第四章 图像显示和拉伸

- 4.1 数字图像的显示
- 4.2 图像的彩色合成
- 4.3 基于差影法的图像合成
- 4.4 基于逻辑运算的图像合成
- 4.5 图像灰度的线性变伸
- 4.6 图像灰度的非线性拉伸
- 4.7 图像直方图变换

4.1 数字图像的显示

- 数字图像的显示必须符合人眼的视觉要求。
- 人眼是人类视觉系统的重要组成部分，由晶状体和视网膜组成。前者相当于光学镜头，后者相当于胶片。

4.1 数字图像的显示

- 视网膜表面分布着许多光接收细胞，这些细胞负责接收光的能量并形成视觉图案。
- 光接收细胞有两种：

  锥细胞

  柱细胞

4.1 数字图像的显示

- 锥细胞是明视器官，在亮度较高时活跃，可以分辨光的颜色，将电磁光谱的可见光分为红、绿、蓝3个波段。
- 柱细胞对低亮度较为敏感，不感受颜色，只提供视野的整体信息。
- 为什么人眼在天色较暗时看到的都是黑白剪影。

4.1 数字图像的显示

- 颜色空间

RGB、CMYK、LAB、HIS等

- 全色显示

最终生成一幅全色（灰色）图像

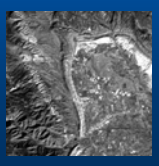
- 彩色显示

（1）软拷贝，即借助彩色显像管来显示彩色图像，用加色法产生各种颜色。

（2）硬拷贝，例如打印机，用减色法原理显示彩色图像，使用的是CMYK颜色空间。

4.2 图像的彩色合成

- 人眼只能区分20余种不同等级的灰度，却可辨别几千种不同的颜色。
- 要在一幅图象上显示多波段变换的图像信息，更需要应用彩色增强方法。





- 图像的彩色合成有以下几种方式：

（1）伪彩色合成：将单波段灰度图像转变为彩色图像的方法。彩色是人为赋予的，与地物的真实颜色毫无关系。

（2）真彩色合成：真彩色图像的颜色与人眼视觉所看到的颜色一致。（TM图象由三个可见光波段，TM1（蓝色），TM2（绿色），TM3（红色）合成的图象近似真彩色。

（3）假彩色合成：任意三个波段或者经过处理产生的三个分量图象分别用红、绿、蓝显示合成彩色。图像的色调与实际地物色调不一致的图像。

（4）模拟真彩色合成：通过模拟产生近似真彩色的彩色合成方法。

4.2.1 伪彩色合成

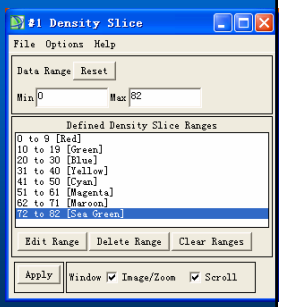
- 密度分割
- 空间域变换彩色合成
- 频率域变换彩色合成

密度分割

- 密度分层法是伪彩色增强中最简单的一种方法，它是对图像亮度范围进行分层，使一定亮度间隔对应于某一种颜色从而增强图像。 即把黑白图像的灰度级从黑到白分成 N 个区间 L_i （i=1,2,$\cdots$，N），给每个区间 L_i指定一种彩色 C_i，这样，便可以把1幅灰度图像变成1幅伪彩色图像。
- 此法比较直观简单，缺点是变换出的彩色数目有限，颜色生硬，不调和。

密度分割

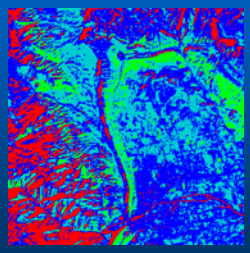
- 一幅灰度图像可看做一个2－D的灰度函数，用一个平行于图像坐标平面去分截图像灰度函数，从而把灰度函数分成两个灰度值区间。
- 对每个像素输入灰度值，如果它在灰度值l之下就赋予一种颜色，否则另一种颜色。通过这种变换，原来的多灰度值变成一幅只有两种颜色的图。上下平移切割平面就可得到不同的结果。



密度分割

- 密度分割是伪彩色增强中最简单的一种方法。把图象的亮度分为数目不多的若干层，对每一层赋予不同的颜色。

$$g=\begin{cases} c_1, & if \quad g \le l_1 \\ c_{i+1}, if & l_i \le g < l_{i+1} \end{cases}$$

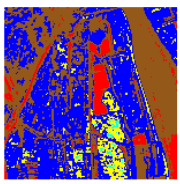


密度分割后的伪彩色图像



原始图像，第 4 波段

下限	上限	红	绿	蓝
14	31	255	0	0
32	49	146	91	29
50	68	0	0	255
69	86	255	255	0
87	104	0	255	255
105	123	255	0	255
124	141	176	48	96
142	160	46	139	87

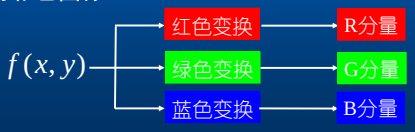


密度分割后的图像

- 若分级与地物光谱特性的差异对应较好，可以较准确地区分出地物类别。
- 例如，在近红外波段，水体的吸收率很高，在图像上的色调近于黑色，若取低灰度值为分割点即可分出水体。因此，只要掌握了地物的光谱特性，就可以较好地分割出地物类别。

空间域变换彩色合成

- 若对原始图像中用三个独立的变换来处理，将三个变换的结果分别同时输入彩色电视屏幕的三个电子枪，这样可得到三个变换函数变换后的彩色图像。



空间域变换彩色合成

- 该方法的关键之处在于变换函数的确定。

$$C[f(x,y)]=(T_R[f(x,y)],\ T_G[f(x,y)],\ T_B[f(x,y)])$$

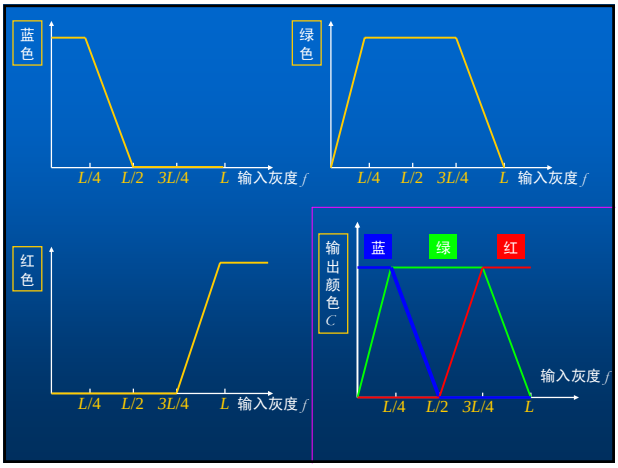
其中，

——$f(x,y)$表示图像在(x,y)处像素的灰度值；

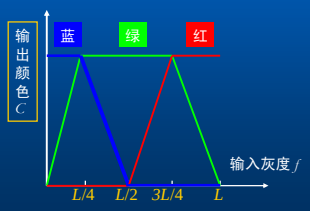
——T_R、T_G、T_B分别为红、绿、蓝三 色与灰度间的映射函数，反映像素从灰度到彩色映射关系表示像素点的颜色值；

——(x,y)点的色彩由 $C[f(x,y)]$的值决定。

- 以线性变换函数为例：

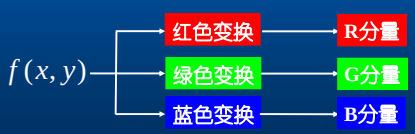


- 前三图分别为红、绿、蓝 3种变换函数，而右下图是把3 种变换画在同一张图上。由右下图可见，只有在灰度为零时呈纯蓝色，灰度为 *L*/2 时呈纯绿色，灰度为 *L*时呈纯红色，灰度为其他值时将由三基色混合成不同的色调。



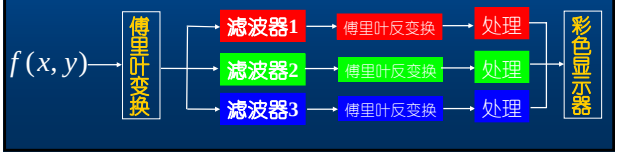
空间域变换彩色合成

- 也可以使用平滑的、非线性的变换函数，实际中变换函数常用绝对值的正弦函数。
- 灰度分割方法可看做是用一个分段线性函数实现从灰度到彩色的变换，可看做本方法的一个特例。



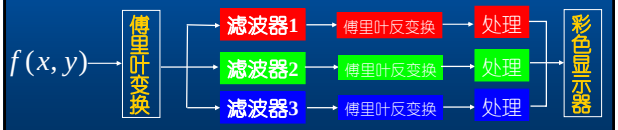
频率域变换彩色合成

- 伪彩色增强也可通过频率域处理来实现。
- 输入图像经傅里叶变换，通过三个不同的滤波器得到不同的频率分量，然后对各频率分量分别进行傅里叶逆变换，其结果经进一步处理（如直方图均衡化或规定化），最后进行彩色合成就能得到增强后的彩色图像。



频率域变换彩色合成

- 为得到不同的频率分量，可分别使用低通、带通和高通滤波器作为频率域变换彩色合成中的3个滤波器。

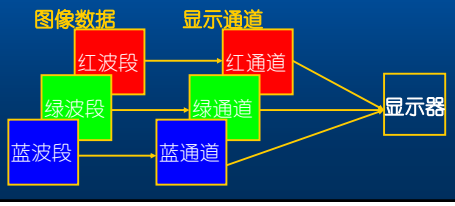


4.2.2 真彩色合成

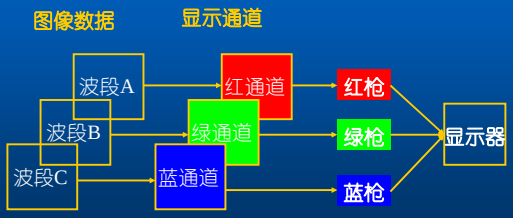
- 若彩色合成中选择的波段的波长与红绿蓝的波长相同或近似，那么得到的图像的颜色与真彩色相似，这种合成方式称为真彩色合成。
- 使用真彩色合成的优点是合成后图像的颜色更接近于自然色，与人对地物的视觉感觉相适应，更容易对地物进行识别。

4.2.2 真彩色合成

- 例如，将TM图像的3、2、1波段分别赋予红、绿、蓝三色，由于赋予的颜色与原波段的颜色相负，可以得到近似的真彩色图像，这种图像接近于彩色照片，在多波段图像分析判读中经常使用。



4.2.3 假彩色合成



4.2.3 假彩色合成

- 与伪彩色合成的不同之处在于，假彩色合成使用的数据是多波段图像。
- 对于多波段遥感图像，选择其中的任意3个波段，分别赋予红、绿、蓝3种原色，即可在屏幕上合成彩色图像。
- 由于三原色波段的选择是根据增强目的确定的，与原来波段的真实颜色不同，所合成的彩色图像并不表示地物真实的颜色，因此，这种合成方法称为假彩色合成，在图像增强上称为假彩色增强。

4.2.3 假彩色合成

- 假彩色合成选用的波段应该以地物的光谱特征作为出发点。
- 植被在近红外波段有较高的反射率，其次是在绿色波段。
- 真彩色合成时，绿色分量（对应于植被在绿色波段的反射）在整个像素的3个分量中占的比重最大，所以该像素表现为绿色。
- 假彩色合成时，红色分量（对应于植被在近红外波段的反射）在整个像素的3个分量中占的比重最大，所以该像素表现为红色。假彩色增强图像可以有效地突出植被要素，有利于植被的判读。

标准假彩色合成

- Landsat TM图像中，第2波段是绿色波段(0.52~0.60μm)，第3波段是红色波段(0.60~0.76μm)，第4波段是近红外波段(0.76~0.90μm)，对4、3、2波段分别赋予红、绿、蓝色合成可得到标准假彩色图像。
- SPOT图像的标准假彩色合成方案为3（红）、2（绿）、1（蓝）。
- 在标准假彩色图像中，突出了植被、水体、城乡、山区、平原等特征，植被为红色、水体为黑色或蓝色、城镇为深色，地物类型信息丰富。

假彩色合成

- 在实际应用时，应根据不同的应用目的经实验，分析寻找最佳合成方案。
- 通常以合成后的信息量最大和波段之间的信息相关最小最为波段合成的最佳目标。
- 如TM的4，5，3波段依次赋予红，绿，蓝色进行合成，可以突出较为丰富的信息，包括水体，山区，平原以及线性特征等， 这一合成方案甚至优于标准假彩色合成。

TM/ETM+波段的相关性

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
B1	1	0.9	0.8	0	0.5	0	0.3
B2	0.9	1	0.9	0.5	0.2	0	0.1
B3	0.8	0.9	1	0	0.1	0.5	0.2
B4	0	0.5	0	1	0.2	0	0.1
B5	0.5	0.2	0.1	0.2	1	0	0.9
B6	0	0	0.5	0	0	1	0
B7	0.3	0.1	0.2	0.1	0.9	0	1

多波段图像的统计特征（补充）

- 遥感图像处理往往是多波段数据的处理，处理中不仅要考虑单个波段图像的统计特征，也要考虑波段间存在的关联。
- 多波段图像之间的统计特征是图像合成方案的主要依据之一。

多波段图像的统计特征（补充）

- 协方差

  设 $f(i,j)$ 和 $g(i,j)$ 是大小为 $M\times N$ 的两个波段的图像，则它们之间的协方差为

  $$\sigma_{fg}^2=\sigma_{gf}^2=\frac{1}{MN}\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1}[f(i,j)-\bar{f}][g(i,j)-\bar{g}]$$

  式中，$\bar{f}$ 和 $\bar{g}$ 分别为图像 $f(i,j)$ 和 $g(i,j)$ 的均值

- 协方差矩阵

  将 K 个波段相互间的协方差排列在一起所组成的矩阵称为协方差矩阵

  $$\Sigma=\begin{bmatrix}\sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \cdots & \sigma_{1K}^2\\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \cdots & \sigma_{2K}^2\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \sigma_{K1}^2 & \sigma_{K2}^2 & \cdots & \sigma_{KK}^2\end{bmatrix}$$

多波段图像的统计特征（补充）

- 相关系数

  描述波段图像间的相关程度的统计量，反映两个波段图像所包含信息的重叠程度

  $$r_{fg}=\frac{\sigma_{fg}^2}{\sigma_{ff}^2\sigma_{gg}^2}$$

  式中，σ_{ff}^2 和 σ_{gg}^2 分别为图像 $f(i,j)$ 和 $g(i,j)$ 的标准差

- 相关矩阵

  将 K 个波段相互间的相关系数排列在一起所组成的矩阵称为相关矩阵

  $$R=\begin{bmatrix}1 & r_{12} & \cdots & r_{1K}\\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2K}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ r_{K1} & r_{K2} & \cdots & 1\end{bmatrix}$$

4.2.4 模拟真彩色合成

- 由于蓝光容易受到大气中气溶胶的影响，有些传感器舍弃了蓝波段，因此通过彩色合成无法得到真彩色图像。
- 法国SPOT数据不仅空间分辨率较高，而且具有立体测图能力，使用SPOT多光谱波段数据的用户也越来越多，但是SPOT数据产品没有蓝色波段的通道，所以用户在用SPOT多光谱数据合成真彩色影像时碰到了困难。

4.2.4 模拟真彩色合成

- SPOT5多光谱波段的波长设置参数

波段	波段范围	说明
Band1（XS1）	0.50-0.59 μm	绿波段
Band2（XS2）	0.61-0.68 μm	红波段
Band3（XS3）	0.79-0.89 μm	近红外
Band4（SWIR）	1.58-1.75 μm	短波红外

- 方法：通过某种形式的运算得到模拟的红、绿、蓝3个通道，然后通过彩色合成近似地产生真彩色图像。

4.2.4 模拟真彩色合成

一、SPOT IMAGE公司提供的方法

- 蓝色采用XS1波段代替；绿色用（XS1+ XS2+ XS3）/3波段算法来实现；红色用XS2表示。
- 这种方法实际上是将原来的绿波段（0.50-0.59 μm）当作蓝波段（该波段靠近蓝波段的光谱范围），红波段（0.61-0.68 μm）仍采用原来的波段，绿波段用绿波段、红波段、红外波段的算术平均值来代替。

4.2.4 模拟真彩色合成

二．ERDASIMAGE专门为SPOT多光谱数据提供的方法

- 蓝色采用XS1波段代替；绿色用（XS1×3＋XS3）/4波段算法来实现；红色用XS2来表示。
- 此法将原来的绿波段（0.50-0.59 μm）当作蓝波段，红波段（0.61-0.68 μm）仍采用原来的波段，绿波段用绿波段、红外波段按3：1的加权算术平均值来代替。

4.2.4 模拟真彩色合成

三、不确定参数法

- 此法将全色波段（Panchromatic用P表示）也参与运算，
  2P·XS1/(XS1+XS2)波段算法为蓝波段；
  用2P·XS2/(XS1+XS2)波段算法为绿波段；
  红波段用(aP＋（1－a）XS3)来表示。
  为了防止出现过饱和现象，系数a根据遥感影像景观取值介于0.1到0.5之间。
- 这种方法的最大特点是引入了全色波段，由于全色波段的空间分辨率更高，所以在作此算法前需要进行影像的配准处理。

4.3 基于差影法的图像合成

- 差影法实际是对图像进行代数运算的一种不同的叫法。
- 代数运算是指对两幅输入图像进行点对点的
  （1）加、（2）减、（3）乘、（4）除
  计算而得到输出图像的运算。

4.3.1 图像相加

- 图像相加的一个重要应用就是对同一场景的多幅图像求平均值，它可以有效地降低随机噪声的影响。
- 对于一幅有噪声的图像$s(x，y)$，可以看成是由原始无噪声的图像$f(x，y)$和噪声$n(x，y)$叠加而成的，即$s(x，y) = f(x，y) + n(x，y)$
- 如果叠加在图像上的噪声$n(x，y)$是非相关、具有零均值的随机噪声时，那么，把针对同一目标物在相同条件下，做M次重复摄取的图像相加，取平均值作为输出图像，即：

$$\bar{s}(x,y)=\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}s_i(x,y)$$

4.3.1 图像相加：程序实现

- 步骤(1)：获取第一幅图的首地址，及图像的高和宽。
- 步骤(2)：开辟一块内存缓冲区，并初始化为255。
- 步骤(3)：选取进行加运算的第二幅图并获取第二幅图的首地址，及图像的高和宽。
- 步骤(4)：将两幅图的对应像素点进行加运算，结果大于255，则置为255，不大于将结果保存下来。
- 步骤(5)：将内存中的结果复制回第一幅图的数据区 。

4.3.2 图像相减

- 图像相减可用于去除一幅图像中所不需要的图案，也可以用于检测同一场景的两幅图之间的变化，例如检测物体运动。
- 对于同一场景的两幅图$s(x，y)$、$f(x，y)$，因为是同一场景，所以目标图像的背景是大致相同的，当两幅图进行相减时，相同位置的背景点因为灰度值相同，结果变成了黑点，而目标图像因为位置不同，所以相减后值不为0，这样一来，处理后的图像就只在两个目标图像的位置有像素点，背景变为全黑，此时，我们计算两个目标之间的距离就非常简单了，这也就达到了检测物体运动的目的。

4.3.2 图像相减：程序实现

- 步骤(1)：获取待提取图像的首地址，及图像的高和宽。
- 步骤(2)：开辟一块内存缓冲区，并初始化为255。
- 步骤(3)：选择背景图像，并获取其首地址，及图像的高和宽。
- 步骤(4)：用第一幅图像的每一个像素点的灰度值减去背景图像的相应像素的灰度值，结果小于0，则该点置为0，不小于0，则保存在缓冲区中。
- 步骤(5)：将内存中的结果复制回第一幅图的数据区 。

4.3 基于差影法的图像合成

- 乘法和除法在数字图像处理中一般应用得不多，但它们的用途也很重要。
- 数字化对一幅图像各点的敏感程度可能有变化，乘和除运算有可能纠正这种影响。
- 除运算可产生对颜色和多光谱图像分析十分重要的比率图像，而用一幅图像乘某一图像可以遮住该图像中的某些部分，仅留下感兴趣的物体。

4.4 基于逻辑运算的图像合成

本节介绍六种运算是用来处理两幅二值图:

- 与运算
- 或运算
- 非运算
- 与非运算
- 或非运算
- 异或运算

逻辑运算汇总表

函数	与	或	非	与非	或非		异或	同或
函数表达式	Z=AB	Z=A+B	$Z=\overline{A}$	$Z=\overline{AB}$	$Z=\overline{A+B}$		$Z=\overline{A}B+A\overline{B}$ $=A\oplus B$	$Z=\overline{A}\overline{B}+AB$ $=A\odot B$
真值表	A B | Z 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1	A B | Z 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1	A | Z 0 | 1 1 | 0	A B | Z 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0 有0出1 全1出0	A B | Z 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0 有1出0 全0出1		A B | Z 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0 不同出1 相同出0	A B | Z 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1 不同出0 相同出1
逻辑电路	与门	或门	非门（反相器）	与非门	或非门		异或门	同或门
逻辑符号								

4.4.1 与运算：程序实现

- 步骤(1)：把二值图像转化为0、1值；
- 步骤(2)：循环两幅图像的像素点；
- 步骤(3)：像素点相与；两像素点同时为1置1，否则置0；
- 步骤(4)：把0、1值转化为二值图像数据，为0的像素置0，为1的像素置255。

4.4.2 或运算：程序实现

- 步骤(1)：把二值图像转化为0、1值；
- 步骤(2)：循环两幅图像的像素点；
- 步骤(3)：两像素点同时为0置0，否则置1；
- 步骤(4)：把0、1值转化为二值图像数据，为0的像素置0，为1的像素置255。

4.4.3 非运算：程序实现

- 步骤(1)：把二值图像转化为0、1值；
- 步骤(2)：循环一幅图像的像素点；
- 步骤(3)：像素点值为1置0，为0置1；
- 步骤(4)：把0、1值转化为二值图像数据，为0的像素置0，为1的像素置255。

4.4.4 与非运算：程序实现

- 步骤(1)：把二值图像转化为0、1值；
- 步骤(2)：循环两幅图像的像素点；
- 步骤(3)：两像素点同时为1置0，否则置1；
- 步骤(4)：把0、1值转化为二值图像数据，为0的像素置0，为1的像素置255。

4.4.5 或非运算：程序实现

- 步骤(1)：把二值图像转化为0、1值；
- 步骤(2)：循环两幅图像的像素点；
- 步骤(3)：两像素点同时为0置1，否则置0；
- 步骤(4)：把0、1值转化为二值图像数据，为0的像素置0，为1的像素置255。

4.4.6 异或运算：程序实现

- 步骤(1)：把二值图像转化为0、1值；
- 步骤(2)：循环两幅图像的像素点；
- 步骤(3)：两像素点相同置0，不同置1；
- 步骤(4)：把0、1值转化为二值图像数据，为0的像素置0，为1的像素置255。

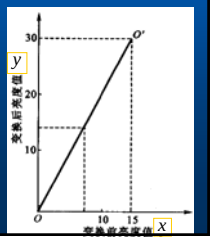
4.5 图像灰度的线性拉伸

- 灰度的线性拉伸就是将图像中所有的点的灰度按照线性灰度变换函数进行变换。
- 对于多光谱图像，对各个波段进行线性或非线性拉伸处理，从而综合增强图像中的地物信息。

4.5 图像灰度的线性变换

- 设计一个变换函数，将灰度值为[0，15]的图象拉伸为[0，30]，横坐标 x 为变换前的灰度值，纵坐标 y 为变换前的灰度值，变换函数为一条直线：

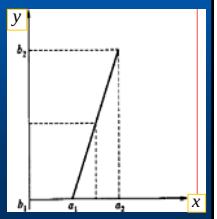
$$\frac{y}{30}=\frac{x}{15} \Rightarrow y=2x$$



4.5.1 全域线性拉伸

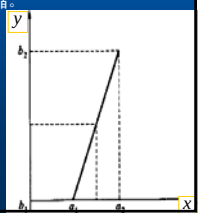
- 变换前图象的范围为$[a_1, a_2]$,变换后的范围为$[b_1, b_2]$, 变换关系为直线，则变换方程为：

$$\frac{y-b_1}{b_2-b_1}=\frac{x-a_1}{a_2-a_1} \Rightarrow y=\frac{b_2-b_1}{a_2-a_1}(x-a_1)+b_1$$



4.5.1 全域线性拉伸

- 通过调整参数b_1, b_2，即改变变换直线的形态，可以产生不同的变换效果。
- $a_2 - a_1 < b_2 - b_1$，则灰度范围扩大，图象被拉伸。
- $a_2 - a_1 > b_2 - b_1$，则灰度范围缩小，图象被压缩。
- 对于$a_2 - a_1$，是取灰度的全部或部分，需要根据对图象显示效果的需要人为确定。



4.5.1 全域线性拉伸

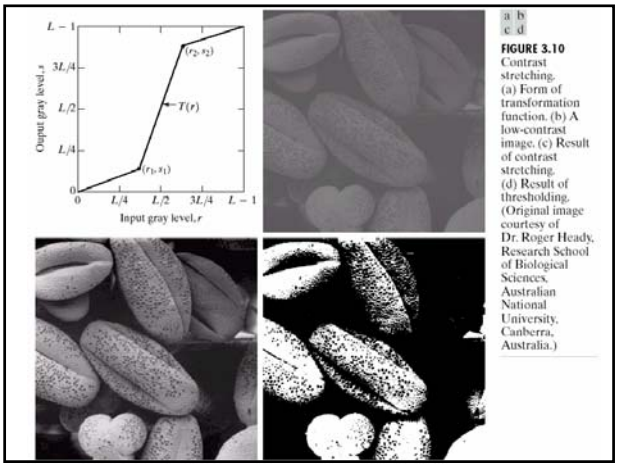
- 图像的反色变换是线性拉伸的特殊情况。
- 对图像进行反色变换是将原图灰度值翻转，简单地说就是将黑的变成白的，将白的变成黑的。
- 反色变换的关系可用（图像的最大值－图像原始值）得到。

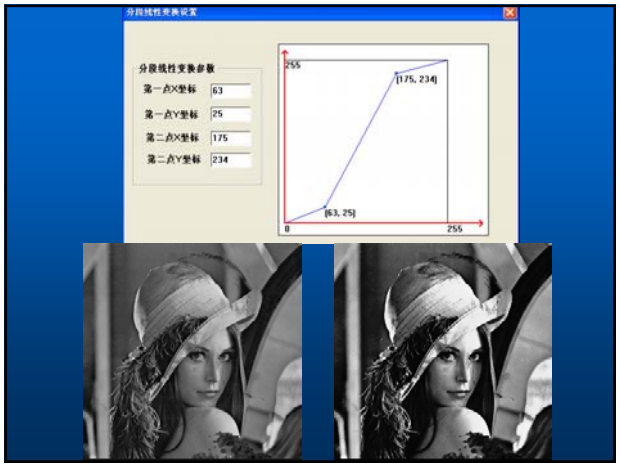


```
void HuiDuBianHuanDib::FanSeBianHuan()   //对图像进行反色变换
{
    LPBYTE  p_data;    //原图数据区指针
    int wide,height;   //原图长、宽
    p_data=this->GetData ();    //取得原图的数据区指针
    if(m_pBitmapInfoHeader->biBitCount<9)
            wide=this->GetWidth ();
    else
            wide=this->GetDibWidthBytes();
    height=this->GetHeight ();
    for(int i=0;i<height*wide;i++)
    {
            unsigned char  temp;
            temp=*(p_data+i);
            *(p_data+i)=255- temp;
    }
}
```

4.5.2 分段线性变换

- 分段线性变换是将图像灰度 $f(x, y)$ 的区间分割为若干区间，然后对每个区间进行线性拉伸。
- 常用的是分三段线性变换。即某些像元值范围被拉伸，某些范围被压缩。
- 在实际应用中，根据要求，有目的的选取间断点的位置，决定拉伸那一段或者压缩那一段的灰度范围，或者只处理某一段的灰度。





4.6 图像灰度的非线性变换

- 当变换函数为非线性时，即为非线性变换。
- 常用的非线性变换有：

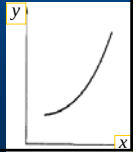
  对数变换

  指数变换

  三角函数变换

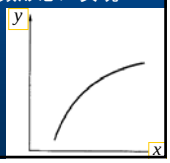
4.6.1 指数变换

- 在亮度较高的部分扩大亮度的间隔，属于拉伸；而在亮度较底的部分缩小亮度间隔，属于压缩。
- 其数学表达式为：$y = be^{ax} + c$
- 其中 a, b ,c为调节参数，可以改变指数函数形态，实现不同的拉伸比例。



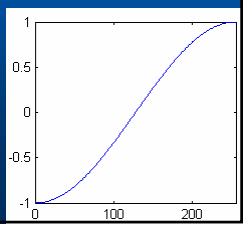
4.6.2 对数变换

- 亮度较高的部分缩小亮度的间隔，属于压缩；而在亮度较底的部分扩大亮度间隔，属于拉伸。
- 其数学表达式为：$x_b = b\lg(ax_a + 1) + c$
- 其中 a, b ,c为调节参数，可以改变对数函数形态，实现不同的拉伸比例。



4.6.5 三角函数

- 三角函数常用的正弦和正切：$y = \sin(ax + b)$ $y = \tan(ax + b)$
- 需要注意三角函数的周期性与取值范围，采用适当的a, b值来控制输出像元的范围。
- 直方图中频数较高的部分得到扩展。



4.7.1 直方图均衡化

直方图均衡化的基本思想

- 对原始图像的像素灰度做某种映射变换，使变换后图像灰度的概率密度呈均匀分布，即变换后图像的灰度级均匀分布。
- 这就意味着图像灰度的动态范围得到了增加，从而提高了图像的对比度。

4.7.1 直方图均衡化

对单波段图像进行直方图均衡化的具体步骤

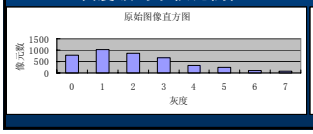
- （1）统计原图像每一灰度级的像素数和累积像素数。
- （2）计算每一灰度级 x 均衡化后对应的新值，并对其四舍五入取整，得到新灰度级 y。新值＝拉伸因子×累积像素数
- （3）以新值替代原灰度值，形成均衡化后的新图像。
- （4）根据原图像像素统计值对应找到新图像像素统计值，作出新直方图。
- 注：拉伸因子＝(L－1)/N，N为总像元数，(L－1)为最大灰度值
- 注：若基于累积概率计算时，新值＝（L－1）×累积概率

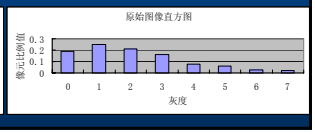
- 假设有一幅图像，共有64×64个像素，有8个灰度级，各灰度级概率分布如下表所列，试将其直方图均衡化。

原灰度级x_k	0	1	2	3	4	5	6	7
像元数$n(x_k)$	790	1023	850	656	329	245	122	81
概率$p(x_k)=n(x_k)/N$	0. 19	0. 25	0. 21	0. 16	0. 08	0. 06	0. 03	0. 02

64 × 64大小的图像各灰度级对应的概率分布

- 其中，x_k 表示灰度级，$n(x_k)$ 为灰度级 x_k 的像元数，$p(x_k)$ 为灰度级的像元比值数，t_k 为灰度级 x_k 的累积概率密度即该灰度级的累积比例值。



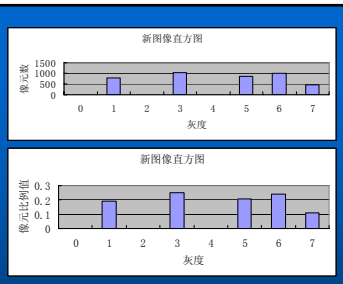


说明：L 是灰度级数，这里L ＝8								
原始灰度级x_k	0	1	2	3	4	5	6	7
像素数$n(x_k)$	790	1023	850	656	329	245	122	81
概率$p(x_k)=n(x_k)/N$	0. 19	0. 25	0. 21	0. 16	0. 08	0. 06	0. 03	0. 02
累积概率t_k	0. 19	0. 44	0. 65	0. 81	0. 89	0. 95	0. 98	1
扩展：$s_k=(L-1)\times t_k+0.5$	1. 83	3. 58	5. 05	6. 17	6. 73	7. 15	7. 36	7. 5
增强后灰度级取整$y_k=\text{int}(s_k)$	1	3	5	6	6	7	7	7
确定映射关系 $x_k \rightarrow y_k$	0→1	1→3	2→5	3→6	4→6	5→7	6→7	7→7

- 确定新灰度级数
  由上表可知，新图像将只有5个不同的灰度级别：1，3，5，6，7
- 确定新直方图
  1：790个像素；3：1023个像素；5：850个像素；
  6：（656＋329）＝985个像素；
  7：（245＋122＋81）＝448个像素

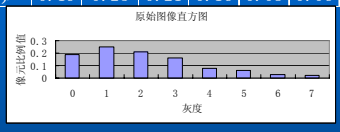
说明：L是灰度级数，这里$L=8$								
原始灰度级x_k	0	1	2	3	4	5	6	7
像元数$n(x_k)$	790	1023	850	656	329	245	122	81
概率$p(x_k)=n(x_k)/N$	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
累积概率t_k	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1
扩展：$s_k=(L-1)\times t_k+0.5$	1.83	3.58	5.05	6.17	6.73	7.15	7.36	7.5
增强后灰度级取整$y_k=\text{int}(s_k)$	1	3	5	6	6	7	7	7
确定映射关系$x_k \rightarrow y_k$	0→1	1→3	2→5	3→6	4→6	5→7	6→7	7→7

新灰度级y_k	0	1	2	3	4	5	6	7
像元数$n(y_k)$	0	790	0	1023	0	850	985	448
像素比例值$p(y_k)=n(y_k)/N$	0	0.19	0	0.25	0	0.21	0.24	0.11

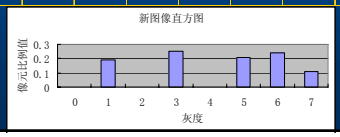


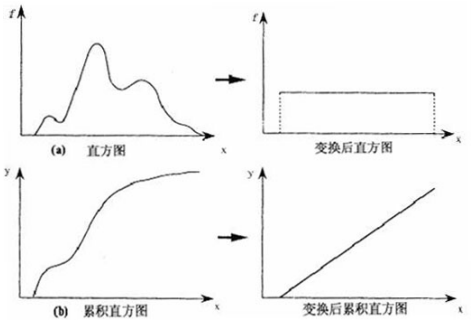
新灰度级y_k	0	1	2	3	4	5	6	7
像元数$n(y_k)$	0	790	0	1023	0	850	985	448
像元比例值$p(y_k)=n(y_k)/N$	0	0.19	0	0.25	0	0.21	0.24	0.11

原灰度级x_k	0	1	2	3	4	5	6	7
像元数$n(x_k)$	790	1023	850	656	329	245	122	81
概率$p(x_k)=n(x_k)/N$	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02



新灰度级y_k	0	1	2	3	4	5	6	7
像元数$n(y_k)$	0	790	0	1023	0	850	985	448
像元比例值$p(y_k)=n(y_k)/N$	0	0.19	0	0.25	0	0.21	0.24	0.11





理想直方图均衡化处理输出结果

4.7.1 直方图均衡化

直方图均衡化结果分析：

- 直方图均衡化后的每个灰度级的像素频率理论上应相等，其直方图顶部形态应为理想的直线，但实际上均衡化后的直方图并非如此。
- 这是由于图像是离散函数，各灰度级的像素个数有限，在一些灰度级处可能没有像素，在另外一些灰度级处则像素很多，所以，不会产生理想的直线形态。

4.7.1 直方图均衡化

- 直方图均衡化的特点：

（1）各灰度级像素出现的频率近似相等；

（2）原图像上像素出现概率小的灰度级被合并，实现压缩；

（3）原图像上像素出现频率高的灰度级被拉伸，突出了细节信息。

4.7.2 直方图规定化

直方图规定化的概念

- 为了使单波段图像的直方图变成规定形状的直方图而对图像进行转换的增强方法。
- 规定形状的直方图可以是参考图像的直方图，也可以是特定函数形成的直方图。

4.7.2 直方图规定化

直方图规定化的原理—分两步走

- （1）对两个直方图都作均衡化，变成归一化的均匀直方图。
- （2）在均匀直方图做中介，再对参考图像作均衡化的逆运算即可。

4.7.2 直方图规定化

直方图规定化的具体步骤

- （1）统计原图像的直方图。
- （2）统计原图像的累积直方图 $Z_b = T(x_a)$，对原图像进行均衡化变换。
- （3）做出参考图像的直方图。
- （4）做出参考图像的累积直方图 $Z_b = G(y_c)$，并进行均衡化变换。

4.7.2 直方图规定化

直方图规定化的具体步骤（续前页）

- （5）对于原图像中的每一灰度级 x_a 的累积值 Z_b，通过某种映射规则在参考累积直方图 $G(y_c)$ 中找到对应的累积值
- （6）以新值 y_c 替代原灰度值 x_a，形成均衡化后的新图像
- （7）根据原图像像元统计值对应找到新图像像元统计值，做出新直方图。

4.7.2 直方图规定化

- 在将原始直方图向目标直方图做规定化映射时，常用的映射规则是：
  （1）单映射规则（Sigle Mapping Law, SML）
  （2）组映射规则（Group Mapping Law, GML）

单映射与组映射

- 假设原始图像直方图表示为：$p_s(s_i)$，规定图像直方图表示为：$p_u(u_j)$
- 单映射：是从小到大依次找到使下式最小的 k 和 l

$$\left|\sum_{i=0}^{k} p_s(s_i) - \sum_{j=0}^{l} p_u(u_j)\right|$$

  然后将 $p_s(s_i)$ 对应到 $p_u(u_j)$ 去。
- 单映射这种方法简单直观，但有时会有较大的取整误差。

单映射与组映射

- 假设原始图像直方图表示为：$p_s(s_i)$，规定图像直方图表示为：$p_u(u_j)$
- 组映射：设有一个整数函数 $I(l)$，确定使下式能达到最小的

$$\left|\sum_{i=0}^{I(l)} p_s(s_i) - \sum_{j=0}^{l} p_u(u_j)\right|$$

- 若 $l=0$时，则将其 i 从 0 到 $I(0)$的 $p_s(s_i)$ 对应到 $p_u(u_j)$ 去
- 若 $l \geq 1$时，则将其 i 从 $I(l-1)+1$到 $I(l)$ 的 $p_s(s_i)$对应到 $p_u(u_j)$

- 直方图规定化实例：下表是原始图像和参考图像的直方图

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7
原始图像直方图-概率	0.1	0.05	0.2	0.15	0.15	0.05	0.1	0.2
原始图像累积直方图	0.1	0.15	0.35	0.5	0.65	0.7	0.8	1
参考图像直方图-概率	0.1	0	0.4	0	0.25	0	0.25	0
参考图像累积直方图	0.1	0.1	0.5	0.5	0.75	0.75	1	1

- 当采用SML映射时，

（1）从原始累积直方图向目标累积直方图进行，

（2）分别在每一列中找到最小值第一次出现的行号，

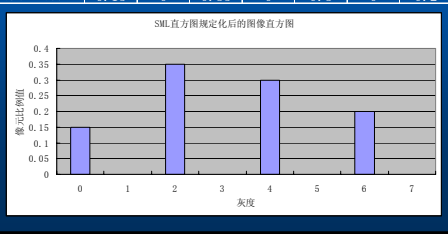
（3）然后将原始图像中灰度级为该列的像素点全部映射到该行号上。

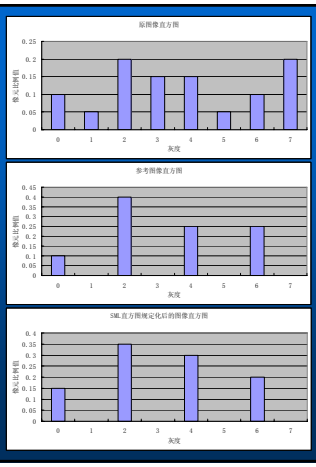
- 根据原始图像的累积直方图和参考（目标）图像的累积直方图，建立一个计算矩阵，其中每项分量是原始累积直方图与目标累积直方图各灰度级差的绝对值。

				原始图像灰度级							
				0	1	2	3	4	5	6	7
				原始图像累积概率							
			减	0.1	0.15	0.35	0.5	0.65	0.7	0.8	1
参考图像灰度级	0	参考图像累积概率	0.1	0	0.05	0.25	0.4	0.55	0.6	0.7	0.9
	1		0.1	0	0.05	0.25	0.4	0.55	0.6	0.7	0.9
	2		0.5	0.4	0.35	0.15	0	0.15	0.2	0.3	0.5
	3		0.5	0.4	0.35	0.15	0	0.15	0.2	0.3	0.5
	4		0.75	0.65	0.6	0.4	0.25	0.1	0.05	0.05	0.25
	5		0.75	0.65	0.6	0.4	0.25	0.1	0.05	0.05	0.25
	6		1	0.9	0.85	0.65	0.5	0.35	0.3	0.2	0
	7		1	0.9	0.85	0.65	0.5	0.35	0.3	0.2	0
				0→0	1→0	2→2	3→2	4→4	5→4	6→4	7→6

- SML映射结果

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7
原始图像直方图-概率	0.1	0.05	0.2	0.15	0.15	0.05	0.1	0.2
原始图像累积直方图	0.1	0.15	0.35	0.5	0.65	0.7	0.8	1
参考图像直方图-概率	0.1	0	0.4	0	0.25	0	0.25	0
参考图像累积直方图	0.1	0.1	0.5	0.5	0.75	0.75	1	1
SML映射	0	0	2	2	4	4	4	6
SML确定映射对应关系	0,1→0		2,3→2		4,5，6→4			7→6
SML变换后直方图	0.15	0	0.35	0	0.3	0	0.2	0





- 直方图规定化实例：下表是原始图像和参考图像的直方图

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7
原始图像直方图-概率	0.1	0.05	0.2	0.15	0.15	0.05	0.1	0.2
原始图像累积直方图	0.1	0.15	0.35	0.5	0.65	0.7	0.8	1
参考图像直方图-概率	0.1	0	0.4	0	0.25	0	0.25	0
参考图像累积直方图	0.1	0.1	0.5	0.5	0.75	0.75	1	1

- 当采用GML映射时，

（1）从目标累积直方图向原始累积直方图进行，

（2）分别在每一行中找到最小值第一次出现的列号，

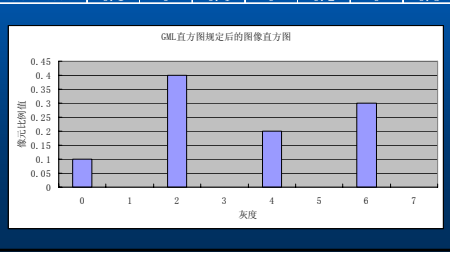
（3）然后将原始图像中从前一次映射的下一个灰度级开始，直到该列灰度级的所有像素点全部映射到该列号上。

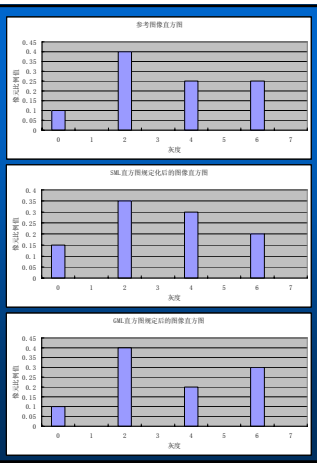
- 根据原始图像的累积直方图和参考（目标）图像的累积直方图，建立一个计算矩阵，其中每项分量是原始累积直方图与目标累积直方图各灰度级差的绝对值。

			原始图像灰度级							
			0	1	2	3	4	5	6	7
			原始图像累积概率							
		减	0.1	0.15	0.35	0.5	0.65	0.7	0.8	1
参考图像灰度级	0	参考图像累积概率 0.1	0	0.05	0.25	0.4	0.55	0.6	0.7	0.9
	1	0.1	0	0.05	0.25	0.4	0.55	0.6	0.7	0.9
	2	0.5	0.4	0.35	0.15	0	0.15	0.2	0.3	0.5
	3	0.5	0.4	0.35	0.15	0	0.15	0.2	0.3	0.5
	4	0.75	0.65	0.6	0.4	0.25	0.1	0.05	0.05	0.25
	5	0.75	0.65	0.6	0.4	0.25	0.1	0.05	0.05	0.25
	6	1	0.9	0.85	0.65	0.5	0.35	0.3	0.2	0
	7	1	0.9	0.85	0.65	0.5	0.35	0.3	0.2	0
			0→0	1→2	2→2	3→2	4→4	5→4	6→6	7→6

- GML映射结果

原始图像直方图-概率	0.1	0.05	0.2	0.15	0.15	0.05	0.1	0.2
原始图像累积直方图	0.1	0.15	0.35	0.5	0.65	0.7	0.8	1
参考图像直方图-概率	0.1	0	0.4	0	0.25	0	0.25	0
参考图像累积直方图	0.1	0.1	0.5	0.5	0.75	0.75	1	1
GML映射	2	2	2	2	4	4	6	6
GML确定映射对应关系	0→0	1,2,3→2			4,5→4		6,7→6	
GML变换后直方图	0.1	0	0.4	0	0.2	0	0.3	0





- 练习题1：

（1）直方图均衡化；（2）直方图规定化

1	7	8	9	10	11	14
5	2	6	7	14	12	15
3	4	7	8	6	9	11
2	1	4	7	8	8	9
8	4	5	9	11	12	10
8	10	11	15	16	10	13
13	6	9	16	13	12	10

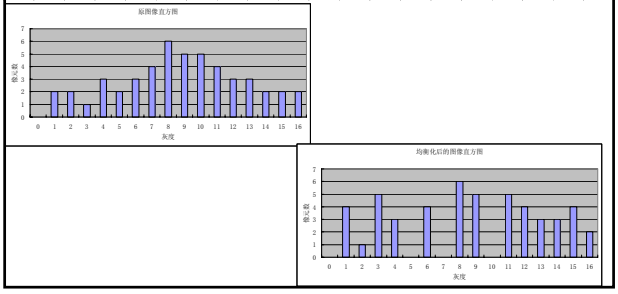
原始图像

10	9	11	12	10	11	10
9	10	11	12	11	12	11
9	11	10	12	13	14	13
12	12	10	13	14	15	13
11	13	14	16	16	14	15
14	12	12	15	16	15	14
13	12	13	16	13	14	15

参考图像

- 原始图像直方图均衡化结果

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
原始图像像元数	0	2	2	1	3	2	3	4	6	5	5	4	3	3	2	2	2
原累积像元数	0	2	4	5	8	10	13	17	23	28	33	37	40	43	45	47	49
计算新值	0.50	0.83	1.15	1.48	1.81	2.13	2.46	2.79	3.11	3.44	3.77	4.09	4.42	4.74	5.07	5.40	5.72
取整	0	1	1	2	3	3	4	6	8	9	11	12	13	14	15	15	16
确定均衡化映射关系	0→0	1,2→1		3→2		4,5→3		6→4	7→6	8→8	9→9	10→11	11→12	12→13	13→14	14,15→15	16→16
均衡化后直方图	0	4	1	5	3	0	4	0	6	5	0	5	4	3	3	4	2



- SML映射结果

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
原始图像像元数	0	2	2	1	3	2	3	4	6	5	5	4	3	3	2	2	2
原始图像概率	0.00	0.04	0.04	0.02	0.06	0.04	0.06	0.08	0.12	0.10	0.10	0.08	0.06	0.06	0.04	0.04	0.04
原始图像累积直方图	0.00	0.04	0.08	0.10	0.16	0.20	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1.00
参考图像像元数	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	6	7	9	8	7	5	4
参考图像直方图-概率	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.12	0.14	0.18	0.16	0.14	0.10	0.08
参考图像累积直方图	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.18	0.32	0.51	0.67	0.82	0.92	1.00
SML映射	0	9	9	9	10	10	11	11	12	12	13	14	14	15	15	15	16
SML确定映射对应关系	0→0	1,2,3→9			4,5→10		6,7→11		8,9→12		10→13	11,12→14		13,14,15→15		16→16	
SML变换后直方图	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	7	11	5	7	7	2

		原始图像灰度级															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
		原始图像累积概率																
		0.00	0.04	0.08	0.10	0.16	0.20	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1.00
参考图像灰度级	0	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
	1	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
	2	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
	3	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
	4	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
	5	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
	6	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
	7	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
	8	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
	9	0.06	0.06	0.02	0.02	0.04	0.1	0.14	0.21	0.29	0.41	0.51	0.61	0.7	0.76	0.82	0.86	0.9	0.94
	10	0.18	0.18	0.14	0.1	0.08	0.02	0.02	0.09	0.17	0.29	0.39	0.49	0.58	0.64	0.7	0.74	0.78	0.82
	11	0.33	0.33	0.29	0.25	0.23	0.17	0.13	0.06	0.02	0.14	0.24	0.34	0.43	0.49	0.55	0.59	0.63	0.67
	12	0.51	0.51	0.47	0.43	0.41	0.35	0.31	0.24	0.16	0.04	0.06	0.16	0.25	0.31	0.37	0.41	0.45	0.49
	13	0.67	0.67	0.63	0.59	0.57	0.51	0.47	0.4	0.32	0.2	0.1	0	0.09	0.15	0.21	0.25	0.29	0.33
	14	0.82	0.82	0.78	0.74	0.72	0.66	0.62	0.55	0.47	0.35	0.25	0.15	0.06	0	0.06	0.1	0.14	0.18
	15	0.92	0.92	0.88	0.84	0.82	0.76	0.72	0.65	0.57	0.45	0.35	0.25	0.16	0.1	0.04	0	0.04	0.08
	16	1.00	1	0.96	0.92	0.9	0.84	0.8	0.73	0.65	0.53	0.43	0.33	0.24	0.18	0.12	0.08	0.04	0
			0→0	1→9	2→9	3→9	4→10	5→10	6→11	7→11	8→12	9→12	10→13	11→14	12→14	13→15	14→15	15→15	16→16

- GML映射结果

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
原始图像像元数	0	2	2	1	3	2	3	4	6	5	5	4	3	3	2	2	2
原始图像概率	0.00	0.04	0.04	0.02	0.06	0.04	0.06	0.08	0.12	0.10	0.10	0.08	0.06	0.06	0.04	0.04	0.04
原始图像累积直方图	0.00	0.04	0.08	0.10	0.16	0.20	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.75	0.82	0.88	0.92	0.96	1.00
参考图像像元数	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	6	7	9	8	7	5	4
参考图像概率	0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.12	0.14	0.18	0.16	0.14	0.10	0.08
参考图像累积直方图	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.18	0.32	0.50	0.66	0.80	0.90	0.98
GML映射	0	9	10	10	10	11	11	11	12	13	13	14	14	15	15	16	16
GML确定映射对应关系	0→0	1→9	2, 3, 4→10			5, 6, 7→11			8→12	9, 10→13		11, 12→14		13, 14→15		15, 16→16	
GML变换后直方图	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	6	9	6	10	7	5	4

参考图像灰度级	参考图像累积概率 \ 原始图像灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	原始图像累积概率	0.00	0.04	0.08	0.10	0.16	0.20	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1.00
0	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
1	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
2	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
3	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
4	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
5	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
6	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
7	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
8	0.00	0	0.04	0.08	0.1	0.16	0.2	0.27	0.35	0.47	0.57	0.67	0.76	0.82	0.88	0.92	0.96	1
9	0.06	0.06	0.02	0.02	0.04	0.1	0.14	0.21	0.29	0.41	0.51	0.61	0.7	0.76	0.82	0.86	0.9	0.94
10	0.18	0.18	0.14	0.1	0.08	0.02	0.02	0.09	0.17	0.29	0.39	0.49	0.58	0.64	0.7	0.74	0.78	0.82
11	0.32	0.33	0.29	0.25	0.23	0.17	0.13	0.06	0.02	0.14	0.24	0.34	0.43	0.49	0.55	0.59	0.63	0.67
12	0.50	0.51	0.47	0.43	0.41	0.35	0.31	0.24	0.16	0.04	0.06	0.16	0.25	0.31	0.37	0.41	0.45	0.49
13	0.67	0.67	0.63	0.59	0.57	0.51	0.47	0.4	0.32	0.2	0.1	0	0.09	0.15	0.21	0.25	0.29	0.33
14	0.82	0.82	0.78	0.74	0.72	0.66	0.62	0.55	0.47	0.35	0.25	0.15	0.06	0	0.06	0.1	0.14	0.18
15	0.92	0.92	0.88	0.84	0.82	0.76	0.72	0.65	0.57	0.45	0.35	0.25	0.16	0.1	0.04	0	0.04	0.08
16	1.00	1	0.96	0.92	0.9	0.84	0.8	0.73	0.65	0.53	0.43	0.33	0.24	0.18	0.12	0.08	0.04	0
		0→0	1→9	2→10	3→10	4→10	5→11	6→11	7→11	8→12	9→13	10→13	11→14	12→14	13→15	14→15	15→16	16→16

- 练习题2：

  分别采用SML和GML两种映射方法进行直方图规定化

灰度级	0	1	2	3	4	5	6	7
原始图像像元数	790	1023	850	656	329	245	122	811
原始图像直方图	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
规定图像直方图	0	0	0	0.2	0	0.6	0	0.2