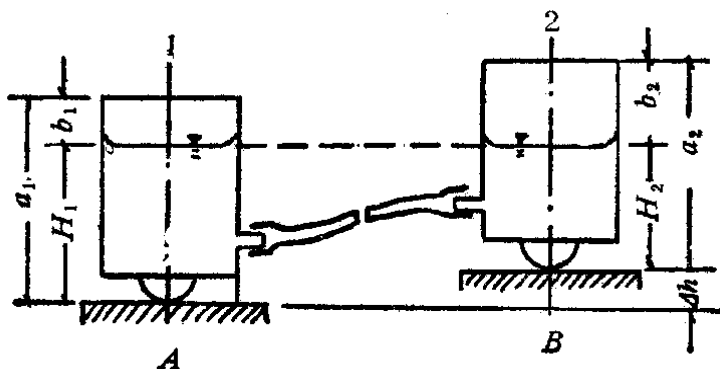


图 2-20

液体静力水准测量的基本原理可用图 2-20 来加以说明。图中相联结的两容器 1 与 2 分别安置在欲测的平面 A 与 B 上。当相联结的两容器中盛的遇均匀液体（即同类液体并具有同样的参数）时，则液体的自由表面处于同一水平面上。欲求的高差 Δh 可用液面的高度 H_1 与 H_2 来计算：

$$\Delta h = H_1 - H_2$$

或

$$\Delta h = (a_1 - a_2) - (b_1 - b_2) \quad (2-2)$$

式中 a_1 与 a_2 ——容器的高度或读数零点相对于工作底面的位置；

b_1 与 b_2 ——容器中液面位置的读数，亦即读数零点至液面的距离。

由于容器的零点具有制造误差，所以由直接读取的液面读数算得的不是两平面的绝对高差。将两容器互换位置，可写出类似的等式：

$$\Delta h = (a_2 - a_1) - (b'_2 - b'_1) \quad (2-3)$$

式中 b'_2 与 b'_1 ——容器中液面位置的新读数值。

联合解算 (2-2) 与 (2-3) 式，可得：

$$\Delta h = \frac{1}{2}[(b_2 - b_1) - (b'_2 - b'_1)] \quad (2-4)$$

和

$$c = a_2 - a_1 = \frac{1}{2}[(b_2 - b_1) + (b'_2 - b'_1)] \quad (2-5)$$

式中： c ——仪器常数，即两个液体静力容器（在以后叙述时，用液体静力观测头来代替液体静力容器，观测头不仅包括盛有液体的容器，还包括读数设备和其它辅助的部件）的读数零点之差数，它取决于制造误差。

因而，观测头零点差这个仪器常数可以用观测头互换位置，并进行两次读数的方法求得。对于固定设置的液体静力仪器，一般不需要观测头零点位置误差的数据，因为所有的观测可以是相对于起始观测（或某次观测）而言的。

各种不同结构的液体静力水准仪，实际上只是定位和测定液面位置的方法有所不同。确定液面位置的方法有目视法、目视接触法以及其它一些方法。对于固定设置的精密静力水准测量仪器，有的用电感（或电容）传感器来确定液面位置的变化，以达到遥测的目的。

用目视法读数的最简单的仪器如图 2-21 所示。观测头的玻璃管 2 固定在木夹板

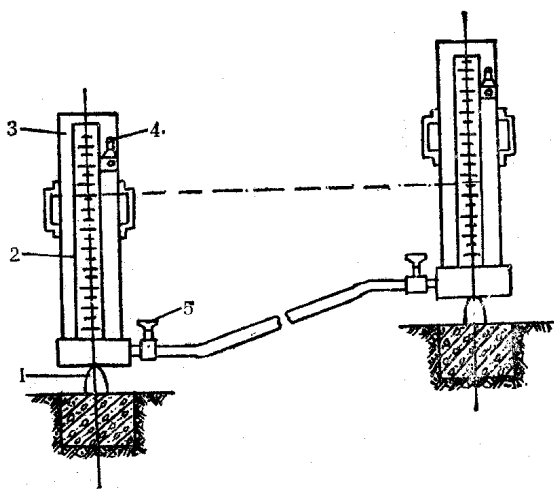


图 2-21

3 上，两玻璃管用软管联结起来。通常用水作为充填液体。在观测头的下部有龙头 5，它是要将仪器搬运至下一站时截断液体用的。在玻璃管刻有分划，可直接根据弯月液面进行读数。玻璃管的下面有底座，可放到观测点 1 上，并根据圆水准 4 安置到工作位置。这种类型的仪器进行水准测量的精度为 $\pm 1\text{mm}$ ，仅用来作较低精度的测量。

目视接触法确定液面位置的精度要比目视法高得多。我国南京水利电力仪表厂试制的液体静力水准仪（图 2-22）就是采用目视接触法来测定液面位置的。该仪器由下列部件组成：

1. 观测头——是一个直径为 17cm，高为 30cm 的圆柱体，上半部为储水处，下半部为水位指示装置。水位指示装置由水位指针和测微圆环组成，水位指针的下半部刻有间隔为 1mm 的两排分划（称为粗分划），上、下互相错开 0.5mm，粗分划

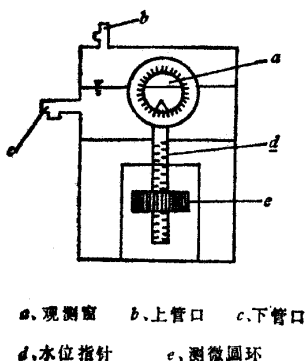


图 2-22

之量测范围为 25mm。测微圆环上刻有 50 个分划（称细分划），每一分划相应于水位指针移动 0.01mm，圆环转动一周则表示水位指针在竖直方向上移动 0.5mm。

观测头外壁有两个互相对称的玻璃圆窗（图 2-22 中 a），其中一为进光窗；另一为水位观测窗，窗的直径为 4cm。

2. 联结软管——由橡皮管制成，分上下两根，其中主管（下管）用作连通两水管间的水位，而上管则用作连通两管顶部的通气孔，使两管内的压力得以平衡。

3. 观测显微镜——用以提高观测精度，其放大率一般为 5 倍。

观测时，用手转动圆环，使水位指针移动，直至显微镜内所观测到的指针象尖端与虚象尖端刚好接触（如图 2-23），这时即停止转动圆环，进行读数。

图 2-22 所示的是一种固定安置式液体静力水准仪，常用来测定建筑物（如混凝土大坝）的倾斜。

另一种采用目视接触法测定液面位置的液体静力水准仪如图 2-24 所示。这种悬挂式仪器适用于在室内进行液体静力水准测量，以查明基础的沉降情况。

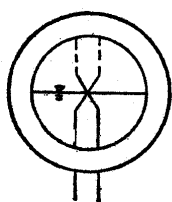
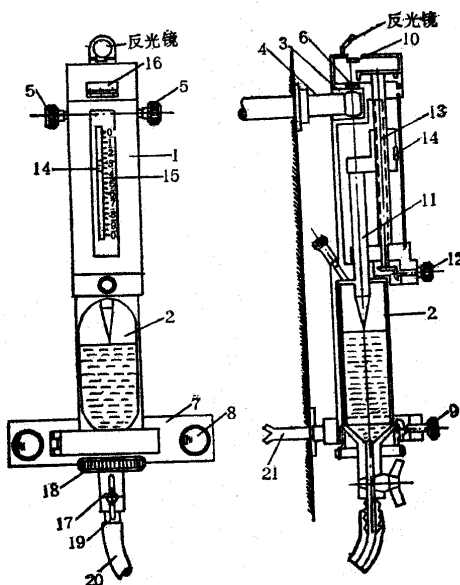


图 2-23 图



2-24

该仪器的观测头有一个金属外壳 1，在其上嵌入一个玻璃圆柱体 2。仪器由其本身的凹槽 3 悬挂在量测螺栓 4 的球形头上，并且用两个螺栓夹 5 加以固定。整个仪器固定在玛瑙片 6 上。仪器外壳的下部箍一套圈 7，它固定在埋于墙内的两个锚定螺旋 8 上。我们可以根据圆水准器 10，旋转调节螺旋 9，使仪器处于垂直位置。量测杆 11 的末端是一圆锥形的尖头，利用测微螺旋 12 使它和水面镜象相接触。主轴 13 上装有指标 14，用以在毫米分划尺 15 上粗略地读数，而 0.1 和 0.01mm 的读数是在测微圆环 16 上读取的，该测微圆环与主轴相连。在仪器的下部有开关 17 和密封螺帽 18，用以紧密地封闭住玻璃柱体。通过接管咀 19，并用软管 20 将两个观测头联结起来。

在开始量测之前，要在观测的地方作出记号，并应埋设量测螺栓 4 和锚定螺栓 21。在埋设各个量测螺栓的地点之间，其高差就小于 100mm。

大多数目视接触法的仪器能高精度的确定液面位置 ($\pm 0.01\text{mm}$)，但此类仪器的不足之处是不能进行遥测。

工程建筑物在运转期间一般都要进行经常的检测，尤其对于高温、高压、带电或有辐射的情况下，应该采用自动化的遥测仪器。图 2-25 就是通过电感传感器来测定液面高度变化的一种遥测仪器。

在有机玻璃容器中盛有液体，在浮子下面焊一稳定重量，使浮子上的铁心始终处于铅直位置，在铁心外面套一电感线圈，组成电感传感器。

当容器中液面升降时，浮子带着铁心升降，由于铁心相对于电感线圈的上下移动，使线圈上的电感发生变化，用导线接到离观测点一定距离的观测室内，再用专门的电桥将电感量的变化转换成电压变化，通过量测电压变化，便可知铁心的升降

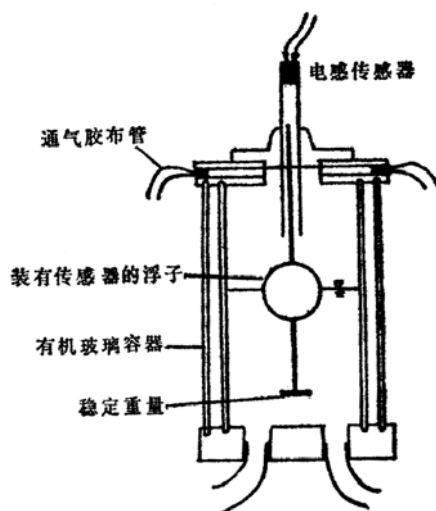


图 2-25

量，亦即为容器内液面高度的变化量。

这种能遥测的液体静力仪器，在原子能发电站等工程中用来检查设备基础的变形，精度可达 $\pm 0.01\text{mm}$ 。

液体静力水准测量中对于确定液面位置精度有影响的误差可分为两组：仪器误差和外界条件的影响，其主要误差来源是后者。

一、仪器误差

1. 在观测点上安置液体静力水准仪的误差

可移动的液体静力水准仪根据其安置在观测点上的特点可分为两类：第一类是悬挂式仪器，如图 2-24 所示。第二类为置放式仪器，即将观测头的底部安放在观测点上。

安置仪器误差的数值取决于观测点表面和仪器着落面的质量，以及它们的清洁程度。在工作前要仔细清除仪器着落面和观测点表面的灰尘和水气，并在两次测量的间隙期间涂以润滑油。经验表明，仪器安置误差的数值是很小的，不超过 0.01mm 。

对于固定设置的液体静力水准仪以及具有相对特点时，这项误差可以不考虑。

2. 液体静力水准仪观测头倾斜所引起的误差

现代的悬挂式液体静力水准仪采用中心悬挂，即悬挂点与杆的移动轴线在同一铅垂线上，测量杆安置在容器的对称轴上且垂直于仪器底部。对于这种结构的仪器，由于观测头倾斜而引起的误差是很小的。

置放在观测点上的仪器，由于观测头的偏心安置可能产生的误差（如图 2-26）可用下式计算：

$$AB = OA \frac{a}{p}$$

式中 OA ——偏心值, a ——倾斜角。

当 $OA=3\text{mm}$, $a=8'$ 时, $AB=0.007\text{mm}$ 。为使观测头倾斜引起的误差变得很小, 现代的液体静力仪器上装有圆水准, 而悬挂式仪器不允许偏心悬挂。

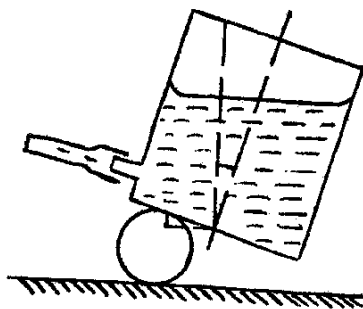


图 2-26

3. 量测设备的误差

对于目视接触法确定液面位置的仪器, 量测液面位置的误差主要是由于测微圆环分划误差和测量杆尖端与液面接触的误差所引起的。这些误差的数值都很小。

对于可遥测的仪器, 测定液面的精度在很多方面是取决于量测范围。因此, 这种仪器主要在垂直位移量小、位移测量精度要求高的情况下应用。

4. 液体静力水准仪观测头的组合部件由于温度变化而产生的误差

通常测量杆固定在观测头的外壳上, 如观测头外壳是用铅制造, 而测量杆用钢制造, 那么由于外壳和测量杆的温度变形而产生误差。当测量杆长 $l=0.1\text{m}$, 铝的线胀系数 $\alpha_{\text{铝}}=24 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, 钢的线胀系数 $\alpha_{\text{钢}}=12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ 。若温度变化 $\Delta t=10^{\circ}$, 所产生的误差 $\Delta l=l(\alpha_{\text{铝}}-\alpha_{\text{钢}})\Delta t=12\mu$

为减弱此项误差, 在设计仪器时应缩小观测头的尺寸 (亦即缩短杆的长度), 并用线胀系数接近的金属来制造观测头的主要部件。

5. 液体漏损带来的误差

各种液体静力水准仪的结构均包括有各种密封垫圈, 龙头和软管接头, 它们的密封性可能会逐渐遭到破坏, 液体就会缓慢地从仪器中漏掉, 使得观测头中液面产生不均匀的变化, 而给观测带来误差。因此, 一旦发现漏损, 应及时采取措施, 加以解决。

二、外界条件的影响

1. 温度对液体静力水准测量精度折影响

整个液体静力水准仪共同的、均匀的温度变化, 使得各个观测头的液面产生均匀的变化。因而只是在各观测头不同进读数才产生测量误差。

液体静力观测头温度的局部变化, 实际上经常遇到, 如在车间内当观测点附近具有热辐射源时, 或者露天的建筑工地上在太阳光照射时和在长距离传递高程时。

对液体静力仪器个别观测头的局部受热或冷却，就会引起液体密度的改变，它表现为水平高度的变化，不考虑这种现象，会使水准测量产生误差。

实际上，用液体静力水准仪作业时，可以计算由于温度变化所引起的液面位置的差数。例如标准温度 $t=20^{\circ}\text{C}$ 时

$$\Delta h = \frac{h_{20}(p_{20} - p_1)}{p_1} \quad (2-6)$$

式中 h_{20} ——当温度为 20°C 时的液体高度；

p_{20} ——当温度为 20°C 时的液体密度；

p_1 ——作业温度时的液体密度。

液体的密度随温度 t 的变化为非线性的变化。对于每种液体可用多项式表示：

$$p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n$$

对于水，从 0°C 至 4°C 范围内用 $a_0=+0.999841$, $a_1=+68.3333 \times 10^{-6}$, $a_2=-9.50 \times 10^{-6}$ 从 4°C 至 35°C 则用 $a_0=+0.999849$, $a_1=+58.6813 \times 10^{-6}$, $a_2=-78.1797 \times 10^{-7}$ 。

为了削弱温度影响，应使联结软管下垂量为最小；观测头中液柱的高度为最小；液体静力仪器尽量远离强大的热辐射源；在露天作业尽量在晚间观测，而白天只是在阴天才进行观测；如用水作为充填液体时，当温度接近 4°C 时观测的精度最高，因为这时水的密度随温度的变化不显著。在高精度液体静力水准测量中往往采用恒温系统。

2. 气压变化对液面位置的影响

对于敞口式静力水准仪（特别是对于长距离的仪器），局部压力变化引起各容器间液体的再分配，压力差 Δp 被容器中液柱的压力所均衡，而引起液面位置的变化为

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{r}$$

式中 r 为液体的比重。

为避免各部分大气压力差异的影响，应采用封闭式液体静力水准仪，使不同容器的压力通过空气连通管得到平衡。此时容器需要严格地加以密封。

4. 液体弄脏的影响

在敞口式液体静力水准仪中，液体很快会被弄脏，这引起液体密度的改变，使得温度影响的计算发生困难。因而，液体静力水准仪的各种部件不能用没有防腐层的金属来制造，并建议在水里加入 0.1% 的福尔马林或者石碳酸作为防腐剂。

液体静力水准仪中最广泛应用的液体是水。另一种常采用的液体是酒精。与水相比，酒精可以在负温下使用（如酒精的凝固温度是 -117°C ，沸点是 $+78.5^{\circ}\text{C}$ ），但是酒精的价值较高，体胀系数比水大得多，这就要求比较精确的测定温度，以便对测量结果引入相应的改正数。

对于距离不长的液体静力水准仪，亦可采用汞作为充填的液体。汞的凝固温度

为 -39.4°C ，因而它可在负温下工作和。汞的密度大，当它作为敞口式液体静力仪的充填液体时，气压差对观测精度的影响最小。其体胀系数比水小得多，并且由于温度变化而引起的密度变化接近于线性。因此，当用汞作为充填液体时，用同样的精度来测定温度，所计算的温度影响的改正数就比较精确。

液体静力水准测量一般不用来建立等级高程控制，而多半是用来在特殊条件下进行工程水准测量。例如在车间内受条件的限制，应用此法就比较经济。液体静力仪举例来说，两个观测头的液体静力水准仪可用来测定机组和大型设备的歪斜和隆起。如安装汽轮机时，常要求两点之间高差以 $\pm 10\sim 15\mu\text{m}$ 的精度来确定，此时利用液体静力水准仪要比精密水准仪有效得多。车间中桥式吊车轨道的检查，要在 $12\sim 18\text{m}$ 的吊车轨道上进行测量，在这种地方，水准仪的和搬运是十分困难的，而采用多个容器相联结的液体静力水准仪（能同时对若干点进行水准测量）就显得特别方便。

液体静力水准测量广泛地用来对各种工程建筑物进行沉陷与倾斜观测。进行沉陷观测时，在建筑物的特征点上埋设标志，对于悬挂型液体静力水准仪埋设螺栓（销钉），而对于其它型式的仪器则埋设球状标点。

由于用液体静力水准仪作业时，一定要在液面平衡后才进行读数，因而作业效率就比较低。

液体静力水准测量特别适用于有辐射危险、危险或有蒸汽、尘埃等污染的情况下监视设备的稳定性。在这种情况下，若用一般水准测量方法，操作人员在现场的时间受到限制，测量工作必须迅速进行，这就会降低观测精度，甚至还会出错。用水准测量方法测定各点之间的高差时，不可能完全自动化；而应用液体静力水准测量，对于解决所提出的任务，不仅能对设备位置进行遥测，而且还能实现自动调整。

为保证对建筑物上观测点位置的长期观测，应用固定设置的液体静力水准仪是合适的。例如苏联克拉斯诺雅尔斯克水电站重力坝的纵向廊道内就用固定设置的液体静力水准仪来测定大坝的沉陷；我国丹江口水利枢纽重力坝的横向廊道里用固定设置的液体静力水准仪（图 2-22）进行大坝的倾斜观测。

§ 2-5 水准点稳定性的检验与分析

为工程建筑物的垂直位移观测而设置的水准点，都是力求使它们能保持稳定性不动，即使不能全部不动，至少也应该有一组是稳定不动的，以作为计算位移值的依据。但是在实际上，除了设置在基岩上的标志以外，在冲积层地区所设置的水准标志，即使埋设得很深，也很难认为它们是稳定的。例如有的钢筋混凝土桩深埋几十米，有的甚至达百米以上，根据多年重复观测的结果，发现它们还是有升降的现象。此外，在国风外还有不少的膨胀土地区，在这些地区所设置的水准点，也难以保持稳定不动。在这样的地区进行垂直位移的观测，就不能无根据地以某一点作为固定的起始点，而应该根据重复观测的结果进行分析，选出一个相对来说比较最稳

定的水准点作为起算点。

水准点稳定性的检验与分析可分为没有固定的起始点和有固定的起始点两种情况来讨论。

对于没有固定起始点的地区，例如冲积层地区，各个水准点的升降都是随机的。这时可以认为首次观测所求得各点的高程为起始高程（首次观测的计算，可以取我们认为比较稳定的一点作为起始点，按一般的平差计算方法求得各水准点的高程）。在重复观测以后，因为首次观测所用的起始点并不是稳定不动的，就不能再以它为起始点按一般的方法计算，而是认为各点的高程都发生了变化，都有一个变化值（或改正值） Δ_i 。

对于首次观测的计算，可按间接观测平差的原理以结点法进行，唯这时把结点的意义扩大了，每个水准点都认为是结点（它可以是三条以上线路的交点，也可以是两条线路的交点）。这时法方程式的形式为

$$(P-p)H=V \quad (2-7)$$

式中 H 为各水准点高程的列矩阵；
 P 为各水准点高程的权矩阵；
 p 为连接两水准点间线路的权矩阵；
 V 为各水准点上高程闭合差的列矩阵。

亦即

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & P_n \end{bmatrix}; \quad p = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \cdots \\ H_n \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

$$\text{而 } P_i = \sum_{k=1}^n p_{i,k},$$

$$V_i = \sum_{k=1}^n p_{k,i} h_{k,i} = - \sum_{k=1}^n p_{i,k} h_{i,k}$$

其中 $h_{i,k}$ 为 i 和 k 两水准点间高差的观测值。

解算法方程式（2-7），即可求得各点首次观测的高程（由于假定一为的高程为已知值）。

对于重复观测后的计算，可以把首次观测所求得的高程认为是近似值（记作

$\bar{H}_i$), 而求其改正值 Δ_i , 于是重复观测后的高程即为:

$$H_i = \bar{H}_i + \Delta_i \quad (2-8)$$

两水准点间重复观测的高差 $h_{i,k}$ 与首次观测的高差 $\bar{h}_{i,k}$ 的差数为

$$V_{i,k} = h_{i,k} - \bar{h}_{i,k} \quad (2-9)$$

接结点法平差的法方程式为

$$(P-p) \Delta = V \quad (2-10)$$

(2-10)式中的 P 与 p 的意义与 (2-7) 式中的一样, 而 Δ 为高程改正值的列矩阵, 以及

$$V_i = \sum_{k=1}^n p_{k,i} V_{k,i} = - \sum_{k=1}^n p_{i,k} V_{i,k} \quad (2-11)$$

比较 (2-7) 式与 (2-10) 式, 我们可能看出, 前者的 H_i 有一个起始点是已知值, 后者所有的 Δ_i 均为未知数, 而两者方程的个数则是一样的。这样就使得方程组

(2-10) 没有定解 (因其系数行列式 $|P-p| = 0$, $(P-p)$ 的秩小于未知数的个数的缘故。为此, 就要在方程组 (2-10) 中增加一个方程式 (或一个条件) 才可以解算。新增方程式的形式可以为

$$P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + \dots + P_n \Delta_n = 0 \quad (2-12)$$

在这种情况下, 对于有一个固定点 (例如第一点) 的水准网, 则 $P_1 = \infty$, $P_2 = P_3 = \dots = P_n = 0$, 则方程式 (2-12) 就简化成 $\Delta_1 = 0$, 使方程组 (2-10) 的未知数减少了一个, 从而可解得其余的各 Δ 值。如果各水准点的情况 (如标志结构, 地质条件等) 大致一样, 则可取 $P_1 = P_2 = \dots = P_n = 1$, (2-12) 式就变为

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \dots + \Delta_n = 0 \quad (2-13)$$

这就意味着以所有的 n 个水准点的高程平均值作为起始高程。

对于方程组 (2-10) 而言, 增加一个方程式 (2-13) 以后, 其系数行列式不等于零, 就可以求得各个 Δ_i 的定解 (把 (2-13) 式依次加到方程组 (2-10) 的每一式, 解此方程组即可)。然后, 根据 (2-8) 式计算各点重复观测时的高程。

如水准网共进行了 N 次观测, 则可根据 N 次观测的成果来判断水准点的稳定性。

改正数 Δ_{ij} (i —水准点号, j —观测周期) 是由水准测量的误差和水准点的可能升降两种因素引起的。想从 Δ_{ij} 中划分它们是困难的。

但是, 如按绝对值而言, Δ_{ij} 明显地超过水准点的测量误差, 那么 Δ_{ij} 可近似的看作第 j 次观测相对于首次观测的 i 点的升降值。

当改正数 Δ_{ij} 接近于水准测量的误差时, 为了从 Δ_{ij} 中去除其 “系统部分”, 需要确定平均改正值:

$$\Delta_{i\text{均}} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta_{ij} \quad (2-14)$$

并且从每个 Δ_{ij} 中减去它，得到由上述两种因素引起的“偶然”误差：

$$\delta_{ij} = \Delta_{ij} - \Delta_{i\text{均}} \quad (2-15)$$

显然， δ_{ij} 就是第 i 点 ($i=1,2,\dots, n$) 在 j 次观测 ($j=1,2,\dots, N$) 时的点位相对于该点各次观测的平均位置的偏差。可用它来计算水准点的稳定性指标：

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N \delta_{ij}^2}{N-1}} \quad (2-16)$$

σ_i 愈小，则水准点愈稳定。

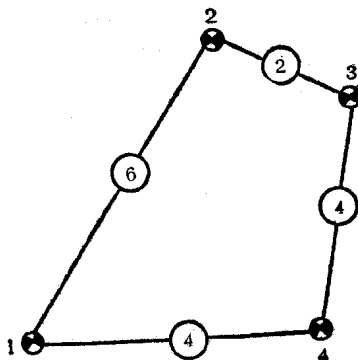


图 2-27

例：图 2-27 为由四个深埋水准点组成的水准网，基中没有一个绝固定的水准点。观测了各水准点间的高差（线路上圆圈内的数字为该每线路的测站数），现根据重复观测的成果进行水准点稳定性的分析。

$$\text{线路的权 } p_{i,k} = \frac{c}{n_{i,k}}$$

式中 $n_{i,k}$ 为 i,k 线路上水准测量的测站数，取 $c=12$ ，则连接两水准点间线路的权矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix},$$

各水准点高程的权矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}。$$

首次观测求得的各水准点的高程列于表 2-1 的第 2 栏。由第二次观测的高差（表中长 3 栏）按（2-9）式计算线路闭合差 u_{ik} ，并按（2-11）式计算结点闭合差，列于表（2-1）的第 7 栏，用矩阵表示：

$$V = \begin{bmatrix} -4.5 \\ -1.8 \\ +1.8 \\ +4.5 \end{bmatrix}$$

按（2-10）式写出第二次观测用结点法平差的法方程式：

$$\begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 & -3 \\ -2 & 8 & -6 & 0 \\ 0 & -6 & 9 & -3 \\ 3 & 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4.5 \\ -1.8 \\ +1.8 \\ +4.5 \end{bmatrix}$$

取网中全部水准点的高程平均值作为起始高程，即附加条件：

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 = 0$$

表 2-1

水准点号	首次观测的高程(mm)	第二次观测的高差(mm)	线路闭合差 $V_{i,k}$		$p_{i,k} = \frac{C}{n_{i,k}}$	结点闭合差 v_i	高程改正数 Δ_i	第二次观测的最或是高程 (mm)
			名称	数值				
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	959.8					-4.5	-0.63	959.17
2	1020.4	+60.9	$V_{1,2}$	+0.3	2	-1.8	-0.19	1020.21
3	964.4	-55.6	$V_{2,3}$	+0.4	6	+1.8	+0.26	964.66
4	1118.8	+154.6	$V_{3,4}$	+0.2	3	+4.5	+0.56	1119.36
1	959.8	-160.3	$V_{4,1}$	-1.3	3			959.17
Σ		-0.4				0.0	0.00	

表 2-2

改正值 Δ_i	观 测 周 期							$\Delta_{i均}$
	1	2	3	4	5	6	7	
Δ_1	0	-0.63	-0.79	-0.26	-0.53	+0.18	-0.72	-0.39
Δ_2	0	-0.19	+0.10	-0.44	-0.69	-0.51	-1.20	-0.42
Δ_3	0	+0.26	+0.12	-0.15	+0.66	-0.17	+0.11	+0.12
Δ_4	0	+0.56	+0.57	+0.85	+0.56	+0.50	+1.80	+0.69

表 2-3

“偶然”误差 δ_i	观 测 周 期							δ_i^2 的和
	1	2	3	4	5	6	7	
δ_1	+0.39	-0.24	+0.40	+0.13	-0.14	+0.56	-0.33	0.83
δ_2	+0.42	+0.23	+0.52	-0.02	-0.27	-0.08	-0.78	1.19
δ_3	-0.12	+0.14	0.00	-0.27	+0.54	-0.29	-0.01	0.48
δ_4	-0.69	-0.13	-0.12	+0.16	-0.13	-0.19	+1.11	1.82
Σ	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	

将此条件式依次回到法方程式的每一式，联立解算，求得各水准点的改正值 Δ_i 。列于表 2-1 第 8 栏。并将按 (2-8) 式计算的最或是高程列于该表第 9 栏。

对该水准网共进行了 7 次观测。各次观测的改正值列于表 2-2，并按 (2-14) 式计算 $\Delta_{i均}$ 。再按 (2-15) 式计算的“偶然”误差 δ_{ij} 列于表 2-3 中。

最后，按 (2-16) 式计算水准点稳定性的指标：

$$\sigma_1=0.37, \sigma_2=0.45, \sigma_3=0.28, \sigma_4=0.55,$$

其中以 σ_3 为最小，可见第 3 号水准点是最稳定的。

上面讨论了没有固定起始点时分析水准点稳定性的方法。下面再谈有固定的起

始点时，水准点稳定性的分析方法。这时需用统计检验的方法，来判断重复观测中所求得的水准点高程的变化是由于水准点的升降还是由于观测的误差所引起。

当有固定的起始点时，每次观测可以平差而求得各水准点的高程。设第 j 次观测求得的第 i 点的高程为 H_i^j ，首次观测求得该点的高程为 H_i^1 ，其变化值

$di = H_i^j - H_i^1$ ，写成矩阵形式为

$$d = H^j - H^1 \quad (2-17)$$

式中

$$d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_n \end{bmatrix}, \quad H^j = \begin{bmatrix} H_1^j \\ H_2^j \\ \dots \\ H_n^j \end{bmatrix}, \quad H^1 = \begin{bmatrix} H_1^1 \\ H_2^1 \\ \dots \\ H_n^1 \end{bmatrix}$$

其相应的权系数矩阵为

$$Q^d = Q^j + Q^1 \quad (2-18)$$

由高程变化值 d 可按正式计算单位权方差

$$\theta = \frac{d^T p_d d}{fd} \quad (2-19)$$

(2-19) 式中 fd 为独立的 d 的个数， p_d 为 d 的权矩阵

$$P_d = Q_d^{-1} \quad (2-20)$$

另外，当两次观测采用的仪器和观测方法，且网形不变时，根据观测值的改正数用下式来计算单位方差

$$u^2 = \frac{(V_T^T P V)1 + (V^T P V)^j}{2(m-t)} \quad (2-21)$$

式中 V 为观测值改正数的列矩阵；

P 为观测值改正数的权矩阵；

m 为观测值的个数；

t 为未知数的个数。

假设各个水准点的稳定的，没有升降现象，则高程变化值 d 与观测值改正数 V 均为正态变量，而 θ^2 与 u^2 是同一正态母体的 σ^2 的无偏估值，且

$\frac{d^T P_d d}{\sigma^2}$ 与 $\frac{(V^T P V)^1 + (V^T P V)^3}{\sigma^2}$ 分别为 χ_f^2 与 $\chi_{2(m-t)}^2$ 变量，它们互相独立。作统计量

$$F = \frac{\frac{d^T P_d d}{\sigma^2} / f_d}{\frac{(V^T P V)^1 + (V^T P V)^3}{\sigma^2} / 2(m-t)} = \frac{\frac{d^T P_d d}{f_d}}{\frac{(V^T P V)^1 + (V^T P V)^3}{2(m-t)}} = \frac{\theta^2}{u^2} \quad (2-22)$$

根据 θ^2 与 u^2 值代入上工计算的统计量应服从 F 分布。选取置信水平 α ，由第一自由度 f 与第二自由度 $2(m-t)$ 从 F 分布表中查得分位值 $F_{\alpha, f, 2(m-t)}$ ，将计算 F 值与查表得到的 $F_{\alpha, f, 2(m-t)}$ 值进行比较，即可判断水准点的稳定性：若 $F < F_{\alpha, f, 2(m-t)}$ ，则接受原假设，即各个水准点都是稳定的；若 $F > F_{\alpha, f, 2(m-t)}$ ，拒绝原假设，即水准点有变动。如欲进一步找出变动的点，可将高程变化值 d 依次划分为变动点 M 和不动点组（除了一个变动点所剩下的点） F ，其权矩阵作相应的分块，即

$$d = \begin{bmatrix} d_M \\ \dots \\ d_F \end{bmatrix}, \quad P_d = \begin{bmatrix} P_{MM} & P_{MF} \\ P_{FM} & P_{FF} \end{bmatrix}$$

分别组成变动点的 F 变量 $F_{Mi} = \frac{\theta_{Mi}^2}{\theta^2}$ ，式中 $\theta_{Mi}^2 = (\bar{d}_M^T P_{MM} \bar{d}_M)_i$ ，

($\bar{d}_M = D_M + P_{MM}^{-1} P_{MF} d_F$ ，参见§3-9)。其中 F_{mi} 值最大的点可认为是实际上的变动点。

将其去除后，再对余下的点重新进行 F 检验，如原假设被接受，则检验即结束，如原假设又被拒绝，则应重复进行变化值的分组（不包括已经去除的点）过程，直到原假设不再拒绝为止，最后剩下的都是稳定的水准点。

例：图 2-28 为一个监视工程建筑物沉降的水准网，其中水准点 A 是固定的起始点，其高程为 35.500m，线路上圆圈内的数字为该条线路的测站数。该水准网已进行了两个周期的观测，测得的高差列于表 2-4。现根据重复水准测量的成果对 1、2、3 号水准点的稳定性进行检验。

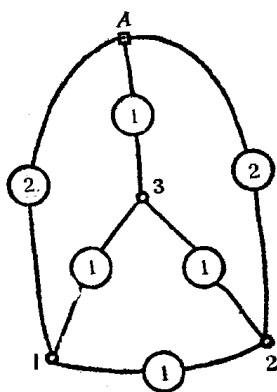


图 2-28

线路的权 $p_{i,k} = \frac{c}{n_{i,k}}$ 式中 $n_{i,k}$ 为 i, k 线路上水准测量的测站数，取 $c=2$ ，并将算得各条线路的权列于表 2-4 的最后一栏。

表 2-4

高 差 名 称	观测高差 (mm)		权 $p_{i,k} = \frac{c}{n_{i,k}}$
	第 I 次观测	第 II 次观测	
h_{A1}	+45.2	+44.9	1
h_{A2}	+265.8	+265.6	2
h_{A3}	-310.3	-310.2	1
h_{A4}	-26.2	-26.0	2
h_{A31}	+70.8	+70.6	2
h_{A23}	-336.5	-336.0	2

现将首次观测与第二次观测的成果分别按结点法进行平差。首次观测平差求得各水准点的高程为

$$H^I = \begin{pmatrix} H_1^I \\ H_2^I \\ H_3^I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35.54479 \\ 35.81046 \\ 35.47392 \end{pmatrix}$$

由高差改正数计算的 $(V^T P V)^I = 0.269$ 。第二次观测平差求得各水准点的高程为

$$H^{\Pi} = \begin{pmatrix} H_1^{\Pi} \\ H_2^{\Pi} \\ H_3^{\Pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35.54470 \\ 35.81020 \\ 35.47410 \end{pmatrix}$$

其相应的 $(V^T PV)^{\Pi}=0.100$ 。

该水准网共观测 6 条水准路线，需要计算 3 个水准点的高程。根据平差计算的结果，用（2-21）式计算单位权的方差：

$$u^2 = \frac{(V^T PV)^I + (V^T PV)^{\Pi}}{2(m-t)} = \frac{0.269+0.100}{2(6-3)} = 0.0616$$

由两个周期观测所求得的水准点的高程，可计算各水准点高程的变化值

$d_i = H_i^{\Pi} - H_i^I$ ，用矩阵表示

$$d = H^{\Pi} - H^I = \begin{pmatrix} -0.09 \\ -0.26 \\ +0.18 \end{pmatrix}$$

而该水准网用结点法平差时的法方程式系数矩阵

$$M = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

其相应的权系数矩阵

$$Q = M^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{70} \begin{pmatrix} 26 & 16 & 14 \\ 16 & 26 & 14 \\ 14 & 14 & 21 \end{pmatrix}$$

由于重复水准测量采用固定线路，固定的测站与立尺位置，因此，两个周期水准测量的法方程式系数矩阵是完全一样的，故其相应的权系数矩阵亦相同，即 $Q^I=Q^{\Pi}$ 。根据（2-18）式计算高程变化值d的权系数矩阵

$$Q_d = Q^I + Q^{\Pi} = \begin{bmatrix} \frac{26}{35} & \frac{16}{35} & \frac{14}{35} \\ \frac{16}{35} & \frac{26}{35} & \frac{14}{35} \\ \frac{14}{35} & \frac{14}{35} & \frac{21}{35} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2.5 & -1 & -1 \\ -1 & 2.5 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

然后计算

$$d^T P_d d = (-0.09 - 0.26 + 0.18) \begin{pmatrix} 2.5 & -1 & -1 \\ -1 & 2.5 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.09 \\ -0.26 \\ +0.18 \end{pmatrix} = 0.366$$

再根据 (2-19) 式计算

$$\theta^2 = \frac{d^T P_d d}{u^2} = \frac{0.366}{3} = 0.122$$

将 θ^2 与 u^2 值代入 (2-22) 式, 可计算 F 变量

$$F = \frac{\theta^2}{u^2} = \frac{0.122}{0.0616} = 2.0$$

若取置信水平 $\alpha=0.05$, 以第一自由度 $f=3$, 第二自由度 $2(m-t)=6$ 查 F 分布得 $F_{0.05, 3, 6}=4.8$ 。由于

$$F=2.0 < F_{0.05, 3, 6}=4.8,$$

接受原假设, 即 1、2、3 号水准点是稳定的。

第三部分 水平位移观测

§ 3-1 基准线法测定水平位移

基准线法的原理是以通过水式建筑物轴线（例如大坝轴线）或平行于建筑物轴线的固定不变的铅直平面为基准面，根据它来测定建筑物的水平位移。

图 3-1 为某坝坝顶基准线示意图。A、B 分别为在坝两端所选定的基准线端点。当经纬仪在 A 点，在 B 点安置标牌，则通过仪器中心的铅直线与 B 点处固定标志中心所构成的铅直平面 P 即形成基准线法中的基准面。这种由经纬仪的视准面形成基准面的基准线法，我们称之为视准线法。

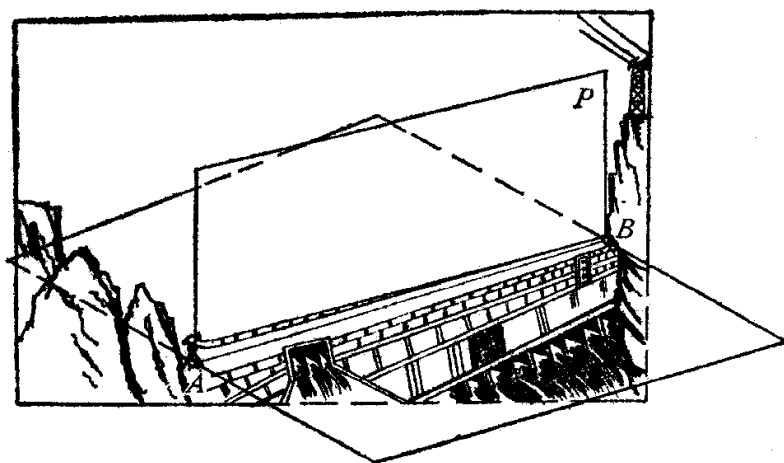


图 3-1

视准线法按其所使用的工具和作业方法的不同，又可分为“测小角法”和“活动觇牌法”。

测小角法是利用精密经纬仪精确地测出基准线方向与置镜点到观测点的视线方向之间所夹的小角，从而计算观测点相对于基准线偏离值。活动觇牌法则是利用活动觇牌上的标尺，直接测定此项偏离值。

随着激光技术的发展，出现了由激光束建立基准面的基准线法，根据其确定偏离值的原理，有以激光束替代经纬仪视线的“激光经纬仪准直”和利用光干涉原理的“波带板激光准直”（三点法准直）。

在大坝廊道的特定条件下，采用通过拉直的钢丝的竖直面作为基准面来测定坝

体偏离值具有一定的优越性，这种基准线法称之为引张线法。

由于建筑物的位移值一般来说是很小的，因此对位移值的观测精度要求很高（例如混凝土坝位移观测的中误差要求小于 $\pm 1\text{mm}$ ），因而在各种测定偏离值的方法中都采取了一些提高精度的措施。对基准线端点的设置、对中装置构造、觇牌设计及观测程序等均进行了不断的改进。

一、观测墩

目前，一般采用钢筋混凝土结构的观测墩。观测墩各部分有关尺寸可参考图 3-2，观测墩底座部分要求直接浇筑在基岩上，以确保其稳定性。

为了减少仪器与觇牌的安置误差，在观测墩顶面常埋设固定的强制对中设备，通常要求它能使仪器及觇牌的偏心误差小 0.1mm 。满足这一精度要求的强制对中设备式样很多，有采用圆锥、圆球插入式的，有用埋设中心螺杆的，也有采用置中圆盘的（如图 3-3（a）、（b））。置中圆盘的优点是适用于多种仪器，对仪器没有损伤，但加工精度要求较高。

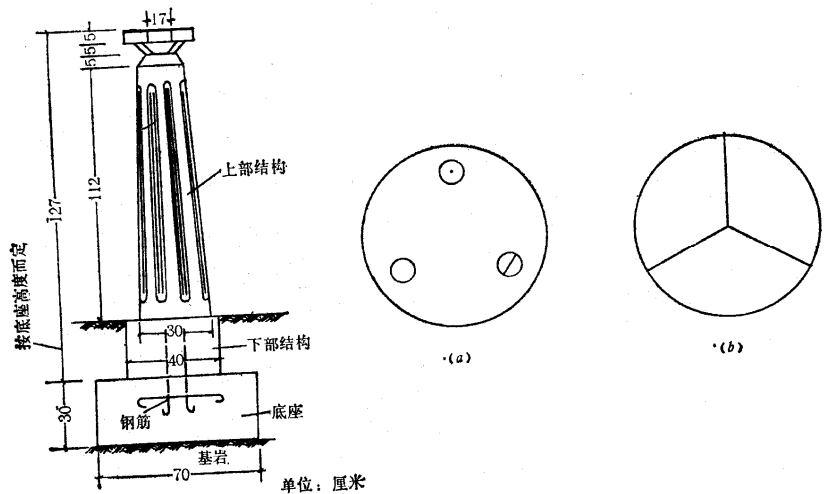


图 3-2 图

3-3

二、觇牌图案形状、尺寸及颜色

视准线法的主要误差来源之一是照准误差（参见 § 3-2），研究觇牌形状、尺寸及颜色对于提高视准线的观测精度具有重要意义。一般地说，觇牌设计应考虑以下五个方面。

1. 反差大：用不同颜色的觇牌所进行的试验表明，以白色作底色，以黑色作图案的觇牌为最好。白色与红色配合，虽则能获得较好的反差，但它相对前者而言易使观测者产生疲劳。

2. 没有相位差：采用平面觇牌可以消除相位差，在视准线观测中一般采用平面

觇牌。

3. 图案应对称。

4. 应有适当的参考面积：为了精确照准，应使十字丝两边有足够的比较面积，同心圆环图案对精确照准是不利的。

5. 便于安置：所设计的觇牌希望能随意安置，亦即当觇牌有一定倾斜时仍能保证精确照准。

实验表明，如图 3-4 的双线标志（白底，标志为黑色）是比较合适的图案。试验表明，在觇牌的分划板倾斜大约 5° 时，观测者仍可通过十字丝两边楔形面积的比较达到精确照准的目的。

其双线标志的宽度可按下式计算：

$$l = \frac{3b}{f} \cdot s \quad (3-1)$$

式中 s 为视线长度， b 为十字丝单丝粗， f 为物镜焦距。

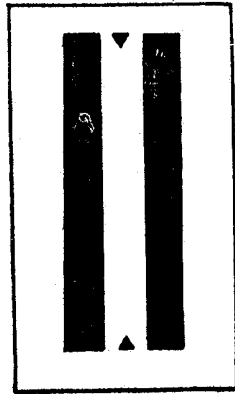


图 3-4

对于近距离照准，可采用单线标志（用十字丝双丝夹标志来照准），单线标志宽度可按正式计算：

$$l = \frac{u''}{2p''} \cdot S \quad (3-2)$$

式中 u 为十字丝双丝所夹角值； p'' 可取 2×10^5 。

§ 3-2 视准线法观测的精度估算

如前所述，测小角法是利用精密经纬仪（如图J1 型）精确地测出基准线与置镜点到观测点（ P_i ）视线之间所夹的微小角度 α_i （图 3-5），并按正式计算偏离值：

$$l_i = \frac{\alpha_i}{p} \cdot S_i \quad (3-3)$$

式中 S_i 为端点A到观测点 P_i 的距离； $P'' = 206265''$ 。

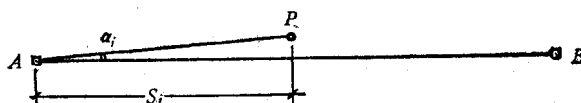


图 3-5

在活动觇牌法中，偏离值是直接利用安置于观测点上的活动觇牌（图 3-6）测定的，活动觇牌读数尺上最小分划为 1mm。用游标可以读到 0.1mm。

由于视准线法观测中采用了强制对中设备，另一方面由于小角度只需利用测微器测定，所以主要误差来源是仪器照准觇牌时的照准误差。对于测小角法与活动觇牌法，当采用对观测点照准相同次数时，则两者具有相同的精度估算式，故此处仅对测小角法进行讨论。

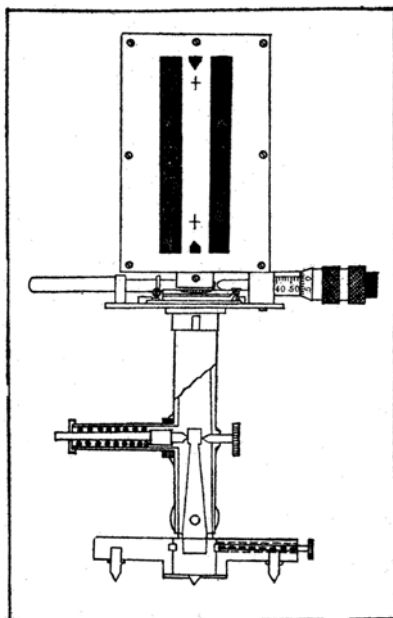


图 3-6

一、对于距离 S_i 精度要求

将 (3-3) 式进行全微分，并转成中误差可得：

$$m_{l_i}^2 = \frac{1}{p^2} S_{ai}^2 + \frac{1}{p^2} a_i^2 \cdot m_{s_i}^2 \quad (3-4)$$

相对于测小角 a 来说，量测具有足够精度的边长 S_i 是比较容易的。为此令

$$\frac{1}{p} S_i m_{ai} = 3 \frac{a_i}{p} m_{s_i} \quad (3-5)$$

代入 (3-4) 整理后可得

$$m_{s_i} = \frac{p \cdot m_{l_i}}{3.16 \cdot a_i}$$

顾及 (3-13) 式，上式可写成：

$$m_{s_i} = \frac{m_{l_i} \cdot S_i}{3.16 \cdot l_i} \quad (3-6)$$

或写成相对误差形式为

$$\frac{m_{s_i}}{S_i} = \frac{m_{l_i}}{3.16 l_i} \quad (3-7)$$

如果要求 $m_{li}=0.5\text{mm}$ ，且设偏离值 $l_i=40\text{mm}$ ，则有 $\frac{m_{s_i}}{S_i} = \frac{1}{250}$ ，当 $l_i = 10\text{mm}$ 时，

边长相对误差也仅要求 1/1000。通常以 1/2000 的精度丈量边长就可以完全满足其精度要求。所以在测小角法中，边长只需丈量一次，在以后的各周期观测中，此值可认为不变。

二、观测小角 a_i 的精度要求

略去 (3-4) 式右边第二项后，即可得

$$m_{l_i} = \frac{m_{ai}}{p} \cdot S_i \quad (3-8)$$

前已述及，测小角度的主要误差来源为照准误差，当小角度观测采用测回法时，一测回所测小角的误差，由误差传播定律可求得为：

$$m_a = m_u \quad (3-9)$$

式中 m_v 为照准误差。

将 (3-9) 代入 (3-8) 式则有

$$m_{li} = \frac{S_i}{p} m_v \quad (3-10)$$

由此可知，测小角法观测之精度，取决于照准误差 m_u 数值的大小。

在一般测量书籍中，通常取肉眼的视力临界角为 $60''$ ，假定照准误差为：

$$m_u = \frac{60''}{v} \quad (3-11)$$

式中 v 为望远镜的放大倍数。

从实际观测来看，影响照准误差的因素很多，它不仅与望远镜放大倍率、人眼的视力临界角有关，而且与所用觇牌的图案形状、颜色有关，不同的视线长度，外界条件的影响等，也改变照准误差的数值。因此，为了使估算更加符合实际，最好在观测现场对所用仪器设备具体地测定照准误差的数值。确定了 m_u 的数值后，不难由（3-10）式估算测小角法的精度。

三、测小角法观测程序的设计

由式（3-8）可得

$$m_{ai} = \frac{p}{S_i} m_{li} \quad (3-12)$$

对于规定的精度要求 m_{li} ，根据现场所量得的距离，即可计算对小角度观测的要求。

例 1：

设某观测点到端点（置镜点）距离为 400m，若要求测定偏离值的精度为 $\pm 0.7\text{mm}$ ，试问用小角度法观测时，小角度的限差应为多少？

显然由（3-12）式可直接求得

$$m_a > \pm 0.35''$$

例 2：

对例 1 中的数据，若设 $m_v = \frac{60''}{v}$ ，则当采用 L1 型仪器（用 $40\times$ 的望远镜）观测时，小角度应观测 n 个测回？

由（3-9）式可计算得小角度观测一测回的中误差为：

$$m_a = m_v = \frac{60''}{40} = 1.5''$$

所以要使小角度达到 $\pm 0.35''$ 的精度，则小角度观测的测回数 n 应满足：

$$0.3'' = \frac{1.5''}{\sqrt{n}},$$

由此求得 $n \approx 19$ ，即小角度应以不少于 19 测回的精度测定。

由于测小角度中主要误差来源为照准误差，所以有人提出如下的小角度观测程

序，即在测小角度时，在每半测回中对每一方向观测，均采用瞄准目标后用测微器读数，再瞄准一次目标再读测微器的第二个读数。这样每半测回中每一方向各照准两次，因而提高了小角度的观测精度。

§ 3-3 激光准直

如 § 3-1 所述，激光准直根据其测定偏离值的方法不同，可分为激光经纬仪准直与波带板激光准直，现分别简述如下：

一、激光经纬仪准直

采用激光经纬仪准直时，活动觇牌法中的觇牌则由中心普法教育 有两个半圆的硅光电池组成的光电探测器替代。两个硅光电池各接在检流表上，如激光束通过觇牌中心时硅光电池左右两半圆上接收相同的激光能量，检流表指针在零位。反之，检流表指针就偏离零位。这时，移动光电探测器使检流表指针指零，即可在读数尺上读取读数。为了提高读数精度，通常利用游标尺可读到 0.1mm 。当采用测微器时，可直接读到 0.01mm 。

激光经纬仪准直的操作要点为：

1. 将激光经纬仪安置在端点 A 上，在另一端点 B 上安置光电探测器。将光电探测器的读数安置到零上。调整经纬仪水平度盘微动螺旋移动激光束的方向，使在 B 点的光电探测器的检流表指针指零。这时基准面即已确定，经纬仪水平度盘就不能再动。

2. 依次将望远镜的激光束投射到安置于每个观测点处的光电探测器上，移动光电探测器，使检流表指针指零，就可读取每个观测点相对于基准面的偏离值。

在具体操作时，上述确定基准面的操作，可采用如下方法：用激光经纬仪初步瞄准 B 点（可利用望远镜直接瞄准），然后利用光电探测器测定激光束对基准面的偏离值，即可由相似三角形原理对各观测点进行改正。

为了提高观测精度，在每一观测点上，探测器的探测需进行多次。

二、波带板激光准直

波带板激光准直系统由三个部件组成：激光器光源，波带板装置和光电探测器。用波带板激光准直系统进行准直测量如图 3-7 所示。

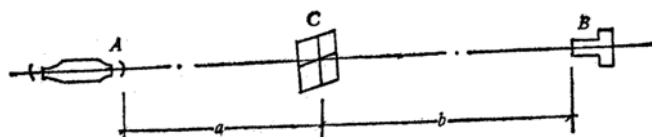


图 3-7

在基准线两端点 A、B 分别安置激光器点光源和探测器。在需要测定偏离值的

观测点 C 上安置波带板。当激光管点燃后，激光器点光源就发射一束激光，照满波带板，通过波带板上不同透光孔的绕射光波之间的相互干涉，就会在光源和波带板连线的延伸方向线上的某一位置形成一个亮点（对图 3-8 所示的圆形波带板而言）或十字线（对图 3-9 所示的方形波带板而言）。根据观测点的具体位置，对每一观测点可以设计专用的波带板，使所成的象恰好落在接收端点 B 的位置上。利用安置在 B 点的探测器，可以测出 AC 连线在 B 点处相对于基准面的偏离值 $\overline{BC'}$ ，则 C 点对基准面的偏离值为（图 3-10）

$$l_0 = \frac{s_0}{L} \overline{BC'}$$



图 3-8

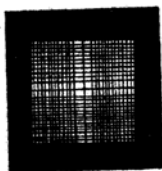


图 3-9

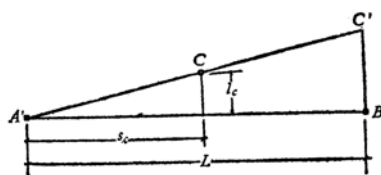


图 3-10

波带板激光准直系统中，在激光器点光源的小孔光栏后面安置一个机械斩波器，使激光束成为交流调制光，这样即可大大削弱太阳光的干涉，可以在白天成功地进行观测。

在激光准直中，为了克服长距离条件下光斑在大气中传输的漂移所增加的探测困难，我国某单位设计试制了自动找中位移数显探测器。仪器包括机械部分和电子线路部分。机械部分包括光电探头、水平导轨和垂直轴三部分。可逆电机通过丝杆连接探头，电机转动使探头水平移动，移动范围为 120mm。垂直轴由手轮、伞形齿轮和丝杆传动可作上升和下降，升降范围也是 120mm。

电子线路原理框图如图 3-11 所示，由波带板形成的亮点照在二象限硅光电池上，分别产生二个电信号，一起送至电压差放大器放大后，输出差动放大信号，再由选频放大器对 600HZ 信号（调制光频率）进行选放大后，送至解调器。同时由硅光电池产生的同样二个电信号经另一线路进行电压和放大，选频放大后有整形后，形成 600HZ 的矩形波信号，对差动信号进行解调。差动信号变成直流信号后，送至直流积分放大器。为推动交流可逆电机，须将直流信号调制成 50HZ 的交流信号，并经电压和相敏功率放大后，推动可逆电动机转动，由丝杆连接使光电探头水平移动。当亮点中心离开光电池中心线（较远）时，产生的差动信号较大，电机转动就快，当光电池中心线移动较接近亮点中心时，电机转动就慢下来。当光电池中心线和亮点中心重合时两象限硅光电池的二个输出信号相等，差动信号等于零，电机就停止转动。位移变送器和光电探头连接在一起，探头移动时，位移变送器输出信号，经数显器电子转换，由数码管显示偏离值。记录读数时，应同时观测指零表，当表头

指针在零附近停留时，即可记录显示读数。有四个数码管显示四位十进制数，最低位数单位是 0.1mm。

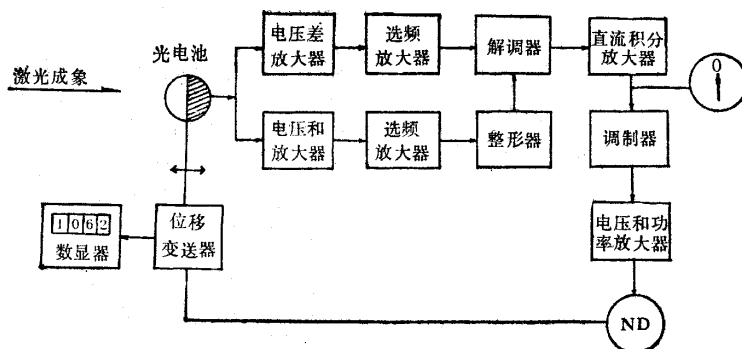


图 3-11

图 3-12 是自动找中位移数显示器的操作面板，其中：

1—电源开关；2—尾数按钮；3—节距灯；4—调零旋钮；5—电机控制按钮；6—测量信号放大倍数调整钮；7—多档转换开关；8—指零表；9—数码管显示窗。

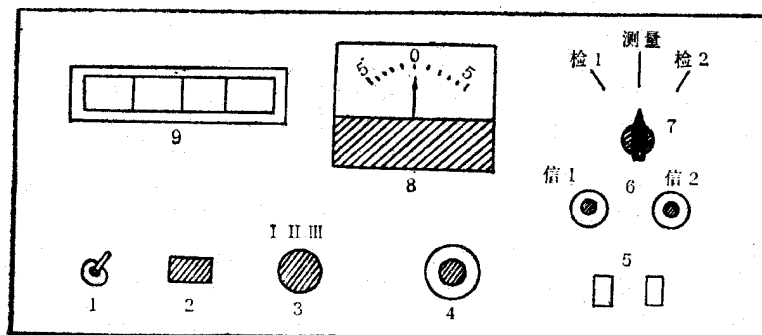


图 3-12

观测操作步骤如下：

1. 插上电源插头，连接探测器位移信号插头，电机插头及光电探头插头。开启电源开关，数码管即亮（显示的数字是随机的）。预热时间约 5 分钟。
2. 利用电机控制按钮和探测器垂直轴手轮使光电探头对准激光光斑，使探测器上之滑尺对准定尺右指标线（将置零钮按下邓在数码显示窗口出现 501，502，……507）；
3. 将探测器之探头盖盖上，调节调零旋钮，使指零表指零；

4. 调整测量信号放大倍数。其方法是將多档转换开关放在检₁位置，调信₁钮，使指零表头为 2"，再将多档转换开关放在检₂位置，调信₂钮，使指零表头为 0.5~1"。

5. 將多档转换开关放在测量位置，打开探头盖，即可进行测定，这时光电探头便自动找中光斑中心，数码显示窗即显示观测值。当电表指针在零附近停留时，即可读取及记录所显示的观测值。

6. 对每个观测点连续读数，记录 10 个这样的读数，取其平均值作为该点偏离基准线的观测值。

自动找中位移数显探测器虽然克服了长距离条件下光斑漂移所增加的探测困难，且在某种程度上能减弱旁折光的短周期误差影响，但对于系统性的较长周期的旁折误差影响无法减弱。

尽管一些试验表明，激光经纬仪准直，在照准精度上可以比直接用经纬仪时提高 5 倍，但对于很长的基准线观测，外界影响（旁折光影响）愈来愈成为精度提高的障碍，因而有的研究者建议将激光束包在真空管道中以克服大气折光影响。

§ 3-4 分段基准线观测

当基准线很长时，偏离值测定的误差是很大的。此时，为了减少旁折光的影响，对于观测时间的选择要求更加严格。

在基准线很长时，为了能获利较高的观测精度，可以分段进行观测；即先测定基准线中少数观测点（分段点）相对基准线的偏离值，再将它们作为起始点，然后在各分段中测定测点相对分段基准线的偏离值。最后归算到两端点的基准线上图 3-13 (a)、(b)、(c) 分别为二分之一，四分之一与三分之一基准线分段观测示意图。

在分段基准线法中，整条基准线仅需测定极少数分段点，如四分之一分段观测中（参阅图 3-13 (b)），AB 基准线只需测定分段点 C 的偏离值，然后再由 AC 与 BC 分别测定分段点 D、E 的偏离值。所有其余的观测点就可以在 AD、DC、CE、EB 分段基准线中进行观测，这时由于视线缩短，就大大削弱了折光影响。由于 AB 基准线只需 C 点一个点的偏离值，就可以选择最有利时间进行观测，同时可以采用增加测回数的方法来提高观测精度。

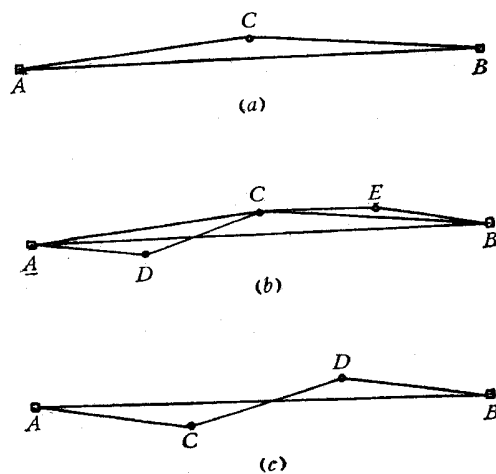
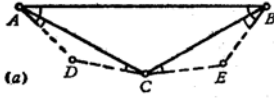
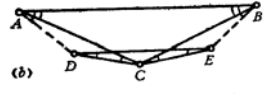
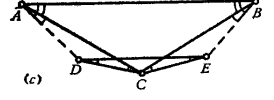


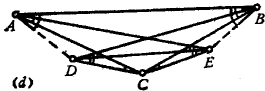
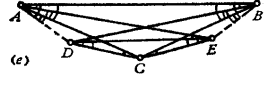
图 3-13

为了提高分段点的测定精度，也可以采用增加多余观测的方法，表 3-1 给出了四分之一分段基准线增加多余观测的五种方案，表中还给出了各方案测定分段点的中误差计算式，现以观测方案(a)为例给出计算式的推证方法。

四分之一基准线各观测方案的比较

表 3-1

观 测 方 案	观 测 角 数	分段点 C 偏离值的中误差 $m_{L_o}(mm)$	分段点 D、E 偏离值的中误差 $m_{LD} = m_{LE}(mm)$
 (a)	6	$1.71S_{AB}m_a$	$1.21S_{AB}m_a$
 (b)	8	$0.99S_{AB}m_a$	$0.93S_{AB}m_a$
 (c)	10	$0.99S_{AB}m_a$	$0.82S_{AB}m_a$

 (d)	14	$0.78S_{AB}m_a$	$0.81S_{AB}m_a$
 (e)	20	$0.71S_{AB}m_a$	$0.64S_{AB}m_a$

注：表中 S_{AB} 以公里计； m_a 以秒计。

直接推证法：

由图 3-14 可知，分段点的偏离值可用下式求得：

$$L_c = \frac{1}{2} \left(\frac{a_1}{p} S_{AC} + \frac{a_2}{p} S_{BC} \right)$$

将上式微分（略去边长误差影响）转成中误差，则得

$$m_{L_c}^2 = \frac{1}{4p^2} (S_{AC}^2 + S_{BC}^2) m_a^2 = \frac{1}{4p^2} \left(\frac{S_{AC}^2}{S_{AB}^2} + \frac{S_{BC}^2}{S_{AB}^2} \right) \cdot S_{AB} m_a^2$$

$$\text{或 } m_{L_c} = \frac{1}{2p} \sqrt{\frac{S_{AC}^2}{S_{AB}^2} + \frac{S_{BC}^2}{S_{AB}^2}} \cdot S_{AB} \cdot m_a \quad (3-13)$$

取用 $p=0.2062654 \times 10^6, S_{AB}=S_{AB} \cdot 10^6 \text{mm}$,

$$\text{则得 } m_{L_c} = 2.424 \sqrt{\frac{S_{AC}^2}{S_{AB}^2} + \frac{S_{BC}^2}{S_{AB}^2}} S_{AB} m_a \quad (3-14)$$

当 C 点在 AB 中间时，即得表 3-1 方案(a)中 C 点偏离值的中误差计算式

$$m_{L_c} = 2.424 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} S_{AB} m_a = 1.71 S_{AB} m_a$$

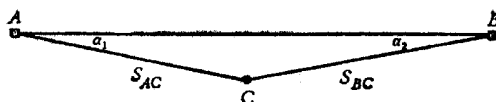


图 3-14

为了推证 m_{LD} ，我们由图 3-15 可以求得 $L_D = l'_D + L'_D$ ，由于分段点C、D等对

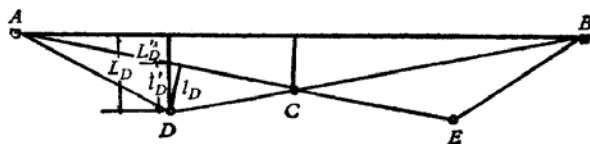


图 3-15

基准线的偏离一般仅几个厘米，而分段基准线 AC、AD 等的长度为几百米，因而可以足够近似地写出

$$l'_D = l_D \quad (3-15)$$

由相似三角形原理，我们可以求得

$$l'_D \approx \frac{S_{AD}}{S_{AC}} \cdot L_c$$

故有

$$L_D = l_D + \frac{S_{AD}}{S_{AC}} \cdot L_c \quad (3-16)$$

由此得

$$m_{LD}^2 = m_{LD}^2 + \left(\frac{S_{AD}}{S_{AC}} \right)^2 m_{LC}^2 \quad (3-17)$$

由（3-14）式可求得

$$m_{LD} = 2.424 \sqrt{\frac{S_{AD}^2}{S_{AC}^2} + \frac{S_{CD}^2}{S_{AC}^2}} \cdot S_{AC} m_a = 2.424 \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} S_{AB} m_a = 0.855 S_{AB} m_a。$$

将所求得的 m_{LD} 与前面求得的 m_{LC} 值代入（3-17）式则有

$$m_{LD}^2 = (0.855 S_{AB} m_a)^2 + (1.71 S_{AB} m_a)^2 \left(\frac{1}{2} \right)^2$$

由此得

$$m_{LD} = 1.21 S_{AB} m_a$$

同理可求得

$$m_{LE} = 1.21 S_{AB} m_a。$$

至此，我们就证明了表 3-1 方案(a)中分段点偏离值中误差的计算公式。
用间接观测平差法：

当多余观测数增大时（如表 3-1 中方案 e 中多余观测数为 17），此时仍用直接法来推求分段点偏离值中误差的计算公式就较困难，而采用间接观测平差法就容易。现仍以方案(a)为例推证如下：

为了简化推证，我们仍然略去边长丈量误差对偏离值的影响，同时足够近似地采用(3-15)的近似关系。由图 3-16 可以写出改正数误差方程：

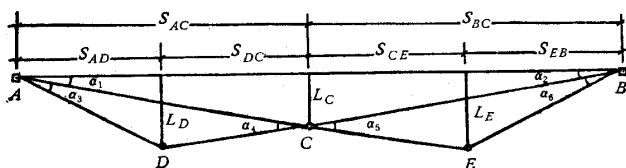


图 3-16

$v_1 = L_c$	$-\frac{a_1}{p} S_{AC}$	1 (权)
$v_2 = L_c$	$-\frac{a_2}{p} S_{BC}$	1
$v_3 = -\frac{S_{AD}}{S_{AC}} L_c + L_D$	$-\frac{a_3}{p} S_{AD}$	4
$v_4 = -\frac{S_{AD}}{S_{AC}} L_c + L_D$	$-\frac{a_4}{p} S_{CD}$	4
$v_5 = -\frac{S_{BE}}{S_{BC}} L_c$	$+L_E - \frac{a_5}{p} S_{CE}$	4
$v_6 = -\frac{S_{BE}}{S_{BC}} L_c$	$+L_E - \frac{a_6}{p} S_{BE}$	4

式中 L_c 、 L_D 、 L_E 分别为分段点 C 、 D 、 E 偏离值的最或是值，其余符号含意见图 3-16。在测角精度相同时，由于偏离值的测定误差与距离成正比，故它们的权与距离平方

成反比，我们取单位权中误差 $u = \frac{m_a}{p} S_{AC}$ ，则由于 $S_{AD} = S_{CD} = S_{CE} = S_{BE} = \frac{1}{2} S_{AC}$ ，

故 $v_3 - v_6$ 的权均为4。

顾及 $\frac{S_{AD}}{S_{AC}} = \frac{S_{CD}}{S_{AC}} = \frac{S_{CB}}{S_{BC}} = \frac{S_{BE}}{S_{BC}} = \frac{1}{2}$ ，由上述误差方程可以求得法方程式的系数矩阵

$$N = \begin{pmatrix} 6 & -4 & -4 \\ -4 & 8 & 0 \\ -4 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

由此求得协因数矩阵

$$Q = N^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.125 \\ 0.25 & 0.125 & 0.25 \end{pmatrix}$$

故得 $P_{LC} = \frac{1}{0.5} = 2$

$$m_{LC} = \frac{u}{\sqrt{P_{LC}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_a''}{p''} \quad S_{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_a''}{p''} \frac{S_{AC}}{S_{AB}} S_{AB}$$

仍取 $p'' = 0.206265 \times 10^6$ ， $S_{AB} = S_{AB} \cdot 10^6$

则得 $m_{LC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{0.206265} \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{AB} m_a = 1.71 S_{AB} m_a$

同样可求得：

$$m_{LD} = m_{LB} = 1.21 S_{AB} m_a$$

§ 3-5 引张线法测定水平位移

在坝体廊道内，利用一根拉紧的不锈钢丝所建立的基准面来测定观测点的偏离值的引张线法，可以不受旁折光的影响。

为了解决引张线垂曲度过大问题，通常采用在引张线中间设置若干浮托装置，它使垂径大为减少且保持整个线段的水平投影仍为一直线。

引张线的装置由端点、观测点、测线（不锈钢丝）与测线保护管等四部分组成。

一、端点：它由墩座、夹线装置、滑轮、重锤联接装置及重锤等部件组成（图3-17(a)、(b)）。夹线装置是端点的关键部件，它起着固定不锈钢丝位置的作用。为了

不损伤钢丝，夹线装置的 V 形槽底及压板底部嵌镶铜质类的较软金属。端点处用以拉紧钢丝的重锤，其重量视钢丝允许拉力而定，一般在 10~50kg 之间。

二、观测点：由浮托装置、标尺、保护箱组成，如图 3-18 所示。

浮托装置由水箱和浮船组成。浮船置入水箱内，用以支承钢丝。浮船的大小（或排水量）可以依据引张线各观测点间的间距和钢丝之单位长度重量来计算。一般浮船体积为排水量的 1.2~1.5 倍，而水箱体积为浮船体积的 1.5~2 倍。

标尺系由不锈钢制成，其长度为 15cm 左右。标尺上的最小分划为 1mm。它固定在槽钢面上，槽钢埋入大坝廊道内，并与之牢固结合。引张线各观测点的标尺基本上位于同一高度面上，尺面应水平，其刻划线平行于引张线。

保护箱用于保护观测点装置。同时也可以防风，以提高观测精度。

三、测线及其保护管：测线一般采用直径为 0.6~1.2mm 的不锈钢丝（碳素钢丝），在两端重锤作用下引张为一直线。保护管保护测线不受损坏，同时起防风作用。保护管可用直径大于 10cm 的塑料管，以保证测线在管内有足够的活动空间。

引张线法中假定钢丝两端固定不动，因而引张线是基准线，由于各上之标尺是与坝体固连的，所以对于不同的观测周期，钢丝在标尺上的读数变化值，就直接表示该观测点的位移值。观测钢丝在标尺上的读数的方法很多，现介绍读数显微镜法。该法是利用刻有测微分划线的读数显微镜进行的，测微分划线最小刻划为 0.1mm，可估读到 0.01mm。由于通过显微镜后钢丝与标尺分划线的像都变得很粗大，所以采用由测微分划线量取标尺分划（靠近钢丝的一根分划）左边缘与钢丝左边缘的距离(a)，然后再用测微分划线量取它们右边缘之间的距离(b)，此两距离的平均值即为标尺分划中心与钢丝中心的距离，将它们加应到相应的标尺整分划值上即量得钢丝在标尺上的读数。

图 3-19 给出了观测情况与读数显微镜中成像情形。如图中， $a=0.30\text{mm}$ ， $b=1.40\text{mm}$ ，故标尺刻划中心与钢丝中心之间距离为 $\frac{a+b}{2} = 0.85\text{mm}$ ，因为相应的标尺整刻划为 71mm，因此钢丝在标尺上的读数应为 $72+0.85=72.85\text{mm}$ 。

通常观测是从靠近端点的第一个观测点开始读数（读一次）依次观测到测线的另一端点，为一个测回，每次观测三个测回。各测回之间应轻微拨动中间观测点早的浮船，使整条引张线浮动，待其静止后，再进行下一测回观测。各测回间互差的限差为 0.2mm。

为了使标尺分划线与钢丝的像能在读数显微镜现场内同样清晰，观测前加水时，应调节浮船高度到使钢丝距标尺面 0.3~0.5mm 左右。

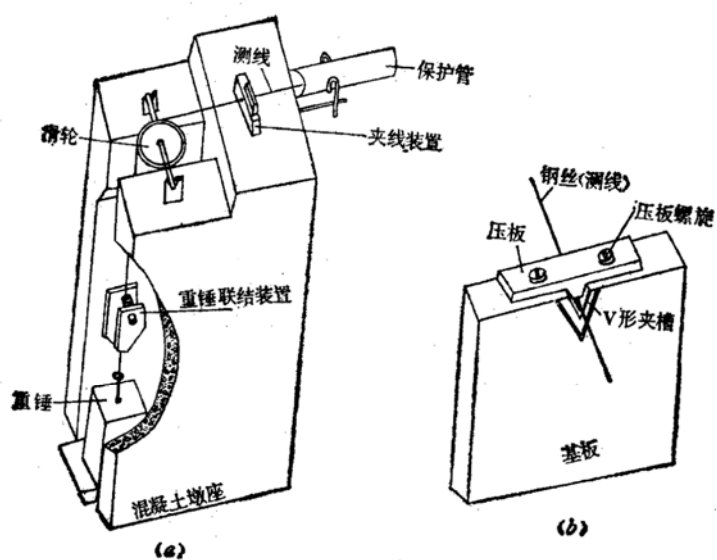
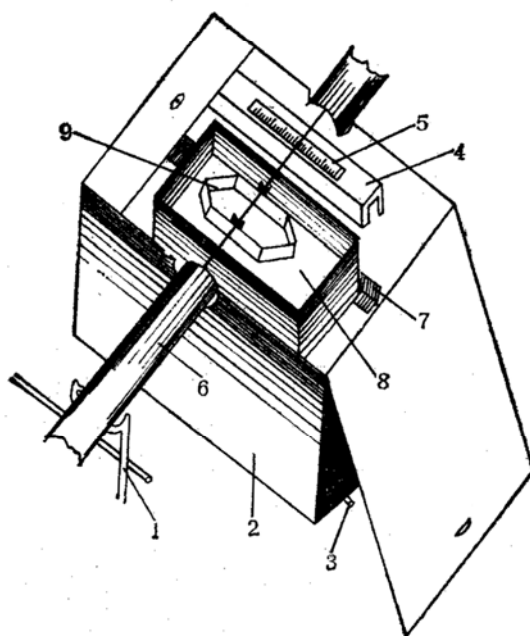


图 3-17



1—保护管支架 2—保护箱 3—钢筋 4—槽钢 5—标尺
6—测线保护管 7—角钢 8—水箱 9—浮船

图 3-18

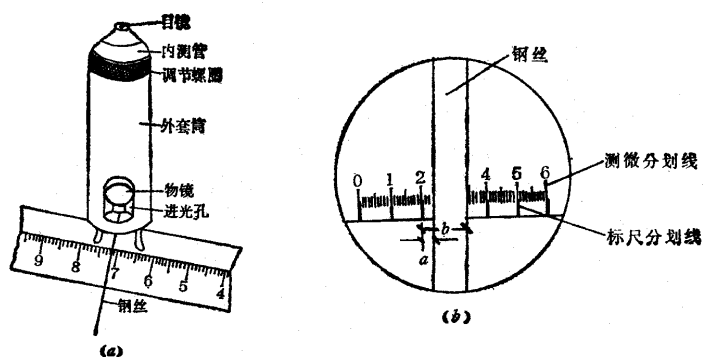


图 3—19

由图 3-20 可以看出： $a=d+K$ ， $b=D+K$ ， D 和 d 分别为钢丝粗度和标尺刻划线粗度，而 $b-a=(D+K)-(d+K)=D-d$ 。这一数值表示钢丝粗度与标尺刻划线粗度之差，这个差数在同一观测点应为一常数，其数值可用作检查读数是否有误，同时也反映读数的精度。

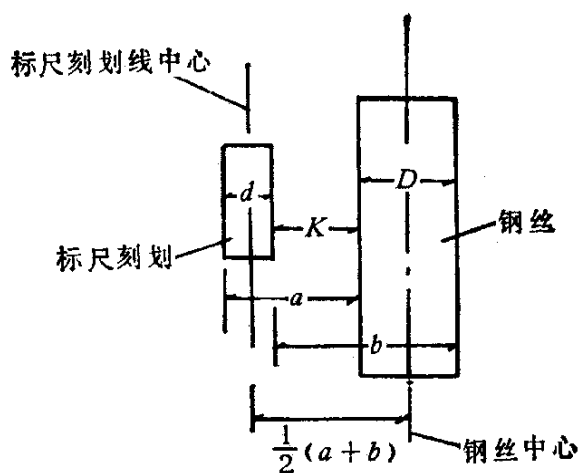


图 3—20

根据生产单位对引张线大量观测资料进行统计分析的结果，计算得一次观测（三测回观测平均值）的中误差为 0.03mm。由此可见引张线测定水平位移的精度是较高的。

§ 3-6 导线法测定建筑物的位移

基准线法对于直线型建筑物的位移观测具有速度快、精度高的优点，但对于非直线型建筑物，如重力拱坝、曲线型桥梁以及一些高层建筑物的位移观测就不如导线测量法、前方交会法以及地面摄影（见第十四章）等方法有利；这些方法可以同时测定建筑物上某观测点在两个方向的位移（即在水平面内的位移）。

与一般测量工作相比，由于变形观测是通过重复观测，由不同周期观测成果的比较中确定观测点的位移；因此这种导线在布设、观测以及计算诸方面都具有其自身的特点。

一、导线的布设

应用于变形观测中的导线，是两端不测定向角的导线。可以在建筑物的适当位置（如重力拱坝的水平廊道中）与高度上布设。其边长歌舞剧现场的实际情况确定。导线端点的位移，在拱坝廊道内可用倒锤线来控制，在条件许可的情况下，其倒锤点可与坝外三角点组成适当的联系图形，定期进行观测以验证其稳定性。图 3-21 为在拱坝水平廊道内进行位移观测而采用的导线布置形式示意图。

导线点上的装置，在保证建筑物位移精度的情况下，应稳妥可靠。它由导线点装置（包括槽钢支架、特制滑轮拉力架、底盘、重锤和微型觇标等）及测线装置（为引张的因瓦丝，其端头均有刻划，供读数用。固定因瓦丝的装置愈牢固，则其读数愈方便且读数精度愈稳定）等组成。其布置形式如图 3-22(a)。图中微型觇标供观测时照准用，当架设仪器时可取下。其顶部刻有中心标志供边长丈量读数时用，如图 3-22(b)所示。

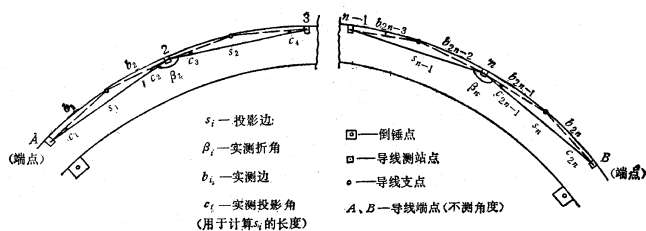


图 3-21

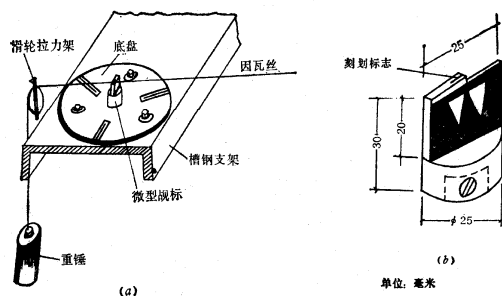


图 3-22

二、导线的观测

在拱坝廊道内，由于受条件限制，一般布设的导线边长较短，为减少导线点数，使边长较长，可由实测边长(b_i)计算投影边长（见图 3-21）。实测边长(b_i)应用特制的基线尺，其长度与边长相适应，测定两导线点间（即两微型觇标中心标志刻划间）的长度。为减少方位角的传算误差，提高测角效率，可采用隔点设站的办法，即实测转折角（ β_i ）投影角（ c_i ）（图 3-21）。

三、导线的平差与位移值的计算

导线两端不观测定向角 β_0 ， β_n （图 3-23（a））。其首次观测测定了边长 $S_1, S_2, \dots, S_n$ 与转折角 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1}$ ；且按导线计算出各点的坐标作为基准值。以后各周期观测除观测各边边长 $S_1, S_2, \dots, S_n$ 与转折角 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1}$ 外，还要测定端点 A, B 的变化值（ $\delta_{xA}, \delta_{yA}, \delta_{xB}, \delta_{yB}$ ）；此时 A, B 分别位移到 A', B' ，为计算与使用方便，坐标系统选定初始的闭合边 AB 为 x 轴， A 为原点，如图 3-23(a) 所示。

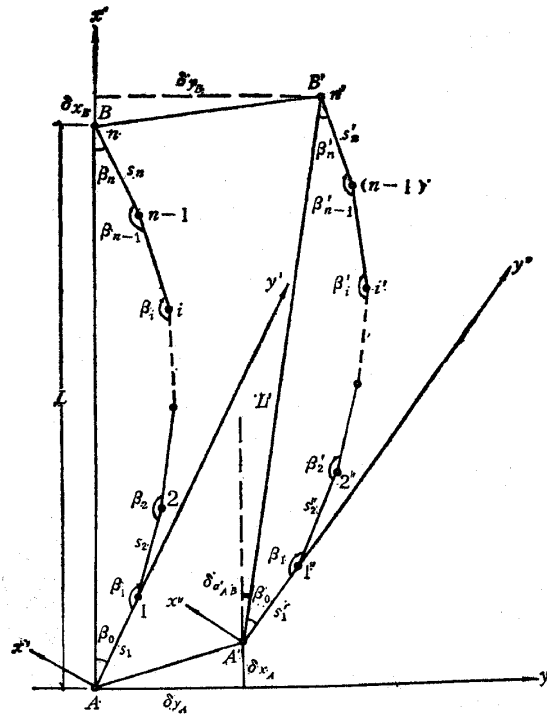


图 3-23(a)

首次观测后，按假定的坐标系统计算支导线各点的坐标值（基准值）由 A, B 两点的坐标可反算出 AB 边长 L ；进行以后各周期观测后，又可求得导线各点的坐标，由其两端点 A, B 的坐标同样可以反算出该边的边长 L' ；假如点位无变动，且测量也无误差时，则 $L' = L$ 。实际上测点点位（包括端点）是变动的，同时测量也不可

避免地存在误差, 故 $L' \neq L$ 。若对端点的变动进行测定, 并将其改正数 ΔL 施加到 L' 上, 则在测量误差限度内将有 $L' + \Delta L = L$, 即以后各周期导线观测成果应满足一边长条件 (因导线两端未测定向角所以不产生方位角条件)。其条件式为 (10-36) 式的形式, 即在假定的坐标系统中表示为:

$$\sum_1^n \cos a_i ds_i + \sum_1^{n-1} y_i \frac{d\beta_i}{p} + \varpi = 0$$

式中 a_i 、 y_i 、 ω 分别为在假定坐标系统中所计算的导线各边之方位角、各点的 y 坐标及其闭合差。然后按下式确定量边和测角的权。

$$ps_i = \frac{1}{S_i}, p\beta = \frac{u^2}{m\beta_i}$$

再由条件式组成法方程式, 解算法方程式即可求得联系数, 从而求得各观测值的改正数, 然后求出各点的坐标值 $x_i^{(k)}, y_i^{(k)}$ (k 表示第 k 次观测), 将求得坐标值与相应的基准值 $x_i^{(x)}, y_i^{(I)}$ (I 表示首次观测) 比较, 则可求得各点的相对位移值 δx_i 与 δy_i 。

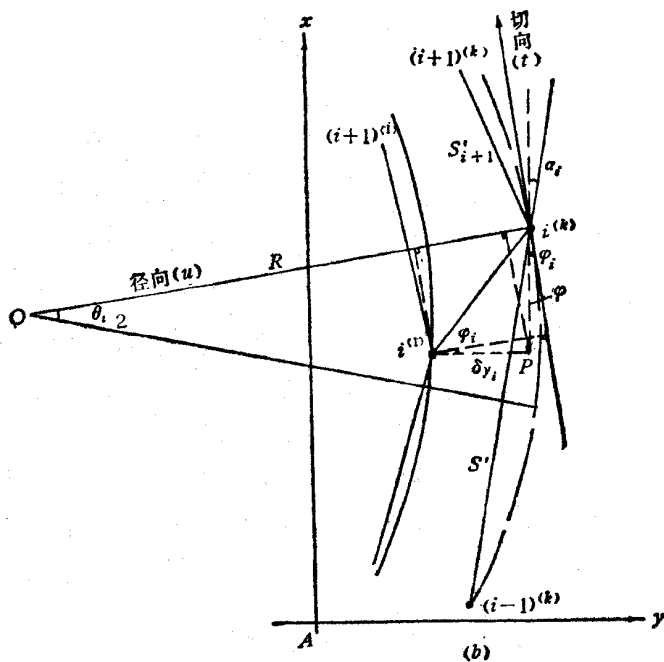


图 3-23(b)

如图 3-23(b)所示, $i^{(I)}$ 表示导线中 i 点首次观测点位, $i^{(k)}$ 表示导线中 i 点第 k 次观测

点位, 则 $i^{(0)}$ 为 i 点的位移, 其位移值在假定坐标系中的两个分量为 $i^{(0)}p = \delta y^i$, 与 $i^{(k)}p = \delta x$, 其分另与第 i 点的切、径向位移 $\delta t_i^{(k)}$ 与 $\delta u_i^{(k)}$ 之夹角为 φ_i ; 从图中的几何关系可知:

$$\varphi_i = \frac{\theta_i}{2} - a_i = \sin^{-1} \frac{S'_i}{2R} - a_i,$$

式中, θ_i 为与边长 S'_i 相应的弧长所对的圆心角 (近似地认为各导线点均位于圆周上), R 为拱坝的曲率半径; 然后将 $\delta x_i, \delta y_i$ 及 φ_i 代入坐标转轴关系式:

$$\left. \begin{aligned} \delta t_i^{(k)} &= \delta x_i \cos \varphi_i - \delta y_i \sin \varphi_i \\ \delta u_i^{(k)} &= \delta x_i \sin \varphi_i + \delta y_i \cos \varphi_i \end{aligned} \right\}$$

即可求得 i 点经第 k 次观测后这切向与径向位移值。

§ 3-7 前方交会法测定建筑物的位移

前方交会的测站点标志采用如同视准线端点结构相同的观测墩 (参见图 3-2)。观测时应尽可能选择较远的稳固的目标作为定向点, 测站点与定向点之间的距离一般要求不小于交会边的长度。观测点应埋设适用于不同方向照准的标志。对于高层建筑物的观测, 为保持建筑物的美观, 可在其建造时采用预埋设备, 作业时将标心安上, 作业完后可取下。观测点标志图案可采用同心圆式样。

前方交会法通常采用 J1 型经纬仪用全圆方向测回法进行观测。观测点位移值的计算通常不采取计算各观测点的坐标, 用比较不同观测署期的坐标求位移值的办法; 而是根据观测值的变化直接计算位移值。

当我们欲求第 k 次观测相对第一次观测的位移值时, 我们可以把第一次观测的坐标看成第 k 次观测时坐标的近似值, 由两观测周期方向观测的差数 (这时我们把它看作观测值) 直接通过平差求得其坐标变化量 (即观测点位移值)。由控制测量学中未知数的展开式, 可知:

$$\left. \begin{aligned} -\delta_x &= [pal]Q_{11} + [pbl]Q_{12} \\ -\delta_y &= [pal]Q_{21} + [pbl]Q_{22} \end{aligned} \right\}, \quad (3-18)$$

令

节中所述的类似公式进行计算。

对用基准线法观测的建筑物（如大坝或大桥）在有条件时（端点方向上地势比较平坦、开阔）可用检核方向线法，这个方法是利用端点连线的延长线来检核端点的稳定性。在两端点 A、B 的延长线上，布设两条检核方向线（图 3-24），每条检核方向线由 4~5 个点组成，各点间的距离为 24m 或 24m 的整倍数。这些点（图中 T、1、2、3、4、5、6、M 等）的位置应选在地质条件良好，最好在承压范围以外的地方，各点上均建造类似工作基点结构的观测墩。

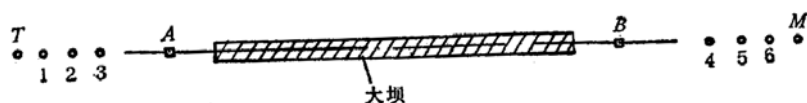


图 3-24

每次在检核 A、B 点之前，首先对检核方向线上之各点是否变动进行检测，检测时，可用不同的组合方向线，如图中可用 T—3 方向线来检核 1、2 点，用 1—3 方向线来检核 T、2 点，用 2—3 方向线来 T、1 点……并同时用因瓦尺来丈量各点间的距离，以鉴定判断的正确性，从中找出稳定点。根据稳定点用视准线法来检核 A、B 两端点的位移。

基准点也可采用深埋入基岩以下的倒锤线装置，它是利用钻孔民，将垂线（直径 0.8~1.0mm 的不锈钢丝）一端的连接锚块深埋到基岩之中。垂线另一端与一浮体相连拉，垂线在浮力的作用下被拉紧，始终可以回复到铅直的位置上，并静止于该位置，从而提供了在基岩下一定深度的基准点。图 3-25 为倒锤线装置示意图。

倒垂线装置的关键是钻孔必须基本铅直，要保证使垂线在钻孔内能自由活动的有效空间。

倒垂线的位置应与欲检核的工作基点相适应，利用在工作基点的观测墩（有强制对中装置）上的坐标仪可同时测定工作基点相对于垂线的两个坐标值（x、y），比较其不同观测周期的坐标，即可求得工作基点的位移值。

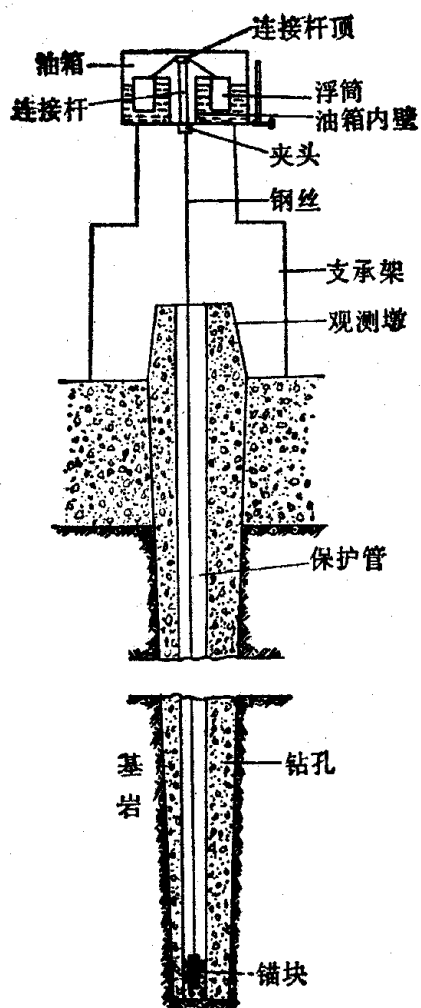
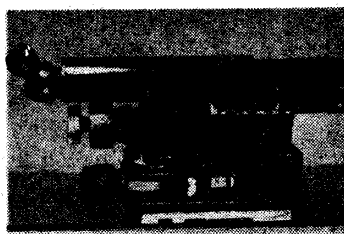


图 3-25

坐标仪分机械式与光学式两种，图 3-26 为国产的光学式坐标仪。仪器下部有一可供望远镜前后（纵向）移动的凹型槽板，目镜端的下部有一套固定和微动用的螺旋，螺旋下有一游标尺。



(a) 俯视图



(b) 侧视图

凹型槽板下另设有供望远镜左右（横向）移动的装置，及固定和微动用的螺旋，其下也设有一游标尺。

望远镜设计有使钢丝的影象旋转 90° 的光学系统。观测时从两个方向移动仪器的望远镜，用微动螺旋精确照准垂线。当照准垂线后，在目镜视场中可以看到两根正交的钢丝影象，如图 3-27 所示。

坐标仪下部为基座，其上附有圆水准器，可以整平仪器，其座置于观测墩上可以强制对中。

利用坐标仪进行观测时，将仪器安置在强制对中底盘上。整平仪器，检查钢丝是否有足够的张力，待钢丝静止后，用坐标仪对钢丝观测三测回。每一测回应使仪器从不同移动方向照准钢丝两次，两次读数差不超过 0.3mm ，各测回观测值之差也不超过 0.3mm 。

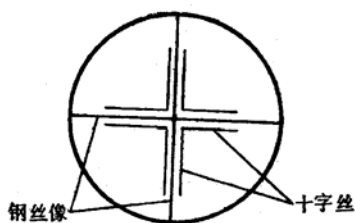


图 3-27

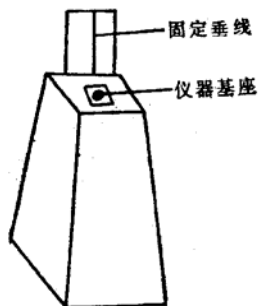


图 3-28

每次观测前后，应在专用的仪器墩上（如图 3-28）对仪器进行检查。其作法是用上述操作方法对固定垂线进行读数，以首次观测前后的读数平均值减去本次观测前后的读数平均值，作为本次观测的改正数。

§ 3-9 基准点 * 稳定性的统计检验

无论是远离建筑物设置的基准点，或是深埋的倒垂锚块，在把它们当作稳定不变的固定点之前，应对它们的稳定性进行检查。较常采用的方法是把若干个基准点联合组成一个三角网，定期地（一年或几年）进行重复三角测量，计算它们的坐标，用统计检验的方法来判断它们点位的稳定性。

由于你们事先无法预知哪些点是稳定的，因此在处理各周期三角测量成果时，我们不能事先给出已知数据，平差计算时必须采用自由网（没有已知数据）平差方法。

由不同周期观测的计算成果检验点位稳定性的基本思想是：假设在两个观测周期期间，网中所有基准点均没有变动，那么可以把两个周期的观测看成是对同一网进行的两次连续观测，由这两次观测资料所求得的两级基准点坐标可以看成是一组双观测值，则利用由双观测值之差求方差的方法可按（2-19）式计算观测值的单位权方差估值 θ^2 ，在这里 d 为两次观测的坐标差矢量。

大家知道，对基准点组成的控制网，根据每一周期观测的成果，也可以计算单位权方差的估值

$$\left. \begin{aligned} u_1^2 &= \frac{(V^T PV)^1}{f_1} \\ u_j^2 &= \frac{(V^T PV)^j}{f_j} \end{aligned} \right\} \quad (3-21)$$

上式中我们分别用上标 1、j 表示不同的两个周期观测的成果。一般情况下两个不同周期观测的精度是相等的（必要时需进行验证），与（2-21）式一样，可以将 u_1^2 与 u_j^2 联合起来求一个共同的单位权方差估值，亦即

$$u^2 = \frac{(V^T PV)^1 + (V^T PV)^j}{f}, \quad (3-22)$$

式中 $f=f_1+f_j$

如果我们的假设：“两次观测期间点位没有变动”是正确的，则由坐标差所算得的 θ^2 与由（3-22）式所计算的估值 u^2 应来自同一母体。为了检验这一假设的正确性，我们用 F 检验法，检验这两个方差的同一性。

应用与（2-22）式同样的方法，作统计量

$$F = \frac{\theta^2}{u^2}, \quad (3-23)$$

它是一个自由度为 f_θ ， f 的 F 分布变量。故可用下式

$$P(F > F_{1-a}, f_{d,f} / H_0) = a \quad (3-24)$$

来检验“点位没有变动”的假设。置信水平 a 通常采用 0.05；由 a 与自由度 f_d, f ， f 可以从统计检验书籍的F分布表中查得分位值 $F_{1-a}, f_{d,f}$ 。

当统计量 F 小于其分位值时，则表明我们滑有足够的证据来怀疑原假设，因而接受原假设即认为基准点的稳定的，变形分析却告完成（参见 § 2-5 算例）。

当统计量 F 大于分位值时，则必须拒绝原假设，亦即认为基准点发生了变动。在这种情况下，是所有的基准点都发生变动，还是其中一部分发生变动，如果其中还有一部分点没有变动，我们又如何设法找出它们。为了解决这个问题，将所有基准点分成两组，亦即将坐标差矢量 d 分成：

$$d^T = \begin{bmatrix} d_F^T & d_M^T \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

式中，下标 F 表示我们估计可能稳定的点， M 则表示可能移动的点。在这种情况下，自然相应地有

$$P_d = \begin{bmatrix} P_{FF} & \vdots & P_{FM} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ P_{MF} & \vdots & P_{MM} \end{bmatrix} \quad (3-26)$$

为了采用前面所述的检验方法，就需要分别根据 F 组与 M 组中的点来作为双观测值，计算其单位权方差估值。由于两组之间的数差 d 是相关的，也即 $P_{FM}=P_{MF} \neq 0$ 。为此我们按下式进行变换：

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}_M &= d_M + P_{MM}^{-1} P_{MF} d_F \\ \bar{P}_{FF} &= P_{FF} - P_{FM} P_{MM}^{-1} P_{MF} \end{aligned} \right\} \quad (3-27)$$

由此获得

$$d^T P_d d = d_F^T \bar{P}_{FF} d_F + \bar{d}_M^T P_{MM} \bar{d}_M \quad (3-28)$$

这样就将 $d^T P_d d$ 分成两项，第一项可用来检验 F 这一组点的稳定性，第二项可用来检验 M 这一组点的稳定性。

在实际工作中，我们通常先假设一个点可能变动（即 M 组中只有一个点）；并选择与下式

$$\bar{d}_{Mj}^T P_{MjMj} \bar{d}_{Mz} = \max(\bar{d}_{Mi}^T P_{MiMi} \bar{d}_{Mi}) (i \text{ 为 } 1, 2, \dots, t) \quad (3-29)$$

所相应的 j 点作为可能变动的点。

在剔除 j 点后，其余点的稳定性则由统计量

$$F_1 = \frac{Q_F^2}{u^2}$$

的检验来决定，

上式中

$$Q_F^2 = \frac{d_F^T \bar{P}_{FF} d_F}{f_h}。$$

当 F_1 小于其分位值时，分析即结束，否则需继续剔除可能移动的点，继续检验直到接受原假设为止。

基准点的稳定性也可用变形椭圆的方法进行检验。在第五部分中我们曾介绍了点位误差椭圆的计算与绘制。利用类似的方法，我们可以根据所选择的置信水平，绘制置信误差椭圆，以用来检验点位的稳定性。第五部分中所介绍的误差椭圆绘制时，是由坐标的协因数（权系数）矩阵 Q 中选取相应的子矩阵，以计算与绘制误差椭圆；在变形分析中则需根据坐标差协因数矩阵 Q_d 中选取子矩阵。

§ 3-10 工作基点位移对变形值的影响

前节介绍了工作基点（包括基准线与导线的端点，前方交会的测站点）与基准点（用于检查工作基准点稳定的检查点）本身稳定性的问题。当这些确实存在位移时，对观测成果产生多在的影响，亦即如何计算由于工作基点的位移，对位移的观测值施加的改正数。

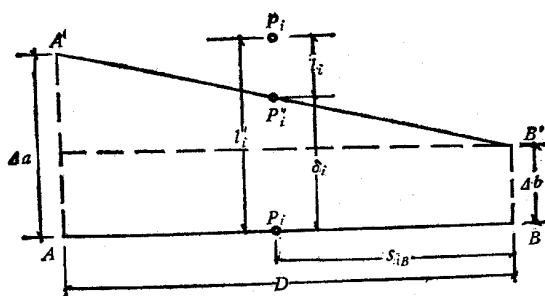


图 3-29

对于基准线观测，当端点A、B由于本身位移而变动到了A'、B'的位置时（图3-29），则对 p_i 点进行观测所得之偏离值将不再是 $l'_i(\overline{p_i p'_i})$ ，而变成 $l_i(\overline{p_i p''_i})$ 。由图

3-29 不难看出，端点位移对偏离值的影响为

$$\delta_i = l'_i - l_i = \frac{s_i B}{D} (\Delta a - \Delta b) + \Delta b \quad (3-30)$$

式中 Δa 、 Δb 分别为基准线端点 A、B 的位移值；D 为基准线 AB 的长度； s_{iB} 为观测点 p_i 与端点 B 之间的距离。

设 p_i 点首次观测之偏离值为 l_{oi} ，则改正后位移值为

$$d = (l_i + \delta_i) - l_{oi}$$

将上式的 δ_i 值代入，并令 $K = \frac{S}{D}$ ，则上式可写成

$$d = [l_i + K\Delta a + (1 - K)\Delta b] - l_{oi} \quad (3-31)$$

将上式微分，并写成中误差形式：

$$m_d^2 = m_{l_i}^2 + K^2 m_{\Delta a}^2 + (1 - K)^2 m_{\Delta b}^2 + m_{l_{oi}}^2$$

假设

$$m_{\Delta a} = m_{\Delta b} = m_{\text{端}}$$

则得

$$m_d^2 = 2m_{\text{测}}^2 + (2K^2 - 2K + 1)m_{\text{端}}^2 \quad (3-32)$$

当观测点在基准线中间时，即 $K = \frac{1}{2}$ 时，

$$m_d^2 = 2m_{\text{测}}^2 + \frac{1}{2}m_{\text{端}}^2$$

当观测点靠近端点时，即 K 近似等于 1 或 0 时，

$$m_d^2 = 2m_{\text{测}}^2 + m_{\text{端}}^2$$

从上两式可以看出，端点位移测定误差对越靠近端点的观测点的影响越大。由于靠近端点的观测点（对大坝而言）一般处于非重点观测部位上；另外，由于这些点距端点较近，因而它们的偏离值测定精度较高（即 $m_{\text{测}}$ 较小）。考虑到这些情况，可以采用位移值测定的精度要求 $\pm 1\text{mm}$ 作为对端点位移测定的精度要求，此时，位移值测定的精度仍将接近 $\pm 1\text{mm}$ 。

当前方交会的测站点产生位移时，可以将测站点的位移看作仪器的偏心，而对各交会方向施加仪器归心的改正数，然后利用改正后的方向值来计算位移量。

§ 3-11 挠度观测

在建筑物的垂直面内各不同高程点相对于底点的水平位移称为挠度。

对于高层建筑物，由于它们相当高，故在较小的面积上有很大的集中荷载，从而导致基础与建筑物的沉陷，其中不均匀的将导致建筑物的倾斜，局部构件产生弯曲和引起裂缝。对于房屋类的高层建筑物，这种倾斜与弯曲将导致建筑物的挠曲，而对于塔式建筑物，在温度和风力荷载作用下，其挠曲会来回摆动，从而就需要对建筑物进行动态观测—振动（摆动）观测。对于特高的房屋建筑，也存在振动现象，（例如美国纽约“帝国大厦”，高 102 层，观测结果表明，在风荷载作用下，最大摆动达 7.6cm）。

建筑物的挠度可由观测不同高度处的倾斜（观测方法见 § 2-3）来换算求得，如图 3-30 所示。当采用电子测斜仪观测倾斜时，则这种方法可用于进行建筑物的动态观测。为了观测建筑物的振动，也可采用专用的光电观测系统，这种方法从原理上来说与激光准直相类似，只不过在方向上旋转了 90° 。

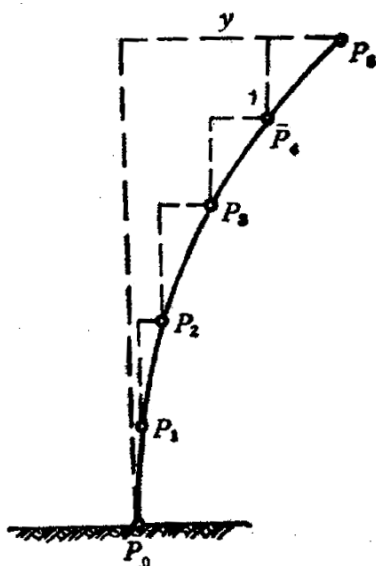


图 3-30

大坝的挠度观测采用在坝体竖井中从坝顶附近挂下一根铅垂线而直通至坝底。在铅垂线的不同高程上设置测点，以坐标仪测出各点与铅垂线之间的相对位移值，这种方法称为正垂线法。

正垂线法的主要设备包括：悬线装置、固定与活动夹线装置、观测墩、垂线、重锤、油箱等（图 3-31）。

1. 固定夹线装置——它是悬挂垂线的支点，该点在使用期间应保持不变，若万

一垂线受损而折断，支点应能保证所换垂线位置不变，当采用较重的重锤时，在固定夹线装置的上方 1m 处设有悬线装置。

固定夹线装置应装在坝顶附近人能到达之处，以便调节垂线的长度或更换垂线。

2. 活动夹线装置为多点夹线法观测时的支点，其构造需考虑不使垂线有突折变化，以免损伤垂线，同时还需考虑到在每次观测时都不改变原点位置。图 3-32 为活动夹线装置在夹线时的情况。

3. 垂线——它是一种高强度且不生锈的金属丝，垂线的粗细由本身的强度和重锤重量来决定，一般直径为 1~2.5mm。

4. 重锤及油箱——重锤是使垂线保持铅垂状态的重物，可用金属或混凝土制成砝码的形式。垂线直径为 1mm 时，重锤重量为 20kg；直径为 2.5mm 时，重锤的重量为 150~200kg。重锤上设有止动叶片，以加速垂线的静止。

油箱的作用是不使重锤旋转或摆动，亦即加大阻力以保持重锤的稳定。

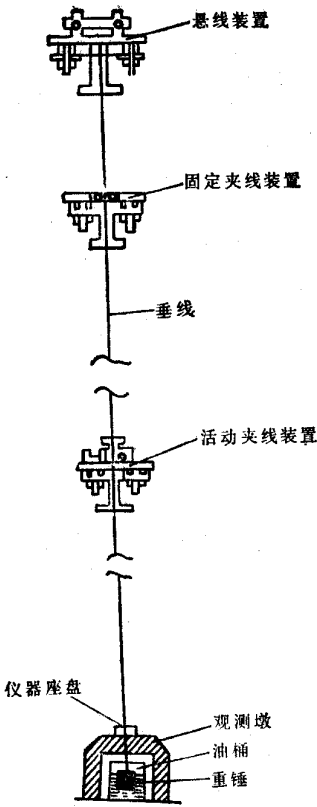


图 3-31

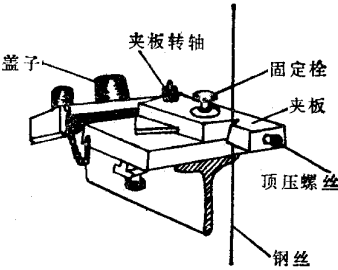


图 3-32

利用正垂线测定挠度的方法有两种：

1. 多点观测站法：如图 3-33，铅垂线自坝顶附近挂下，保持不动，在各观测

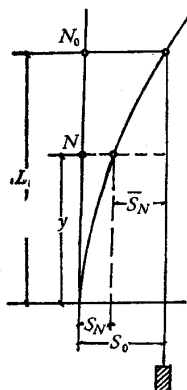


图 3-33

点上安置坐标仪进行观测，由坐标仪测得的观测值 (S_0 、 $\bar{S}_N$ 等) 为各观测点与顶点之间的相对位移，于是任一观测点 N 的挠度可按下式算出：

$$S_N = S_0 - \bar{S}_N \quad (3-30)$$

由于这种观测方法必须在每个测站设置坐标仪，在仪器不足的情况下不方便。

2. 多点夹线法：如图 3-34，将坐标仪设在垂线的最低点观测时，由在各高程上的测点 N_0 、 N_1 、 N_2 等处理设的活动夹线装置将垂线自上而下依次夹紧，在坐标仪上所得以观测值 (S_0 、 S_1 、 S_2 等) 即为各点相对最低点的挠度值。

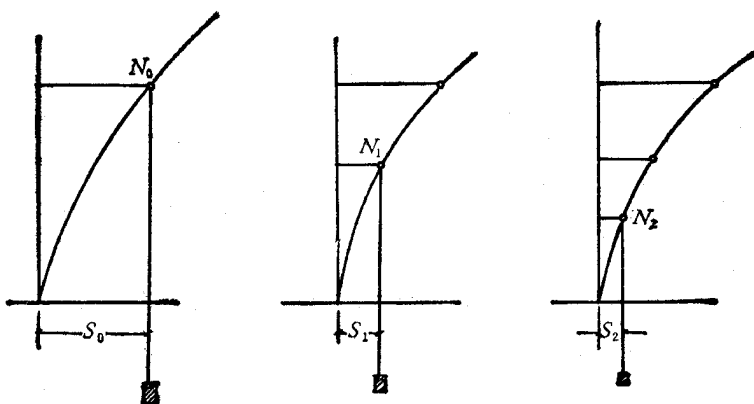


图 3-34

采用此法观测时，一般各测点观测两个测回，在每个测回中，用坐标仪先后两次照准垂线读数，其限差在 $\pm 0.3\text{mm}$ 之内时，取其平均值作为该测回的观测值，第二个测回开始前，需在测点上重新夹定垂线；在测站上重新装置坐标仪，如上法测得第二个测回的观测值。测回差应不大于 $\pm 0.3\text{mm}$ 。

这种观测方法的优点是一台坐标仪可供多处流动使用。由于观测时须在各测点处进行多次夹卡垂线损伤，易使垂线受损，此外，若活动夹线装置的构造较差，会使观测误差加大。

国产光学式坐标仪，利用强制对中设备，保证了每次安置时坐标仪上的纵（或横）尺与坝轴线相平行；这就使得挠度值的计算简单。挠度值计算时，规定位移值向上游为负，向下游为正；向左岸为正，向右岸为负。若以坝底的观测墩作为基准点，本次观测各观测点的观测值与第一次观测各观测点的观测值之差，就是各测点相对观测墩（垂线最低点）的位移值，即各测点的挠度值。

例如，某测点第一次在坐标仪的纵、横尺上测得相对观测值为 $y_0=2.2\text{mm}$ ， $x=2.6\text{mm}$ ；同一测点本次在坐标仪的纵、横尺上的观测值为 $y_i=1.6\text{mm}$ ， $x_i=1.3\text{mm}$ 。

$$\begin{aligned}\Delta y &= y_i - y_0 = -0.6\text{mm} \text{ (向上游位移),} \\ \Delta x &= x_i - x_0 = -1.3\text{mm} \text{ (向左岸位移),}\end{aligned}$$

Δy 表示挠度值， Δx 表示两相邻坝段的开合度。

§ 3-12 裂缝观测

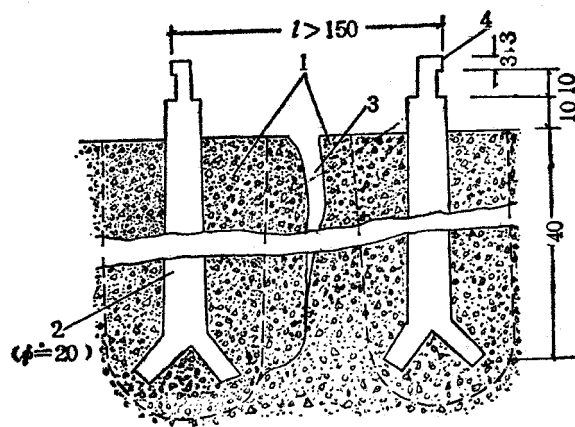
工程建筑物发生裂缝时，为了了解其现状和掌握其发展情况，应该进行观测，以便根据这些资料分析其产生裂缝的原因和它对建筑物安全的影响；及时地采取有效措施加以处理。

当建筑物多处发生裂缝时，应先对裂缝进行编号，然后分别观测裂缝的位置、走向、长度、宽度等项目。

对混凝土建筑物上裂缝的位置、走向以及长度的观测，是在裂缝的两端用油漆画线作标志，或在混凝土表面绘制方格坐标，用钢尺丈量。

根据裂缝分布情况，可以对重要的裂缝，选择在有代表性的位置上埋设标点（如图 3-35）。标点系直径为 20mm，长约 60mm 的金属棒，埋入混凝土内 40mm，外露部分为标点，在其上面各有一个保护盖，两标点的距离不得少于 150mm。

裂缝观测标点在裂缝两侧的混凝土表面上各埋一个，用游标卡尺定期地测定两个标点之间距离的变化值，以此来掌握缝宽的发展情况。



单位：毫米

1—钻孔后回填的混凝土。 2—观测标点， 3—裂缝， 4—游标卡尺卡着处

图 3-35

土坝裂缝观测，可根据情况，对全部裂缝或选择重要裂缝；或选择有代表性的典型裂缝进行观测。对于缝宽大于 5mm，或缝宽虽小于 5mm 但长度较长或穿过坝轴线的裂缝，弧形裂缝，明显的垂直错缝以及与混凝土建筑物连接处的裂缝，必须进行观测。观测的次数，应视裂缝的发展情况而定，一般在发生裂缝的初期应每天一次，在裂缝在显著发展和库水位变动较大时应增加观测次数，暴雨过后必须加测一次；只有当裂缝发展缓慢后，才适当减少观测次数。对于需长期观测的裂缝，应考虑与土坝位移观测的次数相一致。

对于混凝土大坝进行裂缝观测时，一般应同时观测混凝土的温度、气温、水温、上游水准等因素。观测次数与土坝基本上一致。但在出现最高、最低气温和上游最高水位时，或气温及上游水位变化较大时，或裂缝有显著发展时，均应增加观测次数。经过长期观测判明裂缝已不再发展方可以停止观测。

第四部分 变形观测的成果整理

§ 4-1 观测资料整理分析的目的、意义、内容和方法

欲使变形观测充当工程运营管理的耳目，起到指导工程安全使用和充分发挥工程效益的作用，除了进行现场观测取得第一手资料外，还必须进行观测资料的整理分析。

观测资料整理分析主要包括两个方面的内容：

一、观测资料的整理和整编：这一阶段的主要工作是对现场观测所取得的资料加以整理、编制成图表和说明，使它成为便于使用的成果其具体内容如下：

1. 校核各项原始记录，检查各次变形观测值的计算有无错误；
2. 对各种变形值按时间逐点填写观测数值表；
3. 绘制各种变形过程线，建筑物变形分布图。

二、观测资料的分析：这一阶段是分析归纳建筑物变形过程、变形规律、变形规律、变形幅度。分析变形的原因，变形值与引起变形因素之间的关系，找出它们之间的函数关系；进而判断建筑物的工作情况是否正常。在积累了大量观测数据后，又可以进一步找出建筑物变形的内在原因和规律，从而修正设计的理论以及所采用的经验系数。这一阶段的工作可分为：

1. 成因分析（定性分析）：成因分析是对结构本身（内因）与作用在结构物上的荷载（外因）以及观测本身，加以分析、考虑、确定变形值变化的原因和规律性；
2. 统计分析：根据成因分析，对实测数据进行统计分析，从中寻找规律，并导出变形值与引起变形的有关因素之间的函数关系；
3. 变形预报和安全判断：在成因分析和统计分析的基础上，可根据求得的变形值与引起变形因素之间的函数关系，预报未来变形值的范围和判断建筑物的安全程度。

§ 4-2 观测资料的整编

整编工作的主要内容是将变形观测值绘制成各种便于分析的图表。现将目前常用的图表介绍如下：

一、观测点变形过程线

某观测点的变形过程线是以时间为横坐标，以累积变形值（位移、沉陷、倾斜、挠度等）为纵坐标绘制成的曲线。观测点变形过程线可明显地反映出变形的趋势、规律和幅度，对于初步判断建筑物的工作情况是正常是非常有用的。

观测点变形过程线的绘制：

(一) 根据观测记录填写变形数值表。表 4-1 为位移数值表的形式。

1967 年位移数值表												表 4-1
日期 累计位移值 观测点	1 月 10 日	2 月 11 日	3 月 10 日	4 月 11 日	5 月 10 日	6 月 10 日	7 月 11 日	8 月 11 日	9 月 10 日	10 月 11 日	11 月 11 日	12 月 10 日
5#	+4.0	+6.2	+6.5	+4.2	+4.3	+5.0	+2.2	+3.8	+1.5	+2.0	+3.5	+4.0

注：表中的累计位移值以毫米为单位。

(二) 绘制观测点实测变形过程线。图 4-1 为根据表 4-1 绘制的某坝 5# 观测点的位移过程线。图中横坐标代表时间，纵坐标为观测点的累计位移值。

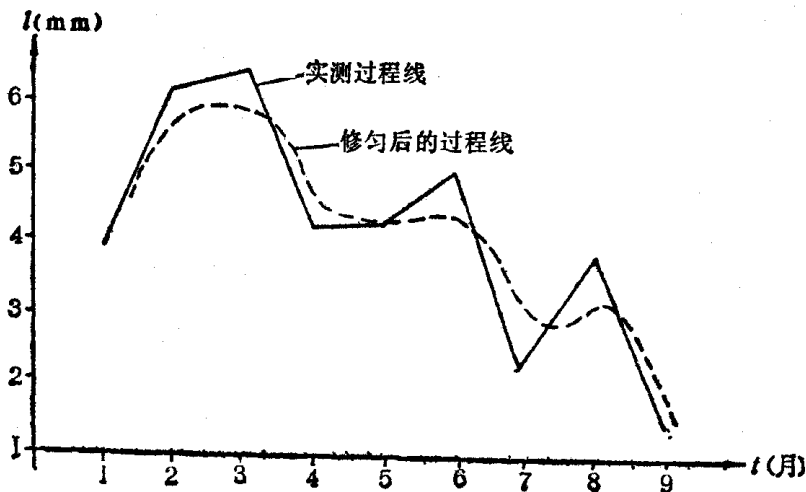


图 4-1

(三) 实测变形过程线的修匀。由于观测是定期进行的，故所得成果在变形过程线上仅是几个孤立点。直接连接这些点自然得到的是折线形状，加上观测中存在误差，就使实测变形过程线常呈明显跳动的折线形状，如图 4-1 所示。为了更确切地反映建筑物变形的规律，需将折线修匀成圆滑的曲线。常用的修匀方法为“三点法”。例如图 4-2 中 $(i-1)$ 、 i 、 $(i+1)$ 为实现变形过程线相邻的三个点，其用“三点法”修匀的步骤如下：

1. 用直尺将点 $i-1$ 和 $i+1$ 相联（图中虚线，实际工作时可不划出），求取此线

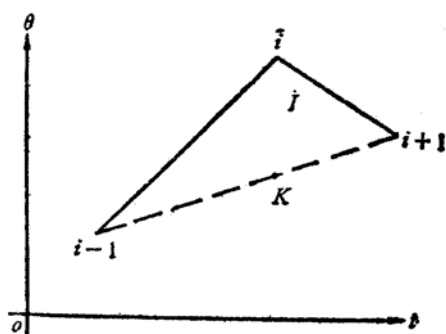


图 4-2

与过 i 点的纵坐标轴平行线之交点 K ;

2. 在直线 $\overline{iK}$ 上求取 I 点, 使 $\overline{IK} = \frac{p_i}{[p]} \overline{iK}$, 则点 I 即为 i 的修正位置; 式中

$[p] = p_{i-1} + p_i + p_{i+1}$ 而 p_{i-1} 、 p_i 、 p_{i+1} 分别为点 $(i-1)$ 、 i 、 $(i+1)$ 根据实际情况决定的权。

$$\text{当 } p_i = p_{i-1} = p_{i+1} \text{ 时, } \frac{p_i}{[p]} = \frac{1}{3};$$

$$\text{当 } p_i = 2, p_{i-1} = p_{i+1} = 1 \text{ 时, } \frac{p_i}{[p]} = \frac{1}{2};$$

$$\text{当 } p_i = 4, p_{i-1} = p_{i+1} = 1 \text{ 时, } \frac{p_i}{[p]} = \frac{2}{3}。$$

由点 1、2、3 修正点 2, 由点 2 (原测点位)、3、4 修正点 3... 将各修正点用圆滑曲线联接起来, 即得到修匀后的过程线。图 4-1 中虚线即为用“三点法”进行修匀后的过程线, 修匀中假定权为 $p_i = 4, p_{i-1} = p_{i+1} = 1$ 。

图 4-3 为某坝变形过程线的实例。

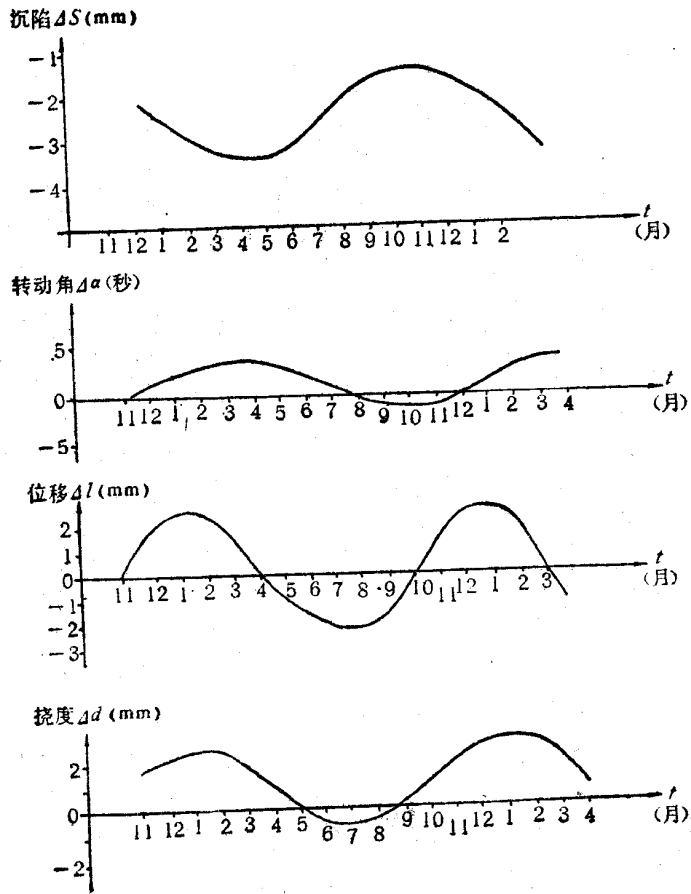


图 4-3

在实际工作中，为了便于分析，常在各种变形过程线上画出与变形有关因素的过程线，例如库水位过程线，气温过程线等。图 4-4 为某土石坝 160m 高程处沉陷点的沉陷过程线。图上给出了气温过程线。因为横坐标（时间）是两个过程线公用的，故画在两个过程线的中间。

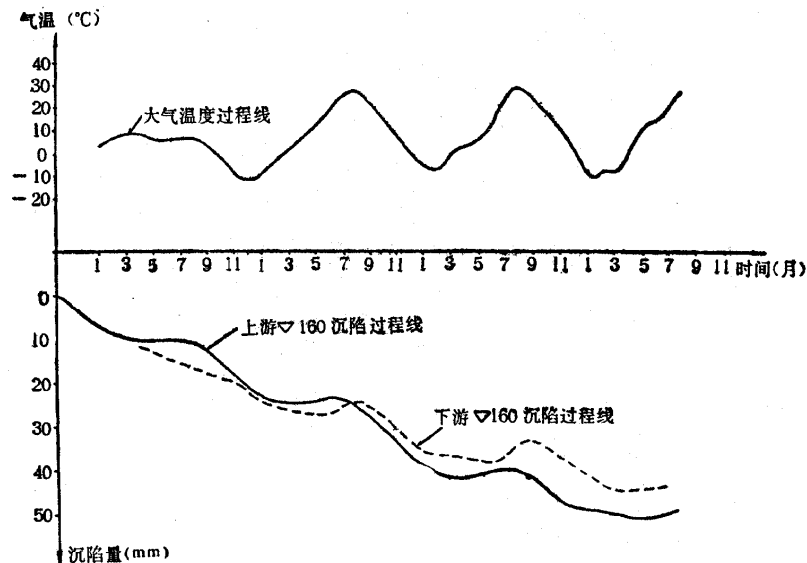


图 4-4

二、建筑物变形分布图

能够全面地反映建筑物的变形状况。下面介绍几种常用的变形分布图：

(一) 变形值剖面分布图。这种图是根据某一剖面上各观测点的变形值绘制而成的。图 4-5 为拱坝坝顶水平面上的变形状况，图 4-6 上同时绘制了某混凝土坝坝顶与挑水鼻坎两个高程处的水平剖面上的水平位移情况。图 4-7 为绘有三个不同高程的水平剖面上的沉陷情况。图 4-8 为根据某坝竖直剖面上各观测点的水平位移绘制而成，它反映了建筑物的挠曲情况。

(二) 建筑物(或基础)沉陷等值线。为了了解建筑物或基础沉陷情况，常绘制沉陷等值线图。图 4-9 为某土坝的沉陷等值线。为了了解建筑物或基础沉陷情况，常绘制沉陷等值线图。图中沉陷量的单位为厘米。

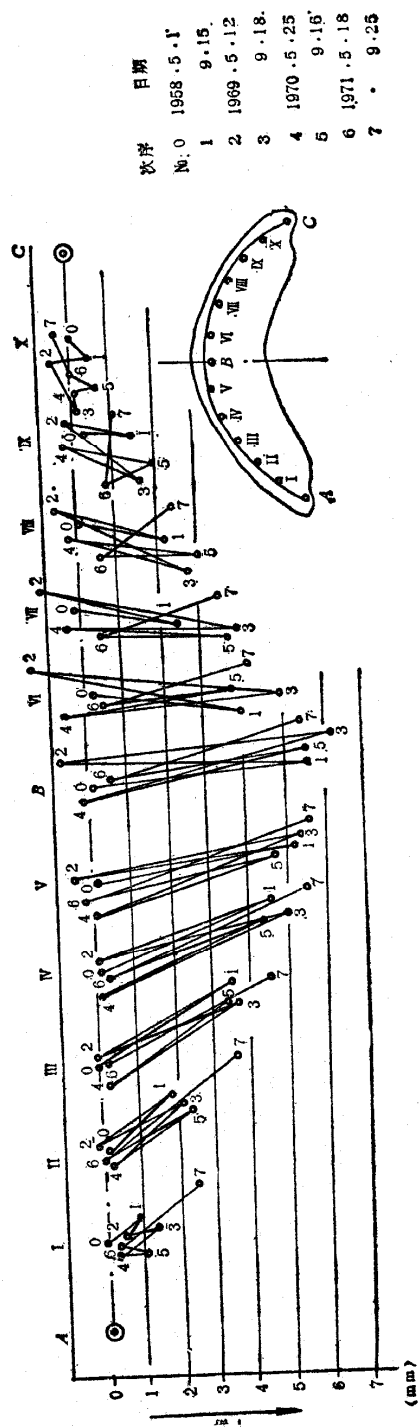


图 4-5

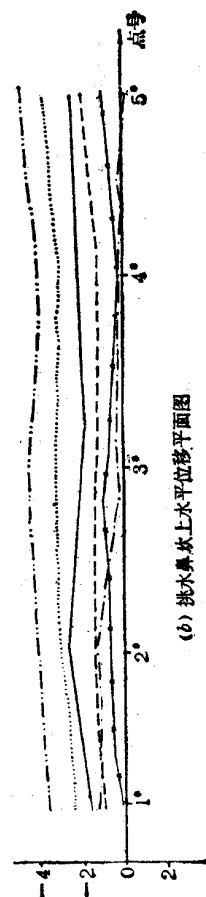
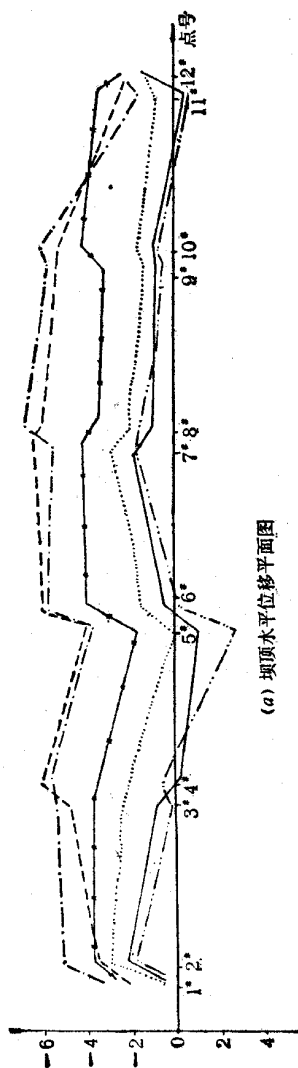


图 4—6

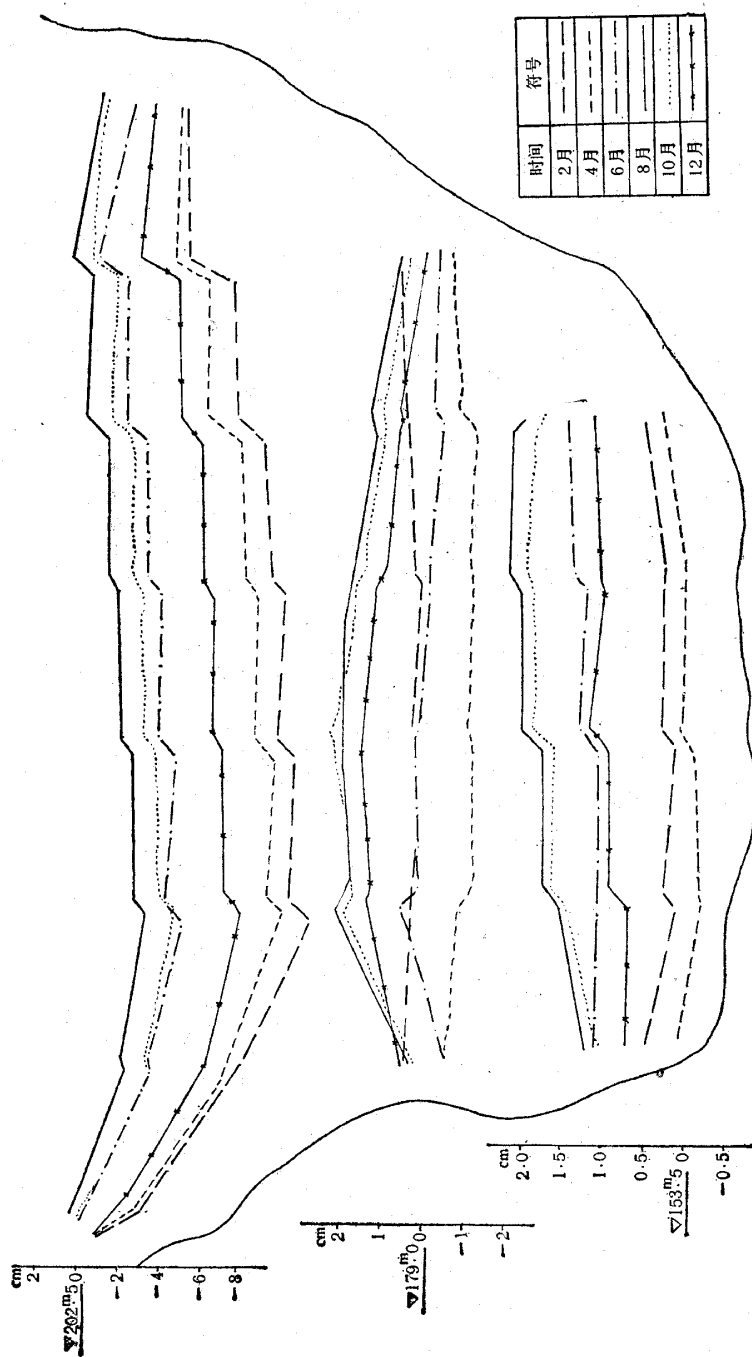


图 4—7

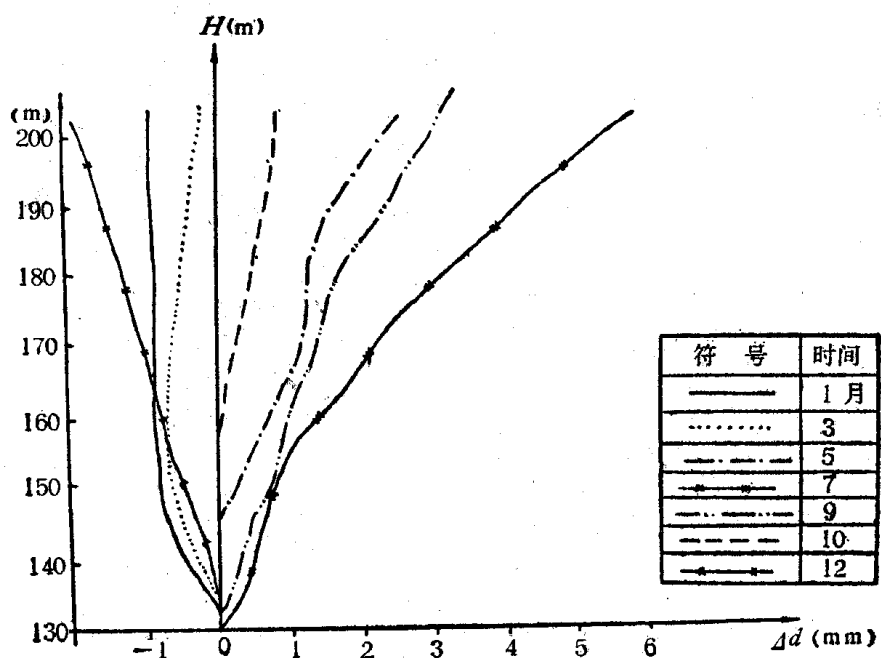


图 4—8

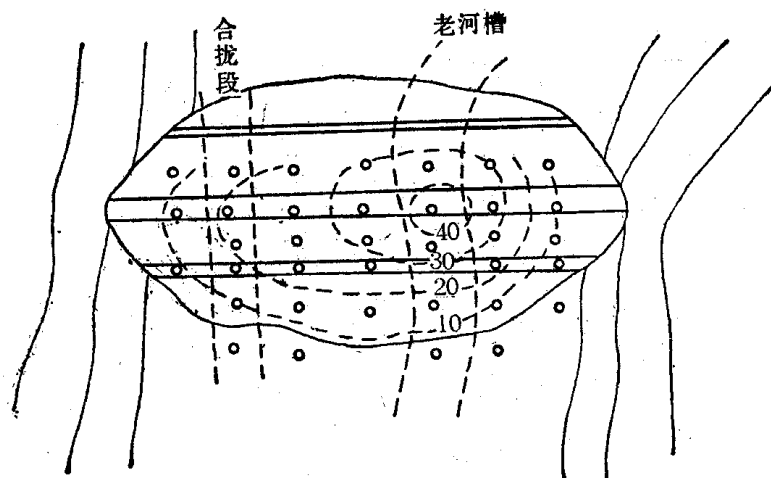


图 4—9

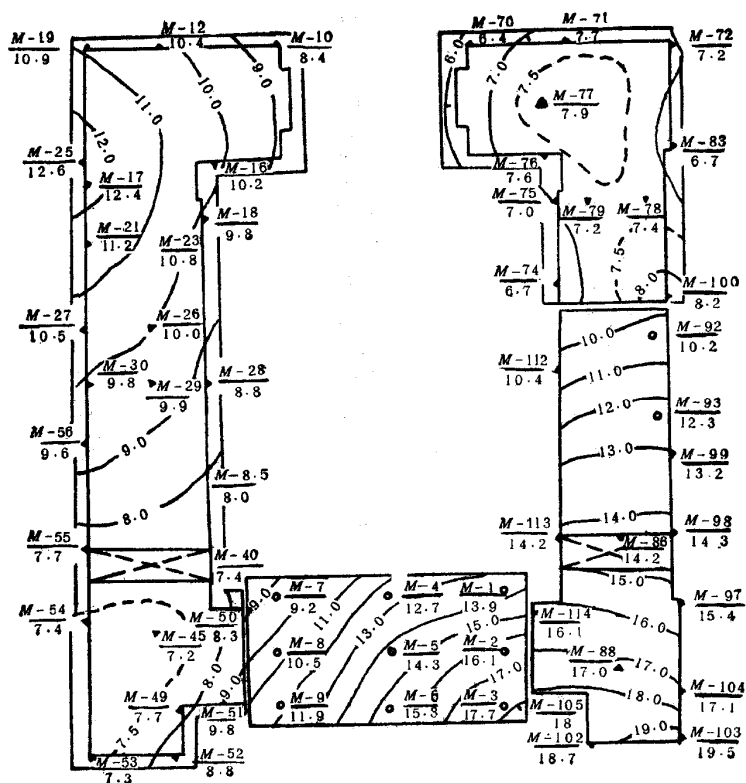


图 4-10

§ 4-3 观测值的统计规律及其成因分析

根据实测变形值整编的表格和图形,显示了变形的趋势、规律和幅度。例如从图 4-3 的某混凝土坝各种变形过程线可以明显地看出坝的年周期变形规律,由其近似正统曲线的情况可看出建筑物的变形是一个弹性变形。对于图 4-4 的土石坝的沉陷过程曲线,则可看出虽然建筑物也有年周期性的沉陷变化,但其下沉过程却一直在继续。

在整编的变形数值表上可以看出各种变形的年变幅,例如由表 4-1 可以看出某坝 5# 观测点处建筑物的年变幅为 5mm。

在经过长期的观测,初步掌握了变形规律后,可能绘制观测点的变形范围图。绘制时,可先绘制观测点变形过程曲线,然后用 2 倍的变形值的中误差绘制变形值的变化范围,变形范围图可以用来初步检查观测是否有粗差,同时也可初步判断建筑物是否有导演变形。图 4-11 为某坝 5# 观测点的变形范围图。

利用长期观测掌握的建筑物变形范围的数据资料来判断建筑物的运营中否正

常，这在一般情况下是可行的。但对异常情况，例如大坝遇到特大洪水，变形值超过变化范围时的观测资料用业判断坝体是否正常就缺乏必要的理论根据。此外，这种方法也无法对变形的原因作出解释。

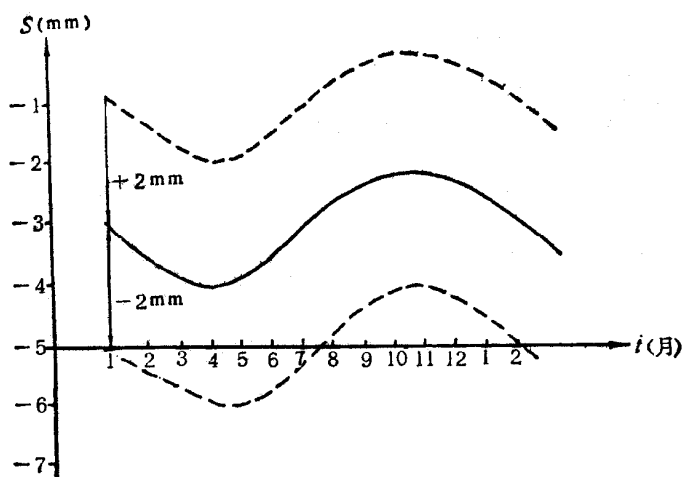


图 4-11

要搞清变形的规律，必须分析引起变形的因素。现对大坝的变形原因进行讨论如下：

一、静水压力

静水压力作用下，由于坝体不同高度处不同的水平推力的作用，使坝体产生挠曲变形 b (图 4-12 (a))。

(二) 由于水库水压以及坝底压力的作用，使坝体产生向下游转动而引起的变形 r (图 4-12 (b))。

(三) 由于水库水体的重力作用使库底变形，引起坝基向上游转动而引起的变形 u (图 4-12 (c))。

(四) 由于剪应力对坝底接触带的作用，在静水压力作用下产生的滑动 s (图 4-12 (d))。对重力坝来说，滑动是绝对不允许产生的，因为滑动就意味着坝体失去稳定，有毁坏的危险。

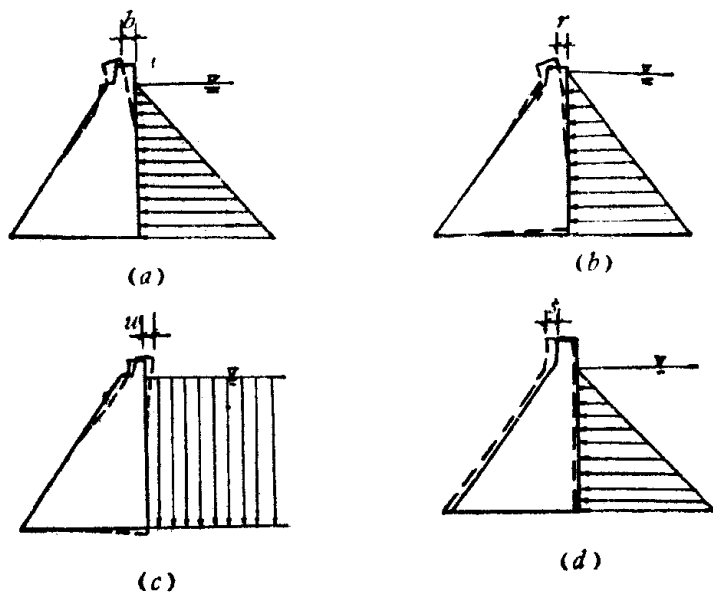


图 4—12

二、坝体的温度变化

坝体上、下游混凝土温度变化是不同的，例如在夏季，坝下游面混凝土由于烈日的暴晒，其温度高于气温，但在坝的上游面，大部分混凝土浸在库水面之下，其温度将低于气温。在冬季，情况恰好相反。这种现象可以使坝体产生季节性摆动（见图 4-13）。坝体温度变化引起混凝土的收缩与膨胀是坝顶沉陷的主要原因。

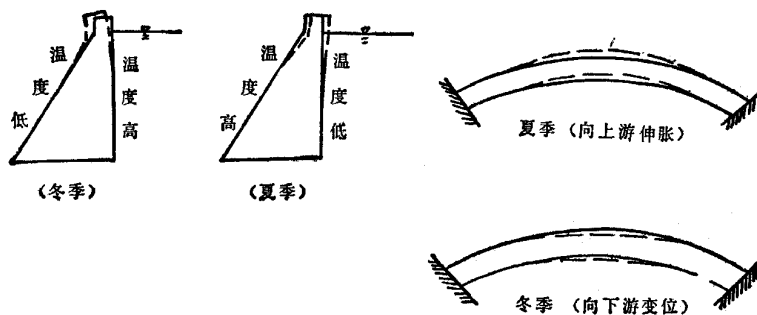


图 4—13

对于运营初期的大坝，坝体本身混凝土产生的放热升温与冷却降温，也将使坝体产生不同的变形。

三、时效变化

时效变化是由于建筑材料的变形（例如混凝土的收缩、徐变）以及基础岩层在荷载作用下引起的变形所产生的。它的特点是方程式期与运营初期比较大，随着时间的推移而渐趋稳定。时效变化为不可逆变形。

我国水库，由于水量来源一般是在春、夏季节，故这时水位逐渐升高，到秋冬季节时水位下降，呈现以年为周期的变化。由于大气气温与水库水温（它也与气温有关）所引起的坝体混凝土温度也呈年周期变化。水库水位与混凝土温度的这种季节性的周期变化，造成了坝体变形的周期性变化（图 4-3）。

时效变化在土石坝沉陷过程线（图 4-4）中明显地看出，在许多混凝土坝变形成果分析中，也证实了时效变化的明显存在。

根据我国水坝观测资料分析可知，对于坝顶的位移，温度影响往往比水位影响大。坝顶沉陷的主要因素是温度和水位的变化。对于坝基来说，库水位变化是垂直位移和倾斜变形的主要因素，而温度影响可以忽略。

§ 4-4 一元线性回归分析

在 § 4-3 中，我们分析了引起建筑物变形的因素，并定性地对变形值所呈现的规律作了解释。但是这种定性分析还不能对未来的变形值作出预报，也不能据此作出建筑物是否安全的判断。为了对未来的变形值作出预报，必须找出引起变形的因素与变形值之间的内在联系与统计规律。如前节所分析的那样，静水压力（其大小取决于库水位）对坝体变形的影响是非常复杂的，它们之间很难用一种数学表达式精确地表示出来。此外，坝体温度的变化本身也无法计算出外界温度对坝体的影响有多大，它对混凝土温度的影响范围（厚度）有多大。最后，由于建筑物变形观测的本身也存在误差，这些都使我们无法用精确的数学公式来表达引起变形的因素与变形值之间的关系。亦即它们之间的关系具有某种不确定性。这就需要我们用统计的方法，在大量试验与观察中，寻找隐藏在随机性后面的统计性规律，在这方面目前应用较多的是回归分析法。

回归分析是数理统计中处理变量之间关系的一种常用方法。处理两个变量之间关系的回归分析称一元回归分析，当两个变量之间的关系为线性时，则称一元线性回归分析，这是回归分析中最简单的情况。

下面我们结合一个实例来具体说明一元线性回归分析的内容和步骤。

表 4-2 为某混凝土坝坝基沉陷的观测值及其相应的库水位。今以 x 轴表示库水位，以 y 轴表示沉陷量，根据表 4-2 的观测值绘制成图 4-14 的坝基沉陷与库水位散点图。

由图 4-14，我们认为这些散点的分布可用一条直线 $y=a+bx$ 来代表。

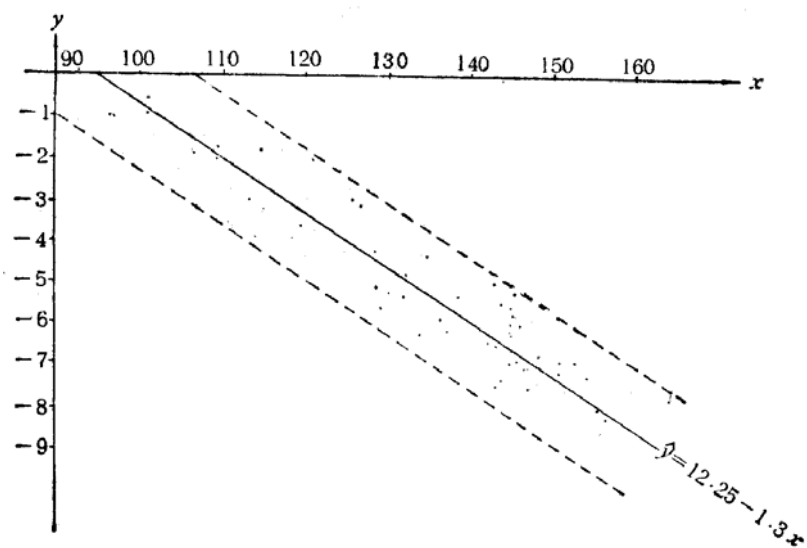


图 4-14

由于因变量 y 与自变量 x 关系的不确定性，对观测数据可以写成

$$y_i = a + bx_i + v_i \quad (4-1)$$

或
$$v_i = y_i - (a + bx_i) \quad (4-2)$$

某坝段坝基沉陷及相应的库水位观测值

表 4-2

观测 编号	库 水 位 x	坝 基 沉 陷 y	观测 编号	库 水 位 x	坝 基 沉 陷 y
1	114.37 ^m	-1.73 ^{mm}	16	128.35 ^m	-5.70 ^{mm}
2	95.50	-0.98	17	130.71	-4.76
3	100.44	-0.87	18	144.45	-5.33
4	112.17	-2.99	19	144.12	-5.57
5	124.91	-3.00	20	142.49	-6.34
6	125.76	-3.13	21	143.93	-6.27
7	127.64	-4.30	22	143.02	-4.87
8	129.549	-4.74	23	142.01	-5.04
9	127.85	-5.18	24	144.09	-6.23
10	118.56	-3.70	25	141.52	-6.43
11	119.73	-1.98	26	142.20	-6.54
12	134.60	-4.41	27	145.37	-6.09

13	133.75	-3.78	28	144.70	-6.02
14	131.26	-4.84	29	149.96	-7.17
15	131.02	-5.42	30	149.61	-6.97

续表 4-2

观测 编 号	库 水 位 x	坝 基 沉 陷 y	观 测 编 号	库 水 位 x	坝 基 沉 陷 y
31	145.07 ^m	-6.98 ^{mm}	40	149.24 ^m	-9.41 ^{mm}
32	144.10	-7.02	41	155.34	-8.33
33	146.01	-7.62	42	152.14	-6.99
34	145.37	-7.11	43	144.41	-5.81
35	145.48	-7.16	44	137.81	-5.42
36	142.42	-7.56	45	142.97	-5.55
37	135.70	-5.95	46	146.83	-6.87
38	136.74	-6.20	47	157.53	-8.31
39	142.97	-7.39	48	154.40	-8.14

式中 v_i 为 y_i 的改正值。

为了由观测数据计算 a 、 b 的最佳估值 $\hat{a}$ 、 $\hat{b}$ ，采用最小二乘法来计算估值，为此组成：

$$[vv] = [(y - a - bx)^2] \quad (4-3)$$

在 $[vv]$ 最小的要求下，由（4-3）式对 a 、 b 求微分，整理后得

$$\left. \begin{aligned} -2[y - \hat{a} - \hat{b}x] &= 0 \\ -1[y - \hat{a} - \hat{b}cx]x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-4)$$

经变换后得：

$$\left. \begin{aligned} n\hat{a} + [x]\hat{b} - [x] &= 0 \\ [x]\hat{a} + [xx]\hat{b} - [xy] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-5)$$

式中 n 为观测值个数。

将表 4-2 的数据代入即可求得

$$\hat{y} = 12.25 - 0.13x$$

用 $\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{b}x_i$ 求因变量 y_i 的估值需加改正值

$$v_i = y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i \quad (4-6)$$

由此可求得用回归直线方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ 求因变量估值的中误差为：

$$S = \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} \quad (4-7)$$

对于上述例子， $S = \pm 0.813\text{mm}$

当用回归直线预报未来变形值时，通常在回归直线两侧根据 $2S$ 画两条平行线（图 4-14 中的虚线）。这两条平行线以内的范围即为未来变形值允许出现的区间。当观测值超出这一区间时，就应作专门分析。

求回归直线的前提是变量 y 与 x 必须存在的线性相关，否则所配直线就无实际意义。绘制散点图固然给了我们一个直观定性的估计，但还必须给出一个数量指标来描述这两个变量线性相关的程度，这个指标就是相关系数 p ，它可用下式计算

$$p = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \quad (4-8)$$

$$\text{其估值为 } \hat{p} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum(y - \bar{y})^2}} \quad (4-9)$$

式中 $\bar{x}$ 为自变量 x 的平均值；
 $\bar{y}$ 为因变量 y 的平均值。

当 p 愈接近 ± 1 时，表明随机变量 x 与 y 线性相关愈密切。表 4-3 为相关系统检验的临界值表。当按式（4-9）计算的估值 $\hat{p}$ 大于表载的相应值时，即可认为随机变量之间线性相关密切，此时配置回归直线有一定价值。

对于上述例子，计算求得 $\hat{p} = 0.908$ ，大于置信水平 0.01 时的相关系数分位值

$p_{46,0.99}=0.368$ ，故变量之间线性相关密切，配置的回归直线是有效的。

相关系数检验法的临界值

表 4-3

自由度	置 信 水 平		自由度	置 信 水 平	
	5%	1%		5%	1%
1	0.997	1.000	24	0.388	0.496

2	0.950	0.990	25	0.381	0.487
3	0.878	0.959	26	0.374	0.478
4	0.811	0.917	27	0.367	0.470
5	0.754	0.874	28	0.361	0.463
6	0.707	0.834	29	0.355	0.456
7	0.666	0.798	30	0.349	0.449
8	0.632	0.768	35	0.325	0.418
9	0.602	0.735	40	0.304	0.393
10	0.576	0.708	45	0.288	0.372
11	0.553	0.684	50	0.273	0.354
12	0.532	0.661	60	0.250	0.325
13	0.514	0.641	70	0.232	0.302
14	0.497	0.623	80	0.217	0.283
15	0.482	0.606	90	0.205	0.267
16	0.468	0.590	100	0.195	0.254
17	0.456	0.575	125	0.174	0.288
18	0.444	0.561	150	0.159	0.208
19	0.433	0.549	200	0.138	0.181
20	0.423	0.537	300	0.113	0.148
21	0.413	0.526	400	0.098	0.128
22	0.404	0.515	500	0.088	0.115
23	0.396	0.505	1000	0.062	0.087

§ 4-5 多元线性回归分析

在上一节中我们结合坝基沉陷与库水位之间关系的分析，介绍了一元线性回归分析，应该说这是特殊的情况。在实际资料分析中，仅仅利用一元线性回归有时还不能解决问题。

实际观测表明，变形值与变形因素之间的关系并非都是线性的，常呈现曲线关系。图 4-15 为三座混凝土坝水平位移（ δl ）与库水位（ h ）之间的关系。它反映了坝的位移与库水位之间呈抛物线的关系，可用方程

$$\delta l = b_0 + [b_i h_i] \quad (4-10)$$

来拟合。(式中 b 为常数, i 为 1、2、3…… n)

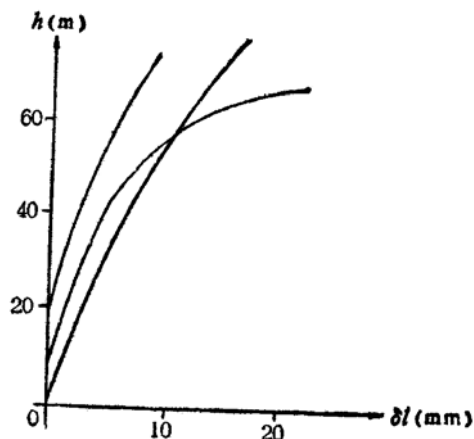


图 4-15

除此以外, 影响变形值的因素是多方面的, 例如对坝体位移的影响除了库水位以外, 坝体混凝土的温度同样影响坝体的变形, 而且坝体不同部位的温度是不同的, 它们对变形的影响也不相同; 所以一个坝体混凝土温度因子实际上包含有很多个因子 (不同部位混凝土温度) 的影响。由此可见, 实际问题经常需要解决的是一个变量与多个因子之间的相关关系, 而且许多因子对变量的影响还是非线性关系。

对于非线性关系, 我们可以通常变量的替换化算成线性问题。例如图 4-15 所示的位移与库水位之间的抛物线关系:

$$\delta l = b_0 + b_1 h^2 + b_3 h^3 + \cdots + b_n h^n$$

我们可以采用如下的线性变换, 即令

$$x_1 = h$$

$$x_2 = h^2$$

$$x_3 = h^3$$

$$\cdots \cdots \cdots$$

$$x_n = h^n$$

那末就可以用如下的线性关系式,

$$\delta l = b_0 + b_1 x_2 + b_3 x_3 + \cdots + b_n x_n = b_0 + [b_i x_i]$$

同样也描述了位移与库水位之间的关系。

由于许多非线性问题可以化成线性问题来解决，因而我们所需解决的问题就可看成是一个变量与多个变量之间的线性相关的问题，也即多元线性回归问题。

实际问题中多元线性回归问题是：确定对变量影响的因子及它们之间的关系；运用最小二乘原理求回归方程中的回归系数 b_0 、 b_1 、 $\dots$ 、 b_n 的估值 $\hat{b}_0$ 、 $\hat{b}_1$ 、 $\dots$ 、 $\hat{b}_n$ 。

确定对变量影响的因子，这主要运用有关专业的知识，如同我们在 § 4-3 中所讨论的。但是由于问题本身的复杂性，仅仅依靠专业知识不能完全确定哪些因子是必须的，哪些则可忽略（例如坝体混凝土各部分的温度应取哪几个）；又如位移与库水位之间的关系，当用抛物线方程（4-14）拟合时，究竟应取到几次方，所以在多元线性回归中，在运用专业知识选定一些变形影响因子后，尚需利用统计检验的方法对这些因子的显著性进行检验，以使回归方程只保留影响显著的因子，剔除那些影响不显著的因子。对于曲线拟合，也可以将不同次幂看成不同的影响因子，通过对它们显著性的检验来决定合适的拟合方程。

如果我们运用专业知识和统计检验的方法确定了 k 个因子对变量是线性相关的，亦就可以用多元线性回归的数学模型

$$y = b_0 + [b_i x_i]_1^k + v \quad (4-11)$$

来描述因变量与影响它的因子之间的关系。这样就可以利用最小二乘法由观测资料（子样值）计算 b_0 、 b_1 、 $\dots$ 、 b_k 的估值 $\hat{b}_0$ 、 $\hat{b}_1$ 、 $\hat{b}_k$ 。这种计算实际上是测量中的间接观测平差问题。在此不再赘述。

若用最小二乘法根据观测值求得式（4-11）中回归系数的估值，则可计算因变量的回归值为：

$$\hat{y} = \hat{b}_0 + [\hat{b}_x] \quad (4-12)$$

以及实测值与回归值之间的差数为

$$v_i = y_i - \hat{y}_i \quad (4-13)$$

如同一元线性回归分析一样，我们通常用下式计算回归方程的精度指标

$$S = \sqrt{\frac{vv}{n - (k + 1)}} \quad (4-14)$$

式中 n 为子样容量（观测值的组数）；

k 为因子个数。

在利用回归方程（4-12）进行预报时，实测值与预报值之间的允许差数一般可取 $2S$ 。

§ 4-6 逐步回归计算原理

在上一节中指出当 k 个因子与因变量是线性相关时，我们可以利用最小二乘法由观测资料计算多元线性回归方程中的回归系数的估值 $\hat{b}_0, \hat{b}_1 \cdots \hat{b}_k$ 。并用式 (4-14) 所计算的 S 值来度量回归方程的效果。

多元线性计算本身不能判断各个自变量对因变量是否都是显著的，由它所求得的回归方程不能说是最佳的，因为最佳回归方程应该满足选进回归方程的因子都是显著的，而未选进回归方程的其它因子的影响则不显著。

逐步回归计算是建立在 F 检验的基础上逐个接纳显著因子进入回归方程。当回归方程中新接纳一个因子后，由于因子之间的相关性，可能使原先已在回归方程中的其它因子变成不显著，需要从回归方程中剔除。所以在新接纳一个因子后，必须对已在回归方程中的所有因子进行 F 检验，剔除不显著因子，直到没有不显著因子后，再对未选入回归方程的其它因子用 F 检验来考虑是否接纳进入回归方程（一次只接纳一个因子）。反复运用 F 检验进行剔除和接纳，最后得到所需要的最佳回归方程。

由图 4-16 我们可以把因变量 y 的观测值对 $y = \bar{y}$ 这一直线的离差平方和进行分解：

$$\begin{aligned}\sum (y - \bar{y})^2 &= \sum \{(y - \hat{y}) + (\hat{y} - \bar{y})\}^2 \\ &= \sum (y - \hat{y})^2 + \sum (\hat{y} - \bar{y})^2 + 2 \sum (y - \hat{y})(\hat{y} - \bar{y})\end{aligned}$$

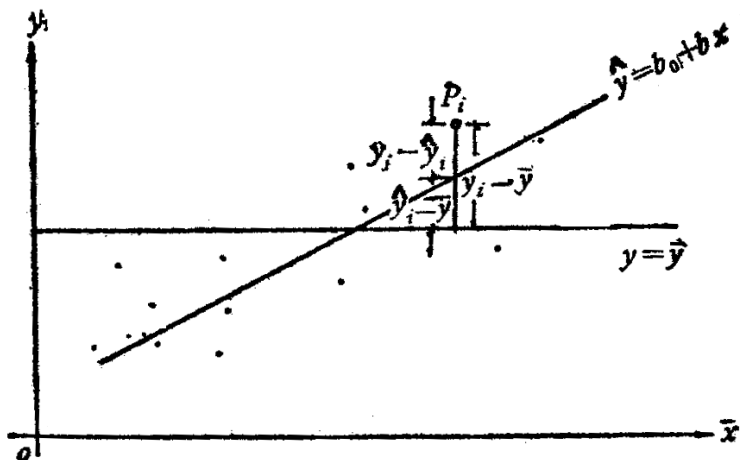


图 4-16

可以证明右边第三项为零，则有：

$$\sum (y - \bar{y})^2 = \sum (y - \hat{y})^2 + \sum (\hat{y} - \bar{y})^2 \quad (4-15)$$

令

$$\left. \begin{aligned} S &= \sum (y - \bar{y})^2 \\ Q &= \sum (y - \hat{y})^2 \\ U &= \sum (\hat{y} - \bar{y})^2 \end{aligned} \right\} \quad (4-16)$$

则(4-15)式可简写为

$$S = Q + U \quad (4-17)$$

S 为不考虑回归方程改正时的误差平方和，称总离差平方和，U 为回归方程引起的改正，称回归平方和，Q 为回归方程改正后所剩余的误差部分，称残差平方和。显然 U 愈大，则残差平方和愈小，亦即回归效应愈好。

假设我们用 m 个因子对固 y 配置一个多元线性回归方程：

$$\hat{y} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 x_1 + \hat{b}_2 x_2 + \cdots + \hat{b}_m x_m$$

则相应地有残差平方和：

$$Q_m = \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2。$$

如果我们在 m 个因子中增加一个自变量 x_{m+1} ，由此可能配置一个多元线性回归方程：

$$\hat{y}' = \hat{b}'_0 + \hat{b}'_1 x_1 + \hat{b}'_2 x_2 + \cdots + \hat{b}'_m x_m + \hat{b}'_{m+1} x_{m+1}$$

其相应的残差平方和为：

$$Q_{m+1} = \sum_{i=1}^{m+1} (y_i - \hat{y}'_i)^2$$

残差平方和之差数

$$\Delta Q = Q_m - Q_{m+1} \quad (4-18)$$

反映了增加一个影响因子后残差平方和的减少量。上式也可写成

$$\Delta Q = U_{m+1} - U_m = \Delta U \quad (4-19)$$

它表明 ΔQ 为新增加的因子使回归平方和的增加量，亦即反映了新增加的因子的回归效应，通常称 ΔQ 为 y 对 x_{m+1} 的偏回归平方和。

因为 Q_{m+1} / σ^2 服从 $\chi^2(N-m-2)$ 分布，故统计量

$$F = \frac{\Delta Q}{Q_{m+1} / (N - m - 2)} = \frac{\Delta Q (N - m - 2)}{Q_{m+1}} \quad (4-20)$$

服从第一自由度为 1 和第二自由度为 $(N-m-2)$ 的 F 分布，因而可以用来检验所增加的自变量 x_{m+1} 的回归系数 b'_{m+1} 是否为零（亦即此因子对 y 是否显著）。式（4-20）是逐步回归计算中剔除与接纳因子的主要统计量。

逐步回归的计算过程，可概述如下：

1. 当分析结果认为对因变量 y 的影响因子有七个时，则先可分别由每一因子建立七个一元线性回归方程，并计算每一方程相应的残差平方和 Q ，与最小的 Q 相应的因子可作为预先因子，对该因子作 F 检验，当其影响显著时，则接纳此因子进入回归方程。

2. 相应于已选入的因子，依次另加一个其它未选入因子建立二元线性回归方程，可建立 $(t-1)$ 个方程，并计算它们的残差平方和。按式（4-18）计算各因子对 y 的偏回归平方和，与最大的偏回归平方和相应的因子可作为预选因子；按式（4-20）计算统计量，进行 F 检验，当检验表明影响显著时，则接纳该因子进入回归方程。

3. 选第三个因子：根据已选入的二个因子，依次与未选入因子中的每一个，可用多元回归建立 $(t-2)$ 个三元线性回归方程，并按（4-18）式计算各因子对 y 的偏回归平方和，取其中最大者按（4-20）式计算 F 统计量，进行显著性检验。当检验结果不显著时，则取上一步骤中的二元回归方程作为逐步回归计算所选的回归方程，否则，接纳产生该偏回归平方和的因子进入回归方程。

在选入第三个因子后，对原已选入回归方程的因子应重新进行显著性检验（原理与挑选因子相同），在检验出不显著因子后，应将它剔除出回归方程，然后继续检验已选入回归方程因子之显著性。

4. 在确认选入回归方程之因子均为显著因子后，则继续开始从未选入方程之因子中挑选显著因子进回归方程，其方法与第三步所述相同。

反复运用 F 检验进行因子的剔除与接纳，最后得到所需要的回归方程。

关于偏回归平方和与 F 统计量的具体计算公式，可参阅有关回归计算书籍。

图 4-17 为某坝一个坝段的剖面，图中绘出了混凝土温度计布置的位置，经过逐步回归分析后，确认了坝内 13 个部位（图中画的部位）的混凝土温度对该坝段的挠度值均有显著影响。根据 1971 年、1972 年的观测资料，由逐步回归计算求得了挠度值与库水位、混凝土温度、气温之间的回归方程

$$\begin{aligned}\hat{\delta} = & -51.00 + 0.0112h_1 - 0.3671T_{5-1} - 0.05095T_{5-2} \\ & + 0.8771T_{3-1} - 2.6070T_{3-2} - 0.9560T_{3-5} + 2.523T_{2-2} \\ & - 1.879T_{2-4} + 3.190T_{\Pi-1} - 1.846T_{\Pi-3} + 1.251T_{\Pi-6} \\ & - 2.224T_{1-1} + 2.883T_{1-5} - 0.7086T_{1-6} - 0.1721t_{90}\end{aligned}\quad (4-21)$$

式中 $\hat{\delta}$ 为挠度值，以 mm 计；

h_1 为观测前 10 天旬平均水位，以 m 计；

t_{90} 为观测前 90 天月平均气温：以 $^{\circ}\text{C}$ 计；

其余因子均为混凝土温度（见图 4-17）。

由式（4-21）计算求得的挠度值与实测值非常接近（见图 4-18）。图 4-18 下部给出了 1971 年、1972 年回归值与实测值之间的差数。

利用式（4-21）还可以分别计算水位、气温与混凝土温度的引起的挠度值，它们表示在图 4-19 中。

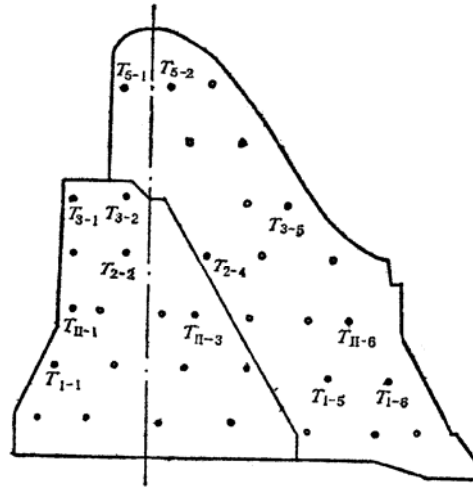


图 4-17

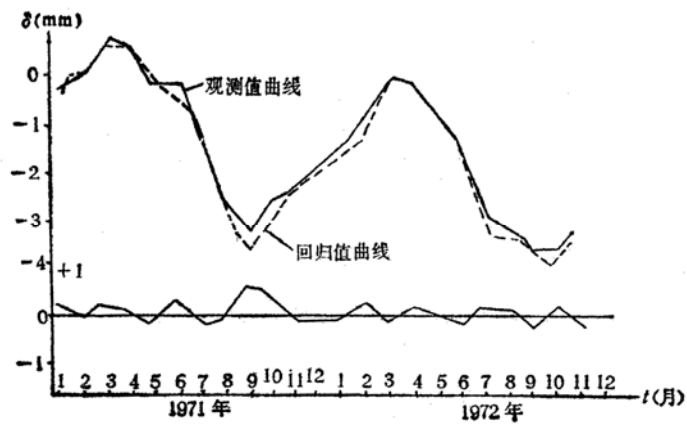


图 4-18

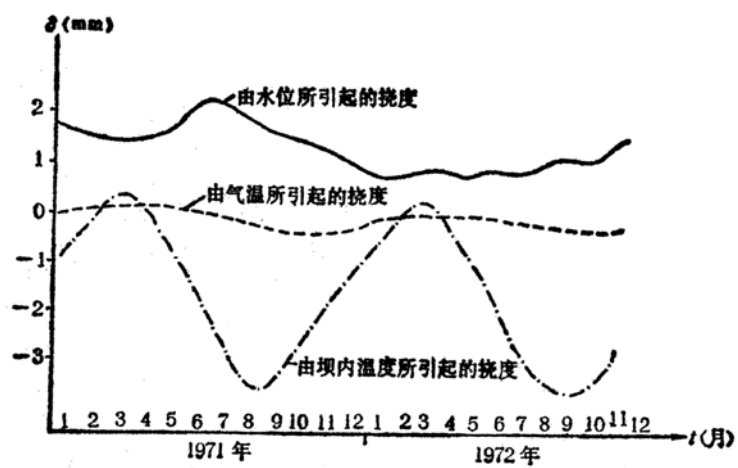


图 4-19