

# 部分岭估计在整周模糊度解算中的应用

归庆明, 郭建锋

(信息工程大学 理学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:**文章基于构造一种新的所谓的部分岭估计,提出了一种新的整周模糊度解算技术。实际算例的结果表明该算法的计算效率高、稳定可靠。

**关键词:**模糊度解算;部分岭估计;病态性

**中图分类号:** O24

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1671-0673(2004)02-0137-03

## A New Ambiguity Resolution Based on Partial Ridge Estimator

GUI Qing-ming, GUO Jian-feng

(Institute of Sciences, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** In this contribution a new ambiguity resolution is developed based on partial ridge estimator. Through two static GPS positioning tests it is shown that the presented method is highly efficient and reliable.

**Key words:** ambiguity resolution; partial ridge estimator; ill-conditioning

## 1 引言

GPS 载波相位测量定位技术因其速度快、精度高、灵活性强和操作简便等特点,在测量学、导航学及其相关学科领域获得了广泛的应用。初始相位模糊度的正确确定是利用相位观测量进行精密 GPS 相对定位的关键。模糊度是一个未知的整数,且接收机至每一颗卫星之间的相位观测量中均含有这样一个未知的互不相关的整数值。它的正确确定受到观测卫星个数、卫星分布的几何图形结构、观测基线的长度、大气的湿度以及电离层等诸因素的共同影响。一旦整周模糊度得以正确确定,则定位的精度将很快达到 cm 级水平,在这之后继续延长时间对提高定位精度的作用是不明显的。理论和实践都表明,相位整周模糊度能否快速、准确确定是实现 GPS 高精度动态定位的瓶颈问题,也是当前 GPS 研究领域最热点的问题之一。

为了尽可能地消去诸如接收机钟差等各项共同误差源的影响,同时又保留模糊度参数的整数特性,解算模糊度时应采用站星双差模型。目前求解模糊度的主要方法均属于搜索法,如模糊度函数法、最小二乘搜索法、FASF 法等。搜索法的优点是可靠性好,缺点是搜索效率低。因此近年来关于搜索法的研究集中在提高搜索的效率上,人们提出采用 Cholesky 逆变换、Gauss 整数变换、LLL 算法等降相关(decorrelation)技术,以及附加各种几何约束条件等方法,以期达到压缩搜索空间、提高计算效率的目的。从目前文献的结果看,这些工作确实都取得了一定的效果。但有必要指出,改进后的方法(如目前效率最高应用也最为广泛的 LAMBDA 法)在本质上仍属于搜索法。

由于 GPS 快速定位模型的病态性很严重,浮点解的精度往往很低,因此其可靠性较差,但直接取整法是通过模糊度浮点解直接取整确定整周模糊度,因此该方法简单快捷。本文通过构造所谓

的部分岭估计以改善模型的病态性,在此基础上提出了一种新的整周模糊度解算技术。实际算例的结果表明该算法的计算效率高、稳定可靠。

## 2 病态性问题产生的机理及改进

从理论上讲,对于 GPS 双差模型,用少数几个甚至 2 个观测历元就可以进行参数 LS 估计。但在几个甚至 2 个观测历元这样短的时间间隔内,由于观测的取值点相差甚小,就观测卫星与接收机构成的空间图形来讲,几乎没有什么变化,是一个几何结构非常差的系统,因而是病态的。事实上,相对于前 1 个历元而言,后续观测历元事实上只是保证了系数阵的列满秩性质,并没有带来新的足够的能精确进行参数 LS 估计的信息,也就是说,观测信息不足。

虽然这种由观测信息不足所造成的病态性问题是本质的,原则上可以通过收集更多的数据来解决,但具体实现起来会有许多实际困难。比如,要通过观测时间的增加使上述系统的病态性得到明显改善的话,一般至少需要 15 分钟的观测才能实现,显然这在 GPS 快速定位问题中是不现实的。为此,必须考虑新的估计替代 LS 估计,如 Bayes 估计、混合估计、有偏估计等。其中的 Bayes 估计要求确切知道未知参数的先验分布,这在实际应用中往往难以实现;混合估计给出了利用附加信息改进 LS 估计的一种方法,通常的表现形式是关于未知参数的一些条件约束。虽然目前关于混合估计的统计性质所知还不多,但人们已经在 GPS 数据处理中采用了它的思想,如在模糊度解算时考虑整数约束、短距离约束、 $L_1$  和  $L_2$  双频载波相位约束、即时卫星几何图形约束、卫星几何图形变化约束等几何条件约束;有偏估计理论是克服或削弱病态性影响的一种重要方法,也是 3 种方法里可操作性最强的一类估计方法,并且已经受到了测量界的广泛关注。然而采用现有的有偏估计方法并不能够达到预期的效果。

下面通过深入分析快速定位中浮点解精度低的真正原因,构造一种新的针对 GPS 双差观测方程的特点的有偏估计——部分岭估计以改善模型的病态性,从而提高浮点解的精度。在此基础上采用直接取整法即可确定整周模糊度。

## 3 部分岭估计

设对  $m+1$  颗 GPS 卫星连续观测了  $n(\geq 2)$  个

历元,线性化后第  $i$  个历元的双差观测方程为

$$l_i = A_i X + BN + e_i \quad (1a)$$

$$\text{Cov}(l_i) = \sigma_0^2 P^{-1} \quad (1b)$$

其中  $l_i$  为  $m \times 1$  单频双差观测向量;  $X$  为定位参数向量,  $N$  为  $m \times 1$  双差整周模糊度参数向量,  $e_i$  为  $m \times 1$  观测噪声向量;  $A_i$  和  $B$  分别为  $X$  和  $N$  对应的设计阵;观测值权阵  $P = Q_i^{-1}$  是对称正定阵,  $\sigma_0$  为单位权中误差。

由最小二乘原理

$$\min_{X, N} \sum_{i=1}^n \|l_i - A_i X - BN\|_{Q_i}^2, \text{ with } X \in R^3, N \in Z^m \quad (2)$$

将原最小二乘问题放松对模糊度的整数限制,得

$$\begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_i A_i^T P A_i & \sum_i A_i^T P B \\ B^T P \sum_i A_i & n B^T P B \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum_i A_i^T P l_i \\ B^T P \sum_i l_i \end{pmatrix} \quad (3)$$

及

$$\hat{X} = \left[ \sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^T P (A_i - \bar{A}) \right]^{-1} \sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^T P (l_i - \bar{l}) \quad (4a)$$

$$\hat{N} = B^{-1} (\bar{l} - \bar{A} \hat{X}) \quad (4b)$$

$$\text{这里 } \bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i, \bar{l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l_i.$$

我们知道,如果直接对由上述法方程得到的模糊度浮点解取整以确定整周模糊度的话,由于浮点解的精度往往很低,得到的模糊度可靠性较差。下面我们分析导致浮点解精度低的真正原因。

由于卫星与接收机构成的图形变化十分缓慢,因此短时间内  $A_i \approx \bar{A}$  及  $l_i \approx \bar{l}$  成立。由此知  $\sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^T P (A_i - \bar{A})$  是病态的 (Belsley 1991), 因此上述求逆过程存在隐患。需要注意的是 (4a) 中的向量  $\sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^T P (l_i - \bar{l})$  也非常接近于零向量。根据误差传播率容易知道模糊度的方差-协方差矩阵也是病态的。但上述问题中的病态是“部分”病态。

为提高模糊度的精度,构造如下称之为“部分岭估计”的新的有偏估计

$$\begin{pmatrix} \hat{X}(k) \\ \hat{N}(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_i A_i^T P A_i + k I_3 & \sum_i A_i^T P B \\ B^T P \sum_i A_i & n B^T P B \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum_i A_i^T P l_i \\ B^T P \sum_i l_i \end{pmatrix} \quad (5)$$

其中  $k > 0$  称为岭参数。

基于部分岭估计,建立以下模糊度解算方案:

- ① 利用 (5) 式得到部分岭估计;
- ② 将得到的部分岭估计中的模糊度取整,

$$\tilde{N}(k) = ([\hat{N}_1(k)], \dots, [\hat{N}_m(k)])^T \quad (6)$$

这里 $[\cdot]$ 代表取整运算;

### ③ 计算固定基线解

$$\tilde{X}(k) = \hat{X}(k) | \tilde{N}(k) = \hat{X}(k) -$$

$$Q_{\hat{X}(k)\tilde{N}(k)} Q_{\tilde{N}(k)}^{-1} (\hat{N}(k) - \tilde{N}(k)) \quad (7)$$

注意上述过程无须搜索,因此效率很高。由误差传播率,得到

$$Q_{\tilde{X}(k)} = Q_{\hat{X}(k)} - Q_{\hat{X}(k)\tilde{N}(k)} Q_{\tilde{N}(k)}^{-1} Q_{\tilde{N}(k)} Q_{\hat{X}(k)} \quad (8)$$

即

$$Q_{\tilde{X}(k)} = \sigma_0^2 (\sum_i A_i^T P A_i + k I_3)^{-1} \quad (9)$$

不妨设 $\tilde{N}(\in Z^m)$ 是由 LMABDA 方法得到的,则有

$$\tilde{X} = \hat{X} | \tilde{N} = \hat{N} - Q_{\hat{X}\tilde{N}} Q_{\tilde{N}}^{-1} (\hat{N} - \tilde{N}) \quad (10)$$

$$Q_{\tilde{X}} = Q_{\hat{X}} - Q_{\hat{X}\tilde{N}} Q_{\tilde{N}}^{-1} Q_{\tilde{N}\hat{X}} = \sigma_0^2 (\sum_i A_i^T P A_i)^{-1} \quad (11)$$

与(9)式比较,得到

$$Q_{\tilde{X}(k)} < Q_{\hat{X}} \quad (12)$$

因此我们断言,基线解的精度也得到了提高。

## 4 实例分析

为了检验本文提出的部分岭估计的应用效果,我们做了大量实验。每次采用相邻2个历元进行数据处理,直接对模糊度参数浮点解进行取整作为整周模糊度。通过实验我们发现,对于不长于20km的基线,岭参数选取为0.001即可达到理想的效果。

实例1是一条长度为1224.73m的基线,采样间隔为10s,高度截止角为10°,不同时段观测到的卫星数分别为5颗和6颗,分别是11、8、27、16、2、7和11、8、16、2、7号卫星。对长时间观测用 Bernese 软件解算出的模糊度分别为 $[-29, -29, -29, -29, 0]$ , $[-29, -29, -29, 0]$ ,采用文中提供的方法解算的结果如图1和图2。

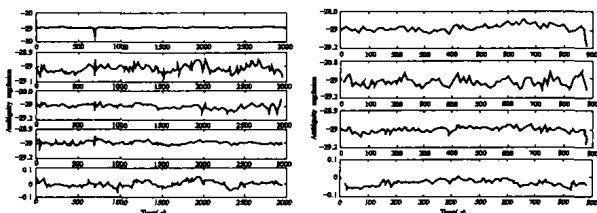


图1

图2

实例2则是一条长度为15274.76m的基线,采样间隔为2s,高度截止角为15°,不同时段观测到的卫星数分别为5颗和6颗,分别是8、27、16、2、7、4和8、16、2、7、4号卫星。对长时间观测用 Bernese 软件解算出的模糊度分别为 $[-9, -9, 54, -13, -13]$ , $[-9, 54, -13, -13]$ ,采用文中提供的方法解算的结果如图3和图4。

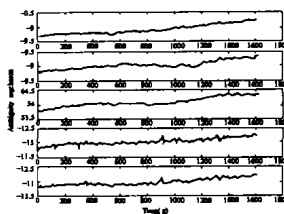


图3

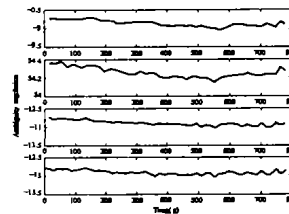


图4

可以看出,本文构造的新的有偏估计——部分岭估计改善了模型的病态性,提高了浮点解的精度,在此基础上采用直接取整法即可迅速、准确地确定整周模糊度。

## 5 结语

本文构造了一种新的整周模糊度解算技术。该方法只需在法矩阵的对应于定位参数的那部分对角元上加上岭参数就可以显著提高定位参数的LS估计的精度,从而提高了浮点解的精度,然后直接对得到的浮点解取整即可获得正确的模糊度,该方法计算速度快、正确率高、可操作性强。实际算例的结果验证了算法的这些优点。

### 参考文献:

- [1] Belsley D A. Conditioning Diagnostics[M]. New York: Wiley, 1991.
- [2] 陈希孺,王松桂. 近代回归分析[M]. 合肥:安徽教育出版社, 1987.
- [3] 周忠谟,易杰军,周琪. GPS 卫星测量原理与应用[M]. 北京:测绘出版社, 1997.
- [4] Teunissen PJG (1993) Least-squares estimation of the integer GPS ambiguities[R]. Invited lecture, Sect IV Theory and methodology, IAG General Meeting, Beijing, 1993.8.
- [5] Teunissen PJG (1995) The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation[J]. J Geod, 1995, 70: 65 - 82.
- [6] Teunissen PJG (2000) The success rate and precision of GPS ambiguities[J]. J Geod, 2000, 74: 321 - 326.