

文章编号: 1000-7598-(2005) 07-1085-05

邓肯-张模型有限元分析路堤沉降实用方法

王志亮¹, 殷宗泽², 李永池¹

(1. 中国科技大学 力学与机械工程系, 合肥 230027; 2. 河海大学 岩土工程研究所, 南京 210098)

摘 要: 有限元法是计算路堤沉降常见的数值计算方法, 但其模型参数一般需要做三轴排水试验确定。为了使该法更为实用, 对已有的 Duncan-Chang 模型中切线弹模简化确定法进行了误差分析, 提出了具体的修正系数; 基于土体的 K_0 状态条件, 给出了一个切线泊松比近似计算公式, 对砂性土和粘性土均可适用。实例计算表明: 所提出的方法对缺乏三轴试验资料, 但又需进行有限元计算沉降的一般道路工程, 具有一定的借鉴意义和参考价值。

关 键 词: 路堤; 沉降; 有限元法; 实用化

中图分类号: TU 433; TB 115

文献标识码: A

Practical method for FEM analysis of embankment settlement with duncan-chang model

WANG Zhi-liang¹, YIN Zong-ze², Li Yong-chi¹

(1. Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;

2. Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Finite element method is a familiar method in the calculation of embankment settlement, but it has difficulties in deciding model parameters. Generally, this needs doing triaxial drained test. In order to make this method be practical, some error analyses, which are concerned about the existing simple method for determining tangential elastic modulus of Duncan-Chang model, are done and related modified coefficient is also brought forward. Furthermore, an approximate formula for determining tangential Poisson ratio, suitable for both sandy and cohesive soils, is given according to the K_0 status of soils. Example shows that the above methods have definite reference value in common road engineering which need settlement calculation with FEM but lack of triaxial test materials.

Key words: embankment; settlement; FEM; Duncan-Chang model; practical method

1 引言

在路堤沉降计算中, 目前主要以单向分层总和法为主, 但该法假定变形和渗流为竖向的, 计算结果常存在较大的误差^[1]。严格说来, 软基的固结沉降应采用二维甚至三维分析方法, 为此, 引入 Biot 固结理论对路堤沉降进行有限元法计算和分析是比较符合实际的。尽管有限元法是一种较为完善的数值计算方法, 但由于其采用的模型涉及参数较多、不易确定, 且前处理繁琐, 从而导致该法难以作为一般工程技术人员所使用, 故在实际工程中未得到普及, 目前只能应用于一些重要工程、重要地段的路堤沉降的计算^[1]。

本文对路堤沉降有限元法分析中如何采用简化

法确定土体模型参数进行了研究, 目的是使有限元法在道路沉降等计算中更加实用。

2 模型介绍和实用化思路

目前在软基路堤沉降有限元法计算中大多采用著名的邓肯-张模型。该模型在国内已广泛使用 30 多年, 它能较好地反映土体非线性特性, 概念清楚、易于理解。不少学者认为, 该模型用于地下工程的分析计算 (包括结构分析、沉降分析、坑道稳定分析、围岩应力分析等等) 是比较理想的。

因路堤施工多为加载情形, 所以这里暂不考虑卸载问题。这样共涉及 8 个计算参数: ϕ , c , R_f , K , n , G , F 和 D , 它们均由三轴排水试验来确定。

有限元实用化的一个重要步骤是前处理, 即实

现计算网格的自动剖分,以减少数据的输入量。吴心怡等^[2]曾做过这方面的工作,其采用超单元变换法实现网格的自动剖分,只需要输入路堤的坡比、顶宽和分级数、路基的分级数以及各分层的纵向、水平向的分割数等,就能自动生成所需要的数据;如何采用简易途径确定上述 8 个模型参数,也是该法走向实用化的一个关键。由于一般的道路工程很少做三轴排水试验,且相关工程勘察报告中大多只提供土体直剪、侧限压缩等常规试验数据。由此可见,有必要探讨一种依据土体常规试验来确定这些参数的简化方法。

3 切线弹模近似确定及修正

土体切线弹性模量式中涉及到 5 个参数: φ, c, R_f, K, n 。其中,在无三轴试验资料时,土体的强度指标 φ, c 可以根据其直剪试验(取慢剪指标)来确定,目前这方面试验技术已很成熟,两种方法测量值相差不会太大。破坏比 R_f 是土体破坏时的应力差和极限应力差之间的比值,其值一般在 0.60~0.95 之间变化。通过大量有限元计算发现:地基的最终沉降与破坏比之间关系曲线($S_{\infty}-R_f$)是单调递增的,而该曲线的曲率与破坏比关系曲线($C-R_f$)却是单调递减的。对于粘性土而言,在同一坐标系中二者交点的横坐标多位于 [0.75, 0.90] 之间,接近 0.80;而对于砂性土而言,二曲线交点的横坐标多位于 [0.55, 0.75] 之间,接近 0.65。故建议在缺乏三轴试验资料时,粘性土的破坏比参考值就取为 0.80,砂性土的破坏比参考值就取为 0.65。

K 值越高,说明土体的工程性质越好。对于粘性土,参数 K 值的变化在 50~300 之间,少数坚硬粘性土 K 值甚至更高;砂性土在 60~600 之间;砂石与块石在 400~1 600 之间。初始弹性模量 E_i 与围压 σ_3 之间成指数关系, n 为无因次指数项,一般在 0.2~1.0 之间取值。

单向压缩作为一种材料力学试验,可用它来评价土体的压缩性能。对于土体而言,试验所得到的压缩曲线 $e-p$ 在一定程度上体现了土体的非线性特性,因此,可考虑用它来推估邓肯-张模型中的 K 和 n 这两个参数^[3]。在单向压缩试验中,土体处于无侧向变形状态,相应的泊松比为

$$\nu_0 = \frac{K_0}{1 + K_0} \quad (1)$$

把土体压缩曲线划分为若干级增量,对于某一级荷载增量 Δp 来说: $\Delta \sigma_1 = \Delta p$; $\Delta \sigma_2 = K_0 \Delta p$; $\Delta \sigma_3 = K_0 \Delta p$ 。

由广义虎克定律,求得轴向应变为

$$\Delta \varepsilon_1 = \frac{\Delta \sigma_1 - 2\nu_0 \Delta \sigma_3}{E_0} \quad (2)$$

式中 E_0, ν_0 分别为 K_0 状态下土体的弹性模量和泊松比。

由于单向压缩时无侧向应变,则有:

$$\Delta \varepsilon_1 = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \quad (3)$$

式中 e_0 为初始孔隙比; Δe 为相对于荷载增量 Δp 的孔隙比变化量。

根据式(2)、(3)可得出 K_0 状态下的弹模 E_0 :

$$E_0 = \frac{(1 + e_0)(1 - 2K_0\nu_0)\Delta p}{\Delta e} \quad (4)$$

邓肯-张切线弹性模量在 K_0 状态下表示为

$$E_t = E_0 / (1 - R_f S_0)^2 \quad (5)$$

而 K_0 状态下的应力水平为

$$S_0 = \frac{(1 - \sin \varphi)(1 - K_0)p}{2c \cos \varphi + 2K_0 p \sin \varphi} \quad (6)$$

把式(4)、(6)代入式(5)可得到不同应力状态下的初始弹性模量 E_i ,再在双对数坐标中点绘出 $\lg(E_i/Pa) - \lg(\sigma_3/Pa)$ (Pa 为大气压力)直线,由其截距和斜率,就可确定出邓肯模型中参数 K, n 。

根据上述方法,现对 10 组有代表性土样的邓肯-张模型进行了简化法计算,得出的近似模型参数 φ, c, R_f, K, n ,与来自于三轴试验的模型参数值均列于表 1 中。至于各土样的压缩曲线 $e-p$ 和三轴排水试验曲线等此处不再列出,可见文献[3, 4]。

比较表 1 中的各土样的 A, B 两种方法得到的数据可以发现:在切线弹性模量中涉及到的 5 个参数中,土体抗剪强度指标 φ, c ,由直剪试验与三轴试验得出的数值相差不是太大;而参数 K, n 是根据压缩试验曲线推求出的结果和基于三轴试验得到的数值存在一定的误差,且往往呈现出一个偏大,而另一个偏小,如此也可抵消一部分误差。

下面将依据表 1 提供的 10 组土样的 A, B 两组模型参数,分别计算对应土体在不同应力水平下的切线弹性模量,通过比较、分析,找出简化法确定出的切线弹性模量 E_t 的修正系数,使该法求出的 E_t 更接近基于三轴试验值,以达到非线性有限元法在走向实用化的同时,又能保证计算结果的精度。

简化法和三轴试验法各自得出的切线弹模 E_{ij} 和 E_{is} 不宜相差太大,否则,计算出的沉降或变形的结果会严重失真的。若令 λ 表示简化法和三轴试验

表 1 两种方法确定参数的比较
Table 1 Comparisons of parameters from two methods

土样 组号	土类名称 及含水量	方法	φ / (°)	c / kPa	R_f	K	n	M_k
1	黄色粘土 $w=36\%$	A	30.1	20.0	0.76	93.1	0.30	1.0~1.3
		B	25.8	15.0	0.80	63.9	0.62	
2	淤泥质粉粘 $w=49\%$	A	20.2	11.0	0.73	48.6	0.18	1.1~1.4
		B	18.6	16.0	0.80	40.3	0.23	
3	淤泥质粘土 $w=33\%$	A	26.4	15.0	0.77	47.7	0.14	1.0~1.4
		B	21.3	16.0	0.80	44.6	0.21	
4	淤泥质粘土 $w=52\%$	A	18.2	10.0	0.60	21.4	0.17	1.1~1.5
		B	15.8	11.0	0.80	21.6	0.20	
5	黄色粘土 $w=26\%$	A	27.4	16.0	0.77	76.0	0.31	0.9~1.3
		B	23.0	28.0	0.80	68.9	0.37	
6	黄色砂质粘土 $w=27\%$	A	37.0	0.0	0.79	212.6	0.30	1.0~1.5
		B	26.3	8.0	0.80	148.3	0.34	
7	粉质粘土 $w=28\%$	A	33.5	13.0	0.83	360.0	0.47	0.9~1.3
		B	33.5	13.0	0.80	335.7	0.61	
8	粉质粘土 $w=46\%$	A	28.5	20.0	0.60	42.0	0.74	1.2~1.5
		B	28.5	20.0	0.80	41.2	0.62	
9	中塑性粘土 $w=20\%$	A	22.0	50.0	0.86	191.0	0.54	1.1~1.5
		B	22.0	50.0	0.80	208.2	0.18	
10	中塑性粘土 $w=18\%$	A	26.5	40.0	0.76	173.0	0.46	0.9~1.4
		B	26.5	40.0	0.80	166.1	0.49	

注：A 为三轴试验方法；B 为常规试验方法； M_k 为修正系数。

法各自得出的切线弹性模量的比值，即 $\lambda = E_{ij}/E_{is}$ 。一般而言， λ 取值可在 0.8~1.2 之间波动，这与实际工程中岩土体的复杂性相比是可以接受的，若 λ 偏离更大，甚至超过 1.5 或小于 0.5，则简化法确定的参数就不能采用了。

根据上述 λ 的约束范围，可适当地修正简化法所得到的某一个或几个参数，以降低该法估算出的切线弹性模量的误差。首选的修正参数应该是 K ， n 了，因为由慢剪试验可当成“真值”应用；在 K ， n 两个参数估算中有时存在较大误差，前者对沉降影响很大，而后者则对沉降影响的灵敏度较小^[4]，且在具体修正时又发现，通过修正 n 值来调整 λ ，效果不是太理想，往往会出现高应力水平时误差能满足要求，而在低应力水平时误差却又较大；而参数 K 值是间接地反映土体的初始切线弹性模量 E_i 的，且其大小可以直接显示土体的工程性质，故可选定 K 为修正对象来减小简化法估算出的 5 个参数带来的误差。

这里采用直接比较不同应力状况下切线弹性模量值的方法，据此得出的上述 10 组土样的参数 K 的修正系数 M_k 值（表 1）。在对 M_k 的具体分析中，是以某一土体单元为研究对象的，把其应力水平设定在 0.20~0.90 之间，围压在 50~800 kPa 之间变化，这基本上能包括大多数实际工程中土体受力情形。

分析上述 10 组简化法的模型参数中 K 的修正

系数 M_k ，尽管有时偏大，有时偏小，但是基本上是在 0.9~1.5 之间变化，因此，存在一个上、下限，若不超过此范围则误差均可接受。所以，可建议 K 的修正系数 M_k 为 1.2，以此来对简化法得出的 5 个模型参数予以修正，也就是说，简化法确定的切线弹性模量基本上是偏小的，通过修正参数 K 来予以调整，这应该是符合大多数土体的。

图 1 和图 2 分别显示出表 1 中的第 4 组和第 10 组土样，采用修正 K 的方法得出的切线弹性模量的偏差曲线（ $\lambda-\sigma_3$ ）。 K 的修正系数 M_k 取值区间对应于表 1 中。可见当 M_k 分别取上、下限值时，基本上能保证参数 λ 值在允许的区间范围内，即在 0.8~1.2 之间。这不会对计算结果产生较大的影响。其余土样也同样，此处不再一一列出。

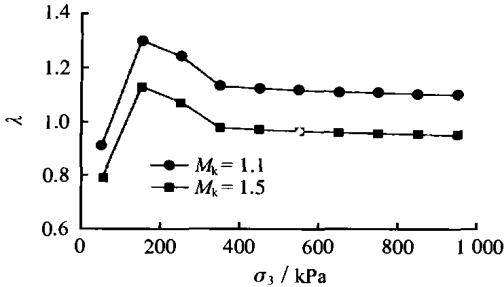


图 1 第 4 组土样（淤泥质粘土）偏差曲线
Fig. 1 Aberration curves for the fourth soil sample

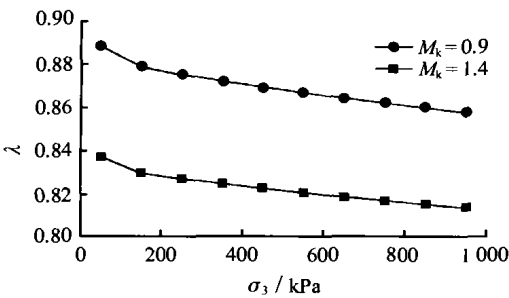


图 2 第 10 组土样（中塑性粘土）偏差曲线
Fig. 2 Aberration curves for the tenth soil sample

4 切线泊松比的近似确定

由于切线泊松比对有限元计算结果的影响小于切线弹性模量，且目前根据土体的直剪等常规试验来推求切线泊松比中涉及的 3 个参数（ G ， F 和 D ）的方法仍欠成熟。

吴心怡^[2]曾根据不同应力状态下泊松比的平均值与土体孔隙比进行多元线性回归分析，得到下面的近似替代式：

$$\nu = 0.62 - 0.57e + 0.21e^2 \quad (7)$$

该式在机理上是可以解释的，但笔者在计算中发现，该式并不理想，普适性较差。

切线泊松比随应力水平的增大而增大，随围压

σ_3 的增大而减小。旦尼尔 (Daniel) [5] 曾据此提出了一种较简单的确定切线泊松比法:

$$\nu_i = \nu_i + (\nu_f - \nu_i)S \quad (8)$$

式中 S 为单元应力水平; ν_i , ν_f 分别为初始、破坏时的切线泊松比, 并假定破坏时的泊松比为 0.49。

式 (8) 实际上是在初始泊松比和破坏时的泊松比之间按应力水平进行插值来求土体的切线泊松比。但初始泊松比 ν_i 是随围压 σ_3 的变化而具有不同的值, 其表达式如下:

$$\nu_i = G - F \lg \left(\frac{\sigma_3}{Pa} \right) \quad (9)$$

由此可见, 若按式 (8) 求切线泊松比, 还要涉及 G , F 这 2 个须由三轴试验确定的参数, 也就是说无三轴试验时, 初始切线泊松比 ν_i 就难以确定。但可以另辟蹊径, 例如, 可找出初始泊松比 ν_i 和 K_0 状态下的切线泊松比 ν_0 之间关系, 再代入式 (8) 中, 可使问题得到简化处理, 因为 K_0 状态的切线泊松比 ν_0 可依据土体内摩擦角 φ 等较方便求得。

对于 K_0 状态土体, 据式 (8) 有:

$$\nu_0 = \nu_i + (\nu_f - \nu_i)S_0 \quad (10)$$

式中 ν_0 为 K_0 状态的切线泊松比; S_0 对应于 K_0 状态的应力水平:

$$S_0 = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} = \frac{\left(\frac{1}{K_0} - 1\right)\sigma_3(1 - \sin \varphi)}{2(c \cos \varphi + \sigma_3 \sin \varphi)} \quad (11)$$

由上式可有: $S_0 \leq 1/2$ 。当土体为砂性土 ($c = 0.0$) 时, 上式中等号成立, 故可把 S_0 取值 0.5 代入式 (10):

$$\nu_i = 2\nu_0 - \nu_f \quad (12)$$

对于粘性土 ($c \neq 0.0$), 由于 K_0 状态的应力水平 S_0 是个小于 0.5 的数, 具体值难以确定, 则无法推导出类似于式 (12) 的初始泊松比和 K_0 状态泊松比之间的关系。但可按下述思路: 在式 (11) 所示的 K_0 状态下应力水平 S_0 肯定包括 σ_3 ($\sigma_3 = K_0 p$), 因为粘性土的粘聚力不等于零, 分子、分母上的 σ_3 消不掉。把式 (11) 代入 (10) 中, 整理得到:

$$\nu_i = \frac{\nu_0 - \nu_f S_0}{1 - S_0} = f(\sigma_3) = f(K_0 p) \quad (13)$$

在土体的一般压缩试验中, 常按 50, 100, 200, 300, 400 kPa 进行了 5 级加荷, 所以式 (13) 中的 p 就取这 5 个值。在半对数坐标中, 绘出 ν_i 与 σ_3 数据点, 再按式 (9) 进行直线最小二乘拟合, 可得出参数 G , F , 这样就能求粘性土的初始泊松比 ν_i 。

综上所述, 在无三轴试验资料时, 本文基于土体的 K_0 状态, 提出的切线泊松比近似求法如下: 在

式 (8) 中, 对于砂性土, $\nu_i = 2\nu_0 - \nu_f$; 对于粘性土, 先绘出 $\nu_i - \lg(K_0 p / Pa)$ 关系曲线, 拟合出 G , F 二参数, 由 $\nu_i = G - F \lg(\sigma_3 / Pa)$ 求初始泊松比 ν_i 。有了 ν_i 值, 则 ν_i 就能很方便求出。

表 2 中提供了 8 个土样的邓肯-张模型参数 [4,6], 其中有砂性土和粘性土, 场地不相同, 具有一定的代表性。下面就按上述方法求它们各自的初始泊松比, 分别列于表 3 中。

表 2 不同土体的非线性模型参数

Table 2 Nonlinear model parameters of different soils

土样 编号	分类	产地	φ / (°)	c / kPa	模型参数					
					R_f	K	n	G	F	D
1	黄色粘土	宁波	30.0	10.0	0.80	100.0	0.40	0.20	0.00	2.00
2	粉质粘土	昆山	22.0	32.0	0.83	122.0	0.24	0.28	0.00	1.30
3	细砂	潍坊	36.5	0.0	0.59	70.0	0.91	0.26	0.01	1.90
4	尾矿砂	潍坊	38.0	0.0	0.79	200.0	0.70	0.27	0.01	1.78
5	粉煤灰	九江	36.5	16.0	0.75	275.0	0.65	0.18	0.02	1.65
6	中塑性粘土	小浪底	26.5	40.0	0.76	173.0	0.46	0.35	0.00	1.07
7	素填土	上海	22.0	44.0	0.87	120.0	0.60	0.35	0.01	0.70
8	水泥搅拌土	济南	42.0	98.8	0.73	903.6	0.61	0.12	0.12	24.51

表 3 不同土体的初始泊松比

Table 3 Initial Poisson ratios of different soils

土样 编号	试验值		拟合值		初始泊松比
	G	F	G	F	
1	0.20	0.00	0.22	0.07	$\nu_i = 0.22 - 0.07 \lg(\sigma_3 / Pa)$
2	0.28	0.00	0.34	0.05	$\nu_i = 0.34 - 0.05 \lg(\sigma_3 / Pa)$
3	0.26	0.01	/	/	$\nu_i = 0.09$
4	0.27	0.01	/	/	$\nu_i = 0.07$
5	0.18	0.02	0.15	0.11	$\nu_i = 0.15 - 0.11 \lg(\sigma_3 / Pa)$
6	0.35	0.00	0.30	0.06	$\nu_i = 0.30 - 0.06 \lg(\sigma_3 / Pa)$
7	0.35	0.01	0.35	0.05	$\nu_i = 0.35 - 0.05 \lg(\sigma_3 / Pa)$
8	0.12	0.12	0.17	0.08	$\nu_i = 0.17 - 0.08 \lg(\sigma_3 / Pa)$

由表 3 可见, 对于砂性土, 可直接得出其初始泊松比 ν_i ; 对于粘性土, 拟合出的参数 G 值和试验得出的值已比较接近, 而参数 F 拟合值偏差稍大。但从灵敏度分析结果 [4] 得知, 参数 F 对路堤沉降值影响很小, 故由此带来的误差几乎可以忽略。显然, 只需要 c , φ 指标, 就能近似得到 ν_i 。

5 实例验证

为了验证上述近似法确定 E_t 和 ν_i 的可行性, 现举一例来进行说明。

某均质高速公路断面, 其坡比为 1:1.75, 堤顶宽 24.0 m, 堤高 3.0 m。假设地表和计算域两侧为透水性边界, 底部为刚性不透水边界, 且地下水位在地表处。由三轴试验得到的邓肯-张模型计算参数 [2,4] 见表 4。

假如邓肯-张模型参数未提供, 即未做土体的三轴排水试验, 只有该土样进行单压缩和直剪试验数

据^[2, 4] (见表5, 其中 $\varphi=25^\circ$, $c=124.0$ kPa)。

表4 邓肯-张模型参数

Table 4 Parameters of Duncan-Chang model

γ / $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	φ / $(^\circ)$	c / kPa	模型参数						K_x, K_y / $\text{cm} \cdot \text{d}^{-1}$
			R_f	K	n	G	F	D	
19.0	27.0	124.0	0.67	140.0	0.14	0.20	0.01	2.50	0.004

表5 土体常规试验参数

Table 5 Soil routine test parameters

参数	P / kPa							
	0	25	50	100	200	300	400	500
e	1.123	1.120	1.114	1.102	1.084	1.070	1.061	1.054

图3为该土样进行压缩试验得到的 $e-p$ 曲线。根据表5和图3中提供的数据, 按前述的近似法推求出邓肯-张模型部分参数。

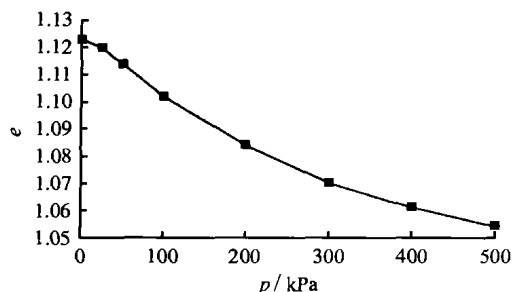


图3 土体压缩试验曲线

Fig. 3 Soil compression test curve

由本文提出的 E_t 简化法确定的5个参数(具体过程略)如下: $\varphi=25^\circ$, $c=124.0$ kPa, $R_f=0.80$, $K=123.9$, $n=0.30$ 。这里主要考察的是 K 与 n , 把它们分别与来源于三轴试验对应值相比, 发现前者偏小, 后者偏大。按前面所述, 计算中为了降低简化法求得的切线弹性模量的误差, 把参数 K 乘上一个修正系数1.2。至于 v_t 就采用上述近似法计算, 其中 $v_t = 0.34 - 0.03 \lg(\sigma_3 / Pa)$ 。按两种方法(三轴试验法以及常规试验法)进行该路堤沉降的非线性有限元法计算, 结果显示于图4中。显然, 根据常

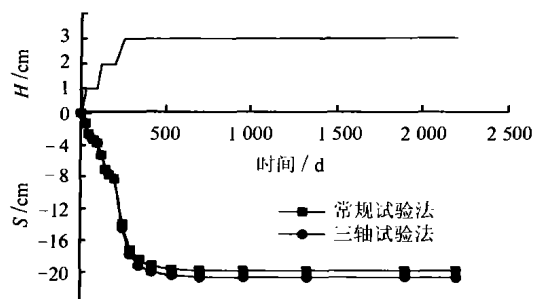


图4 路堤填筑和沉降发展过程曲线

Fig. 4 Curves of embankment filled and settlement developing course

规试验推估 E_t , v_t 的路堤沉降计算结果, 与依据三轴试验确定 E_t , v_t 的沉降计算值十分接近, 均能很好地反映出沉降的发展趋势, 所得出的路堤最终沉降分别为 20.70, 19.84 cm。由此可见, 本文提出的有限元实用化方法是合理、可行的。

6 结语

即使依据三轴试验来确定模型参数, 在试验点的连线上也有相当大的灵活性, 直线缓一些或陡一些, 对某些偏离的点照顾多一些或少一些, 得出的模型参数都是不同的。因此, 很难要求有准确的、唯一的土体模型参数。尽管本文提出的简化法计算结果有一定偏差, 但这与工程岩土复杂程度相比, 大体上是可以接受的。应该说对加荷的应力路径接近 K_0 状态情况, 这种近似方法未必比三轴试验确定的参数差。故该法可在实际工程中予以借鉴与参考。

参考文献

- [1] 殷宗泽, 朱泓, 吴钰. 沪宁高速公路地基沉降有限元计算分析[J]. 水利水电科技进展, 1998, 18(2): 22-26.
YIN Zong-ze, ZHU Hong, WU Yu. Finite element analysis of foundation settlement of Shanghai-Nanjing expressway embankment[J]. *Advances in Science and Technology of Water Resources*, 1998, 18(2): 22-26
- [2] 吴心怡. 高等级公路路堤沉降计算方法研究[硕士学位论文D]. 南京: 河海大学, 1995.
- [3] 殷宗泽, 钱玉林. 邓肯双曲线模型参数及其近似确定[A]. 第2届华东地区岩土力学学术讨论会论文集[C]. 杭州: 浙江大学出版社, 1992. 172-177.
- [4] 王志亮. 软基路堤沉降预测和计算[博士学位论文D]. 南京: 河海大学, 2004.
WANG Zhi-liang. Settlement prediction and calculation of embankment on soft ground[D]. Nanjing: Dissertation for Phd. Hohai University, 1995.
- [5] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理和计算[M]. 北京: 中国水利电力出版社, 1995.
- [6] 王松根, 杨永顺, 张玉宏. 粉喷桩在济南绕城高速公路路基加固中的应用[J]. 华东公路, 1999, (4): 61-64.
WANG Song-gen, YANG Yong-shun, ZHANG Yu-hong. The application of cement column pile to the roadbed of expressway around Jinan City[J]. *East China Highway*, 1999, (4): 61-64.