雷 达. 起伏地形下 CSAMT 二维正反演研究与应用. 地球物理学报, 2010, **53**(4): 982～993, DOI: 10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.023

Lei D. Studies and applications of 2-D CSAMT modeling and inversion with a dipole source and topography. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2010, **53**(4): 982～993, DOI: 10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.023

起伏地形下 CSAMT 二维正反演研究与应用

雷 达

中国地质科学院地球物理地球化学勘查研究所, 廊坊 065000

摘 要 CSAMT 在山区金属矿勘查中, 采用各种滤波和相位积分之类的处理方法, 校正因地形起伏和局部电性不均匀引起的静态效应, 往往难保奏效, 开发消除静态效应的新方法是提高 CSAMT 资料处理与解释水平和方法应用效果的重要研究课题. 本文以如何消除地形影响为重点, 对起伏地形下 CSAMT 二维大地三维源地电模型, 采用加权余弦数值积分法, 进行波数域电磁场二维有限单元法正演. 为模拟复杂地形地电模型, 选取交叉对称网格三角形剖分法, 实现了在国内常用赤道电偶极装置的 CSAMT 二维正演计算; 在二维正演的基础上, 开发了基于奥克姆反演法的 CSAMT 二维反演技术, 研制出一套起伏地形下 CSAMT 二维正反演处理与解释方法技术系统. 通过理论模型试算和实测数据处理证实, 本系统能有效地削减起伏地形影响. 在找矿应用中, 该系统反演的电阻率断面, 极大地消除了起伏地形影响和静态效应, 突显出清晰的控矿构造和矿体的异常, 取得了重要成效.

关键词 起伏地形, 静态效应, CSAMT 二维正演, 波数域, 有限单元法, 二维反演

DOI: 10.3969/j.issn.0001-5733.2010.04.023 **中图分类号** P631 **收稿日期** 2009-05-18, 2010-01-26 收修定稿

Studies and applications of 2-D CSAMT modeling and inversion with a dipole source and topography

LEI Da

Institute of Geophysical and Geochemical Exploration, CAGS, Langfang Hebei 065000, *China*

Abstract In the exploration of ore with CSAMT in mountainous area, various filtering and phase integral method often cannot handle calibration for uneven terrain and local electrical static effect. To develop a new method to eliminate static effect is important for improving the CSAMT data processing and interpretation and application effect. Taking eliminating terrain effect as the main target, this paper adopts the 2D earth and 3D source terrain model and uses the weighted cosine integral method to carry out finite-element calculation in wave-number domain. To simulate complex terrain we selected cross-symmetrical triangular grid to realize forward calculation of 2D CSAMT data for the electrical equatorial dipole array, which is popular in China. On the basis of the 2D forward calculation, we developed a set of rolling terrain 2D CSAMT inversion technique based on the OCCAM method. Through theoretical calculation and real data processing, the terrain effects could be effectively corrected. In prospecting application, the comparison of results with available geological data shows that the terrain and static effects, which resulted in distortion of apparent resistivity, could be effectively corrected, the resulted distribution of

基金项目 国家 863 项目(2002AA13201)和国家科技攻关项目(2003BA612A)资助.

作者简介 雷 达, 男, 1966 年生, 地球探测与信息技术学博士, 地球电磁法新技术研究博士后, 教授级高级工程师, 从事电磁法方法技术研究和应用工作. E-mail: ldigge@126.com

resistivity clearly reflects the geoelectrical feature, with geological structure and anomalous bodies outlined.

Keywords　Topography, Static effect, 2D forward of CSAMT data, Wave-number domain, Finite element method, 2D inversion

1　引　言

在起伏地形和复杂地电条件下获取的可控源音频大地电磁法(CSAMT)数据,由起伏地形和近地表的电性横向不均匀性引起的静态效应而产生严重畸变. 如不对畸变数据进行校正,将使定量解释产生明显的误差,甚至造成地下存在构造或异常体的假象. 前人在 CSAMT 数据预处理上,通常采用空间滤波技术和利用实测相位数据做静态校正[1,2],都能获得一定效果,但对于在复杂地形环境下采集的数据,用一维反演或拟二维反演仍会产生较大的误差,有时还会导致给出完全错误的解释结果. 因此认识地形影响规律,开发消除起伏地形影响的新方法是提高 CSAMT 资料处理解释水平和方法应用效果的重要研究课题.

由于可控源音频大地电磁场是二维大地三维源电磁场问题. 目前,这种模型是解释复杂大地可控源电磁场数据的唯一方法. Lee 等人在 1985 年发表了用微分方程法解垂直或水平磁偶极激发下的二次电场的有限元方法[3]. 在二维正演技术研究中,我国的孟永良、罗延钟提出:2.5 维空间域电磁场正演可通过电磁场各分量的 y 方向傅氏变换,化为二维地电波数域的定量解问题,运用有限元法求解波数域电磁场各分量的数值近似解[4]. 阎述等推导了线源频率电磁法测深二维正演理论公式和边界条件[5,6],计算得出了近似的远区视电阻率. 陈小斌、胡文宝采用有限元直接迭代算法实现了线源频率域电磁响应的二维正演计算[7],解决了垂直长导线电源的电场转换成全区视电阻率问题,但是,未涉及平行电偶源方向的电磁场问题. 底青云等研究了长偶极大功率可控源电磁波响应特征和频率域线源大地电磁法有限元正演模拟[8,9].

Wannamaker 等在研究有限元二维电磁响应中,提出了用三角剖分法剖分带地形的二维模型,说明了三角剖分法可解决地形问题,有助于用有限元法计算 MT 电磁响应[10]. Yuji Mitsuhata 采用有限元法计算带地形二维模型的偶极源电磁响应[11],成功地采用拟脉冲函数模拟计算电偶源电流分布,对轴向装置的山脊地形的均匀大地和水平地形的三层介质进行了模拟计算,并讨论了场源阴影效应对场源电磁法和长偏移瞬变电磁法的影响问题.

在 CSAMT 反演方法上,一维反演可以精确地模拟电磁场,但它只限于简单的水平层状模型[12]. 当遇到收-发之间为复杂的地电结构,即二维甚至于三维的情况,这种反演方法就会得出错误解. 为了处理场源效应和复杂的地电构造,Wannamaker 于 1997 年,把一维 CSAMT 反演和二维 MT 反演结合起来,给最小二乘加一个光滑限制,得出了模型的正则化解[13]. 奥克姆(OCCAM)反演、最小构造反演和快速松弛(RRI)算法都属于这种类型.

国外的一些公司推出的商业一维反演软件,具有不用给初始参数,综合考虑旁侧点的连续性,反演速度快,反演结果能够较好地反映均匀水平地层构造的优点. 但对于在复杂地形条件下的二、三维数据反演,往往出现错误的结果.

为了处理复杂的地电结构,美国 Zonge 公司基于 Wannamaker 理论,在 2001 年开发了 CSAMT 二维圆滑模型反演商业软件. 该软件是基于 MT 正演模拟对远区数据进行的二维反演计算. 在软件中虽然描述有带地形的二维反演功能,但经我们实际测试,地形起伏可能是在水平地形模型反演后加上的,因此,根本未解决地形影响问题.

国内外学者在计算有源、带地形模型的二维电磁场响应方面发表了诸多文章[10~18],但真正对有起伏地形的复杂地电模型的 CSAMT 数据进行二维反演,尚未见实例报道.

为了准确模拟起伏地形下复杂地电模型的 CSAMT 场源效应和地形影响,本文从理论到计算方法开展了二维正反演研究. 采用加权余量法建立 CSAMT 有限单元法方程,对起伏地形地电断面选取交叉对称网格三角形剖分,实现了波数域有限单元法计算. 在二维正演的基础上,开发了基于奥克姆反演法的 CSAMT 二维反演技术,建立了起伏地形下 CSAMT 二维正反演处理与解释方法技术系统.

通过对典型起伏地形地电模型正反演处理,验证了方法技术系统的正确性和有效性. 并在山区金

属矿勘查中,获得了成功应用的实例,展示了良好的实用性效果.

2 CSAMT 二维正演方法

2.1 电磁场方程的建立

在电偶源 CSAMT 测深中,设直角坐标系的 x-y 平面与地表面一致,z 轴垂直向下,y 方向为二维构造走向方向,如图 1 所示. CSAMT 水平电偶源电磁场是二维模型三维场问题. 假设电导率在平行于构造走向上不变,可在 y 方向做傅里叶变换,将二维模型三维场变换成二维模型二维场,从而求解,再通过傅里叶逆变换将求解结果变换成二维模型三维场响应[5~9].

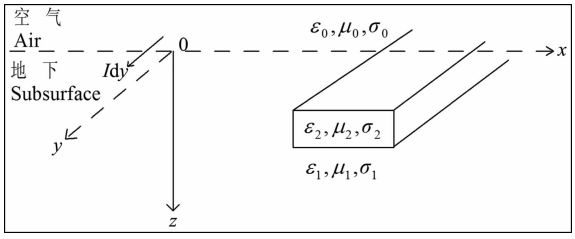


图 1 二维地电模型与坐标系

Fig. 1 2D geoelectrical model and coordinate system

设大地为分区均匀、线性、各向同性、时不变的导电介质,则从含有场源谐变电磁场微分形式的麦克斯韦方程导出频率域总电场、总磁场、二次电场、二次磁场的微分方程[17]:

$$\nabla^2\bar{\boldsymbol{E}}+\nabla\left(\bar{\boldsymbol{E}}\cdot\frac{\nabla\sigma}{\sigma}\right)-k^2\bar{\boldsymbol{E}}=\mathrm{i}\omega\mu_0\bar{\boldsymbol{J}}-\frac{1}{\sigma}\nabla(\nabla\cdot\bar{\boldsymbol{J}}),\quad(1)$$

$$\nabla^2\bar{\boldsymbol{H}}+\sigma(\nabla\times\bar{\boldsymbol{H}})\times\nabla\left(\frac{1}{\sigma}\right)+k^2\bar{\boldsymbol{H}}=-\nabla\times\bar{\boldsymbol{J}},\quad(2)$$

$$\nabla^2\bar{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{s}}+\nabla\left(\bar{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{s}}\cdot\frac{\nabla\sigma}{\sigma}\right)+k^2\bar{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{s}}=-k_{\mathrm{a}}^2\bar{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{p}}-\nabla\left(\bar{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{p}}\cdot\frac{\nabla\sigma_{\mathrm{a}}}{\sigma}\right),\quad(3)$$

$$\nabla^2\times\bar{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{s}}+\sigma(\nabla\times\bar{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{s}})\times\nabla\left(\frac{1}{\sigma}\right)+k^2\bar{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{s}}=-k_{\mathrm{a}}^2\bar{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{p}}-\sigma\nabla\left(\frac{\sigma_{\mathrm{a}}}{\sigma}\right)\times\bar{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{p}},\quad(4)$$

在上述四个方程中,$k^2=-\mathrm{i}\omega\mu_0\sigma$,$k_{\mathrm{a}}^2=-\mathrm{i}\omega\mu_0\sigma_{\mathrm{a}}$. 式中:$\bar{\boldsymbol{E}}$、$\bar{\boldsymbol{H}}$、$\bar{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{s}}$、$\bar{\boldsymbol{H}}_{\mathrm{s}}$ 分别是总电场、总磁场、二次电场、二次磁场;$\bar{\boldsymbol{J}}$ 是外加电场电流;阻抗率 $\hat{z}=\mathrm{i}\mu\omega$,电导率 $\hat{y}=\sigma+\mathrm{i}\varepsilon\omega$,$\varepsilon'=\varepsilon\left(1+\mathrm{i}\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)$ 为介质的复合电常数,ω 为圆频率,$\mathrm{i}=\sqrt{-1}$,∇ 为 Hamiltonian 算子,$\bar{\boldsymbol{J}}_{\mathrm{s}}=\sigma_{\mathrm{a}}\bar{\boldsymbol{E}}$,$\sigma_{\mathrm{a}}=\sigma-\sigma_*$ 为某一点的异常电导率.

在平行于构造 y 方向做傅里叶变换,得到关于作为 x、k_y、z 函数的电场和磁场微分方程,可借助两个关于 $\hat{E}_y$ 和 $\hat{H}_y$ 的对偶二阶微分方程,得到关于波数域的 $\hat{E}_y$ 和 $\hat{H}_y$ 方程式:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\hat{y}}{k_e^2}\frac{\partial\hat{E}_y}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\hat{y}}{k_e^2}\frac{\partial\hat{E}_y}{\partial z}\right)-\hat{y}\hat{E}_y+\mathrm{i}k_y\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial\hat{H}_y}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial\hat{H}_y}{\partial x}\right]=\hat{J}_y-\mathrm{i}k_y\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{k_e^2}\hat{J}_x\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{k_e^2}\hat{J}_z\right)\right],\quad(5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\hat{z}}{k_e^2}\frac{\partial\hat{H}_y}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\hat{z}}{k_e^2}\frac{\partial\hat{H}_y}{\partial z}\right)-\hat{z}\hat{H}_y+\mathrm{i}k_y\left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial\hat{E}_y}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial\hat{E}_y}{\partial x}\right]=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\hat{z}}{k_e^2}\hat{J}_z\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\hat{z}}{k_e^2}\hat{J}_x\right),\quad(6)$$

式中:$k^2=-\hat{z}\hat{y}$ 和 $k_e^2=k_y^2-k^2$ 为介质的波数. (5)、(6)式是波数域电磁场的定解问题,可通过傅氏变换将空间域 2.5 维的定解问题转换成求二维波数域的解. 其他波数域电磁分量由 $\hat{E}_y$ 和 $\hat{H}_y$ 的偏导数求得:

$$\hat{E}_x=\frac{1}{k_e^2}\left(-\mathrm{i}k_y\frac{\partial\hat{E}_y}{\partial x}-\hat{z}\frac{\partial\hat{H}_y}{\partial z}-\hat{z}\hat{J}_x\right),\quad(7)$$

$$\hat{E}_z=\frac{1}{k_e^2}\left(-\mathrm{i}k_y\frac{\partial\hat{E}_y}{\partial z}+\hat{z}\frac{\partial\hat{H}_y}{\partial x}-\hat{z}\hat{J}_z\right),\quad(8)$$

$$\hat{H}_x=\frac{1}{k_e^2}\left(-\mathrm{i}k_y\frac{\partial\hat{H}_y}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial\hat{E}_y}{\partial z}+\mathrm{i}k_y\hat{J}_z\right),\quad(9)$$

$$\hat{H}_z=\frac{1}{k_e^2}\left(-\mathrm{i}k_y\frac{\partial\hat{H}_y}{\partial z}-\hat{y}\frac{\partial\hat{E}_y}{\partial x}-\mathrm{i}k_y\hat{J}_x\right),\quad(10)$$

式中:

$$\hat{J}_x=\sqrt{\frac{1}{2\pi}}I\mathrm{d}\boldsymbol{x}\delta(x)\delta(z),$$

$$\hat{J}_y=\sqrt{\frac{1}{2\pi}}I\mathrm{d}\boldsymbol{y}\delta(x)\delta(z),$$

$$\hat{J}_z=\sqrt{\frac{1}{2\pi}}I\mathrm{d}\boldsymbol{z}\delta(x)\delta(z),$$

$\mathrm{d}\boldsymbol{x}$、$\mathrm{d}\boldsymbol{y}$ 和 $\mathrm{d}\boldsymbol{z}$ 分别为 $\mathrm{d}l$ 在 x, y, z 方向的投影.

对于二维多频点谐变电磁场的边界条件,很难用单一形式表示. 由于是交变电磁场,可将大地看成一个导体. 在相当深的地层中,电磁场衰减趋于零. 因此,在下边界取为第一类边界条件:$E_x=0$.

对于地中侧边界,在离源足够远的地方,也就是远区,可认为是近于均匀的"平面波",这时地中侧边界取为第二类边界条件:$\partial E_x/\partial n=0$.

在空中离地下二维地质异常体足够远处,可将大地的影响视为水平层状大地来考虑,此时在空中

边界上可采用一维吸收边界条件,设在边界上:

$$BE_x = 0, \tag{11}$$

式中 B 是边界算子. 设在空中边界上的场为强度 I 向外传播的波与经大地反射的波的叠加:

$$E_x = \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 r} + R\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 r}, \tag{12}$$

R 是反射系数. 将(12)式求导后有

$$\frac{\partial E_x}{\partial n} = \mathrm{i}k_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 r}\frac{\partial r}{\partial n} + \mathrm{i}k_0 R\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 r}\frac{\partial r}{\partial n}, \tag{13}$$

用 $\mathrm{i}k_0\dfrac{\partial r}{\partial n}$ 乘(12)式后与(13)式相加得:

$$\frac{\partial E_x}{\partial n} - \mathrm{i}k_0\frac{\partial r}{\partial n}E_x = 0,$$

$\dfrac{\partial r}{\partial n} = \cos\theta$, θ 是矢经 $\bar{\boldsymbol{r}}$ 和边界外法线方向 $\hat{n}$ 之间的夹角.

将上式与(11)式比较后,可得边界算子

$$B = \frac{\partial}{\partial n} - \mathrm{i}k_0\cos\theta,$$

故在空中边界上取第三类边界条件:

$$\frac{\partial E_x}{\partial n} - \mathrm{i}k_0\cos\theta E_x = 0. \tag{14}$$

2.2　波数域电磁场二维有限单元法

用有限元法求解泛函极值问题时,要将研究的场域剖分成有限个数的单元,在每一个基本单元内,由节点处的场值表示出插值函数来逼近各单元内场的分布,由此将求泛函极值问题变成了求多元函数的极值问题.

设有限单元法的平面算域为 Ω, 其外围边界为 $\partial\Omega$. 有限单元法的残差为

$$\begin{aligned} R^E = {} & \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\dot{y}}{k_e^2}\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\dot{y}}{k_e^2}\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z}\right) - \dot{y}\dot{E}_y \\ & + \mathrm{i}k_y\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x}\right] \\ & - \dot{J}_y + \mathrm{i}k_y\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{k_e^2}\dot{J}_x\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{k_e^2}\dot{J}_z\right)\right], \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} R^Y = {} & \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\dot{z}}{k_e^2}\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\dot{z}}{k_e^2}\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z}\right) - \dot{z}\dot{H}_y \\ & + \mathrm{i}k_y\left[-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x}\right] \\ & + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\dot{z}}{k_e^2}\dot{J}_z\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\dot{z}}{k_e^2}\dot{J}_x\right). \end{aligned} \tag{16}$$

在 Galerkin 有限单元法的加权余量满足

$$\sum_{i=1}^{Ne}\iint N_i R^E \mathrm{d}x\mathrm{d}z = 0, \tag{17}$$

式中的 N_i 是第 i 个节点的插值函数. 由 Galerkin 法:

$$\iint \phi\frac{\partial \varphi}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}z = -\iint\frac{\partial \phi}{\partial x}\varphi\mathrm{d}x\mathrm{d}z + \oint\phi\varphi n_x\mathrm{d}l, \tag{18}$$

单元内波数域场 $\dot{E}_y$ 和 $\dot{H}_y$ 函数为

$$\dot{E}_{y\Omega} = \sum_k N_k\dot{E}_{yk}, \quad \dot{H}_{y\Omega} = \sum_k N_k\dot{H}_{yk}. \tag{19}$$

式中的 N_k 是在第 k 个节点的二次插值函数. 运用 Galerkin 法可得到线性方程:

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^{N_e}\iint\left\{\frac{\partial N_i^e}{\partial x}\left(\frac{\dot{y}}{k_e^2}\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x}\right) + \frac{\partial N_i^e}{\partial z}\left(\frac{\dot{y}}{k_e^2}\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z}\right) + N_i^e\dot{y}\dot{E}\right. \\ & \quad \left. + \mathrm{i}k_y\left[\frac{\partial N_i^e}{\partial x}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} - \frac{\partial N_i^e}{\partial z}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x}\right]\right\}\mathrm{d}x\mathrm{d}z \\ & = -\sum_{e=1}^{N_e}\iint\left\{-N_i^e\dot{J}_y + \mathrm{i}k_y\left[\frac{\partial N_i^e}{\partial x}\left(\frac{1}{k_e^2}\dot{J}_x\right)\right.\right. \\ & \quad \left.\left. + \frac{\partial N_i^e}{\partial z}\left(\frac{1}{k_e^2}\dot{J}_z\right)\right]\right\}\mathrm{d}x\mathrm{d}z + \sum_{e=1}^{N_e}\oint N_i^e\dot{H}_l\mathrm{d}l, \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^{N_e}\iint\left\{\frac{\partial N_i^e}{\partial x}\left(\frac{\dot{z}}{k_e^2}\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial x}\right) + \frac{\partial N_i^e}{\partial z}\left(\frac{\dot{z}}{k_e^2}\frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z}\right) + N_i\dot{z}\dot{H}_y\right. \\ & \quad \left. + \mathrm{i}k_y\left[\frac{\partial N_i^e}{\partial x}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} - \frac{\partial N_i^e}{\partial z}\left(\frac{1}{k_e^2}\right)\frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x}\right]\right\}\mathrm{d}x\mathrm{d}z \\ & = -\sum_{i=1}^{N_e}\iint\left\{\frac{\partial N_i^e}{\partial x}\left(\frac{\dot{z}}{k_e^2}\dot{J}_z\right) - \frac{\partial N_i^e}{\partial z}\left(\frac{\dot{z}}{k_e^2}\dot{J}_x\right)\right\}\mathrm{d}x\mathrm{d}z \\ & \quad - \sum_{i=1}^{N_e}\oint N_i^e\dot{E}_l\mathrm{d}l. \end{aligned} \tag{21}$$

从(20)、(21)两式求得各个节点处的波数域电磁场的 $\dot{E}_y$ 和 $\dot{H}_y$ 值,由(7)～(10)式可得到其他处的波数域电磁场 $\dot{E}_x$、$\dot{E}_z$、$\dot{H}_x$、$\dot{H}_z$ 值. 式中的各个节点处 $\dot{E}_y$ 和 $\dot{H}_y$ 在各个方向偏导数可由插值求出. 采用 Galerkin 加权余量法建立有限单元方程,实现波数域有限单元法计算. 为提高计算精度,采用了余弦反傅氏变换数值积分方法.

2.3　赤道(旁侧)装置的起伏地形地电模型正演

采用典型山脊和山谷地形下存在低阻体和高阻体的地电模型. 山脊地形为上宽 20 m、下宽 120 m、高差 40 m,山谷地形为上宽 100 m、下宽 20 m、高差 30 m. 山脊地形下方 30 m 深处有宽 25 m、高 30 m 的低阻体和高阻体,低阻体和围岩电阻率分别为 20 Ωm、500 Ωm;高阻体和围岩的电阻率分别为 500 Ωm、25 Ωm. 山谷地形下方 30 m 深处有宽 25 m、高 50 m 的低阻体和高阻体,低阻体和围岩电阻率分别为 20 Ωm、100 Ωm;高阻体和围岩的电阻率分别为 500 Ωm、100 Ωm. 采用图 2 所示的剖分方法对山谷和山脊地形的地电断面进行网格剖分,横向宽度为 5 m,在模型有效地段两侧加宽,以 3 倍系数递增. 对地表附近进行网格加密,纵向加密到 2 m,浅部 80 m 处为 10 m,80 m 以下以30 m递增. 山脊地形的地电断面经剖分后有 224×52 个三角形

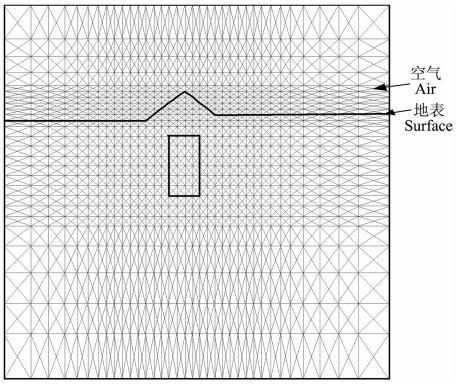


图 2 起伏地形的有限元网格

Fig. 2 Finite-element grid of topography

单元,山谷地形的地电断面经剖分后有 170×42 个三角形单元.

对模型进行 CSAMT 二维有限单元计算时,偶极源至测线距离为 6000 m. TM 模式的正演计算结果如图3～图4所示,图中(A)为 $f=1024$ Hz,(B)为 $f=2$ Hz 的正演卡尼亚视电阻率和阻抗相位剖面曲线.

由图 3～图 4 正演结果的对比,可得出以下认识:

(1)对所有模型计算的视电阻率和阻抗相位都受地形起伏的影响而发生畸变,地形起伏会造成虚假异常,或目标异常发生畸变,或使目标异常被地形异常淹没. TM 模式在山脊下深处表现为虚假的低电阻率、高相位异常,而在山谷下深处为虚假的高电阻率、低相位异常,异常的两侧出现上冲或下冲的特征.

(2)将起伏地形下方存在的低阻体或高阻体正演结果与无异常体的正演结果进行对比,可明显地看出,山脊地形下低阻体的存在会产生视电阻率降低、相位升高;高阻体产生视电阻率升高、相位降低的异常. 山谷地形下低阻体的存在会产生视电阻率降低、相位升高;高阻体产生视电阻率升高、相位降低的异常.

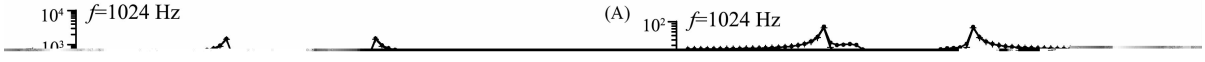


图 3 山脊地形下异常体二维正演综合图

Fig. 3 Composite section of 2-D forward modeling for the anomalous body with ridge topography

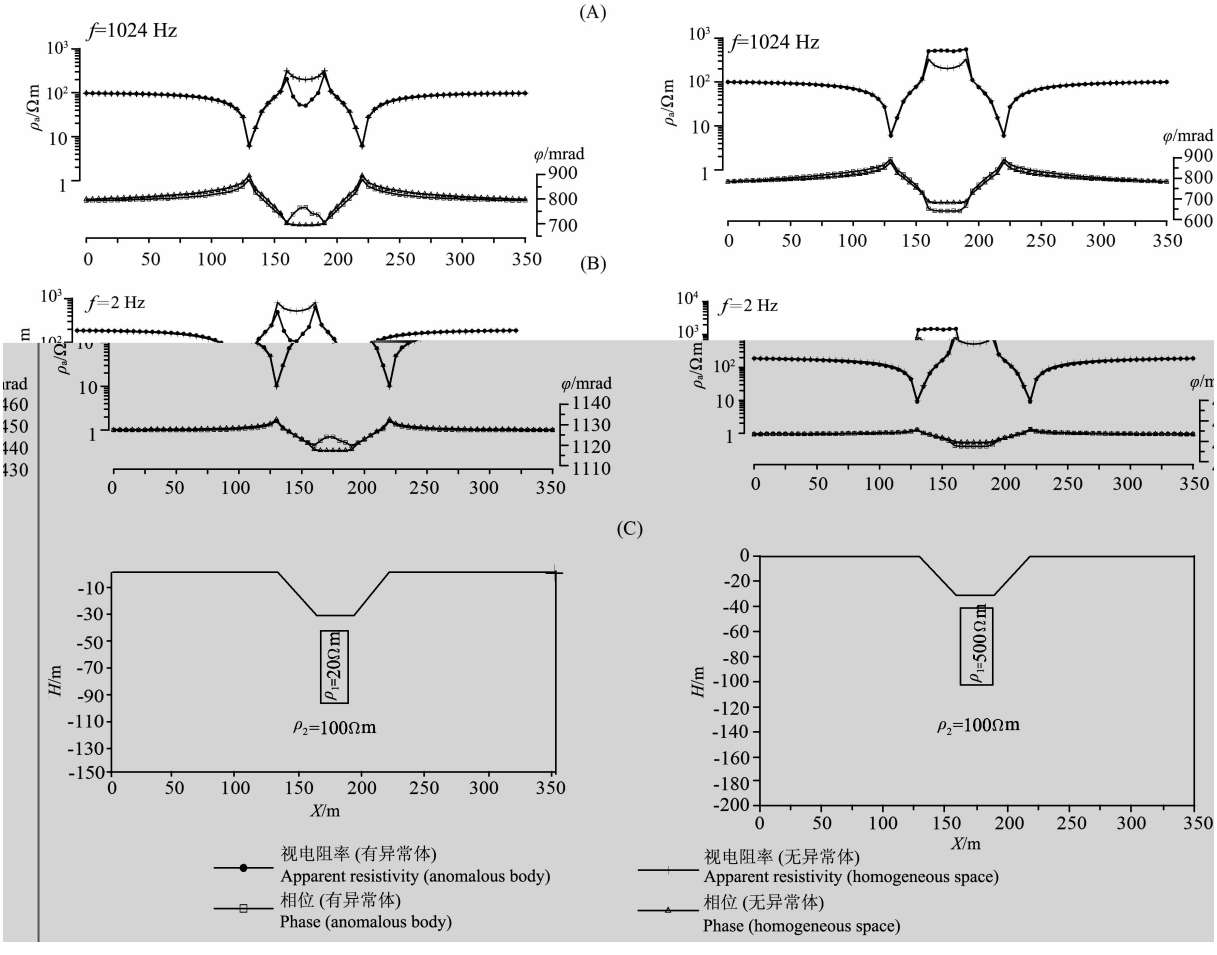


图 4　山谷地形下异常体二维正演综合图

Fig. 4　Composite section of 2-D forward modeling for the anomalous body with valley topography

(3)起伏地形会导致异常体的视电阻率和相位发生畸变. 起伏地形下异常体在计算结果中虽也有不同程度的异常显示,但取决于异常体的电阻率大小、埋藏深度和几何尺寸. 从图 4 中看出,异常体在起伏地形下埋藏较浅时,引起视电阻率和相位的变化就越大,这是由于地形与地质体变化的复合引起了静态位移,是一种复杂的效应.

综上所述,起伏地形会引起异常体的视电阻率和相位产生畸变,山脊使低阻体异常增强,使高阻体异常减弱;山谷使低阻体异常减弱,使高阻体异常增强. 而且山脊可产生虚假的低阻异常,山谷可产生虚假的高阻异常. 所以,必需通过正确的反演方法才能从复杂的异常中提取出目标体的信息.

3　CSAMT 二维反演

3.1　CSAMT 数据二维反演方法

在离散情况下,观测数据与模型之间的关系可写成泛函形式:$\boldsymbol{d}=F(\boldsymbol{m})+e$,其中 $\boldsymbol{d}$ 为观测数据向量,$F(\boldsymbol{m})$ 为正演函数,$\boldsymbol{m}$ 为模型向量,e 为观测数据与正演计算值的误差. 对于简单的电性结构,$F(\boldsymbol{m})$ 可用有限元等数值计算方法获得.

在同时考虑横向和垂向圆滑程度的情况下,定义粗度矩阵为 $\boldsymbol{R}_1=\|\boldsymbol{\partial}_y\boldsymbol{m}\|^2+\|\boldsymbol{\partial}_z\boldsymbol{m}\|^2$. x 方向为构造走向方向,y 方向为垂直构造走向方向,z 为垂直向下方向,定义 ∂_z、∂_y 为

$$\boldsymbol{\partial}_z=\begin{bmatrix}-1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0\\ & -1 & \cdots & & \cdots & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0\\ & & \ddots & & & \ddots & & & \ddots & \\ & & & & & & & -1 & & 1\end{bmatrix}_{N\times N}$$

$$\boldsymbol{\partial}_y=\begin{bmatrix}\partial_{y1} & & & \\ & \partial_{y2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \partial_{yi}\end{bmatrix}_{i\times i},$$

其中:

$$\boldsymbol{\partial}_{yi}=\begin{bmatrix}-V_i/h & V_i/h & & & \\ & -V_i/h & V_i/h & & \\ & & \ddots & & \\ & 0 & & -V_i/h & V_i/h \\ & & & & 0\end{bmatrix}_{p\times p},$$

p 是横向网格数，l 是纵向网格数，总的网格数是 $p\times l=N$ 个，横向网格长度是 h，纵向网格长度是 $V_i(i=1,2,\cdots,l)$.

给定约束条件：$x^2=\|\boldsymbol{Wd}-\boldsymbol{W}F(\boldsymbol{m})\|^2$，其中 $\boldsymbol{W}$ 是加权对角矩阵，$\boldsymbol{W}=\mathrm{diag}[1/\sigma_1,1/\sigma_2,\cdots,1/\sigma_M]$，$\sigma_j$ 是已知的观测数据 $d_j(j=1,2,\cdots,M)$ 的方差，M 是观测值的个数. 假设噪声是不相关的，且服从零均值高斯分布，即为不相关数：$X^2=X_*^2=M$.

引入拉格朗日乘子，将条件约束变为无条件约束，目标函数 U 为

$$U(\boldsymbol{m})=\|\boldsymbol{\partial}_y\boldsymbol{m}\|^2+\|\boldsymbol{\partial}_z\boldsymbol{m}\|^2+\mu^{-1}\{\|\boldsymbol{Wd}-\boldsymbol{W}F(\boldsymbol{m})\|^2-X_*^2\},\quad(22)$$

求(22)式关于 $\boldsymbol{m}$ 的极小，相应的 $i+1$ 次迭代解为

$$\boldsymbol{m}_{i+1}=[\mu(\boldsymbol{\partial}_y^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\partial}_y+\boldsymbol{\partial}_z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\partial}_z)+(\boldsymbol{WJ}_i)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{WJ}_i)]^{-1}\times(\boldsymbol{WJ}_i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\hat{\boldsymbol{d}}_i,\quad(23)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{d}}_i=\boldsymbol{d}-F(\boldsymbol{m}_i)+\boldsymbol{J}_i\boldsymbol{m}_i$. $\boldsymbol{J}_i$ 为雅可比矩阵的元素，当存在电磁场的解析解时，可由解析解获得，否则可用数值方法或近似方法求取. 在二维构造情况下，本方法在纵向和横向方向都用了光滑函数，可得到比较圆滑的横向、纵向变化的背景电性结果.

在 OCCAM 反演中的雅可比矩阵可通过近似方法获得，McGillivray(1994)描述了一种用伴随方程来表达[19]，主要是用于改善常规的平滑方法.

在二维 CSAMT 反演中，电偶源指向 y 方向，在 y 方向计算波数域的场，由(23)式可得

$$\frac{\partial H_z(\boldsymbol{r}_0)}{\partial fD_k}=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\left\{\iint_{D_k}[\boldsymbol{E}_{sy}(k_y)\boldsymbol{E}_{ry}(k_y)-\boldsymbol{E}_{sx}(k_y)\boldsymbol{E}_{rx}(k_y)-\boldsymbol{E}_{sz}(k_y)\boldsymbol{E}_{rz}(k_y)]\cos(k_yd_y)\mathrm{d}A\right\}\mathrm{d}k_y,\quad(24)$$

式中的 d_y 为发射机至接收机在 y 方向的距离. 同样方法可求出其他场的偏导数.

3.2 理论模型二维反演

采用作者研制的起伏地形下 CSAMT 二维反演专业软件 CSMT2DINV，给出了对山脊下高阻体地电模型正演数据进行二维反演的结果，如图 5 所示. 山脊下方 15 m 处有一宽 30 m，高 50 m 的高阻体，电阻率为 200 Ωm，围岩电阻率为 25 Ωm. 图 5A 是用水平地形地电模型正演计算的数据进行反演的断面，在对应模型高阻体位置却为低电阻率异常(小于 16 Ωm)，这是由于采用水平地形地电模型反演时，未能消除地形影响所造成的错误结果. 而图 5B 是采用起伏地形地电模型反演结果的断面，其高电阻率异常形态与正演模型基本一致.

由于运用的奥克姆二维反演在横向、纵向都采用了圆滑模型，所以反演获得的高阻体规模较正演模型大些.

图 5F 是山脊地形下复合地电正演模型，山脊左侧斜坡中央下方处有一宽 30 m，高 60 m 的高阻体，其电阻率为 500 Ωm，围岩电阻率为 100 Ωm；在山脊右侧接近水平地形处下方存在一低阻体，其形态和左侧高阻体相同，电阻率为 20 Ωm. 图 5D 是用水平地形地电模型正演计算的数据进行反演的断面，在对应复合体模型位置为虚假的低阻异常(小于 20 Ωm). 图 5E 为起伏地形下二维反演的结果，在对应模型高阻体和低阻体位置处显示了高阻和低阻异常，而且两个异常体可分辨，其异常形态与复合模型相吻合.

从以上对正演模型数据反演的结果表明，本方法技术系统 CSMT2DINV 软件对起伏地形下单一或复合地电模型的反演达到了消除地形影响的效果，能较真实地反映出地电模型的结构.

4 金属矿 CSAMT 勘查数据反演实例

4.1 北岔沟门铅锌矿勘查

北岔沟门铅锌矿区位于河北隆化县西部山区，地形复杂，坡势较陡，相对高差约 200～300 m.

1998 年在矿区取得 CSAMT 数据，采用拟二维反演，其结果如图 6A 所示. 在 144 点山脊下高程 1200 m 处呈现直立的低电阻率异常，在 153 点和 171 点山谷下高程 1200 m 处呈现直立的高电阻率异常. 均具有典型的地形异常特征. 而且在拟断面图上出现密集陡立的等值线，造成多处存在直立的深大断层的假象. 拟二维反演基本不能削减地形影响，严重影响了反演解释.

2004 年采用起伏地形下二维反演软件 CSMT2DINV 对 CSAMT 数据重新做了反演，图 6B 为二维反演电阻率断面图. 二维反演结果，对消除起伏地形产生的静态效应十分明显，拟二维反演断面上垂直条带状异常和局部低阻及高阻的地形异常消失了，获得的电阻率异常分布及形态有极大的改善.

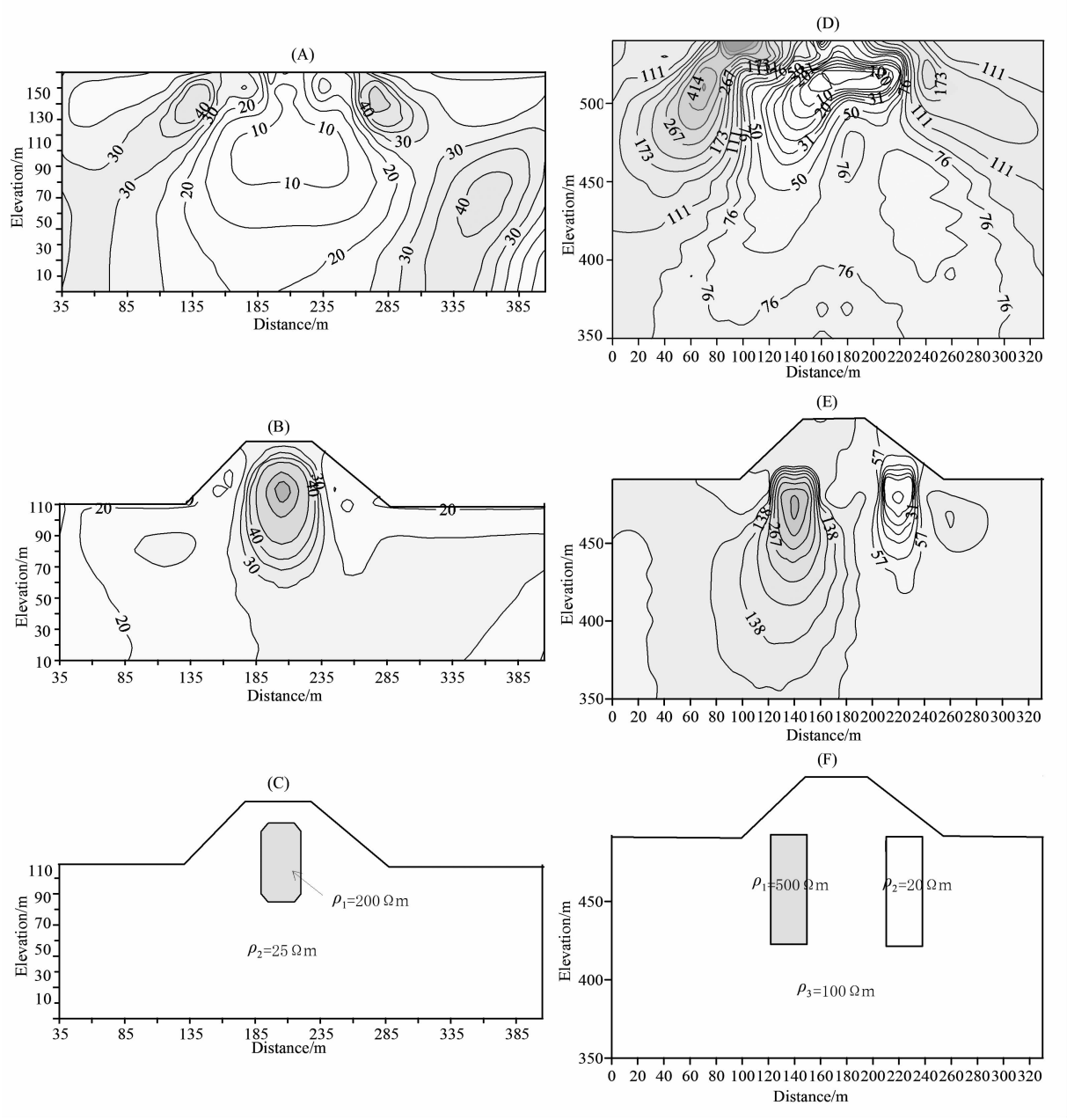


图 5　山脊地形下地电模型二维反演断面图

(A)(D)水平地形地电模型二维反演电阻率断面;(B)(E)起伏地形二维反演电阻率断面;(C)(F)正演地电模型.

Fig. 5　Cross-section of 2-D inversion for the geoelectrical model with ridge topography

(A) (D) Inversion result of forward data using level terrain; (B) (E) Inversion result of forward data using ridge terrain; (C) Theoretical model of one anomaly body; (F) Theoretical model of two anomaly bodies.

由图 6B 上 23 线地质剖面可知,在近地表为风化花岗岩,在 137～156 点地段地表为富矿,在深部是蚀变花岗岩和石英绢云母化角砾岩. 从图 6B 的二维反演电阻率断面上可见:在 137～156 点地段表现为低阻,在浅部有三个相对低阻异常到深处合并成一个规模较大的低阻异常,并向下延伸,异常底界到高程 1000 m 处,解释为矿体的异常. 推断断层 F1 和 F2 为控矿构造. 这和在该地段的 ZK1、ZK2、ZK3 钻孔资料相吻合.

综上所述,二维反演电阻率断面与已知地质勘探剖面对应较好,不仅勾画出矿区成矿构造的空间分布,而且圈出了成矿的有利部位,可为矿区评价或矿床规模预测提供重要依据.

4.2　个旧锡、铜多金属矿勘查

云南个旧锡、铜多金属矿区内出露的地层以中生界三叠系碳酸盐为主,其中三叠系中统个旧组

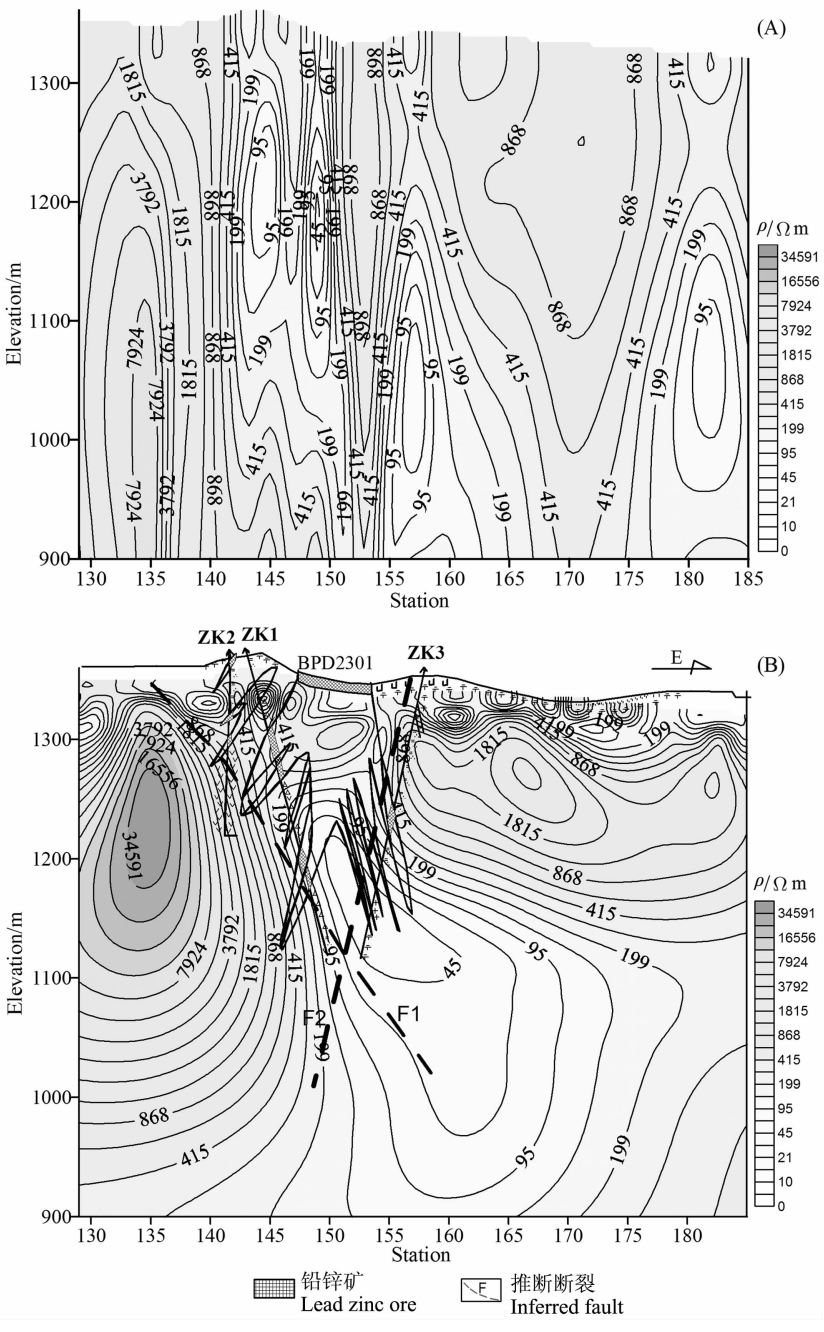


图 6 23 线综合断面图

Fig. 6 Composite section of 23-line

(T_2g)为本区的主要熔矿层位. 由灰岩、白云质灰岩、灰质白云岩和白云岩互层,局部夹薄层泥质灰岩组成. 总厚度超过 1000 m. 尤其是个旧组下段($T_2g_1^1$)是整个个旧矿区熔矿最为丰富的层位. 矿体与围岩具有明显的物性差异,无金属矿化的大理岩、白云岩、花岗岩电阻率较高(274～5841 Ωm)、极化率较低,而含金属矿化的各类岩石为中阻(299～1318 Ωm)、高极化率,硫化矿为低阻(0.7～7.5 Ωm)高极化率,氧化矿则以高阻(639～1444 Ωm)、低极化率为特征.

图 7A 和 7B 分别为 D9 线的 CSAMT 数据经过拟二维反演和起伏地形二维反演电阻率断面图.

从图 7A 可见,反演电阻率断面上出现密集陡立的等值线,拟二维反演基本不能削减地形影响. 而图 7B 二维反演电阻率断面,反映出低阻-高阻-低阻-高阻的 4 个电性层,是断面内三叠系中统个旧组下段($T_2g_1^{1-4}$)地层的清晰反映. 三叠系地层整体上倾向西,倾角较缓. 浅部的电性层横向不连续,有

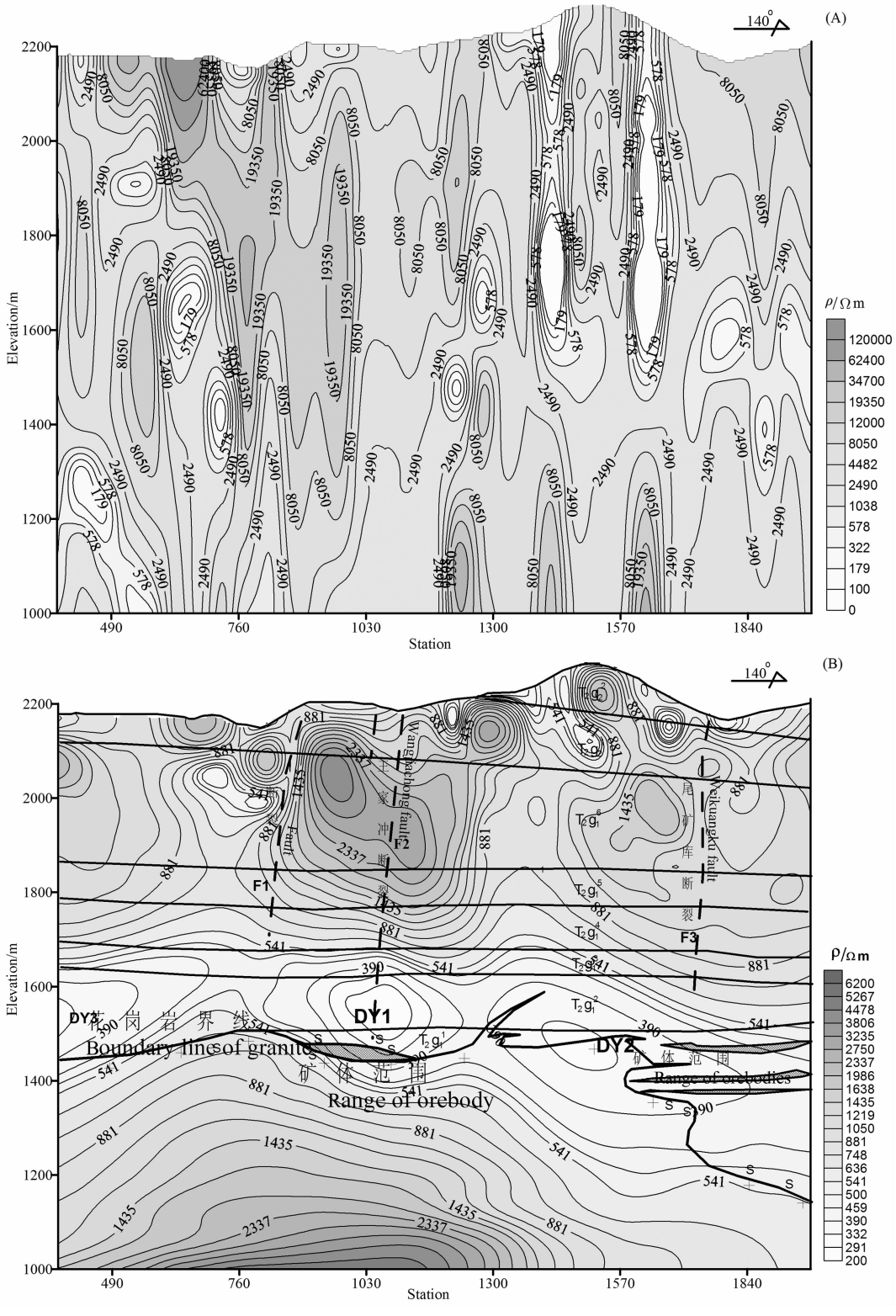


图 7　个旧试验区 D9 线综合断面图

Fig. 7　Composite section of D9-line in Gejiu

多处低阻与高阻相间断异常(780～900 点、1380 点、1670 点),推断为断裂 F1、F2、F3 的反映,与已知断裂相对应,其位置及产状与地质资料相符(图 7B). 高程 1400 m 左右的高阻层异常形态与花岗岩背斜起伏形态吻合. 此层之上的低阻层为个旧组下段 $T_2g_1^1$ 地层,是矿区熔矿最为丰富的层位. 在 1090 点下高程 1550 m 处和 1370 点下高程 1400 m 处存在明显的局部低阻异常 DY1 和 DY2,为矿体的反

映,与矿体位置及形态相符. DY1 异常西侧出现的局部低阻异常 DY3 同 DY1 有类似特征,显示出较好的矿致异常,具有进一步研究的价值.

5 结 论

(1)本文针对地质勘查中遇到的复杂地形,导致 CSAMT 电磁场分布受地形起伏的影响发生畸变,产生严重的虚假电阻率异常问题,进行了较为深入系统的理论研究和正反演算法研究,推导了波数域的电磁场公式和波数域电磁场二维有限单元法公式,开发运用 Gelerkin 加权余量法建立 CSAMT 有限单元法方程,采用高计算精度的加权余弦数值积分的方法进行波数域有限单元法计算,实现了在国内常用的赤道电偶极装置的 CSAMT 二维正演计算.

(2)在 CSAMT 二维反演方法方面,开发运用奥克姆(OCCAM)反演技术,用于 CSAMT 数据反演研究,在起伏地形下地电断面计算中,确定采用三角形剖分法,较为方便、准确地计算了复杂的地电模型. 对几种起伏地形地电断面的正演结果进行了反演,有效地消除了地形影响,较真实地反映了正演模型的地电结构,验证了系统的正确性和有效性.

(3)两例金属矿实测数据反演结果与地质资料对比表明,该方法能有效地校正地形影响,成功地圈定出地质构造和矿体,显示了良好的实用性效果[20,21].

(4)应该指出,随着 CSAMT 三维正演方法的日趋成熟[22,23],为研究复杂起伏地形下 CSAMT 三维反演提供了技术支撑. 今后应加强起伏地形下的三维正反演技术研究,使 CSAMT 在地质勘查中发挥更大的作用.

致 谢 衷心感谢博士生导师孟小红教授和博士后导师赵国泽研究员对本文研究工作的悉心指导及李金铭教授、刘士毅教授、周凤桐教授级高工和曹洛华教授级高工所给予的帮助.

参考文献(References)

[1] 何继善编译. 可控源音频大地电磁法. 长沙:中南工业大学出版社,1990
He J S. Controlled Source Audio-Frequency Magnetotellurics (in Chinese). Changsha: Central South University of Technology Press, 1990

[2] 罗延钟,何展翔,马瑞伍等. 可控源音频大地电磁法的静态效应校正. 物探与化探,1991,(3):38～44
Luo Y Z, He Z X, Ma R W, et al. The correction of static effects in sonicfrequency telluric electromagnetic method of controllable source. *Geophysical and Geochemical Exploration* (in Chinese), 1991, (3): 38～44

[3] Lee K H, Morrison H F. A numerical solution for the electromagnetic scattering by a two-dimensional inhomogeneity. *Geophysics*, 1985, **50**: 455～472

[4] 孟永良,罗延钟. 电偶源 CSAMT 法二维正演的有限单元算法. 勘查地球物理勘查地球化学文集,第 20 集电法专辑. 北京:地质出版社,1996. 103～113
Meng Y L, Luo Y Z. Two-dimensional direct finite-element algorithm of electrical dipolar source CSAMT method. Contributions to the Exploration Geophysics and Geochemistry. 20 Collected Works of Electrical Method (in Chinese). Beijing: Geological Publishing House, 1996. 103～113

[5] 阎 述,陈明生. 线源频率电磁法测深二维正演(一). 煤田地质与勘探,1999,**27**(5):60～62
Yan S, Chen M S. Line source frequency electromagnetic sounding two dimensional forward modeling (Ⅰ). *Coal Geology & Exploration* (in Chinese), 1999, **27**(5): 60～62

[6] 阎 述,陈明生. 线源频率电磁法测深二维正演(二). 煤田地质与勘探,1999,**27**(6):56～59
Yan S, Chen M S. Line source frequency electromagnetic sounding two dimensional forward modeling (Ⅱ). *Coal Geology & Exploration* (in Chinese), 1999, **27**(6): 56～59

[7] 陈小斌,胡文宝. 有限元直接迭代算法及其在线源频率域电磁响应计算中的应用. 地球物理学报,2002,**45**(1):119～130
Chen X B, Hu W B. Direct Iterative Finite Element (DIFE) algorithm and its application to electromagnetic response modeling of line current source. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2002, **45**(1): 119～130

[8] 王 若,王妙月,底青云. 频率域线源大地电磁法有限元正演模拟. 地球物理学报,2006,**49**(6):1858～1866
Wang R, Wang M Y, Di Q Y. Electromagnetic modeling due to line source in frequency domain using finite element method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, **49**(6): 1858～1866

[9] 底青云,王妙月,王 若等. 长偶极大功率可控源电磁波响应特征研究. 地球物理学报,2008,**50**(6):1917～1928
Di Q Y, Wang M Y, Wang R, et al. Study of the long bipole and large power electromagnetic field. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2008, **50**(6): 1917～1928

[10] Philip E Wannamaker, John A Stodt, Luis Rijo. Two-dimensional topographic responses in magnetotellurics modeled using finite elements. *Geophysics*, 1986, **51**(11): 2131～2144

[11] Yuji Mitsuhata. 2-D electromagnetic modeling by finite-element method with a dipole-dipole source and topography. *Geophysics*, 2000, **65**(2): 465～475

[12] Boerner D E, Wright J A, Thurlow J G, et al. Tensor CSAMT studies at the Buchans Mine in central Newfoundland. *Geophysics*, 1993, **58**(1): 12～19

[13] Wannamaker P. Tensor CSAMT survey over the Sulphur

Springs thermal area, Valles Calder, New Mexico, U. S. A., Part 1: Implications for structure of the western Caldera. *Geophysics*, 1997, **62**(2): 451～465

[14] deGroot-Hedlin C, Constable S. OCCAM′s inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, 1990, **55**(12): 1613～1624

[15] Vincet Lesur, Michel Cuer, Andre Straub. 2-D interpretation of electrical tomography measurements, Part 1: The forward problem. *Geophysics*, 1999, **64**(2): 386～395

[16] Eldad Haber, Uri Ascher, Douglas WOldenburg. 3D forward modeling of time domain electromagnetic data. 72nd Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 2002. 641～644

[17] Mitsuhata Yuji, Uchida Toshihiro, Amano Hiroshi. 2. 5-D inversion of frequency-domain electromagnetic data generated by a grounded-wire source. *Geophysics*, 2002, **67**(6): 1753～1768

[18] 王　若,王妙月. 可控源音频大地电磁数据的反演方法. 地球物理学进展,2003,**18**(2):197～202
Wang R, Wang M Y. Inversion method of controlled source audio-frequency magnetotelluric data. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 2003, **18**(2): 197～202

[19] McGillivray P R, Oldenburg D W, Ellis R G. Calculation of sensitivities for frequency domain electromagnetic induction problem. *Geophys. J. Int.*, 1994, **116**: 1～4

[20] 雷　达. 起伏地形下可控源音频大地电磁法二维正反演研究[博士论文]. 北京:中国地质大学(北京),2004
Lei D. Studies on the technology of 2-D CSAMT modeling and inversion with a dipole source and topography [Ph. D. thesis](in Chinese). Beijing: China University of Geosciences (Beijing), 2004

[21] 雷　达,孟小红,王书民等. 复杂地形条件下的可控源音频大地电磁测深数据二维反演技术及应用效果. 物探与化探,2004,**28**(4):323～326
Lei D, Meng X H, Wang S M, et al. The two-dimensional inversion technique for controllable source audio frequency magnetotelluric sounding (CSAMT) data under complex topography and its effectiveness. *Geophysical and Geochemical Exploration* (in Chinese), 2004, **28**(4): 323～326

[22] 底青云,王光杰,王妙月等. 长偶极大功率可控源激励下目标体电性参数的频率响应. 地球物理学报, 2009, **52**(1): 275～280
Di Q Y, Wang G J, Wang M Y, et al. Frequency response characteristics of target electric property with long bipole large power control source. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, **52**(1): 275～280

[23] 王　若,王妙月,卢元林. 三维三分量 CSAMT 法有限元正演模拟研究初探. 地球物理学进展,2007,**22**(2):579～585
Wang R, Wang M Y, Lu Y L. Preliminary study on 3D3C CSAMT method modeling using finite element method. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 2007, **22**(2): 579～585

(本文编辑　何　燕)

起伏地形下CSAMT二维正反演研究与应用

万方数据 WANFANG DATA 文献链接

作者： 雷达
作者单位： 中国地质科学院地球物理地球化学勘查研究所,廊坊,065000
刊名： 地球物理学报 ISTIC SCI PKU
英文刊名： CHINESE JOURNAL OF GEOPHYSICS
年，卷(期)： 2010,53(4)
被引用次数： 2次

参考文献(23条)

1. 王若;王妙月 可控源音频大地电磁数据的反演方法[期刊论文]-地球物理学进展 2003(02)

2. Mitsuhata Yuji;Uchida Toshihiro;Amano Hiroshi 2.5-D mversion of frequency-domain electromagnetic data generated by a grounded-wire source[外文期刊] 2002(06)

3. Eldad Haber;Uri Ascher;Douglas WOldenburg 3D forward modeling of time domain electromagnetic data 2002

4. Philip E Wannamaker;John A Stodt;Luis Rijo Twodimensional topographic responses in magnetotellurics modeled using finite elements[外文期刊] 1986(11)

5. 何继善 可控源音频大地电磁法 1990

6. 底青云;王妙月;王若 长偶极大功率可控源电磁波响应特征研究[期刊论文]-地球物理学报 2008(06)

7. 王若;王妙月;底青云 频率域线源大地电磁法有限元正演模拟[期刊论文]-地球物理学报 2006(06)

8. 陈小斌;胡文宝 有限元直接迭代算法及其在线源频率域电磁响应计算中的应用[期刊论文]-地球物理学报 2002(01)

9. 阎述;陈明生 线源频率电磁法测深二维正演(二)[期刊论文]-煤田地质与勘探 1999(06)

10. 阎述;陈明生 线源频率电磁法测深二维正演(一)[期刊论文]-煤田地质与勘探 1999(05)

11. 孟永良;罗延钟 电偶源CSAMT法二维正演的有限单元算法 1996

12. Lee K H;Morrison H F A numerical solution for the electromagnetic scattering by a two-dimensional inhomogeneity 1985

13. 罗延钟;何展翔;马瑞伍 可控源音频大地电磁法的静态效应校正[期刊论文]-物探与化探 1991(03)

14. 王若;王妙月;卢元林 三维三分量CSAMT法有限元正演模拟研究初探[期刊论文]-地球物理学进展 2007(02)

15. 底青云;王光杰;王妙月 长偶极大功率可控源激励下目标体电性参数的频率响应[期刊论文]-地球物理学报 2009(01)

16. 雷达;孟小红;王书民 复杂地形条件下的可控源音频大地电磁测深数据二维反演技术及应用效果[期刊论文]-物探与化探 2004(04)

17. 雷达 起伏地形下可控源音频大地电磁法二维正反演研究 2004

18. McGillivray P R;Oldenburg D W;Ellis R G Calculation of sensitivities for frequency domain electromagnetic induction problem[外文期刊] 1994

19. Vincet Lesur;Michel Cuer;Andre Straub 2-Dinterpretation of electrical tomography measurements,Part 1:The forward problem[外文期刊] 1999(02)

20. deGroot-Hedlin C;Constable S OCCAM' s inversion to generate smooth,two-dimensional models from magnetotelluric data[外文期刊] 1990(12)

21. Wannamaker P Tensor CSAMT survey over the SulphurSprings thermal area,Valles Calder.New MeXico,U.S.A.,Part 1:Implications for structure of the westem Caldera[外文期刊] 1997(02)

22. Boerner D E;Wright J A;Thurlow J G Tensor CSAMT studies at the Buchans Mine in central Newfoundland[外文期刊] 1993(01)

23. Yuji Mitsuhata 2-D electromagnetic modeling by finiteelement method with a dipole-dipole source and topography[外文期刊] 2000(02)

引证文献(3条)

1. 吴小平. 柳建新. 雒志峰 一种多尺度电磁测深方法[期刊论文]-地球物理学进展 2010(5)

2. 雷达. 赵国泽. 张忠杰. 赵福刚. 王书民. 王刚 强干扰地区CSAMT数据信息熵与有理函数滤波的处理方法[期刊论文]-地球物理学进展 2010(6)

3. 雷达. 赵国泽. 张忠杰. 赵福刚. 王书民. 王刚 强干扰地区CSAMT数据信息熵与有理函数滤波的处理方法[期刊论文]-地球物理学进展 2010(6)

本文链接：http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_dqwlxb201004023.aspx