

第四篇

平面测量新技术及其 在实际操作中的应用

第一章 平面测量概述及角度测量仪器

第一节 平面测量概述

确定地面上任意一点在某水平面内的位置或者点与点之间的相对位置的工作称平面测量。平面测量最基本的观测工作是水平角测量、距离测量和方向测量。如图 4-1 所示,地面上有 A 、 B 、 P 三点,其中 A 、 B 点坐标已知为 (x_A, y_A) 、 (x_B, y_B) , P 为待定点。 a 、 b 、 p 为上述三点在水平面上的投影,如果测定出角 α 、 β (或 α 、 AP 边的水平距离),就可以通过解析计算的方法求得未知点 P 的平面坐标 (x_P, y_P) 。水平角度测量常用的仪器是经纬仪、电子经纬仪或全站仪,而距离测量常用的仪器工具为测距仪、全站仪或钢尺等。本章主要介绍平面测量所使用的仪器设备以及它们的使用方法。

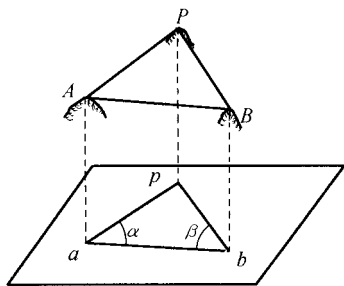


图 4-1 地面点的投影

第二节 角度测量仪器

一、水平角测量原理

从一点到两目标方向线在水平面上的垂直投影所形成的夹角称水平角。如图 4-2 所示,设 $A、B、O$ 为地面上任意三点, M 与 N 分别为过直线 BO 和直线 AO 所作的两个竖直面,它们与水平面 H 的交线为 $B_1O_1、A_1O_1$,则水平面 H 上的夹角 β 就是直线 BO 与直线 AO 间的水平角。从图中也可看出,水平角 β 实际上也是通过该方向上的竖直面 M 与 N 之间所夹的二面角。

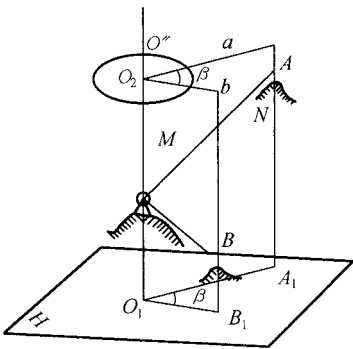


图 4-2 水平角测量原理

根据水平角的定义,在过 O 点的铅垂线上,任取一水平面,都可得到直线 BO 与直线 AO 间的水平角。由此可以设想,为了测得水平角 $\angle AOB$ 的角值,可在 O 点的上方水平地安置一个带有顺时针刻度的圆盘,其圆心 O_1 与 O 点位于同一铅垂线上。若竖直面 M 和 N 在刻度盘上截取的读数分别为 a 和 b ,则水平角 β 的角值为:

$$\beta = b - a$$

根据上述原理,用于测量水平角度的仪器,应装置有一个能置于水平位置的刻度盘(称为水平度盘)及相应的读数设备,且水平度盘的中心能安置在过测站点的铅垂线上。为了能瞄准高低远近不同的目标,仪器上的望远镜不仅能在水平面内左右旋转,而且还能在竖直面内上下转动。经纬仪就是根据上述基本要求设计制造的测角仪器。经纬仪按其种类不同,可分为光学经纬仪和电子经纬仪(全站仪同样具备电子经纬仪

的功能)。

二、光学经纬仪

按照经纬仪测角精度的不同,我国把经纬仪分为 DJ07、DJ1、DJ2、DJ6 等不同级别。其中“D”、“J”分别是“大地测量”、“经纬仪”两词汉语拼音第一个字母的简写,数字 07、1、2、6 等表示该级别仪器所能达到的精度指标(该数字表示此类经纬仪野外一测回方向中误差不大于这一数值),数字越大,级别越低。目前工程测量中使用较多的光学经纬仪是 DJ6 级经纬仪(图 4-3)和 DJ2 级经纬仪(图 4-4)。

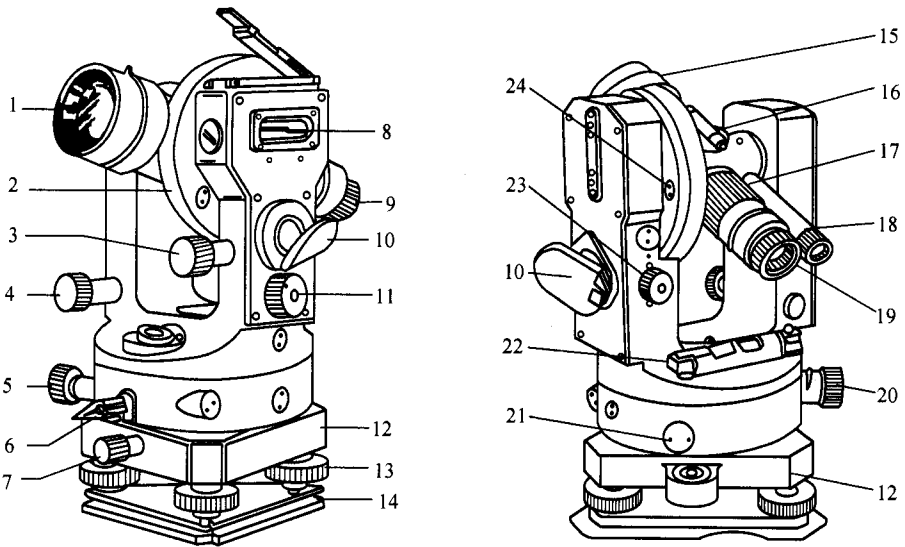


图 4-3 DJ6 级光学经纬仪

- 1—物镜 2—竖直度盘 3—竖盘指标水准管微动螺旋 4—望远镜微动螺旋;
5—水平微动螺旋 6—水平制动螺旋 7—轴座固定螺旋 8—竖盘指标水准管 9—目镜;
10—反光镜 11—测微轮 12—基座 13—脚螺旋 14—连接板 15—望远镜;
16—照准器 17—对光螺旋 18—读数显微镜 19—目镜对光螺旋 20—拨盘手轮;
21—堵盖 22—照准部水准管 23—自动归零锁紧手轮 24—堵盖

电子经纬仪、全站仪按照不同测角(测距)精度可分为 1 秒、2 秒、5 秒等几个级别,与经纬仪的分类相似,电子经纬仪和全站仪的外貌见图 4-5。

光学经纬仪的基本结构可大致分为照准部、水平度盘和基座三部分(见图 4-6)。

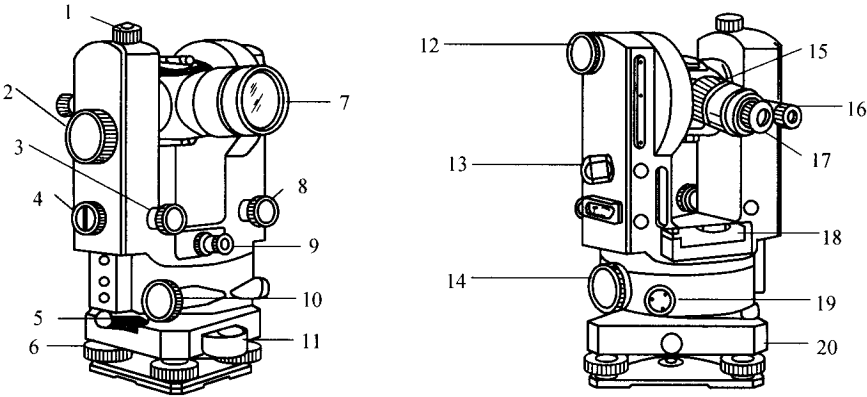


图 4-4 DJ2 级光学经纬仪

1—垂直制动螺旋 2—测微轮 3—垂直微动螺旋 4—度盘光路转换钮 5—水平度盘变换钮；
6—脚螺旋 7—物镜 8—竖盘指标微动螺旋 9—光学对中器 10—水平微动 11—圆水准器；
12—竖直度盘采光镜 13—符合水准器 14—水平度盘采光盘 15—望远镜对光螺旋；
16—读数窗 17—目镜对光螺旋 18—管水准器 19—水平制动螺旋 20—基座

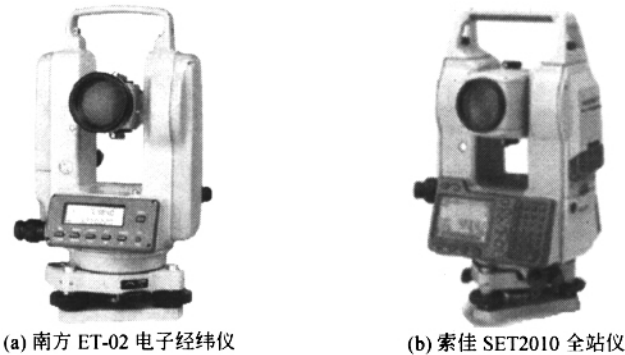


图 4-5 电子经纬仪和全站仪

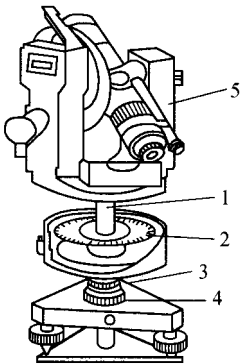


图 4-6 光学经纬仪结构图

1—度盘旋转轴 2—水平度盘 3—度盘旋转轴套 4—基座轴套 5—照准部

(一) 照准部

照准部是指位于基座上方,能绕其旋转轴旋转部分的总称,如图 4-6 所示。照准部旋转轴称为经纬仪的竖轴。经纬仪的望远镜与其旋转轴固定在一起,安装在照准部的支架上,并能绕其旋转轴旋转,旋转轴的几何中心线称为横轴,望远镜制动螺旋和微动螺旋用于控制望远镜的转动,竖盘装置用于量测竖直角。读数显微镜用于读取水平度盘和竖角度盘的读数,光学对中器用于使水平度盘中心(通常也称为仪器中心)位于测站点的铅垂线上。当水平度盘处于水平位置,且对中器分划板的圆圈中心与测点标志中心相重合时,说明仪器中心已位于测站点的铅垂线上。

1. 测量望远镜

测量仪器上望远镜的主要用途是精确清晰地瞄准目标。这就要求望远镜能看清远近不同的目标,并有精确的瞄准标志,如图 4-7a 所示,望远镜的光学系统主要由物镜、调焦透镜、十字丝分划板(图 4-7b)和目镜组成。

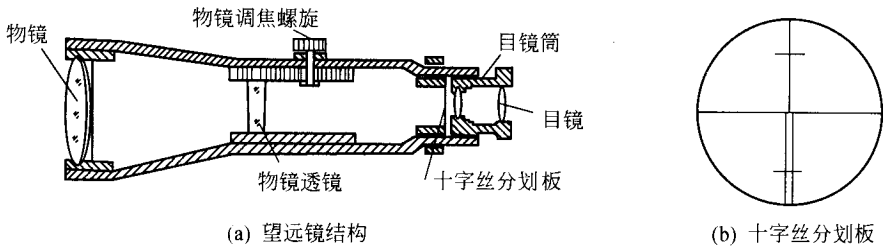


图 4-7 测量望远镜

望远镜成像原理如图 4-8 所示,远处目标 AB 发出的入射光线经过由物镜 1 和调焦透镜 3 组成的复合透镜折射后,形成一个倒立而缩小的实像 ab ,前后移动调焦透镜,改变复合透镜的等效焦距,从而使远近不同的目标形成的像都能清晰地落在十字丝分划板平面 4 上。目标经目镜 2 放大后,形成一倒立的虚像 $a'b'$,同时十字丝也被放大。因此用图 4-7 的望远镜可观察到目标的倒立虚像,这种望远镜称为倒像望远镜。顺便指出,有的望远镜观察到目标为正像。

由 4-8 知,眼睛由望远镜观察虚像 $a'b'$ 所张的夹角 β 远大于直接观察远处目标 AB 的张角 α ,这就是利用望远镜能看清远处目标的原理。通常把这两个张角的比值 $V = \frac{\beta}{\alpha}$ 称为望远镜放大倍率。DJ6 型经纬仪望远镜的放大倍率一般不小于 24 倍。

十字丝分划板的构造如图 4-7b 所示,竖直的一条称竖丝,横的一条称中丝,合起来称为十字丝。竖丝用来瞄准水平方向的位置,位于中丝上、下方的两条短横线称为上丝

和下丝,亦称为视距丝。测量时望远镜是利用十字丝瞄准目标的,物镜光心和十字丝竖丝与中丝交点的连线 CC 称为视准轴(图 4-8)。瞄准目标时视准轴方向就是视线方向。

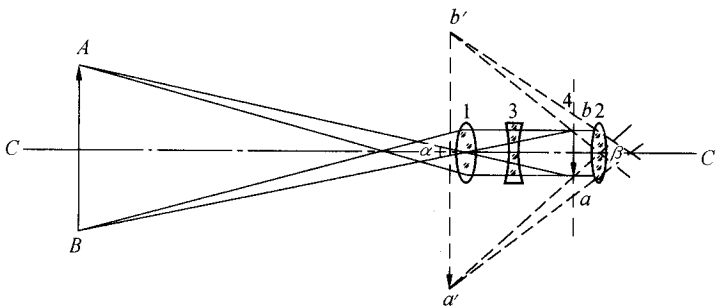


图 4-8 望远镜成像原理

2. 水准器

测量仪器的水准器用于置平仪器,使仪器的某条轴线处于水平或铅垂位置。水准器的内壁研磨成一定曲率,里面灌入酒精、乙醚等溶液,加热封闭冷却后形成的一空隙即为水准气泡。水准器有管水准器和圆水准器两种。

①管水准器(又称为水准管)

管水准器安置在经纬仪上,主要用于精确指示竖轴是否处于铅垂位置并使水平度盘水平。管水准器是两端封闭的玻璃管,在玻璃管的纵剖面方向上,其内壁研磨成一定半径为 R 的圆弧,气泡恒位于圆弧的最高点。圆弧的中点 O 称为水准管的零点,过零点的圆弧切线 LL 称为水准管轴。如果气泡中心位于零点,则水准管轴 LL 处于水平状态,此时称气泡居中,如图 4-9a 所示。

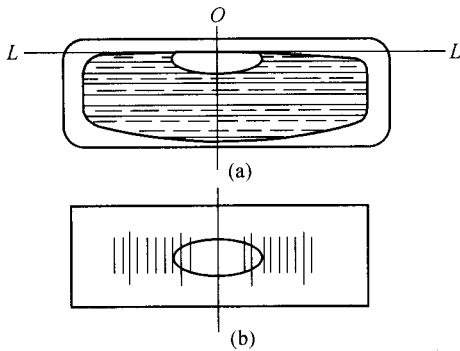


图 4-9 管水准器

如图 4-9b 所示,在管水准器的玻璃外表面,刻有分画线,分别位于零点的左右两

侧,并以零点为中心成对称排列。相邻两条分画线间圆弧长度为 2mm。2mm 圆弧所对的圆心角值称为水准管分画值 τ ,即

$$\tau'' = 2\rho''/R$$

$\rho'' = 206265''$, R 为水准管圆弧半径,以 mm 为单位。

因此,水准管圆弧半径越大,分画值 τ 越小,灵敏度越高,此时水准管一般较长,整平时亦较慢。因此,不同精度等级的仪器往往安装与之相匹配的水准管。如 DJ6 级经纬仪水准管分画值为 $20''/2\text{mm}$ 。

②圆水准器

圆水准器外形如圆盒状,顶部玻璃的内表面为球面,中央刻有圆圈,当气泡位于圆圈中心时称为气泡居中。通过圆圈中心对圆球面所做的法线 LL 称为圆水准器轴,当气泡严格居中时,圆水准器轴即处于铅垂位置。圆水准器的分画值一般为 $8'/2\text{mm}$,精度比管水准器低,只能用于粗略置平仪器,如图 4-10 所示。

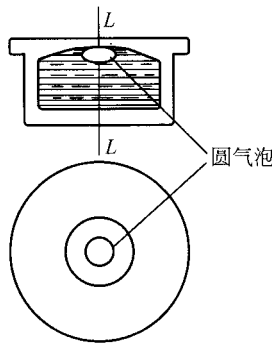


图 4-10 圆水准器

(二)水平度盘

水平度盘是一个刻有分画线的光学玻璃圆盘,用于测量水平角。水平度盘的分划值一般为 1° 、 $30'$ 、 $20'$,并按顺时针方向注有数字。水平度盘与照准部是分离的,观测水平角时,其位置相对固定,不随照准部一起转动。若需改变水平度盘的位置,可通过照准部上的水平度盘变换手轮或复测扳手将度盘配置到所需要的位置。

(三)基座

经纬仪基座主要由轴座、脚螺旋、底板、三角压板等组成。在经纬仪基座上,还有一个轴座固定螺旋,用来将照准部与基座固连在一起。利用基座的中心螺母和三脚架上的中心连接螺旋,可使仪器与三角架固定在一起。

(四) 光学经纬仪的读数装置和读数方法

光学经纬仪的度盘刻画线通过一系列棱镜和透镜成像在望远镜旁的读数显微镜内，不同级别的经纬仪，或由不同厂家生产的同一级别的经纬仪，由于采用的读数装置不同，其读数方法也不一定相同。

1. DJ6 级光学经纬仪的读数设备和读数方法

①分微尺测微器的读数方法

分微尺测微器结构简单，读数方便，目前大部分 DJ6 级经纬仪都采用这种测微器。图 4-11 即为此类读数系统。读数窗上半部的影像为水平度盘读数，一般标有“H”或“水平”字样，下半部为竖直度盘读数，一般标有“V”或“竖直”字样。上半部和下半部各有一个分微尺，其长度与成像在读数窗分画面上的度盘分画值间隔的宽度相等。分微尺分为 60 小格，相当于把度盘上 1° 的分画间隔分成 60 等份，每小格的格值为 $1'$ 。为了读数方便，每 10 小格标有注记。实际读数时，则是以度盘的分画线作为读数的指标线。“度”位由落在分微尺上的度盘分画线注记数直接读出，如图 4-11 所示，水平度盘的“度”位读数为 214° ，竖直度盘的“度”位读数为 90° 。“分”位则从分微尺读出，其值等于分微尺的 0 分画线至度盘分画线之间的整格数加上不足一格的余数部分，一般最小可估读到 0.1 格（即 $0.1 \times 1' = 6''$ ）。图 4-11 中，水平度盘和竖直度盘的“分”位读数分别为 $44.2'$ 和 $27.8'$ 。将“度”位读数和“分”、“秒”位读数相加，就得到度盘的完整读数。如图所示水平度盘读数为 $214^\circ 44' 12''$ ，竖直度盘读数为 $90^\circ 27' 48''$ 。

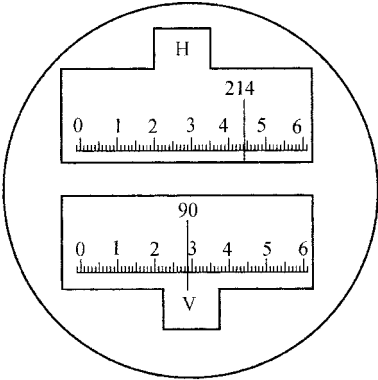


图 4-11 分微尺测微器的读数窗

②单平板玻璃测微器的读数方法

根据光学理论，光线以一定的入射角穿过平板玻璃时，将会折射而产生平移。单平板玻璃测微器就是根据这一原理设计的（图 4-12）。

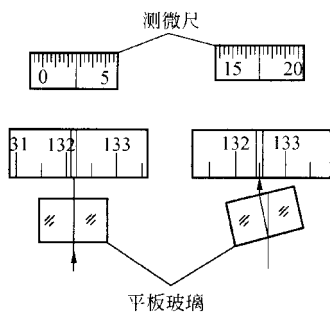


图 4-12 单平板玻璃测微器

采用这种测微器的经纬仪 ,其度盘的分画值一般为 30′ ,整度数处标有注记。测微器主要由平板玻璃、测微尺和测微轮组成。转动测微轮可带动平板玻璃和与之固连在一起的测微尺转动。这时 ,可以在读数显微镜中看到度盘分画的影像和测微尺的影像一起移动 ,当度盘分画影像移动一格(即为 30′)时 ,测微尺正好转过 90 小格 ,因此 ,测微尺的格值为每格 20″ ,一般常规最小可估读到 0.1 格(即 $0.1 \times 20'' = 2''$)。采用这种测微器的经纬仪 ,在读数窗有三个窗口 ,如图 4-13a 所示。下窗为水平度盘影像 ,中窗为竖直度盘影像 ,上窗为测微尺影像。读数时 ,先转动测微轮 ,使度盘分画线精确地位于双指标线的中间 ,整度数(或 30′)根据该分画线读出 ,分数和秒数从测微尺上读取 ,两个读数相加 ,即为度盘的完整读数。图 4-13 中 ,图 a 中水平度盘的读数为 $127^{\circ}37'08''$,图 b 中竖盘读数为 $91^{\circ}24'52''$ 。

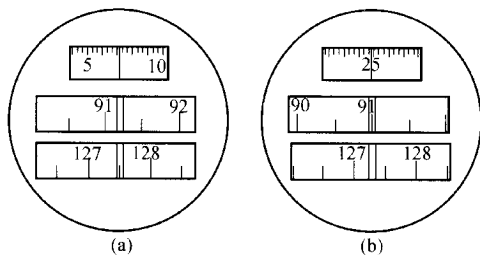


图 4-13 单平板玻璃测微器读数窗

2. DJ2 级光学经纬仪的读数方法

在 DJ2 级光学经纬仪的读数显微镜中 ,需通过转动换向手轮选择所需要的水平或竖直度盘影像 ,才能看到水平度盘(或竖直度盘)刻画的影像。如图 4-14a 所示 ,上方的正像称为主像 ,下方的倒像称为副像 ,侧边小的读数窗是测微尺的读数窗 ,读数窗中间的横线为测微尺读数的指标线 ,测微尺长度为 10′ ,每一小格为 1″ ,一般常规最小可估读到 0.1 格(即 0.1″)。读数时 ,先转动测微手轮 ,使度盘读数窗中的主、副窗影像分画线重合(图 4

- 14b) ,然后选定一个主像的注记 ,若在它的右边能找到一个相差 180° 的倒像注记 ,则取该主像的注记为度的读数。将该主、副像之间的分画格数乘以 $10'$ (即度盘分划格值的一半) ,即得出整 $10'$ 数。然后在测微尺读数窗中 ,用指标线读取不足 $10'$ 的分和秒数 ,三者相加即为度盘的全部读数。图 4 - 14b 中所示读数为 : $154^{\circ} + 3 \times 10' + 8'39.6'' = 154^{\circ}38'39.6''$ 。对于图 4 - 14c 这种类型的 DJ2 型经纬仪 ,其读数方法与上述类似 ,转动测微手轮 ,使度盘读数窗中下面的主、副像分画线重合(图 4 - 14d) ,然后直接读数。这种结构的 DJ2 型经纬仪读数较为简单 ,图 4 - 14d 的读数为 $65^{\circ}56'34.6''$ 。

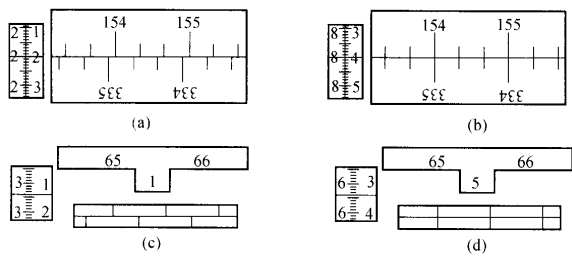


图 4 - 14 DJ2 级光学经纬仪读数窗

三、电子经纬仪

电子经纬仪是近代产生的一种新型测角仪器 ,标志着测量仪器发展到一个新的阶段。与光学经纬仪比较 ,电子经纬仪主要有以下特点 :

1. 采用扫描技术 ,从而消除了光学经纬仪在结构上的一些误差(如度盘偏心差、度盘刻划误差等)。
2. 现代电子经纬仪具有三轴自动补偿功能 ,即能自动测定仪器的横轴误差、竖轴误差和视准轴误差 ,并能对角度观测值自动进行改正。
3. 电子经纬仪可依一定编码格式将观测结果自动存储至数据记录器、外部数据记录簿或传输到计算机中 ,并同时用数字方式直接显示在显示屏上 ,可以实现角度测量自动化和数字化。
4. 电子经纬仪与电磁波测距仪的有机组合 ,构成各种类型的全站仪。可直接测定测点的三维坐标 ,便于实现测量、计算、成图的一体化和自动化。

电子经纬仪在结构和外观上与光学经纬仪基本类似 ,使用方法与光学经纬仪也基本相同 ,包括安置仪器、照准目标和读数三个步骤。除读数是在显示屏上直接读取外 ,其他步骤的操作方法与光学经纬仪完全相同。

电子经纬仪与光学经纬仪主要区别在于读数系统。光学经纬仪采用带有数字注记刻画的光学度盘,以及由度盘和一系列光学棱镜、透镜所构成的光学读数系统。电子经纬仪采用电子度盘以及由它和机、电、光器件组成的测角系统。电子经纬仪有 3 种测角系统,即度盘编码法、增量法和动态法,各种测角系统的测角原理亦不相同。

(一)度盘编码法测角原理

度盘编码法测角采用的是编码度盘,它是在玻璃度盘上设置 n 个等间隔的同心圆环,每个圆环称为一个码道。同时沿直径方向将度盘全周等分为 2^n 个同心角扇形,此扇形称为码区,这样构成编码度盘。

图 4-15 所示为一个 $n=4$ 的编码度盘,共有 4 个码道和 16 个码区,每个码区的角值为 $360^\circ/16 = 22.5^\circ$,按一定规则将扇形圆环涂成透光和不透光的黑区和白区,透光表示“0”,不透光表示“1”。这样对每一个码区沿径向方向由里向外可表示 1 个二进制数,里圈为高位数,外圈为低位数。如图 4-15 中由“0000”起,顺时针方向可以读得“0001”、“0010”、...、“1111”相应于十进制数的 0~15。

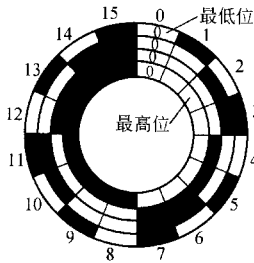


图 4-15 编码度盘示意图

若在编码度盘的一侧沿码区对每个码道安置一个发光二极管,并在另一侧安置 n 个接收二极管,当这一由发光二极管和接收二极管组成的光电探测器阵列位于某一码区时,发光二极管的光通过码道的黑区或白区,使各接收二极管输出高电位信号“1”或低电位信号“0”(图 4-16)。由于每一个码区对应一个二进制数,经三极管放大和译码器处理后可以数字形式表示编码度盘上码区的绝对位置,故称绝对测角法。如图 4-16 所示为“1001”。

编码度盘的分辨率取决于码道数 n ,即确定度盘位置只能精确至 $360^\circ/2^n$, n 越大,分辨率越高,但由于制造工艺的限制, n 不可能太大。因此,编码度盘只用于角度粗测,精测必须采用电子测微技术。如 Opton 厂生产的 Eha2 电子经纬仪,精读采用类似于光学经纬仪的平行玻璃板测微器重合法测微求得。因此,在电子经纬仪中,是用码道和各种细分方法相结合进行读数。

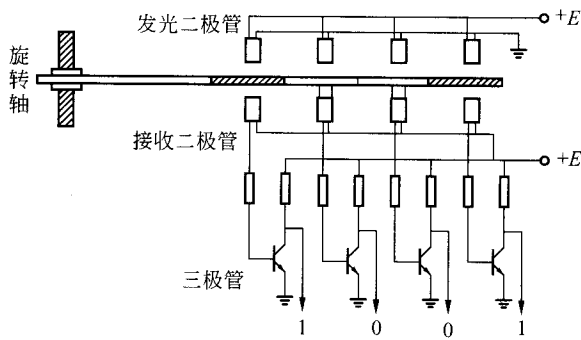


图 4-16 编码度盘光电读数原理

(二)光栅度盘测角原理

均匀地刻有许多等间隔狭缝的直尺或圆盘,称为光栅盘。刻在直尺上用于直线测量的称为直线光栅,如图 4-17 所示,刻在圆盘上的由圆心辐射的等角距光栅称为径向光栅(或称圆光栅)。光栅的基本参数是刻画线密度(即每毫米刻的线条数)和栅距(相邻两栅之间的距离)。在图 4-17 中,设光栅的刻线宽度为 a ,缝隙宽度为 b ,通常 $a = b$,栅距为 $d = a + b$ 。圆光栅中,栅距所对应的圆心角即为栅距的分画值。电子经纬仪采用的是圆光栅,光栅的线条处为不透光区,缝隙处为透光区。在光栅盘上下对应位置装上照明器和光电接收管,则可将光栅的透光与不透光信号转变为电信号。若照明器和接收管随照准部相对于光栅盘移动,则可由计数器累计求得所移动的栅距数,从而得到转动的角度值。因为光栅盘是靠累计计数,因而称这种系统为增量式读数系统。

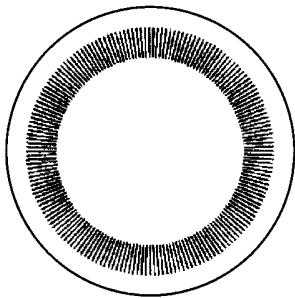


图 4-17 径向光栅

一般光栅的栅距已很小,而分画值却仍然较大。例如在 80mm 直径的度盘上刻有 12500 条线(刻线密度为 50 线/毫米),其栅距的分画值为 $1'44''$,为了提高测角精度,还必须对栅距进行细分,即将一个栅距用电子的方法细分成几十到上千等份。由于栅距太小,计数和细分都不易准确,所以在光栅测角系统中都采用了莫尔条纹技术,将栅距放大,然后再进行细分和计数。产生莫尔条纹的方法是:取一小块与光栅盘具有相同密度

和栅距的光栅 称为指示光栅。若将指示光栅与光栅盘以微小的间距重叠起来 ,并使其刻线互成一微小夹角 θ ,这时就会出现放大为明暗交替的条纹 ,这些条纹称为莫尔条纹 (栅距由 d 放大到 W) 如图 4-18 所示。测角过程中 ,转动照准部时同时带动指示光栅相对于度盘横向移动 ,所形成的莫尔条纹也随之移动。设栅距的分画值为 δ ,则纹距的分划值亦为 δ 。在照准部瞄准方向的过程中 ,可累计出移动条纹的个数 n 和计数不足整条纹距(不足一分画值)的小数 $\Delta\delta$,则角度值 ϕ 可写为 :

$$\phi = n\delta + \Delta\delta$$

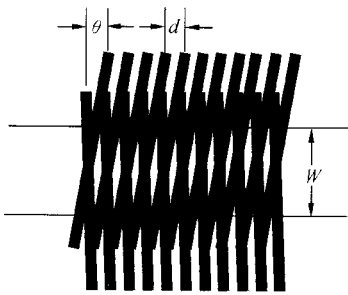


图 4-18 莫尔条纹

(三) 动态测角原理

徕卡(Leica)的 T2000 电子经纬仪是一个具有旋转光栅盘的动态测角系统。度盘刻有 1024 条栅线 ,内含栅线和缝隙 ,相应为不透光和透光区 ,其栅距分画值为 $21.094'$,设为 φ_0 。盘上有两个计数光栏(图 4-119 上 L_s 为固定光栏) ,安置在度盘外缘。 L_R 为可动光栏 ,随照准部转动 ,安置在度盘内边缘 ; φ 为照准某方向后 L_s 和 L_R 之间的夹角 ,读 φ 角时 ,度盘开始旋转 ,计取通过两个光栏间的栅线数 ,即可求得角度值。由图可见 , $\varphi = n\varphi_0 + \Delta\varphi$,即 φ 角等于 n 个整周期 φ_0 和不足整周期的 $\Delta\varphi$ 分画值之和 ,它们分别由粗测和精测求得。

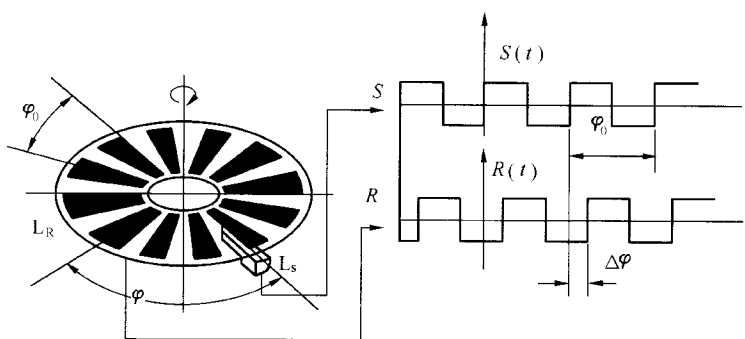


图 4-19 动态测角原理示意图

粗测 求出 φ_0 的个数 n 。

在度盘的同一径向的内外缘上设有 a、b 两个标记。相距 90° 处同一径向的内、外缘上,另设有 c、d 两个标记。度盘旋转时,从 a 标记通过 L_s 光栏起计数器开始计取 φ_0 的个数,当 b 标记通过 L_R 光栏时,计数器停止计数,此时所计数的值即为 φ_0 的个数 n 。同理 c、d 两个标记又可以获取另一组值,两组值可作校核。

精测 测量 $\Delta\varphi$ 。

如图 4-19 所示,通过光栏 L_s 和 L_R 分别产生两个信号 S 和 R , $\Delta\varphi$ 由 S 和 R 两组信号的相位差求得。照准目标后度盘开始旋转,当栅线通过 L_s 时得 S 正弦波信号,经整形得 S 方波信号;同理,当栅线过 L_R 时得 R 正弦波信号,经整形得 R 方波信号,由 S 的“上升沿”与 R 的“上升沿”比较,即可得出两信号的相位差 $\Delta\varphi$ 。也就是说,从 S 的“上升沿”开始计数时钟脉冲的个数(一个脉冲所代表的角度值为已知),到 R 的“上升沿”停止计数,即可求得 S 和 R 的相位差 $\Delta\varphi$ 的角度值。每隔一条栅线检测出一个 $\Delta\varphi$,度盘转一周,则可取 512 个独立的 $\Delta\varphi$,求其平均值,即取得高精度的不足整周期的角度值。测角精度取决于精测精度,由微处理器对精、粗测数据进行衔接处理,最后得到角度值。

动态测角除具备前两种测角方式的优点外,最大的特点在于消除了度盘刻划误差等的影响,因此在高精度的电子测量仪器中得以采用,但在结构上由于需要马达带动度盘测角,因此结构比较复杂,耗电量也较大。

第二章 平面控制测量新技术及其在实际操作中的应用

第一节 控制测量概述

“控制”的含义是掌握、支配,使不超出一定范围。为了保证测绘的地形图有一定的准确性和可靠性,在测绘地形图之前先进行控制测量,即先在整个测区范围内以较高精度测定少量地面点的平面位置和高程。这些少量的点称之为控制点,把相关的控制点连起来,就构成了控制网。控制测量分为平面控制测量和高程控制测量,本章仅介绍平面控制测量。

一、控制测量方法

平面控制测量就是在地面上选定一些有意义的点,构成平面控制网,测算这些点的平面直角坐标(X, Y),为地形测图提供已知数据。控制测量方法可归纳为二类,一类为常规地面测量,主要有三角测量、导线测量,另一类为现代空间测量,主要有 GPS 测量。

1. 三角测量

在地面选择若干控制点而形成互相连接的三角形,测定其中一边的水平距离和每个三角形的三个顶角,然后根据起始—数据可算出各控制点的坐标。三角形的各顶点称为三角点,各三角形连成锁状的称为三角锁,如图 4-20,连成网状的则称为三角形网,如图 4-24。

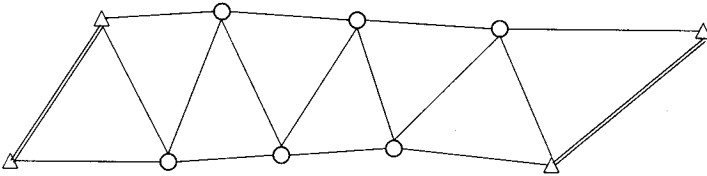


图 4 - 20

2. 导线测量

在地面上选定一系列控制点 ,以折线的形式将它们连接起来 ,测定边长和转折角 ,然后根据起始数据算出各导线点的坐标。导线可布设成单一的(如图 4 - 21) 网状的(如图 4 - 22) 及其他形式。

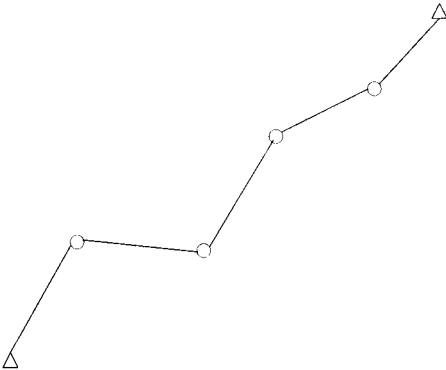


图 4 - 21

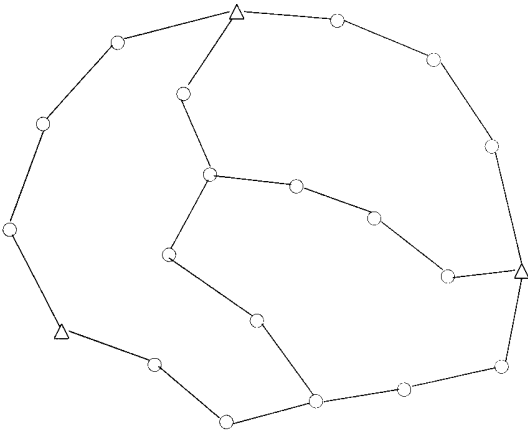


图 4 - 22

3. GPS 测量

GPS 是全球定位系统的简称。GPS 测量是利用 GPS 卫星作为动态已知点 ,用接收机接收 GPS 卫星发射的导航电文来确定控制点的位置。

传统的控制测量主要用三角测量和导线测量实施。到 20 世纪 80 年代末 ,主要应用导线测量和 GPS 测量来确定控制点 ,近几年 GPS 测量成了控制测量的主要手段。但由于 GPS 测量有专门的教材介绍 ,本书着重介绍传统的控制测量。

二、国家控制测量

对于全国性的测量工作 ,由于国土幅员广阔 ,为了使国家各地相邻地形图可以互相衔接 ,应有统一的精度 统一的规格。需要建立一个全国统一、分布均匀、精度一致、密度适当的国家控制测量网 ,又称大地网。国家基本控制按照精度的不同 ,分为一、二、三、四等 ,由高等向低等逐步建立。

我国国家控制测量早期主要用三角测量(平面控制)进行。对于西部沙漠和西南部高山地区多采用导线测量的方法进行。

国家一等控制测量主要采用纵横三角锁的形式布设 ,如图 4-23 所示。三角形边长约 20~25km ,锁段三角形内角小于 40° 。在锁系交叉处精密测定起始边长 ,在起始边两端还用天文测量的方法测定天文方位角 ,用来控制误差传播和提供起算数据。一等三角锁的主要作用是统一全国坐标系统 ,控制以下各级控制测量和为研究地球形状及大小提供精确资料。

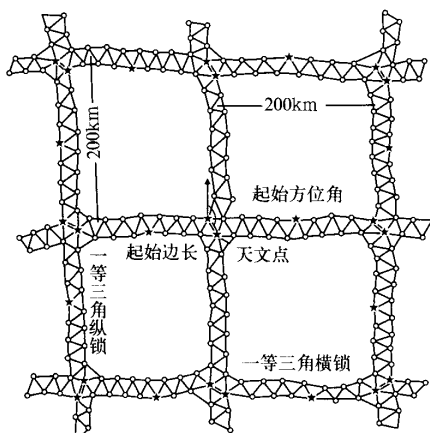


图 4-23

国家二等控制测量主要采用三角网布设 ,一般称为二等全面网。它是以连续三角网

的形式布设在一等锁环内的地区 ,如图 4-24 所示。我国二等网平均边长为 13km ,网的中间通常选一条边 ,测定其边长并进行天文测量。二等全面网的作用是满足测图控制的需要。由于一、二等锁网中要进行天文测量 ,所以常称之为国家天文大地网。

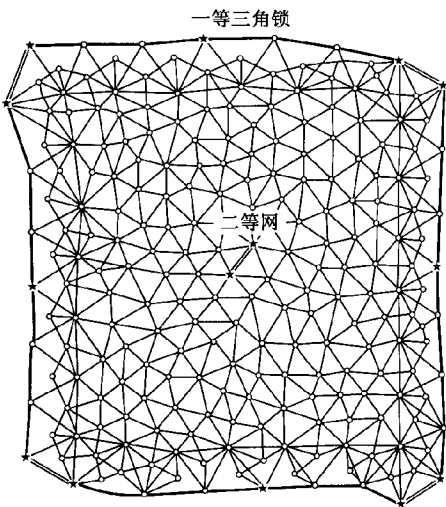


图 4-24

国家三、四等控制测量是在二等三角网基础上 ,根据需要 ,采用插网方法布设 ,如图 4-25(a)(b)。当受地形限制时 ,也可采用插点法进行施测 ,如图 4-25(c)。三等三角网平均边长为 8km ,四等网边长一般为 2~6km。三、四等控制测量主要为地区测图提供首级控制。

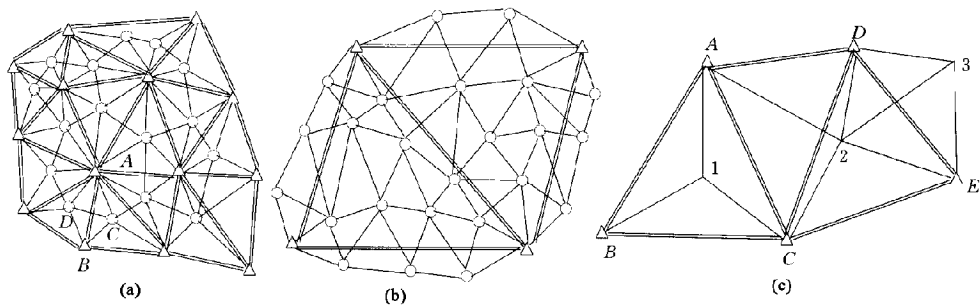


图 4-25

图家三角网布设规格如表 4-1。

国家高程控制测量主要用水准测量方法进行。按照要求的精度不同 ,分为一、二、三、四等水准测量。另外用三角高程测量作为高程控制的补充。

表 4 - 1

等级	平均边长 /km	测角中误差(按三 角形闭合差计算)	三角形最 大闭合差	起始元素精度		最弱边边 长相对中 误 差
				起始边长	天文观测	
一等锁	20 ~ 25	$\pm 0.7''$	$\pm 2.5''$	1:350000	$m_{\varphi} : \pm 0.3''$ $m_{\lambda} : \pm 0.3''$ $m_{\alpha} : \pm 0.5''$	1:165000
二等网	13	± 1.0	± 3.5	1:350000		1:140000
三等网	8	± 1.8	± 7.0			1:80000
四等网	2 ~ 6	± 2.5	± 9.0			1:40000

国家精密导线测量也分为相应的一、二、三、四等 ,其规格和要求请参考有关规范。

各级国家控制测量经过严密的数据处理 ,可得到大地点的精确位置(平面坐标和高程) ,为地形测量、工程建设提供起算数据。

三、地形控制测量

为了达到测绘大比例尺地形图的需要 ,在进行测图之前 ,通常要在国家控制的基础上进行地形控制测量。地形控制测量一般包括高级地形控制测量(一、二级小三角测量或一、二、三级导线测量)和图根控制测量。在全测区范围内建立的控制网 ,称为首级控制网 ,直接为测图而建立的控制网称为图根控制网。当测区面积小于 1km^2 时 ,图根控制网亦可以作为首级控制网。地形控制测量通常用近似平差解算地形控制测量点的坐标。

为了与高精度的国家三角网有所区别 ,将图形比较简单、边长较短、且精度要求低于国家等级的三角测量称为小三角测量。小三角测量依测角精度不同分为两级 :一级小三角(亦称 $5''$ 小三角 ,边长 $0.8 \sim 3.0\text{km}$)和二级小三角(亦称 $10''$ 小三角 ,边长 $0.5 \sim 1.0\text{km}$) ,小三角点(包括同级导线点)在测图中起骨干控制作用。小三角点的布设 ,根据不同情况 ,可以在大地点基础上直接发展 ,也可以在测区内独立建立。

小三角的布设图形 ,主要根据高级点的分布情况、地形状况及实际需要而定 ,最常用的布设图形有 :线形三角锁(简称线形锁) ,有双定向、单定向、无定向之分 ,如图 4 - 26 (a) (b) (c) ;中点多边形 ,如图 4 - 26 (d) ;扇形网 ,又称固定角内插点 ,如图 4 - 26 (d) ;大地四边形、菱形 ,如图 4 - 26 (f) ;单三角锁 ,如图 4 - 26 (g) 。小三角测量的特点是每个三角形的内角都观测。小三角测量各项技术指标见表 4 - 21。由于目前及今后小三角测量很少使用 ,本教材不再过多地介绍小三角测量及其解算。

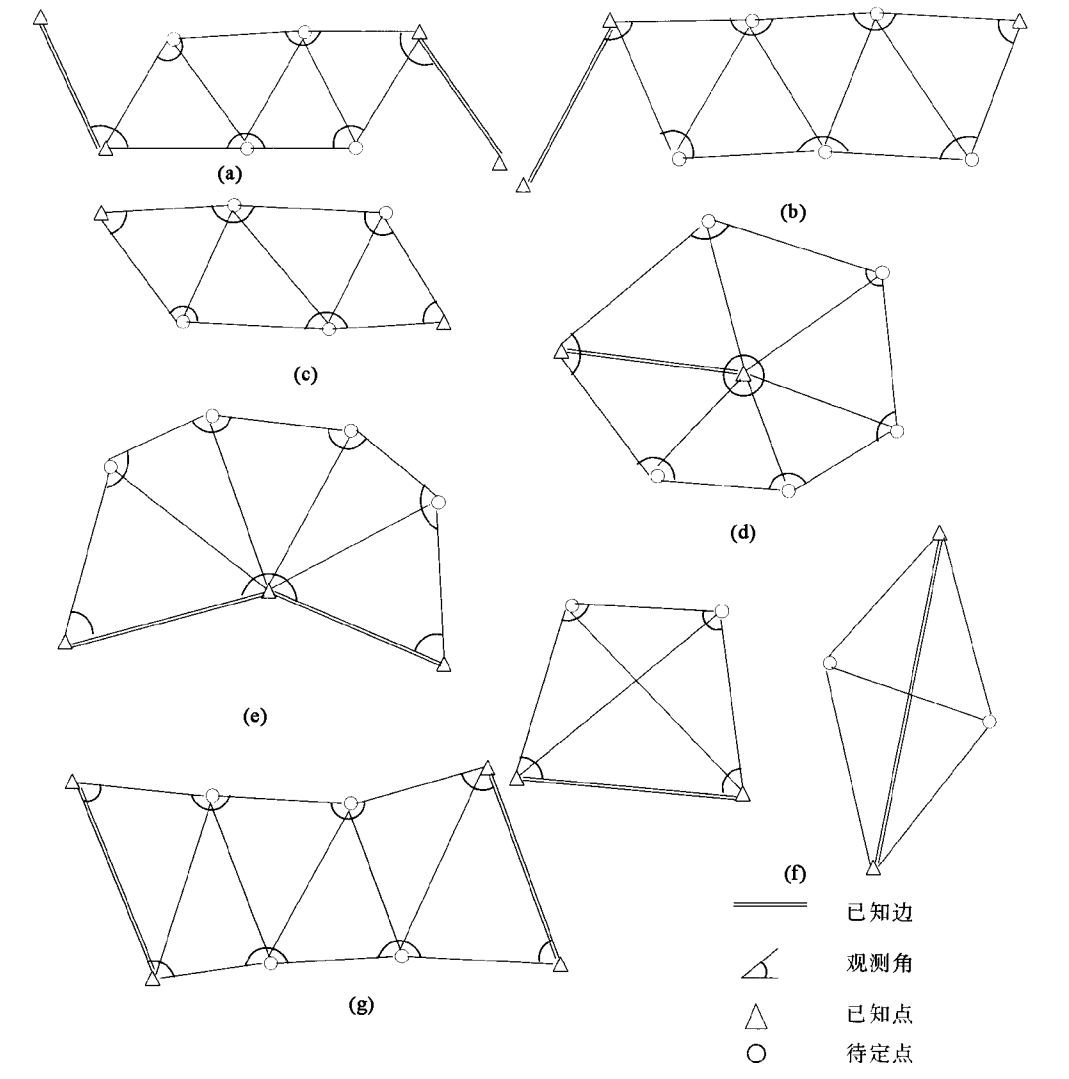


图 4-26

表 4-2 小三角测量技术指标

等级	测角中误差	起始边相对中误差	最弱边相对中误差	测回数		半测回归零差		一测回内 2C 互差		同一方向各测回互差		三角形最大闭合差
				J ₂	J ₆	J ₂	J ₆	J ₂	J ₆	J ₂	J ₆	
一	± 5"	1:40000	1:20000	3	6	12"	25"	28"	35"	12"	25"	± 15 "
二	± 10"	1:20000	1:20000	—	3	—	25"	—	35"	—	25"	± 30 "

目前高级地形控制测量除使用 GPS 测量外 ,主要使用导线测量施测。导线测量将在下节重点介绍。

图根控制测量的目的是在高级地形控制测量的基础上再加密一些直接供测图使用的控制点,称为图根点,以满足用于测绘地物地貌的测站点的需要。因此,图根点必须具有适当的密度。表 4-3 中给出了大比例尺测图每幅图(图幅面积一般为 50cm × 50cm)必要的已知点数(包括大地点和小三角点),对于复杂地区,表中要求的点数应适当增加。

表 4-3 大比例尺测图图根点密度

测图比例尺	1:500	1:1000	1:2000	1:5000	1:10000
每幅图解析图根点数	5	9	14	20	25

图根控制测量的布设图形除可采用小三角测量的布设图形外,目前常用的布设形主要有:图根导线,如图 4-28;前方交会,如图 4-27(a);侧方交会,如图 4-27(b);后方交会,如图 4-27(c);测边交会,如图 4-27(d);单三角形,如图 4-27(e);边角交会,如图 4-27(f)。图根控制测量水平角观测各项限差见表 4-4。

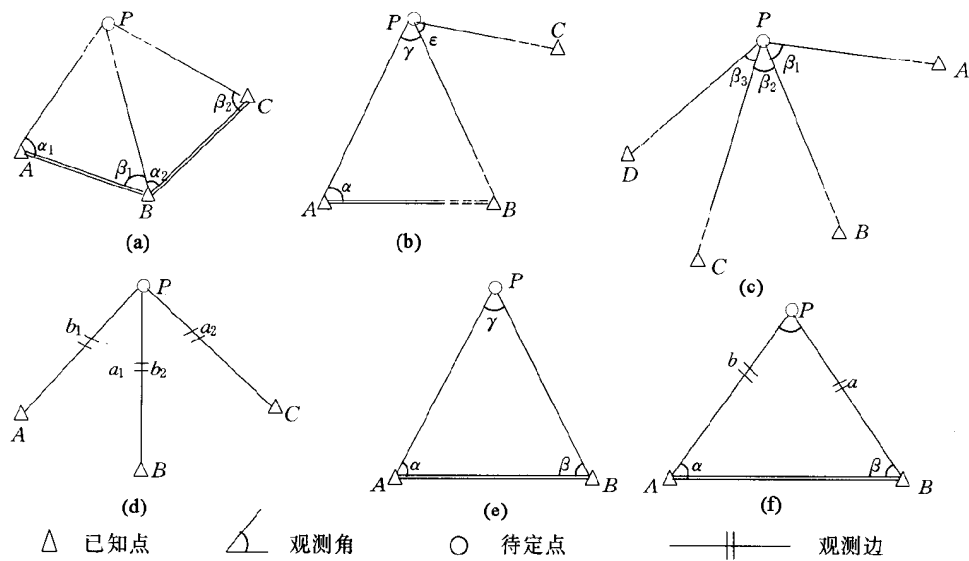


图 4-27

表 4-4 图根控制测量水平角观测限差

等级	仪器型号	测回数	测角中误差	半测回归零差	方位角闭合差	三角形闭合差
图根	J ₆	1	± 20"	24"	± 40"√n	± 60"

采用交会法时,其交会角不应小于 30°,也不应大于 150°。交会角指在未知点上至两

已知点的水平角。为了检查观测质量,前方、侧方交会和测边交会应有 3 个已知点,后方交会应有 4 个已知点。

第二节 普通导线测量

导线测量在工程建设、城市建设的平面控制和地形测图的平面控制中有着广泛的应用,是目前控制测量中主要的常用方法。导线测量与其它地形控制测量相比,其主要优点是布设灵活,尤其在平坦而隐蔽的地区以及城市和建筑区,布设导线具有很大的优越性。但导线测量也存在一些缺点,其中比较突出的是量距工作十分繁重。不过随着电磁波测距仪的广泛应用,改善了繁重的量距工作,使导线测量成为地形控制的主要方法。

一、导线测量布设形式

导线测量布设形式有附和导线、闭合导线、支导线和导线网。

1. 附和导线 如图 4-28(a),导线由一已知点出发,附和于另一已知点。附和导线通常还区分为测两个连接角、测一个连接角、不测连接角的附和线。

2. 闭合导线 如图 4-28(b),导线由一已知点出发,最后仍回到这一点。

3. 支导线 如图 4-28(c),导线由一已知点出发,既不闭合也不附和于另一已知点。

4. 导线网 如图 4-28(d)为一个结点的导线网,如图 4-28(e)为多个结点的导线网。

导线测量按导线边的测定方法可区分为电磁波测距导线、经纬仪导线(又称钢尺量距导线)、视距导线;按测量精度可区分为国家等级导线测量和普通导线测量。本章主要介绍普通导线测量,它包括一、二、三级导线测量和图根导线测量。

二、导线测量外业工作

(一)选点、埋石

选点前应调查、搜集测区已有的地形图和高级控制点的成果资料。把控制点展绘在地形图上,然后在地形图上拟定导线布设方案,最后到实地定点位和建立标志。如果测区没有地形图资料,则需详细踏勘现场,根据已知控制点的分布,测区地形条件及测图等具体情况,合理地选定导线点的位置。实地选点应注意以下几点:

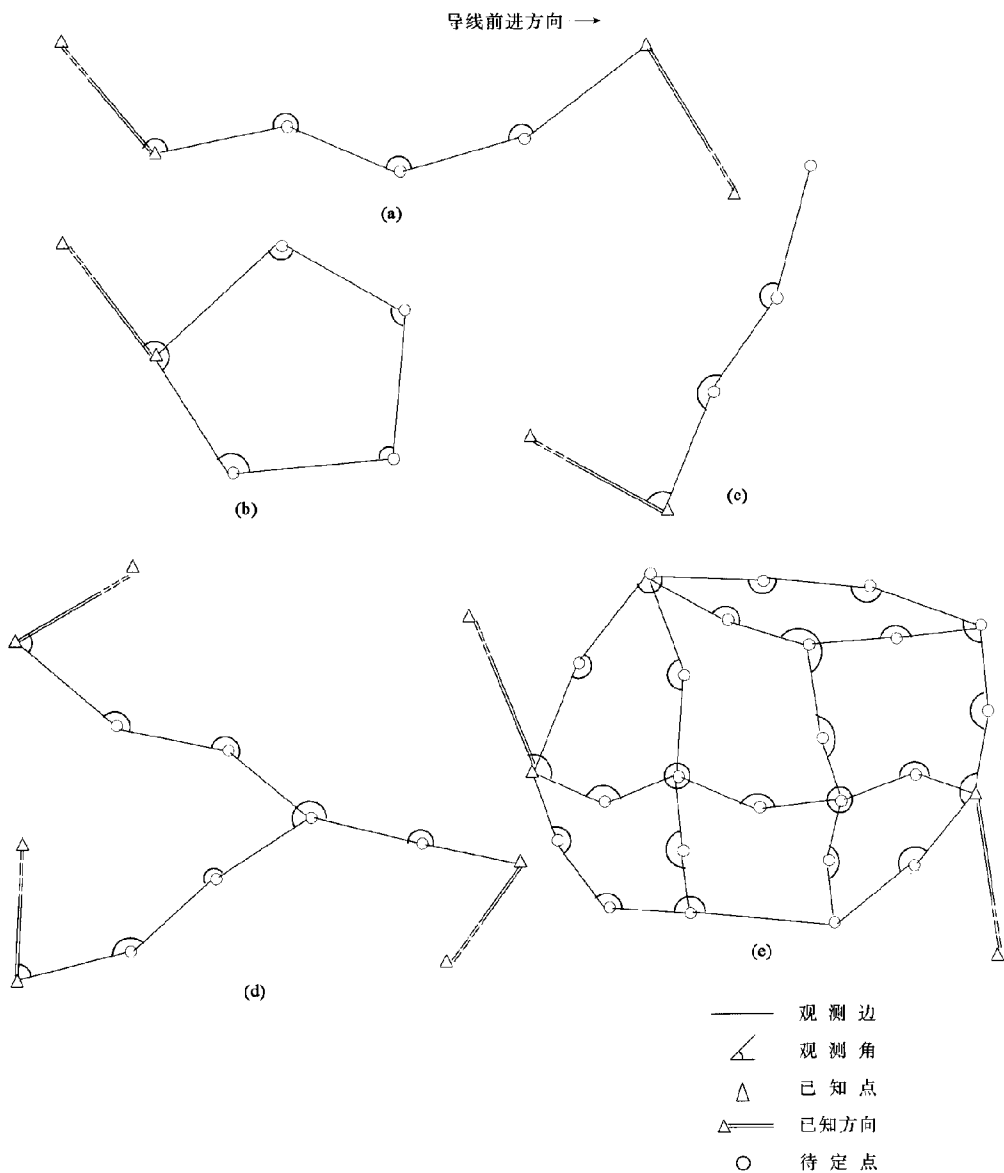


图 4-28

1. 相邻点间通视良好,地势较平坦,便于测角和量距。
2. 点位应选在土质坚实处,便于保存标志和安置仪器。
3. 视野开阔,便于测图。
4. 导线各边的边长应大致相等,以减少因望远镜调焦而带来的误差。除特殊情况外,相邻边长之比不宜超过 1:3,对于一、二级导线尽可能布设成为直伸形状。

5. 导线点应有足够的密度,分布均匀,便于控制整个测区。

导线点选定后,要在每一点位上打一木桩,并在桩顶钉一小钉,作为临时测量标志。若导线需保存时间较长,就要埋设标石并绘导线点“点之记”。

(二)导线量边与测角

导线边长一般用检定过的钢尺直接丈量,对于一、二、三级导线和支导线的边长一般往返丈量各一次或同一方向丈量两次取其平均值,相对闭合差应不大于 $1/2000$ 。目前越来越多地使用电磁波测距仪测定边长。

一般而言量得的边长除要进行尺长、温度和倾斜等改正外,还要进行归算至大地水准面的改正和归算至高斯投影面的改正。具体改正方法见《控制测量》有关内容。但对于一条导线边来说,其相对改正数只要不超过相对容许误差,可以不考虑上述两项改正。对于精密导线,在平差计算前,导线边一般须进行此两次改正。

导线转折角的测定,一般用经纬仪观测导线前进方向左侧的折角,即左折角;闭合导线测内角,同时在导线起闭点上要观测导线边与已知边组成的连接角。单角用测回法观测,三个或更多的方向则采用方向观测法。图根导线一般用 J_6 级经纬仪测一测回,若盘左盘右测得角值较差不超过 $36''$,取其平均值。

在城市或工业区进行导线测量,由于一些街道上交通繁忙,车多人众,从而造成观测的不利条件,同时也影响到人身和仪器的安全,所以在交通量大的繁忙马路上,安排在夜间进行作业较为有利。夜间作业时空气稳定、仪器震动小且免于日光曝晒,可提高成果的精度。夜间、观测时无论测角仪器和照准目标都应有妥善的照明设备。某些光学经纬仪的读数设备已装置有供夜间观测用的照明设备。若经纬仪无照明设备,则需要手电等光具照明。

导线测角时,由于导线边短,仪器对中及目标偏心误差对测角精度影响较大,故应特别注意。采用垂球对中,其偏差不应大于 3mm ,最好要用校正好的光学对点器进行对中。为了减少对中误差对测角量距的影响,各等级导线观测宜采用三联脚架法。

三、导线测量技术要求

1. 电磁波测距导线的主要技术要求见表 4-5。

2. 图根导线量距的技术要求见表 4-6。

当 $1:500$ 、 $1:1000$ 测图时,附合导线长度可放长上表规定的 1.5 倍,此时方位角闭合差不应超过 $\pm 40''\sqrt{n}$,绝对闭合差不应超过图上 0.5mm 。当导线长度短于上表规定的 $1/3$ 时,其绝对闭合差不应大于图上 0.3mm 。电磁波测距图根导线,图根点相对于图根起

算点的点位中误差 ,不大于图上 0.1mm ;高程中误差不得大于测图基本等高距的 1/10。图根导线一般不超过两次附和。个别困难地区可附和三次。

表 4 – 5

等级	附和导线长度/km	平均边长 /m	每边测距中误差/mm	测角中误差 /"	导线全长相对闭合差	测回数		方位角闭合差 /"
						J ₂	J ₆	
一级	3.6	300	± 15	± 5	1/14000	2	4	± 10 \sqrt{n}
二级	2.4	200	± 15	± 8	1/10000	1	3	± 16 \sqrt{n}
三级	1.5	120	± 15	± 12	1/6000	1	2	± 24 \sqrt{n}

注 :*n* 为测站数。

表 4 – 6

比例尺	附和导线长度 /m	平距边长 /m	导线相对闭合差	测回数	方位角闭合差 /"
				DJ ₆	
1:500	500	75	1/2000	1	± 60 \sqrt{n}
1:1000	1000	110			
1:2000	2000	180			

注 :*n* 为测站数。

第三节 电子计算器

电子计算器(简称计算器)是当前计算的重要工具。它操作简单 ,计算准确而迅速。另外 ,计算器小巧玲珑 ,携带方便。

一、计算器的类型

计算器按计算功能可分为以下几类 :

- 1. 简易计算器 :只能进行 +、-、×、÷、% 等运算。
- 2. 函数计算器 :除具有简易计算器的功能外 ,还能进行常用函数、坐标变换、统计等运算。
- 3. 程序计算器(或称科学计算器) :除具有函数计算器的功能外 ,还具有按自编的简单运算程序进行计算的能力 ,如 f_x – 3600P、LCD – 5812、SC 106A 等。

4. 专用计算器 :根据某种需要设计的 ,用来完成特定功能的计算器 ,如电子日历、收款机等。

5. 微机式计算器(通常称袖珍计算机) :一般能编制运行 BASIC 语言 ,能处理和管理大量的数据 ,常配有打印机 ,如 PC - 1500、PC - E500 等。

测量上主要使用程序计算器和袖珍计算机。下面主要介绍程序计算器的功能与使用。

二、程序计算器的功能

科学计算器 SC105、SC106、SC106A 是国产的程序计算器 ,功能齐全 ,价格便宜 ,携带方便。下面以 SC106A 为例介绍程序计算器的功能。

1. 基本计算功能 :能进行加、减、乘、除、百分数运算 ,计算式可多达六级共十五个括弧 ,能显示十位数字。

2. 记忆运算 :有一个独立寄存器和六个常数寄存器。独立寄存器可作加、减运算 ,常数寄存器可作加、减、乘、除运算。

3. 函数计算功能 :能进行平方、平方根、立方根、倒数、 n 次幂、 n 次方根、正弦、余弦、正切及其反函数、常用对数、自然对数、以十为底数的指数的运算 ;能进行阶乘、组合及排列运算 ;能进行直角坐标与极坐标转换。

4. 底数模式计算 :十进制、二进制、八进制及十六进制的算术计算及其间的底数转换 ,能进行逻辑运算。

5. 统计学运算功能 :能进行一般统计及线性回归。在一般统计模式中 ,可以求输入之数据的平均数、平方和、总和个数、样本标准偏差及母体标准偏差。在线性回归模式中 ,可以求常数、相关系数及回归参数 ,可进行数据 X 及 Y 的回归分析。

6. 解方程 :能解算一元二次方程和二元一次方程。

7. 复数计算 :能进行一般复数的加、减、乘、除四则运算 ,能进行实数与虚数部分的转换。

8. 自编程序功能 :有两个程序区 ,可以输入总共 64 步程序。程序可中途停止输入数据 ,还可条件跳步和无条件返回。

9. 其他功能 :可进行角度、弧度、弧度的转换 ,角度可以度、分、秒或小数形式显示 ,指数可以三位数显示 ;可显示科学常数及一些单位的换算(如厘米转为英寸) ;有自动截断电源的功能(两分钟后)。

三、程序计算器的板面介绍与使用常识

在使用计算器计算之前 ,应对计算器的板面及使用的基本常识有所了解。

(一) 版面简介

SC 106A 的版面如图 4-29 所示。

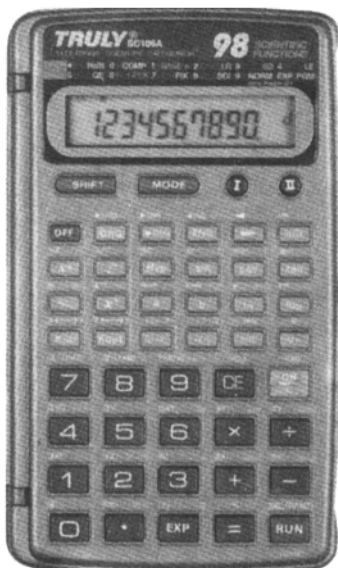


图 4-29

1. 电源开关 按下 **[ON]** 键起动电源, 按下 **[OFF]** 键断开电源。当计算器设定在“ON”状态时, 在停止按下任何键约两分钟后自动断开电源。当电源断开后, 储存于独立寄存器、常数寄存器及自编程序仍然保存。

2. 显示器 是用于显示输入的数据及计算结果。显示器可显示十位数(负数为九位)指数部分可显示至 ± 99 。对于角度显示如 $12^\circ 34' 56.7''$, 表示 $12^\circ 34' 56.7''$ 。若违反操作规则及输出数据“溢出”。会显示“E”而停止运算。另外, 显示器上部的字符为有关运算模式的提示; DEG”、“RAD”、“GRA”分别为六十进制度、弧度、新度(百进制度)。我国测量计算大多使用六十进制的角度, 因此计算之前一定要注意是否在“DEG”模式。“S”、“M”、“K”分别表示将使用副功能、独立寄存器已存入非零数据及连续两次按 +、-、 \times 、 \div 键; PGM”及“ENT”分别表示程序输入状态及程序的数据输入。“LE”、“QE”、“SD”、“LR”、“CPLK”分别表示解一次方程、解二次方程、标准偏差统计、回归分析、复数运算模式。







3. 副功能前置 **[SHIFT]** 键 按键板面的左上方印的为副功能前置键(亦称第二功能前置键)。如“sin”为主功能, “sin-1”为副功能。










4. 模式选择键 **[MODE]** 先按下 **[MODE]**, 再按 **[EXP]**、**[1]**、**[2]**、...、**[9]** 可选择不同功能模

式 ,如表 4 – 7 所示。

表 4 – 7

按 键	显示提示	功 能 模 式
<div>MODE</div> <div>.</div>		可进行手控及程序运算
<div>MODE</div> <div>EXP</div>	PGM	编写输入程序
<div>MODE</div> <div>0</div>		科学运算
<div>MODE</div> <div>1</div>	h	基数 n 运算
<div>MODE</div> <div>2</div>	LR	计算回归分析
<div>MODE</div> <div>3</div>	SD	计算标准偏差
<div>MODE</div> <div>4</div>	LE	解二元一次方程
<div>MODE</div> <div>5</div>	QE	解一元二次方程
<div>MODE</div> <div>6</div>	CPLX	复数计算
<div>MODE</div> <div>7</div>	FIX	设定小数位
<div>MODE</div> <div>8</div>		设定有效数值数位
<div>MODE</div> <div>9</div>		还原功能 ,将 MODE7、MODE8 之指定解除

5. 数字键及运算符号键 这些按键的主功能主要是数据输入和四则运算 ,副功能主要用于统计。另外 ,按  键及数字键 ,可读出科学常数。  按键用于输入以十为底的指数 ,但当按下 、、、 或任何指令键后 ,可显示圆周率 π 。

6. 函数键 函数键包括 、、、、、、、、 及其对应的副功能。进行函数计算时 ,先输入数据 ,再按下函数键即可得到结果。

7. 其他指令键 略。有些按键的功能在后面使用中介绍。

(二)使用常识

1. 电池的维护 SC 106A 计算器使用两块钮扣电池 ,电压共 3V ,输出功率仅 0.001W ,由于有自动断电功能 ,非常省电 ,两块新电池通常可用二年左右 ,当显示暗淡时 ,打开电池压盖 ,换上新电池即可。

2. 计算的优先级 计算器可以自动判别优先 ,根据其顺序进行运算(与数学运算规则相同) ,优先顺序如下：

- ①函数 ②括号 ③乘方和开方 ④乘法和除法 ⑤加法和减法 ⑥逻辑运算

括号可达六级共十五个括弧 ,内部记录 L_1 至 L_2 会记下使用括号的算式及其优先次序较低的中期计算结果。总共可记下六个中期计算结果。

3. 出错与更正 当超数或错误时 ,显示“ E ”终止计算。显示“ E ”主要有以下几种情况：

- ①当中期答案、最终答案或寄存器的累积总数大于 1×10^{99} 时；
- ②当自变量超出输入范围 ,而进行函数计算时；
- ③当进行不合理的统计计算时；
- ④当超过 15 个对括号或六个开括号时；
- ⑤当操作无意义时。

若出现“E”标记 ,按下 $\boxed{\text{ON/C}}$ 重新操作。

当在按下指令按钮前发觉输入错误数据 ,可按 $\boxed{\text{CE}}$ 键 ,重新输入正确数据。如果不慎错按下 $+$ 、 $-$ 、 \times 、 \div 、 x^y 或 $x^{1/y}$ 键时 ,可以马上再按正确的按键。

四、计算器的使用

(一) 数据输入与四则运算

1. 普通数据依次直接输入 ,对于负数 ,先输值后按下 $\boxed{+/-}$ 按键。对于科学记数 ,先输入尾数 ,再按 $\boxed{\text{EXP}}$ 输入指数。

例 : -1.23456×10^{-4}

按键 : 1.23456 $\boxed{\pm}$ $\boxed{\text{EXP}}$ 4 $\boxed{\pm}$ 。

2. 四则运算可在 $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{.}$ 及 $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{0}$ 状态下进行。算式可开六级十五个括弧。对于“ = ”前的闭括弧可省略不按。

例 : $10 - 9(8 + 7) = -125$

可有以下几种操作方法 :

① $10 \boxed{-} 9 \boxed{\times} (8 \boxed{+} 7 \boxed{=} \boxed{=}$

② $10 \boxed{-} 9 \boxed{\times} (8 \boxed{+} 7 \boxed{)} \boxed{=} \boxed{=}$

③ $8 \boxed{+} 7 \boxed{=} \boxed{\times} 9 \boxed{+/-} \boxed{+} 10 \boxed{=} \boxed{=}$

④ $10 \boxed{-} (9 \boxed{\times} (8 \boxed{+} 7 \boxed{)} \boxed{)} \boxed{=} \boxed{=}$

可见①为最佳操作方法。

3. 连按两次运算符号 ,可将加数、减数、乘数、除数保存下来。

例 : ① $4 + 3 = 7$

操作 3 $\boxed{+} \boxed{+} 4 \boxed{=} \text{显示 } 7$

$12 + 3 = 15$

12 $\boxed{=} \text{显示 } 15$

② $(-4.5) - (-2.7) = -1.8$

操作 2.7 $\boxed{+/-} \boxed{-} \boxed{-} 4.5 \boxed{+/-} \boxed{=} \text{显示 } -1.8$

2.6 - (- 2.7) - 5.3

2.6 [=] 显示 5.3

③ 7 ÷ 2.5 = 2.8

操作 : 2.5 [÷] [÷] 7 [=] 显示 2.8

(- 12.5) ÷ 2.5 = - 5

12.5 [+/-] [=] 显示 - 5

4. 当计算结果需要截取一定小数位或计算结果需取一定的有效数字数位时 ,在计算之前应指定小数位及有效数字数位。指定小数位 :依次按下 [MODE] [7] $n(n = 0 , 1 , 2 , \dots , 9)$ 指定有效数字数位 ,依次按下 [MODE] [8] $n(n = 0 , 1 , 2 , \dots , 9)$, 但即使将‘ FIX ’或‘ SCI ’指定 ,内部数据仍然使用 11 位数值运算。要解除小数位或有效数字数位的指定 ,必须依次按下 [MODE] [9]。因此 ,在不需要指定‘ FIX ’或‘ SCI ’时 ,计算前应先按 [MODE] [9]。

(二)寄存器使用

计算器寄存器包括 :X 寄存器、Y 寄存器、常数寄存器(亦称 K 寄存器) 独立寄存器(亦称 M 寄存器)。X 寄存器即显示寄存器 ,Y 寄存器作用是寄存运算符号前的数据。下面主要介绍 M 寄存器、K 寄存器的使用。

当按下 [FHIFT] [MIN] 键 ,将一个新数字输入常数寄存器 ,之前存入的数据自动被清除。若按 [M+] 键 ,可将显示器的数据累加到 M 寄存器。

例 : 53 + 6 = 59

操作 : 53 + 6 = [SHIFT] [Min] 显示 59

23 - 8 = 15

23 - 8 [M+] 显示 15

56 × 2 = 112

56 × 2 [M+] 显示 112

+) 99 ÷ 4 = 24.75

99 ÷ 4 [M+] 显示 24.75

210.75

[MR] 显示 210.75

当按下 [Kin] [1] (至 6) 将一个新数字输入常数寄存器 ,之前存入该寄存器的数字被清除。另外 ,常数寄存器还可作加、减、乘、除运算。

例 : 7 × 8 × 9 = 504

+) 4 × 5 × 6 = 120

11 13 15 624

操作 : 7 [Kin] 1 [×] 8 [Kin] 2 [×] 9 [Kin] 3 [=] [FHIFT] [MIN] 显示 504

4 [Kin] + 1 [×] 5 [Kin] + 2 [×] 3 [M+] 显示 120

$\boxed{\text{Kout}}$ 1 显示 11, $\boxed{\text{Kout}}$ 2 显示 13, $\boxed{\text{Kout}}$ 3 显示 15, $\boxed{\text{MR}}$ 显示 624。

(三) 三角函数计算

测量上常进行三角函数计算。三角函数计算同其他函数一样,先输入数值,再按函数功能键。但在三角函数计算中要注意以下两个问题:

1. 计算之前应先选择好角度单位。角度单位有:六十进制度、弧度、新度三种,用 DRG 键选择。我国测量计算常用六十进制度,计算时要使计算器处于“DEG”状态。

2. 当使用六十进制度时,输入角度须将度、分、秒的形式化为以度为单位的形式。

例:求 $20^{\circ}30'40.5''$ 的正弦值,并反算。

操作: 20 $\boxed{\rightarrow\text{DEG}}$ 30 $\boxed{\rightarrow\text{DEG}}$ 40.5 $\boxed{\rightarrow\text{DEG}}$ $\boxed{\sin}$ 显示 0.350391289。

反算: 按 $\boxed{\sin^{-1}}$ 显示 20.51125, 再按 $\boxed{\text{DMS}}$ 显示 20 30 40.5 即 $20^{\circ}30'40.5''$ 。

另外,计算器一般没有 $\cot\alpha$ 的功能键,余切的计算利用 $\cot\alpha = 1/\tan\alpha$ 进行。

(四) 直角坐标与极坐标互换

按 $\boxed{\text{R}\rightarrow\text{P}}$ 键可将直角坐标化为极坐标; $\boxed{\text{P}\rightarrow\text{R}}$ 键可将极坐标化为直角坐标。利用这一功能很容易进行坐标正、反算。

例 1: 设 P 点的直角坐标为 $X=1$ 、 $Y=\sqrt{3}$, 求 P 点的极坐标(γ 、 θ)。

操作: “DEG”状态。1 $\boxed{\text{R}\rightarrow\text{P}}$ 3 $\boxed{\sqrt{\quad}} \boxed{=}$ 显示 2(γ 值), 再按 $\boxed{X\leftrightarrow Y}$ 显示 60(θ 值)。

例 2: 设 P 点的极坐标为 $\theta=30^{\circ}40'$ 、 $\gamma=5$, 求 P 点的直角坐标(X 、 Y)。

操作: “DEG”状态。5($\text{P}\rightarrow\text{R}$) 30 $\boxed{\rightarrow\text{DEG}}$ 40 $\boxed{\rightarrow\text{DEG}}$ $\boxed{=}$ 显示 4.30074574(X 值), 再按 $\boxed{X\leftrightarrow Y}$ 显示 2.550212949(Y 值)。

(五) 统计计算

统计计算包括两部分内容,即标准偏差统计计算和回归分析计算。

当计算器处于“SD”状态时,即按 $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{3}$ 键,可进行标准偏差统计计算。统计量包括: 样本标准偏差 S_x 、母体标准偏差 σ_x 、平均数 \bar{x} 、数据个数 N 、总和 $\sum x$ 、平方和 $\sum x^2$ 。当计算器处于“LR”状态时,即按 $\boxed{\text{MODE}}$ $\boxed{2}$ 键,可进行回归分析计算。回归分析包括双变量统计和回归方程系数的计算。统计量包括: $\sum x^2$ 、 $\sum x$ 、 N 、 $\sum y^2$ 、 $\sum y$ 、 $\sum xy$ 、 \bar{x} 、 S_x 、 σ_x 、 \bar{y} 、 S_y 、 σ_y 、相关系数 r 、回归方程系数 A 和 B 。统计计算具体操作方法详见使用说明书。

(六) 程序编制与程序使用

程序型计算器可以根据计算者的需要编制各种不同的计算程序解决一些较复杂的数学问题。它是将计算公式与计算步骤寄存在计算器内部,输入不同的变量就得出不同的计算结果。进行程序计算,一般是先输入程序,再使用程序。下面以 SC 106A 为例介绍程序运算及程序编制技巧。

SC 106A 有两个程序储存区,总共可存贮 64 步程序。程序步的计算按一个功能指令即为一个程序步。因此,有的需要两次键甚至三次按键才算一步。如 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{1/x}$ 为一个程序步, $\boxed{\text{MODE}} \boxed{7} \boxed{3}$ 为一个程序步。测量学大多数计算公式都可一次存入 SC 106A,使计算变得极为简单。

按 $\boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{EXP}}$ 两键显示屏提示“PGM”,计算器进入输入程序状态,再按 $\textcircled{1}$ 或 \textcircled{D} 选定程序区,随后按一般运算法则编制运算程序。如果要输入变量,则应先按 $\boxed{\text{ENT}}$ 键(即 $\boxed{\text{RUN}}$ 键),变量可输入一个非零数字,如果需要程序中间显示,可在“=”后面按 $\boxed{\text{HLT}}$ 键。当程序存贮完后,按 $\boxed{\text{MODE}} \boxed{\cdot}$ 两键,显示屏“PGM”消失,进入使用程序状态,即“RUN”状态。使用程序时,首先按 $\textcircled{1}$ 或 \textcircled{D} 键选用启动程序,随后在显示“ENT”时输入相应的变量,每输入完一个变量按一次 $\boxed{\text{RUN}}$ 键,当变量输入完后,最后再按一次 $\boxed{\text{RUN}}$ 键,显示运算结果。

下面举几个例子,说明 SC 106A 计算器的程序编制及其使用。

1. 一般程序运算

例 碎部点测量的平距和高程计算。

公式:平距 $D = KL \cos^2 \alpha = L \cdot \cos^2 \alpha$

高程 $H = H_0 + D \tan \alpha$ (当照准高等于仪器高时)

程序: $\boxed{\text{MODE}} \boxed{\text{EXP}} \textcircled{1}$

$\boxed{\text{ENT}} L \boxed{\times} \boxed{\text{ENT}} \alpha \boxed{\text{Kin}} \boxed{1} \boxed{\cos} \boxed{x^2} \boxed{=} \boxed{\text{HLT}}$ 显示 $D \boxed{\times} \boxed{\text{Kout}} \boxed{1} \boxed{\tan} \boxed{+} \boxed{\text{MR}} \boxed{=} \text{显示 } H$
 $\boxed{\text{MODE}} \boxed{\cdot}$ 。

注:使用程序时,先将 H_0 存入独立寄存器 M,即按 $H_0 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{Min}}$ 。

运算操作: $\textcircled{1} L \boxed{\text{RUN}} \alpha \boxed{\text{RUN}}$ 显示 D , $\boxed{\text{RUN}}$ 显示 H 。

这里, L 以厘米为单位, D 、 H 以米为单位。

2. 使用寄存器输入

例 戎格公式: $x_p = \frac{x_A \cdot \cot \beta + x_B \cdot \cot \alpha - y_A + y_B}{\cot \alpha + \cot \beta}$

$$y_P = \frac{y_A \cdot \cot \beta + y_B \cdot \cot \alpha + x_A - x_B}{\cot \alpha + \cot \beta}$$

先将已知数据存入寄存器：

$$x_A \rightarrow K_1, y_A \rightarrow K_2, x_B \rightarrow K_3, y_B \rightarrow K_4$$

程序：[MODE][EXP][⊖][MODE][PCL]

[ENT] α [tan] [SHIFT] [1/x] [Kin] [5] [SHIFT] [MIN] [ENT] β [tan] [SHIFT] [1/x] [Kin] [6] [6] [M⁺]

[CE] [Kout] [1] [×] [Kout] [6] [+] [Kout] [3] [×] [Kout] [5] [-] [Kout] [2] [+] [Kout] [4] [=] [÷] [RM] [=]

[HLT] 显示 X [Kout] [2] [×] [Kout] [6] [+] [Kout] [4] [×] [Kout] [5] [-] [Kout] [3] [+] [Kout] [1] [=]

[÷] [RM] [=] 显示 Y [MODE] [·]。

运算操作：先将已知数据 x_A 、 y_A 、 x_B 、 y_B 分别存入 K_1 、 K_2 、 K_3 、 K_4 数字寄存器，然后在运行程序中再输入 α 、 β 。

按⊖启动程序，α [RUN] β [RUN] 显示 x_p 值，[RUN] 显示 y_p 值。

3. 迭代计算

利用 [RTN] 键的功能，可达到无条件返回程序第一步，从而可方便地进行迭代计算。

例：公式 $E = M + e \sin E$

$$\text{化为以度为单位：} E^0 = M^0 + e \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \sin E^0$$

式中 M^0 、 e 为已知值，如 $M^0 = 30^\circ$ ， $e = 0.085$ 。

程序： $M^0 \rightarrow K_1$ 、 $e \rightarrow K_2$ 、 $E^0 \rightarrow M$ 。

[MODE][EXP][⊖][Kout] [1] [+] 180 [÷] [π] [×] [Kout] [2] [×] [MR] [sin] [=] [SHIFT] [Min] [HLT]

[SHIFT] [RUN] [MODE] [·]

操作：先 30 (M^0) [Kin] [1] [SHIFT] [Min] ($E^0 = 30 \rightarrow M$)，0.085 [Kin] [2]，按⊖键启动程序，迭代计算一次，显示 $E_{(1)}^0$ ，然后每按 [RUN] 键一次，迭代计算一次，直至显示数据不变为止。最后显示 32.62573221° ，按 [SHIFT] [DMS] 显示 $32^\circ 37' 32.64''$ 。

4. 条件判断程序

当显示值 $X > 0$ 时，程序返回第一步，否则进入下一步程序。

当显示值 $X \leq M$ 时，程序返回第一步，否则进入下一步程序。

例：求 45、53、82、36、75、32、74、68、45、64 中最大的数值。

程序：[MODE][EXP][⊖][ENT] [SHIFT] [$X \leq M$] [SHIFT] [Min] [SHIFT] [RUN] [MODE]

.

操作：[C] [SHIFT] [Min] [D45] [RUN] 53 [RUN]64 [RUN] [MR] 显示最大值 82。

第四节 坐标计算的基本原理

解析控制测量的目的就是解算地面点的坐标。本节先简单介绍坐标计算的基本原理及有关内容。

一、坐标计算基本原理及公式

如图 4-30 所示，若已知点 A 的平面坐标 (x_A, y_A) ，点 A 至点 B 的水平距离 S_{AB} 及 AB 与 X 轴夹角 α_{AB} （称之为坐标方位角）。若观测了所有三角形内角，便可用正弦定理依次推算出所有三角网的边长，根据已知坐标方位角 α_{AB} ，推算出各边的坐标方位角，从而按下列公式可推算出各点的平面坐标。

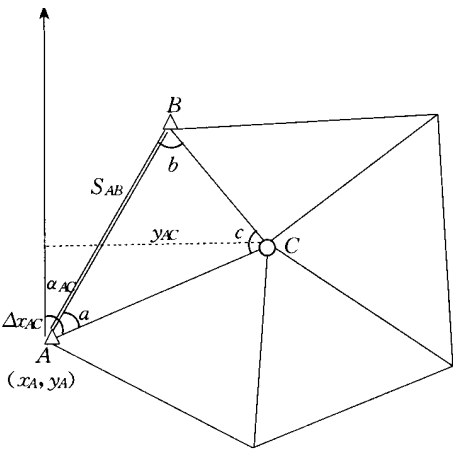


图 4-30

先

$$S_{AC} = S_{AB} \frac{\sin b}{\sin c}$$
$$\alpha_{AC} = \alpha_{AB} + a$$

则

$$\begin{cases} \Delta x_{AC} = S_{AC} \cos \alpha_{AC} \\ \Delta y_{AC} = S_{AC} \sin \alpha_{AC} \end{cases} \quad (4-1)$$

$$\begin{cases} x_C = x_A + \Delta x_{AC} \\ y_C = y_A + \Delta y_{AC} \end{cases} \quad (4-2)$$

上式中,起算坐标 x_A 、 x_B ,起算边长 S_{AB} ,起算坐标方位角 α_{AB} ,称之为起算数据;三角点上所观测的水平角称之为观测元素;由起算数据和观测元素推算的三角网边长、坐标方位角和三角点的坐标称为推算元素。

起算数据可由下列方法得到。

1. 起算边长

- ①利用测区中的国家等级三角点反算边长作为起算边长。
- ②测区内无已知点,采用电磁波测距直接测定或用钢尺丈量起算边长。

2. 起算坐标

- ①利用测区中国家等级控制点坐标。
- ②测区中无已知点,可采用假定坐标(独立坐标系)。

3. 起算方位角

- ①利用测区中已知点反算已知边的坐标方位角。
- ②测区中无已知点,利用罗盘测定磁方位角,或假定坐标方位角(独立坐标系)。

二、方位角的概念

测量工作中,为了确定控制点的平面位置,不仅要知道两点间的水平距离,还要知道这条直线的方向。直线的方向是根据某一特定的方向确定的。确定一条直线与特定方向的关系称为直线定向。

(一)方位角的定义

由一特定方向北端起始,按顺时针方向量到某一直线的水平角,称为该直线的方位角。

若特定方向为真子午线北方向,这样的方位角称为直线的真方位角;

若特定方向为磁子午线北方向,这样的方位角称为直线的磁方位角;

若特定方向与纵坐标轴的北方向一致(平行),这样的方位角称为直线的坐标方位角。一般用 α 表示坐标方位角,简称方位角,其值在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间恒为正值。

由于真北、磁北、坐标北不一致,如图 4-31 所示,所以同一条直线的真方位角、磁方位角、坐标方位角有区别。直线的真方位角用大地、天文测量方法求得,磁方位角可由罗

盘仪测得 ,坐标方位角由计算推求。

(二)正、反坐标方位角

平面上同一条直线各处的真方位角和磁方位角往往不一样 ,但坐标方位角是相同的 ,如图 4-31 所示。任一直线都具有正、反两个方位角 ,如图 4-32 所示 ,直线 AB 的正方位角是 α_{AB} ,反方位角是 α_{BA} 。同一条直线的正、反坐标方位角相差 180° 。

即
$$\alpha_{AB} = \alpha_{BA} \pm 180^\circ \tag{4-3}$$

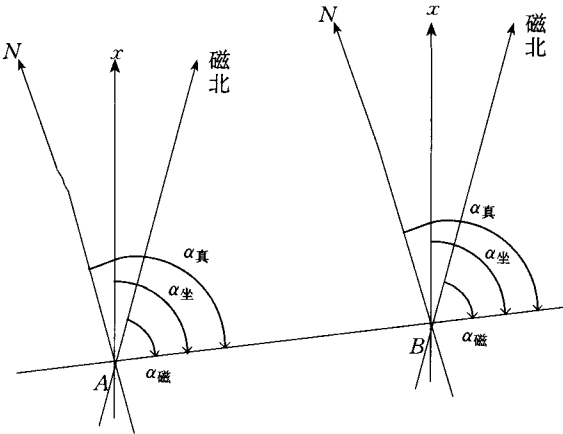


图 4-31

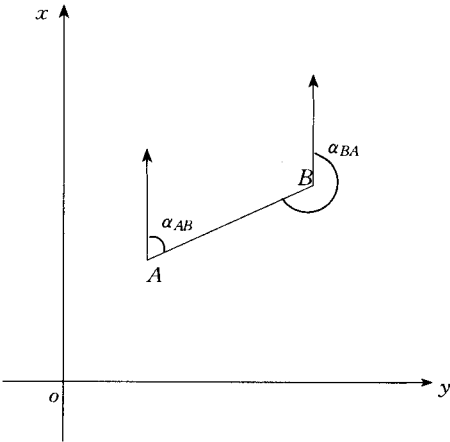


图 4-32

但同一条直线的正、反真方位角或磁方位角不一定相差 180° ,所以在地形测量的计算中 ,都是使用坐标方位角。

另外 ,在计算过程中 ,当出现方位角值大于 360° 时 ,需减去 360° 的整倍数。当方位角

出现负值时,则应加上 360° 的整倍数,使其值在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 之间。

(三) 坐标方位角的推算

如图 4-33, 设 α_{AB} 和 β 为已知, 求 α_{AC} 或 α_{BC} 。

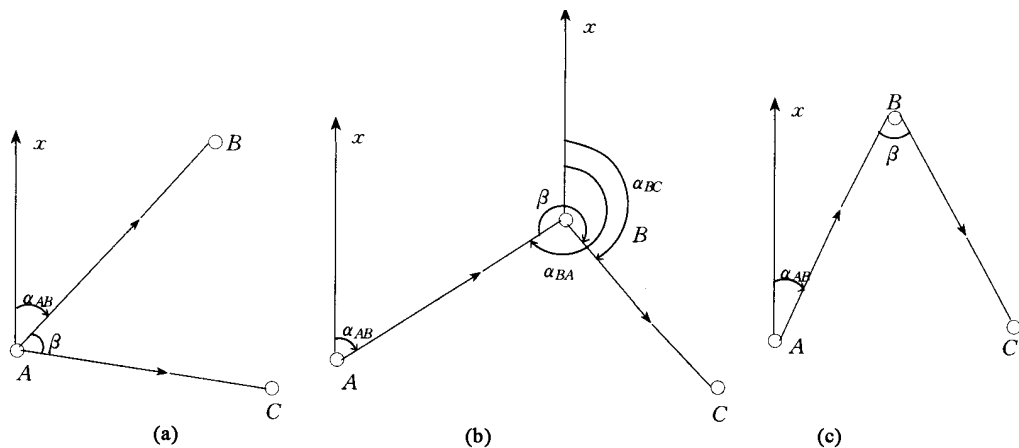


图 4-33

对于图 4-33(a), $\alpha_{AC} = \alpha_{AB} + \beta$

对于图 4-33(b), 先求出 α_{BA} , 再求出 α_{BC}

$$\alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ, \alpha_{BC} = \alpha_{BA} + \beta - 360^\circ$$

$$\alpha_{BC} = \alpha_{AB} + 180^\circ + \beta - 360^\circ = \alpha_{AB} + \beta - 180^\circ$$

对于图 4-33(c), $\alpha_{BC} = \alpha_{BA} - \beta = \alpha_{AB} + 180^\circ - \beta$

由上面推导可以看出:

1. 求直线的反坐标方位角时, 将其正坐标方位角 $\pm 180^\circ$, 就得其反坐标方位角。当正方位角是第 I、II 象限时, 正坐标方位角加 180° 得其反坐标方位角; 当正方位角在第 III、IV 象限时, 正方位角减去 180° 得其反坐标方位角。

2. 后一条直线的坐标方位角等于相邻的前一条直线的坐标方位角 $\pm 180^\circ$ 后再加左折角或减右折角。

三、坐标增量概念

平面上两点的直角坐标值之差为坐标增量。纵坐标增量用 Δx_{ij} 表示, 横坐标增量用 Δy_{ij} 表示。坐标增量有方向性和正负意义, 脚标 i, j 的顺序表示坐标增量的方向。如图 4-34, 设 A、B 两点的坐标分别为 $A(x_A, y_A)$ 、 $B(x_B, y_B)$, 则 A 至 B 点的坐标增量为

$$\begin{cases} \Delta x_{AB} = x_B - x_A \\ \Delta y_{AB} = y_B - y_A \end{cases}$$

(4 - 4)

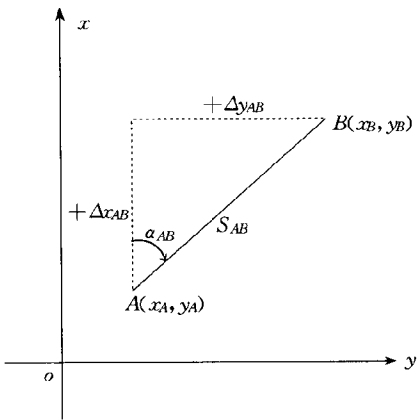


图 4 - 34

而 B 至 A 点的坐标增量为

$$\begin{cases} \Delta y_{BA} = x_A - x_B \\ \Delta y_{BA} = y_A - y_B \end{cases}$$

很明显 ,A 至 B 与 B 至 A 的坐标增量 ,绝对值相等 ,符号相反。由于坐标万位用和坐标增量网带有向性(由下标标示) 均务必注意下标的书写。

四、象限角、方位角、坐标增量之间的关系

直线与坐标纵线所夹的锐角 称为象限角 ,用 R 表示。由于三角函数运算只能得到绝对值小于或等于 90°的象限角(锐角) ,因此必须进行象限角与方位角的换算。象限角、方位角、坐标增量之间的关系见表 4 - 8。

表 4 - 8

象 限	象限角 R 与方位角 α 的关系	Δx	Δy
I	α = R	+	+
II	α = 180° - R	-	+
III	α = 180° + R	-	-
IV	α = 360° - R	+	-

五、坐标正反算问题

1. 坐标正算

已知一个点的坐标及该点至未知点的距离和坐标方位角,计算未知点坐标,称为坐标正算。如图 4-35,已知 $A(x_A, y_A)$ 、 S_{AB} 、 α_{AB} ,求 $B(x_B, y_B)$ 。由图可知

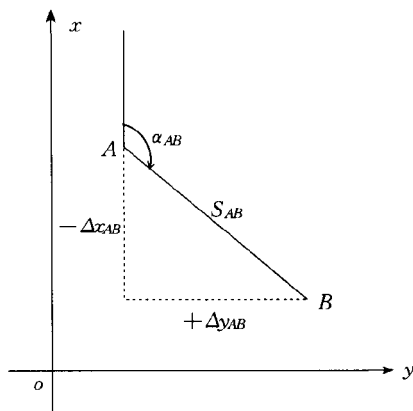


图 4-35

$$\begin{cases} \Delta x_{AB} = S_{AB} \cdot \cos \alpha_{AB} \\ \Delta y_{AB} = S_{AB} \cdot \sin \alpha_{AB} \end{cases} \quad (4-5)$$

则

$$\begin{cases} x_B = x_A + \Delta x_{AB} \\ y_B = y_A + \Delta y_{AB} \end{cases} \quad (4-6)$$

(4-5)(4-6)式是以方位角在第一象限导出的公式,当方位角在其它象限时,其公式仍适用。如图 4-35。 $\Delta x_{AB} = S_{AB} \cdot \cos \alpha_{AB}$ 是负值, $\Delta y_{AB} = S_{AB} \cdot \sin \alpha_{AB}$ 是正值,所以仍为

$$\begin{cases} x_B = x_A + \Delta x_{AB} \\ y_B = y_A + \Delta y_{AB} \end{cases}$$

2. 坐标反算

已知两个点的坐标,求两点间的距离和方位角,称坐标反算。如图 4-34,已知 $A(x_A, y_A)$ 、 $B(x_B, y_B)$,求 α_{AB} 、 S_{AB} 。

由

$$\tan \alpha_{AB} = \frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}}$$

得
$$\alpha_{AB} = \arctan \frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}} + \begin{cases} 0^\circ (\text{第 I 象限}) \\ 180^\circ (\text{第 II、III 象限}) \\ 360^\circ (\text{第 IV 象限}) \end{cases} \quad (4-7)$$

式中 α_{AB} 的象限,可根据坐标增量 Δx_{AB} 、 Δy_{AB} 的符号确定

$$S_{AB} = \frac{\Delta y_{AB}}{\sin \alpha_{AB}} = \frac{\Delta x_{AB}}{\cos \alpha_{AB}} \quad (4-8)$$

也可由下式计算 $A、B$ 的距离

$$S_{AB} = \sqrt{\Delta x_{AB}^2 + \Delta y_{AB}^2} \quad (4-9)$$

一般函数型计算器都有极坐标换算为直角坐标及其逆运算的功能。若取 A 点为新坐标系的原点,则 Δx_{AB} 、 Δy_{AB} 相应为 B 点的新坐标值 x_B' 、 y_B' ,而 S_{AB} 、 α_{AB} 则相应为极坐标的元素,即极径 r 和极角 θ 。由 $r、\theta$ 求 $x_B、y_B$ 为坐标正算问题,反之为坐标反算问题。

第五节 导线测量计算

在地形控制测量范围内,导线测量主要应用附和导线、闭合导线、支导线和单结点导线网。下面以附和导线为主,介绍导线测量的计算。

在导线内业计算之前应对外业资料作一次全面地检查和整理,查看有无遗漏、记错或算错的地方,各项限差是否在允许范围之内,如有不符合要求的情况,应立即进行补测。在此基础上,绘出导线略图,然后着手计算导线点坐标。

一、附和导线的计算

如图 4-36 是一条附和导线, AB 和 CD 为已知边,I,II,III,...为待定点,转折角 β_i 和边长 S_{ij} 是观测值。若导线边的方位角已知(它可由起始的方位角和转折角推求),就可根据起始点的坐标,按坐标正算的方法推求各待定点的坐标。在实际计算中, AB 和 CD 的方位角及 $B、C$ 点的坐标是已知的,由于观测各转折角和量测各导线边有误差,则由 α_{AB} 推求的 α'_{CD} 与已知的 α_{CD} 可能不等,由 B 点坐标推求的 C' 点坐标与已知的 C 点坐标也不一样,这种几何矛盾是不允许的。因此在导线计算过程中,还必须消除这些几何矛盾,测量上称为平差。下面介绍附和导线测量近似平差计算的方法和步骤。

(一) 坐标方位角的计算

1. 角度闭合差计算

在图 4-36 中,用 β_i 推算的各导线边的坐标方位角 α_{B1}' , α_{12}' , ..., α_{CD}' 为

$$\begin{cases} \alpha_{B1}' = \alpha_{AB} \pm 180^\circ + \beta_1 \\ \alpha_{12}' = \alpha_{B1}' \pm 180^\circ + \beta_2 \\ \dots\dots\dots \\ \alpha_{CD}' = \alpha_{NC} \pm 180^\circ + \beta_n \end{cases} \quad (4-10)$$

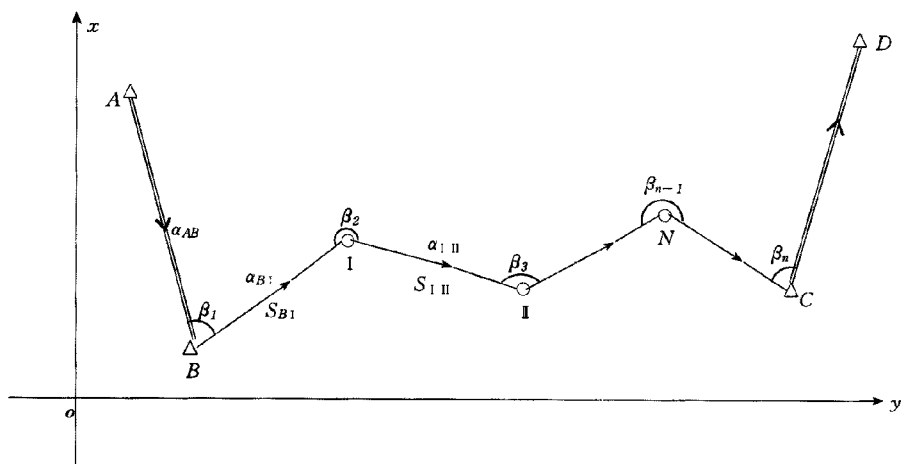


图 4-36

将等式两端分别相加,经整理可得

$$\alpha_{CD}' = \alpha_{AB} \pm n \cdot 180^\circ + \sum \beta \quad (4-11)$$

式中, $\sum \beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots + \beta_n$, 其中, n 为折角数或测站数, N 为待定点数, 它们的关系式为 $N = n - 2$ 。

因为水平角观测值含有误差, 所以由(4-11)式计算的方位角 α_{CD}' 与已知的 α_{CD} 有一个差值, 这个差值被称为角度闭合差, 以 f_β 表示, 则有

$$f_\beta = \alpha_{CD}' - \alpha_{CD} = \alpha_{AC} \pm n \cdot 180^\circ + \sum \beta - \alpha_{CD} \quad (4-12)$$

上式为附和导线角度闭合差的计算公式。规范中规定图根导线的角度闭合差允许值为 $f_{\beta\text{允}} = \pm 60''\sqrt{n}$ 。由(4-12)式计算出闭合差 f_β 应小于这一允许限差。

2. 角度闭合差的分配

上述闭合差的产生是因为角度观测值有误差, 由于导线各折角是用相同的仪器和方法在相同的条件下观测的, 所以每一个角度观测值的误差可以认为是相同的。因此, 可将闭合差按相反符号平均分配于各观测角中。设以 V_{β_i} 表示各观测角 β_i 的改正数, 则有

$$V_{\beta i} = -\frac{f_{\beta}}{n} \quad (4-13)$$

当上式不能除尽时,则可将余数凑整到短边所夹的角的改正数中,这是由于仪器对中误差和照准目标误差对短边影响较为显著。角度改正数之和应满足下式

$$\sum V_{\beta} = -f_{\beta} \quad (4-14)$$

3. 各导线边方位角推算

用改正后的导线折角和起始方位角依次推求各导线边的坐标方位角。当推算至终边 CD 时,计算值应与已知值 α_{CD} 相同,以作检核,即

$$\begin{cases} \alpha_{BI} = \alpha_{AB} \pm 180^{\circ} + \beta_1 + V_{\beta 1} \\ \alpha_{I II} = \alpha_{BI} \pm 180^{\circ} + \beta_2 + V_{\beta 2} \\ \dots\dots\dots \\ \alpha_{CD} = \alpha_{NC} \pm 180^{\circ} + \beta_n + V_{\beta n} \end{cases} \quad (4-15)$$

(二) 坐标增量及其闭合差计算

1. 导线边近似坐标增量计算

在图 4-36 中,根据各导线边的距离观测值 S_{ij} 和推算的坐标方位角 α_{ij} ,用(4-5)式可逐一求出各导线边近似坐标增量,即

$$\begin{cases} \Delta x'_{BI} = S_{BI} \cdot \cos \alpha_{BI} & \Delta y'_{BI} = S_{BI} \cdot \sin \alpha_{BI} \\ \Delta x'_{I II} = S_{I II} \cdot \cos \alpha_{I II} & \Delta y'_{I II} = S_{I II} \cdot \sin \alpha_{I II} \\ \dots\dots\dots \\ \Delta x'_{NC} = S_{DN} \cdot \cos \alpha_{NC} & \Delta y'_{NC} = S_{NC} \cdot \sin \alpha_{NC} \end{cases} \quad (4-16)$$

2. 坐标闭合差计算

由于量测的边长有误差,调整后的角度也会有剩余误差,所以由(4-16)式计算的纵横坐标增量总和 $\sum \Delta x'$ 、 $\sum \Delta y'$ 一般不等于理论值,出现坐标闭合差。以 f_x 、 f_y 表示纵、横坐标闭合差,则有

$$\begin{cases} f_x = \sum \Delta x' - \sum \Delta x = \sum \Delta x' - (x_C - x_B) \\ f_y = \sum \Delta y' - \sum \Delta y = \sum \Delta y' - (y_C - y_B) \end{cases} \quad (4-17)$$

3. 坐标闭合差的限差

因纵横坐标闭合差的影响,计算出的 C' 点不与 C 点重合,所产生的位移值用 f_s 表示, f_s 称为导线全长闭合差,按下式计算

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (4-18)$$

设导线长(各导线边长度之和)为 $\sum S$ 则导线全长相对闭合差为

$$k = \frac{f_s}{\sum S} \quad (4-19)$$

规范规定 对于大比例尺测图 图根导线全长最大相对闭合差应小于 $1/2000$ 特殊困难地区应小于 $1/1000$ 。如果计算的相对闭合差不超过上述规定 则可进行坐标闭合差的分配。

4. 坐标闭合差的分配

将 f_x 、 f_y 反号按边长成比例尺配赋到各坐标增量中去 以 V_x 、 V_y 分别表示纵、横坐标增量的改正数 则有

$$\begin{cases} V_{x_{ij}} = \frac{-f_x}{\sum S} S_{ij} \\ V_{y_{ij}} = \frac{-f_y}{\sum S} S_{ij} \end{cases} \quad (4-20)$$

坐标增量改正数之和应满足下式

$$\sum V_x = -f_x, \sum V_y = -f_y \quad (4-21)$$

改正后的坐标增量为

$$\begin{cases} \Delta x_{ij} = \Delta x'_{ij} + V_{x_{ij}} \\ \Delta y_{ij} = \Delta y'_{ij} + V_{y_{ij}} \end{cases} \quad (4-22)$$

(三) 导线点的坐标计算

坐标增量改正后 便可从已知点开始逐点推算出各导线点的坐标 计算公式为

$$\begin{cases} x_I = x_B + \Delta x_{BI}, y_I = y_B + \Delta y_{BI} \\ x_{II} = x_I + \Delta x_{I II}, y_{II} = y_I + \Delta y_{I II} \\ \dots\dots\dots \\ x_C = x_N + \Delta x_{NC}, y_C = y_N + \Delta y_{NC} \end{cases} \quad (4-23)$$

推算的 (x_C, y_C) 应与已知值相同。

(四) 算例

附合导线之计算见表 4-9。

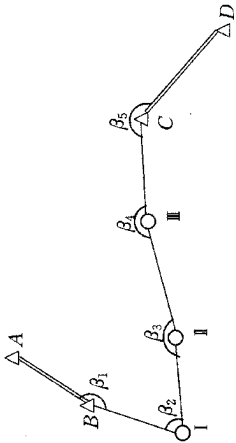
若附合导线只测一个连接角 就不存在角度闭合差 可直接用观测角值计算各导线边的坐标方位角 其后计算方法同测两个连接角的附合导线。对于不测连接角的附合导线 计算较为复杂(可参考后面无定向线形锁的解算) 由于外业不易评定观测成果质量 很少运用 故不再介绍。

表 4-9 导线之计算

所在图幅：
1998年7月30日

计算者：任 泉
检查者：赵 泽

点名 与 点号	观测角 β ° ' "	改正数 V_β "	方位角 α ° ' "	距离 S /m	纵增量 $\Delta x'$ /m	改正数 V_x /mm	横增量 $\Delta y'$ /m	改正数 V_y /mm	纵坐标 x /m	横坐标 y /m
A			192 59 22							
B	173 25 13	- 9	186 24 26	160.593	- 159.590	+ 7	- 17.921	- 13	3 115 534.570	114 252.462
I	77 23 19	- 9	83 47 36	171.857	+ 18.580	+ 8	+ 170.850	- 14	3 115 374.987	114 234.528
II	158 10 46	- 9	61 58 13	161.505	+ 75.896	+ 7	+ 142.561	- 13	3 115 393.575	114 405.364
III	193 35 13	- 9	75 33 17	148.658	+ 37.084	+ 6	+ 143.958	- 12	3 115 469.478	114 547.912
C	197 58 03	- 10	93 31 10						3 115 506.568	114 691.858
D										
Σ					- 28.030	+ 28	+ 439.448	- 52		



$$\begin{aligned} f_\beta &= a_{AB} - a_{CD} + \sum \beta \pm n \cdot 180^\circ = + 46'' \\ f_{\beta_{\text{检}}} &= \pm 60'' \sqrt{n} = \pm 60'' \sqrt{5} = \pm 134'' \\ f_x &= \sum \Delta x' - (x_C - x_B) = - 0.028\text{m} \\ f_y &= \sum \Delta y' - (y_C - y_B) = + 0.052\text{m} \\ f_s &= \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \pm 0.059, K = \frac{f_s}{\sum S} = \frac{1}{10\,890} < \frac{1}{2\,000} \end{aligned}$$

观 测 略 图

二、闭合导线的计算

闭合导线计算与附和导线计算基本相同。因为起闭点重合,所以坐标方位角闭合差为

$$f_{\beta} = \sum \beta_i - (n - 2) \cdot 180^\circ \quad (n \text{ 为多边形边长个数, } \beta_i \text{ 为内折角}) \quad (4-24)$$

坐标增量闭合差为

$$f_x = \sum \Delta x' \quad f_y = \sum \Delta y' \quad (4-25)$$

其它计算与附和导线相同。

注意:对于闭合导线测量,如果连接角测错、抄错或已知点坐标抄错,在计算过程中是无法发现的,虽然 f_{β} 、 f_x 、 f_y 都很小,但计算结果都是错的。因此实际工作中,能用附和导线时,应尽量避免使用闭合导线。

三、单结点导线网的计算

导线网的解算在计算机普及的今天,一般采用严密平差程序计算。若受计算机等条件限制在低精度的地形测量范围内,结点导线网也可采用近似方法计算。下面介绍单结点导线网的近似平差。

如图 4-37 为四条导线 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 、 Z_4 构成的单结点导线网, A 、 B 、 C 、 D 为已知点, M 为结点。计算前先在 M 点至边数较多的一条路线上选一结边,如图中 MM' 。

(一) 角度平差

由已知坐标方位角 α_A 、 α_B 、 α_C 、 α_D 及所测的左折角分别沿路线 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 、 Z_4 推算结边 MM' 的坐标方位角 α_1 、 α_2 、 α_3 、 α_4 。设每条路线推算 α_i 的转折角数分别为 n_1 、 n_2 、 n_3 、 n_4 ,则结边的坐标方位角的权分别为

$$p_{a_1} = \frac{1}{n_1} \quad p_{a_2} = \frac{1}{n_2} \quad p_{a_3} = \frac{1}{n_3} \quad p_{a_4} = \frac{1}{n_4} \quad (4-26)$$

按带权平均值的公式可以算得结边 MM' 的坐标方位角最或然值($\alpha_{MM'}$)为

$$\alpha_{MM'} = \frac{p_{a_1} \cdot \alpha_1 + p_{a_2} \cdot \alpha_2 + p_{a_3} \cdot \alpha_3 + p_{a_4} \cdot \alpha_4}{p_{a_1} + p_{a_2} + p_{a_3} + p_{a_4}} \quad (4-27)$$

当算出 $\alpha_{MM'}$ 最或然值后,将已知方位角 α_A 、 α_B 、 α_C 、 α_D 的已知边沿各条路线至结边视作附和导线,计算各路线的角度闭合差,并改正各左折角的观测值,最后求得左折角的平差值。再根据此平差值计算出各导线边的坐标方位角。

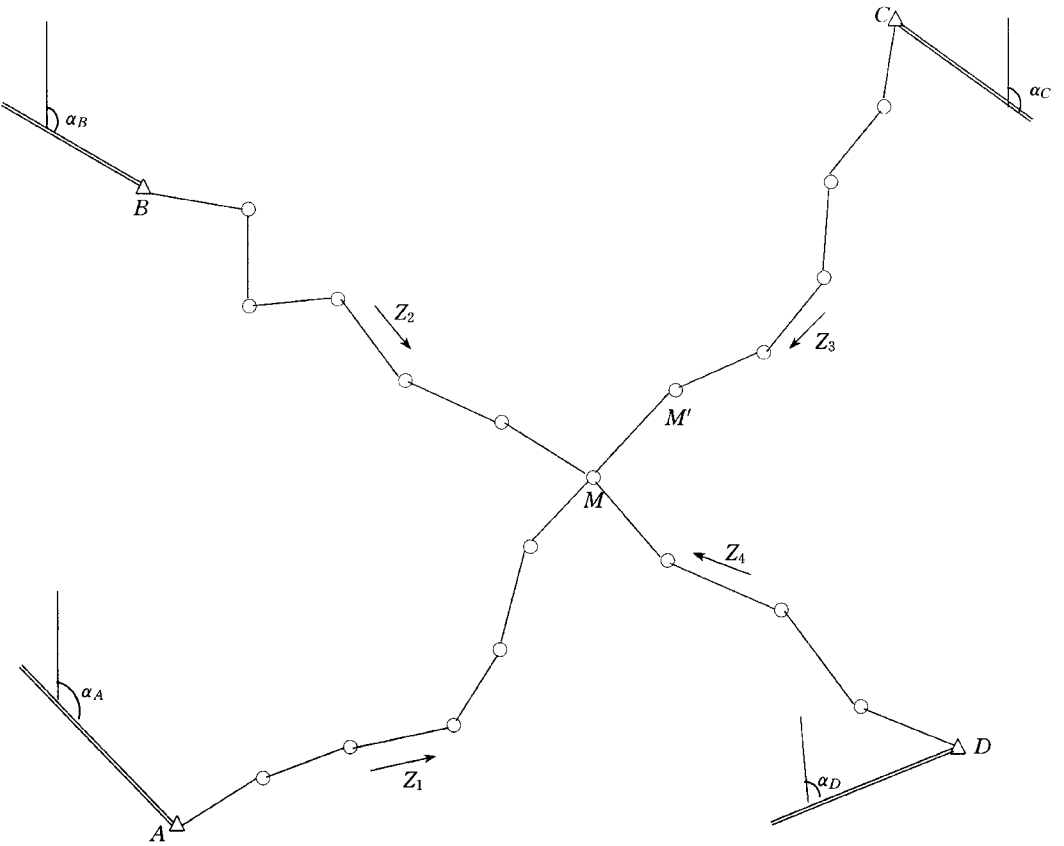


图 4-37

(二) 计算结点坐标的最或然值

利用上述角度平差计算的各边方位角和观测边长,由各路线分别计算出结点 M 的坐标。同时,这些不同坐标值的精度是与导线的长短成反比的。因此可以给予不同的权,即

$$\begin{aligned} x_1 &= x_A + [\Delta x]_1 & y_1 &= y_A + [\Delta y]_1 & p_1 &= \left[\frac{1}{S} \right]_1 \\ x_2 &= x_B + [\Delta x]_2 & y_2 &= y_B + [\Delta y]_2 & p_2 &= \left[\frac{1}{S} \right]_2 \\ x_3 &= x_C + [\Delta x]_3 & y_3 &= y_C + [\Delta y]_3 & p_3 &= \left[\frac{1}{S} \right]_3 \end{aligned}$$

$$x_4 = x_D + [\Delta x]_4 \quad y_4 = y_D + [\Delta y]_4 \quad p_4 = \left[\frac{1}{S} \right]_4$$

上式中 $[\Delta x]$ 、 $[\Delta y]$ 系指各条路线上纵、横坐标差之和。 $[S]$ 系各条路线上边长之和，以千米为单位，若 S_i 由电磁波测距，可取 $[S^2]$ ，则结点 M 坐标的最或然值为

$$\begin{cases} x_M = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 + p_4 x_4}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4} \\ y_M = \frac{p_1 y_1 + p_2 y_2 + p_3 y_3 + p_4 y_4}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4} \end{cases} \quad (4-28)$$

(三) 计算各待求点的坐标平差值

用(4-28)式计算结点坐标最或然值后，再以它为已知值，各条路线按附和导线进行坐标闭合差的计算和分配，最后求出各待奉导线点的坐标平差值。

第六节 前方、侧方交会和单三角形的计算

前方交会、侧方交会和单三角形的计算方法基本相同，下面分别予以介绍。

一、基本计算公式

图4-38中 α 、 β 和 $A(x_A, y_A)$ 、 $B(x_B, y_B)$ 均为已知。求 P 点的坐标 (x_P, y_P) 。

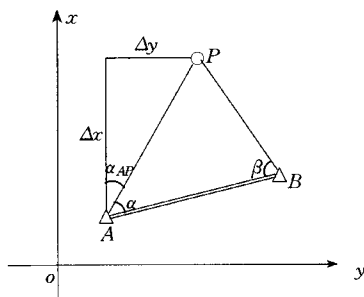


图 4-38

若 AP 边的距离和方位角已知，就可用坐标正算的方法求出 $P(x_P, y_P)$ ，即

$$x_P = x_A + \Delta x_{AP} = x_A + S_{AP} \cdot \cos \alpha_{AP}$$

$$y_P = y_A + \Delta y_{AP} = y_A + S_{AP} \cdot \sin \alpha_{AP}$$

由图 4-38 知

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - \alpha$$

按三角学正弦定理得

$$S_{AP} = \frac{S_{AB} \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

将 α_{AP} 、 S_{AP} 代入上式

$$\begin{aligned} x_P &= x_A + \frac{S_{AB} \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \cos(\alpha_{AB} - \alpha) \\ &= x_A + \frac{S_{AB} \cdot \sin \beta \cos \alpha_{AB} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha_{AB} \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta} \\ &= x_A + \frac{S_{AB} \cdot \sin \beta \cos \alpha_{AB} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha_{AB} \cdot \sin \alpha}{\frac{\sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta}} \\ &= x_A + \frac{S_{AB} \cdot \cos \alpha_{AB} \cdot \cot \alpha + S_{AB} \cdot \sin \alpha_{AB}}{\cot \alpha + \cot \beta} \\ &= x_A + \frac{\Delta x_{AB} \cdot \cot \alpha + \Delta y_{AB}}{\cot \alpha + \cot \beta} \\ &= x_A + \frac{(x_B - x_A) \cot \alpha + (y_B - y_A)}{\cot \alpha + \cot \beta} \\ &= \frac{x_A \cdot \cot \alpha + x_A \cdot \cot \beta + x_B \cdot \cot \alpha - x_A \cdot \cot \alpha + (y_B - y_A)}{\cot \alpha + \cot \beta} \\ &= \frac{x_A \cdot \cot \beta + x_B \cdot \cot \alpha + (y_B - y_A)}{\cot \alpha + \cot \beta} \end{aligned}$$

同理可证

$$y_P = \frac{y_A \cdot \cot \beta + y_B \cdot \cot \alpha + (x_A - x_B)}{\cot \alpha + \cot \beta}$$

故

$$\begin{cases} x_P = \frac{x_A \cdot \cot \beta + x_B \cdot \cot \alpha - y_A + y_B}{\cot \alpha + \cot \beta} \\ y_P = \frac{y_A \cdot \cot \beta + y_B \cdot \cot \alpha - x_B + x_A}{\cot \alpha + \cot \beta} \end{cases} \quad (4-29)$$

上式是前方、侧方交会和单三角计算的基本公式,常称为前方交会的余切公式或戎格公式。应用这个公式进行计算时,必须注意 A、B、P 三点的相互位置应与图 4-38 中的情形一致,即 A、B、P 是按逆时针依次编号的,同时还应保持 α 、 β 与相应已知点对应。

二、前方交会计算

(一) 前方交会基本图形及计算

图 4-39 为前方交会的基本图形。它是在三个已知点 A 、 B 、 C 上观测了四个角 α_1 、 β_1 、 α_2 、 β_2 ，分两组计算 P 点坐标。即先在 $\triangle ABP$ 中，由已知点 A 、 B 的坐标 (x_A, y_A) 和 (x_B, y_B) 和 α_1 、 β_1 按(4-29)式计算出 P 点的一组坐标 (x'_P, y'_P) ；再在 $\triangle BCP$ 中，由已知点 B 、 C 的坐标 (x_B, y_B) 和 (x_C, y_C) 和 α_2 、 β_2 ，仍按(4-29)式计算出 P 点的另一组坐标 (x''_P, y''_P) 。当这两组坐标的较差在容许限差内时，则取它们的平均值作为 P 点的最后坐标，即

$$\begin{cases} x_P = \frac{1}{2}(x'_P + x''_P) \\ y_P = \frac{1}{2}(y'_P + y''_P) \end{cases} \quad (4-30)$$

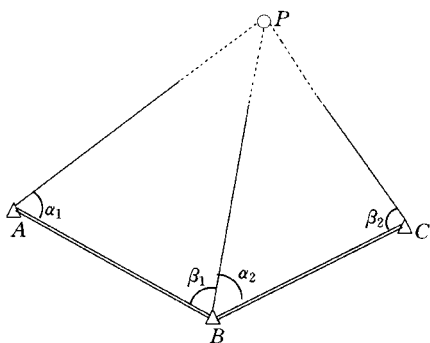


图 4-39

(二) 前方交会检核

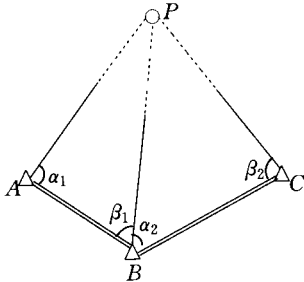
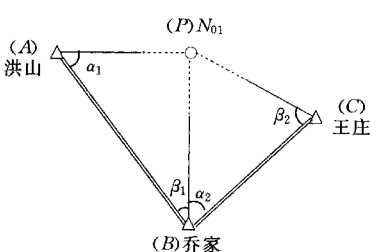
一般测量规范中规定允许的最大位移 e 不大于测图比例尺精度的两倍，即

$$e = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} \leq 2 \times 0.1\text{mm} \cdot M = \frac{M}{500} (\text{m}) \quad (4-31)$$

式中 $\delta_x = |x'_P - x''_P|$ ， $\delta_y = |y'_P - y''_P|$ ， M 为测图比例尺分母。

前方交会计算的算例见表 4-10。

表 4-10 前方交会之计算

计算者 :李 珍				检查者 :付 海			
示意图				观测略图			
	点 名	观 测 角			x/m		y/m
(A) 洪山	α_1	54°48'00"		x_A	3851807.04	y_A	225719.85
(B) 乔家	β_1	32 51 54		x_B	3851646.38	y_B	225830.66
(P) N_{01}				x'_P	3851805.92	y'_P	225825.84
$\cot\alpha$			$\cot\beta$			$\cot\alpha + \cot\beta$	
(A) 洪山	α_2	56 23 24		B	3851646.38	y_B	225830.66
(B) 乔家	β_2	48 30 54		x_C	3851765.50	y_C	225998.65
(P) N_{11}				x''_P	3851805.94	y''_P	225825.84
$\cot\alpha$			$\cot\beta$			$\cot\alpha + \cot\beta$	
$e = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2} = \pm 0.02m$				x_P	3851805.93	y_P	225825.84

注 本章的计算表格为通用表格,可适用于函数型计算器和程序型计算器计算。

(三)前方交会的变形图形

在测角交会的图形,未知点至两起算点间方向的夹角称为交会角。当交会角过小(或过大)时,由于观测角 α 和 β 含有误差 $\Delta\alpha$ 和 $\Delta\beta$,将使 P 点有较大的位移 PP' ,如图4-40所示。所以要求交会角一般应大于 30° ,并小于 150° 。

为了取得满足要求的交会角投入计算,可以适当地改组图形,例如图4-41(a)。如果利用典型布点(图4-39)来组成图形,那么在 $\triangle ACP$ 中的交会角过小,达不到规定要求。为此可以利用 $\triangle ABP$ 和 $\triangle BCP$ 来组成图形。这种图形通称前方交会折叠图形,显然前方交会折叠图形的计算和典型的前方交会图形的计算相同。

有时也可以在四个已知点上设站观测四个角,如图4-41(b),这时仍然可以组成两个三角形来推算 P 点坐标,从而达到检查的目的。

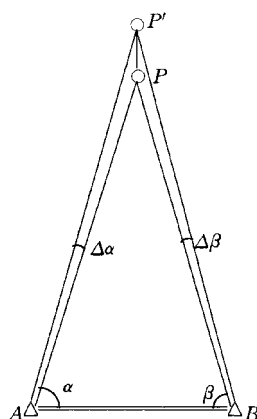


图 4-40

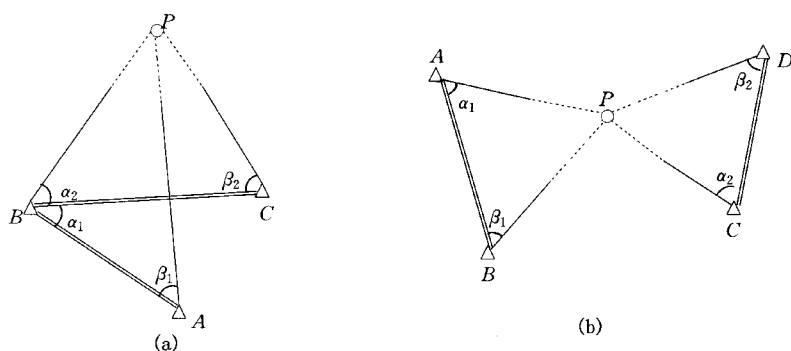


图 4-41

如图 4-42 所示情况也属于前方交会。可将其化算为图 4-39 的情况来计算 P 点的坐标。即由 A 、 B 两点坐标经反算而求得坐标方位角 α_{AB} ，再由已知的坐标方位角 α_{AC} 、 α_{BD} 及观测角 δ 、 γ 计算出 α 、 β ，即

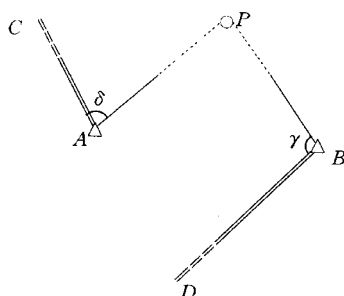


图 4-42

$$\alpha = \alpha_{AB} - \alpha_{AC} - \delta$$

$$\beta = \gamma - \alpha_{BA} + \alpha_{BD}$$

最后按戎格公式计算 P 点的坐标。

此外 ,也可用如下公式进行计算

$$\begin{cases} x_P = \frac{x_A \cdot \tan\alpha_{AP} - x_B \cdot \tan\alpha_{BP} + y_B - y_A}{\tan\alpha_{AP} - \tan\alpha_{BP}} \\ y_P = \frac{y_A \cdot \cot\alpha_{AP} - y_B \cdot \cot\alpha_{BP} + x_B - x_A}{\cot\alpha_{AP} - \cot\alpha_{BP}} \end{cases} \quad (4-32)$$

式中 $\alpha_{AP} = \alpha_{AC} + \delta$ $\alpha_{BP} = \alpha_{BD} + \gamma$ 。

三、侧方交会计算

(一)侧方交会基本图形及计算

图 4-43 是侧方交会的基本图形。它是在一已知点 B (或 A)与待定点 P 上设站 ,分别观测 β (或 α)和 γ 、 ϵ 角。根据观测值 β (或 α)和 γ ,在 $\triangle ABP$ 中计算出另一已知点上的内角 α (或 β) ,再由已知点 A 、 B 的坐标和 α 、 β ,应用戎格公式计算出 P 点的坐标。

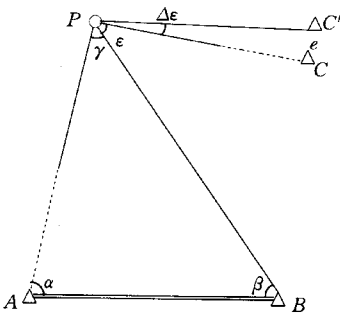


图 4-43

(二)侧方交会检核

为了检查观测角和已知点 A 、 B 的坐标是否有错 ,以及计算是否正确 ,侧方交会常采用检查角法检核 ,即根据已知点 B 、 C 的坐标和求得的 P 点坐标 ,求出角 $\epsilon_{计} = \alpha_{PB} - \alpha_{PC}$,与观测值 $\epsilon_{观}$ 进行比较作为检核

$$\alpha_{PB} = \tan^{-1} \frac{\Delta y_{PB}}{\Delta x_{PB}} \quad \alpha_{PC} = \tan^{-1} \frac{\Delta y_{PC}}{\Delta x_{PC}}$$

则

$$\epsilon_{计} = \alpha_{PB} - \alpha_{PC}$$

检查角 $\epsilon_{观}$ 与 $\epsilon_{计}$ 较差为 $\Delta\epsilon'' = \epsilon_{计} - \epsilon_{观}$ (4-43)

$\Delta\epsilon''$ 如果过大,即说明有错误,其容许值可通过横向位移来确定,从图 4-43 可以看出

$$S_{PC} = \frac{\Delta y_{PC}}{\sin\alpha_{PC}} = \frac{\Delta x_{PC}}{\cos\alpha_{PC}}$$

(4 - 34)

$$\Delta\epsilon'' = \frac{e}{S_{PC}} \cdot \rho''$$

一般测量规范中规定允许的最大横向位移 e 不大于测图比例尺精度的两倍,即

$$e_{允} = 2 \times 0.1 M (M \text{ 为比例尺分母})$$

所以,

$$\Delta\epsilon''_{允} = \frac{M}{5000 \times S_{PC}} \rho''$$

(4 - 35)

式中 S_{PC} 以米为单位。

当 $\Delta\epsilon'' \leq \Delta\epsilon''_{允}$ 时,由 $\triangle ABP$ 求得的 P 点坐标认为是合格的。

侧方交会计算的算例见表 4-11。

表 4-11 侧方交会之计算

计算者：任 泉				检查者：付 磊			
示意图				观测略图			
点 名		观 测 角		x/m		y/m	
(A)塔山		α	61°54'30"	x_A	3135189.35	y_A	241116.90
(B)大峰山		β	55 44 54	x_B	3134671.79	y_B	241236.06
(P) P_{03}		γ	62 20 36	x_P	3135060.20	y_P	241595.35
$\cot\alpha$			$\cot\beta$			$\cot\alpha + \cot\beta$	
S_{PC}	466.98m		x_C	3135522.01	y_C	241527.29	
α_{PC}	351°37'10"		$\epsilon_{观}$		66°29'58"		
α_{PA}	285 07 34		$\epsilon_{计}$		66 29 36		
$\Delta\epsilon''_{允}$	88		$\Delta\epsilon''$		22		

通过检查角来检查是否有错误或误差是否超限 ,实际上是通过 P 点对于 PC 方向的横向位移来检查的 ,但 PC 方向的纵向位移却不能由此发现 ,所以这种方法是够全面的。

采用侧方交会 ,最好也采用两组图形计算 ,如图 4 - 44 这样不但可以发现错误 ,而且还可提高成果的精度。由两组数据计算的点位较差 ,其限差与前方交会相同。如图 4 - 44(c)是重叠图形 ,目的是为了避交角过小。

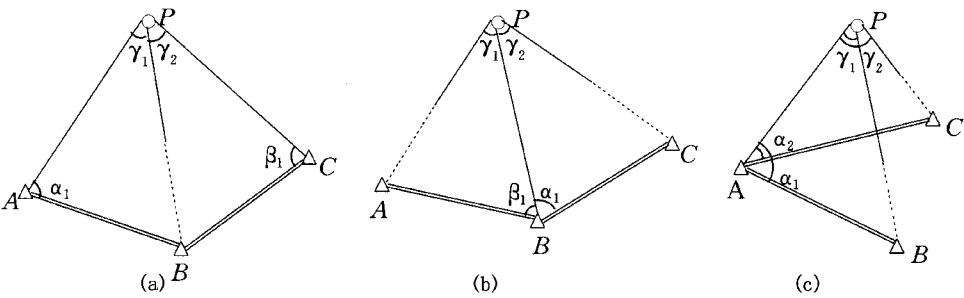


图 4 - 44

四、单三角形的计算

单三角形的图形如图 4 - 45 所示。由图可以看出 ,单三角形的图形和前方交会的图形基本上是一致的。所不同的是单三角形在 $\triangle ABP$ 中多观测了一个 γ 角。由于多观测了一个 γ 角 ,加之观测值都带有误差 ,所以 ,三个内角的观测值之和一般不等于 180° 。即存在一个三角形闭合差 f_β

$$f_\beta = \alpha' + \beta' + \gamma' - 180^\circ \tag{4 - 36}$$

式中 α' 、 β' 、 γ' 分别为 α 、 β 、 γ 角的观测值。

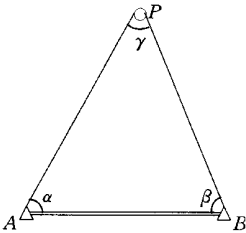


图 4 - 45

为了使三角形三内角之和等于 180° ,就必须消除三角形的闭合差。为此 ,须将闭合差反号平均分配 ,以作为各个观测角的改正数 ,即

$$V_{\alpha} = V_{\beta} = V_{\gamma} = -\frac{f_{\beta}}{3} \tag{4-37}$$

当不能平均分配时 ,一般将多一秒或少一秒的改正数分给较大的那个观测值。改正后的角值为

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha' + V_{\alpha} \\ \beta &= \beta' + V_{\beta} \\ \gamma &= \gamma' + V_{\gamma} \end{aligned} \right\} \tag{4-38}$$

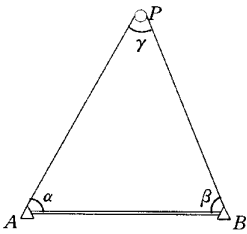
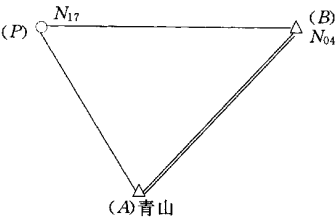
最后由已知点 A、B 的坐标(x_A, y_A)(x_B, y_B)和 $\alpha、\beta$,按戎格公式计算出 P 点的坐标(x_P, y_P)。

单三角形计算的算例见表 4-12。

表 4-12 单三角形之计算

计算者 :任 泉

检查者 :付 磊

示意图					观测略图		
	点 名	观 测 角		改正数	平 差 角	x/m	y/m
	(A)青山	α	58°39'55"	+ 3"	58°39'58"	3124532.34	445016.43
	(B)N ₀₄	β	53 57 24	+ 4	53 57 28	3124701.47	445193.50
	(P)N ₁₇	γ	67 22 30	+ 4	672234	3124741.87	444970.54
		Σ	179 59 49	+ 11	180 00 00		
	cot α		cot β			cot α + cot β	

为了防止计算错误 ,还需以已知点 B 和所求得的 P 点的坐标(x_B, y_B)(x_P, y_P)以及相应的角度 $\beta、\gamma$ 来计算 A 点坐标。若所求得的 A 点坐标与已知点一致 ,则证明 P 点坐标计算结果是正确的。

最后着重指出用单三角形定点时 ,如果已知点坐标抄错了或 α 与 β 抄反了 ,这些错误不能在计算时发现 ,所以在抄录数据时要严格检查。

第七节 后方交会的计算

用全站仪测图时,常使用‘自由设站法’现场计算测站点坐标。由于后方交会只需架设一次仪器,在外业中有一定的优势。后方交会同前方交会、侧方交会、单三角形所具备的已知条件不一样,故解算交会点坐标的公式也不一样。解算后方交会点坐标的公式很多,下面介绍两种常用的计算公式。最后讨论后方交会的危险圆问题。

一、仿权公式

在图 4-46 中,设 $A(x_A, y_A)$ 、 $B(x_B, y_B)$ 、 $C(x_C, y_C)$ 为已知点, $P(x_P, y_P)$ 为未知点,且 P 位于 $\triangle ABC$ 内。设 $\triangle = \triangle PBC$ 的面积, $\text{II} = \triangle APC$ 的面积, $\text{III} = \triangle ABP$ 的面积,且 $\triangle = \text{I} + \text{II} + \text{III}$ 为 $\triangle ABC$ 的面积。因为

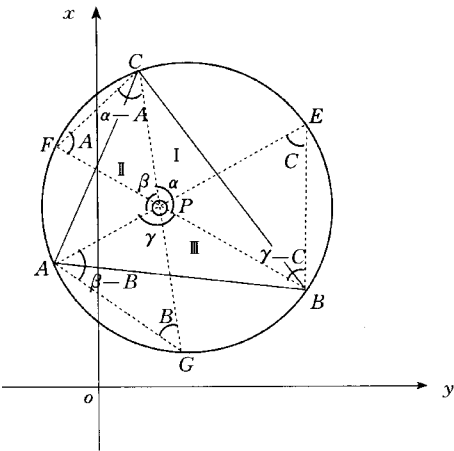


图 4-46

$$\text{I} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_P & x_P & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} \quad \text{II} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A & x_A & 1 \\ x_P & y_P & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} \quad \text{III} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_A & x_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_P & y_P & 1 \end{vmatrix}$$

故有

$$\begin{aligned} 2x_A \text{I} &= x_A(x_P y_B - x_P y_C + x_B y_C - x_B y_P + x_C y_P - x_C y_B) \\ 2x_B \text{II} &= x_B(x_A y_P - x_A y_C + x_P y_C - x_P y_A + x_C y_A - x_C y_P) \end{aligned}$$

$$2x_C \text{ III} = x_C (x_A y_B - x_A y_P + x_B y_P - x_B y_A + x_P y_A - x_P y_B)$$

三式相加可得

$$2(x \text{ I } x_A + x \text{ II } x_B + x \text{ III } x_C) = x_P (x_A y_B - x_A y_C + x_B y_C - x_B y_A + x_C y_A - x_C y_B)$$

$$= x_P \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 2\Delta \cdot x_P$$

所以

$$x_P = \frac{\text{I } x_A + \text{II } x_B + \text{III } x_C}{\Delta}$$

同理得

$$y_P = \frac{\text{I } y_A + \text{II } y_B + \text{III } y_C}{\Delta} \quad (4-39)$$

显然, Δ 是已知值, 如果能确定 I、II、III, 则 P 点坐标便不难求得。在图 4-46 中, 将 AP、BP、CP 分别延长交 $\triangle ABC$ 的外接圆于 E、F、G, 连结 CF、BE、AG 线段后, 则有

$$2 \text{ I} = CP \cdot PB \cdot \sin \alpha = \frac{PF \cdot \sin A}{\sin(\alpha - A)} \cdot PB \cdot \sin \alpha$$

即

同理

$$\begin{cases} 2 \text{ I} = \frac{FP \cdot PB}{\cot A - \cot \alpha} \\ 2 \text{ II} = \frac{GP \cdot PC}{\cot B - \cot \beta} \\ 2 \text{ III} = \frac{EP \cdot PA}{\cot C - \cot \gamma} \end{cases} \quad (4-40)$$

因为 FPB、APE 和 CPG 是三根相交于 P 点的弦, 故有 $FP \cdot PB = CP \cdot PG = AP \cdot PE = 2K$, 其中, K 为某一比例系数, 只要 P 点不在圆周上, K 总是一不为零的有理数。如果令

$$\begin{cases} p_a = \frac{1}{\cot A - \cot \alpha} \\ p_b = \frac{1}{\cot B - \cot \beta} \\ p_c = \frac{1}{\cot C - \cot \gamma} \end{cases} \quad (4-41)$$

其中, $\gamma = 360^\circ - (\alpha + \beta)$

则(4-40)式可写成

$$\begin{cases} \text{I} = p_a \cdot K \\ \text{II} = p_b \cdot K \\ \text{III} = p_c \cdot K \end{cases} \quad (4-42)$$

则 $\triangle ABC$ 的面积为

$$\triangle = \text{I} + \text{II} + \text{III} = (p_a + p_b + p_c)K = [p]K \tag{4-43}$$

将(4-42)(4-43)式代入(4-39)式后得

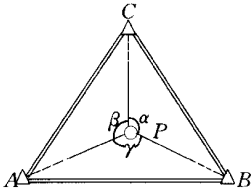
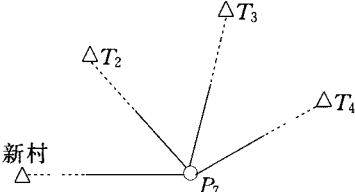
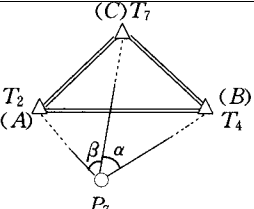
$$\begin{cases} y_P = \frac{p_a \cdot x_A + p_b \cdot x_B + p_c \cdot x_C}{p_a + p_b + p_c} \\ y_P = \frac{p_a \cdot y_A + p_b \cdot y_B + p_c \cdot y_C}{p_a + p_b + p_c} \end{cases} \tag{4-44}$$

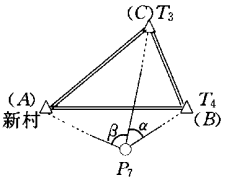
上式类似于取权中数的形式,但实际上 p_a 、 p_b 、 p_c 并不是“权”,所以叫“仿权公式”,由于该式同物理中求三质点的重心公式相同,故又称“重心公式”。该公式的特点是,对称性强,便于记忆,应用方便。(4-41)和(4-44)式是 P 点位于已知三角形内推导的,可以证明,当 P 点处于其它位置时(4-41)和(4-44)式仍适用。必须指出,起始点 A 、 B 、 C 的编号顺序应与观测角 α 、 β 、 γ 相对应,即 BC 边所对的角为 α , AC 边所对的角为 β 。

后方交会一般是在未知点上观测了四个已知方向,通常计算两组结果以资校核。因为在四个观测方向中任选三个方向就可组成一个图形,共可组成四个图形。但应注意:不要选三个已知点在一条直线上的图形,因为 A 、 B 、 C 三个角可能为 0° 或 180° ,此时 $\cot A$ (或 $\cot B$ 、 $\cot C$)将为 ∞ 。为了简便,通常只选取其中交会角较好的两个图形进行计算,当算得的位移 e 不超过规定要求时,则取两组坐标的平均值作为 P 点的最后坐标。

后方交会点的仿权公式计算示例如表 4-13。

表 4-13 后方交会之计算(用仿权公式)

计算者 :王 珍				检查者 :付 磊			
示意图				观测略图			
	点 名	x/m			y/m	坐标方位角	
A	T2	314501.47		217193.50	alpha_AB	102°55'11"	
B	T4	3145613.70		217576.12	alpha_AC	75 35 13	
C	T3	3145777.74		217490.27	alpha_BC	332 22 29	
angle A	27°19'58"		alpha	37°53'26"	计算略图		
angle B	49 27 18		beta	71 49 50			
angle C	103 12 44		gamma	250 16 44			
x'P	3145532.88		y'P	217322.32			
Pa	Pb		Pc		Pa + Pb + Pc		

点 名		x/m			y/m	坐标方位角
A	新村	3145532.34	217016.43	α_{AB}	81°43'45"	
B	T_4	3145613.70	217576.12	α_{AC}	63 37 14	
C	T_3	3145777.74	217490.27	α_{BC}	332 22 29	
$\angle A$	19°06'31"	α	37°53'26"	计 算 略 图		
$\angle B$	70 38 44	β	124 33 17			
$\angle C$	90 14 45	γ	197 33 17			
x''_P	3145532.90	y''_P	217322.30			
P_a		P_b		P_c	$P_a + P_b + P_c$	
x_P	3145532.89	y_P	217322.31			
$e = \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2} = \sqrt{(0.02)^2 + (0.02)^2} = 0.03m$						

二、直接公式

直接公式又称后方交会余切公式。

如图 4-47 ,A(x_A , y_A) B(x_B , y_B) C(x_C , y_C)三点坐标为已知 , α 、 β 为观测角 ,求 P 点的坐标(x_P , y_P) 下面不加证明地给出公式

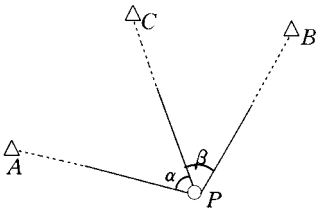


图 4-47

$$\begin{cases} x_P = x_c + \Delta x_{cp} = x_c + \frac{a - bk}{1 + k^2} \\ y_P = y_c + \Delta y_{cp} = y_c + \frac{k\Delta x_{cp}}{1 + k^2} \end{cases} \tag{4-45}$$

式中 ,

$$\begin{cases} a = (y_A - y_C) \cot \alpha + (x_A - x_C) \\ b = (x_A - x_C) \cot \alpha - (y_A - y_C) \\ c = (x_B - x_C) \cot \beta + (y_B - y_C) \\ d = (y_B - y_C) \cot \beta - (x_B - x_C) \end{cases} \tag{4-46}$$

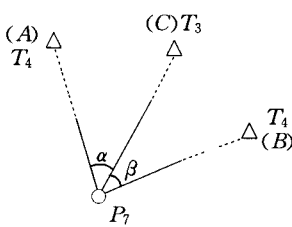
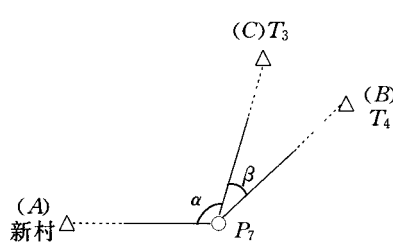
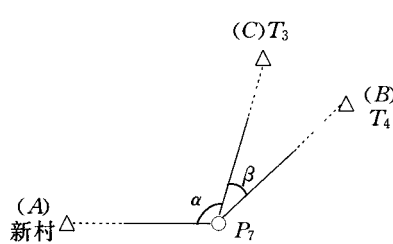
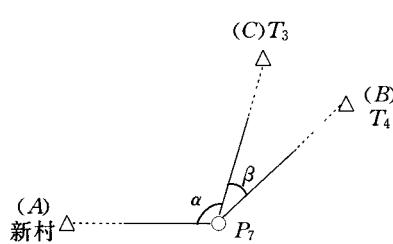
$$k = \tan\alpha_{\text{CD}} = \frac{a + d}{b + c}$$

另外 , $a - bk = ck - d$ 以此可检查 k 、 a 、 b 、 c 、 d 计算的正确性。

使用直接公式时 起算点 C 的选择要避免 α_{CP} 接近 90° 或 270° 。若 $\alpha - CP = 90^\circ$ (或 270°)直接公式无解。另外 点名及角度编号必须按下面规定进行 ,即 PC 边的左边观测角为 α ,对应的已知点为 A ; PC 边右边的观测角为 β ,对应的已知点为 B 。

用直接公式计算后方交会的算例见表 4 - 14。

表 4 - 14 后方交会之计算(直接公式)

计算者 :任 泉				检查者 :付 磊	
点 名		x/m	y/m	计 算 略 图	
(A) T_2		3145701.47	217193.50		
(B) T_4		3145613.70	217576.12		
(C) T_3		3145777.74	217490.27		
(P') P_7		3147532.88	217322.32		
α_1	71°49'50"	β_1	37°53'26"		
a		b			
c		d			
Δx_{CP}	- 244.858	Δy_{CP}	- 167.948		
点 名		x/m	y/m	计 算 略 图	
(A)新村		3145532.34	217016.43		
(B) T_4		3145613.70	217576.12		
(C) T_3		3145777.74	217490.27		
(P'') P_7		3145532.90	217332.30		
α_2	124°33'17"	β_2	37°53'26"		
a		b			
c		d			
Δx_{CP}	- 244.843	Δy_{CP}	- 167.963		
x_{P}	3145532.89	y_{P}	217322.31	e	0.03m

三、后方交会的危险圆问题

如图 4-48, P 点若选在已知 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆周上时, 观测角 α 、 β 在圆周上任何一处, 其角值不变。在这种情况下, 无论运用后方交会的哪一种计算公式, 都解不出 P 点坐标 (x_P, y_P) 。以仿权公式为例, 若 P 点位于 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆周上, 观测角与已知角必有如下关系

$$A = \alpha, B = \beta, C = 360^\circ - \gamma$$

故

$$P_A = \frac{1}{\cot A - \cot \alpha} = \infty$$

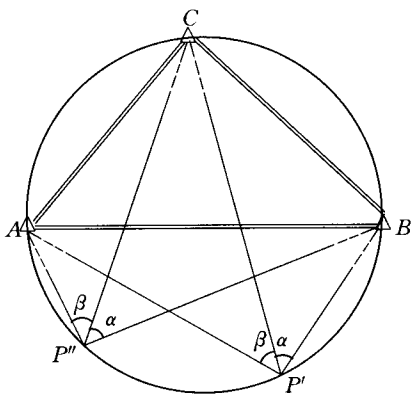


图 4-48

测量上把已知 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆周称为后方交会的危险圆。后方交会点不能布设在危险圆上, 也不能靠近危险圆, 规定未知点 P 离开危险圆的距离不得小于该圆半径的 $1/5$ 。判断 P 点离开危险圆的方法主要有:

1. 图解法, 用较准确的观测略图判断。
2. 解析法, $\alpha + \beta + C$ 不得在 $160^\circ \sim 200^\circ$ 之间。

实际工作中, 选点时一般可不考虑危险圆(当四个已知点共圆时要考虑危险圆)问题, 但在选取计算图形时一定要顾及危险圆问题, 使两组计算图形的 P 点都选在远离危险圆上。如图 4-49 中, 不能选择 N_1 、 N_2 、 N_3 三个已知点组成计算图形。当未知点 P 位于已知三角形内部时, 既能避开危险, 又能提高交会精度。

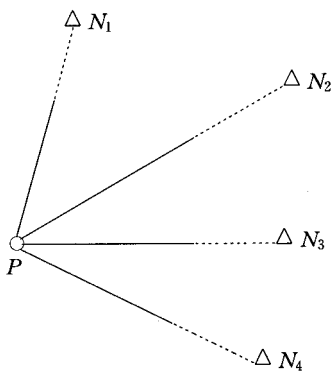


图 4-49

综上所述 ,选择计算图形时要顾及以下几个问题 :

- 1. 避开危险圆 ,即使 $\alpha + \beta + C \neq 160^\circ \sim 200^\circ$ 。
- 2. 交会角不能太大或太小 ,交会角应在 $20^\circ \sim 160^\circ$ 。
- 3. 未知点尽量选在已知三角形内(不作主要问题考虑)。
- 4. 对于仿权公式 ,应避免接近一条直线的三个已知点作为计算图形。如图 4-49 ,不应选择 $N_2、N_3、N_4$ 作为计算图形。
- 5. 对于直接公式 ,编号时要避免 α_{PC} 接近 90° 或 270° 。如图 4-49 ,编号时不应把 N_3 作为起算点 C 。

第八节 测边交会计算

测边交会是在已知点或待定点上设站 ,测定已知点与待定点之间的距离 ,来交会确定待定点的坐标 ,其计算方法主要有两种。

一、根据观测边反求角度计算坐标

如图 4-50 是测边交会的原理图形。图中 $A、B$ 为已知点 , P 为待定点 , $a、b$ 为观测边 , c 为已知边 ,首先根据边长 $a、b、c$,由余弦定理反求出 $\alpha、\beta$,如(4-47)式 ,然后再使用戎格公式计算 P 点的坐标

$$\begin{cases} \alpha = \arccos \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2bc} \\ \beta = \arccos \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ac} \end{cases}$$

(4-47)

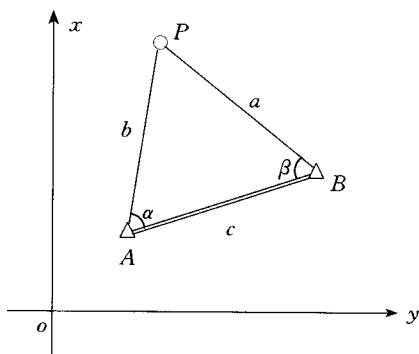


图 4-50

二、利用观测边直接计算坐标(变形戎格公式)

如图 4-51, 设自 P 点向 AB 边作垂线, 垂足为 O , 令 $PO = h$, $AO = b_1$, $BO = a_1$ 。

在 $\triangle APO$ 中:

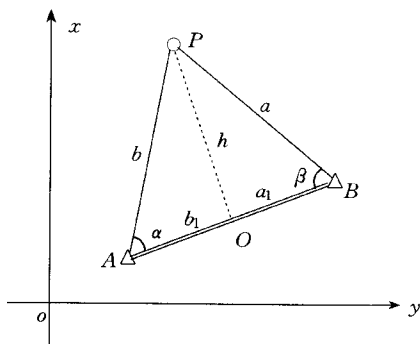


图 4-51

$$\cot \alpha = \frac{b_1}{h}$$

在 $\triangle BPO$ 中

$$\cot \beta = \frac{a_1}{h}$$

将上两式代入戎格公式, 得

$$\begin{cases} x_P = \frac{a_1 x_A + b_1 x_B - h(y_A - y_B)}{a_1 + b_1} \\ y_P = \frac{a_1 y_A + b_1 y_B + h(x_A - x_B)}{a_1 + b_1} \end{cases} \quad (4-48)$$

式中 a_1 、 b_1 、 h 由下面(4-49)式和(4-50)式求出。(4-48)式常称为变形戎格公式。现证明如下：

由 $\triangle ABP$ 按余弦定理可知：

$$\cos A = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2cb} \tag{a}$$

由 $\triangle AOP$ 知

$$\cos A = \frac{b_1}{b} \tag{b}$$

由上(a)(b)二式可得

同理

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2c} \\ a_1 &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2c} \end{aligned} \right\} \tag{4-49}$$

由图 4-51 很容易看出

$$h = \sqrt{a^2 - a_1^2} = \sqrt{b^2 - b_1^2} \tag{4-50}$$

使用变形戎格公式时 , 必须注意 A 、 B 、 P 是按逆时针方向编排 , 并使 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle P$ 所对的边分别记为 a 、 b 、 c 。

在实际作业中 , 为了检核和提高交会精度 , 一般要用三个已知点向未知点测定三条边长 , 然后每两条观测边组成一组计算图形 , 共三组图形 , 用两组较好的交会图形计算 P 点坐标。

当两组算得的点位较差 e 小于 $\frac{M}{5000}$ 时 (M 为测图比例尺分母) 取其平均值作为 P 点坐标。

利用变形戎格公式进行测边交会计算的算例见表 4-15。

表 4-15 测边交会之计算

计算者 : 任泉				检查者 : 付磊	
示意图		观测略图		第一组计算图	第二组计算图
点名		边长/m		x/m	y/m
(A)	松岭	a	1236.385	3314761.875	449301.335

(B)	泉山	b	858.852	3314539.908	448036.590
(P')	N ₃	c	1284.075	3313924.808	449109.109
点名		边长/m		x/m	y/m
(A)	长山	a	858.852	3314547.604	449994.206
(B)	松岭	b	1082.258	3314761.875	449301.335
(P'')	N ₃	c	725.246	3313924.812	449109.099
$e = \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2} = 0.011\text{m}$			中数	3313924.810	449109.104

第九节 线形三角锁的解算

线形三角锁简称线形锁 ,它是在两个已知点之间布设连续三角形的测角平面控制测量图形。它的特点是 :能根据少量的已知点 ,布设较多的已知点 ,且布设灵活 ,控制面积大 ,外业工作量小 ,在图根控制及小三角测量中曾有广泛的应用。线形锁的布设形式可分为定向和无定向两大类。定向线形锁又有单定向、双定向和内定向、外定向之分 ,如图 4 - 26 所示。定向线形锁与无定向线形锁的计算有较大区别 ,下面分别介绍 :

一、双定向线形锁的解算

双内定向与双外定向线形锁的计算方法一样。如图 4 - 52 所示是双外定向线形锁的基本图形。下面以双外定向线形锁为例说明双定向线形锁的解算方法。

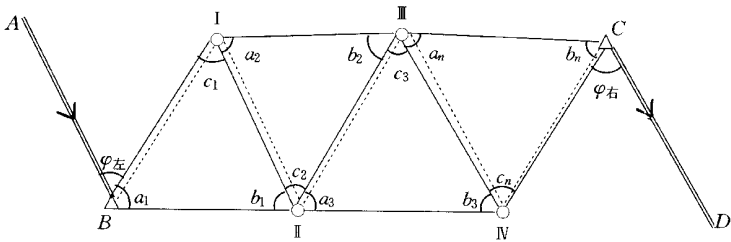


图 4 - 52

图 4 - 52 中 ,坐标方位角 α_{AB} 、 α_{CD} 及 B、C 点的坐标均为已知 ,Ⅰ ,Ⅱ ,Ⅲ ,... 为待定点。观测了所有三角形内角和起、末连接角 $\varphi_{左}$ 、 $\varphi_{右}$ 。

计算前先要选择方位角推算路线。方位角推算路线和角度编号的原则是 :每个三角形中只有一个角度参与坐标方位角的推算 ,与推算坐标方位角有关的角称为传向角 ,用

c_i 表示 推进边所对的角用 a_i 表示 起算边所对的角用 b_i 表示 , a_i 、 b_i 称为传距角。

双定向线形锁应满足如下条件 :

(1) 三角形内角和条件 ,即三角形内角之和应等于 180° 。

(2) 坐标方位条件 ,即按选定的方位角推算路线 ,如图 4-52 虚线 ,由 AB 边的坐标方位角 α_{AB} 经 $\varphi_{左}$ 、 c_1 、 c_2 、 \dots 、 c_n 、 $\varphi_{右}$ 推算的 CD 边的坐标方位角 α'_{CD} 与已知的 α_{CD} 应该相等。

(3) 坐标条件 ,即由已知的点 B 出发推算出 C 点的坐标(x_C' 、 y_C')与已知坐标(x_C 、 y_C)应该相等。

由于观测有误差 ,上述条件一般不满足。在图根控制及小三角测量中采用近似平差方法消除上述几何矛盾 ,先通过角度改正来满足前两个条件 ,最后通过坐标改正来满足最后一个条件。

(一) 计算角度观测值的改正数

设用(a_i)、(b_i)、(c_i)分别表示 a_i 、 b_i 、 c_i 的观测值 , V_i 表示相应的改正数。

1. 三角形闭合差的改正

设 W_i 为三角形闭合差 , V_i' 为三角形闭合差各角的改正数 ,则有

$$Va_i' = Vb_i' = Vc_i' = -\frac{W_i}{3} \quad (4-51)$$

式中 , $W_i = (a_i) + (b_i) + (c_i) - 180^\circ$

从而得第一次改正后的角值为

$$\begin{cases} a_i' = (a_i) + Va_i' \\ b_i' = (b_i) + Vb_i' \\ c_i' = (c_i) + Vc_i' \end{cases} \quad (4-52)$$

2. 坐标方位角闭合差的改正

设 W_α' 为方位角闭合差 , V_i'' 为角度观测值第二次改正数。用第一次改正后的角值计算坐标方位角闭合差 W_α' 为

$$W_i' = \alpha_{CD}' - \alpha_{CD} = \alpha_{AB} + (\varphi_{左}) + \sum c_{左}' - \sum c_{右}' - (\varphi_{右}) \pm N \cdot 180^\circ - \alpha_{CD} \quad (4-53)$$

对于双内定向的线形锁 ,坐标方位角闭合差为

$$W_i' = (\varphi_{左}) + \sum c_{左}' - \sum c_{右}' - (\varphi_{右}) \pm (N-2) \cdot 180^\circ \quad (4-54)$$

式中 N 为推算路线折角个数。

由于各传向角已经过第一次改正 ,其可靠性较之未经过第一次改正的($\varphi_{左}$)和($\varphi_{右}$)

要大些。因此规定调整 W_{α}' 时, c_i' 改正两份, 两个连接角各改正三份。所以共有 $(2n + 6)$ 份 (n 为三角形个数)。

令
$$\mu = \frac{-W_{\alpha}'}{2n + 6}$$

则第二次角度改正数为

$$\begin{cases} V\varphi_{\text{左}}'' = +3\mu, V\varphi_{\text{右}}'' = -3\mu \\ VC_{\text{左}}'' = +2\mu, VC_{\text{右}}'' = -2\mu \end{cases} \quad (4-55)$$

为了同时满足条件(1)(2), 分配坐标方位角闭合差后, 还要在每个三角形的 a_i' 、 b_i' 角上各加一份与 c_i' 角的改正数相反符号的改正数 μ , 即

$$Va_{\text{左}}'' = Vb_{\text{左}}'' = -\mu, Va_{\text{右}}'' = Vb_{\text{右}}'' = +\mu \quad (4-56)$$

第二次改正的角值(即平差角)为

$$\begin{cases} \varphi_{\text{左}} = (\varphi_{\text{左}}) + V\varphi_{\text{左}}'', \varphi_{\text{右}} = (\varphi_{\text{右}}) + V\varphi_{\text{右}}'' \\ a_i = a_i' + Va_i'', b_i = b_i' + Vb_i'', c_i = c_i' + Vc_i'' \end{cases} \quad (4-57)$$

(二) 假定第一条边(BI)的边长

由于线形锁中任何一个三角形的边长都不知道, 又没有一个三角形有两个已知点, 这样就不能直接用前面介绍的计算方法解算线形锁。若假定第一条边的边长 S_{BI} (这个假定边长, 最好从已知地形图上量取或现场目测) 就可应用坐标正算法或戎格公式解算线形锁。

(三) 计算各线形锁点的假定坐标

先用坐标正算求出第一个待定点的假定坐标, 之后用戎格公式依次推算出各点的坐标。

(四) 求 BC 边的实际边长与假定边长之比, 即缩放系数 Q (亦称相似比)

在假定坐标的计算中, 用的是假定边长, 它们都是根据假定的起算边长 S_{BI} 推算的。而假定边长 S_{BI} 可能比实际边长 S_{BI} 长一些, 也可能短一些。根据这个假定边长及改正后的角值推算其它的边长也一定比其应有边长按同一比例伸长或缩短。或者说按假定边长展绘出来的线形锁与应有的线形锁图形是方向一致的相似形。如图 4-53 所示。

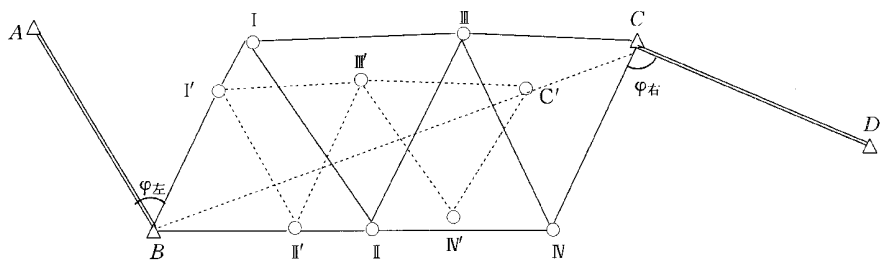


图 4-53

$$Q = \frac{S_{BC}}{S_{BC}''} = \frac{\sqrt{\Delta x_{BC}^2 + \Delta y_{BC}^2}}{\sqrt{(\Delta x_{BC}'')^2 + (\Delta y_{BC}'')^2}} \tag{4-58}$$

计算时 Q 一般取至 8 位小数。

(五) 计算线形锁各点近似坐标

由于角度改正是用近假平差,又没有考虑坐标条件,所以放大或缩小以后的图形的 C' 点与已知 C 点还不重合,顾及 Q 求得的是近似坐标

$$x_i' = x_B + Q \cdot \Delta x_{Bi}'' = x_B + Q(x_i'' - x_B)$$

即
$$\left. \begin{aligned} x_i' &= (1 - Q)x_B + Qx_i'' \\ y_i' &= (1 - Q)y_B + Qy_i'' \end{aligned} \right\} \tag{4-59}$$

同理

(六) 计算并分配坐标闭合差

设纵坐标闭合差为 f_x , 横坐标闭合差为 f_y , 则有

$$\left\{ \begin{aligned} f_x &= x_C' - x_C \\ f_y &= y_C' - y_C \end{aligned} \right. \tag{4-60}$$

若用戎格公式解算,当坐标闭合差较小,或推进边边长相差不大时可按点分配,如(4-6)式;当闭合差较大且边长相差也较大时可按边长分配,如(4-62)式,即

$$\left\{ \begin{aligned} \delta x_i &= -\frac{i}{n+1} f_x \\ \delta y_i &= -\frac{i}{n+1} f_y \end{aligned} \right. \tag{4-61}$$

(n 为三角形个数)

或
$$\left\{ \begin{aligned} \delta x_i &= -\frac{S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_i}{\sum S} \cdot f_x \\ \delta y_i &= -\frac{S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_i}{\sum S} \cdot f_y \end{aligned} \right. \tag{4-62}$$

(七) 计算各点最后坐标

$$\left\{ \begin{aligned} x_1 &= x_1' + \delta_{x_1} \\ y_1 &= y_1' + \delta_{y_1} \\ &\dots\dots\dots \\ x_C &= x_C' + \delta_{x_C} \\ y_C &= y_C' + \delta_{y_C} \end{aligned} \right. \tag{4-63}$$

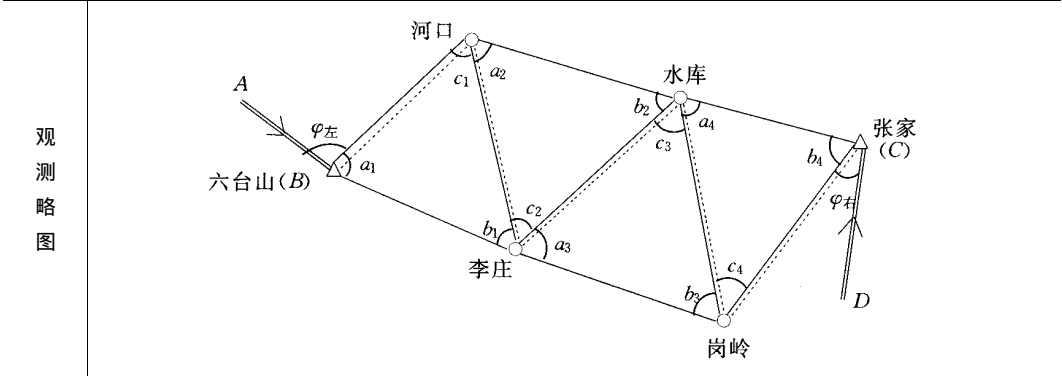
双定向线形锁计算示例见表 4-16。

表 4-16 双定向线形锁之计算

计算者 任 泉

检查者 付 磊

△号	点名	角号	观测值 〃	V'_i "	第一次改正后角值 〃	V''_i "	第二次改正后角值 〃
		$\varphi_{左}$	981223			+ 3	981236
1	河口	c_1	580408	- 6	580402	- 2	580400
	六台山	a_1	730410	- 5	730405	+ 1	730406
	李庄	b_1	485159	- 6	485153	+ 1	485154
		\sum	1800017	- 17	180	0	180
2	河口	a_2	591315	- 3	591312	- 1	591311
	李庄	c_2	584804	- 3	584801	+ 2	584803
	水库	b_2	615850	- 3	615847	- 1	615846
		\sum	1800009	- 9	180	0	180
3	水库	c_3	393050	+ 3	393053	- 2	393051
	李庄	a_3	580433	+ 3	580436	+ 1	580437
	岗岭	b_3	822427	+ 4	822431	+ 1	822432
		\sum	1795950	+ 10	180		180
4	水库	a_4	781834	- 2	781832	- 1	781831
	岗岭	c_4	411432	- 3	411429	+ 2	411431
	张家	b_4	602702	- 3	602659	- 1	602658
		\sum	1800008	- 8	180	0	180
		$\varphi_{右}$	302920			- 3	302917



算数数据	点名	x/m	y/m	坐标方位角	
	六台山 B	539957.56	538017.68	α_{AB}	131°17'38"
	张家 C	539773.99	541998.53	α_{CD}	201 28 40

第四篇 平面测量新技术及其在实际操作中的应用

x''	y''	x'	V_x	x	y'	V_y	y
/m	/m	/m	/mm	/m	/m	/m	/m
540931.655	539158.335	540936.281	+ 12	540936.29	539163.772	+ 1	539163.77
539957.560	538017.680			539957.560			538017.68
539047.617	539442.037	539043.295	+ 24	539043.32	539448.802	+ 1	539448.80
540931.655	539158.355						
539047.617	539442.037						
540233.597	540867.413	540234.903	+ 37	540234.94	540880.947	+ 2	540880.95
540233.597	540867.413						
539047.617	539442.037						
538673.599	540571.978	538667.501	+ 49	538667.55	540584.109	+ 2	540584.11
540233.597	540867.413						
538673.599	540571.978						
539774.797	541979.710	539773.929	+ 61	539773.99	541998.527	+ 3	541998.53
$W_{\alpha}' = \alpha_{AB} + \varphi_{\text{左}} + \sum C_{\text{左}}' - \sum C_{\text{右}}' - \varphi_{\text{右}} \pm N \cdot 180^{\circ} - \alpha_{CD}$ $= -14''$ $\mu = \frac{-W_{\alpha}'}{2n+6} = +1''$ $S_{BC} = 3985.080\text{m} \quad S'' = 3966.243\text{m}$ $Q = S_{BC}/S_{BC}'' = 1.0047493$ $x_B(1-Q) = -2564.420\text{m}$ $y_B(1-Q) = -2555.207\text{m}$ $W_x = x_C' - x_C = -0.061\text{m}$ $W_y = y_C' - y_C = -0.003\text{m}$				I 号点假定坐标之计算： $\alpha_{BI} = \alpha_{BA} + \varphi_{\text{左}} = 49^{\circ}30'14''$ $S_{BI}'' = 1500\text{m}$ $\Delta x_{BI}'' = +974.095\text{m}$ $\Delta y_{BI}'' = +1140.675\text{m}$ $x_I'' = 54093.655\text{m}$ $y_I'' = 539158.355\text{m}$			

二、单定向线形锁的计算

单定向线形与双定向线形锁比较,因为只测了一个连接角,也就没有坐标方位角条件了。其角度改正只需进行三角形闭合差改正。其它计算完全与双定向线形锁计算方法一样。

三、无定向线形锁的计算

无定向线形锁(如图 4-54)的计算,与双定向线形锁比较,由于 AI 边的坐标方位角无法求得,因此,第 1 点的假定坐标不能像定向线形锁那样获得。为了得到第 1 点的假定坐标,可以直接假定,如果有旧的地图,最好从图上量取其概略坐标作为假定坐标(或从选点略图上量取);也可通过假定 AI 的边长和方位角(尽量与实际接近),来计算第一点假定坐标。有了第 1 点的假定坐标,即可按戎格公式推求其余各点的假定坐标。

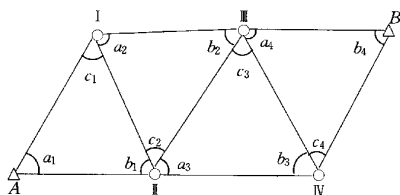


图 4-54

按假定坐标绘得的线形锁,如图 4-55 中的虚线所示,它与实际线形锁也相似,但两者方位不同,旋转了一个角度 δ_a 。

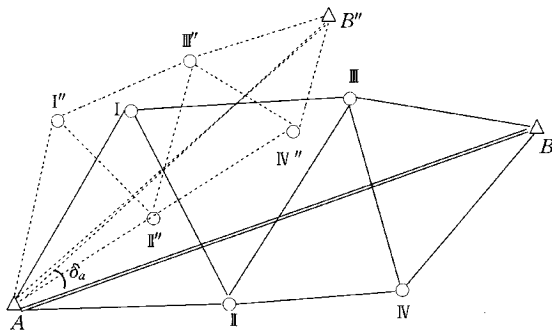


图 4-55

无定向线形锁计算步骤如下。

(一) 角度观测值的改正

只需进行三角形闭合差的改正。

(二) 假定第一条边的边长 (S_{AB}'') 和坐标方位角 (α_{AB}'')

假定值与实际值应接近。

(三) 计算线形锁各点的假定坐标

先用坐标正算法计算第一点假定坐标, 然后用戎格公式推算线形锁各点的假定坐标。

(四) 计算缩放旋转系数 Q_1 、 Q_2

设边长缩放系数为 Q , 旋转角为 δ_α , 则

$$Q = \frac{S_{AB}}{S_{AB}''} = \frac{\sqrt{\Delta x_{AB}^2 + \Delta y_{AB}^2}}{\sqrt{(\Delta x_{AB}'')^2 + (\Delta y_{AB}'')^2}} \quad (4-64)$$

$$\delta_\alpha = \alpha_{AB} - \alpha_{AB}'' \quad (4-65)$$

对于已知点 A 和 B 来说, 它们之间的纵横坐标差为

$$\begin{cases} \Delta x_{AB} = S_{AB} \cdot \cos \alpha_{AB} \\ \Delta y_{AB} = S_{AB} \cdot \sin \alpha_{AB} \end{cases}$$

由(4-64)式和(4-65)式知

$$S_{AB} = S_{AB}'' \cdot Q, \alpha_{AB} = \alpha_{AB}'' + \delta_\alpha$$

则

$$\Delta x_{AB} = Q \cdot S_{AB}'' \cdot \cos(\alpha_{AB}'' + \delta_\alpha) = Q \cdot S_{AB}'' (\cos \alpha_{AB}'' \cdot \cos \delta_\alpha - \sin \alpha_{AB}'' \cdot \sin \delta_\alpha)$$

令

则

$$Q_1 = Q \cdot \cos \delta_\alpha, Q_2 = Q \cdot \sin \delta_\alpha \quad (4-66)$$

同理

$$\begin{cases} \Delta x_{AB} = Q_1 \cdot \Delta x_{AB}'' - Q_2 \cdot \Delta y_{AB}'' \\ \Delta y_{AB} = Q_1 \cdot \Delta y_{AB}'' - Q_2 \cdot \Delta x_{AB}'' \end{cases} \quad (4-67)$$

在(4-67)式中 Δx_{AB} 和 Δy_{AB} 是已知的, $\Delta x_{AB}'$ 和 $\Delta y_{AB}'$ 是由假定坐标算得, 故由 4-67 式可解得

$$\begin{cases} Q_1 = \frac{\Delta x_{AB} \cdot \Delta x_{AB}'' + \Delta y_{AB} \cdot \Delta y_{AB}''}{(\Delta x_{AB}'')^2 + (\Delta y_{AB}'')^2} \\ Q_2 = \frac{\Delta x_{AB}'' \cdot \Delta x_{AB} - \Delta y_{AB}'' \cdot \Delta y_{AB}}{(\Delta x_{AB}'')^2 + (\Delta y_{AB}'')^2} \end{cases} \quad (4-68)$$

实际计算中以计算 Q_1 、 Q_2 来反映缩放旋转系数。由(4-66)式知

$$Q_1^2 + Q_2^2 = Q^2$$

以此可检核 Q_1 、 Q_2 计算的准确性。

(五) 计算线形锁点的最后坐标

由(4-67)式得

$$\Delta x_{Ai} = Q_1 \cdot \Delta x_{Ai}'' - Q_2 \cdot \Delta y_{Ai}'' = Q_1(x_i'' - x_A) - Q_2(y_i'' - y_A)$$

则
$$x_i = x_A + Q_1(x_i'' - x_A) - Q_2(y_i'' - y_A)$$

同理
$$y_i = y_A + Q_1(y_i'' - y_A) + Q_2(x_i'' - x_A)$$
 (4-69)

令
$$\begin{cases} K_1 = x_A(1 - Q_1) + y_A \cdot Q_2 \\ K_2 = y_A(1 - Q_1) - x_A \cdot Q_2 \end{cases}$$
 (4-70)

则各点最后坐标计算公式为

$$\begin{cases} x_i = K_1 + Q_1 \cdot x_i'' - Q_2 \cdot y_i'' \\ y_i = K_2 + Q_2 \cdot y_i'' + Q_1 \cdot x_i'' \end{cases}$$
 (4-71)

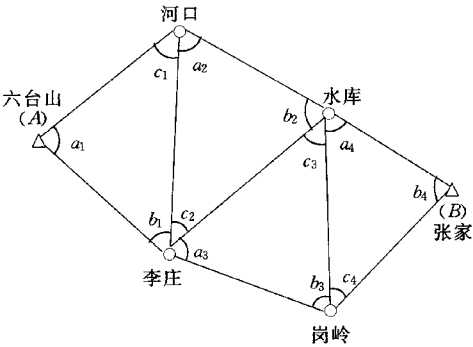
解算无定向线形锁 ,由于顾及了旋转角和相似比 ,就不会存在坐标闭合差。若计算假定坐标有错误 ,也不会出现坐标闭合差 ,但这时未知点的坐标也是错的。所以 ,不能用坐标闭合差检查无定向线形锁的计算错误 ,这是无定向线锁的最大缺陷。因此 ,在作业过程中应尽量避免使用无定向线形锁。

无定向线形锁计算算例见表 4-17。

表 4-17 无定向线形锁之计算

计算者 任 泉				检查者 付 磊			
△号	点名	角号	观测值	V_i''	角度平差	x''/m	y''/m
1	河口	c_1	580408	- 6	580402	540707.560	539316.718
	六台山	a_1	730410	- 5	730405	53995.756	538017.680
	李庄	b_1	485159	- 6	485153	538803.365	539252.459
		\sum	1800017	- 17	180		
2	河口	a_2	591315	- 3	591312	540707.560	539316.718
	李庄	c_2	584804	- 3	584801	538803.365	539252.459
	水库	b_2	615850	- 3	615847	539709.870	540870.018
		\sum	1800009	- 9	180		
3	水库	c_3	393050	+ 3	393053	539709.870	540870.018
	李庄	a_3	580433	+ 3	580436	538803.365	539252.459
	岗岭	b_3	822427	+ 4	822431	538229.782	540295.384
			1795950	+ 10	180		
4	水库	a_4	781834	- 2	781832	539709.870	540870.018
	岗岭	c_4	411432	- 3	411429	538229.782	540295.384
	张家	b_4	602702	- 3	602659	539056.163	541880.128
		\sum	1800008	- 8	180		
Q	1.0047514	Q_1	0.9879394	Q_2	- 0.1830336	K_1	- 91962.778

x/m		y/m		观 测 略 图											
540936.28		539163.78													
539043.29		539448.82													
540234.93		540880.95													
538667.52		540584.15		起 算 数 据	点 名		x/m		y/m						
539773.99		541958.53			六台山(A)		539957.56		538017.68						
					张 家(B)		539773.99		541958.53						
					Ⅱ 号点假定坐标之计算：										
K_2		+ 105318.868		D_{AI}''	1500	$\Delta x_{AI}''$	+ 750000	x_1	540707.560						
										α_{AI}''	60°	$\Delta y_{AI}''$	+ 1299.038	y_1	539316.718



第三章 经纬仪与角度测量及其在实际操作中的应用

第一节 角度测量的概念

角度测量是测量工作的基本内容之一,其目的是为了确定地面点的位置。角度测量包括水平角测量和竖直角测量,其常用的仪器是经纬仪,它既可测出水平角,又可测出竖直角,现将其测量原理分述如下。

一、水平角及其测量原理

一点到两目标的方向线垂直投影在水平面上所成的角称为水平角。

如图 4-56 中, A 、 B 、 C 为地面上高度不同的三个点,将这三点分别沿铅垂线方向投影到水平面上,在水平面上得到相应的 a 、 b 、 c 三点,则 $\angle cab$ 即为地面上 AC 与 AB 两方向线间所夹的水平角 β 。这里应注意, $\angle CAB$ 不是水平角。

显然,地面上任意两方向线间的水平角值,就是过该两方向线所作两铅垂面组成的两面角的大小。由此可知,水平角 β 可以在与过 A 点铅垂线相垂直的任一水平面上求得。

为了测定水平角值,可在角顶 A 点上方安置一架经纬仪,仪器上有一个能水平放置的刻度圆盘,即水平度盘,度盘上有 $0^\circ \sim 360^\circ$ 的刻度,度盘中心 O 正在过 A 点的铅垂线上。另外,经纬仪上还装有一个能够瞄准远方目标的望远镜,望远镜不但可以在水平方

向左右转动,而且还能在铅垂面内上下旋转。通过望远镜分别照准高低不同的目标 C 和 B ,就可得到实地 AC 和 AB 两方向线在水平度盘上投影的相应读数 n 和 m ,则水平角 β 就是这两个读数之差,即 $\beta = m - n$ 。这就是水平角的测量原理。

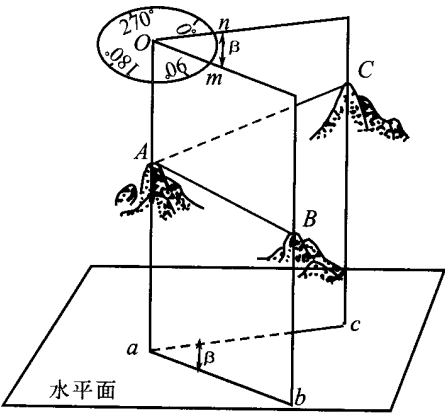


图 4-56

二、竖直角及其测量原理

一点至观测目标的方向线与其在水平面上投影间的夹角称为竖直角(简称竖角),亦称“垂直角”、“高度角”,通常用 α 表示。

如图 4-57 所示,测站点 A 至目标点 P 的方向线 AP 与其在水平面上的投影 ap 间的夹角,即 AP 与 AP' 的夹角 α 就是 AP 方向的竖角。显然,竖角是在包含方向线的铅垂面内,而且有正、负之分。目标在水平面以上的称为“仰角”,角值为正;目标在水平面以下的称为“俯角”,角值为负。其角值自水平线起算,各从 0° 至 90° 。

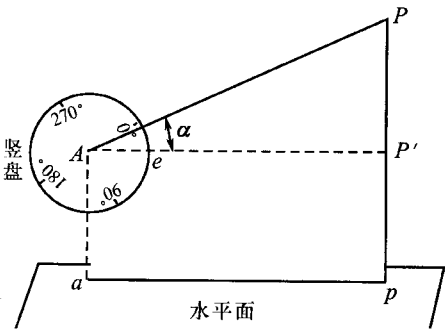


图 4-57

为了测定竖角,在经纬仪的水平轴一端安装了一个刻有度数的竖直圆盘,即竖盘(亦称垂直度盘)。竖盘平面与过视线的铅垂面平行,其中心在过 A 点的水平线上;竖盘随望远镜的上下转动而转动,其与视线平行的对径分划线为定值。对某种经纬仪来说,视线水平时的竖盘读数为 0° 至 90° 的整倍数。故测量竖角时,只需用望远镜照准目标,读出竖盘上的读数,即可算出竖角。经纬仪就是根据上述水平角和竖角的测量原理设计制造的。

第二节 水平角观测

水平角观测过程中,包括下列内容。

一、观测前的准备

到达测站点后,应立即按序作好如下准备工作。

(1)架设仪器(包括对中、整平)。

(2)量取仪器高、觇标高,一般要求精确至 1cm ,记入手簿。

(3)寻找观测目标。根据计划图上本站应观测的方向,依次从望远镜中找到应测目标,并记下目标附近较明显的特征或背景,以便观测时能迅速准确地找到目标和照准。个别难以寻找的目标,可在计划图上概量角度,依水平角寻找之。一般来说从低处寻找高处目标较易,而从高处寻找低处目标较难。因此,应先在低处点位设站观测高处目标,后到高处点位设站观测低处目标。目标不清晰的点,可加大测旗或加粗花杆等,以防测错目标。

(4)选定零方向。找到观测目标后,应选择目标清晰、背景明亮、距离适中、易于照准的目标作为零方向。目的是保证零方向的观测精度,避免因零方向观测超限而返工。

(5)作好记录准备。

①记录前,首先填写好测站名称、日期、姓名、仪器编号、天气、觇点名称等。

②绘出观测方向略图(按上北、下南、左西、右东方位绘制)。

二、测回法

测回法是平角观测的方法之一,常用于两个方向的单角观测。观测方法如图 4-58 所示。 A 、 B 为观测目标, O 为测站,欲测水平角 β ,其施测方法为:盘左位置,照准左目

标 A ,读取读数为 $\alpha_{\text{左}}$,顺时针旋转照准部 ,照准右目标 B ,读取读数为 $b_{\text{左}}$,测得角值为 $\beta_{\text{左}} = b_{\text{左}} - \alpha_{\text{左}}$ 。以上操作称为上半测回。纵转望远镜 ,盘右位置 ,先照准右目标 B ,读取读数 $b_{\text{右}}$,逆时针旋转照准部 ,照准左目标 A ,读取读数 $a_{\text{右}}$,测得角值为 $\beta_{\text{右}} = b_{\text{右}} - a_{\text{右}}$ 。此操作称为下半测回。上、下两个半测回合称为一测回。取两个半测回的中数则得一个测回的角值 ,即 $\beta = \frac{1}{2}(\beta_{\text{左}} + \beta_{\text{右}})$ 。

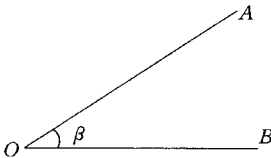


图 4 - 58

三、方向观测法

方向观测法简称“ 方向法 ”,是观测水平角的一种常用方法。即把两个以上的方向合为一组依次进行观测的方法。如图 4 - 59 所示 ,设测站上应观测的方向为 $A、B、C、D$ 等目标 , P 为测站。在上半测回中 ,用望远镜盘左位置(注意 :先对好度盘位置 ,检查无误) ,顺时针方向旋转照准部 ,从零方向 A (即起始方向) 开始 ,依次照准 $A、B、C、D、A$ 各目标 ,并读数、记簿 ;纵转望远镜 ,盘右位置 ,逆时针方向旋转照准部 ,依相反次序照准 $A、D、C、B、A$,并读数、记簿 ,此为下半测回。上、下两个半测回合起来为一测回。其余各测回 ,只需按要求变换零方向度盘位置 ,其观测、记簿方法完全相同。

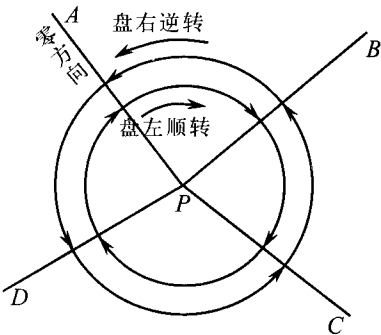


图 4 - 59

在上、下两个半测回中 ,都重复照准零方向 A 并读数、记簿 ,称为“ 归零 ”。这种半测

回归零的观测方法又称为“全圆方向法”,通常观测方向数大于 3 时,规定必须采用此法。半测回中,零方向两次观测读数之差称为“归零差”。当上、下半测回归零差都符合规定限差要求时,才能进行后面的计算工作。当观测方向数为 3 个时,可以不归零,其它操作同全圆方向法。

四、方向观测法的记录与计算

(一)水平角观测手簿格式之一

表 4-18、表 4-19 形测量常用的表格之一。表 4-18 为观测记簿、计算的填表位置及计算方法说明,表 4-19 为一记簿、计算的具体示例。

表 4-18 水平角观测手簿格式之一

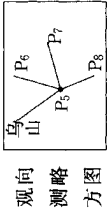
觐点	读 数		半 测 回 方 向 值	一 测 回 方 向 值	n 测回 方向值 的中数	附注
	盘 左	盘 右				
1	2 〃	3 〃	4 〃	5 〃	6 〃	7
第 I 测回	$(7)=\frac{(5)+(1)}{2}$	$(14)=\frac{(8)+(12)}{2}$				
A	(1)	(12)	(15)=0	(22)=0		
B	(2)	(11)	$\frac{(16)=(2)-(7)}{(17)=(11)-(14)}$	$(23)=\frac{(16)+(17)}{2}$		
C	(3)	(10)	$\frac{(18)=(3)-(7)}{(19)=(10)-(14)}$	$(24)=\frac{(18)+(19)}{2}$		
D	(4)	(9)	$\frac{(20)=(4)-(7)}{(21)=(9)-(14)}$	$(25)=\frac{(20)+(21)}{2}$		
A	(5)	(8)				
	$(6)=(5)-(1)$	$(13)=(8)-(12)$				

现将具体记录、计算步骤简述如下。

1. 整置仪器后,用盘左位置照准零方向梅山(度盘对零),其读数 0°02′12″记在观测手簿(1)处。顺时针转动照准部,依次照准 P₆、P₇、P₈、梅山,其读数分别记在观测手簿(2)(3)(4)(5)处(由上往下记)。计算归零差(6),若不超过规定限差要求,取平均值记在(7)处。

表 4-19 水平角观测记录示例

作业日期		1991.4.20		测站 P ₅		观向 测略 方图		仪器 J ₆ --78520		观测者 陈 中		附 注
观 点	读 数				半测回方向	一测回平均方向	各测回平均方向					
	盘 左	盘 右	盘 左	盘 右								
1	2	3	4	5	6	7	8	9				
第 I 测回	18"			06"								
1. 梅 山	0°02'12"		180°02'06"		0°00'00"	0°00'00"	0°00'00"					
2. P ₆	50 33 54		230 33 18		50 31 36	50 31 24	50 31 14					
					12							
3. P ₇	115 27 06		295 27 00		115 24 48	115 24 51	115 24 50					
					54							
4. P ₈	192 52 42		12 52 30		192 50 24	192 50 24	192 50 26					
					24							
1. 梅山	0 02 24		180 02 06									
	Δ _左 = +12"		Δ _右 = 00"									
第 II 测回	27"		21"									
1.	90 32 24		270 32 24		0 00 00	0 00 00						
2.	141 03 36		321 03 18		50 31 09	50 31 03						
					30 57							
3.	205 57 18		25 57 06		115 24 51	115 24 48						
					45							
4.	283 22 54		103 22 48		192 50 27	192 50 27						
					27							
1.	90 32 30		270 32 18									
	Δ _左 = +6"		Δ _右 = -6"									



2. 纵转望远镜,盘右位置,照准零方向梅山并读数 $180^{\circ}02'06''$,记在(8)处。逆时针旋转照准部,依次照准 P_8 、 P_7 、 P_6 、梅山,其读数分别记在(9)(10)(11)(12)处(由下往上记)。计算归零差(13),若符合限差要求,取平均值记在(14)处。

3. 方向值的计算：

任意方向相对于起始方向的角度为该方向的方向值,由任意方向的观测值减去零方向的方向值求得。故零方向的方向值为 $0^{\circ}00'00''$,记在(15)处。 P_6 方向(盘左),上半测回方向值为 $50^{\circ}31'36''$ ($50^{\circ}33'54''$ 与 $0^{\circ}02'18''$ 之差),记在(16)处。 P_6 方向(盘右),下半测回方向值为 $50^{\circ}31'12''$ ($230^{\circ}33'18''$ 与 $180^{\circ}02'06''$ 之差),记在(17)处。该方向上、下半测回方向值互差若不超过规定限差,取平均值记在(23)处,此平均值称为 P_6 方向第 1 测回方向值。

P_7 、 P_8 各方向方向值依同样方法计算,其计算结果分别记在相应的(18)(19)(20)(21)和(24)(25)处。

各测回同方向方向值互差,若不超过规定限差要求,取平均值分别记在表 4-19 中 8 栏相应位置。如 P_6 方向第 I 测回方向值 $50^{\circ}31'24''$,与第 II 测回方向值 $50^{\circ}31'03''$ 的平均值为 $50^{\circ}31'14''$ 。

(二)水平角观测手簿格式之二

表 4-19 的记录格式常用于图根点的水平角观测中,而在小三角测量中则常采用表 4-20 的记录格式。记簿方法同前,计算步骤如下。

表 4-20 水平角观测手簿格式之二

仪器 J ₆ 78 520	点 名 : P_5	等级 5"小三角	日期 6 月 20 日
天气 晴	观测者 陈实	$Y = B$	开始 :11 时 0 分
成像 清晰	记录者 甄兰	觇标类型 :花杆	结束 :11 时 20 分

方向号名称 及照准目标	读 数		(左 - 右 $\pm 180^{\circ}$) (2C)	$\frac{\text{左} + \text{右} \pm 180^{\circ}}{2}$	方向值	附 注
	盘左	盘右				
1	2	3	4	5	6	7
第测回				$(23) = \frac{(9) + (21)}{2}$		
1/A	(1)	(19)	(20)	(21)	(24) = 0	
2/B	(2)	(16)	(17)	(18)	(25) = (18) - (23)	
3/C	(3)	(13)	(14)	(15)	(26) = (15) - (23)	

方向号名称 及照准目标	读 数		(左 - 右 ± 180°) (2 C)	$\frac{\text{左} + \text{右} \pm 180^\circ}{2}$	方向值	附 注
	盘左	盘右				
4 / D	(4)	(10)	(11)	(12)	(27)=(12)-(23)	
1 / A	(5)	(7)	(8)	(9)		
归零差	(6)=(5) -(1)	(22)=(7) -(19)				
第 I 测回				0°02′12″		六测回 平均值
1 / 梅山标心柱	0°02′12″	180°02′06″	+ 6″	0°02′09″	0°00′00″	0°00′00″
2 / P ₆ 花杆	50 33 54	230 33 18	+ 36	50 33 36	50 31 24	50 31 18
3 / P ₇ 花杆	115 27 06	295 27 00	+ 6	115 27 03	115 24 51	115 24 47
4 / P ₈ 花杆	192 52 42	12 52 30	+ 12	192 52 36	192 50 24	192 50 28
1 / 梅山标心柱	0 02 24	180 02 06	+ 18	0 02 15		
	Δ _左 = + 12″	Δ _右 = 0″				

1. 计算两倍照准轴误差(2 C)值

$2C = \text{盘左读数} - (\text{盘右读数} \pm 180^\circ)$

各方向分别计算 2 C 值 ,依次填入第 4 栏相应位置(8)(11)(14)(17)(20)处。同一测回中 2 C 的最大值与最小值之差称为“ 2 C 互差 ”。规范规定 J₆ 型仪器同测回 2 C 互差绝对值不得大于 36″。

2. 计算各方向平均读数(第 5 栏)

$\text{平均读数} = \frac{1}{2} [\text{盘左读数} + (\text{盘右读数} \pm 180^\circ)]$

各方向分别计算 ,计算结果依次填入第 5 栏相应位置(9)(12)(15)(18)(21)处。零方向有两个平均读数 ,再次取平均值填入该栏(23)处。归零差计算同前。

3. 计算各方向的方向值

将各方向的平均读数减去零方向的平均读数(23) ,即得各方向的方向值 ,填入第 6 栏相应位置(24)(25)(26)(27)处。零方向的方向值为零。

4. 计算各测回同方向值的平均值

当各测回同一方向的方向值互差小于规定限差时 ,取其平均值记在第 1 测回相应方向的附注栏内。

五、限差规定及要求

(一) 限差规定

J₆ 型经纬仪水平角观测限差规定如下：

半测回归零差 $\leq 24''$

两个半测回同一方向值较差 $\leq 36''$

各测回同一方向值较差 $\leq 24''$

同测回 $2C$ 互差 $\leq 36''$

此限差规定,对不同精度的经纬仪,不同等级的水平角观测,有不同的要求。

(二) 重测规定

重测就是观测结果超出规定限差而需要重新进行的观测。重测通常在基本测回完成后进行。其规定如下：

1. 凡超出上述限差规定,均应进行重测。

2. $2C$ 互差、两个半测回同一方向值互差或各测回同一方向值互差超限时,均应重测超限方向并测零方向。

3. 零方向的 $2C$ 互差或下半测回的归零差超限,均应重测该测回。方向观测法一测回中,重测方向数超过该测回方向总数的 $\frac{1}{2}$ 时,该测回应重测。

4. 采用方向观测法时,每站基本测回中重测的方向测回数,不应超过全部方向测回总数的 $\frac{1}{3}$,否则重测该站。

重测数的计算:在基本测回观测结果中,重测一个方向算作一个方向测回,因零方向超限而重测的整个测回算作 $(n-1)$ 个方向测回。每站全部方向测回总数按 $(n-1) \cdot m$ 计算。 n 为该站方向总数, m 为测回数。

因对错度盘、测错方向、读记错误、上半测回归零差超限、碰动仪器、气泡偏离过大以及其它原因未测定的测回,均可立即重新观测,而不算作重测测回数,称之为补测。补测数没有限制。

(三) 原始观测数据更改的规定

1. 读记错误的秒值不许改动,应重新观测。读记错误的度、分值,必须在现场更改,但同一方向盘左、盘右、半测回方向值三者不得同时更改两个相关数字,同一测站不得有两个相关数字连环更改,否则均应重测。

2. 凡更改错误,均应将错误数字、文字用横线整齐划去,在其上方写出正确数字或文字。原错误数字或文字应仍能看清,以便检查。需重测的方向或需重测的测回可用从左

上角至右下角的斜线划去。凡划改的数字或划去的不合格成果,均应在附注栏内注明原因。需重测的方向或测回,应注明其重测结果所在页数。废站也应整齐划去并注明原因。

3. 补测或重测结果不得记录在测错的手簿页数之前面。

六、水平角观测注意事项

1. 仪器高度要和观测者的身高相适应;三脚架要踩实,仪器与脚架连接要牢固,操作仪器时不要手扶三脚架,走动时要防止碰动脚架,使用各种螺旋时用力要适当,不可过猛、过大。

2. 对中要认真、仔细。特别是对于短边观测水平角时,对中要求应更严格。

3. 当观测目标间高低相差较大时,更需注意仪器整平。

4. 观测目标要竖直,尽可能用十字丝中心部位瞄准目标(花杆或旗杆)底部,并注意消除视差。

5. 有阳光照射时,要打伞遮光观测;一测回观测过程中,不得再调整照准部管水准器气泡,如气泡偏离中心超过1格时,应重新整平仪器、重新观测,在成像不清晰的情况下,要停止观测。

6. 一切原始观测值和记事项目,必须现场记录在正式外业手簿中,字迹要清楚、整齐、美观、不得涂改、擦改、重笔、转抄。手簿中各记事项目,每一测站或每一观测时间段的首末页都必须记载清楚、填写齐全。方向观测时,每站第Ⅰ测回应记录所观测的方向序号、点名和照准目标,其余测回仅记录方向序号即可。

7. 在一个测站上,只有当观测结果全部计算、检查合格后,方可迁站。

第三节 竖角观测

一、竖盘结构及注记形式

由竖角测量原理可知,经纬仪上的竖盘是用来测竖角的。竖盘又称垂直度盘,它被固定在水平轴的一端,水平轴垂直于其平面且过其中心。当望远镜绕水平轴上、下转动时,竖盘也随着一起转动。竖盘的读数指标线为读数窗内测微尺的零分划线,竖盘分划

影像是通过光路传递到读数窗内测微板上的,所以,在读数窗内可以进行读数。当竖盘随望远镜转动时,其光路位置并不改变。但是,当转动指标水准器微动螺旋时,则可改变其光路位置,从而调整读数指标线与度盘分划线的相对关系,故以指标水准器气泡居中来显示指标处于正确位置(有自动安平补偿器的仪器则无此水准器)。此时的竖盘读数才是正确读数,以此才能求得竖角。

竖盘的注记形式很多,常见的多为全圆式顺时针或逆时针注记。如图 4-60(a)所示,为 J_6 、030、 T_1 、 T_2 等经纬仪竖盘的注记形式;图 4-60(b)所示为 DJ_6-1 等经纬仪竖盘注记形式;图 4-60(c)所示为蔡司 010 等仪器的竖盘注记形式。为显示直观起见,将盘左望远镜水平时的竖盘正确读数位置标为指标位置。因此,可以说光学经纬仪竖盘指标多在下方铅垂线位置,010 仪器的竖盘指标则在水平位置。

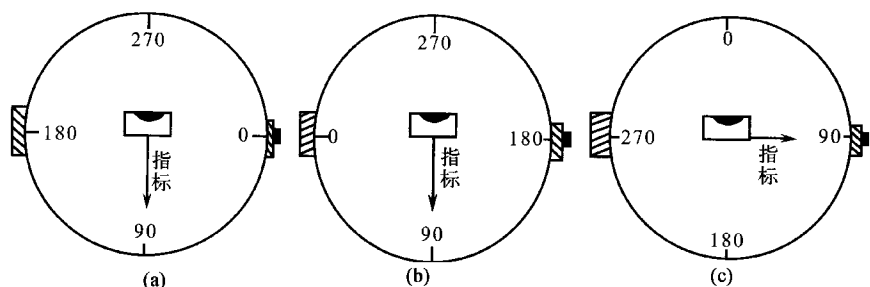


图 4-60

二、竖角和指标差的计算公式

在竖角观测中,照准目标时的竖盘读数并非竖角,而且盘左、盘右读数也不一样。由此可知,竖角是根据盘左、盘右读数经过计算求得的。由于仪器竖盘的注记形式不同,其竖角和指标差的计算公式也不一致,应根据竖盘的具体注记形式推导其相应的计算公式,为此应先了解指标差的概念。

指标差是指竖盘读数指标的实际位置与正确位置之差。即当指标水准气泡居中时,指标线偏离正确位置的角度值。

由竖盘的注记形式知,当望远镜照准轴水平且指标水准管气泡居中时,竖盘指标的正确位置应为 90° 处或 270° 处(少数仪器为 0° 或 180° 处)。但是,由于指标安置和校正不完善等原因,使得指标偏离了正确位置,如图 4-61 所示。指标差一般用符号“ i ”表示,且有正、负之分。一般规定指标偏在竖盘读数增大的一方时为正,偏在读数减小的一方时为负。对于某一台经纬仪来说,在较短时间内,指标差变化很小,可视为“常数”;其对

竖角观测的影响,将在盘左、盘右两个观测结果的平均值中消去。但是,由于观测、读数、操作等常有误差存在,往往使得在短时间内同时观测的各目标,其指标差不同。因此,为检查竖角的观测质量,规定在短时间内同时观测的各目标,其指标差互差不得超出一定范围。如有超出,则说明观测结果中有不可忽略的误差存在,需进行重测。

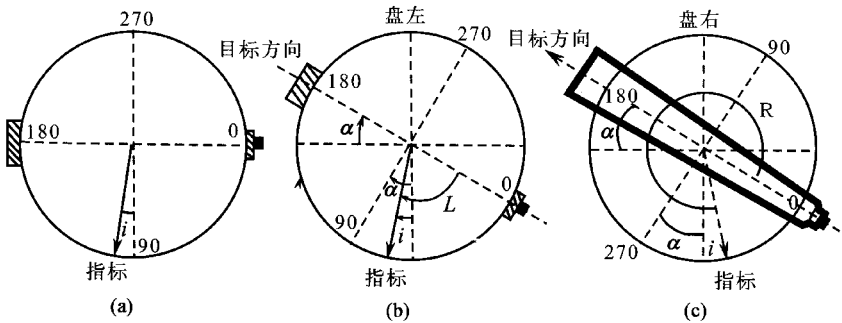


图 4-61

下面以南京 J₆ 型光学经纬仪为例,推导其竖角和指标差的计算公式。如图 4-61 (a)所示,为盘左位置,照准轴水平,指标水准气泡居中,指标偏在读数增大一方的情况。图 4-61(b)所示为盘左位置,当望远镜上仰照准目标时,竖盘随着一起转动,使指标水准气泡居中,指标仍偏在读数增大一方的情况。设此时竖盘读数为 L ,则竖角 α 应为

$$\alpha = 90^\circ - L + i \tag{4-72}$$

图 4-61(c)为纵转望远镜变为盘右位置后,仍照准原目标,并使指标水准气泡居中的情况。设此时竖盘读数为 R ,则竖角 α 应为

$$\alpha = R - 270^\circ - i \tag{4-73}$$

两式相加得

$$\alpha = \frac{1}{2}(R - L - 180^\circ) \tag{4-74}$$

两式相减得

$$i = \frac{1}{2}(L + R - 360^\circ) \tag{4-75}$$

由(4-74)式可以看出,根据盘左、盘右读数算得的竖角 α 与 i 的大小无关,即指标差本身对求得的竖角没有影响,只是指标差过大时心算不甚方便,应予以纠正。另外, α 及 i 均有正、负之分,计算时应加以注意。

对于 DJ₆₋₁ 型经纬仪,因其竖盘注记形式不同,按上述方法推导出的竖角和指标差的计算公式也略有不同。其公式为

$$\alpha = \frac{1}{2}(L - R + 180^\circ) \quad (4-76)$$

$$i = \frac{1}{2}(L + R - 360^\circ) \quad (4-77)$$

三、竖角的观测及手簿的记录与计算

竖角的观测方法有两种：一是中丝法，二是三丝法。现将其观测、记簿及计算方法叙述如下。

(一) 中丝法

中丝法是指用十字丝中丝(即水平长丝)切准目标进行竖角观测的方法。其操作步骤为：

1. 在测站上将仪器整平后，盘左位置照准目标，固定照准部和望远镜，转动水平微动螺旋和竖直微动螺旋，使十字丝的中丝精确切准目标的特定部位。如图 4-62 所示，切准旗杆顶端。

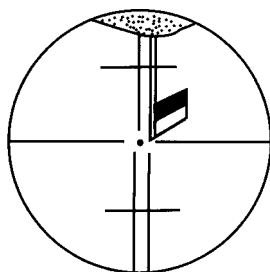


图 4-62

2. 旋转竖盘指标水准器微动螺旋，使其气泡居中，重新检查目标情况，确认无误后即可读数，记入手簿中相应位置。手簿格式见表 4-21。对于有自动安平补偿器的经纬仪，则无指标水准器，如上海 J₆、威特 T_{1A}、蔡司 020、新 T₂ 等均属此类仪器，它们的竖盘读数指标可自动处于正确位置，故无此项操作，观测时，切准目标后稍等片刻即可读数。

3. 纵转望远镜，盘右照准同一目标的同一特定部位，按第二项的操作并读数，记入手簿中相应位置。

以上观测称为一测回。图根控制的竖角观测，一般要求中丝两测回，且两个测回要分别进行，不得用两次读数的方法代替。

当一个测站上要观测多个目标时，可将 3~4 个目标作为一组，先观测本组所有目标

的盘左,再纵转望远镜观测本组所有目标的盘右,将该数分别记入手簿相应栏内,这样可以减少纵转望远镜的次数,节约观测时间,但要防止记簿时记错位置。

对某一目标观测广删回结束后,即可用公式(4-75)计算其指标差*i*,记入手簿指标差栏内对应位置,然后用公式(4-72)、(4-73)或(4-74)计算其竖角 α ,记入手簿竖角栏内对应位置,其公式的选择以心算方便为原则(注意竖盘注记形式不同的仪器,计算时用其相应的计算公式)。当两个测回所测竖角互差不超过限差规定(24")时,取其平均值作为最后结果,记入手簿相应位置。在一个测站上一次设站观测结束后,如果本站所有指标差互差不超过限差要求(24")时,则本站竖角观测合格,否则超限目标应重测。具体记簿、计算方法见表4-21中讨*P*₆点的观测结果。

(二)三丝法

三丝法就是用十字丝的三根横丝按望远镜内所见上、中、下的顺序依次切准同一目标并读数的观测方法,如图4-63所示。其操作方法与中丝法基本相同。所不同的是,盘左、盘右观测时,均以上、中、下丝的顺序依次切准目标并读数。而在记簿时,盘左按自上而下的顺序将读数记入手簿,盘右则按自下而上的顺序将读数记入手簿。

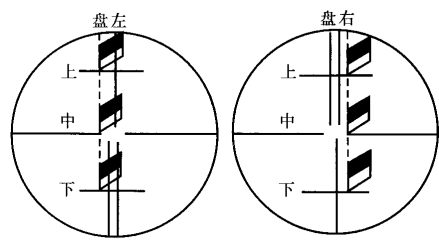


图 4-63

三丝法对某一目标的盘左、盘右一次性观测称为一测回。图根控制的竖角观测,一般要求三丝一测回。记簿格式见表(4-21)。计算方法同中丝法。当三丝中各丝所测竖角互差不超过24"时,取其平均值记入手簿相应位置。

采用三丝法时,由于上丝(或下丝)与中丝读数之间相差约17'11",所以手簿中的上丝和下丝的指标差分别比中丝的指标差相差-17'11"和+17'11"左右。其指标差较差的确定则以一次设站中同一根横丝的所有指标差分别计算。限差要求同前。具体记簿、计算方法见表4-21中对*P*₇点的观测结果。

表 4－21 竖角观测手簿

作业日期 :1997.4.20
天气 晴
观测者 陈 中
开始时间 :11 时 50 分
成像 清晰
记录者 甄 兰
结束时间 :12 时 15 分
仪器 J₆78520

测 站	觇点	读 数		指标差	竖角	仪器高	觇标高	照标准部觇位
		盘 左	盘右					
P ₅ 花杆顶 2.50m	P ₆	88°05′24″	271°55′54″	+ 39″	+ 1°55′15″	m 1.54	m 2.51	花杆顶
		88 05 30	271 55 18	+ 24″	+ 5 15 54			
				中数	+ 1°55′04″			
P ₅ 花杆顶 2.50m	P ₇	95 06 42	264 20 06	－ 16′36″	－ 5 23 18	m 1.54	m 2.22	旗 顶
		95 23 48	264 37 18	+ 0 33	－ 5 23 15			
		95 41 06	264 54 24	+ 17 45	－ 5 23 21			
				中数	－ 5°23′18″			

四、注意事项

1. 横丝切准目标的特定部位 ,要在观测手簿相应栏内注明或绘图表示 ,不能含糊不清或没有交待。同一目标必须切准同一部位。
2. 盘左、盘右照准目标时 ,应使目标影像位于纵丝附近两侧的对称位置上 ,这样有利于消除横丝不水平引起的误差。
3. 每次读数前必须使指标水准器气泡居中(对自动安平经纬仪则无此要求)。
4. 图根控制的竖角观测时刻一般不予限制 ,但对于视线过长或通过江河湖海等水面时 ,应选择在中午前后进行观测。避免在日出前和日落后朦气差较大时观测。高级控制时 ,宜在 10～15 时观测。
5. 每次设站应及时量取仪器高和觇标高 ,量至厘米 ,记入观测手簿相应栏内 ,并将量取觇标高的特定部位在手簿相应栏内注明。否则 ,将出现返工。
6. 记簿要求同水平角观测。

第四节 角度观测的误差来源

角度观测的误差来源多种多样 ,这些误差来源对角度观测精度的影响又各不相同。

现将其几种主要误差来源介绍如下。

一、仪器检校不完善和制造加工不完备引起的误差

(一) 仪器检校不完善引起的误差

经纬仪经过检验校正后,通常只能在一定程度上满足某些几何条件,达到规定的限差要求,而不可能检校得十分彻底,因为限差本身就是一种宽容度。因此检校后的仪器仍然有残存误差,这些残存误差必将影响角度观测的精度,其中:

1. 照准轴误差(照准轴与水平轴正交的残存误差)和水平轴误差(水平轴与竖轴正交的残存误差),可以通过盘左、盘右观测,取一测回方向中数的方法,消除其对水平角观测方向值的影响。

2. 竖轴误差(竖轴与经纬仪照准部水准轴正交的残存误差),不能通过盘左、盘右观测取中数的方法消除其对水平角观测方向值的影响。只能通过校正尽量减少残存误差,每测回观测前仔细整平仪器,倾斜角。大的测站更要特别注意仪器整平等方法削弱其影响。

照准轴误差、水平轴误差和竖轴误差是经纬仪的三个主轴误差,通常称为三轴误差,它是仪器误差的主要组成部分,必须予以充分重视。

(二) 仪器制造加工不完备引起的误差

仪器制造加工不完备的误差,如水平度盘偏心(即水平度盘旋转中心与度盘刻划中心不一致,其对度盘读数的影响称为水平度盘偏心差),竖盘偏心(即竖盘旋转中心与度盘刻划中心不一致,当仪器为单指标时其对度盘读数的影响称为竖盘偏心差),照准部偏心(即照准部旋转中心与水平度盘刻划中心不重合,其对水平度盘读数的影响称为照准部偏心差),度盘刻划误差(即度盘刻划不均匀的误差),水平度盘与竖轴不正交等,这些仪器误差不能通过一般地仪器检校减小其影响,其中:

1. 照准部偏心差和水平度盘偏心差。此两项可以通过盘左、盘右观测,取一测回水平角观测方向值中数的方法消除。

2. 水平度盘刻划误差。此误差一般较小,且呈周期性变化,故可通过按规定配置各测回零方向的度盘位置的方法减弱其影响。

3. 单指标经纬仪竖盘偏心差。由于盘左、盘右读数相差不是整 180° ,故此误差不能通过盘左、盘右读数取平均值的方法加以消除。但就目前 J_6 型经纬仪的制造水平而言,其影响不明显,在地形测量中可不予顾及。如果有明显的偏心差存在(特别是仪器经过剧烈震动后),则观测不同高度目标的竖角时,其指标差之差很易超限,且呈规律性变化,

此时应交仪修人员检校。

4. 水平度盘面与竖轴不正交的误差。就现代仪器来说,一般都很小。在地形测量中,其对角度观测的影响可不予顾及。

二、仪器的对中误差和目标偏心误差

(一) 仪器对中误差

仪器对中误差是指仪器经过对中后,仪器竖轴没有与过测站点中心的铅垂线严密重合的误差(也称测站偏心误差)。它对水平角观测的影响如图 4-64 所示, C 为测站标志中心,观测 $\angle ACB = \beta$; C_0 为仪器实际对中位置,测得 $\angle AC_0B = \beta'$; e (即 CC_0) 为对中误差, S_A 、 S_B 分别为测站至目标 A 、 B 的距离, δ_1 、 δ_2 分别为对中误差 e 对观测目标 A 、 B 水平方向值影响。显然

$$\beta = \beta' + (\delta_1 + \delta_2)$$

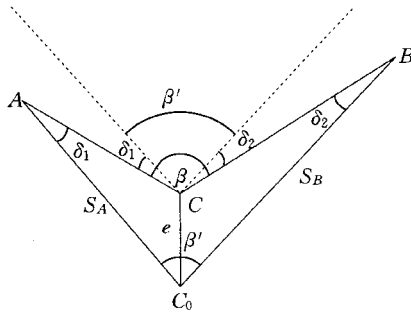


图 4-64

故由对中误差引起的水平角误差为

$$\Delta\beta = \beta - \beta' = \delta_1 + \delta_2 \quad (4-78)$$

若以 δ 代表 δ_1 、 δ_2 , S 代表 S_A 、 S_B , 因 δ 很小, 故

$$\delta = \frac{e}{S} \cdot \rho'' \quad (4-79)$$

由此可知, S 一定时, e 越长, δ 越大; e 相同时, S 越长, δ 越小; e 的长度不变而只是方向改变时, e 与 S 正交的情况 δ 最大, e 与 S 方向一致的情况 δ 为零,故当 $\angle ACC_0 = \angle BCC_0 = 90^\circ$ 时 ($\delta_1 + \delta_2$) 的值最大。所以观测接近 180° 的水平角或边长过短时,应特别注意仪器对中。

例如:解析图根测量中,取 $S_1 = S_2 = 200\text{m}$, $e = 3\text{mm}$ (规范规定对中误差 $\leq 3\text{mm}$),所以

$$\delta_{\text{最大}} = \frac{3 \times 206000''}{200 \times 1000} \approx 3''$$

故

$$\Delta\beta_{\text{最大}} = \delta_1 + \delta_2 \approx 6''$$

此误差相当于 J₆ 级经纬仪的估读误差。若 S 大于 200m 时 , δ 会更小 , $\Delta\beta$ 也更小 ,但对于只有几十米长的短边 , e 与目标方向正交时 ,此误差不可忽视 ,应注意严格对中。

(二)目标偏心误差

目标偏心误差是指照准点上竖立的花杆或旗杆不垂直或没有立在点位中心而使观测方向偏离点位中心的误差。如图 4-65 所示 ,O 为测站点 ,A、B 分别为目标点标志的实际中心 ,A'、B' 为观测时照准的目标中心 , e_1 、 e_2 分别为目标 A、B 的偏心误差 , β 为实际角度 , β' 为观测角度 , S_A 、 S_B 分别为目标 A、B 至测站点的距离 , δ_1 、 δ_2 分别为 A、B 目标偏心对水平观测方向值的影响。若以 δ 代表 δ_1 、 δ_2 ,S 代表 S_A 、 S_B , e 代表 e_1 、 e_2 ,因 δ 很小 ,故有 $\delta = \frac{e}{S} \cdot \rho''$ 。由此可以看出 ,此种误差的影响与对中误差的影响大致相同。目标偏心越大 ,距离越短 ,偏心方向与测站方向的夹角成 90°时 ,对观测方向值的影响越大 ,因此 ,观测边越短 ,越要注意将标杆竖直并立在点位中心 ,标杆要细一些 ,观测时尽量照准目标的最低部位。

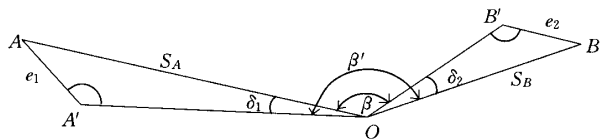


图 4-65

三、照准误差和读数误差

(一)照准误差

照准误差是衡量用望远镜照准目标精度的概念。在角度观测中 ,影响照准精度的因素有望远镜放大倍率、物镜孔径等仪器参数、人眼的判别能力、照准目标的形状、大小、颜色、衬托背景、目标影像的亮度和清晰度以及通视情况等 ,一般认为望远镜放大倍率和人眼的判别能力是影响照准精度的主要因素 ,故通常认为照准误差是 $\frac{60''}{V}$,其中 60'' 为人眼的一般鉴别角 ,V 为望远镜放大倍率。J₆ 级经纬仪通常取 $V = 25$,则其照准误差约为 $\pm 2.4''$ 。经验证明 :目标亮度适宜 ,清晰度好 ,花杆粗细适中 ,双丝照准时 ,照准精度会略高一些。

读数误差是衡量仪器读数精度的概念。读数误差主要取决于仪器读数设备,一般以仪器最小估读数作为读数误差的极限。对于 J_6 级经纬仪,其读数误差的极限为 $6''$ 。如果照明情况不佳或显微目镜调焦不好以及观测者技术不熟练,其读数误差将会超过 $6''$,但一般不会大于 $20''$ 。

四、外界条件的影响

外界条件的影响主要指各种外界条件的变化对角度观测精度的影响。如大风影响仪器稳定;大气透明度差影响照准精度;空气温度变化,特别是太阳直接曝晒,可能使脚架产生扭转,并影响仪器的正常状态;地面辐射热会引起空气剧烈波动,使目标影像变得模糊甚至飘移;视线贴近地面或通过建筑物旁、冒烟的烟囱上方、接近水面的空间等还会产生不规则的折光;地面坚实与否影响仪器的稳定程度等等。这些影响是极其复杂的,要想完全避免是不可能的,但大多数与时间有关。因此,在角度观测时应注意选择有利的观测时间;操作要轻稳;尽量缩短一测回的观测时间;仪器不让太阳直接曝晒;尽可能避开不利条件等,以减少外界条件变化的影响。

第四章 距离测量与直线定向及其在实际操作中的应用

第一节 距离测量概述

距离是指地面上两点之间的直线长度,距离测量是地形测量的主要任务之一。水平面两点之间的距离称为水平距离,简称平距。不同高度上两点之间的距离称为倾斜距离,简称斜距。斜距加上倾斜改正之后,可以化为平距。在地形测量中,由于点与点之间的距离不太长,所以,在测量距离时,一般不考虑地球曲率的影响。

距离单位是用长度单位表示的,我国的长度单位规定采用国际通用的“米”制。最初(1875年)米制公约规定取德兰勃椭圆子午周长的四千万分之一为一米。后来“米”的定义几经变化,由实物(国际米原器)长度变为与基本物理量联系的长度,米的符号为 m。最新定义(1983年)“米”的长度为“光在真空中 $1/299\,792\,458$ 秒时间间隔内运行的长度”。根据米的定义,各国都可以建立自己的长度基准检验设备,各种尺子经过该设备的检定可得到标准尺长,再用此尺测量距离并按标准长度来计算,就可以得到统一而可靠的距离。

距离测量按使用的仪器和工具的不同,主要分为钢尺量距、视距测量和电磁波测距 3 种。钢尺量距是用钢卷尺沿地面直接丈量两地面点间的距离。视距测量是用有视距装置的测量仪器 and 视距标尺,按光学和三角学原理测算出仪器至标尺的距离。电磁波测距是利用仪器测出其发射的电磁波在被测两点的往返传播时间,从而求得两点间的距离。

钢尺量距工具简单、经济实惠,但工作量大,受地形条件限制,适合于平坦地区距离测量。视距测量与钢尺量距比较,工作轻便、灵活,但精度低,适合于 200m 以内近距离测量。电磁波测距,精度高,测程远,适合于高精度远距离测量。

第二节 钢尺量距

在地形测量中,距离的直接丈量,一般是用经过检定的钢尺进行。根据精度要求不同,也可用布卷尺(皮尺)、测绳、基线尺等。

一、钢尺量距的器材

钢尺量距的主要器材有钢尺、测钎、温度计、弹簧秤、小花杆等。

(一) 钢尺

钢尺也称钢卷尺,如图 4-66 所示。图 4-66(a)为绕在尺架上的钢带尺,宽 1~1.5cm,长度有 30m 或 50m 等几种。图 4-66(b)为有皮盒的钢尺,一般较前者稍薄,长度有 20m、30m、50m 等几种。钢尺的分划也有几种,有的以厘米为基本分划,适用于一般量距;有的也以厘米为基本分划,但尺端第一分米内有毫米分划;也有全部以毫米为基本分划。后两种适用于较精密的距离丈量。钢尺的分米和米的分划线上都有数字注记,其零点位置分端点尺(如图 4-67)和刻线尺(如图 4-68)两种。刻线尺可测得较高的丈量精度,端点尺便于从墙根起量距。较精密的钢尺,制造时有规定的温度及拉力,如在尺端刻“30m 20℃,10kg”字样。这是标明检定该钢尺的长度时,温度为 20 摄氏度,拉力为 10 公斤力,在这个条件下其长度为 30m。

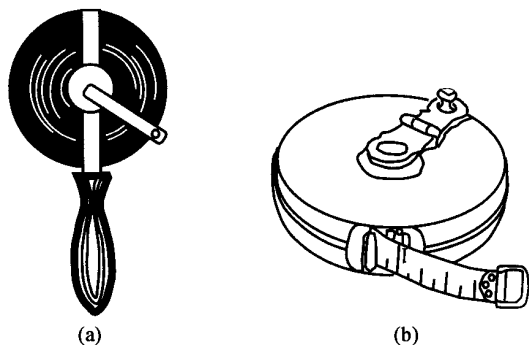


图 4-66

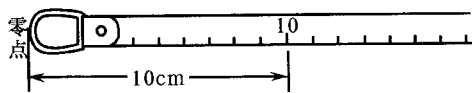


图 4 - 67

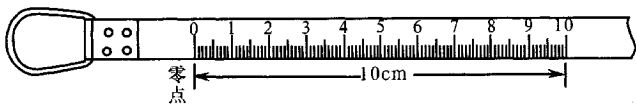


图 4 - 68

(二)测钎

测钎一般用 8 # 铅丝或 $\phi 4$ 钢筋制成 ,长约 30 ~ 40cm ,如图 4 - 69 所示。一端磨尖便于插入土中准确定位 ;另一端卷成圆环 ,便于串在一起携带。测钎既可作为定线的标志 ,又是指示尺段端点位置和查记尺段数的工具。

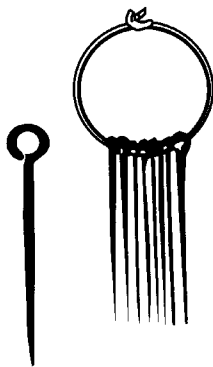


图 4 - 69

(三)温度计

通常为杆状摄氏温度计 ,最小格值为 0.5°C 或者 1°C 。丈量时 ,用来测量钢尺周围的气温 ,以便进行钢尺温度改正。

(四)弹簧秤

因钢尺有一定重量 ,展开时必成悬链线状 ,如果拉力不同 ,则尺长会不一样。用弹簧秤可使钢尺保持在检定时的标准拉力 ,也就保证了尺长的稳定性(量距精度要求不高时可不用)。

(五)小花杆

用钢筋(或木、或竹杆)制成 ,直径 $0.5 \sim 2\text{cm}$,长 1m 多 ,间隔 10cm 涂以红、白相间的油漆。用于目测定线和在倾斜尺段上进行水平丈量时标定尺段点位之用。小花杆一定

要直,否则标定不准。

二、直线定线

若 A 、 B 两点之间距离需丈量若干尺段,为了不使尺段点位偏离测线方向,就需要定线。所谓直线定线,就是将所有尺段点(亦称节点)都标定在 A 、 B 两点连线所决定的垂直面内。定线工作一般用目估或用仪器进行。

(一)经纬仪定线

如图 4-70,在直线的 A 端整置经纬仪(对中、整平),照准 B 点标杆基部或标志中心,固定照准部,松开望远镜制动螺旋,俯仰望远镜,在 AB 方向的照准面内按略小于尺段长的各节点打下木桩,并按经纬仪十字丝中心指挥另一人在木桩顶面划十字,表示节点位置。如果目标远看不清定线,或节点低洼看不见定线,可将经纬仪搬到已定线的节点上设站,并注意对中,然后按前述方法继续定线。

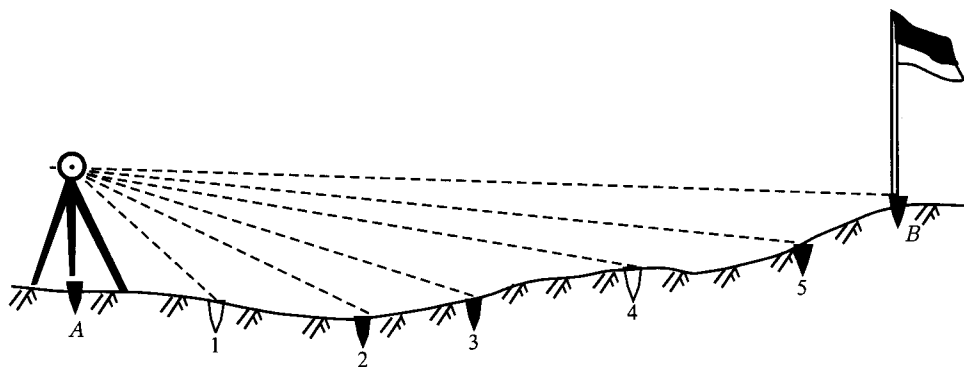


图 4-70

(二)目测定线

若定线精度要求不高,可采用目测定线的方法。如在 A 、 B 两点立小花杆,定线者在 A 点(或 B 点)后面 $1 \sim 2\text{m}$ 处瞄准并指挥另一人在节点旁将小花杆标定在 AB 垂直面内。定线时一般点与点之间距离宜稍短于一整尺长,地面起伏较大时则宜更短。目测定线的偏差一般小于 10cm ,若尺段长为 30m ,由此引起的距离误差小于 0.2mm ,在图根控制测量中是可以忽略的。

另外,两端点不通视,可采用逐渐趋近法定线。如图 4-71, A 、 B 点为山岗所阻,由 $C_i B$ 确定 E_i , $C_i A$ 确定 D_i ,再由 $D_i E_i$ 确定 C_{i+1} ,.....逐渐趋近。一般情况下 C_1 , C_2 ,.....的位置应逐步增高,且能与 A 、 B 两点保持通视,而 D 、 E 间仅能望及标杆上部,因此

在定 C.....等点时更应注意各标杆竖直。

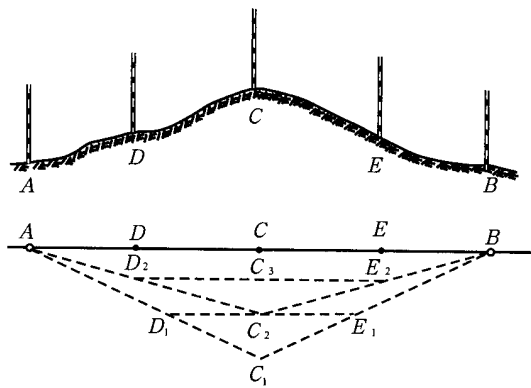


图 4-71

三、量距方法

钢尺量距分直接和间接量距两种。直接量距又分为整尺法和串尺法。

(一) 直接量距

1. 整尺法

该法适用于要求到厘米的一般丈量。整尺法采用目测定线。丈量前先 在直线两端点 A、B 立标杆,如图 4-72 所示。丈量时,后拉尺员持钢尺零点一端,前拉尺员持钢尺末端并持一束测钎沿定线方向丈量,丈量时用适当的拉力(100N 左右)拉紧钢尺,并保持钢尺水平(若地面平坦,可贴在地面丈量)。当后拉尺员将钢尺零点对准起点(或测钎)后,前拉尺员对准钢尺末端插入测钎。量完一整尺,后拉尺员要将插在地上的测钎拔起。因此后拉尺员手中的测钎数就等于量距的整尺段数 n 。最后不足一整尺长的距离称为余长。则 A、B 两点间的水平距离为

$$D_{AB} = n \cdot \text{尺段长} + \text{余长}$$

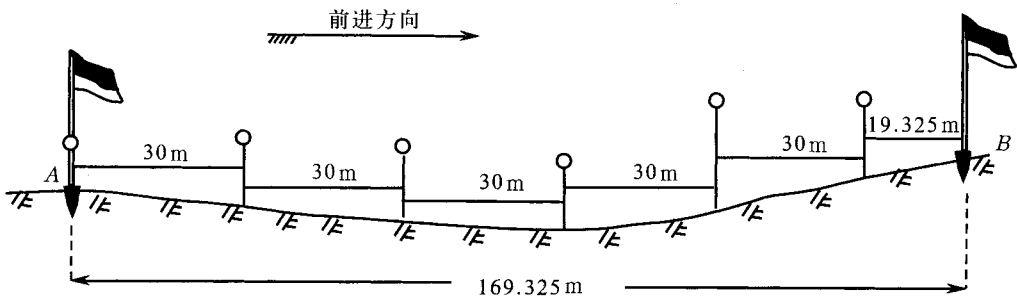


图 4-72

为了防止错误和提高丈量精度,通常要进行往返丈量。往返测丈量的距离之差与距离全长之比称为相对误差。一般用相对误差形式来表示成果的精度。其值不应超过规定限差要求,符合限差规定时取平均作为丈量结果。

例如一条直线往测长 327.47m,返测长 327.35m,则其相对误差为

$$\frac{327.47 - 327.35}{327.35} \approx \frac{1}{2700}$$

相对误差通常化为分子为 1 的分数形式,且分母取 10 的整数倍表示。一般丈量要求相对误差不大于 $1/2000$,所以上面的丈量结果是合格的,其最后成果是 $\frac{1}{2}(327.47 + 327.35) = 327.41\text{m}$ 。若超过限差要求,则应重测一趟,取不超限的两测趟进行计算。

如果地面有倾斜,可将钢尺的一端抬高使尺子水平丈量。一般使尺子零端靠地,这样易于对准端点位置,尺子另一端用垂线紧靠尺的某分划,放开垂球线,使它自由下坠,其尖端在地面上击出一个印子,即为某分划的水平投影位置。

2. 串尺法

该法适用于读数至毫米的精密量距。丈量之前,先用经纬仪定线,在结点打木桩(木桩顶要高出地面 2~3cm),并在木桩顶刻划十字交点作为丈量标志。丈量使用的钢尺应有毫米分划,并应进行钢尺检定,得出尺长方程式。丈量时使用标准拉力(用弹簧秤),如图 4-73 所示,每尺段两端同时读数 3 次,每次读数应串尺 10cm 左右,由 3 次读数计算尺段长。视不同要求而定,一般互差应不超过 2~5mm,取平均值作为尺段最后结果。若超限,须进行 4 次丈量。一般每尺段均应测量温度,并测量相邻桩顶标志之间的高差,用以计算每尺段距离的温度改正和倾斜改正。表 4-22 精密钢尺量距手簿的一种形式。最后计算出各尺段的水平距离和全长的水平距离。返测通常要求重新定线,以保持往返

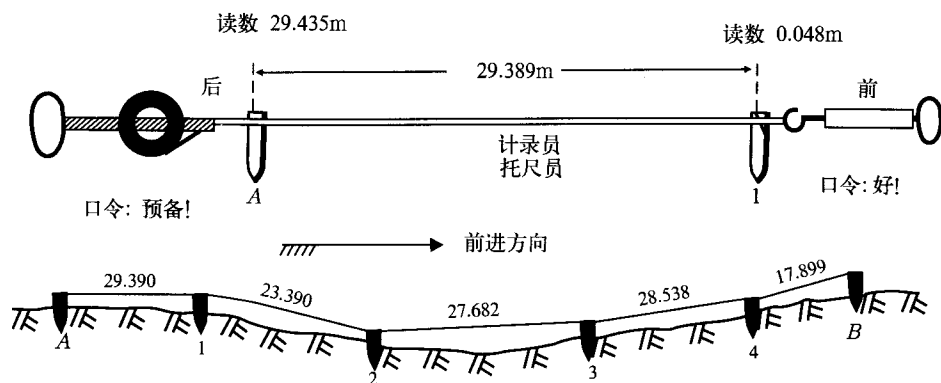


图 4-73

测的独立性。往返测互差及全长相对误差均应符合限差规定要求。串尺法量距精度可达到 1/10000 以上。

表 4－22 钢尺量距手簿

线 段	尺 段 号	读数/m					中数 /m	高差 /m	温度 /℃	备 注
		第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次					
A	A	前	29.435	29.451	29.402		29.390	+ 0.86	10	30/7841 号 钢尺的尺长方程式为： $30 + 0.005 + 1.2 \times 10^{-5} \times 30(t - 20^{\circ}\text{C})$
		后	0.048	0.060	0.010					
	A	前—后	29.387	29.391	29.392					
	1	前	23.403	23.912	23.846		23.390	+ 1.28	11	
		后	0.014	0.520	0.456					
	2	前—后	23.389	23.392	23.390					
	2	前	28.054	27.933	28.214		27.682	− 0.14	11	
		后	0.372	0.253	0.530					
	3	前—后	27.682	27.680	27.684					
	3	前	28.777	28.597	28.874		28.538	− 1.03	12	
		后	0.239	0.057	0.338					
	4	前—后	28.538	28.540	28.536					
	4	前	17.912	18.094	18.342		17.899	− 0.94	13	
		后	0.014	0.194	0.443					
B	B	前—后	17.898	17.900	17.899					以上为往测
B	B	前	25.345	26.035	25.828		25.300	+ 0.86	13	
		后	0.045	0.733	0.530					
	1	前—后	25.300	25.302	25.298					
	1	前	23.929	24.085	24.120		23.922	+ 1.14	13	
		后	0.009	0.163	0.196					
	2	前—后	23.920	23.922	23.924					
	2	前	25.166	25.308	25.835		25.070	+ 0.13	11	
		后	0.098	0.238	0.763					
	3	前—后	25.068	25.070	25.072					
	3	前	28.601	28.589	28.789		28.581	− 1.10	10	
		后	0.018	0.009	0.208					
	4	前—后	28.583	28.580	28.581					
	4	前	24.315	24.085	24.113		24.050	− 1.18	10	
		后	0.265	0.033	0.065					
A	A	前—后	24.050	24.052	24.048					以上为返测

(二) 间接量距

当量距的线路上需要穿过大于尺长的河流等障碍物时,可采用间接量距法(或称双基线法)跨过。如图 4-74 所示,可以在河的岸边量取两条边 S_1 、 S_2 ,计算水平距离,精度同直接丈量。而后用经纬仪测定 α 、 β 、 γ 、 δ 四个水平角(各角均应大于 30°)。从两个三角形中可以分别求出 D'_{AB} 及 D''_{AB} 。

$$\begin{cases} D'_{AB} = \frac{S_1}{\sin \beta} \cdot \sin(\alpha + \beta) \\ D''_{AB} = \frac{S_2}{\sin \gamma} \cdot \sin(\gamma + \delta) \end{cases} \quad (4-80)$$

D'_{AB} 与 D''_{AB} 之差与 D_{AB} 之比值若不超过丈量规定的限差,则取中数作为最后边长。如果超限则应重测。

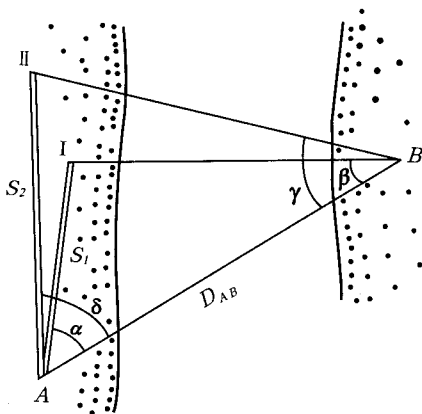


图 4-74

第三节 钢尺检定

一、尺长方程式

尺长方程式就是表示钢尺真长的函数式。钢尺出厂时,须经过检定,合格证上一般注明检定时的标准温度、标准压力、名义尺长及尺长改正数。钢尺使用时,在不同的温度条件下,用不同的拉力,尺长会不同。所以钢尺的名义长度并不是标准长度。若使用钢

尺检定时,的拉力,可避免尺长受不同拉力的影响,但无法保持一定的温度条件。因此采用以温度为变量的函数表示钢尺的实际长度。尺长方程式的一般形式为

$$l_t = l + \Delta l + \alpha \cdot l \cdot (t - t_0) \tag{4-81}$$

式中, l_t 为钢尺在温度 t 时的实际长度; l 为钢尺上所刻注的长度,即名义长度; Δl 为尺长改正数,即钢尺在 t_0 温度时的改正数; α 为钢尺的膨胀系数,即温度每变化 1°C 时,钢尺 1m 长的变化值,一般情况下取 $\alpha = 1.25 \times 10^{-5}$; t 为测量时钢尺温度; t_0 为钢尺检定时的温度,即标准温度。

(4-81)式未顾及拉力变化,因此丈量时的拉力应与检定时拉力相同。

二、钢尺检定方法

每根钢尺都应有自己的尺长方程式,它可以通过钢尺检定求得。但尺长方程式中的尺长改正数,会因自然因素的影响而起变化,故钢尺使用一个时期后必须重新检定,得出新的尺长方程式。

钢尺检定主要有比长检定法和基线检定法。若有标准尺(即尺长方程式已知),用比长检定法很容易检定出作业尺的尺长方程式;若没有标准尺,可用基线检定法检定出作业尺的尺长方程式。

(一)比长检定法

用一根已有尺长方程式的钢尺作为标准尺,使作业尺与其相比较称为比长检定法。两根钢尺的膨胀系数被认为是相同的。检定时,标准钢尺和被检定钢尺并排放置在平坦的地面上,在两尺零分划端各接弹簧秤一支,使两尺末端分划线对齐并在一起,由一人拉着两尺,一人辅助保持对齐状态,喊“预备”。听到口令,零分划端两人各拉一弹簧秤,使尺达到标准拉力时叫“好”,此时在零分划端的观测员将两尺半重叠,读出两尺零分划线之间的差值 δl ($\delta l = l_{\text{作}} - l_{\text{标}}$),估读至 0.5mm ,如此共比较 3 次,若互不超过 2mm ,取中数作为最后结果。由于拉力用的是标准拉力,温度相同,若钢尺膨胀系数也相同,两尺长度之差值就是两尺尺长方程式的差值。这样就能根据标准钢尺的尺长方程式计算出被检定钢尺的尺长方程式。

设标准尺尺长方程式为 $l_{\text{标}}$,被检定的作业尺尺长方程式为 $l_{\text{作}}$,则

$$l_{\text{作}} = l_{\text{标}} + \delta l$$

式中,当作业尺比标准尺长时, δl 为正值。

例:设作为标准尺的 I 号钢尺尺长方程式为

$$l_{\text{I}} = 30\text{m} + 0.004\text{m} + 1.25 \times 10^{-5} \times 30(t - 20^\circ\text{C})\text{m}$$

被检定的是Ⅱ号钢尺,其名义长度也是30m。用比长检定法检定时,当两尺末端比齐时,Ⅱ号钢尺的零分划对准Ⅰ号钢尺的0.007m处,求Ⅱ号钢尺的尺长方程式。

根据比较的结果知 $\delta l = -0.007\text{m}$

故 $l_{\text{IⅡ}} = l_{\text{IⅠ}} - 0.007\text{m}$

$$= 30\text{m} + 4.0.004\text{m} + 1.25 \times 10^{-5} \times 30(t - 20^\circ\text{C})\text{m} - 0.007\text{m}$$

即 $l_{\text{IⅡ}} = 30\text{m} - 0.003\text{m} + 1.25 \times 10^{-5} \times 30(t - 20^\circ\text{C})\text{m}$

(二)基线检定法

在经过整平后的水泥地面上,埋设A、B两个固定标志,用高精度的尺子测量两标志间的精确长度作为基线标准长度。在A、B两端点标志之间的每尺段处,埋设有金属板(称之为比尺场)。被检定钢尺在尺场丈量时,可以用铅笔按尺上端点分划在金属板上划线。钢尺检定时,用弹簧秤施加标准拉力,用划线法在比尺场上逐尺段丈量划线,最后一尺段读取余长。一次往返丈量称为一测回,共丈量三测回。每一测回用温度计量取一次地面温度。经过各项改正之后,即可获得作业尺的尺长方程式。检定钢尺丈量的相对误差不应大于1/20000。

例如:某基线AB的标准长度 $D_{\text{标}} = 300.124\text{m}$,用30m的作业钢尺丈量,结果为 $D_{\text{作}} = 300.047\text{m}$,丈量时的平均温度为 15°C ,求作业尺尺长方程式。

设被检定钢尺在丈量时的长度为 $(30 + \Delta l)\text{m}$,这是 $t = 15^\circ\text{C}$ 时的长度,而每米的长度为

$$\frac{30 + \Delta l}{30} = 1 + \frac{\Delta l}{30}$$

量得的长度与实际长度相比较,为

$$300.124 = 300.047 \left(1 + \frac{\Delta l}{30} \right)$$

解得 $\Delta l = 0.008\text{m}$

故作业尺在 15°C 时的长度为 $l_{\text{I作}} = 30\text{m} + 0.008\text{m}$ 。

已知钢尺膨胀系数为 $\alpha = 1.25 \times 10^{-5}$,因此尺长方程式为

$$l_{\text{I作}} = 30\text{m} + 0.008\text{m} + 30 \times 1.25 \times 10^{-5}(t - 15^\circ\text{C})\text{m}$$

若要将检定时的温度改为标准温度(20°C),首先计算出该钢尺 20°C 的长度

$$\begin{aligned} l_{\text{I作}} &= 30\text{m} + 0.008\text{m} + 30 \times 1.25 \times 10^{-5}(20 - 15^\circ\text{C})\text{m} \\ &= 30\text{m} + 0.008\text{m} + 0.003\text{m} = 30\text{m} + 0.011\text{m} \end{aligned}$$

故作业尺在标准温度($t_0 = 20^\circ\text{C}$)下的尺长方程式为

$$l_{\text{I作}} = 30\text{m} + 0.011\text{m} + 30 \times 1.25 \times 10^{-5}(t - 20^\circ\text{C})\text{m}$$

这里有一点须指出,不论是建立基准线或用被检定钢尺丈量这段长度,30米钢尺使用的拉力都应是规定的拉力,即一般为100N左右。

第四节 钢尺量距成果的计算

野外钢尺量距完成后,为保证成果质量,首先应认真检查量距记录是否符合各项限差要求,计算有无错误,记录有无涂改,注记是否齐全等。在确认原始记录合格之后,方可进行计算。

我们需要的距离是地面两点之间的水平距离,但由于尺长本身有误差,温度也不一定是标准温度,尺段或丈量的两点距离也不一定是水平的,因此,测量的结果必须进行尺长改正、温度改正和倾斜改正才能化算为准确的水平距离。

一、尺长改正

每根钢尺在作业前都经过检定求得其尺长方程式。因此,每根尺的尺长改正数 Δl 是已知的。如果丈量的距离为 D' ,则该段距离的尺长改正数 ΔD_l 应为

$$\Delta D_l = \frac{\Delta l}{l_{\text{名}}} \times D' \quad (4-82)$$

二、温度改正

尺长方程式的尺长改正数是在标准温度情况下的数值,丈量时并非标准温度,因此作业时的温度与标准温度的差值对尺长的影响数值就是温度改正数。设 t 为丈量时的平均温度,丈量全长 D' 的温度改正数 ΔD_t 应为

$$\Delta D_t = D' \times 1.25 \times 10^{-5} (t - 20^{\circ}\text{C}) \quad (4-83)$$

三、倾斜改正

用串尺法量距,尺段两端点通常不在一个水平面上;在等倾斜地表面量距,测量的是斜距。因此,要将观测的斜距化算为平距,须进行倾斜改正 ΔD_h 。

如图4-76所示, S 为基本距离, h 为两端点的高差,则倾斜改正应为

$$\Delta D_h = S - D = (D^2 - h^2)^{\frac{1}{2}} - D$$

$$= D \left[\left(1 - \frac{h^2}{D^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

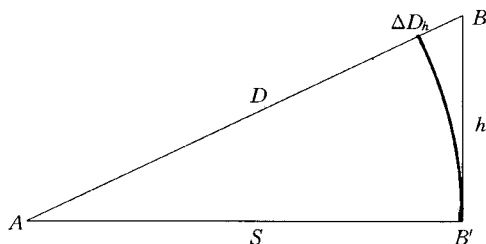


图 4-75

将 $\left(1 - \frac{h^2}{D^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ 展开成级数, 则可写成

$$\begin{aligned} \Delta D_h &= D \left[\left(1 - \frac{h^2}{D^2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{h^4}{D^4} - \dots \right) - 1 \right] \\ &= -\frac{h^2}{2D} - \frac{1}{8} \cdot \frac{h^4}{D^3} - \dots \end{aligned}$$

一般 h 与 D 相比总是很小, 式中二次项以上的各项可略去不计, 故倾斜距离改正数为

$$\Delta D_h = -\frac{h^2}{2D} \quad (4-84)$$

可见倾斜改正数恒为负值(若为串尺法测量, 每尺段的倾斜改正数累加起来就是全长倾斜改正数)。

测得地面两点的距离 D' 加上上述三项改正数, 就可求得两点之间的水平距离 S

$$S = D' + \Delta D_1 + \Delta D_t + \Delta D_h \quad (4-85)$$

四、算例

1. 用 No.6 钢尺采用整尺法往返丈量 AB 边长, 结果为 $D_{\text{往}} = 169.32\text{m}$, $D_{\text{返}} = 169.36\text{m}$, 丈量时的平均温度分别为 $t_{\text{往}} = 15^\circ\text{C}$, $t_{\text{返}} = 10^\circ\text{C}$, 已知 No.6 的尺长方程式为

$$l_{16} = 30\text{m} + 0.005\text{m} + 30 \times 1.25 \times 10^{-5} (t - 20^\circ\text{C})\text{m}$$

求 AB 的水平距离及相对误差。

整尺法丈量得到的是水平距离观测值, 不需倾斜改正, 仅需要进行尺长和温度改正。计算见表 4-23。

2. 某地 A 、 B 点间距离用串尺法丈量, 使用钢尺的尺长方程式为

$$l_t = 30\text{m} + 0.005\text{m} + 30 \times 1.20 \times 10^{-5} (t - 20^\circ\text{C})\text{m}$$

丈量结果见表 4-24 求 A、B 的水平距离及其相对精度。

串尺法观测值一般是斜距 需进行三次改正 具体计算见表 4-24。

表 4-23 钢尺量距计算表(整尺法)

边长	方向	距离 D' /m	温度 t /℃	ΔD_t /cm	ΔD_l /cm	水平距离 /m	往返测距离中数 /m	相对精度 AB
A B	往测	169.32	15	- 1.1	+ 2.8	169.34	169.35	$\frac{1}{4230}$
	返测	169.36	10	- 2.1	+ 2.8	169.37		

表 4-24 钢尺量距计算表(串尺法)

线 段	尺段	距离 D /m	温度 /℃	尺长改正 ΔD_t /mm	温度改正 ΔD_l /mm	高差 h /mm	倾斜改正 ΔD_h /mm	水平距离 S /m	
A	A ~ 1	29.390	10	+ 4.9	- 3.5	+ 860	-12.6	29.379	①丈量数据转录自表 4-22 ②尺长方程式为 $30 + 0.005 + 1.2 \times 10^{-5} \times 30(t - 20^{\circ}\text{C})$
	1 ~ 2	23.390	11	+ 3.9	- 2.5	+ 1280	- 35.0	23.356	
	2 ~ 3	27.682	11	+ 4.6	- 3.0	- 140	- 0.4	27.683	
	3 ~ 4	28.538	12	+ 4.8	- 2.7	- 1030	- 18.6	28.522	
	4 ~ B	17.899	13	+ 3.0	- 1.5	- 940	- 24.7	17.876	
B							\sum	126.816	③以上为往测
B	B ~ 1	25.300	13	+ 4.2	- 2.1	+ 860	- 14.6	25.288	
	1 ~ 2	23.922	13	+ 4.0	- 2.0	+ 1140	- 27.2	23.897	
	2 ~ 3	25.070	11	+ 4.2	- 2.7	+ 130	- 0.3	25.071	
	3 ~ 4	28.581	10	+ 4.8	- 3.4	- 1100	- 21.2	28.561	
	4 ~ A	24.050	10	+ 4.0	- 2.9	- 1180	- 28.9	24.022	
A							\sum	126.839	④以上为返测
									相对精度 $\frac{126.839 - 126.816}{126} \approx \frac{1}{5470}$ 平均值 $S_{AB} = \frac{126.816 + 126.839}{2}$ $= 126.828\text{m}$

第五节 普通视距测量

用有视距装置的仪器和标尺,按光学和三角学的原理,测定测站到目标点的距离的方法,称为视距测量。视距测量得的是水平距离。如果视线是倾斜的,为求得水平距离,还应测竖角。有了竖角,也可以求得测站至目标的高差。所以说视距测量也是一种能同时测得两点之间的距离和高差的测量方法。

视距测量按精度不同可分为精密视距测量和普通视距测量;按装置不同,可分为定角视距、定长视距和自动归算视距。在当前电磁波测距仪逐渐普及的情况下,主要使用普通视距(定角)测量。普通视距测量与钢尺量距比较,具有速度快、劳动强度小、受地形条件限制少等优点。但测距精度较低,相对精度约为 $1/300$,然而在地形测图中有广泛应用。

一、视准轴水平时普通视距测量的基本原理和基本公式

1. 水平视距原理及水平视距计算公式

如图 4-76,普通测量仪器的望远镜内,在十字丝板上都有三根水平丝 m 、 q 、 g ,称为上、中、下丝, m 、 q 和 q 、 g 称为半视距丝。图中为外对光望远镜的简单情况,设照准轴是水平的,仪器中心 O 与测站 A 的铅垂线一致。在目标点 B 处立标尺,则 OQ 垂直于标尺面。若以视距丝 m 、 g 为发光点,根据光学原理, m 、 g 发出平行于照准轴 qq' 的光线经过物镜折射后,必然通过物镜的前焦点 F ,切于标尺上 M 、 G 两点,设 MG 之间的分划间隔为 l ,视距丝 mg 的间隔为 p ,物镜中心 q' 至仪器中心 O 的距离为 δ , f 为物镜焦距,仪器中心到标尺的距离为 S ,则由 $\triangle Fm'g'$ 和 $\triangle FMG$ 可得

$$\frac{FQ}{Fq'} = \frac{MG}{m'g'}$$

$$\text{即} \quad \frac{S - (\delta + f)}{f} = \frac{l}{p}$$

$$\text{那么} \quad S = \frac{f}{p}l + (\delta + f) \quad (4-86)$$

$$\text{令} \quad \frac{f}{p} = k, \quad \delta + f = C$$

$$\text{则} \quad S = kl + C \quad (4-87)$$

式中 k 称为视距乘常数 ; C 称为视距加常数。

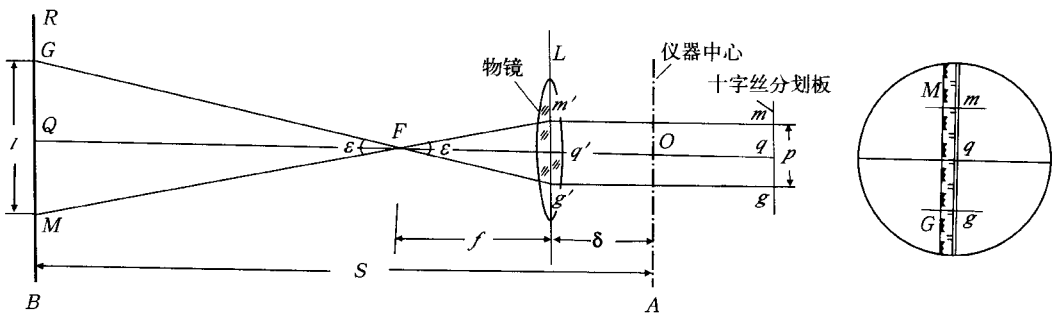


图 4-76

为了计算方便 ,仪器设计时 ,使 $k = 100$,即 $p = \frac{f}{100}$,则角度 $\epsilon = \frac{p}{f} \cdot \rho' = 100 = \frac{3438'}{100} = 34.38' = 34'23''$, ϵ 为一定角 ,所以普通视距测量又称定角视距测量。对于内对光望远镜 ,加常数 C 大都接近于零 ,故内对光望远镜水平视距的平距计算公式为

$$S = k \cdot l \tag{4-88}$$

2. 水平视距求高差的计算公式

如图 4-77 可以看出

$$h = i - t \tag{4-89}$$

式中 h 为 AB 两点标志之间的高差 ; i 为仪器中心到标志的高度(称仪器高) ; t 为中丝的标尺读数(称觇标高)。

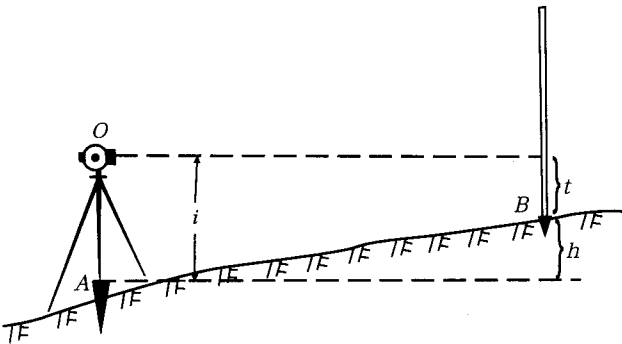


图 4-77

二、视准轴倾斜时普通视距测量的基本原理及基本公式

1. 倾斜视距原理及倾斜视距的平距计算公式

水平视距仅适用于平坦地区。在丘陵及山区视准轴往往是倾斜的,因此,水平视距方法不能适用。由于目前使用的望远镜绝大多数是内对光望远镜,故以下以内对光望远镜讨论视距计算公式。如图 4-78,首先求出斜距的计算公式,然后将斜距的计算公式改化为平距的计算公式。

(1) 斜距的计算公式

如图 4-78 所示,在 A 点设站,在 B 点立标尺,倾斜的照准轴为 OQ ,上、下丝在标尺上截取的视距间隔 $MN = l$ 。设垂直于照准轴的标尺为 $M'N'$,其视距间隔为 $M'N' = l'$,按前述视准轴与标尺垂直时计算距离的公式,可求得斜距 D ,即

$$D = kl'$$

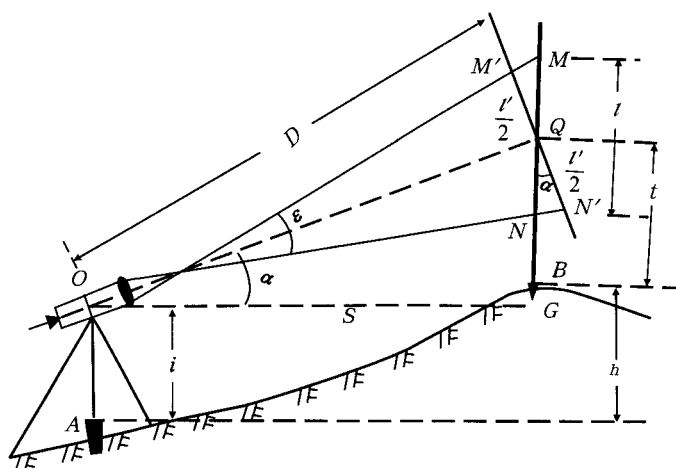


图 4-78

由于 $\frac{\epsilon}{2} = 17'$ 属较小角,所以 $\angle MM'Q$ 和 $\angle NN'O$ 可看作近似于 90° 角。若视准轴的倾斜角为 α ,则 $\angle NQN' = \angle MQM = \alpha$ 。

由此得

$$M'Q = \frac{l'}{2} = MQ \cos \alpha = \frac{l}{2} \cos \alpha$$

$$M'N' = 2M'Q = l \cdot \cos \alpha$$

即

$$l' = l \cdot \cos \alpha$$

所以斜距的计算公式为

$$D = kl' = kl \cdot \cos \alpha \quad (4-90)$$

(2) 由斜距求平距的计算公式

由直角三角形 $\triangle QOG$ 得

故

$$\begin{aligned} S &= D \cdot \cos \alpha \\ S &= kl \cdot \cos^2 \alpha \end{aligned} \quad (4-91)$$

2. 倾斜视丝求高差的计算公式

由图 4-78 可以看出

$$h + t = D \tan \alpha + i$$

式中 i 为仪器高 ; t 为中丝在标尺上的读数 ,即觇标高。

则

$$h = D \tan \alpha + i - t \quad (4-92)$$

或

$$h = \frac{1}{2} kl \cdot \sin 2\alpha + i - t \quad (4-93)$$

三、普通视距标尺

视距标尺与前述木质水准标尺基本相同。另有折尺 ,拿着比较方便。折尺多为 4m ,可以扳直固定 ,能测较远的距离。亦有用较轻的玻璃钢制成的标尺。刻划根据需要其宽度也比较灵活 ,有 1cm、2cm、5cm 的格值 ,一般大比例尺测图多采用 1cm 格值的视距标尺。1:10 000 比例尺测图时 ,视距尺分划值为 2cm 较适宜。进行高程导线测量时 ,以采用带有水准器的水准标尺为好。

四、视距测量注意事项

- 1. 因为视距测量主要按视距丝来读取标尺分划数 ,而视距会遮盖一定宽度 ,估读难以准确。因此 ,可都依视距丝的上边缘(或下边缘)读数 ,以减少读数误差。
- 2. 当倾斜视距的竖角超过 8° 时 ,应特别注意立直标尺 ,否则将产生较大的视距误差。为此 ,标尺上最好安有圆水准器 ,以保证标尺竖立。
- 3. 视线应距地面有一定高差 ,减少地面辐射热对读数的影响。
- 4. 视距乘常数 k 值对视距结果有系统的影响 ,测量前必须准确测定 k 值 ,必要时对距离进行改正。

第六节 视距常数的测定

视距常数是视距乘常数和视距加常数的总称。在仪器出厂时一般均经过鉴定 ,结果都注记在说明书上。通常 $k = 100$, $C = 0$ (内对光望远镜) 。但由于仪器经过较长期使用

和运输,视距常数也会发生变化,所以测量前仍须进行测定,其测定方法如下。

一、加常数 C 值的测定

外对光望远镜须测定 C 值。因为 $C = \delta + f$ (δ 为仪器中心到物镜中心的距离, f 为物镜焦距),所以,测定时可将望远镜照准远方目标,旋转对光螺旋使影像清晰,同时消除视差,这样像距等于物镜焦距,可以用小卷尺量取物镜中心到十字丝环中心的距离即得 f 值,再量取仪器中心到物镜中心的距离即得 δ 值,两者相加即得 C 值。

如国产 101 平板仪量得 $\delta = 0.19\text{m}$, $f = 0.38\text{m}$

则 $C = \delta + f = 0.19 + 0.38 = 0.57\text{m}$

二、乘常数 k 值的测定

如图 4-79 所示,在平坦地区选择 200m 的一段直线距离,在一端 A 点打木桩,从 A 点起,量出加常数 C 的长度钉木桩 B ,并在桩顶刻线(如望远镜为内对光式, $C = 0$,则不必定 B 点),再自 B 点起按 25、50、100、200m 的距离,用钢卷尺精确量定出 B_1, B_2, \dots, B_5 各点,并打木桩刻线,将仪器安置于 A 点,依次在 B_1, B_2, \dots, B_5 各点竖立标尺,使望远镜处于水平位置对准各点标尺读取盘左、盘右视距间隔读数,并取平均值分别为 l_1, l_2, \dots, l_5 ,则由视距原理得

$$\begin{cases} 25 + C = k_1 l_1 + C \\ 50 + C = k_2 l_2 + C \\ \dots\dots\dots \\ 200 + C = k_5 l_5 + C \end{cases} \quad (4-94)$$

所以 $k_1 = \frac{25}{l_1}, k_2 = \frac{50}{l_2}, k_3 = \frac{100}{l_3}, k_4 = \frac{150}{l_4}, k_5 = \frac{200}{l_5}$ 。

将求得的 k_i 值相加取平均值,即为测定的最后结果

$$k = \frac{k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5}{5} \quad (4-95)$$

为了测量准确,通常要进行往、返测。返测时,应仍在 A 点,但要变动仪器高度,并从 200m 处的 B_5 点开始立尺,而后按 B_4, B_3, B_2, B_1 的顺序进行。视距乘常数的测定实例见表 4-25。

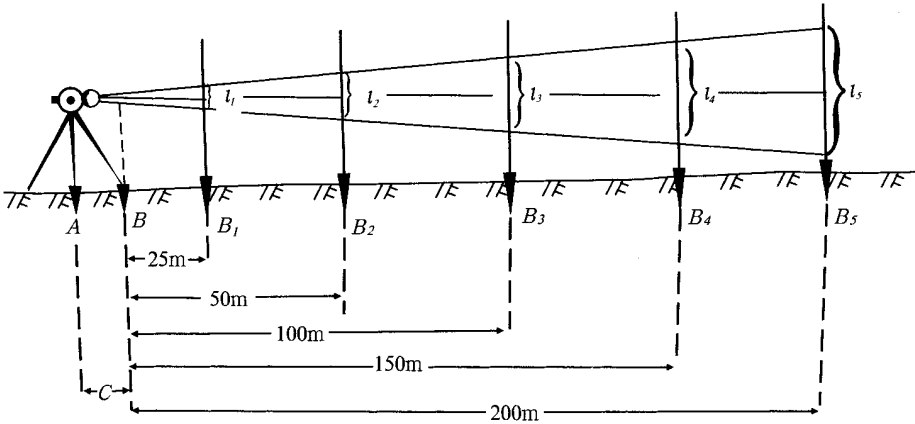


图 4 - 79

表 4 - 25 视距乘常数测定

测定日期 :1995 年 5 月 20 日
天 气 晴
仪 器 J₆78 520 C = 0

观测者 汪 实
记录者 任 泉
计算者 任 泉

距离 S_i m	视 距 丝	标尺读数				视距间 隔中数 l_i	$k_i = \frac{S_i}{l_i}$	平均值 k
		往 测		返 测				
		盘左	盘右	盘左	盘右			
25	下丝	1.575	1.576	1.602	1.601			
	上丝	1.325	1.326	1.351	1.351			
	下一上	0.250	0.250	0.251	0.250	0.2502	99.92	
50	下丝	1.702	1.700	1.730	1.731			
	上丝	1.200	1.200	1.229	1.230			
	下一上	0.502	0.500	0.501	0.501	0.5010	99.80	
100	下丝	1.950	1.981	1.980	1.981			
	上丝	0.950	0.979	0.979	0.980			
	下一上	1.000	1.002	1.001	1.001	1.0010	99.90	99.88
150	下丝	2.201	2.202	2.229	2.229			
	上丝	0.700	0.700	0.728	0.728			
	下一上	1.501	1.502	1.501	1.501	1.5012	99.92	
200	下丝	2.450	2.453	2.483	2.483			
	上丝	0.450	0.450	0.479	0.479			
	下一上	2.000	2.003	2.004	2.004	2.0028	99.86	

如果测定的视距乘常数是 $k \neq 100$,在 1:5000 比例尺的测图中 ,其差值超过 ± 0.15 ,

在 1:2000 和 1:1000 比例尺测图中其差值超过 ± 0.10 , 则须在距离计算中加入乘常数改正值。如上例测定 k 值为 99.88, 若视距间隔为 150cm, 则距离改正数为

$$V = (k - 100)l = (99.88 - 100) \times 150 = -0.12 \times 1.50 = -0.18\text{m}$$

故正确的距离 $S = 150 - 0.18 = 149.82\text{m}$

若测定的 k 值与 100 相差太大, 可送厂修理。

第七节 电磁波测距

距离测量用钢尺直接丈量, 虽然精度有保证, 但工效低, 劳动强度大, 且受地形条件限制, 有时甚至无法丈量。采用视距法虽然测量简便, 受地形限制少, 但测程较短, 精度较低, 因而促使人们寻找比较理想的测距方法。随着光电技术的发展, 使得采用电磁波测距成为现实, 这就大大改善了作业条件, 扩大了测程, 提高了测距精度和工作效率, 从而使距离测量发生了革命性的变化。

一、电磁波测距的基本原理

设欲测定 A 、 B 两点之距离, 如果从 A 点发射电磁波(包括无线电波和光波)到 B 点, 再被反射回到 A 点, 在同一段距离上经过两次, 如图 4-80 所示, 如果知道电磁波的传播速度 c (电磁波在真空中传播速度为 299792458m/s), 只要测出电磁波在 AB 间往返传播的时间 t_{2D} , 就可以按下式计算出两点间的距离 D 。

$$D = \frac{1}{2} c \cdot t_{2D} \quad (4-96)$$

式中, 电磁波测距在测线上的往返传播时间 t_{2D} , 可直接测定, 也可以间接测定。

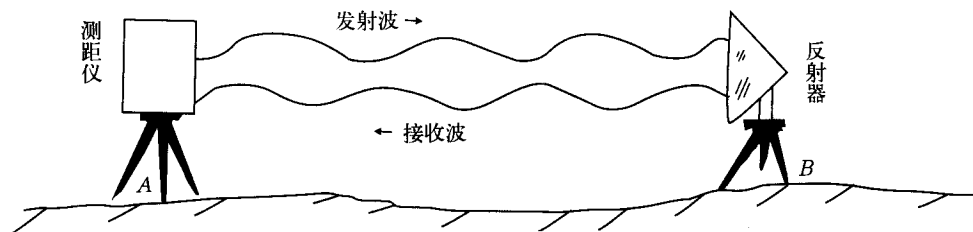


图 4-80

直接测量电磁波传播时间是用一种脉冲波,它是由仪器的发送设备发射出去,被目标反射回来,再由仪器的接收器接收,最后由仪器的显示系统显示出脉冲传播时间 t_{2D} 或直接显示出测线的斜距,这种测距仪器称为脉冲式测距仪。由于脉冲宽度和计数器时间分辨能力的限制,其测距精度一般为 $1 \sim 5\text{m}$,但这类仪器(激光地形测量仪、人卫激光测距仪和地月激光测距仪)可以达到较远的测程。另外这类仪器一般可以不用合作目标(如反射镜),直接利用被测目标对光脉冲产生的漫反射进行测距,作业效率高,适用于军事测量和无人跑尺地形测量。

为了提高测距精度,人们采用间接测定 t_{2D} 。该法是由仪器发射出去一种连续调制波,被反射回来后进入仪器的接收器,通过发射信号与返回信号的相位比较,即可测定调制波往返于测线的滞后相位差(小于 2π 的尾数)。用几个不同调制波测相结果,便可间接推算出传播时间 t_{2D} 并计算(显示)出测线的倾斜距离。这种测距仪器称为相位式测距仪。这类仪器的测距精度可提高到 1cm 左右(甚至更高),可满足精密测距的要求,在测量中有广泛地应用。

二、电磁波测距仪的分类

电磁波测距仪种类很多,也有不同分类方法。

按测距原理分,有脉冲式测距仪、相位式测距仪、脉冲-相位式测距仪。

按载波不同,可区分为:微波测距仪、激光测距仪、红外测距仪等。

按结构不同,可区分为:分离式(单测距式)、组合式(测距仪与经纬仪组合)测距仪。

按测程分,有短程测距仪 3km 以内、中程测距仪 $3 \sim 15\text{km}$ 、远程测距仪 15km 以上。

按精度分,有 I 级: $m_D \leq 5\text{mm}$ 、II 级: $5\text{mm} < m_D \leq 10\text{mm}$ 、III 级: $10\text{mm} < m_D \leq 20\text{mm}$ 测距仪之分。

m_D 为 1km 测距中误差,测距仪出厂标称精度一般表示为 $a + b \times 10^{-6} \times D$,其 a 为固定误差,以 mm 为单位, b 为与测程 D (以 km 为单位)成正比的误差, $m_D = a + b(D = 1\text{km})$ 。

在地形控制测量范围内,主要使用短程红外线测距仪,它也是相位式测距仪,下面着重介绍红外线测距仪。

三、相位式测距工作原理

相位式光电测距是通过测量调制光在测线上往返传播所产生的相位移,测定调制波长的相对值来求出距离 D 。仪器的工作原理可用图 4-81 来说明。

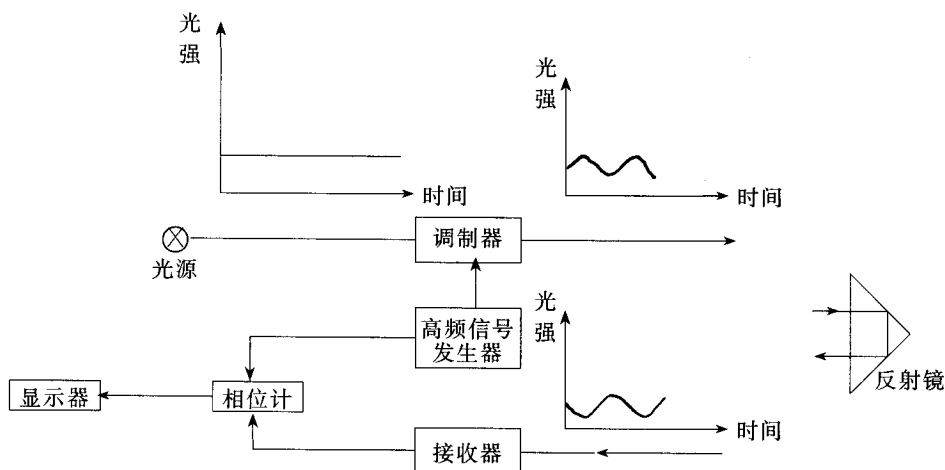


图 4-81

由光源灯光发出的光通过调制器后，成为光强随高频信号变化的调制光射向测线另一端的反射镜。经反射镜反射后被接收器所接收，然后由相位计将发射信号（又称参考信号）与接收信号（又称测距信号）进行相位比较，并由显示器显示出调制光在被测距离上往返传播所引起的相位差 φ ，这就是大概的工作过程。如果将调制波的行程和返程摊平，则有如图 4-82 所示的波形。

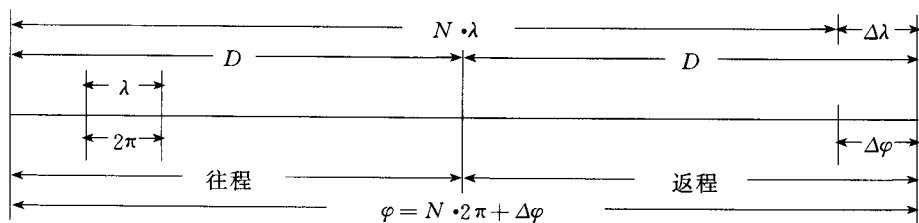


图 4-82

由图 4-82 可见，调制光全程的相位变化值为

$$\varphi = N \cdot 2\pi + \Delta\varphi = 2\pi \left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \quad (4-97)$$

对应的距离值为

$$D = \frac{1}{2} (N\lambda + \Delta\lambda) = \frac{\lambda}{2} \left(N + \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \right) = \frac{\lambda}{2} \left(N + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) = \frac{\lambda}{2} (N + \Delta N) \quad (4-98)$$

式中， N 为相位差的整周期数或调制光整波长的个数，其值可以为零或正整数； λ 为调制光的波长； $\Delta\lambda$ 为不足一个波长的调制光的长度； $\Delta\varphi$ 为不足一个整周期的相位差尾数；

ΔN 为不足调制光整周数的小数。

此式为相位式光电测距仪的基本测距公式。式中的 $\frac{\lambda}{2}$ 可以被看作一根“光尺”的长度。光电测距仪就是用这根“光尺”去量测距离。括号中的 N 表示“光尺”的整尺段数， $\Delta\lambda$ 为不足一个“光尺”长的余长值。实际上，相位式光电测距仪中的相位计也只能测定全程相位移尾数 $\Delta\lambda$ ，而无法测定整周期数 N ，因此(4-98)式有多值解。如 $\frac{\lambda}{2} = 10\text{m}$ ， $\Delta N = 0.325$ 周，则 $\frac{\lambda}{2} \Delta N = 3.25\text{m}$ ，由于 N 不知道，所以距离可能是 13.25m、23.25m、1023.25m 等。

如果(4-98)式中 $N = 0$ ，则可求得惟一确定解，即

$$D = \frac{\Delta\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2} \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\lambda}{2} \Delta N \tag{4-99}$$

顾及 $\lambda = \frac{c}{f}$ ，并令 $u = \frac{c}{2f}$

则(4-99)式亦可写为

$$D = u \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \tag{4-100}$$

上式中 u 常称为测尺长度。

可见，要 $N = 0$ ，则必须选用较长的测尺长度，即较低的调制频率。但由于仪器的测相系统存在测相误差（一般达 10^{-3} ），它对测距精度的影响将随测尺长度的增长而增长，如表4-26所示。因此，为了解决扩大测程与提高精度的矛盾，可以用一组测尺配合测距，以短测尺（又称精测尺）保证精度，用长测尺（又称粗测尺）保证测程，解决“多值解”的问题。这就如同钟表上用时、分、秒针互相配合来确定12小时内的准确时间一样。

表 4-26

测尺频率	15MHz	1.5MHz	150kHz	15kHz	1.5kHz
测尺长度	10m	100m	1km	10km	100km
测距精度	1cm	10cm	1m	10m	100m

设某仪器中采用了两把测尺配合测距，其中 $u_1 = 10\text{m}$ 、 $u_2 = 1\text{km}$ （ $f_1 = 15\text{MHz}$ 、 $f_2 = 150\text{kHz}$ ）。若取用 u_2 粗测尺在 1km 长度范围内 $N = 0$ ，因此，由 u_2 可以准确测得“百米”和“十米”的数值，至于第三位“米”的值，因存在测相误差而为近似值。再取用 u_1 精测尺，在 N_1 未知的情况下，可以准确知道 10m 以下的余长，即“米”和“分米”的数值。同样，因测相误差的存在，第三位“厘米”的值为近似值。对同一距离，将 u_1 和 u_2 所测的值

联合起来便可得到在一公里以内的距离 ,其准确度可达厘米。

例如 ,由 u_1 测得 $\Delta N_1 = 0.698$,即以 10m 为单位的 0.698 ,实际为 6.98m ,由 μ_2 测得 $\Delta N_2 = 0.387$,即以 1000m 为单位的 0.387 ,实际为 387m。另由目估可知所测距离 D 在 1 ~ 2kin 之间 ,则 D 由下式求得

由 u_1 得	6.98m
由 u_2 得	387m
由距离概值	1km

所测距离 $D = 1386.98\text{m}$

四、红外测距仪的使用

红外测距仪是砷化镓发光二极管发出的红外光为载波的一种短程测距仪(测程在数公里以内) ,它具有体积小、重量轻、速度快、功耗小和效率高等优点 ,广泛用于测量的各个领域。红外测距仪品种很多 ,功能各异 ,有的测距仪仅能测斜距 ,有的具有自动改正功能 ,即能进行仪器常数改正和气象改正 ,有的能与电子经纬仪配合测定平距、高差、坐标差等 ,有的能自动输出观测结果。但测距原理基本相同 ,几乎都采用自动数字测相法。红外测距操作比较简单 ,只需按一个或几个键就能得到数据。距离测量方式有 3 种 :普通测量、重复测量、跟踪测量。测距时都要与反射器配合。下面以 REDmin(如图 4 - 83 防示)测距仪为例介绍测距仪具体操作。

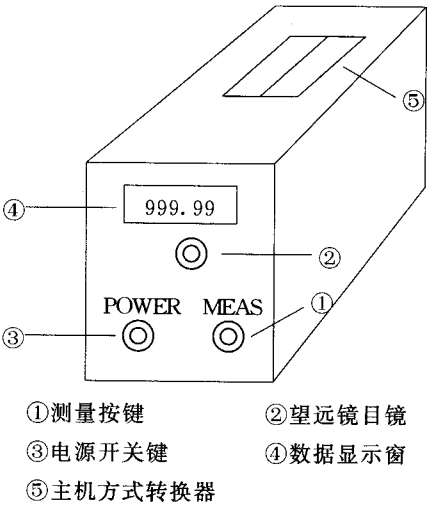


图 4 - 83

1. 按下 POWER(电源)键

当按下 POWER 键后 ,自动光量调节装置根据反射光的强弱自动进行光量调节。使仪器能在适当的光量下进行测量。

2. 精确照准目标

光轴与照准望远镜的照准轴相一致 ,只要用望远镜照准反射棱镜的中心 ,就能得到最大回光量 ,使仪器在最优状态下能迅速地进行距离测量。因采用固定焦点 ,调焦手续全部省略。

3. 按下 MEAS(测量)键

当按下此键后 ,仪器开始测量 ,测定数值与斜距记号 \surd ,光量适当记号 *、单位符号 (M/F)同时显示出来。如果使用专用换算器 SF4(一个附件) ,水平距离、高差也能显示出来(之前输入天顶距)。

另外 ,配置主机方式转换器(如图 4 - 84 所示)可设置 REDmini 不同功能转换及进行自动改正。

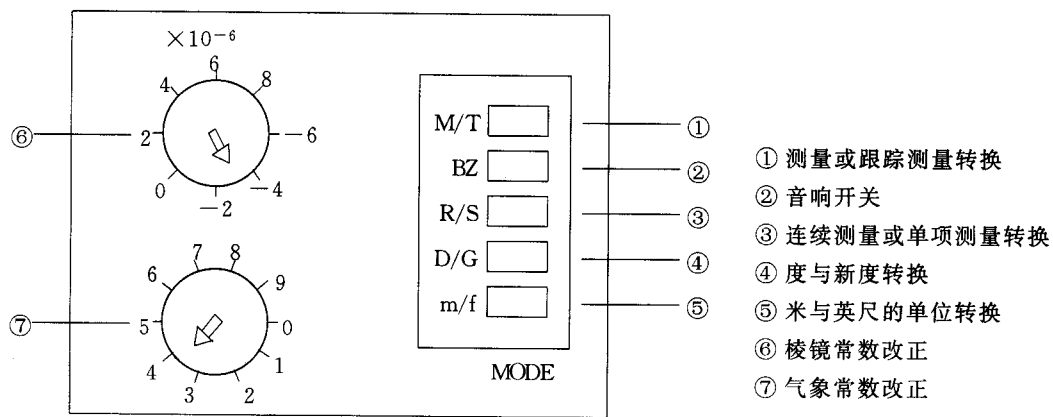


图 4 - 84

使用红外测距仪进行距离测量的基本过程大致是 ,在测线两端分别安置好测距仪和反射镜后 ,先照准反射镜 检查回光光强信号 ,符合要求后 ,按测量键开始测距。为了防止出现粗差 ,可一次照准 ,读两次读数 ,然后重新照准再读两次距离读数。将四次读数值记入手簿中 ,接着读取竖盘读数 ,记入手簿 ,对于精密测距一般要测量温度(用温度计)和气压(用气压计) ,以便进行气象改正。观测完后要进行倾斜改正和气象改正 ,求得测线的水平距离上。