

基于改进最小二乘配置的地壳垂直形变分析*

陈光保¹⁾ 陈永奇²⁾ 何秀凤¹⁾

(1) 河海大学地球科学与工程学院, 南京 210098
(2) 香港理工大学土地测量与地理资讯学系, 香港 999077)

摘 要 运用最小二乘配置对地壳运动的形变场进行形变分析时,需要形变场的形变是随机且各向同性的。但对于大尺度、地壳运动复杂、小断层或隐伏断层比较多的区域,其形变场往往是各向异性的。针对各向异性的形变场的形变分析提出了一种改进的最小二乘配置法,用来对缺少这种先验假设条件的形变场进行地壳形变分析。按照传统最小二乘配置法计算出地壳形变监测点的趋势项的估值及其梯度后,根据梯度调整监测点之间的距离,通过迭代获得合理的协方差函数,从而有效地提取整个形变场的形变趋势项与形变信号。通过仿真模拟与北京周边地区 GPS 监测网的计算,结果显示该方法可以很好地用于各向异性的形变场的形变分析,并且可以有效地发现隐伏断层。

关键词 地壳形变;最小二乘配置;协方差函数;各向异性;形变速率

中图分类号:P207

文献标识码:A

ANALYSIS OF VERTICAL CRUST DEFORMATION BY USING IMPROVED LEAST-SQUARE COLLOCATION

Chen Guangbao¹⁾, Chen Yongqi²⁾ and He Xiufeng¹⁾

(1) School of Geoscience and Engineering, Hohai University, Nanjing 210098
(2) Depart. of Land Surveying and Geo-Informatics, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong 999077)

Abstract A suitable interpolation of geodetic measurements is relied on in calculation and analysis of recent crustal movements. Least-squares collocation (LSC) is applied to formulate a continuous velocity fields as a common interpolation method. But LSC requires some priori assumptions about the velocity fields. Therefore we present a improved method that can be used for interpolation of inhomogeneous velocity, in which the traditional least-squares collocation and the gradient function are combined to extract the trend term of deformation. The method has been tested in two examples. One example is a synthetic data that simulate the geodetic measurements over the area where exists a fault, the other is the vertical deformation rate around Beijing. From the results, stable interpolation can be made in inhomogeneous velocity field, in the same time, the buried fault can well be found.

Key words: crustal deformation; least-squares collocation; covariance function; inhomogeneous; deformation rate

1 引言

最小二乘配置是 Moritz 于 1967 年提出的一种地球物理学方法^[1],随后在推估重力场、坐标转换、

控制网平差等方面得到了广泛的应用。其将待测点信号和已测点信号视为零均值随机过程,在最小均方误差准则下由已测点信号来计算待测点信号的线性估值^[2]。其最基本的表达式为^[3]:

* 收稿日期:2009-12-26

作者简介:陈光保,男,1974 年生,讲师,主要从事大地测量、地壳形变研究。E-mail:hhucgb@163.com

$$L = AX + s + n \quad (1)$$

式中, L 是观测向量, A 是 $n \times m$ ($m < n$) 维设计矩阵, X 是系统参数, s 是随机信号向量, n 是随机误差向量。

文献[4,5]将最小二乘配置应用于地壳形变分析时,认为地壳运动与地质结构有关,板块之间由断层隔开,地壳形变主要集中在板块边缘,板块内仅存在一定的弹性形变。根据板块运动与板块形变理论将地壳形变的趋势项去掉,仅仅研究各向同性的形变场。也就是将式(1)中的 AX 作为形变趋势项从观测值中分离出去,剩下的随机信号 s 与随机噪声 n 为零均值的平稳随机过程。但是对于大尺度、地壳运动复杂、小断层或隐含断层比较多的形变场,很难找到合适的趋势项模型来保证随机信号与随机噪声的各向同性。

本文提出了改进的最小二乘配置方法,将最小二乘配置与梯度调整法相结合,在完全不知道形变场的随机性与各向异性的情况下,可以同时对比形变趋势项与随机信号进行估计。

2 最小二乘配置原理

根据最小二乘配置理论,随机信号 s 的估计公式为^[3]:

$$\hat{s} = C_{ss} (C_{ss} + C_{nn})^{-1} L \quad (2)$$

式中, $(C_{ss} + C_{nn})$ 为观测点之间的随机信号与随机噪声的协方差阵,通常记为 C_L ; C_{ss} 为观测点与预测点随机信号之间的协方差阵。按照经验协方差函数,假定协方差只与任意两点间的距离有关,而与点间的点位和方向无关,则方差与协方差的计算公式为:

$$C_L(0) = \frac{\sum_{i=1}^N L_i L_i}{N} \quad (3)$$

$$C_L(d_p) = \frac{\sum_{i < j} L_i L_j}{N_p} \quad (4)$$

式中, N 为已知观测点的总数; N_p 为处于一定距离间隔 d_p 的点对个数。采用高斯曲线函数拟合出协方差函数为

$$C_L(d) = C_{ss}(0) \exp(-k^2 d^2) \quad (5)$$

式中, $C_{ss}(0)$ 是信号的期望方差, k 是系数; $C_{ss}(0)$ 与 k 均采用最小二乘方法或柱状图拟合得到。

3 基于改进最小二乘配置的形变估计方法

由式(5)可以看出,传统最小二乘配置的协方差函数只与距离有关,而与方向无关,不能反映形变

场的各向异性;同时,趋势项数学模型的选取决定了形变场的随机性。而对于大尺度、地壳运动复杂、小断层与隐含断层比较多的区域,其形变场往往是各向异性的,通常很难找到一个完美的数学模型来消除趋势项,保证观测值为零均值的随机过程。改进的最小二乘配置方法,将最小二乘配置与梯度调整法相结合,可以同时对比形变趋势项与随机信号进行估计。

3.1 改进的最小二乘配置

根据式(1),形变场的形变估值可以写成如下形式:

$$\hat{L} = \hat{t} + \hat{s} \quad (6)$$

式中, \hat{t} , \hat{s} 分别为趋势项与随机信号的估值,可采用下两式计算得到^[7]:

$$\hat{t} = C_{tt} (C_{tt} + C_{ss} + C_{nn})^{-1} L \quad (7)$$

$$\hat{s} = C_{ss} (C_{ss} + C_{nn})^{-1} L \quad (8)$$

式中, C_{tt} , C_{ss} 为形变场的形变趋势项协方差阵, C_{ss} , C_{nn} 为形变场的形变随机信号的协方差阵, C_{nn} 为随机误差的协方差阵。在传统的最小二乘配置方法中,由于随机信号的各向同性的性质, C_{ss} , C_{nn} 只与距离有关,与方向无关。而形变趋势项通常又不是各向同性的,故通常根据地质资料将形变场人为地划分成若干板块,扣除板块形变量或欧拉运动速度,把剩余观测量作为随机信号来处理,实际上是很难保证随机信号各向同性的。

为了使协方差函数能反映形变场的各向异性,从而引入和 Kriging 插值的变异函数类似的函数^[8,9],也就是对趋势项的估值进行求导,就可以得到观测点上趋势项估值的梯度,然后根据梯度调整其协方差函数,通过迭代最终获得形变场的趋势项。

将式(7)对距离 d 求导后得到

$$\nabla \hat{t} = (\nabla C_{tt}) (C_{tt} + C_{ss} + C_{nn})^{-1} L \quad (9)$$

正常情况下,只有在活动断层附近才会出现大的应变值,也就是大的趋势项的梯度变化点。如果没有板内变形,则处于同一板块内部点的趋势项的梯度值应该为零。如果不为零,就说明存在板内变形。而根据式(9),如果所采用的协方差函数没有正确反映形变场的形变性质,就会导致已知观测点上的趋势项梯度不为零。通过下面提出的方法将已知观测点上的趋势项梯度值调整到零附近,则说明所采用的协方差函数反映了形变场的形变性质,同时说明采用该方法估计的趋势项是正确的。按式(8)计算形变场的随机信号。按式(6)就可以得到形变场的形变情况。

3.2 形变趋势项调整方法

为了估计出形变场内的形变趋势项,需要对趋

势项估计公式中的协方差函数进行适当的调整。而调整的依据就是形变趋势项的梯度。从式(7)和式(9)可以看出,趋势项及其梯度的估计公式实际上是坐标的函数。故可以采用坐标转移或对距离赋权的方法来达到调整经验协方差函数,使形变趋势项分配得更合理。具体方法如下:

假设形变场内任一点 P 的坐标转移是 N 个已知观测点 $P_i (i=1, 2, \dots, N)$ 观测值共同作用的结果,那么任意一已知点 P_i 观测值对 P 作用而其引起点 P 坐标的变化可以表示成:

$$\begin{cases} P' = P + u_1 f(|P - P_i|) \hat{e}_1 + u_2 f(|P - P_i|) \hat{e}_2 & |P - P_i| < R \\ P' = P & |P - P_i| > R \end{cases} \quad (10)$$

式中, P' 为点 P 坐标转移后的坐标, P_i 为已知观测点坐标, \hat{e}_1, \hat{e}_2 为坐标转移的一个方向(比如取形变场的东方向), u_1, u_2 为沿两个正交的单位向量 \hat{e}_1, \hat{e}_2 拉伸的比例系数(通过这两个系数将形变场的各向异性反映出来) R 为坐标转移的作用范围,其几何解释为在以 P_i 为圆心、 R 为半径的区域以内,任意点 P 的拉伸可以用式(10)表示,而在半径 R 的区域以外, P_i 对 P 的影响为零。故由于 P_i 引起的坐标转移后的点形成一个以 P_i 为中心,半径分别为 $u_1 f(|P - P_i|) \hat{e}_1, u_2 f(|P - P_i|) \hat{e}_2$ 的椭圆。形变场内任一点 P 的坐标转移是 N 个已知观测点共同约束的结果,每个已知观测点的作用可以用式(10)表示,则 N 个已知观测点的作用可以写成:

$$P' = P + \sum_{i=1}^N (u_{1i} f(|P - P_i|) \hat{e}_1 + u_{2i} f(|P - P_i|) \hat{e}_2) \quad (11)$$

写成函数形式

$$P' = P + \nabla f(P) \quad (12)$$

式(11)中,仅 $u_{1i}, u_{2i} (i=1, 2, \dots, N)$ 为未知系数。如果知道了这 $2N$ 个未知系数的值,就可以得到形变场中任意位置的坐标转移量,从而得到新的协方差阵。故下面考虑如何得到 u_{1i}, u_{2i} 。

通过式(9)可以得到形变场内任意点趋势项估值的梯度值,而通过式(11)可以得到形变场内任意点的坐标转移量;同时,坐标的变化可以改变趋势项估值的梯度。从而找到了趋势项估值的梯度变化与坐标转移之间的关系。

将式(12)中的坐标转移部分对形变场的东方向与北方向分别求导(理论上应该可以对任意两个正交方向求导,为方便起见,仅对东、北方向分别求导),得到沿这两个方向的坐标转移的梯度

$$\nabla f(P) = \sum_{i=1}^N (u_{1i} \nabla f(|P - P_i|) \hat{e}_1 +$$

$$u_{2i} \nabla f(|P - P_i|) \hat{e}_2) \quad (13)$$

将式(9)与式(13)联系,形变场内任意位置坐标转移的梯度为:

$$\nabla f(P) = k \nabla \hat{t} \quad (14)$$

式中, k 为趋势项估值梯度与坐标转移梯度之间的比例因子。如果在 N 个已知观测点都列出式(14),则形成 $2N$ 个线性方程

$$\begin{bmatrix} \nabla f_x \\ \nabla f_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\text{式中, } \nabla f_x = \left[\frac{\partial f(P_1)}{\partial x}, \frac{\partial f(P_2)}{\partial x}, \dots, \frac{\partial f(P_N)}{\partial x} \right]^T$$

$$\nabla f_y = \left[\frac{\partial f(P_1)}{\partial y}, \frac{\partial f(P_2)}{\partial y}, \dots, \frac{\partial f(P_N)}{\partial y} \right]^T$$

$$U_1 = [u_{11}, u_{21}, \dots, u_{1N}]^T$$

$$U_2 = [u_{12}, u_{22}, \dots, u_{2N}]^T$$

$$t_x = \left[\frac{\partial \hat{t}}{\partial x} \Big|_{P_1}, \frac{\partial \hat{t}}{\partial x} \Big|_{P_2}, \dots, \frac{\partial \hat{t}}{\partial x} \Big|_{P_N} \right]^T$$

$$t_y = \left[\frac{\partial \hat{t}}{\partial y} \Big|_{P_1}, \frac{\partial \hat{t}}{\partial y} \Big|_{P_2}, \dots, \frac{\partial \hat{t}}{\partial y} \Big|_{P_N} \right]^T$$

解 $2N$ 个方程得到 $2N$ 个未知数 $u_{1i}, u_{2i} (i=1, 2, \dots, N)$, 代入式(11), 得到形变场内任意点的坐标转移后的坐标。将新坐标代入式(5)、(7)得到新的协方差函数与新的形变趋势项。通过上述方法得到的形变趋势项能够明显地反映形变场的各向异性与形变随机信号的各向同性。

4 基于改进最小二乘配置形变估计的计算步骤

基于改进最小二乘配置形变估计方法是将改进的协方差函数与最小二乘配置方法相结合,将形变场的形变趋势项与形变信号同时估计出来。其步骤如下:

1) 求取趋势项的协方差函数估值。根据经验协方差函数,采用柱状图拟合或最小二乘法可得式(5),故可以写出任意点之间的协方差阵为

$$T_{ij}^{(1)} = \sigma_t^2 \exp(-k_i^2 d_{ij}^2) \quad (16)$$

式中: T_{ij} 为点 P_i 与 P_j 之间的协方差,上标(1)为迭代次数; σ_t^2 为趋势项的方差估值; k_i 为常数; d_{ij} 为点 P_i 与 P_j 之间的距离。根据式(9)可计算出 $\hat{t}^{(1)}$ 的梯度 $\nabla \hat{t}^{(1)}$ 。

2) 采用坐标转移法,根据已知观测点的梯度计算出新的坐标 $P^{(1)}$,将新坐标 $P^{(1)}$ 代入式(5),就可得到 $T_{ij}^{(2)}$ 与 $\nabla \hat{t}^{(2)}$ 。经过 k 次迭代,可得到趋势项与信号的协方差阵:

$$T_{ij}^{(k)} = \sigma_t^2 \exp(-k_i^2 d_{ij}^{2(k-1)}) \quad (17)$$

$$S_{ij}^{(k)} = \sigma_s^2 \exp(-k_s^2 d_{ij}^{2(k-1)}) \quad (18)$$

3)将式(17)、(18)计算得到的协方差函数代入式(7)与式(8),按下式计算形变场的形变趋势项与形变信号估值:

$$\hat{t}^{(k)} = C_{tt}^{(k)} (C_{tt}^{(k)} + C_{ss}^{(k)} + C_{nn}^{(k)})^{-1} L \quad (19)$$

$$\hat{s}^{(k)} = C_{st}^{(k)} (C_{tt}^{(k)} + C_{ss}^{(k)} + C_{nn}^{(k)})^{-1} (L - \hat{t}^{(k)}) \quad (20)$$

4)一般反复迭代4~5次就可以将已知观测点的梯度调整到零附近,按下式计算形变场的形变:

$$\hat{L} = \hat{t}^{(k)} + \hat{s}^{(k)} \quad (21)$$

6 算例

为了说明改进最小二乘配置法在地壳垂直形变分析中的应用效果,采用两个关于改进最小二乘配置法的算例。第一个是模拟一条断层的仿真算例,用来说明改进最小二乘配置法的计算流程与工作过程;第二个是北京周边地区GPS监测网,用来说明改进最小二乘配置法在真实形变场计算时的应用效果。

6.1 模拟形变场

如图1所示,模拟100 km × 100 km的垂直位移形变场,其内部的50个监测点坐标由随机函数生成;同时,假设有一条断层穿过该形变场,在形变场的上半部分的监测点赋予2 mm/a的速率,在形变场的下半部分的监测点赋予1 mm/a的速率,并且加入均方差为 1×10^{-7} 的正态随机误差,把随机误差和固定速率相加模拟为监测点垂直位移速率观测值。图1中的黑色三角形为模拟监测点,红线为模拟的断层位置。

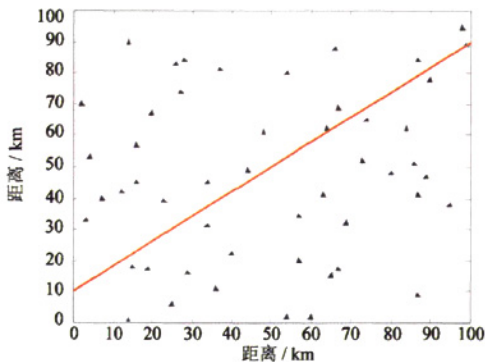


图1 模拟垂直形变场测点及断层分布

Fig. 1 Distribution of simulated measurement points and fault in the vertical deformation fields

图2为采用传统最小二乘配置计算出来的形变场垂直位移的分布情况,由于没有考虑形变场的形变是否为各向同性,实际上在研究一个真实的形变场的时候,也是无法确切地知道形变场形变是否为各向同性的,仅能通过地质资料进行简单的判断。

从图2可以看出:计算得到断层附近的形变存在明显偏差,没有准确反映形变的真实情况。图3为采用上述的趋势项调整法,经过迭代后的坐标,该坐标构成的协方差函数反映了形变场形变的相关性与各向异性。从图3可以看出:断层两侧附近的监测点之间的距离拉伸变长,导致其相关性变小;反过来说,就是监测点之间距离变长的区域,可能存在隐伏断层。图4为采用改进最小二乘配置计算得到的形变场的垂直位移的分布情况,图4可以看出,应变主

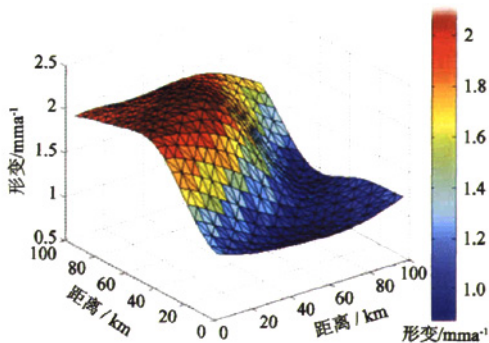


图2 LSC方法得到的垂直形变场

Fig. 2 The vertical deformation fields of 1 with LSC

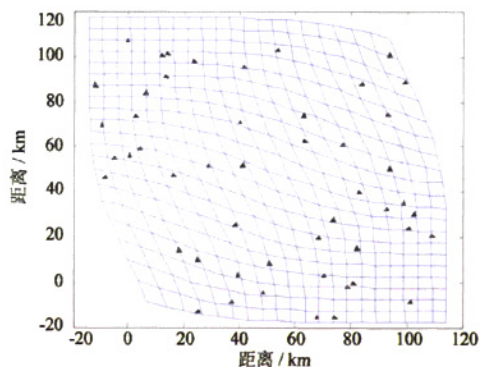


图3 转移后的坐标

Fig. 3 Transferred coordinates

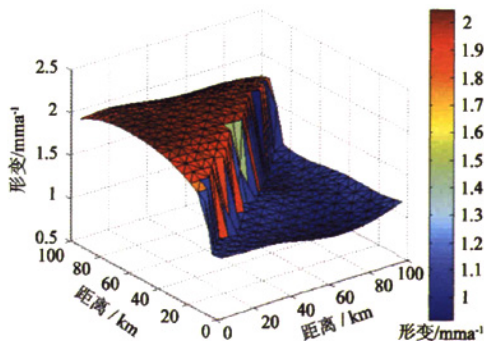


图4 改进LSC方法得到的垂直形变场

Fig. 4 Vertical of deformation fields with improved LSC

要集中在断层边缘附近,在板块内部基本上没有大的应变。

6.2 GPS 监测网的模拟

北京地区是我国开展地壳形变测量最早的地区之一。首都圈 GPS 监测网与华北 GPS 监测网一起覆盖该地区。该地区的监测点分布如图 5 所示。文中采用的监测点速度数据包括测站的大地坐标、站心坐标系下的位移速率及其误差、误差相关系数^[10,11]。

图 5 中虚线为采用改进最小二乘配置计算得到的北京周边地区垂直形变场。通过计算梯度,发现沿北京-河间-定州一带存在一条 NEE-SWW 向断层(图 5 中用红线表示),这与该地区的地质与板块划分结果一致^[12]。

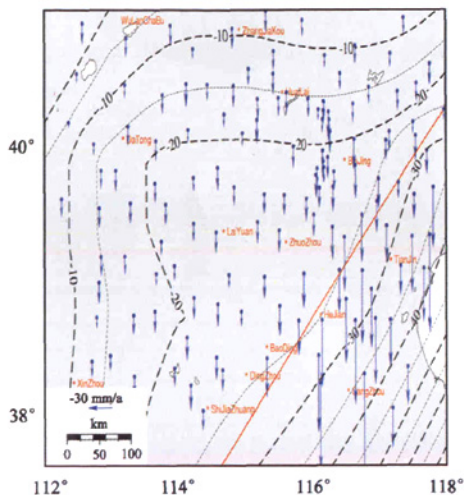


图 5 北京地区垂直形变速率与垂直形变场

Fig. 5 Vertical deformation rate and vertical deformation fields in Beijing area

7 结论

针对各向异性的形变场,在传统最小二乘配置的基础上提出了一种改进的最小二乘配置法,该方法不要求形变场为各向同性等随机先验假设条件。其按照传统最小二乘配置法计算出地壳形变监测点的趋势项的估值及其梯度后,根据监测点的趋势项梯度采用坐标转移法调整监测点的之间的距离,通过迭代获得合理的协方差函数,从而有效地提取整个形变场的形变趋势项与形变信号。通过模拟形变场与真实垂直形变场的计算,表明:经过迭代后的协方差函数比较好地反映了形变场的形变特征和各点之间的相关性,且能够发现隐伏断层并确定其分布;改进的最小二乘配置法可以很好地用于各向异性的

形变场的形变分析。

参 考 文 献

- 1 刘念. 最小二乘插值与拟合推估[J]. 测绘科学, 2002, 27(3):19-21. (Liu Nian. Least-squares interpolation and collocation[J]. Science of Surveying and Mapping, 2002, 27(3):19-21)
- 2 赫尔墨特·莫里兹. 高等物理大地测量学[M]. 北京:测绘出版社, 1984. (Moritz H. High physics geodetic survey [M]. Beijing: Sinomaps Press, 1984)
- 3 Moritz H. Advanced physical geodesy [M]. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 1980.
- 4 Wu J C, Tang H W and Chen Y Q. The current strain distribution in the North China basin of eastern China by least-square collocation [J]. J Geodynamics, 2006, 41: 462 - 470.
- 5 El-Fiky G. S and Kato T. Continuous distribution of the horizontal strain in the Tohoku district, Japan, predicted by least-squares collocation [J]. Geodynamics, 1999, 27: 213 - 236.
- 6 张希, 江在森. 用最小二乘配置获得地形应变场动态图像的几个问题研究[J]. 地壳形变与地震, 1999, (3): 32 - 39. (Zhang Xi and Jiang Zaisen. Study on some questions of dynamic pictures of crustal deformation and strain fields obtained by the least square collocation [J]. Crustal Deformation and earthquake, 1999, (3): 32 - 39)
- 7 Egli R, et al. A modified least - squares collocation method for the determination of crustal deformation; First results in the Swiss Alps [J]. Geophys J Int., 2007, 168: 1 - 12.
- 8 姚道荣, 等. 最小二乘配置与普通 Kriging 法的比较 [J]. 大地测量与地球动力学, 2008, (3): 77 - 82. (Yao Daorong, et al. Comparison between least square collocation and ordinary Kriging [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2008, (3): 77 - 82)
- 9 Vcm Van Beers and JPL Kleijnen. Kriging interpolation in simulation: a survey [A]. Proceedings of the 2004 Winter Simulation Conference [C]. 2004: 113 - 121.
- 10 Dong D, Herring T A and King R W. Estimating regional deformation from a combination of space and terrestrial geodetic data [J]. Journal of Geodesy, 1998, 72: 200 - 214)
- 11 Shen Z K, et al. Contemporary crustal deformation in east Asia constrained by global positioning system measurement [J]. J Geophys Res., 2000, 105: 5 721 - 5 734.
- 12 许才军, 李志才. 华北地区活动地块边界带运动及块体内部变形分析 [J]. 武汉大学学报 (信息科学版). 2002, 27(4): 348 - 351. (Xu Caijun and Li zhicai. Crustal movement on the boundary zones between active blocks and internal deformation of blocks in North China [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2002, 27(4): 348 - 351)