

第三篇

矿山测绘中地下工程 测量的应用

第一章 地下工程测量的任务内容与地下起始数据的传递和获取

第一节 地下工程测量的任务和内容

地下工程测量是工程测量的分支,是测绘学科在地下工程建设中的应用。工程测量学是研究各种工程建设中测量理论和方法的学科。主要研究工程和城市建设及资源开发等各阶段进行的地形和有关信息的收集、处理、施工放样,变形监测、分析与预报的理论和技術,以及与研究对象有关的信息管理和使用。地下工程测量是研究地下工程建设中的测量理论和方法。地下工程测量的主要任务包括地面控制测量、地下起始数据的传递、地下控制测量、贯通测量、地下工程施工测量、地下变形监测以及地下管线探测,为地下工程建设提供必要的数据、资料、图件,为工程建设按设计施工和安全、有效的使用服务。地下工程测量的内容包括:铁路、公路、城市地铁和跨河跨海的隧道施工测量,大型贯通测量、矿山建设和井下采掘测量,大型地下建筑的建设测量、地下各种军事设施施工测量,以及各种非地面建筑物或封闭构筑的施工测量。

地下工程测量是为地下工程建设服务的,其工作程序从属于工程勘察设计、施工放样、竣工等三个阶段。地下工程测量的方法受工程特征和施工方法的影响。测量精度取决于工程的限差要求。

地下工程测量的工作环境主要在地下或封闭的空间,其作业方法、作业程序、使用的仪器设备与其他测量存在一定差别。地下工程测量的主要特点:

- (1) 测量空间狭窄 ,测量条件差 ,并存在烟尘、滴水 ,人员和机械干扰的可能 ;
- (2) 施测对象灰暗 ,一般无自然光 ,照度不理想 ;
- (3) 工程需要较高的精度 ,较短的测量耗时 ,而且需要现场提交成果 ;
- (4) 需要及时、准确地反映各种构筑物在静态或动态下的各种空间几何关系 ,因而测量工作具有渐进性和连续性 ;
- (5) 测量的网形受到条件限制 ,测量成果的可靠性要依靠重复测量来保证 ;
- (6) 测量控制点埋设受到环境和空间的制约 ,可能设在巷道的顶部或边上 ,同时这些点受地质构造和工程的影响 ,测量的检核工作量较大。

地下工程测量的环境和特点决定了地下工程测量的方法 ,不能完全按常规测量先高级后低级 ,先控制测量后碎部测量的方法和程序 ,可能会先局部控制、碎部(含施工放样)测量 ,再将局部控制延伸 ,再碎部(施工放样) ,最后进行全面控制测量 ;或者局部控制测量和碎部测量交替延伸 ,以保证工程施工按设计进行。地下工程测量一般采用导线测量 ,随着新技术发展 ,逐步使用结构光工程测量和结构光摄影测量等方法。采用测距仪和陀螺经纬仪 ,以及应用无标尺测距等新仪器新方法。

地下工程测量是地下工程建设不可缺少的一部分 ,是重要的技术部门 ,对地下工程的施工和建设起着保证、监督作用 ,对安全生产起指导性作用。地下工程测量是随着地下工程的发展而发展起来的。地下工程测量起初是实践于采矿生产 ,早在公元前 2 千多年前 ,我国就开始开采铜矿 ,到了公元前 12 世纪 ,已普遍开采各种金属矿 ,规模都比较大 ,而且在开采过程中 ,很重视矿体形状 ,并使用矿产地质图 ,以辨别矿产的分布。

在国际上 ,公元前 15 世纪意大利就有金矿巷道图 ;公元前 13 世纪埃及就有按比例缩小的巷道图 ;公元前 1 世纪希腊学者就有对地下工程测量和定向进行的论述 ;公元 1556 年德国已有著书对地下工程某些几何问题以及罗盘测量在地下巷道的应用进行了较全面的叙述。

20 世纪中叶以来 ,地下工程测量得到迅速发展 ,在地下军事设施、地下建筑物、地下采矿、地下水道、地下公路、铁路隧道 ,以及跨江、跨海隧道中得到广泛的应用 ,起到了其他任何技术不可替代的作用。如我国西安至安康线的秦岭铁路隧道长 18.448km ;京广复线大瑶山铁路隧道长 14.3km ;水电建设工程中的鲁布革电站输水隧洞长 9.4km ;北京地铁 1、2 号线 ,上海地铁 1 号线 ,广州地铁 1 号线均达十几公里以上 ;在国际上地下隧道工程也很多 ,如日本的清水隧道长 9.7km ,最有名的是穿越英法海峡的“欧洲隧道”长 50km。

科学家们总结和预言 ,19 世纪是桥梁世纪 ,20 世纪是向空间发展的世纪 ,21 世纪将

是向地下空间发展的世纪。随着全世界人口的迅速增加,住宅、城市、工业、厂房和交通道路占地迅速增长,加上环境的污染,人类有效的活动空间大幅度减少。最典型的是各大中城市,人口密集、道路狭窄,必须大力发展城市地铁和地下商城、地下娱乐中心,以及地下通道等地下工程。我国各大城市都有发展地铁网的规划。21 世纪人类将广泛开发地下空间,包括铁路、公路、水道、工厂、矿山、电站、街道、医院,以及各种军事设施和掩体。地下工程的发展必然会促进和推动地下工程测量的发展。可以预测,未来研究地下工程测量的新理论、新方法、新仪器、新技术将是测绘界关注的焦点,也是测绘界 21 世纪的主要课题之一。

第二节 地下起始数据的传递和获取的概述

地下工程,首先要由地表通过平峒、斜井或竖井深入地下,再利用各种巷道、空间和相互的几何关系进行建设,为了测定地下巷道和空间与地表水体、铁路、高大建筑物的相对位置关系,为了测定相邻地下巷道、空间的相对位置关系,为了相向开挖巷道的正确贯通等,地面和地下必须采用统一的坐标系统和高程系统。这种测量工作叫地下起始数据的传递或称联系测量。

地下起始数据传递的主要任务:

- (1) 确定地下导线测量起算边的坐标方位角;
- (2) 确定地下导线起算点的平面坐标;
- (3) 确定地下高程测量起算点高程。

前两项任务属于平面联系测量,习惯上称为定向,第三项属于高程联系测量,习惯上称为导入标高。

地下起始数据的传递,根据地下工程进峒的方式不同,可分为几何定向和物理定向两类六种情况。

几何定向分为

- (1) 通过平峒和斜井定向;
- (2) 通过一个竖井定向;
- (3) 通过两个竖井定向。

物理定向分为

- (1) 用磁性仪器定向；
- (2) 用投向仪定向；
- (3) 用陀螺经纬仪定向。

通过平峒和斜井定向,只需通过平峒和斜井敷设经纬仪导线,将地面坐标与地下导线连测即可。用磁性仪器和投向仪定向,精度偏低,这里不详细讨论。

地下起始数据的传递,是将地面坐标传递到地下导线的起始边和起始点上,这种测量工作是起传递或联系作用。在此工作之前,必须将地面坐标引到进峒口或井口附近,地下必须有永久性的导线点。

地下起始数据传递的限差,不能完全按一井定向、两井定向或陀螺定向的方法而定,而应根据地下工程的大小或工程需要而定。某种方法可达到的限差,如两井定向要求两次独立定向结果的互差应小于 $\pm 1'$,这只是反映两井定向内部符合程度,可理解为本方法所能达到的精度。联系测量的限差,应该是地下工程大小的函数,比如地下2km的贯通工程和10km的贯通工程对联系测量的要求就不一样。这样既有利于人力、设备、技术、财务的合理配制,以免造成过多的浪费,同时有利于新的技术和方法的研究。

第三节 地面近井点和井下定向基点的设置

为了将地面坐标系中的平面坐标及方向传递到地下去,在定向前必须在井口附近设立近井点和水准基点。这些点又称为连接点。在地下定向水平上设立地下定向基点和水准基点,对这些基点的有关要求,将在下面具体讨论。

一、近井点和井口水准基点的基本要求

在一般情况下,由于井口建筑物多,连接点直接与地面控制点通视连接困难,而且井口附近工程项目也多,因此,近井点和水准基点的选择和保护都存在一定的困难。在设立近井点和水准基点时,应满足下列要求:

- (1) 近井点和水准基点位置确定应便于观测、保存和不受地下和地面工程的影响；
- (2) 每个井口附近应设立一个近井点和两个水准基点；
- (3) 近井点至井口的连接导线边数应不超过三个；
- (4) 多井口的大型地下工程区域,近井点应统一考虑、合理布设,尽可能使相邻井口

的近井点通视 ,或力求间隔边数最少 ;

(5)近井点和井口水准基点标石的埋设 ,要确保稳固 ,具体要根据地表的土层而定 ,埋设的深度适当 ,也可在标石四周加灌混凝土 ,或在实地用混凝土浇灌 ,同时加放保护桩或栅栏等。

二、地下定向基点和水准基点的基本要求

地下定向基点和水准基点是地下导线测量和高程测量的起始点 ,是地下工程按设计施工和建设的关键。地下定向基点不应少于三个点 ,它们应该在硐顶上或巷道顶、底板的稳定岩石中 ,它们应两两相互通视 ,点位设置还应便于保存、便于使用。水准基点也可设在巷道的边上。定向基点也可作为水准基点。

三、近井点和井口水准基点的精度要求

近井点一般在地面三、四等控制网的基础上采用插网、插点和敷设测距导线等方法测设。近井点的精度要求 ,一般相对四等点来说 ,点位中误差应不超过 $\pm 7\text{cm}$ 。当受到地形条件限制 ,选不出较好的近井网图形时 ,近井点相对高级点的点位中误差可放宽至 $\pm 10 \sim \pm 15\text{cm}$ 。若有两井或多井的近井点时 ,且地下有大型的贯通工程 ,近井点的精度不能随便放宽。

建立近井点的目的是便于向井口附近敷设连接点 ,为了保证连接点和定向的精度 ,要求近井点后视边的坐标方位角中误差相对四等边不应超过 $\pm 10''$ 。当利用两个近井点敷设导线 ,进行巷道贯通时 ,两近井点后视边相对的坐标方位角应满足下式(3-1)的要求 ,即

$$m_{\alpha_{I\text{II}}} \leq \frac{23.3''}{S_{I\text{II}}} \quad (3-1)$$

式中 $S_{I\text{II}}$ ——两近井点的距离。

井口水准基点精度应满足两相邻井口间进行主要巷道贯通的要求。由于两井间主要巷道贯通时 ,高程允许偏差为 $\pm 0.2\text{m}$ 。则其中误差 $m_E = \pm 0.1\text{m}$ 。因此 ,井口水准基点应按四等水准测量的精度要求进行施测。

第四节 一井定向

一井定向是通过一个竖井进行的几何定向。概括起来说 ,就是在一个竖井中悬挂两

根钢丝,钢丝的一端固定在地面,另一端系有定向专用的垂球自由悬挂于定向水平,一般称为垂球线。在地表确定两垂球线的坐标及其连线的坐标方位角;在定向水平上把垂球线与井下定向基点连接起来,这样便能将地面的方向和坐标传递到井下,从而达到了定向的目的。因此,一井定向工作可分为由地面向定向水平投点和地面与定向水平连接测量两部分。

一、投点

投点一般都采用垂球线单垂投点法,即在投点过程中,垂球的重量不变。单垂投点可分为单垂稳定投点和单垂摆动投点两类。前一种方法是将垂球放在比重较大的液体中(或盐水中),使其基本上处于静止状态;在定向水平测角量边时均与静止的垂球线进行连接。后一种方法是让垂球线自由摆动,用专门的设备观测垂球线的摆动,求出它的静止位置并加以固定,在定向水平上连接时,按固定的垂球线位置进行观测。

1. 单垂稳定投点

单垂稳定投点是假定垂球线在井筒内处于铅垂位置而静止不动,即在任何一个水平上投影为一个点,或者说两垂球线在井筒中构成一个竖直面,该竖直面于任何一个水平面的交线都保持同一方向,以便井上、下的连测。只有这样才能把地面坐标系通过垂球线传递到定向水平上去,使其坐标不变。但实际上是不可能的。因此当摆动不超过 0.4mm 时,我们认为它是稳定的。

单垂稳定投点的主要设备分述如下:

(1)重锤。挂在钢丝下端使钢丝在井筒内处于铅垂状态的重铊称为重锤。重锤一是用生铁制成,在磁性竖井中用铅制成。重锤形状以法码式最佳,钢丝上悬挂重锤,要求其悬挂点四周的重量对称(图3-1)。重锤的重量应随井的深度变化而变化,当井深在 100m 以内时,一般用 $30\sim 50\text{kg}$,井深大于 100m 时,可用 $50\sim 100\text{kg}$ 。一般情况下,重锤越大,重球线越稳定,但随着重量的加大,钢丝的直径也相应的增大,气流对钢丝的影响也加大,同时钢丝直径的增大,实际上也增大了经纬仪的照准误差。

(2)钢丝。钢丝采用细直径的抗拉强度高的优质炭质弹性钢丝,钢丝直径大小的选择,主要取决于所用重锤的重量。钢丝上悬挂的锤重应接近极限抗拉强度值的 $60\%\sim 70\%$,但不得超过 70% 。各种不同直径的炭质弹性钢丝的极限抗拉强度值及其相应的容许最大锤重列于表3-1。井筒深度大于 300m 时,适合采用直径 1mm 以上的钢丝。

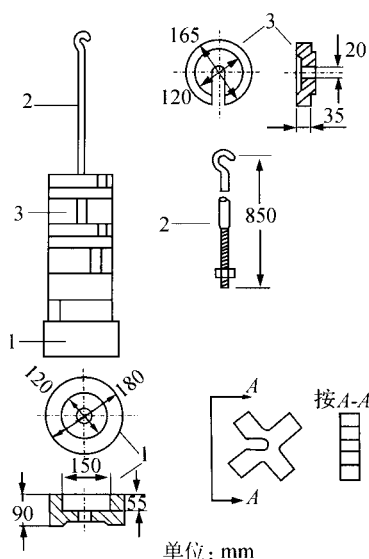


图 3-1 重锤

1—底盘 2—挂杆 3—砝码

表 3-1 钢丝的抗拉强度和规定的悬挂垂球重量值

钢丝直径 /mm	碳素弹簧钢丝(YB248－64)						重要用途的弹簧钢丝 (YB550－65)	
	Ⅰ 组		Ⅱ 组		Ⅲ 组		抗拉强度 /kg	悬挂垂球重 /kg
	抗拉强度 /kg	悬挂垂球重 /kg	抗拉强度 /kg	悬挂垂球重 /kg	抗拉强度 /kg	悬挂垂球重 /kg		
0.5	53 ~ 61	35	44 ~ 53	30	34 ~ 44	25	—	—
0.8	130 ~ 150	90	107 ~ 130	70 ~ 75	85 ~ 107	60	—	—
1.0	105 ~ 222	130 ~ 135	160 ~ 195	110 ~ 115	129 ~ 164	90 ~ 95	140 ~ 168	95 ~ 100
1.2	271 ~ 305	180 ~ 190	220 ~ 271	150 ~ 160	175 ~ 226	120 ~ 130	203 ~ 243	135 ~ 145
1.4	345 ~ 401	235 ~ 245	292 ~ 354	200 ~ 210	231 ~ 292	160 ~ 170	270 ~ 318	180 ~ 190
1.6	443 ~ 503	300 ~ 310	372 ~ 443	255 ~ 265	292 ~ 372	200 ~ 210	353 ~ 412	235 ~ 245
1.8	534 ~ 610	360 ~ 370	457 ~ 534	310 ~ 320	356 ~ 458	250 ~ 260	432 ~ 508	300 ~ 310
2.0	628 ~ 723	430 ~ 440	565 ~ 660	380 ~ 390	440 ~ 565	300 ~ 310	534 ~ 628	360 ~ 370

在定向前必须对钢丝进行检查和抗拉强度实验。有扭曲扭结或由几段拧接的钢丝不宜采用,它容易断裂,又不容易使整个钢丝成一直线。钢丝的脆性实验是把钢丝弯成直角,来回重复弯曲几次还不断即可。断裂性实验是在一段 3~4m 长的钢丝上悬挂二倍的负荷,钢丝不断即可。实验证明,钢丝与重锤连接的地方最易断裂,不应弯曲,一般用专制的铁环连接,如图 3-2a 所示,也可用胶皮电线抽出铜蕊,将钢丝插入,然后弯成环

形,将钢丝尾端扎紧,再用铁丝缠固,如图 3-2(b)所示。

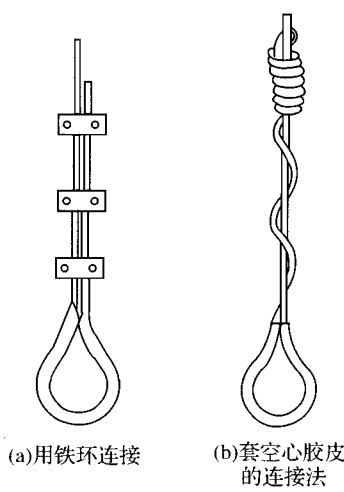


图 3-2 钢丝与重锤的连接

(3)手摇绞车。绞车是控制下放钢丝和下放速度的主要器件。其各部分的强度必须承受三倍投点时的荷重。为了不使钢丝弯曲过甚,绞车滚筒直径不应小于 250mm,绞车应设有双闸。

(4)导向滑轮。导向滑轮安装在井口的上方,作为下放钢丝的导向,同样承受较大的拉力,应坚固。轴系性能要好,最好采用滚珠轴承,轮缘成锐角形的绳槽,以防止钢丝脱落。

(5)小垂球。在提放钢丝时,不能采用重锤,而应用 3~5kg 的小垂球,可用重物或沙袋替代。

(6)定点板。定点板是固定钢丝的,一般用铁制成。在地面连接时,应在定点板下进行。定向时也可不用定向板,钢丝直接由滑轮下放到井筒中去。

2. 单垂摆动投点

井深较大时,垂球线难以稳定。为了提高投点精度,一般不是设法稳定垂球,而是观测垂线的摆动,找出其静止的位置,并固定起来,然后再进行连接测量。单垂摆动投点时所需的设备和安装方法基本上和单垂稳定投点一样,只是在定向水平增设一个观测垂球线摆动并能固定垂球线的设备,目前一般采用有两相互垂直标尺的定点盘。如图 3-3 所示,对点块 3 可借助于两对相互垂直的螺杆 5 在定点盘内移动,并固定在所需要的位置上,对点块中央有小孔与缝隙,可以插入一个带有尖针的圆盘。孔 8 中可插入标尺,并可用旁边的螺丝 9 固定。定点盘中央有 3~5cm 直径的圆孔。通过四个圆孔可用螺丝把定点盘固定在不动的木架基座上。

在地下条件不允许的情况下,也可用一台经纬仪观测,如图 3-4 所示。此时在固定点盘和安置仪器时,应使两标尺中的一个与经纬仪视线垂直,另一个与视线平行。与视线垂直的标尺叫正面尺,平行的叫侧面尺。为了能观测到侧面尺,在它的对面设一个平面镜,镜面与正面标尺成 45° 角。这样垂球线在侧面尺的摆动位置可在平面镜上读出。

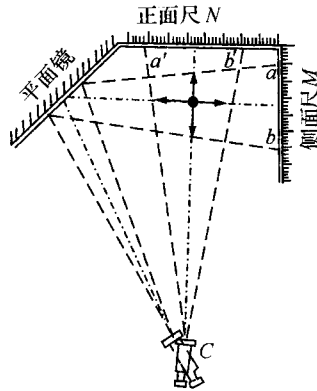


图 3-4 一台经纬仪观测垂球线的摆动

3. 钢丝的下放和自由悬挂的检查

(1) 钢丝的下放

在井盖和绞车安好之后,在钢丝下放之前,必须通知定向水平的人员离开井筒。钢丝通过滑轮并挂上小垂球后,慢慢放入井筒内。下放速度均匀,每秒 $1 \sim 2\text{m}$,每下放 50m 左右稍停一下,使垂球摆动稳定后再继续下放。当垂球到达定向水平后,立即停止下放,制动绞车,并将钢丝卡入定线板内。在换上重锤前,必须估算钢丝的拉伸长度。钢丝的拉伸长度值 ΔL 可按下式计算:

$$\Delta L = K \cdot L \frac{Q(C_1 - C_2)}{C_1} \quad (3-3)$$

式中 K ——受力 1kg 钢丝每米的伸长量, cm ,可由表 3-2 查出;

L ——钢丝悬挂长度, m ;

Q ——重锤和带挂钩的悬挂物总重量, kg ;

C_1 ——重锤的比重,生铁为 7.3 g/cm^3 ,熟铁为 7.7 g/cm^3 ;

C_2 ——稳定液的比重,水为 1 g/cm^3 。

估算钢丝拉伸量 ΔL 后,将钢丝提升或下降相应的距离,然后换上重锤,放入桶中,并注意不使垂球与桶底或桶壁接触。

表 3－2 钢丝伸长系数表

钢丝直径/mm	0.5	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
系数 K/cm	0.255	0.100	0.064	0.044	0.032	0.0025	0.0020	0.0016

(2) 钢丝自由悬挂的检查

钢丝在井筒中是否自由悬挂 , 必须进行检查。具体有以下几种检查方法。

①信号圈法。地面人员用细金属丝绕着钢丝作成直径为 2 ~ 3cm 的小圈 , 每隔一定时间下放 2 ~ 3 个 , 如下放的小圈达到定向水平 , 则表明钢丝是自由悬挂的 , 否则钢丝处于非自由悬挂状态。为避免小圈被钢丝上的油粘住 , 在下放钢丝过程中 , 应擦去钢丝上的防锈油。

②钟摆法。垂线摆动可看作钟摆 , 垂球线一次摆动时间为

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{3-4}$$

式中 t ——一次摆动的时间 , 即半周期 , s ;

l ——垂球线的自由悬挂长度 , m ;

g ——重力加速度 , m/s²。

由于

$$\pi \approx \sqrt{g}$$

所以

$$t \approx \sqrt{l}$$

故

$$l \approx t^2 \tag{3-5}$$

因此 , 在定向水平上测定一次摆动的实际时间后 , 便按上式计算钢丝长度 , 再与实际井深长度比较 , 若两值相同 , 钢丝自由悬挂 , 若两值不同则钢丝不自由悬挂 , 可根据实际摆动的时间找出接触的位置。为了精确起见 , 需用秒表多次观测以取得 l 的平均值。这种检查需在垂球放入稳定液桶中之前进行。

(3) 比距法。若钢丝未与任何东西接触 , 则井上下两垂球线间的距离相等。井上下实际测得两垂球线间距离之差不大于 2mm 时 , 便可认为是自由悬挂的。

(4) 井筒中条件允许时 , 亦可乘罐笼或吊桶直接检查钢丝的自由悬挂。

实际定向时 , 一般都采用两种以上的方法进行检查 , 以确保垂球线的自由悬挂。

二、井上下连接测量

在投点工作完毕后 , 应立即同时进行井上下连接测量。连接测量的任务有两个。在地面上测定两垂球线的坐标及其连线的方位角 ; 在定向水平根据两垂球线的坐标和方位

角测定井下导线起始点的坐标与起始边方位角。

连接测量的方法主要有连接三角形法、连接四边形法和瞄直法。

1. 连接三角形法

投点工作结束后,井筒内已挂好两根垂球 A, B ,如图 3-5(a)所示。由于 A, B 两点不能安置仪器,因此需在井上下选择连接点 C 和 C' ,从而在井上下形成了以 AB 为公用边的三角形 ABC 和 ABC' 。一般把这样的三角形称为连接三角形。图 3-5(b)所示的是井上下连接三角形平面投影。由图中可以看出,当已知 D 点坐标及 DE 边方位角和地面三角形各内角和边长时,便可用普遍导线的方法计算出 A, B 两点坐标及其连线的方位角。同样,已知 A, B 两点的坐标及其连线的方位角和连接角 δ' ,就能计算出井下导线起算边 $D'E'$ 的方位角及 D' 点的坐标。

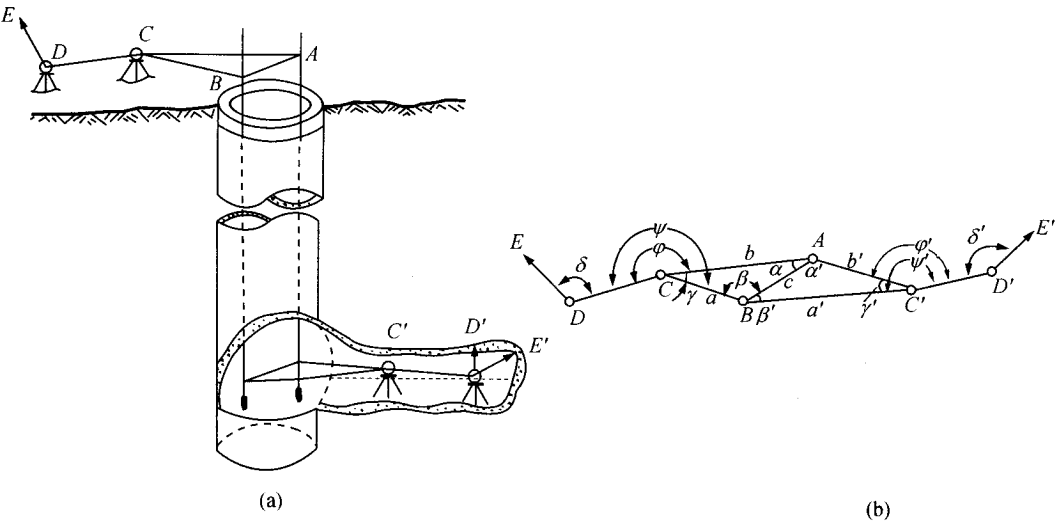


图 3-5 连接三角形示意图

井上下连接点 C 和 C' 是构成连接三角形的关键点,在选择点位时,应满足下列要求:

- ①点 C 与 D 及点 C' 与 D' 应彼此通视, CD 和 $C'D'$ 的长度应大于 20m;
- ②点 C 及点 C' 应尽可能在 AB 延长线上,即角度 γ 和 α 及 γ' 和 β' 不应大于 2° ,这样可构成最有利的延伸三角形。
- ③点 C 及点 C' 应适当地靠近垂球线,应使 a/c 及 b'/c 之值不大于 1.5。

(1) 外业测量

用连接三角形连接时的外业测量工作,以图 3-5 为例,可分为测角量边两步。

①在连接点 C 上用测回法测量角度 γ 和 φ ,仪器一般采用不低于 J_6 的经纬仪。当 CD 边小于 20m 时 ,在 C 点观测水平角 ,仪器应对中三次 ,每次对中时转动仪器基座 120° ,连接三角形角度观测要求见表 3-3。

表 3-3 连接三角形中角度测量的要求

仪器 级别	水平角观 测方法	测回或 复测数	测角中 误差	限 差			
				半测回 归零差	各测回互差	检验角与 最终角之差	重新对中 测回(复 测)间互差
J_2	全圆方向观测法	3	$\pm 6''$	$12''$	$12''$	—	$60''$
J_6	全圆方向观测法或复测法	6	$\pm 6''$	$30''$	$30''$	$40''$	$72''$

当用复测法时 ,为了检查起见 ,要加测 φ 角并进行测站平差。井下连接点 C' 上的测角方法及要求同上。

(2)丈量连接三角形的三个边长时 ,应对钢尺施加比长时的拉力 ,记录测量时的温度。在钢丝稳定的情况下 ,应用钢尺不同的起点丈量六次 ,同一边长各次丈量互差不应大于 2mm ,取其平均值作为丈量结果。在钢丝摆动的情況下 ,应将钢尺沿所量三角形边长方向固定 ,然后用摆动观测的方法(至少连续读 6 个数)确定钢丝在钢尺上的稳定位置以求得边长。每边需用上述方法丈量两次 ,互差不大于 3mm ,取其平均值作为丈量的结果。

(2)内业计算

确定角度 $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$ 及 D' 点的坐标(x, y)。计算之前应对全部记录进行检查。对于延伸三角形 ,垂球处的角度 α, β 按正弦公式计算 ,即

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{a}{c} \sin \gamma \\ \sin \beta &= \frac{b}{c} \sin \gamma \end{aligned} \right\} \tag{3-6}$$

当 $\alpha < 2^\circ$ 及 $\beta > 178^\circ$ 时 ,可用近似公式计算 ,即

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{a}{c} \gamma \\ \beta &= \frac{b}{c} \gamma \end{aligned} \right\} \tag{3-7}$$

当 $\alpha > 20^\circ$ 时 ,则不采用正弦公式 ,而采用边长公式 ,即

$$\left. \begin{aligned} \tan \frac{\alpha}{2} &= \pm \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} \\ \tan \frac{\beta}{2} &= \pm \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}} \end{aligned} \right\} \quad (3-8)$$

式中 $p = \frac{a+b+c}{2}$ 。

(3) 连接测量和计算正确性检核

连接三角形三内角和 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\alpha' + \beta' + \gamma' = 180^\circ$, 一般均能闭合, 若有微小残差时, 即可将其平均分配给 α, β 。三角形内角和只能检验计算的正确性, 不完全检核测角量边的正确性。要正确检核还要通过两垂线间丈量距离 $c_{\text{丈}}$ 和计算距离 $c_{\text{计}}$ 进行比较。 $c_{\text{计}}$ 用下式(3-9)计算, 即

$$c_{\text{计}}^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \quad (3-9)$$

按上式计算的 c 值与直接丈量值之差在地面不应大于 $\pm 2\text{mm}$, 井下不应大于 $\pm 4\text{mm}$ 。

当 $\alpha > 20^\circ$ 、 $\beta < 160^\circ$, 按边公式解算三角形时, 也可用计算角度 γ 来检查量边测角精度, 即

$$\tan \frac{\gamma}{2} = \pm \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}} \quad (3-10)$$

算得的角度值与直接测得值的角之差不应大于 $\pm 1'30''$ 。

连接三角形解算实例, 见表 3-4。

2. 连接四边形法

当井筒和井底车场的条件限制必须与垂球线连线的垂直方向上连接时, 可采用连接四边形法, 如图 3-6 所示。它可分为双面连接和单面连接两种。连接四边形法的实质为双点后方交会法, 即利用两已知点来确定两个未知点的位置及其方向。

(1) 外业测量

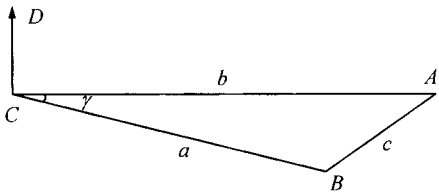
在 P_1 和 P_2 两点上, 分别测出如图中所示的角度 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 以及 P_1, P_2 与井下导线起始边间的夹角 β_0 , 分别丈量 $P_1 P_2, AB$ 之间距离 b 与 c_0 。测角量边的方法与要求均同于连接三角形法。

(2) 内业计算

四边形连接法实质是双点后方交会, 其解算的方法很多, 这里仅介绍一种最简单的假定方位角法。设 P_1 点为假定坐标原点, $P_1 P_2$ 为 x' 轴。按假定坐标系统和观测角度, 计算两垂球线的方位角 α'_{AB} 及其距离 c' 。根据 α_{AB} 与 α'_{AB} 的差值, 可求得 $P_1 P_2$ 在地面坐标系统中的方位角及坐标。现以图 3-6 为例加以说明。

表 3-4 地面连接三角形的解算

($\gamma < 2^\circ$, $\beta > 178^\circ$)

$\angle\alpha, \angle\beta$ 的计算					边长核算		误差计算	
<div>连接三角形示意图</div> <div></div> <div>$\alpha = \frac{a}{c}\gamma;$ $\beta = \frac{b}{c}\gamma$</div>					$c_{\text{计}}^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$		$m_\alpha = \frac{a}{c}m_\gamma$ $m_\beta = \frac{b}{c}m_\gamma$	
观测值	a	8.335 9	c	3.069 7	a^2	69.487 228 81 130.078 587	m_γ	$\pm 6.3''$
	b	11.405 2	γ	0°03'06.0'				
改正数	$v_a = -0.000\ 1; v_b = 0.000\ 2; v_c = -0.000\ 1$				$b^2\cos\gamma$	0.999 999 59	m_α	$\pm 17.1''$
平差值	a	b	c		$2ab\cos\gamma$	190.145 135 3	m_β	$\pm 23.4''$
	8.335 8	11.405 4	3.069 6					
γ''		186''			$c_{\text{计}}^2$	9.420 680 5		
$\frac{a}{c}$		2.715 542 235						
α''		505.090 855 7''						
α		0°08'25.1''						
$\frac{b}{c}$		3.715 411 929			$c_{\text{计}}$ $c_{\text{丈}}$ $d = c_{\text{丈}} - c_{\text{计}}$	3.069 3 3.069 7 0.000 4	$v_a = -\frac{d}{3}$ $v_b = +\frac{d}{3}$	
(β'')		691.066 618 7''						
(β)		0°11'31.1''						
β		179°48'28.9''						
$\sum = \alpha + \beta + \gamma$		180°00'00.0''						

①计算两垂球线的假定坐标：

先由三角形 P_1AP_2 计算边长 a_1, a_2 ,即

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{b}{\sin\gamma} \sin\beta_1 \\ a_2 &= \frac{b}{\sin\gamma} \sin\beta_4 \end{aligned} \right\} \tag{3-11}$$

式中 $\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_4)$

垂球 A 点的假定坐标为

$$\left. \begin{aligned} y'_A &= a_2 \sin(360^\circ - \beta_1) \\ x'_A &= a_2 \cos(360^\circ - \beta_1) \end{aligned} \right\} \tag{3-12}$$

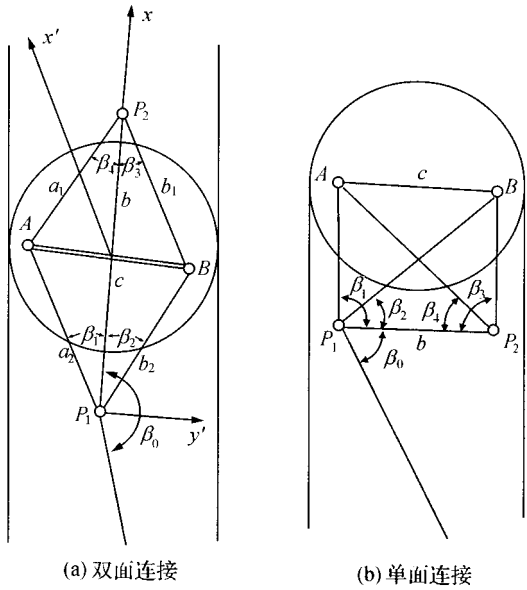


图 3-6 连接四边形示意图

同理,可由三角形 P_1BP_2 计算垂球 B 点的假定坐标,即

$$\begin{aligned} y'_B &= b_2 \sin \beta_2 \\ x'_B &= b_2 \cos \beta_2 \end{aligned} \quad (3-13)$$

此时,可根据垂球线的假定坐标,求 A, B 两点连线的假定方位角 α'_{AB} 及其距离 c'

$$\begin{aligned} \tan \alpha'_{AB} &= \frac{y'_B - y'_A}{x'_B - x'_A} \\ c' &= \frac{y'_B - y'_A}{\sin \alpha'_{AB}} = \frac{x'_B - x'_A}{\cos \alpha'_{AB}} = \sqrt{(x'_B - x'_A)^2 + (y'_B - y'_A)^2} \end{aligned} \quad (3-14)$$

垂球线 A, B 的计算值与丈量值之差应不大于 $\pm 3\text{mm}$ 。

现根据地面和定向水平两垂球线的方位角之差和四边形边长,可求出任一边在地面系统中的方位角和 P_1, P_2 点的坐标。 P_1, P_2 点的坐标按下式(3-15)计算,即

$$\left. \begin{aligned} y_{P_1} &= y_A + a_2 \sin \alpha_{AP_1} = y_B + b_2 \sin \alpha_{BP_1} \\ x_{P_1} &= x_A + a_2 \cos \alpha_{AP_1} = x_B + b_2 \cos \alpha_{BP_1} \\ y_{P_2} &= y_A + a_1 \sin \alpha_{AP_2} = y_B + b_1 \sin \alpha_{BP_2} \\ x_{P_2} &= x_A + a_1 \cos \alpha_{AP_2} = x_B + b_1 \cos \alpha_{BP_2} \end{aligned} \right\} \quad (3-15)$$

根据所求 P_1, P_2 两点的坐标,可计算出它们的连线长度 b' ,计算值与实际丈量值之

差不应大于 $\pm 5\text{mm}$ 。这时,可根据 P_1P_2 的方位角及其坐标和连接角 β_0 ,便可容易算出定向水平导线起始边的方位角和坐标。

3. 瞄直法

瞄直法又称穿线法。此法看作是连接三角形法的特例。在连接三角形法中,将连接点 C, C' 选择在两垂球线 A, B 连线的延长线上,如图 3-7 所示。此时,只要在 C 和 C' 点安置经纬仪,精确测出 $\beta_c, \beta_{c'}$ 角,在 D 和 D' 点上测出 $\beta_D, \beta_{D'}$ 角,便可容易算出井下导线起始边 $D'E'$ 的坐标方位角。

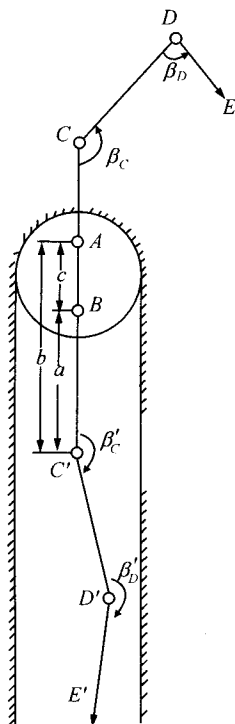


图 3-7 瞄直法连接

为了确定井下导线起始点 D' 的坐标,地面需测量边长 DC, CA 和 AB ,井下需测量边长 AB, BC' 和 $C'D'$ 。为了检核,还需测量 CB 和 $C'A$ 边长。定向精度取决于瞄直和测角精度,量边精度对方向传递没有影响。

瞄直法看起来非常简单,但要把连接点 C 和 C' 精确地设在 AB 的直线上较为困难。目前基本上有两种方法。

(1) 以垂球线上 A 和 B 两垂球点为基准,确定 D 和 D' 点

先用眼睛在 A, B 垂球线的延长线上瞄直安置经纬仪,再用经纬仪望远镜瞄准垂球

线 A 及 B ,看两垂球线是否与经纬仪中心在一直线上 ,若不在一直线上 ,按垂直于 AB 方向稍微移动经纬仪 ,整平后 ,再用望远镜检查 ,直到 A ,B ,C 三点精确地在一直线上为止。如采用专门的滑座 ,可将经纬仪精确地安置在 AB 的直线上。滑座如图 3-8 所示 ,滑座的不动部分 1 与三角架固定连接 ,可滑动的板座 2 固定 ,连接经纬仪 ,转动螺丝杆 3 可使滑动板座 2 沿垂直于 AB 方向微动。

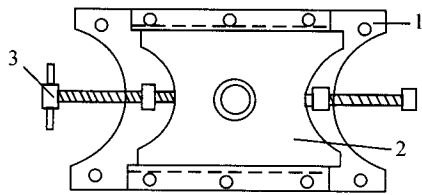


图 3-8 滑座

1—滑座的不动部分 2—滑动板座 3—螺杆

(2)以 C ,D 点为基准 ,确定垂球点 A ,B

在地面上预先选定 C 点 D 点 ,如图 3-9 所示 ,在 C 点对中安置经纬仪 ,用望远镜瞄准 D 点 ,利用望远镜视线在 CD 直线上 ,安置两定向滑轮及两定点板 ,最后再利用经纬仪精确地把 A ,B 两垂球线安置在 CD 直线上。此法适合在浅井中使用 ,在深井中由于垂球重 ,不易移动垂球线。

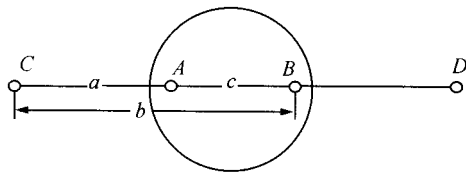


图 3-9 用瞄直法将两垂球线确定在固定边方向上

三、一井定向工作的组织与实施

一井定向工作环节多 ,工作难度大 ,精度要求高 ,而且占用井筒时间不宜过长。因此 ,定向工作必须精心设计 ,认真组织 ,周密实施 ,以保证定向工作顺利进行。一井定向的组织与实施工作包括技术设计 ,仪器、设备的准备 ,地面和定向水平的连接工作以及安全措施等。

1. 技术设计与技术准备

(1)选择连接方案、作出技术设计的基本原则 :

- ①定向的结果能充分满足井下工程的精度要求；
- ②设计中所需的技术人员和仪器设备应从实际出发；
- ③尽量缩短占用井筒的时间。

(2)合理选择连接方案：

- ①根据实际情况,确定连接方案；
- ②依据选择的方案,确定垂球线和连接点的位置；
- ③估计各种方案所能达到的精度和所需的时间；

(3)技术设计中应说明的问题：

- ①投点方法；
- ②所选用的钢丝型号、垂球重量,以及绞车、滑轮、定点盘的牌名和规格；
- ③表明垂球线在井筒中位置及投点设备的安装地点图；
- ④井上下连接所采用的仪器和工具,测角量边的方法和精度要求；
- ⑤井上下所需人员的配备及人员的分工；
- ⑥制订工作时间表,在安全的前提下,尽可能采取平行作业,以缩短占用井筒的时间。

(4)定向设备、工具的准备包括如下：

①准备投点设备,如绞车、滑轮、定向板、垂球、钢丝,以及钢丝稳定设备或摆动观测设备；

- ②准备安装设备,定向水平工作台和盖井所需的木料；
- ③规定好井上下联络信号,一般采用电话或对讲机井上下联系；
- ④检查定向设备,检验观测所用的仪器；
- ⑤预先安装好某些投点设备,并将所需用具、设备等及时送至定向井口和井下。

2.地面工作的内容及顺序

- (1)将定向所需人员及设备送到定向水平；
- (2)将提升容器可靠地固定,其前提是安全,便于定向；
- (3)铺井盖和安装绞车；
- (4)安装滑轮；
- (5)下放钢丝；
- (6)固定绞车插爪,检查钢丝自由悬挂情况；
- (7)测量角度；
- (8)丈量边长；

- (9)及时与定向水平联系,以便互相了解工作进展情况;
- (10)待井上下定向工作完全结束后,提升钢丝,拆卸设备。

3. 定向水平上的工作内容及顺序

- (1)铺工作台;
- (2)挂上工作垂球;
- (3)检查钢丝是否自由悬挂;
- (4)安设定点盘,进行摆动观测(稳定投点时没有此项工作。)
- (5)测量角度;
- (6)丈量边长;
- (7)及时向地面通报工作进展情况;
- (8)钢丝提升到地面后,拆卸设备。

4. 定向时的安全措施

采用竖井定向时,应特别注意安全,否则很容易产生意外事故,必须采取有效措施。

- (1)在定向过程中,应禁止一切非定向工作人员在井口附近停留;
- (2)应向参加定向的工作人员反复进行安全教育,以提高警惕,地面工作人员不得将任何东西掉入井内,在井盖上的工作人员必须配带安全带;
- (3)提升容器应牢固停妥;
- (4)井盖必须牢固可靠地盖好;
- (5)下放或提升钢丝时,应事先通知井下人员离开井筒;
- (6)垂球未到定向水平或地面时,井下人员不得进入井筒;
- (7)井上下应有专人负责联系,自始至终,地面井口不能离人。

5. 定向后的技术总结

技术总结是按技术设计进行实施的总结和归纳,是对定向结果的全面分析和精度评价,主要包括如下几个方面:

- (1)定向测量的时间安排,参加人员及分工;
- (2)定向竖井的基本概况;
- (3)地面连测导线的施测、计算及精度;
- (4)定向方案实施过程中的必要说明;
- (5)定向内业处理和精度评定;
- (6)定向工作的技术分析和结论。

第五节 一井定向精度分析

在一井定向过程中,影响井下起始边方位角和起始点坐标精度的主要因素是投向误差和井上下连接误差。其中投向误差除了人为因素外,还受到井筒风流、滴水等多种因素的影响。本节分析诸多因素的影响,旨在采取有效措施减少影响。

矿山测量规程要求,两次独立定向所得井下定向边坐标方位角之差不得大于 $\pm 2'$, 则一次定向中误差为 $\pm \frac{2'}{2\sqrt{2}} = \pm 42''$ 。此项误差包括井上连接误差 $m_{\text{上}}$ 、投向误差 θ 、井下连接误差 $m_{\text{下}}$ 。即

$$m_{\alpha_0} = \pm \sqrt{m_{\text{上}}^2 + \theta^2 + m_{\text{下}}^2} \quad (3-16)$$

在一般情况,投向误差和井上下连接误差大致相等,即 $\theta^2 = m_{\text{上}}^2 + m_{\text{下}}^2$, 则投向误差应满足

$$\theta^2 \leq \frac{m_{\alpha_0}}{\sqrt{2}} = \pm \frac{42''}{\sqrt{2}} \approx \pm 30'' \quad (3-17)$$

若井上下连接误差也相等,则

$$m_{\text{上}} = m_{\text{下}} \leq \frac{m_{\alpha_0}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \pm 21'' \quad (3-18)$$

一、用垂球线投点的误差来源

用垂球线投点受到井筒环境、深度的影响,同时也受到所使用钢丝及有关的器具的影响。下面就普遍认可的有关误差进行分析。

1. 气流对垂球线和垂球的影响

井筒中的空气处于运动的状态,其运动的速度取决于风量的大小。这样在井筒中便产生一个气流。气流对垂球线及垂球产生影响,同时还随井筒的加深,其影响更加突出。

井筒中的气流,一般为紊流。所谓的紊流,是气体质点的流动方向无秩序,各质点除了做主要的纵向流动外,还做着很多次要的横向流动,并产生涡流。若垂球线处在紊流的井筒中,则受到横向的压力。垂球线受气流影响最大的是在马头门。在马头门处钢丝承受着由井底车场转入井筒或由井筒转入井底车场的气流的侧压力的作用,如图 3-10

中的 h_2 所示,产生偏斜。至于马头门以上的 h_1 部分,气流的运动方向是沿井筒的轴线方向,即使风速大于 0.007m/s ,全流呈现为一种无秩序的紊乱的流动,对钢丝的侧压力无论按大小或方向都是混乱的,其对钢丝的撞击基本上可相互抵消,而对钢丝偏斜的总影响是很微小的。垂球线在马头门以下的 h_3 部分,位于稳定的介值中,在定向中须把井底盖好,不受气流的影响。马头门处钢丝承受气流的侧压力线段的长短应根据钢丝在井筒中的实际位置确定。如图 3-11 所示,设所承受的气流压力为 h ,设单位长度上所受的压力为 P ,则钢丝在马头门处所受气流压力为 Ph ,并集中作用在 h 的 $\frac{h}{2}$ 处,则气流压力对 O 点的力矩为

$$M_1 = \frac{P}{\gamma} (2Hh - h^2) \quad (3-19)$$

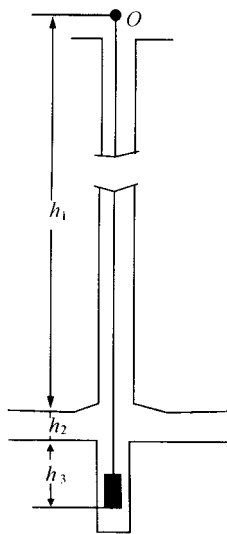


图 3-10 气流对钢丝的作用

因 h^2 比 $2Hh$ 小得多, 將 h^2 舍去后得

$$M_1 = PHh \quad (3-20)$$

如图 3-12 所示, 设 Q 为垂球的重量, e 为垂球线的偏斜值, 则垂球对 O 点的重力矩为

$$M_2 = eQ \quad (3-21)$$

设钢丝的全重为 W , 并把钢丝看作绝对刚体, 其重力矩为

$$M_3 = \frac{e}{2} W \quad (3-22)$$

$$\text{即} \quad e = \frac{PhH}{Q_0} \quad (3-23)$$

式中 $Q_0 = Q + \frac{W}{2}$ 称为作用荷重。

如定向竖井有几个中间水平,且这些中间水平的全流都对垂球线有影响时,垂球线总的偏斜为

$$e = \frac{\sum PhH}{Q_0} \quad (3-24)$$

由上式可知,垂球线在井筒中所受气流影响而产生的偏斜值与作用荷重成反比,与井深及马头门处所受气流的侧压力成正比。

当 $Q_0 = 50\text{kg}$,井深 200m 时,引起垂球线偏斜值 $e = 1\text{mm}$,则马头门处钢丝所受气流的侧压力 $Ph = \frac{eQ_0}{H} = 0.5\text{kg}$ 。这说明了井筒中的气流对垂球线偏斜值的影响不可低估,要保证精度,必须采取有效措施。

另一方面,从图 3-11 可看出,垂球线的偏斜与垂球线的悬挂位置有关,当钢丝的悬挂位置离平巷与井筒交接处越远,则钢丝所受气流压力的长度越短;反之,钢丝离交接处越近,则钢丝所受气流压力的长度越长。由于井筒中的气流异常复杂,这种情况往往难以控制,因此,在计算钢丝受气流影响而产生的偏斜值时,一般采用马头门处巷道的高度作为钢丝所受气流压力的长度。

由以上的分析可得出以下结论:

(1)井筒中气流所引起的垂球线偏斜是投点误差的主要来源,也是一井定向的主要误差来源。

(2)井筒中气流对垂球线偏斜的影响主要发生在马头门处,垂球线的偏斜值与马头门高度、井深成正比,与垂球线的荷重成反比。

为了提高投点和定向的精度,在实践中总结出一些行之有效的措施:

(1)关闭风门或暂时停止扇风机的工作;

(2)在马头门处将一直径为 $0.2 \sim 0.3\text{m}$ 的防风套筒套在垂球线外,使套筒固定而不接触垂球线,套筒的观测部分被切开,以便观测;

(3)尽量使两垂球线的连线方向平行或对称;

(4)采用高强度的小直径钢丝和相应的允许荷重的垂球,并将垂球放入较稠(或比重较大)的稳定液中。

2. 滴水对垂球线的影响

井筒内的滴水、涌水及水管漏水,都将打击垂球线和垂球,破坏了垂球线的均匀摆动,影响垂球线的偏斜。这种现象对垂球线影响的方向、力度具有随机性和不可量测性,至少目前无法用数学公式来表达。但它的影响不可忽视,在选择垂球线位置时,应注意滴水的影响。

3. 钢丝的弹性影响

钢丝的弹性影响一般表现为两种形式。一是当缠在绞车滚筒上的钢丝放入井内时,钢丝仍保持原环状(如图 3-13)。这样就使钢丝上各点不在一条铅垂线上,而偏离了中心位置。当经纬仪照准在偏离中心的钢丝上时,显然便产生误差。若钢丝直径较大而垂球重量较轻,就更为显著。二是当钢丝自滑轮经定点板放入井筒后,当定点板的中心不位于滑轮槽的铅直投影线上,故定点板与滑轮间这段钢丝将成为倾斜状态(图 3-14)。由于钢丝的弹性使钢丝经过定点板后也会有一小段处于倾斜位置,随后才逐步被垂球拉向垂直位置。若定向时,在地面对这一段偏斜的钢丝上某点(图 3-14 中 C 点)进行连测,这将可能使井上下连测点不在同一的铅垂线上而产生误差。为了避免或减少钢丝弹性的影响,应采取以下措施:

(1)采用直径较大(不小于 250mm)的绞车和高强度小直径的钢丝,并利用适当重量的重锤;

(2)定向时应在定点板下放钢丝已完全铅直的部分进行连接测量,观测点应在定点板 0.5m 以下的地方。在安置滑轮和定点板时,要尽量使其中一段斜线与铅垂线的交角 β 尽可能小,而且两定点板应尽可能安置在两垂球线的连线方向上,以减弱其影响。



图 3-13 钢丝弹性影响之一

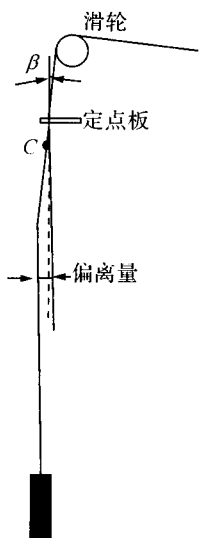


图 3-14 钢丝弹性影响之二

4. 垂球线摆动方向与标尺面不平行的影响

当进行垂球线的摆动观测时,是在安置经纬仪的 C 点,对垂球线摆动极限位置 L 和 R 进行多次观测,在标尺 MN 上读取一系列读数 l 和 r ,然后取其平均值求得读数 a ,如图(3-15)所示,便认为该读数为垂球线稳定位置在标尺上的读数。当垂球线的摆动方向与标尺面不平行时,真正稳定的位置该是在摆幅 LR 的中央,即 a' 点,该点在标尺上的读数为 a_0 , a_0 与 a 点相差一段距离,该段距离为垂球线摆动方向与标尺面不平行所引起的投点误差。其值可按式(3-25)计算,即

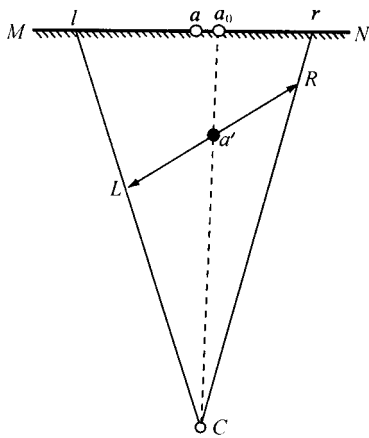


图 3-15 垂球线摆动与标尺面不平行的误差

$$m_{a,a_0} \approx \frac{w^2 \sin 2\alpha}{8S} \tag{3-25}$$

式中 w ——垂球线的摆幅(即 LR) ;
 α ——垂球线摆动方向与标尺间的夹角 ;
 S ——经纬仪与标尺间的距离。

由公式可知 ,当 $\alpha = 45^\circ$ 时 ,其误差最大。设 $\alpha = 45^\circ ,w = 12\text{cm} ,S = 5\text{m}$ 时 ,则 $m_{a,a_0} = 0.36\text{mm}$ 若 $\alpha = 10^\circ$ 时 ,则 $m_{a,a_0} = 0.12\text{mm}$;当 $\alpha = 0$ 时 ,则 $m_{a,a_0} = 0$,没有误差。

因此观测时应尽量使标尺面与垂球线摆动方向平行 ,并采取措施限制摆幅 w 的大小 ,以减少这项误差对投向的影响。

5. 垂球线附生摆动的影响

在理想状态下 ,井筒内垂球的摆动应与钟摆一样 ,具有均匀而且逐渐衰减的摆幅 ,如图 3-16(a)。 但由大量的实际观测资料发现 ,垂球线的各相邻摆幅的平均位置的连线 ,并不成为一条直线 ,而是一条左右偏移的曲线 ,如图 3-16(b)所示。这明显说明在主要摆动过程中 ,还有一系列附生摆动。当垂球线有了附生摆动 ,将直接影响摆动观测结果所求得稳定位置的正确性 ,因而产生投点误差。经研究发现 ,产生附生摆动的主要原因可能有以下几种情况。

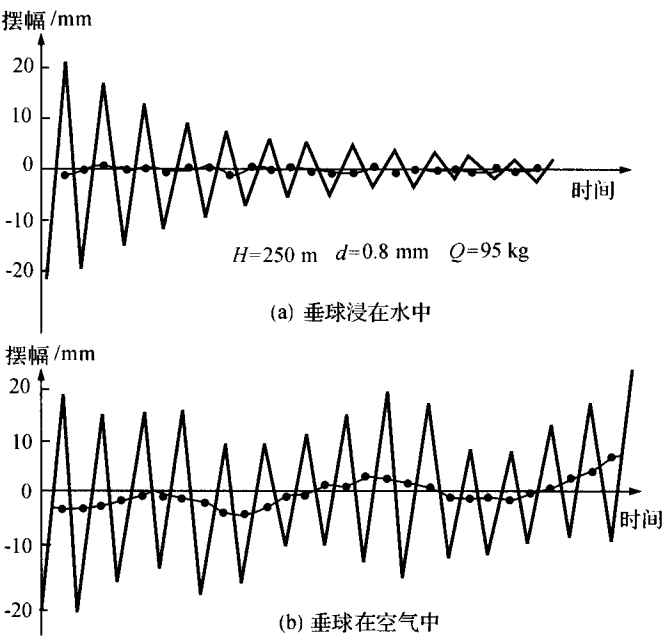


图 3-16 垂球的附生摆动

- (1)井筒内紊流的影响；
 - (2)井筒内随机滴水的撞击；
 - (3)地面垂球线固定板的随机振动；
 - (4)钢丝的弹性使垂球线不能完全拉直,稍受外界振动的影响,垂球线便会上下摆动,致使正常摆动不均匀；
 - (5)金属垂球可能受到井筒内其他金属的引力和磁力的影响。
- 实践证明,适当增大垂球的重量和稳定液的浓度,可减少附生摆动的影响。

二、用垂球线投点引起的投向误差

一井几何定向,是用垂球线投点将方位传递到井下的。由于垂球线投点误差,引起垂球线偏斜,便引起两垂球线方位误差,即投向误差,以 θ 表示。 θ 值大小直接与投点误差 e 的大小和方向有关。如图(3-17)所示,设 A, B 为两垂球线的地面位置, A', B' 为两垂球线在定向水平的位置, e_1, e_2 为投点线量误差,由投点线量误差引起投向误差为

$$\theta = \pm \frac{\rho}{c} \sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2}{2}} \tag{3-26}$$

式中 c —— A, B 两垂球线间的距离, $\rho = 206265$ 。
同一井筒内两垂球线的投点条件相同,可认为 $e_1 = e_2 = e$ 则

$$\theta = \pm \frac{\rho}{c} e \tag{3-27}$$

由上式可知,投向误差与投点误差成正比,与两垂球线间距离成反比。要提高投向精度,要采取精确投点的方法,尽量减少投点误差,同时尽可能增大两垂球线间的距离 c 。

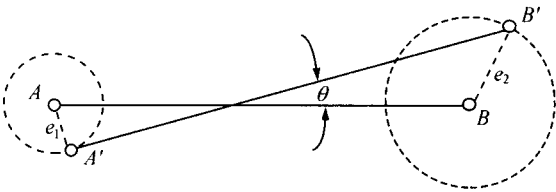


图 3-17 投点误差所引起的投向误差

三、三角形连接法的精度分析

用三角形连接进行一井定向测量,由图 3-5 可知,井下导线起始边 $C'D'$ 的方位角 $\alpha_{C'D'}$ 的计算公式为

$$\alpha_{C'D'} = \alpha_{DC} + \varphi - \alpha + \beta' + \psi' \pm 4 \times 180^\circ \quad (3-28)$$

显然方位角 $\alpha_{C'D'}$ 的误差就是定向误差。它包括各连接角误差和投向误差 θ 两部分。

$$m_{\alpha_{C'D'}}^2 = m_{\alpha_{CD}}^2 + m_{\varphi}^2 + m_{\alpha}^2 + m_{\beta'}^2 + m_{\psi'}^2 + \theta^2 \quad (3-29)$$

如将上式分为井上和井下连接误差及投向误差三部分,则有

$$m_{\alpha_{C'D'}}^2 = m_{\text{上}}^2 + \theta^2 + m_{\text{下}}^2 \quad (3-30)$$

$$\text{式中 } m_{\text{上}}^2 = m_{\alpha_{CD}}^2 + m_{\varphi}^2 + m_{\alpha}^2$$

$$m_{\text{下}}^2 = m_{\alpha_{C'D'}}^2 + m_{\beta'}^2 + m_{\psi'}^2$$

1. 连接三角形垂线处的角度误差及最有利形状

计算垂线处角度 α , 在延伸三角形中是用正弦公式, 即

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \sin \gamma$$

角度 α 是观测值 a, c 和 γ 的函数, 故误差公式为

$$m_{\alpha}^2 = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial a} \right)^2 m_a^2 \rho^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial c} \right)^2 m_c^2 \rho^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} \right)^2 m_{\gamma}^2 \quad (3-31)$$

$$\text{式中 } \frac{\partial \alpha}{\partial a} = \frac{\sin \gamma}{c \cdot \cos \alpha} \quad \frac{\partial \alpha}{\partial c} = \frac{a \sin \gamma}{c^2 \cdot \cos \alpha} \quad \frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} = \frac{a \sin \gamma}{c \cdot \cos \alpha}$$

将各偏导数代入得

$$m_{\alpha}^2 = \frac{\sin^2 \gamma}{c^2 \cdot \cos^2 \alpha} m_a^2 \rho^2 + \frac{a^2 \sin^2 \gamma}{c^4 \cos^2 \alpha} m_c^2 \rho^2 + \frac{a^2 \cos^2 \gamma}{c^2 \cos^2 \alpha} m_{\gamma}^2 \quad (3-32)$$

再将 $\sin \gamma = \frac{c}{a} \sin \alpha$ 和 $\cos^2 \gamma = 1 - \sin^2 \gamma = 1 - \sin^2 \alpha \cdot \frac{c^2}{a^2}$ 代入上式得

$$m_{\alpha}^2 = \frac{\tan^2 \alpha}{a^2} m_a^2 \rho^2 + \frac{\tan^2 \alpha}{c^2} m_c^2 \rho^2 + \frac{a^2}{c^2 \cdot \cos^2 \alpha} m_{\gamma}^2 - \tan^2 \alpha \cdot m_{\gamma}^2 \quad (3-33)$$

$$\text{则 } m_{\alpha} = \pm \sqrt{\rho^2 \tan^2 \alpha \left(\frac{m_a^2}{a^2} + \frac{m_c^2}{c^2} - \frac{m_{\gamma}^2}{\rho^2} \right) + \frac{a^2}{c^2 \cdot \cos^2 \alpha} m_{\gamma}^2} \quad (3-34)$$

同理, 可得 β 角误差为

$$m_{\beta} = \pm \sqrt{\rho^2 \tan^2 \beta \left(\frac{m_b^2}{b^2} + \frac{m_c^2}{c^2} - \frac{m_{\gamma}^2}{\rho^2} \right) + \frac{b^2}{c^2 \cdot \cos^2 \beta} m_{\gamma}^2} \quad (3-35)$$

对井下连接三角形垂线处角度误差, 可得同样的公式。由式(3-34)(3-35)可以看出, 当 $\alpha' \approx 0^\circ$, $\beta' \approx 180^\circ$ 或 $\alpha' \approx 180^\circ$, $\beta' \approx 0^\circ$ 时, 各测量元素的误差对垂线处角度的精度影响最小。此时, $\tan \alpha \approx \tan \beta \approx 0$, $\cos \alpha \approx 1$, $\cos \beta \approx -1$, 故式(3-34)(3-35)则变成

$$\left. \begin{aligned} m_{\alpha} &= \pm \frac{a}{c} m_{\gamma} \\ m_{\beta} &= \pm \frac{b}{c} m_{\gamma} \end{aligned} \right\} \quad (3-36)$$

由此可得到以下结论：

(1) 连接三角形最有利形状为连接角 γ 不大于 2° 的延伸三角形；

(2) 计算角 α 和 β 的精度取决于连接角 γ 误差的大小，而且随 $\frac{a}{c}$ 和 $\frac{b}{c}$ 的比值的减小而减小，因此，在连接时，除了提高测量角 γ 的精度外，应使连接点 C 和 C' 应尽可能靠近最近的垂球线；

(3) 两垂球线距离 c 越大，则计算角的精度越高；

(4) 在延伸三角形中量边误差对定向精度影响不大。

当在定向水平难以构成延伸三角形时，也可用锐角大于 20° 的三角形连接。此时的三角形内角可用边公式计算。

当量边误差相等时，即 $m_a = m_b = m_c = m_l$ 时，则可得计算角的中误差公式，即

$$\left. \begin{aligned} m_{\alpha} &= \frac{m_c \rho}{c \cdot \sin \beta} \sqrt{1 + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma} \\ m_{\beta} &= \frac{m_c \rho}{c \cdot \sin \alpha} \sqrt{1 + \cos^2 \alpha + \cos^2 \gamma} \end{aligned} \right\} \quad (3-37)$$

由上式也可得出以下结论：

(1) 当 α, β 角接近于 0° 或 180° 时，计算角误差最大；

(2) 两垂球线间距越大，则计算角误差越小；

(3) 若有一垂球线处的顶角为直角，则另一个垂球线的顶角误差为最小，反之亦然。

2. 连接点对中误差对定向精度的影响

如图 3-18 所示， A, B 为垂球线， CD 为地面上的连接边，由于存在对中误差，经纬仪被安置在 C' 点上，此时连接边就成了 $C'D$ 边。这样，两垂球线 AB 边的方位角为

$$\alpha_{AB1} = \alpha_{DC} + \angle \varphi' - \angle \alpha' \pm 2 \times 180^\circ$$

当经纬仪对中无误差时，则

$$\alpha_{AB} = \alpha_{DC} + \angle \varphi - \angle \alpha \pm 2 \times 180^\circ$$

由此而引起的两垂球线方位角误差为

$$\Delta = \alpha_{AB} - \alpha_{AB1} = \angle \varphi - \angle \varphi' - \angle \alpha + \angle \alpha'$$

由图 3-18 可知 $\angle \varphi - \angle \varphi' = \delta_2 + \delta_1$

由于

$$\angle \alpha' - \angle \alpha = -\delta_1$$

故

$$\Delta = \delta_2 + \delta_1 - \delta_1 = \delta_2$$

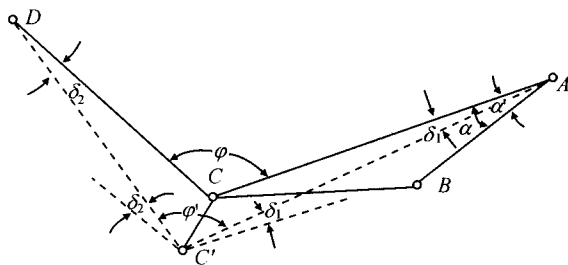


图 3-18 经纬仪在连接点上的对中误差

由此可见,经纬仪对中误差引起两垂球线的方向误差为 δ_2 , 其对中误差可按求仪器对中误差的方法确定,即

$$m_T = \pm \frac{e_T}{\sqrt{2}d} \rho \quad (3-38)$$

式中 e_T ——经纬仪对中量误差;

d —— CD 边长。

连接时还应考虑到 D 点上觇标对中误差 m_D , 即

$$m_D = \pm \frac{e_D}{\sqrt{2}d} \rho \quad (3-39)$$

式中 e_D ——觇标对中量误差。

因此,在 C 点测连接角 φ 的误差,对定向精度的影响 m_φ 为

$$m_\varphi = \pm \sqrt{m_i^2 + \left(\frac{e_T}{\sqrt{2}d}\right)^2 \rho^2 + \left(\frac{e_D}{\sqrt{2}d}\right)^2 \rho^2} \quad (3-40)$$

式中 m_i ——测量方法误差。

当 $e_T = e_D = e$ 时,则

$$m_\varphi = \sqrt{m_i^2 + \frac{e^2}{d^2} \rho^2} \quad (3-41)$$

由此可知:

(1) 经纬仪在连接点 C 的对中误差,直接影响两垂球线的方位角精度,其精度随连接边 d 的增长而提高;

(2) 由于连接三角形的各测量元素都是根据经纬仪的中心测得的,所以经纬仪在 C 点的对中误差对连接三角形的解算没有影响。

3. 用连接三角形进行一井定向的总误差

计算连接三角形进行一井定向的总误差用式(3-29)计算,即

$$m_{\alpha_0} = m_{\alpha_{CD'}} = \pm \sqrt{m_{\alpha_{DC}}^2 + m_{\varphi}^2 + m_{\alpha}^2 + m_{\beta}^2 + m_{\psi}^2 + \theta^2}$$

式中的各项误差计算公式分别如下:

由于地面连接边方位角 α_{DC} 是由地面近井点布设导线测出的,故 $m_{\alpha_{DC}}$ 可按支导线的误差积累公式计算,即

$$m_{\alpha_{DC}} = \pm m_{\beta} \sqrt{n}$$

式中 m_{β} ——地面近井导线的测角中误差;

n ——近井导线的角数。

连接角中误差 m_{φ} 和 m_{ψ} 均用式(3-41)计算,即

$$m_{\varphi} = m_{\psi} = \pm \sqrt{m_i^2 + \frac{e^2}{d^2} \rho^2}$$

m_{α}, m_{β} 在 $\alpha < 2^\circ, \beta > 178^\circ$ 的延伸三角形中,用式(3-36)计算,即

$$m_{\alpha} = \frac{a}{c} m_{\gamma}, m_{\beta} = \frac{b}{c} m_{\gamma}$$

投向误差 θ 按式(3-27)计算,即

$$\theta = \pm \frac{e}{c} \rho$$

4. 两个检核公式的可靠性分析

采用连接三角形进行一井定向时,均利用两个检核公式检查测量和计算的正确性。其一是用两垂球线间的测量值与计算值进行检核,其二是用三角形内角和是否等于 180° 来检核。下面分别讨论这两种检核公式的可靠程度。

(1) 两垂球线间距离检核公式的可靠性

若两垂球线间的距离观测值为 c ,而计算值为 c' ,而检核用 $d = c - c'$ 公式,根据此公式,我国有关规定,井上不大于 $\pm 2\text{mm}$,井下不大于 $\pm 4\text{mm}$ 。由检核公式可得误差公式为

$$m_d^2 = m_c^2 + m_{c'}^2 \quad (3-42)$$

因

$$c' = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

故

$$m_{c'}^2 = \left(\frac{\partial c'}{\partial a} \right) m_a^2 + \left(\frac{\partial c'}{\partial b} \right) m_b^2 + \left(\frac{\partial c'}{\partial \gamma} \right) \frac{m_{\gamma}^2}{\rho^2} \quad (3-43)$$

因 $c \approx c'$ 故

$$\frac{\partial c'}{\partial a} = \frac{2a - 2b \cos \gamma}{2c} = \frac{a - b \cos \gamma}{c}$$

$$\frac{\partial c'}{\partial b} = \frac{2b - 2a \cos \gamma}{2c} = \frac{b - a \cos \gamma}{c}$$

$$\frac{\partial c'}{\partial \gamma} = \frac{2ab \sin \gamma}{2c} = \frac{ab \sin \gamma}{c}$$

将偏导数中的各值按图 3-19 加以换算,有

$$a - b \cos \gamma = c \cdot \cos \beta, \quad \text{故} \quad \frac{\partial c'}{\partial a} = \cos \beta$$

$$b - a \cos \gamma = c \cdot \cos \alpha, \quad \frac{\partial c'}{\partial b} = \cos \alpha$$

$$a \sin \gamma = c \cdot \sin \alpha, \quad \frac{\partial c'}{\partial \gamma} = b \sin \alpha$$

将上列各值代入式(3-43)得

$$m_c^2 = m_a^2 \cos^2 \beta + m_b^2 \cos^2 \alpha + \frac{m_\gamma^2}{\rho^2} b^2 \sin^2 \alpha$$

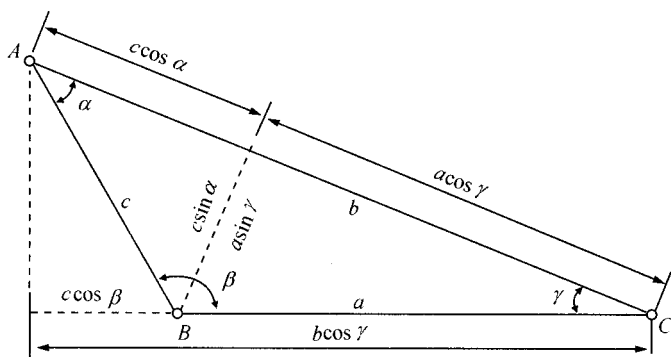


图 3-19 连接三角形各边长换算图

当延伸三角形用正弦公式解算时 $\rho \cos \alpha \approx 1$ $\rho \cos \beta \approx -1$ 则

$$m_c^2 = m_a^2 + m_b^2 + \frac{m_\gamma^2}{\rho^2} b^2 \sin^2 \alpha \quad (3-44)$$

代入式(3-42)得

$$m_d^2 = m_c^2 + m_a^2 + m_b^2 + \frac{m_\gamma^2}{\rho^2} b^2 \sin^2 \alpha \quad (3-45)$$

上式右边前三项为量边误差对差数 d 的影响,最后一项为测角误差的影响。设 $b = 6.5\text{m}$ $\alpha = 15^\circ$ $m_\gamma = 18''$ 则

$$\frac{m_{\gamma}}{\rho} b \sin \alpha = \frac{18}{2.06 \times 10^5} \times 6.5 \times 10^3 \times 0.259 = 0.14 \text{ mm}$$

可见,测角误差的影响甚微。因为在延伸三角形中 $\sin \alpha = 0$, 所以测角误差对计算边长的影响反映不出来。因此,这种检核公式只能检查量边的正确性,而不能检查测角的正确性。

(2) 用三角形内角和公式检核的可靠性

三角形中三内角和数公式为

$$S = \alpha + \beta + \gamma$$

式中角度 γ 是实测的,而 α, β 是按下式计算的,即

$$\sin \alpha \frac{a}{c} \sin \gamma, \sin \beta = \frac{b}{c} \sin \gamma$$

可见,和数 S 是角度 γ 和边长 a, b, c 的实测值的函数。当测角量边均有误差时,则和数 S 的误差 m_s 为

$$m_s^2 = \left(\frac{\partial S}{\partial a} \right)^2 m_a^2 \rho^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial b} \right)^2 m_b^2 \rho^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial c} \right)^2 m_c^2 \rho^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial \gamma} \right)^2 m_{\gamma}^2 \quad (3-46)$$

式中各偏导数按三内角和数公式计算,即

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial a} &= \frac{\sin \gamma}{c \cdot \cos \alpha}; & \frac{\partial S}{\partial b} &= \frac{\sin \gamma}{c \cdot \cos \beta} \\ \frac{\partial S}{\partial c} &= -\frac{a \sin \gamma}{c^2 \cdot \cos \alpha} - \frac{b \sin \gamma}{c^2 \cdot \cos^2 \beta} = -\frac{a}{c^2} \cdot \frac{c}{a} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{b}{c^2} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \\ &= -\frac{1}{c} \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} = -\frac{1}{c} \frac{\sin \gamma}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \\ \frac{\partial S}{\partial \gamma} &= \frac{a}{c} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos \alpha} + \frac{b}{c} \cdot \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} + 1 = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \gamma}{\sin \gamma \cdot \cos \alpha} + \frac{\sin \beta \cdot \cos \gamma}{\sin \gamma \cdot \cos \beta} + 1 = \\ &= \frac{\tan \alpha}{\tan \gamma} + \frac{\tan \beta}{\tan \gamma} + 1 = \frac{\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma}{\tan \gamma} \end{aligned}$$

因 $\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma = \tan \alpha \cdot \tan \beta \tan \gamma$

故 $\frac{\partial S}{\partial \gamma} = \tan \alpha \cdot \tan \beta$

将上式各偏导数值代入(3-46)并且假定为延伸三角形,即 $\cos \alpha \approx 1, \cos \beta \approx -1$, 则

$$m_s^2 = \left(\frac{\sin \gamma}{c} \rho \right)^2 (m_a^2 + m_b^2 + m_c^2) + (\tan \alpha \cdot \tan \beta)^2 m_{\gamma}^2 \quad (3-47)$$

若量边误差相同,则

$$m_s^2 = 3 \left(\frac{\sin \gamma}{c} \rho \right)^2 m_c^2 + (\tan \alpha \cdot \tan \beta)^2 m_{\gamma}^2 \quad (3-48)$$

上式右端第一项为量边误差对三内角和的影响,第二次为测 γ 角误差的影响。

设 $c = 3.5\text{m}$, $\gamma = 2^\circ$ 时 ,由量边误差 $m_l = \pm 2\text{mm}$ 引起的三内角和闭合差为

$$\sqrt{3} \left(\frac{\sin \gamma}{c} \right) m_c = \pm 7.1''$$

可见 ,三角形内角和检核公式对量边误差的反映是不敏感的 ,它无法检查量边的正确性。对于其他形状的连接三角形 ,则能反映量边误差的影响。

另设 $\alpha = 177^\circ$, $\beta = 2^\circ$, $m_\gamma = \pm 1''$,则

$$(\tan \alpha \cdot \tan \beta) m_\gamma = 6.6''$$

同样 ,可见三角形内角和检核公式对测角误差也很不敏感。

从以上两个检核公式分析可得出以下结论 :

- ①用两垂球线间距离检核公式 ,只能检查量边的正确性 ,而不能检查测角的正确性。
- ②三角形内角和检核公式只能检查计算过程的正确 ,不能检查测角量边的正确性。
- ③测角的正确性只能用在 C 点上测 γ , ψ , φ 三个角的方法来检查。
- ④当连接三角形不是延伸三角形时 ,三角形内角和公式可以检查量边的粗差。

四、四边形连接法的误差分析

四边形连接是一井几何定向的一种方法 ,其观测工作量大于三角形连接法。但在某些竖井中 ,由于井筒或井底车场条件的限制 ,不得不采用四边形连接。四边形连接法的精度与测角精度和四边形形状有关。

四边形连接法分单面连接和双面连接两种 ,如图 3-20 所示。现根据图中标出的测量角度和图形 ,并按假定方位角法解算来分析其误差。

两仪器点 P_1 与 P_2 的连接在地面坐标系中的方位角 $\alpha_{P_1 P_2}$ 是按下式 (3-49) 求得的 ,即

$$\alpha_{P_1 P_2} = \alpha_{AB} - \alpha'_{AB} \quad (3-49)$$

式中 α_{AB} ——两垂球连线在地面坐标系中的方位角 ;

α'_{AB} ——两垂球连线在假定坐标系统中的方位角。

根据误差传播定律 ,则

$$m_{\alpha_{P_1 P_2}}^2 = m_{\alpha_{AB}}^2 + m_{\alpha'_{AB}}^2$$

由于 $m_{\alpha_{AB}}$ 与井下连接无关 ,故上式可写成

$$m_{\alpha_{P_1 P_2}} = m_{\alpha'_{AB}}$$

实际上方位角 α'_{AB} 是由下式 (3-50) 求得 ,即

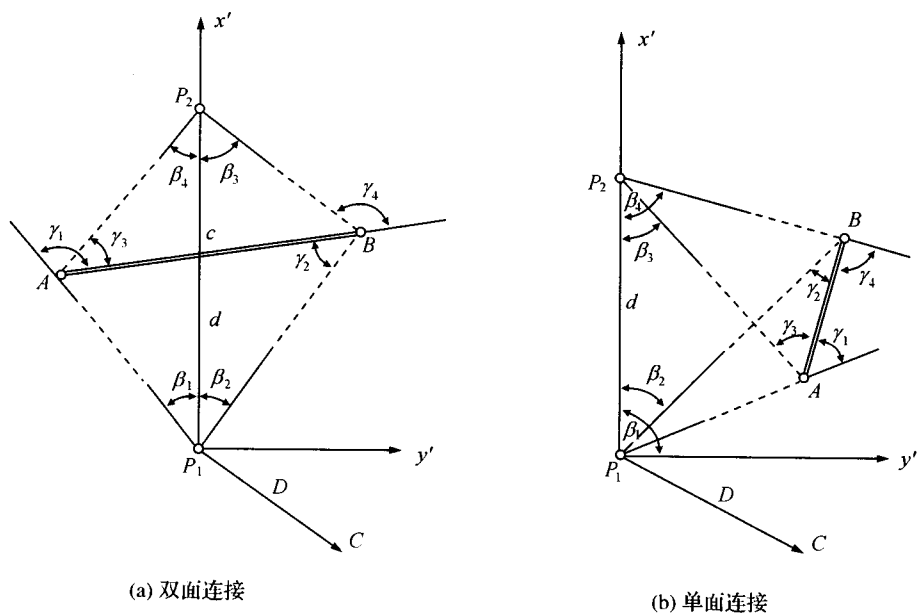


图 3-20 双面和单面连接四边形

$$\alpha'_{AB} = \arctan \frac{y'_B - y'_A}{x'_B - x'_A} \quad (3-50)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} x'_A &= \frac{d \cdot \sin \beta_3 \cos \beta_1}{\sin (\beta_1 + \beta_3)}; & y'_A &= \frac{d \cdot \sin \beta_3 \sin \beta_1}{\sin (\beta_1 + \beta_3)} \\ x'_B &= \frac{d \cdot \sin \beta_4 \cos \beta_2}{\sin (\beta_2 + \beta_4)}; & y'_B &= \frac{d \cdot \sin \beta_4 \sin \beta_2}{\sin (\beta_2 + \beta_4)} \end{aligned} \right\} \quad (3-51)$$

由式 (3-50) 按误差积累规律得

$$m_{\alpha_{P_1 P_2}}^2 = m_{\alpha'_{AB}}^2 = \left(\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_1} \right)^2 m_{\beta_1}^2 + \left(\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_2} \right)^2 m_{\beta_2}^2 + \left(\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_3} \right)^2 m_{\beta_3}^2 + \left(\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_4} \right)^2 m_{\beta_4}^2 \quad (3-52)$$

对式 (3-50) 取所测角度的偏导数得

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_i} = \frac{(x'_B - x'_A) \frac{\partial (y'_B - y'_A)}{\partial \beta_i} - (y'_B - y'_A) \frac{\partial (x'_B - x'_A)}{\partial \beta_i}}{(x'_B - x'_A)^2 + (y'_B - y'_A)^2} \quad (3-53)$$

因 $(x'_B - x'_A)^2 + (y'_B - y'_A)^2 = c^2$

$$\frac{(x'_B - x'_A)}{c} = \cos \alpha'_{AB}$$

$$\frac{(y'_B - y'_A)}{c} = \sin \alpha'_{AB}$$

c 为两垂球线间的距离。

故上式有

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_i} = \frac{1}{c} \left\{ \cos \alpha'_{AB} \frac{\partial (y'_B - y'_A)}{\partial \beta_i} - \sin \alpha'_{AB} \frac{\partial (x'_B - x'_A)}{\partial \beta_i} \right\} \quad (3-54)$$

顾及式(3-51),对 β_1 取偏导数得

$$\begin{aligned} \frac{\partial (y'_B - y'_A)}{\partial \beta_1} &= \frac{\alpha' \left\{ \frac{d \sin \beta_4 \sin \beta_2}{\sin(\beta_2 + \beta_4)} + \frac{d \sin \beta_3 \sin \beta_1}{\sin(\beta_1 + \beta_3)} \right\}}{2\beta_1} = \\ &= d \frac{\sin(\beta_1 + \beta_3) \sin \beta_3 \cos \beta_1 - \sin \beta_3 \sin \beta_1 \cos(\beta_1 + \beta_3)}{\sin^2(\beta_1 + \beta_3)} = \\ &= \frac{d \sin^2 \beta_3}{\sin^2(\beta_1 + \beta_3)} \end{aligned}$$

同理得

$$\frac{\partial (x'_B - x'_A)}{\partial \beta_1} = \frac{d \cos \beta_3 \sin \beta_3}{\sin^2(\beta_1 + \beta_3)}$$

将上式两偏导数值代入式(3-54)得

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_1} = \frac{d \sin \beta_3 \sin \gamma_3}{c \sin^2(\beta_1 + \beta_3)}$$

同理得

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_2} = \frac{d \sin \beta_4 \sin \gamma_4}{c \sin^2(\beta_2 + \beta_4)}$$

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_3} = \frac{d \sin \beta_1 \sin \gamma_1}{c \sin^2(\beta_1 + \beta_3)}$$

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_4} = \frac{d \sin \beta_2 \sin \gamma_2}{c \sin^2(\beta_2 + \beta_4)}$$

将上列各偏导数值代入式(3-52)并顾及角度为等精度观测,则得

$$m_{\alpha_{P_1 P_2}} = \pm \frac{d m_{\beta}}{c} \sqrt{\frac{\sin^2 \beta_3 \sin^2 \gamma_3 + \sin^2 \beta_1 \sin^2 \gamma_1}{\sin^4(\beta_1 + \beta_3)} + \frac{\sin^2 \beta_4 \sin^2 \gamma_4 + \sin^2 \beta_2 \sin^2 \gamma_2}{\sin^4(\beta_2 + \beta_4)}} \quad (3-55)$$

式中 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ 相应为 AB 线与四边形各边的夹角(见图 3-20)。由式(3-65)可知:

(1) $P_1 P_2$ 边长 d 的丈量误差对方位角 $\alpha_{P_1 P_2}$ 没有影响。

(2) 四边形连接定向误差主要受 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 及 β_4 观测精度和四边形图形的影响。当 $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 45^\circ$ 时, 即连接四边形为正方形时, 连接的精度最高。

第六节 两井定向

当地下工程有两个竖井时, 且两井定向水平间有巷道相通并便于进行测量时, 就应采用两井定向。两井定向是把两个垂球线分别挂在两个井筒内, 然后在地面和井下把两个垂球线连接起来, 通过计算便可把地面坐标系中的平面坐标及方向传递到井下。

两井定向与一井定向相比, 两垂球线的距离大大的增加了, 然而投向误差不是定向的主要误差。例如, 设两井筒间距离为 50m, 投点误差 $e = \pm 1\text{mm}$, 其投向误差为

$$\theta = \pm \frac{e}{c} \rho = \pm \frac{1}{50000} \times 206265 = \pm 4.11''$$

由此可见, 投点误差对两井定向投向误差影响比一井定向小得多, 同时说明了两井定向比一井定向精度高得多。这是两井定向的最大的优点。因此, 有关规程规定, 当地下有大型工程时, 尽管已做过一井定向, 若两井间有平巷连通, 必须进行两井定向。

一、两井定向的外业测量工作

两井定向工作与一井定向类似, 包括向定向水平投点, 地面与井下连接测量, 内业整理等。下面分别叙述。

1. 投点

每个竖井悬挂一根垂球线, 投点设备、投点方法和一井定向相同。一般采用单稳投点。在竖井比较忙的情况下, 为了减少占用井筒的时间, 有条件时可把垂球线挂在井筒的管子间内。两井定向垂球线自由悬挂的检查, 只能采用信号圈法检查或乘罐笼直接检查。

2. 地面连接测量

地面连接测量的目的是测定两垂球线 A, B 的平面坐标及 AB 的方位角。连接方式可根据两井距离的远近来选择。当两井距离较近时, 可从一个近井点向两垂球线敷设导

线。这种连接导线应尽可能敷设在两垂球线连线的方向上,以减少量边误差对 AB 连接坐标方位角的影响。连接导线的测站数越少越好,如图 3-21(a)所示。当两井距离较远时,可设置两个近井点,近井点应尽可能靠近井筒,从近井点到垂球线的导线边不宜超过三条,如图 3-21(b)所示。设置近井点的要求与一井定向相同。

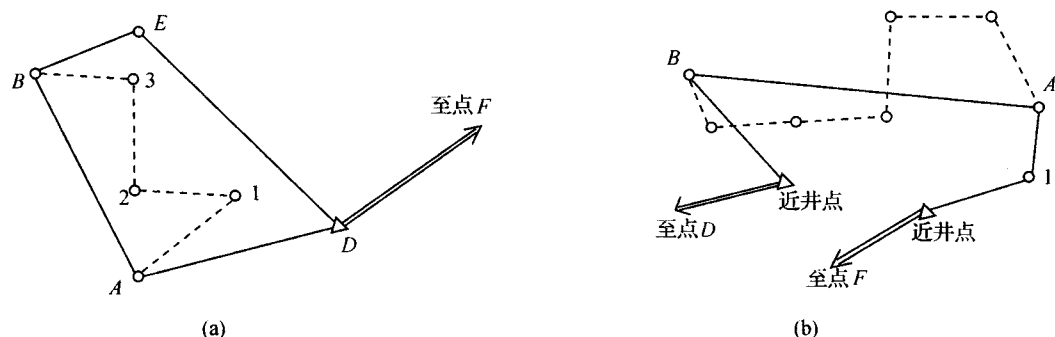


图 3-21 两井定向的井上连接

3. 井下连接测量

井下连接测量是在定向水平,敷设一条导线,将两垂球线连接起来,如图 3-21 所示。在巷道形状和条件可能的情况下,尽可能沿两垂球线连线方向敷设,其长度越短,导线点数越少,精度越高。导线的等级和观测精度,应根据地下工程的需要和现有的设备来确定。

具体工作时,先下放垂球线,在进行钢丝自由悬挂检查后,观测与垂球线相连的连接角和连接边,导线的其他部分则在下放垂球之前或以后测完。

二、两井定向的内业计算

从两井定向的井上下连接图可以看出,井上下好像是一条导线,只是在两垂球线处缺少两个观测角,使地面到井下导线不能直接推算。地面根据连接测量的结果,算出两垂球线的坐标,并反算出两垂球线的方位角和长度。井下连接导线没有方向,所以必须假定一个方向和坐标原点,即所谓的假定坐标系。按假定坐标系计算出两垂球线的假定坐标,再用假定坐标反算出两垂球连线的长度和假定方位角。根据两垂球连线井上下方位角之差,可算出井下连接导线任意一边在地面坐标系中的方位角。然后再按地面坐标系统的方位角和一个垂球线的坐标,重新计算井下连接导线各点及另一个垂球线的坐标。将按地下导线重新推算的是一个垂球线的坐标与地面坐标之差分配后,两井定向工作全部结束。具体计算步骤如下:

1. 计算两垂球连线的水平距离和坐标方位角

根据地面测量成果计算两垂球线 A, B 的坐标, 再按坐标计算两垂球线 AB 的水平距离和坐标方位角。

$$c = \frac{y_B - y_A}{\sin \alpha_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos \alpha_{AB}} = \sqrt{(\Delta y_{BA})^2 + (\Delta x_{BA})^2} \quad (3-56)$$

$$\tan \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y_{BA}}{\Delta x_{BA}} \quad (3-57)$$

2. 计算假定坐标系统中的方位角和长度

为确定井下假定坐标系统并计算在定向水平上两垂球线在假定坐标系统中的方位角和长度, 一般假设 A 为坐标原点, AB 边为 x' 轴方向, 即 $x'_A = 0, y'_A = 0, \alpha'_{A1} = 0^\circ 00' 00''$ 。根据假定坐标系统的起始数据与井下连接测量的数据求得 B 垂球线的假定坐标 x'_B, y'_B 。计算两垂球线连线的假定方位角 α'_{AB} 和距离 c' , 即

$$\tan \alpha'_{AB} = \frac{y'_B}{x'_B} \quad (3-58)$$

$$c' = \frac{y'_B}{\sin \alpha'_{AB}} = \frac{x'_B}{\cos \alpha'_{AB}} = \sqrt{(y'_B)^2 + (x'_B)^2} \quad (3-59)$$

3. 测量与计算正确性的第一检验

由于地面与定向水平不在同一平面上, 因此井上下连接测量所算得的两垂球间的距离应满足

$$c = c' + \frac{H}{R} c \quad (3-60)$$

式中 H ——井下定向水平 A, B 两点高程平均值;

R ——地球的平均曲率半径, 可用 6371 km 。

由于测角量边误差的影响, 上述两值并不相等。有关规程规定, 差值 Δc 不应大于井上下连接测量中误差的两倍。当地面连接精度较高时, 地面连接误差相对井下连接误差可以忽略, 此时

$$\Delta c \leq 2\sqrt{\frac{m_\beta^2}{\rho^2} \sum R_{xi}^2 + a^2 \sum l \cdot \cos^2 \varphi + b^2 c^2} \quad (3-61)$$

式中 m_β ——井下导线测角误差;

a, b ——井下导线量边偶然误差和系统误差影响的系数;

R_{xi} ——井下各导线点至垂球线 B 的连线在 AB 垂直的方向线上的投影长度;

φ ——各导线边与垂球线连线 AB 间的夹角;

l ——导线各边边长;

c ——两垂球线间的距离。

用上式可以检验测量和计算的正确性。但当导线成延伸形时,由 R_{AB} 很小,不能检查测角的正确性。在这种情况下,上式不能全面检查两井定向的精度。

4. 根据地面坐标系统计算井下导线点坐标

(1) 由图 3-21(a) 计算井下连接导线边的坐标方位角,有

$$\alpha_i = \alpha_i' + \Delta\alpha_{AB}$$

$$\Delta\alpha_{AB} = \alpha_{AB} - \alpha'_{AB}$$

$$\alpha_{A1} = \Delta\alpha_{AB}$$

式中 $\Delta\alpha_{AB}$ ——两垂球线连线在两坐标系统中方位角的差值;

α_{A1} ——为第一条边在地面坐标系统中的方位角;

α'_i ——该边在假定坐标系统中的方位角。

(2) 根据计算所得的起始数据 x_A, y_A 及 α_{A1} 与井下各测量数据,重新计算井下导线,求得井下连接导线各点的坐标,最后计算垂球线 B 的坐标。

5. 测量与计算结果正确性的第二个检验

这个检验是利用两垂球线的井上下坐标来检查的。也就是将井下连接导线按地面坐标系统,由 A 推算 B 的坐标,它应与地面连测所求得的 B 点坐标相同。如果其相对闭合差符合井下所采用的连接导线的精度时,则认为井下连接导线的测量与计算是正确的。平差一般采用近似方法,将闭合差按与边长成比例分配,对井上下连接导线各点的坐标加以改正,若地面连接导线精度高于井下连接导线,也可对井下导线各点的坐标加以改正。

6. 两井定向的近似平差

两井定向的平差在于消除线量闭合差。由于井上下连接导线要求尽可能沿两垂球线的连线方向布设,而且目前测角精度较高,由式(3-61)可以看出,测角误差对线量闭合差影响较小,因而平差时只对导线边长进行改正,而不改正角度,并使各边的坐标方位角不变。为了简化计算,可直接在坐标增量中加入改正数。具体方法如下:

(1) 计算井上下边长改正系数 $K_{上}$ 和 $K_{下}$,有

$$\left. \begin{aligned} K_{上} &= \frac{C_{平} - C_{上}}{C_{平}} \\ K_{下} &= \frac{C_{平} - C_{下}}{C_{平}} \end{aligned} \right\} \quad (3-62)$$

式中 $C_{平} = \frac{1}{2}(C_{上} + C_{下})$ 。这里认为井上下连接导线精度相等。上下边长改正系

数符号相反。

(2) 计算坐标增量改正数。

边长改正数 V 的一般公式为

$$V = l \cdot K$$

边长改正后的坐标增量为

$$\Delta x = (l + V) \cos \alpha = l \cos \alpha + V \cos \alpha = \Delta x' + \delta \Delta x$$

式中 $\Delta x'$ ——平差前的坐标增量；

$$\delta \Delta x = V \cos \alpha = l \cdot K \cos \alpha = \Delta x' \cdot K$$

同理

$$\delta \Delta y = V \sin \alpha = l \cdot K \sin \alpha = \Delta y' \cdot K$$

三、两井定向实例

某矿两井定向, B 点为插入的近井点, A 点为四等点, 图 3-21 中实线表示地面连接导线, 虚线表示井下连接导线。近井点的坐标 $x_B = 4380.341$, $y_B = 1177.830$, 坐标方位角 $\alpha_{AB} = 266^\circ 45' 4.1''$ 。

井上下连接实测边长和角度列于表 3-5、表 3-6 之中。

(1) 根据地面导线计算结果计算 A , B 的坐标, 即

$$x_A = -4381.854, y_A = -1200.939$$

$$x_B = -4330.173, y_B = -1234.291$$

(2) 计算坐标方位角 α_{AB} 和两垂球线间的距离 c 。

$$\alpha_{AB} = \arctan \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \arctan \frac{-33.352}{51.681} = 327^\circ 09' 51''$$

$$c = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = 61.508 \text{m}$$

(3) 根据假定坐标系统计算井下连接导线。

设 $y'_A = 0$, $x'_A = 0$, $\alpha_{A1} = 0^\circ 00' 00''$, 则得 B 垂球线假定坐标:

$$x'_B = 34.538, y'_B = -50.898$$

(4) 计算假定方位角 α'_{AB} 和井下两垂球线间的距离 c' 。

$$\alpha'_{AB} = \arctan \frac{y'_B}{x'_B} = \arctan \frac{-50.898}{34.538} = 304^\circ 09' 35''$$

$$c' = \sqrt{(y'_B)^2 + (x'_B)^2} = \sqrt{(-50.898)^2 + (34.538)^2} = 61.510 \text{m}$$

表 3－5 两井定向地面连接导线坐标计算

点		水平角	方位角	水平边长 /m	坐标增量		坐 标	
测站	照准点				$\Delta x/m$	$\Delta y/m$	x/m	y/m
F	D		$266^{\circ}45'14.1''$				-4380.241	-1177.830
D	F E	$239^{\circ}09'08''4$	$325^{\circ}54'22.5''$	59.467	$+49.246$	-33.334	-4330.995	-1211.164
E	D B	$126^{\circ}07'41''2$	$272^{\circ}02'03.1''$	23.142	$+0.822$	-23.127	-4330.173	-1234.291
E	D		$145^{\circ}54'22.5''$				-4380.241	1177.830
D	E A	$300^{\circ}06'04''4$	$266^{\circ}00'26.9''$	23.165	-1.613	-23.109	-4381.854	-1200.939

表 3－6 按假定坐标系统计算井下导线各点坐标

点		水平角	方位角	水平边长 /m	坐标增量		坐 标	
测站	照准点				$\Delta x/m$	$\Delta y/m$	x/m	y/m
A	1		$0^{\circ}00'00''$	14.747	$+14.747$	0.000	$+14.747$	0
1	A 2	$69^{\circ}02'55''$	$249^{\circ}02'55''$	28.452	-10.174	-26.571	$+4.573$	-26.571
2	1 3	$267^{\circ}52'36''$	$336^{\circ}55'31''$	36.860	$+132.991$	-14.055	$+37.564$	-40.626
3	2 B	$96^{\circ}39'37''$	$53^{\circ}35'08''$	10.708	-3.026	-10.272	$+34.538$	-50.898

(5)计算 $\Delta c = c - c' - c \times \frac{H}{R}$ (井深 334m),有

$$\Delta c = 61.508 - 61.51 - \frac{61.508 \times 334}{6378000} = 0.005m$$

$$\Delta c \leqslant 2\sqrt{\frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum R_{x_i}^2 + a^2 \sum \cdot \cos^2 \varphi + b^2 c^2} \approx \pm 7mm$$

(6)计算 A—1 边的坐标方位角 α_{A1} ,即

$$\alpha_{A1} = \alpha_{AB} - \alpha'_{AB} = 327^{\circ}09'51'' - 304^{\circ}09'35'' = 23^{\circ}00'16''$$

(7)根据起算数 x_A, y_A, α_{A1} 和井下导线测量数据重新计算井下导线(见表 3－7),求得井下导线各点及垂球线 B 的坐标。

$$x_B = -4330.172, y_B = -1234.291$$

(8)计算导线闭合差,并按边长反号分配,即

$$f_x = x_{B井} - x_{B地} = +1mm$$

$$f_y = y_{B井} - y_{B地} = -2\text{mm}$$

相对闭合差 $\frac{f}{p} = \frac{\sqrt{1^2 + 2^2}}{87767} \approx \frac{1}{39250} < \frac{1}{6000}$

式中 p 为两井重球线间的距离 ,以 mm 为单位。

然后将 f_x, f_y 按边长正比反号分配于坐标增量中 ,见表 3-7。

表 3-7 按地面坐标系统计算井下导线坐标

点		水平角	方位角	边长 /m	坐标增量		坐 标	
测站	照准点				$\Delta x/\text{m}$	$\Delta y/\text{m}$	x/m	y/m
A	1		23°00′16″	14.747	+ 13.574	+ 5.763	- 4381.854 - 4368.280	- 1200.939 - 1165.176
1	A 2	69°02′55″	272°03′11″	28.452	+ 1.019	+ 1 - 28.435	- 4367.261	- 1223.611
2	1 3	267°52′36″	359°55′47″	35.860	+ 1 35.860	+ 1 - 0.045	- 4331.402	- 1234.654
3	2 B	96°39′37″	276°35′24″	10.708	+ 1.229	- 10.637	- 4330.173	1234.291

四、两井定向精度分析

两井定向和一井定向一样 ,是由投点 ,井上、下连接三个部分组成。因此 ,井下连接导线某一边方位角的总误差为

$$m_{\alpha_i} = \pm \sqrt{m_{\pm}^2 + \theta^2 + m_{\mp}^2} \tag{3-63}$$

式中 θ ——投身误差 , $\theta = \pm \frac{e}{c}\rho$ 。因两垂球线间距 c 增大 ,投向误差对定向精度的影响不像一井定向那样起主要作用。两井定向误差主要为井上、下连接误差。

1. 地面连接误差

两井定向时 ,井下连接导线某一边的方位角按下式(3-64)计算 ,即

$$\alpha_i = \alpha_{AB} - \alpha'_{AB} + \alpha'_i \tag{3-64}$$

- 式中 α_{AB} ——两垂球线的连线在地面坐标系统中的方位角；
 α'_{AB} ——两垂球线的连线在井下假定坐标系统中的方位角；
 α'_i ——该边在假定坐标系统中的假定方位角。

由上式可知 ,仅方位角 α_{AB} 与地面连接有关 ,故地面连接误差为

$$m_{\pm} = m_{\alpha_{AB}}$$

两井定向的地面连接 ,根据两井的距离和地面连接方案不同 ,分两种不同的情况 ,以

下具体加以分析。

(1) 由一个近井点向两垂球线敷设连接导线的误差

如图 3-22(a)所示,地面连接误差包括由近井点到结点 II 和由结点 II 到两垂球线所设两部分导线的误差。由于这些导线的误差使两垂球线产生相对的位置误差,从而使方位角 α_{AB} 产生了误差。为了便于分析,假定一坐标系以 AB 为 y 轴,以垂直于 AB 的为 x 轴,则

$$m_{\perp} = m_{\alpha_{AB}} = \pm \sqrt{\frac{\rho^2}{c^2} (m_{xA}^2 + m_{xB}^2) + n m_{\beta}^2} \quad (3-65)$$

式中 c ——两垂球线间的距离;

m_{xA} ——由结点到垂球线 A 之间所设的支导线误差所引起的 A 点在 x 轴方向的位置误差;

m_{xB} ——由结点到垂球线 B 之间所设的支导线误差所引起的 B 点在 x 方向位置误差;

n ——由近井点到结点间的导线测角数;

m_{β} ——由近井点到结点间的导线测角中误差。

当近井点就是结点时, $n = 0$, 即

$$m_{\perp} = m_{\alpha_{AB}} = \pm \frac{\rho}{c} \sqrt{m_{xA}^2 + m_{xB}^2} \quad (3-66)$$

而

$$m_{xA} = \pm \sqrt{m_{xA\beta}^2 + m_{xAI}^2}$$

$$m_{xB} = \pm \sqrt{m_{xB\beta}^2 + m_{xBI}^2}$$

$$m_{xA\beta} = \pm \frac{m_{\beta}}{\rho} \sqrt{\sum_{II}^A R_{yA}^2}$$

在量边误差对坐标方位角没有影响时,故量边误差对 AB 点位影响可用下式(3-67)计算,即

$$\left. \begin{aligned} m_{xAI} &= \pm \sqrt{\sum_{II}^A m_l^2 \cdot \sin^2 \varphi} \\ m_{xB\beta} &= \pm \frac{m_{\beta}}{\rho} \sqrt{\sum_{II}^A R_{yR}^2} \\ m_{xBI} &= \pm \sqrt{\sum_{II}^B m_l^2 \cdot \sin^2 \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (3-67)$$

式中 R_{yA} ——由结点到垂球线 A 间的导线上各点到 A 的距离在 AB 线上的投影长;

R_{yB} ——由结点到垂球线 B 间的导线上各点到 B 的距离在 AB 线上的投影长；
 φ ——导线各边与 AB 连线间的夹角。

由上式可见,在这样情况下,量边系统误差对坐标方位角 α_{AB} 没有影响,而量边误差对 A, B 点位的影响可用下式(3-68)计算,即

$$\left. \begin{aligned} m_{xAI} &= \pm a \sqrt{\sum_{II}^A l \cdot \sin^2 \varphi} \\ m_{xBI} &= \pm a \sqrt{\sum_{II}^B l \cdot \sin^2 \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (3-68)$$

式中 a ——量边的偶然误差系数；
 l ——导线各边边长。

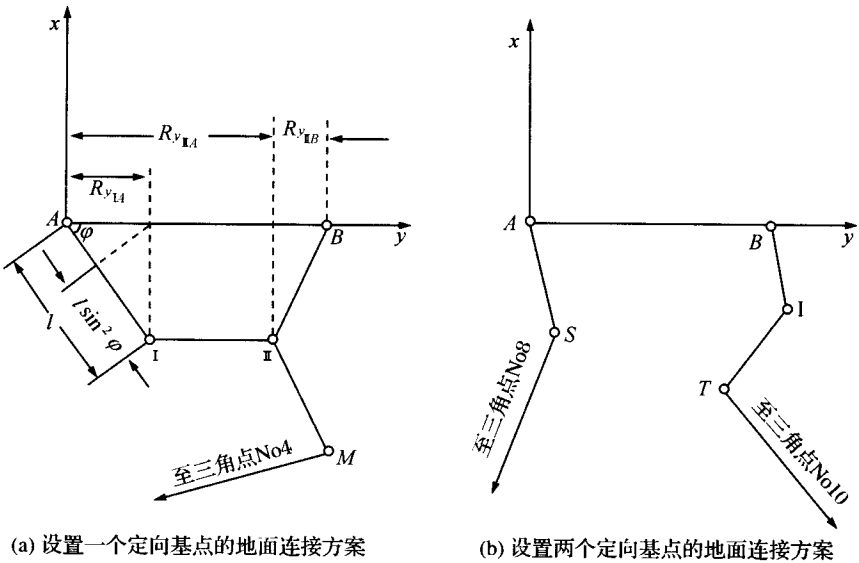


图 3-22 两井定向的地面连接方案

(2)由两个近井点分别向两垂球线敷设连接导线的误差

由图 3-22(b)所示,这种方案同样需要假定 AB 为 y 轴,垂直于 AB 的方向为 x 轴,则坐标方位角 α_{AB} 的误差为

$$m_{\perp} = m_{\alpha_{AB}} = \pm \frac{\rho}{c} \sqrt{m_{xA}^2 + m_{xB}^2} \quad (3-69)$$

而
$$m_{xA}^2 = m_{xS}^2 + \frac{1}{\rho^2} \sum_S^A m_{\beta}^2 R_{yA}^2 + a^2 \sum_S^A l \sin^2 \varphi$$

$$m_{xB}^2 = m_{xT}^2 + \frac{1}{\rho^2} \sum_T^B m_B^2 R_{yB}^2 + a^2 \sum_T^B l \cdot \sin^2 \varphi + b^2 (R_{(T-B)_x} \pm R_{(S-A)_x})^2$$

式中 m_{xS}, m_{xT} ——近井点 S 和 T 的 x 坐标误差；

$R_{(T-B)_x}, R_{(R-A)_x}$ ——连线 TB 和 SA 在 x 轴上的投影。

当近井点(定向基点) S, T 位于 AB 线的同侧时括号内取负号,异侧取正号。

2. 井下连接误差

井下连接导线如图 3-23 所示,共测了 $(n-1)$ 个角和 n 条边。井下连接导线误差是由井下连接导线中某一边的坐标方位角误差表示的,即

$$m_{\gamma}^2 = m_{\alpha i}^2 = m_{\alpha \beta}^2 + m_{\alpha l}^2 \quad (3-70)$$

式中 $m_{\alpha \beta}, m_{\alpha l}$ ——测角、量边误差所引起的井下导线某边的方位角误差。

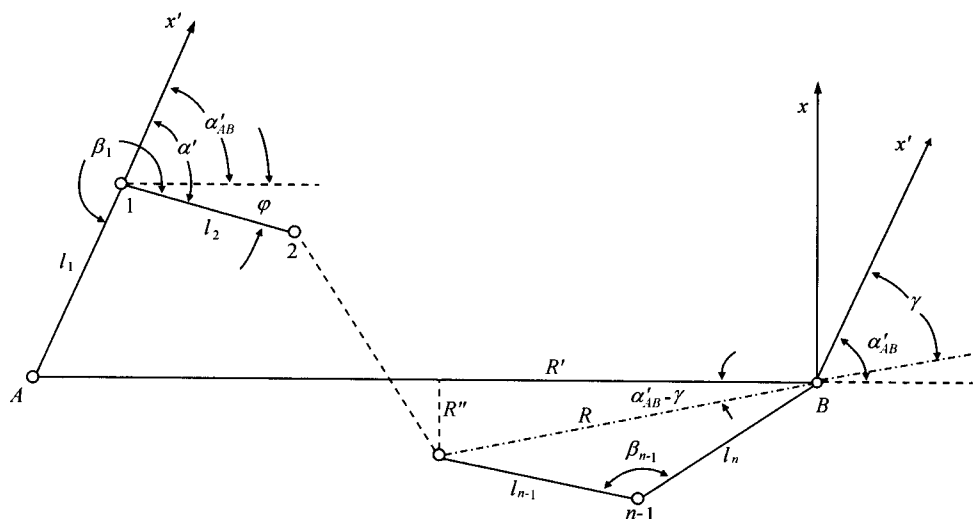


图 3-23 两井定向的井下连接导线

(1) 井下连接导线测角误差引起的连接误差

$$m_{\alpha \beta}^2 = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \beta_1} \right)^2 m_{\beta_1}^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \beta_2} \right)^2 m_{\beta_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \beta_{n-1}} \right)^2 m_{\beta_{n-1}}^2 \quad (3-71)$$

由 $\alpha_i = \alpha_{AB} - \alpha'_{AB} + \alpha'_i$ 对井下连接导线的角度求偏导数,得

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \beta} = \frac{\partial \alpha_{AB}}{\partial \beta} - \frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta} + \frac{\partial \alpha'}{\partial \beta} \quad (3-72)$$

由于 α_{AB} 是由地面连接所求得的,与井下测角无关,故

$$\frac{\partial \alpha_{AB}}{\partial \beta} = 0$$

因此

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \beta} = \frac{\partial \alpha'}{\partial \beta} - \frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta} \quad (3-73)$$

为了分析方便,先求 $\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta}$ 的值,因 $\tan \alpha'_{AB} = \frac{y'_{AB}}{x'_{AB}}$

对上式取观测角度的偏导数得

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta} = \frac{x'_{AB} \frac{\partial y'_{AB}}{\partial \beta} - y'_{AB} \frac{\partial x'_{AB}}{\partial \beta}}{(x'_{AB})^2 + (y'_{AB})^2} \quad (3-74)$$

而 $(x'_{AB})^2 + (y'_{AB})^2 = c^2$, $x'_{AB} = c \cdot \cos \alpha'_{AB}$, $y'_{AB} = c \cdot \sin \alpha'_{AB}$

式中 c ——两垂球线间的距离。

将以上各式代入式(3-74)得

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta} = \frac{1}{c} (\cos \alpha'_{AB} \frac{\partial y'_{AB}}{\partial \beta} - \sin \alpha'_{AB} \frac{\partial x'_{AB}}{\partial \beta}) \quad (3-75)$$

而

$$\frac{\partial y'_{AB}}{\partial \beta} = R \cos \gamma, \quad \frac{\partial x'_{AB}}{\partial \beta} = -R \sin \gamma$$

式中 R ——各导线点到垂球线 B 点的直线距离;

γ ——该直线在假定坐标系中的方位角。

将上式偏导数代入式(3-74)中,得

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta} = \frac{R}{c} (\cos \alpha'_{AB} \cos \gamma + \sin \alpha'_{AB} \sin \gamma) = \frac{R}{c} \cos [\alpha'_{AB} - \gamma] \quad (3-76)$$

上式中 $R \cos [\alpha'_{AB} - \gamma]$ 为直线 R 在 AB 线上的投影,用 R' 表示,则

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta} = \frac{R'}{c} \quad (3-77)$$

由此式(3-73)为

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \beta} = \frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta} - \frac{R'}{c} \quad (3-78)$$

由于井下导线各边的假定方位角 α' 是由不同的观测角度算得的,因此对不同的导线边,其 $\frac{\partial \alpha'}{\partial \beta}$ 之值不同。下面分别讨论由测角误差引起的导线各边的方位角误差。

① 第一条边的方位角误差

因为第一条边的假定方位角 $\alpha'_1 = 0$, 则

$$\frac{\partial \alpha'_1}{\partial \beta_1} = \frac{\partial \alpha'_1}{\partial \beta_2} = \frac{\partial \alpha'_1}{\partial \beta_3} = \dots = \frac{\partial \alpha'_1}{\partial \beta_{n-1}} = 0$$

由式(3-78)知

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_1} = \frac{R'_1}{c}, \quad \frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_2} = \frac{R'_2}{c}, \quad \dots, \quad \frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial \beta_{n-1}} = \frac{R'_{n-1}}{c}$$

将上列各式代入式(3-78)后,再代入式(3-71)得

$$m_{a\beta}^2 = \left(-\frac{R'_1}{c}\right)^2 m_{\beta_1}^2 + \left(-\frac{R'_2}{c}\right)^2 m_{\beta_2}^2 + \dots + \left(-\frac{R'_{n-1}}{c}\right)^2 m_{\beta_{n-1}}^2 = \frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^{n-1} (R'_i)^2 m_{\beta_i}^2 \quad (3-79)$$

当角度为等精度观测时,则

$$m_{a\beta}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{c^2} \sum_{i=1}^{n-1} (R'_i)^2 \quad (3-80)$$

②第二条边的方位角误差

第二条边的假定方位角为

$$\alpha'_2 = \alpha'_1 + \beta_1 \pm 180^\circ$$

所以

$$\frac{\partial \alpha'_2}{\partial \beta_1} = 1, \quad \frac{\partial \alpha'_2}{\partial \beta_1} = \frac{\partial \alpha'_2}{\partial \beta_3} = \dots = \frac{\partial \alpha'_2}{\partial \beta_{n-1}} = 0$$

由式(3-78)可得

$$\frac{\partial \alpha'_2}{\partial \beta_1} = 1 - \frac{R'_1}{c}, \quad \frac{\partial \alpha'_2}{\partial \beta_2} = -\frac{R'_2}{c}, \quad \frac{\partial \alpha'_2}{\partial \beta_3} = -\frac{R'_3}{c}, \quad \dots, \quad \frac{\partial \alpha'_2}{\partial \beta_{n-1}} = -\frac{R'_{n-1}}{c}$$

因此

$$m_{a\beta}^2 = \left(1 - \frac{R'_1}{c}\right)^2 m_{\beta_1}^2 + \left(-\frac{R'_2}{c}\right)^2 m_{\beta_2}^2 + \dots + \left(-\frac{R'_{n-1}}{c}\right)^2 m_{\beta_{n-1}}^2 = \frac{1}{c^2} \sum_{i=1}^{n-1} (R'_i)^2 m_{\beta_i}^2 + \left(1 - \frac{2R'_1}{c}\right)^2 m_{\beta_1}^2$$

当测角精度相等时,则

$$m_{a\beta}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{c^2} \sum_{i=1}^{n-1} (R'_i)^2 + \left(1 - \frac{2R'_1}{c}\right)^2 m_{\beta}^2 \quad (3-81)$$

将式(3-80)代入得

$$m_{a\beta}^2 = m_{a\beta}^2 + \left(1 - \frac{2R'_1}{c}\right) m_{\beta}^2 \quad (3-82)$$

在一般情况下, $\frac{2R'_1}{c} > 1$, 故上式右端第二项为负, 因此第二条边的方位角误差小于

第一条边的方位角误差。

③第三条边的方位角误差

第三条边的方位角为

$$\alpha'_3 = \alpha'_1 + \beta_1 + \beta_2 \pm 2 \times 180^\circ$$

$$\frac{\partial \alpha'_3}{\partial \beta_1} = \frac{\partial \alpha'_3}{\partial \beta_2} = 1, \frac{\partial \alpha'_3}{\partial \beta_3} = \frac{\partial \alpha'_3}{\partial \beta_4} = \dots = \frac{\partial \alpha'_3}{\partial \beta_{n-1}} = 0$$

所以

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_3}{\partial \beta_1} &= 1 - \frac{R'_1}{c}, \frac{\partial \alpha_3}{\partial \beta_2} = -\frac{R'_2}{c} \\ \frac{\partial \alpha_3}{\partial \beta_3} &= -\frac{R'_3}{c}, \dots, \frac{\partial \alpha_3}{\partial \beta_{n-1}} = -\frac{R'_{n-1}}{c} \end{aligned}$$

由前面推导可知

$$m_{\alpha\beta}^2 = m_{\alpha\beta}^2 + \left(1 - \frac{\partial R'_1}{c}\right) m_{\beta_1} + \left(1 - \frac{\partial R'_1}{2}\right) m_{\beta_2}^2 \quad (3-83)$$

当测角精度相等时,则

$$m_{\alpha\beta}^2 = m_{\alpha\beta}^2 + \left(2 - 2 \times \frac{R'_1 + R'_2}{c}\right) m_{\beta_2}^2 \quad (3-84)$$

④第 i 条边的方位角误差

由上述各边的方位角误差可以类似地推导出第 i 边的方位角误差为

$$m_{\alpha\beta}^2 = m_{\alpha\beta}^2 + \left(1 - \frac{2R'_1}{c}\right) m_{\beta_1}^2 + \left(1 - \frac{2R'_2}{c}\right) m_{\beta_2}^2 + \dots + \left(1 - \frac{R'_{i-1}}{c}\right) m_{\beta_{i-1}}^2 \quad (3-85)$$

当角度为等精度观测时,则

$$m_{\alpha\beta}^2 = m_{\alpha\beta}^2 + \left\{ (i-1) - 2 \times \frac{R'_1 + R'_2 + R'_3 + \dots + R'_{i-1}}{c} \right\} m_{\beta}^2 \quad (3-86)$$

利用上式时,应注意 R' 的正负号。当 R' 投影在 B 点右边(或投影在 AB 连线的延长线上)时为负,左边时为正。

为了便于计算,将上面推导的各边坐标方位角误差公式加以简化,简化第二条边的方位角误差公式为

$$m_{\alpha\beta}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{c^2} (R_1'^2 + R_2'^2 + R_3'^2 + \dots + R_{n-1}'^2 + c^2 - 2R'_1 c)$$

若将 $c^2 - 2R'_1 c + R_1'^2 = (c - R'_1)^2$ 代入上式得

$$m_{\alpha\beta}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{c^2} \{ (c - R'_1)^2 + R_2'^2 + \dots + R_{n-1}'^2 \}$$

或

$$m_{\alpha\beta}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{c^2} \left(R_{1A}'^2 + \sum_2^{n-1} R_{iB}'^2 \right) \quad (3-87)$$

同理

$$m_{\alpha\beta}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{c^2} \left(\sum_1^2 R_{iA}'^2 + \sum_3^{n-1} R_{iB}'^2 \right) \quad (3-88)$$

$$m_{\alpha\beta}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{c^2} \left(\sum_1^{i-1} R_{iA}'^2 + \sum_1^{n-1} R_{iB}'^2 \right) \quad (3-89)$$

式中 R'_{iA} ——导线各点与 A 连线在 AB 上的投影；

R'_{iB} ——为导线各点与 B 连线在 AB 上的投影。

(2) 井下量边误差所引起的连接误差

① 一般导线的连接误差

$$m_{al}^2 = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial l_1} \right)^2 m_{l_1}^2 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial l_2} \right)^2 m_{l_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial l_n} \right)^2 m_{l_n}^2 \quad (3-90)$$

因

$$\alpha = \alpha_{AB} - \alpha'_{AB} + \alpha'$$

所以

$$\frac{\partial \alpha}{\partial l} = \frac{\partial \alpha_{AB}}{\partial l} - \frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial l} + \frac{\partial \alpha'}{\partial l}$$

由于 α_{AB} 和 α' 与井下量边无关 故 $\frac{\partial \alpha_{AB}}{\partial l} = \frac{\partial \alpha'}{\partial l} = 0$

所以

$$\frac{\partial \alpha_{AB}}{\partial l} = \frac{\partial \alpha'}{\partial l}$$

将式(3-75)写成对边长的偏导数,有

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial l} = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial y'_{AB}}{\partial l} \cos \alpha'_{AB} - \frac{\partial x'_{AB}}{\partial l} \sin \alpha'_{AB} \right) \quad (3-91)$$

因

$$y'_{AB} = \sum_1^n l_i \sin \alpha'_i, x'_{AB} = \sum_1^n l_i \cos \alpha'_i$$

故

$$\frac{\partial y'_{AB}}{\partial l} = \sin \alpha'_i, \frac{\partial x'_{AB}}{\partial l} = \cos \alpha'_i$$

代入式(3-89)得

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial l} = \frac{1}{c} \{ \sin \alpha'_i \cos \alpha'_{AB} - \cos \alpha'_i \sin \alpha'_{AB} \} = \frac{1}{c} \sin \{ \alpha' - \alpha'_{AB} \} \quad (3-92)$$

令 $\alpha' - \alpha'_{AB} = \varphi$, φ 为井下导线各边与 AB 连线的夹角 则

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial l} = \frac{\sin \varphi}{c}$$

即

$$\frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial l_1} = \frac{\sin \varphi_1}{c}, \frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial l_2} = \frac{\sin \varphi_2}{c}, \dots, \frac{\partial \alpha'_{AB}}{\partial l_n} = \frac{\sin \varphi_n}{c}$$

将上列各式代入式(3-90)得

$$m_{al}^2 = \frac{\rho^2}{c^2} (\sin^2 \varphi_1 \cdot m_{l_1}^2 + \sin^2 \varphi_2 \cdot m_{l_2}^2 + \dots + \sin^2 \varphi_n \cdot m_{l_n}^2) = \frac{\rho^2}{c^2} \sum_1^n \sin^2 \varphi_i \cdot m_{l_i}^2 \quad (3-93)$$

考虑到量边误差 m_{li} 中包括偶然误差和系统误差,而实际上量边系统误差对方位角没有影响。因此,上式可写成

$$m_{\alpha l}^2 = \frac{a^2 \rho^2}{c^2} \sum_1^n l \cdot \sin^2 \varphi_2$$

$$m_{\alpha l} = \frac{a\rho}{c} \sqrt{\sum_1^n l \cdot \sin^2 \varphi_2} \quad (3-94)$$

上式为井下一般导线量边误差所引起的方位角误差。显然,由量边误差所引起的各边的方位角误差是相同的。同时与导线的形状和长度有关。

由前面的推导可得井下导线测角量边误差引起各边的连接总误差。

井下导线第一条边的连接误差为

$$m_{\alpha 1} = \pm \sqrt{m_{\alpha \beta}^2 + m_{\alpha l}^2} \quad (3-95)$$

井下导线第 i 条边的连接误差为

$$m_{\alpha i} = \pm \sqrt{m_{\alpha \beta}^2 + m_{\alpha l}^2} \quad (3-96)$$

② 井下用等边直伸形导线的连接的误差

以上推导的公式,适合于任何情况的导线,对于等边直伸形导线,其误差公式可简化。设

$$l_1 = l_2 = l_3 = \dots = l_n$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_{n-1} = 180^\circ$$

此时各导线边均与垂球线的联线重合,即 $\varphi = 0$,故量边误差对井下导线各边方位角没有影响,即 $m_1 = 0$ 。因此,只剩下测角误差对各边方位角的影响。由上面假设可得

$$L = nl; R'_1 = (n-1)l, R'_2 = (n-2)l, \dots, R'_{n-2} = 2l, R'_{n-1} = l$$

将上列各式代入式(3-80)得

$$m_{\alpha 1\beta}^2 = \frac{m_{\beta}^2}{n^2 l^2} \{ (n-1)^2 l^2 + (n-2)^2 l^2 + \dots + 2^2 l^2 + l^2 \} =$$

$$\frac{(n-1)(2n-1)}{6n} m_{\beta}^2 \quad (3-97)$$

将上列各式分别代入式(3-80)(3-82)(3-84)(3-86)得

$$m_{\alpha 2\beta}^2 = m_{\alpha 1\beta}^2 - \frac{n-2}{n} m_{\beta}^2 \quad (3-98)$$

$$m_{\alpha 3\beta}^2 = m_{\alpha 1\beta}^2 - \frac{2(n-3)}{n} m_{\beta}^2 \quad (3-99)$$

$$m_{\alpha i\beta}^2 = m_{\alpha 1\beta}^2 - \frac{(i-1)(i-n)}{n} m_{\beta}^2 \quad (3-100)$$

由式(3-100)可知,当 $i = n$ 时,即最终边的方位角误差为

$$m_{\alpha n\beta}^2 = m_{\alpha 1\beta}^2 \quad (3-101)$$

由此可知 ,由井下连接导线测角误差所引起的最终边方位角误差与第一条边的相等 ,且导线边离两端边线越远精度越高。为了说明问题 ,设有 $n = 5$ 个边的井下直伸形连接导线 ,其各边的方位角误差为

$$\begin{aligned} m_{\alpha 1 \beta}^2 &= \frac{(n-1)(2n-1)}{6n} m_{\beta}^2 = \frac{6}{5} m_{\beta}^2 \\ m_{\alpha 2 \beta}^2 &= m_{\alpha 1 \beta}^2 - \frac{n-2}{n} m_{\beta}^2 = \frac{3}{5} m_{\beta}^2 \\ m_{\alpha 3 \beta}^2 &= m_{\alpha 1 \beta}^2 - \frac{2(n-3)}{n} m_{\beta}^2 = \frac{2}{5} m_{\beta}^2 \\ m_{\alpha 4 \beta}^2 &= m_{\alpha 1 \beta}^2 + \frac{(4-1)(4-n)}{n} m_{\beta}^2 = \frac{3}{5} m_{\beta}^2 \\ m_{\alpha 5 \beta}^2 &= m_{\alpha 1 \beta}^2 = \frac{6}{5} m_{\beta}^2 \end{aligned}$$

由此可见 ,用等边直伸形导线作井下连接时 ,各边的连接误差以直接与两垂球连接边的误差最大 ,并由导线两端向中间 ,各边方位角误差成对称分布依次减少 ,以中间边为最小。而这种规律与导线边数也有关 ,见表 3-8。

表 3-8 导线边数与中间边方位角误差表

导线边数 n	中间边方位角误差	
	边 号	$m_{\alpha \beta}^2$
3	2	$\frac{1}{3} m_{\beta}^2$
5	3	$\frac{2}{5} m_{\beta}^2$
7	4	$\frac{4}{7} m_{\beta}^2$
9	5	$\frac{7}{9} m_{\beta}^2$
11	6	$\frac{10}{11} m_{\beta}^2$
12	6	$\frac{12}{12} m_{\beta}^2$
13	7	$\frac{13}{14} m_{\beta}^2$

由表 3-8 可知 ,随着导线边数的增加 ,中间边方位角误差逐步增大。当导线边 $n = 12$ 时 ,其中间边方位角误差约等于测角误差。因此 ,井下连接导线要选择最短的路线 ,边数尽可能少 ,而且井下导线要尽可能在连接导线的中间上连测。这种分布规律只符合等边直伸形导线 ,而井下导线通常都是非等边直伸形 ,因此 ,这一结论只可作为参考。

3. 两井定向误差预计裕列

为了对某矿两井定向的误差进行预计,先做如下说明:井上下连接方案如图 3-24 所示。地面由定向基点“刘家”开始敷设精密导线到结点Ⅱ,再敷设Ⅱ-A 及Ⅱ-Ⅲ-B 导线与两垂线连接。测角中误差 $m_{\beta\pm} = \pm 5''$,量边偶然误差系数 $a_{\pm} = 0.004$, $b_{\pm} = 0.00005$ 。井下沿下巷道敷设井下导线 A-1-2-3-B 进行连接。测角中误差 $m_{\beta\mp} = \pm 8''$,量边的偶然误差系数 $a_{\mp} = 0.0004$, $b_{\mp} = 0.00005$,两井距离 $c = 62\text{m}$,井深 334m ,投点误差为 $e = 2\text{mm}$ 。

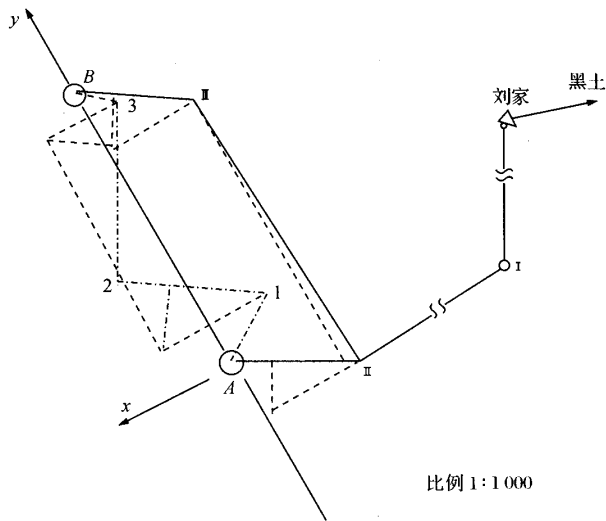


图 3-24

(1)地面连接误差

$$m_{\pm} = m_{\alpha_{AB}} = \pm \sqrt{\frac{m_{\beta\pm}^2}{c^2} \sum R_{yi}^2 + \frac{\rho^2 a^2}{c^2} \sum l_i \sin^2 \varphi + n m_{\beta\pm}^2} \tag{3-102}$$

式中 R_{yi} 及 $l_i \sin^2 \varphi$ 等数值可从大比例尺图上量取,并列于表 3-9。

表 3-9 地面导线误差要素计算表

标号(R)	R_{yi}	R_{yi}^2	边号	$l_i \sin^2 \varphi$
Ⅱ A	11.4	130.0	A—Ⅱ	17.1
Ⅱ B	73.4	5387.6	Ⅱ—Ⅲ	0.2
Ⅲ B	12.4	161.3	B—Ⅲ	15.8
Σ	5678.9			33.1

$$m_{\alpha_{AB}} = \pm \sqrt{\frac{5^2}{62^2} \times 5678.9 + \frac{206265}{62^2} \times (4 \times 10^{-4})^2 \times 33.1 + 0} = \pm 6.1''$$

(2) 投向误差

$$\theta = \pm \frac{e}{c} \rho = \pm \frac{0.002}{62} \times 206265 = \pm 6.6''$$

(3) 井下各边的连接误差

井下导线边 1—2 的方位角误差

$$m_{\omega_{12}} = \pm \frac{m_{\beta_{\text{下}}}^2}{c} \sqrt{\sum_1^{i-1} R_{yiA}^2 + \sum_1^{i-1} R_{yiB}^2}$$

上式中的 R_{yi} 值, 同样可从图上量得, 其数值列于表 3-10。

$$m_{\alpha_{(1-2)\beta}} = \pm \frac{8}{6^2} \sqrt{1423.6} = \pm 4.9''$$

表 3-10

标号(R)	R_{yi}	R_{yi}^2	边号	$l_i \sin^2 \varphi$
A1	8.5	72.2	A—1	9.8
B2	36.2	1310.4	1—2	18.3
B3	6.4	41.0	2—3	10.8
Σ		1423.6		45.7

井下导线边 2—3 的方位角误差, 其 R_{yi} 值列于表 3-11。

表 3-11

标号(R)	R_{yi}	R_{yi}^2
A1	8.5	72.2
A2	25.8	665.6
B3	6.4	41.0
Σ		778.8

(4) 计算定向边的总误差

井下导线边 1—2 的总误差为

$$M_{\alpha_{(1-2)}} = \pm \sqrt{m_{\text{上}}^2 + \theta^2 + m_{\text{下}}^2} = \pm \sqrt{6.1^2 + 6.6^2 + 4.9^2} = \pm 10.2''$$

井下导线边 2—3 的总误差

$$M_{d(2-3)} = \pm \sqrt{6.1^2 + 6.6^2 + 3.6^2} = \pm 9.7''$$

由以上预计可知,按设计的测量方案所得井下起始边方位角误差小于有关《规程》规定的 20'' 的要求,故方案可行。

第七节 陀螺经纬仪定向原理

一、概述

绕自身轴高速旋转的任意刚体(物体)称为陀螺。匀速自转的陀螺在没有任何外力矩作用时,在自身转动惯量的维持下,其自转轴指向惯性高空固定的方向。利用这一特性,陀螺仪能够准确测定地面任意地点(除南北极外)的真子午线的位置。

陀螺经纬仪是将陀螺仪和经纬仪结合在一起的仪器。目前陀螺经纬仪应用于建筑、测绘、铁道、森林、军事和地下工程等部门和行业的定向测量。它的使用不受时间、地点和环境的限制,而其操作简单、应用方便而且具有较高的定向精度。

陀螺原理早在 1852 年被人们所发现,随后不少科学家对陀螺理论做了较深入的阐述。1910 年陀螺仪首先在航海上作为导航仪器使用,接着陀螺仪又应用在矿山和荫蔽地区的线路、管道、隧道等工程的定向测量。陀螺的发展大体可分为三个阶段。

第一阶段,20 世纪 50 年代在船舶陀螺罗径的基础上,研制出矿用液浮式陀螺罗盘,这是陀螺经纬仪发展的初级阶段。这个阶段的陀螺罗盘仪的主要缺点是体积大,过于笨重,操作复杂、定向时间长、定向精度低。但与矿山的几何定向相比,具有不占井筒、不影响生产、效率高、精度可靠等优势,尤其在深井定向和检查长距离井下导线误差累积等方面,均显示了它的优越性。

第二阶段从 20 世纪 60 年代开始,在液浮式陀螺罗盘仪的基础上,利用金属悬挂带把陀螺灵敏部于空气中悬挂在经纬仪空心竖轴之下,悬挂带上端与经纬仪的壳体相固连,采用导流丝直接供电方式。仪器结构大为简化,取消了电磁线圈,大大降低了电能消耗,并采用了携带式蓄电池组和晶体管变流器,缩小了体积,减轻了重量,提高了仪器的观测精度。这个阶段的陀螺仪,一般一次定向时间可在 1 小时内完成,一次定向中误差可达到 $\pm 30'' \sim \pm 1'$ 。

第三阶段是在 20 世纪 70 年代,由于陀螺技术不断发展,精密小型陀螺元件的出现,

考虑到地下工程定向测量精度要求和作业环境的特点,发展了跨放在经纬仪支架上的陀螺附件,称为上架悬挂式陀螺经纬仪。该仪器体积小、重量轻、观测时间短、便于操作和携带。如瑞士威尔特厂的 GAK—1、匈牙利莫姆厂的 Gi—C₁₁ 等。一次定向中误差可达 ± 20″。随着科学的发展,陀螺经纬仪正在向自动化、数字化和直接显示方位角的方向发展。

二、自由陀螺仪的两个基本特性

自由陀螺仪(图 3-25)又称为基本陀螺仪。它具有三个自由度,并可绕三个相互垂直的轴旋转,即陀螺转子轴 x ,垂直于 x 轴的水平轴 y 、竖轴 z 。三轴交于一点,称为支点,且与陀螺仪的重心重合。同时自由陀螺仪还须满足

$$\left. \begin{aligned} w_x &\geq w_y \\ w_x &\geq w_z \end{aligned} \right\} \quad (3-103)$$

式中 w_x, w_y, w_z ——刚体的角速度沿着动坐标系 $Oxyz$ 的各轴分量。

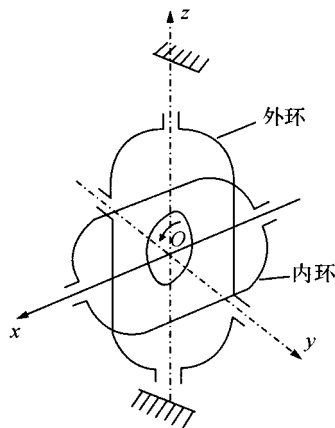


图 3-25 自由陀螺仪

自由陀螺仪有两个基本特性：

- (1) 在不受外力作用时,陀螺旋转轴的空间方位保持不变,即定轴性。
- (2) 在受外力作用时,陀螺旋转轴产生“进动”,即进动性。

自由陀螺的两个特性可用实验来加以说明。如图 3-26 所示,当衡重 A 使杠杆达到静平衡时,陀螺高速转动后,就能使轴的方向保持不变,这一特性就是陀螺的定轴性。

当衡重 A 向左边移动一小段距离后,如果陀螺不转动,杠杆在重力产生的力矩作用下,左端下降,右端上升,在竖直方向上产生逆时针方向转动;但在陀螺高速转动的情况下,杠杆不发生上下倾斜而保持水平,却在水平面内绕竖轴作逆时针方向转动;当将衡重

A 向右移动一小段距离,则产生的进动方向相反,即在水平面内绕竖轴作顺时针方向转动,这一特性就是陀螺仪的进动性。

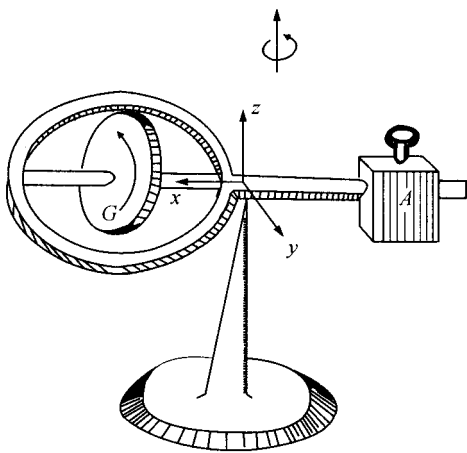


图 3-26 演示定轴性与进动性的实验仪器

通过实验可得出,进动角速度 w_p 与陀螺的动量矩 H 成反比,与外力矩 M_B 成正比。
即

$$w_p = \frac{M_B}{H}$$

式中 w_p ——陀螺轴的进动角速度(在 z 轴方向);

M_y ——外力矩(在 y 轴方向);

H ——陀螺的动量矩(在 x 轴方向)。

通常用右手定则表示它们之间的方向关系,即伸出右手的拇指、食指、中指,使它们互成直角,将食指指向动量矩的方向,中指指向外力矩矢量的方向,那拇指的方向就是进动速度矢量所代表的方向。

陀螺经纬仪就是利用自由陀螺的两个基本特性设计、制造的一种定向测量仪器。

三、陀螺仪的工作原理

1. 地球自转及其对陀螺仪的作用

由于地球自转,地球上一切东西自然也随着地球转动,地球的自转轴是南北极的连线。地球的自转角速度以 w_E 表示($w_E = 1 \text{ 周/昼夜} = 7.25 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$)。若从宇宙空间来看地轴的北端,地球在作逆时针方向旋转,其旋转角速度 w_E 沿自转轴指向北端(图 3-27)。对纬度为 φ 的地面点 P 而言,地球自转角速度 w_E 和当地的水平面成 φ 角,且位

于过当地的子午面内。地球自转角速度 w_E 可分解为水平分量 w_1 (沿子午线方向) 和垂直分量 w_2 (沿铅垂方向), 即

$$w_1 = w_E \cos \varphi$$

$$w_2 = w_E \sin \varphi$$

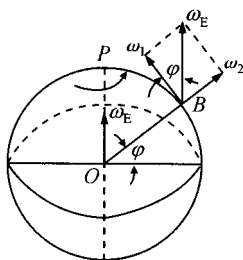


图 3-27 地球自转矢量的分解

水平分量 w_1 表示地平面绕南北水平轴旋转的角速度, 这种旋转使在地球表面的观测者感觉, 好像太阳和其他星体的高度在改变, 实际上是地平面的东半面降落, 西半面升起。

垂直分量 w_2 表示子午面绕竖轴旋转的角速度, 并且表示子午线的北端向西移动, 对地面观测者而言, 好像太阳和其他星体方位在改变。

为了说明钟摆式陀螺仪受地球旋转角速度的影响, 将地球自转水平分量 w 分解成两个互相垂直的分量 w_3 (沿 y 轴) 和 w_4 (沿 x 轴), 如图 3-28 所示。

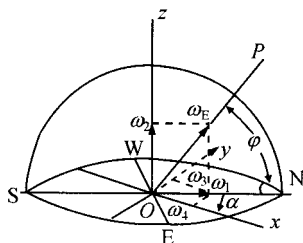


图 3-28 在辅助天球上分解地球自转矢量

分量 w_4 表示地平面绕陀螺轴旋转的角速度, 其大小对陀螺轴的空间方位没有影响。通常表示为

$$w_4 = w_E \cos \varphi \cos \alpha$$

分量 w_3 表示地平面绕 y 轴旋转的角速度, 其大小表示为

$$w_3 = w_E \cos \varphi \sin \alpha$$

此分量使陀螺轴高度发生变化,向东的一端升起(因地球东半部地平面下降),向西的一端下降。由此可见,当陀螺高速旋转时,陀螺轴就向子午面方向进动,其相互关系如图 3-29 所示。当陀螺轴 x 平行于地平面时,陀螺房的重量 Q 不引起重力矩,所以对 x 轴的方位没有影响。但在下一时刻,地平面以角速度 w_3 绕 y 轴旋转,地平面不再平行于 x 轴,而且与之成某一夹角。

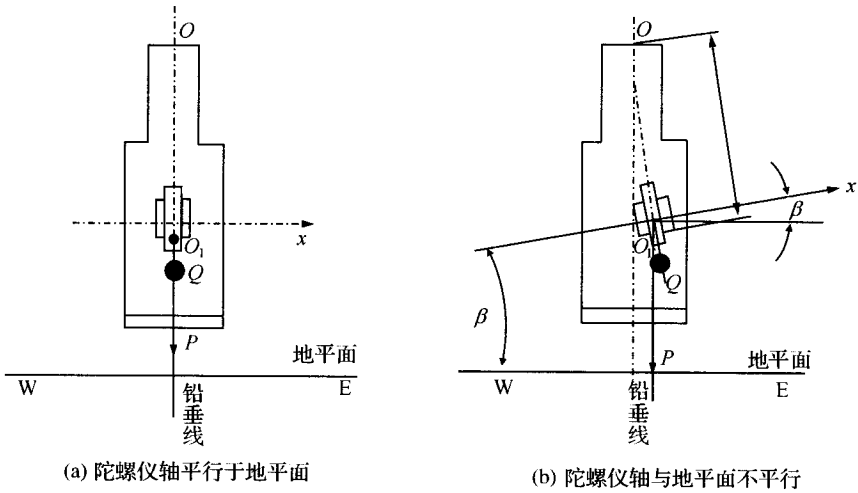


图 3-29 陀螺仪轴与重力矩的关系

设 x 轴的正端偏离子午面以东,当地平面东半部下降后,观测者感觉到的是 x 轴向上仰起,并与地面夹角 β ,如图 3-29(b)。此时陀螺房重量 Q 产生的力矩使 x 轴的正端向子午面方向进动。若陀螺房的重量集中作用于重心 O_1 ,重心 O_1 至悬点的距离为 l ,则此时地平面绕 y 轴旋转而引起的外力矩为

$$M_B = Ql\sin\beta = M\sin\beta$$

x 轴的进动角速度

$$w_p = \frac{M}{H}\sin\beta$$

式中 $H = Iw_k$ 为陀螺的动量矩。

在分量 w_3 的影响下,便产生陀螺力矩 K ,即

$$K = Hw_3 = Hw_E\cos\varphi\sin\alpha \tag{3-104}$$

陀螺力矩 K 力图使陀螺向 x 轴子午面方向进动,通常又称陀螺力矩 K 为陀螺指向力矩。指向力矩值表示陀螺仪的陀螺轴向子午面进动力矩的大小。由式(3-104)可知,在赤道上 $\varphi = 0$, K 值最大,在南北极 $\varphi = 90^\circ$, $K = 0$ 。因此,在两极或高纬度地区,陀螺仪

不能定向。

2. 陀螺仪的转子轴对地球的相对运动

由于地球不断转动,其子午面以角速度 w_2 绕竖轴旋转,位置也随之改变。所以即使某一时刻陀螺仪转子轴与地平面平行且位于子午面内,但下一时刻陀螺仪转子轴便不再位于子午面内。因此,陀螺仪转子轴与子午面之间具有相对运动的形式。当陀螺仪轴的进动角速度 w_p 与角速度分量 w_2 相等时,则

$$\frac{M \sin \beta}{H} = w_E \sin \varphi$$

$$\sin \beta = \frac{H w_E}{M} \sin \varphi$$

因 β 角较小,则

$$\beta = \rho \frac{H w_E}{M} \sin \varphi$$

当陀螺仪正端自地平面仰起 β 时,陀螺仪转子轴 x 与子午面保持相对静止,此时的 β 角为补偿角,并以 β_k 表示。

陀螺仪轴对子午面所作的相对运动过程表示于图 3-30 中。通过陀螺仪的中心 O 作水平面 $ESWN$ 和子午面 $SZ_N PN_N$, 竖轴 H 垂直于子午面,纵轴 $M-M$ 为子午面的投影,横轴为地平面投影,陀螺仪轴正端偏离子午面的角度 α 用水平线段表示, x 轴对地平面的倾角 β 用垂直线段表示。

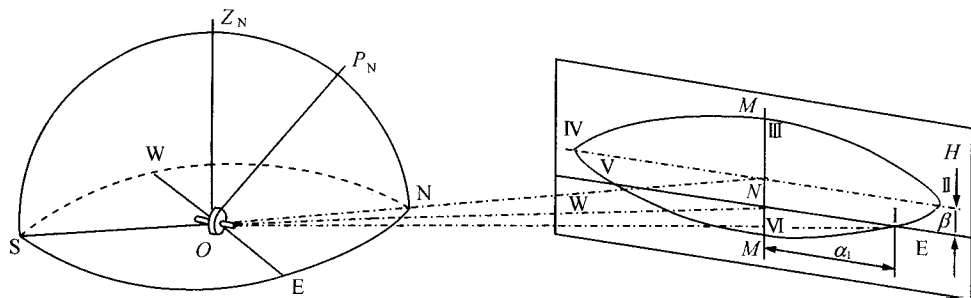


图 3-30 陀螺仪轴对子午面的相对运动示意图

设开始时陀螺仪转子轴正端向东偏离子午面 α_1 角,位于 I 点,并位于过 O 点的水平面内,即 $\beta = \beta_k$,一般称这个位置为陀螺仪转子轴的初始位置。但由于地球自转有效分量侧 w_3 的作用,过 O 点水平面的东半部将要不断下降,西半部不断上升,陀螺 x 轴正端将相对于水平面抬高而出现仰角,这就产生作用于灵敏部上的重力矩。此重力矩便引起陀螺仪轴向西进动,力图使 x 轴回到子午面内。但此时重力矩很小, $w_p < w_2$, 因此 x

轴仍继续相对子午面向东偏离,同时对于水平面的仰角 β 也继续增大,一直到 $\beta = \beta_K$,即达到Ⅱ点时, w_p 与 w_2 大小相等、方向相同,此时 x 轴不再向东运动。

由于 w_3 的作用, β 角继续增大,以致 $w_p > w_2$,此时 x 轴向子午面运动,在 x 轴未到达子午面之前, β 角总是增加的, w_p 也越来越大。当 x 轴回到子午面内,即达到Ⅲ点时, β 角达到最大值,重力矩和进动角速度也达到最大值, x 轴将继续超前子午面向西进动。此时,由于陀螺轴正端偏向子午面以西,由于 w_3 作用,西边地平面相对陀螺轴正端抬高,即 β 角逐渐减小。当到达Ⅳ点时, $\beta = \beta_K$, $w_p = w_2$,且 w_p 与 w_2 的方向相等, x 轴与子午面保持相对静止, x 轴位于子午面以西,且偏离子午面最远。

由于 x 轴处于Ⅳ点,位于子午面的西半部,地平面以最大速度仰起,即 x 轴以最大的速度下降,此时 $\beta < \beta_K$ 。由悬重而引起的 x 轴进动角速度 w_p 开始小于地转垂直分量 w_2 , x 轴的进动落后于子午面的运动,所以 x 轴向东逐渐向子午面靠近。当达到Ⅴ点时, x 轴平行于地平面,且 $\beta = 0$,没有引起进动。但由于地平面的西半部不断上升, β 角逐渐减小,此时 x 轴正端低于水平面,重力矩出现负值, x 轴继续向东进动。由于负 β 角的绝对值越来越大, x 轴又回到子午面内,即到达Ⅵ点,此时 x 轴正端处于最低点。由于最大负重力矩的作用, x 轴又向东偏离子午面方向进动,到达Ⅰ点。往后,陀螺转子轴就按上述规律继续运动。

由陀螺转子轴的运动规律可见,陀螺转子轴绕子午面作简谐运动。如把陀螺转子轴的东、西逆转点记录下来,取其平面值,便可得出子午面的方向,这就是陀螺仪定向的工作原理。

四、陀螺经纬仪的基本结构

陀螺经纬仪是陀螺仪和经纬仪相组合而进行定向的仪器。它是由陀螺仪、经纬仪、便携式陀螺电源箱及三脚架四个部分组成。由于经纬仪和三脚架已在其他许多地方均有介绍,这里主要介绍陀螺仪和便携式陀螺电源箱。

1. 陀螺仪

陀螺仪主要由灵敏部、光学观测系统、锁紧装置及机体外壳等部分构成。

(1)灵敏部。它是陀螺仪的核心,包括陀螺马达和陀螺房、悬挂带、导流丝、反光镜或光学给向元件。

(2)光学观测系统。这部分主要用来观测灵敏部的摆动或用以跟踪灵敏部,进行定向测量。

(3)锁紧装置。这部分主要用来固定灵敏部,当陀螺不用时可使悬挂带不受力,以便

于陀螺仪的运输和搬移,有时也附有阻尼装置和限幅装置。

(4)机体外壳。机体外壳的内壁和底部是防磁材料制成的,主要是防止外界磁场的干扰,外壳上有导线插头、粗略观测孔以及附属于机体的其他元件等。

2. 陀螺电源箱

陀螺的高速运动是由三相交流电驱动陀螺马达实现的。陀螺电源箱是为陀螺提供能源的。此箱分上、下两部分,下部为一组蓄电池,一般由20节镍、镉或密封蓄电池串联而成,输出24V直流电,通过专用导线输送给逆变器;上部分为逆变器和充电器,可将直流电逆变成交流电。

3. 瑞士威尔特厂 GAK-1 陀螺经纬仪的基本结构

GAK-1型陀螺经纬仪是上架悬挂陀螺仪,和JT_v、DJ₂-T₂₀陀螺经纬仪一样,由陀螺仪、经纬仪、电源箱(逆变器)和三脚架组成。图3-31是GAK-1型陀螺仪剖面图。陀螺仪的灵敏部主要包括悬挂带、悬挂柱、陀螺、限幅盘、带有陀螺指标线和物镜的光学指示系统。悬挂柱上附有绝缘板和电线接头,悬挂柱和陀螺固定在一起。悬挂带的截面为0.4 mm×0.02 mm,抗拉强度约550g。悬挂带上端用钳形夹头与支架相连,上端钳形夹头带有螺纹,可以转动,并用两个螺丝固紧。悬挂带下端也用钳形夹头与悬挂柱相连,并用固定螺丝栓紧。悬挂带上端另有两个校正螺丝用以调整悬带零位。

支架系统包括一块底板,三个支承柱和一个外伸圆筒。底板下面有三个V形槽和桥形支架上的三个球形顶针相配合,可使陀螺仪在经纬仪上定位并强制归心,使得经纬仪照准部和陀螺仪能一起旋转。但不定向时,陀螺仪可从经纬仪上取下。桥形支架固连在经纬仪上。绝缘板、光学棱镜和反射镜均固定在支架上。支架上有插座,可用于电线与逆变器连接。

陀螺仪外壳下方有一个圆形突口,内部嵌有一块带刻度的目镜分划板,陀螺指标线能投射在分划板上。目镜为可卸式,通过目镜可观察到分划板和陀螺指标线的位置与摆动。陀螺仪外壳内衬有一层防止外磁场干扰的防磁层。

锁紧装置包括锁紧环、带螺纹的导柱和锁紧盘。锁紧盘的作用是在锁紧时使陀螺托起。锁紧盘上有三个安在板式弹簧的触头,当锁紧盘处于半脱阻尼位置时,这三个触头与限幅盘摩擦而减小陀螺的摆幅。螺纹导标上有一个红圈,当下放陀螺时可以见到,这表明陀螺没有锁紧的警告信号。只有见不到红圈才说明陀螺已锁紧。

GAK-1型蓄电池采用10个1.2V的镍镉电池,利用逆变器将直流变为电压为115V,频率为400Hz的三相交流电,用专用导线在逆变器输出端的插座与支架系统上的插座相连接供电。

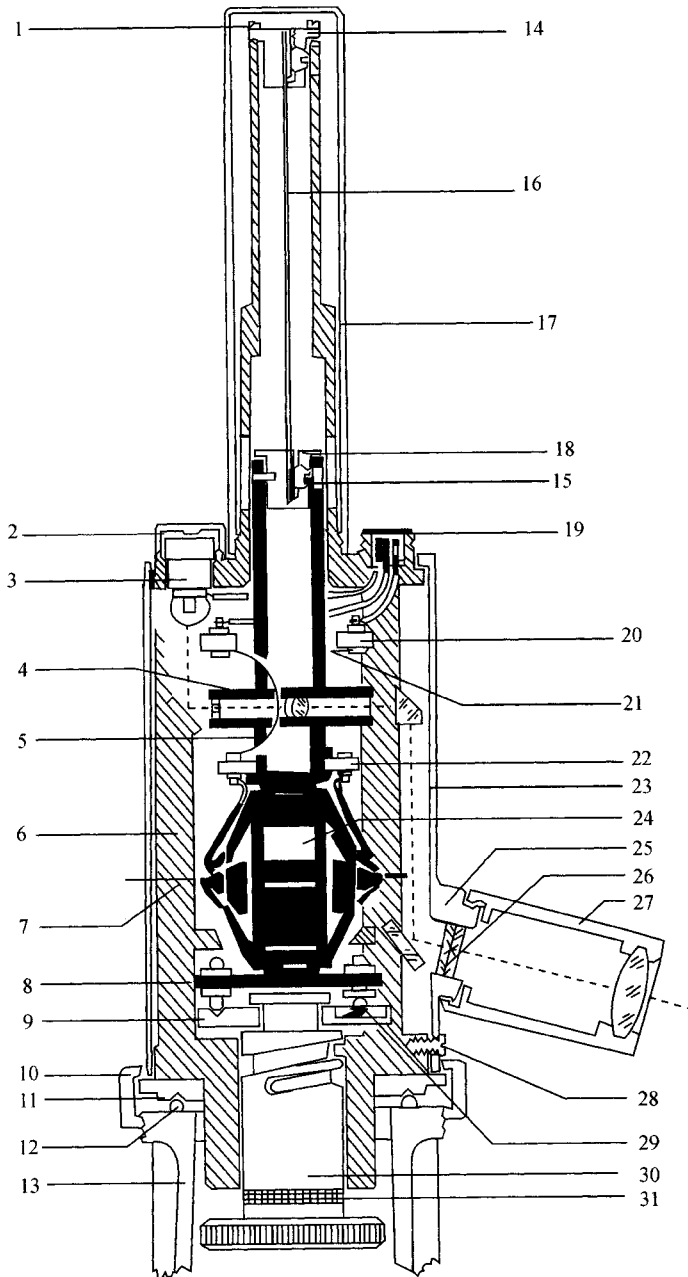


图 3-31 CAK-1 陀螺仪结构示意图

1—上钳形夹头的固定螺丝 ;2—灯头帽 ;3—灯泡座 ;4—光学指示系统 ;5—悬挂柱 ;6—框架柱 ;
7—陀螺轴 ;8—限幅盘 ;9—锁紧盘 ;10—陀螺仪与桥式支架的联结螺母 ;11—“ V ”形槽 ;12—桥式
支架的球形头顶针 ;13—桥式支架 ;14—悬挂带上固定钳形夹头 ;15—悬挂带固定螺丝 ;16—悬挂
带 ;17—上部保护管 ;18—悬挂带下固定钳形夹头 ;19—连接逆变器的电缆插座 ;20、22—绝缘板 ;
21—导流丝 ;23—外壳 ;24—陀螺 ;25—短柱凸块 ;26—分划板 ;27—目镜筒 ;28—外壳固定螺丝 ;
29—锁紧盘的触点 ;30—锁紧装置 ;31—警告红带

GAK－1 型陀螺经纬仪主要构件的技术数据

(1)陀螺仪

高	340mm
直径	85 mm
悬挂带	0.4mm×0.02 mm
传速	22000 转/分
角动量	$1.86 \times 10^6 \text{ g} \cdot \text{cm}^2/\text{s}$
启动时间	约 90s
制动时间	约 50s
中纬度地区摆动半周期	约 4min
适应范围	纬度 75°以内
方位角测定标准偏差	± 20″

(2)GKK₃ 逆变器

金属盒子总尺寸	260mm×170mm×225mm
输入电压	12V(DC)
输出电压	115V(AC) 400Hz

(3)GKB₁ 蓄电池

金属盒总尺寸	260mm×170mm×90mm
可充电的镍镉电池	10 节 1.2V 电池
电压	12V
容量	7A
电池充足电可用	4h 左右

(4)GKL₁₁ 充电器

输入电压	115V 或 220V
空电池充足	14h

第八节 陀螺经纬仪的定向方法

陀螺经纬仪定向就是测定地下或地面待定边的坐标方位角。其主要内容包括 :在地

面已知边上测定仪器常数,在待定边上测定该边的陀螺方位角,计算待定点子午线收敛角以及计算待定边的坐标方位角,进行定向精度评定等。

设在已知边长上测定的仪器常数为 Δ ,在待定边长测定的陀螺方位角为 α_T , γ 为子午线收敛角,则待测边的坐标方位角 α 为

$$\alpha = \alpha_T + \Delta - \gamma \quad (3-105)$$

一、仪器的常数测定

在理想情况下,测线的陀螺方位角与其天文方位角一致。但由于陀螺轴与经纬仪望远镜光轴以及陀螺仪目镜不完全在同一竖直面内,因此陀螺经纬仪测定的陀螺方位角与天文方位角存在一个差值。这个差值是由仪器结构造成的,所以称为仪器常数,一般用 Δ 表示。

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \alpha - \alpha_T + \gamma \\ \Delta &= \alpha_A - \alpha_T \end{aligned} \right\} \quad (3-106)$$

式中 α_T ——天文方位角。 $\alpha_A = \alpha + \gamma$

仪器常数通常是在已知天文方位角或已知坐标方位角的边上测定的。即在已知边上安置陀螺经纬仪,测定其陀螺方位角,便可求出仪器常数。在每次进行待定边陀螺定向测定之前和测量后,都要分别在已知边长安置陀螺经纬仪测定陀螺方位角,按式(3-106)计算仪器常数。

二、陀螺仪悬挂带零位观测

悬挂带零位是指陀螺马达不转动时,陀螺灵敏部受悬挂带和导流丝托力作用而引起扭摆的平衡位置,就是扭力矩为零的位置。这个位置应在目镜分划板的零刻划线上。

陀螺仪在待定边上定向开始之前和结束后,都要作悬挂带零位观测,相互称为测前零位和测后零位观测。测定悬挂带零位时,先将经纬仪整平并固定照准部,然后下放陀螺灵敏部,从读数目镜中观测灵敏部的摆动,在分划板上连续读三个逆转点读数,估读到 0.1 格,如图 3-32 所示。

按下式计算零位

$$L = \frac{1}{2} \left(\frac{a_1 + a_3}{2} + a_2 \right) \quad (3-107)$$

式中 a_1, a_2, a_3 ——逆转点读数,以格为单位。

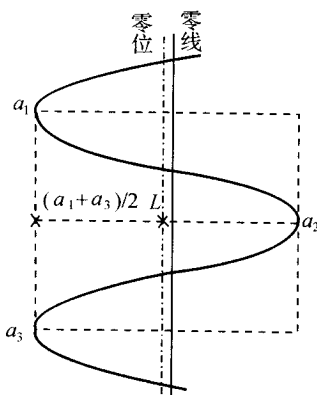


图 3-32 零位观测

同时还需用秒表测定周期,即光标像穿过分划板零刻划线的瞬间启动秒表,待光标像摆动一周又穿过零刻划线的瞬间制动秒表,其读数称为自由摆动周期 T_3 。零位观测完毕,锁紧灵敏部。如悬挂带零位变化 0.5 格以内,是自由摆动周期不变,则不必进行零位校正和加入改正。

如零位变化超过 0.5 格就要进行校正或加改正数。因为观测时是用“零”线来跟踪灵敏部,使悬挂带上的扭矩不完全等于零,会使灵敏部的摆动中心发生偏移。如陀螺定向时井上、下所测得的零位变化大于 0.5 格时,也应加入改正数,并用下式计算,即

$$A = \lambda \cdot \Delta\alpha \quad (3-108)$$

式中 $\Delta\alpha$ ——零位变动, $\Delta\alpha = m \cdot h$;

m ——目镜分划板分划值;

h ——零位格值;

λ ——零位改正系数, $\lambda = \frac{T_1^2 - T_2^2}{T_2^2}$;

T_1 ——跟踪摆动周期;

T_2 ——不跟踪摆动周期。

在使用陀螺定向时,应尽量调整好仪器悬挂带零位,最好不采用加零位改正的方法。

三、粗略定向

在陀螺仪精确定向之前,必须把经纬仪望远镜视准轴置于近似北方向,这就是所谓的粗略定向。粗略定向可以借助罗盘来实现,如在已知边上测定常数时,可利用已知边的坐标方位角及仪器站子午线收敛角直接寻找北方。当在未知边上定向,仪器本身又无罗盘附

件时, 必须用仪器进行粗略定向。最常用的粗略定向有逆转点法和四分之一周期法两种。

1. 逆转点法

将经纬仪视准轴大致摆在北方向后, 起动陀螺马达, 达到额定的转速时, 下放陀螺灵敏部, 松开经纬仪水平制动螺旋, 用手转动照准部跟踪灵敏部的摆动, 使陀螺仪目镜视场中移动着的光标像与分划板零刻划线随时重合。当接近摆动逆转点时, 光标像移动慢下来, 此时制动照准部, 改用水平微动螺旋继续跟踪, 达到逆转点时, 读取水平度盘的读数 a_1 , 松开水平制动螺, 按上述方法向相反的方向跟踪, 达到另一个逆转点时, 再读取水平度盘的读数 a_2 。锁紧灵敏部, 制动陀螺马达, 按下式计算近似北方向在水平度盘上的读数。

$$N' = \frac{1}{2}(a_1 + a_2) \tag{3-109}$$

转动照准部, 将望远镜摆在 N' 读数的位置, 这时视准轴就指向了近似北方, 指北精度可达 $\pm 3'$, 观测时间约 10min。

2. 四分之一周期法

起动陀螺马达, 达到额定的转速后, 下放陀螺灵敏部。用手转动照准部进行跟踪, 让陀螺仪目镜分划板零刻划线走在光标像的前面, 当光标像移动速度逐渐慢下来时(此时已接近逆转点), 固定照准部, 停止跟踪; 待光标像与分划板零刻划线重合时(见图 3-33), 启动秒表, 光标像继续向前移动, 到达逆转点后又反向移动, 当光标像再次与分划板零刻划线重合时, 在秒表上读取时间 t , 此时不停秒表, 用下式计算 T' , 即

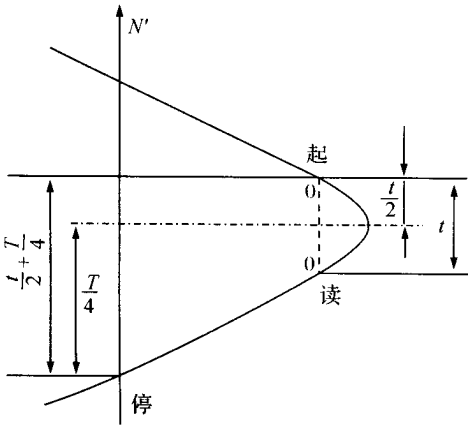


图 3-33 四分之一周期法

$$T' = \frac{t}{2} + \frac{T_1}{4} \tag{3-110}$$

式中 T_1 ——跟踪摆动周期。

松开水平制动螺旋继续跟踪,使光标像与分划板零刻划线始终重合,同时观测秒表读数。当跟踪到 T' 时刻,立即固定照准部,停止跟踪,这时望远镜视准轴就指向了近似北方。这种方法指北精度可在 $\pm 10'$ 之内,观测时间约 6min 。

四、精密定向

粗略定向后,便开始进行精密定向,也就是测定待测边的陀螺方位角。精密定向方法可分为两大类,一类是仪器照准部处于跟踪状态,多年来国内外都采用逆转点法;另一类是仪器照准部固定不动,国内外已提出许多方法,如中天法、时差法、摆幅法及记时摆幅法等。目前普遍采用的还是中天法。

1. 逆转点法

逆转点法是在粗略定向后,仪器视准轴已近似指向北方的情况下进行的,其在一测站上的操作程序大概如下:

(1) 严格设置经纬仪,架上陀螺仪,进行粗略定向,然后制动陀螺并托起锁紧,将望远镜视准轴转到近似北方的位置,固定照准部。

(2) 打开陀螺照明,下放陀螺灵敏部,进行测前悬挂带零位观测,同时用秒表记录自摆周期。零位观测完毕,托起并锁紧灵敏部。

(3) 启动陀螺马达,达到额定转速后,缓慢地下放灵敏部到半脱离位置,稍停数秒钟,再全部下放。如光标像移动过快,再使用半脱离阻尼限幅,使摆幅在 $1^\circ \sim 3^\circ$ 范围为宜。用水平微动螺旋微动照准部,让光标像与分划板零刻划线随时重合,即跟踪。跟踪时要做到平稳、连续,切忌跟踪不及时,否则会影响定向结果的精度。在摆动到达逆转点时,连续读取 5 个逆转点的读数 u_1, u_2, \dots, u_5 ,如图 3-34 所示。然后锁紧灵敏部,制动陀螺马达。

跟踪时,还需用秒表测定连续两次同一方向经过逆转点的时间,称为跟踪摆动周期 T_1 。摆动平衡位置在水平度盘上的读数 N_T 称为陀螺北方向值,其计算公式为

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{2} \left(\frac{u_1 + u_3}{2} + u_2 \right) \\ N_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{u_2 + u_4}{2} + u_3 \right) \\ N_3 &= \frac{1}{2} \left(\frac{u_3 + u_5}{2} + u_4 \right) \end{aligned} \right\} \quad (3-111)$$

$$N_4 = \frac{1}{3} (N_1 + N_2 + N_3) \quad (3-11)$$

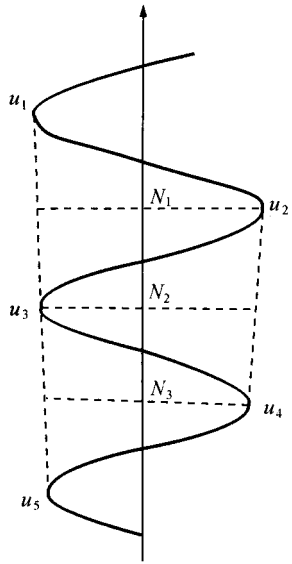


图 3-34 用逆转点法观测

(4)测后零位观测 ,方法同测前零位观测。

(5)以一测回测定待测线的方向值 ,若用 J_2 经纬仪两次观测结果的之差不大于 $\pm 10''$,并取测前测后两测回的平均值作为测线的方向值 ,则

$$B = \frac{1}{2}(B_1 + B_2) \tag{3-113}$$

(6)待测线陀螺方位角为

$$\alpha_T = B - N_T + A \tag{3-114}$$

式中 B ——测线方向值；

N_T ——陀螺北方向值；

A ——零位改正数 ,见式(3-108)。

2. 中天法

中天法观测时将照准部固定在近似北方 ,整个过程不再转动照准部 ,陀螺光标和摆动幅度在目镜的视场范围之内。因此要求起始定向精度在 $\pm 20'$ 以内。中天法陀螺定向时一个测站的操作程序按如下步骤进行。

(1)严格安置好仪器后 ,以一测回测定待测线的方向值 B_1 。

(2)进行粗略定向。将经纬仪照准部固定在近似北方向 N' 上 ,并记录下 N' 值。在整个定向过程中 ,照准部不允许转动。

(3)进行测前零位观测。

(4) 启动陀螺马达,待达到额定转速后下放灵敏部,经限幅,使光标像摆不超过目镜视场,但摆幅不宜过小。对于像 GAK-1 型 $\pm 20''$ 精度的仪器,摆幅限在 +10 格和 -10 格为好。接着按以下顺序观测:

- ① 当灵敏部指标线经过分划板零刻划线瞬间,立即起用专用秒表,读取中天时间 t_1 ;
- ② 当灵敏部指标线到达逆转点时,在分划板上读取摆幅读数 a_w ;
- ③ 当灵敏部指标线返回零刻划线时,读出秒表上的读数 t_2 ;
- ④ 当灵敏部指标线到达另一逆转点时读取摆幅的读数 a_E ;
- ⑤ 当灵敏部指标线返回零刻划线时,再读取秒表上的中天时间 t_3 ;

重复进行上述操作,一次定向需连续测定 5 次中天时间,记录不跟踪摆动周期 T_2 ,观测完毕,托起并锁紧灵敏部,关闭陀螺马达。

(5) 测后零位观测。

(6) 以一测回测定待测线的方向值,当前后两测回方向值之差满足要求时,取其平均值作为测线方向值。

(7) 测线陀螺方位角的计算。

摆动半周期:

$$\left. \begin{aligned} t_w &= t_2 - t_1 \\ t_E &= t_3 - t_2 \end{aligned} \right\} \quad (3-115)$$

时间差:

$$\Delta t = t_w - t_E \quad (3-116)$$

摆幅值:

$$a = \frac{|a_w| + |a_E|}{2} \quad (3-117)$$

近似北方向偏离平衡位置的改正数

$$\Delta N = c \cdot a \cdot \Delta t \quad (3-118)$$

陀螺摆动平衡位置在水平度盘上的读数为

$$N = N' + \Delta N = N' + c \cdot a \cdot \Delta t \quad (3-119)$$

按下式计算测线的陀螺方位角

$$\alpha_T = B - N + \lambda \cdot \Delta\alpha = B - (N' + c \cdot a \cdot \Delta t) + \lambda \cdot \Delta\alpha \quad (3-120)$$

式中 $\lambda \cdot \Delta\alpha$ ——零位改正数。

c ——比例系数。以下分述 c 值的测定和计算:

- ① 利用实测数据求比例系数 c 。

把经纬仪照准部摆在偏东 $10'$ 和偏西 $10'$ 左右 , 分别用中天法观测 , 求出时间差 Δt_1 和 Δt_2 , 以及摆幅 a_1 和 a_2 , 可列出以下方程式 , 求解 c 值。

$$\begin{cases} N_T = N'_1 + c \cdot a_1 \cdot \Delta t_1 \\ N_T = N'_2 + c \cdot a_2 \cdot \Delta t_2 \end{cases}$$

解得

$$c = \frac{N'_2 - N'_1}{\Delta t_1 \cdot a_1 - \Delta t_2 \cdot a_2} \tag{3 - 121}$$

c 值与地理纬度有关 , 在同一地区南北不超过 500km 范围以内可使用同一的 c 值 , 超过这个范围需重测。

②利用摆动周期计算比例系数 c 。

$$c = m \cdot \frac{\pi}{2} \frac{T_1^2}{T_2^2} \tag{3 - 122}$$

式中 m ——分划板分划值 ;
 T_1 ——跟踪摆动周期 ;
 T_2 ——不跟踪摆动周期。

(8)测线坐标方位角 α 的计算。

$$\alpha = \alpha_T + \Delta - \gamma \tag{3 - 123}$$

式中 Δ ——仪器常数 ;
 γ ——子午线收敛角。

(9)子午线收敛角的计算。

子午线收敛角可按测站点高斯平面坐标或测站点经纬度计算。目前常用高斯平面坐标计算。计算公式为

$$\gamma = k \cdot y \tag{3 - 124}$$

式中 y ——测站点的横坐标 , γ 的符号取决于 y 值在中央子午线的位置 , 即在中央子午线的东为正 , 以西为负。
 k ——子午线收敛角系数 , 以纵坐标 x (以公里计) 为引数在表 3 - 12 中查取。

算例 :

已知 $x = 4145\text{km}$, $y = 165\text{km}$ 求 γ 。
由表中查得 $k = 0.4062 + 0.013\ 4 \times 0.45 = 0.41223$
故 $\gamma = 0.41223 \times 165 = 68'02 = 1^{\circ}08'01''$

表 3－12 子午线接敛角系数 k 值

x/km	k	Δ	x/km	k	Δ	x/km	k	Δ	x/km	k	Δ
100	0.0085	85	1600	0.1390	91	3100	0.2865	110	4600	0.4768	153
200	0.0170	85	1700	0.1481	92	3200	0.2975	111	4700	0.4921	157
300	0.0255	86	1800	0.1573	93	3300	0.3086	114	4800	0.5078	162
400	0.0341	85	1900	0.1666	93	3400	0.3200	116	4900	0.5240	167
500	0.0426	86	2000	0.1759	95	3500	0.3316	118	5000	0.5407	172
600	0.0512	86	2100	0.1854	95	3600	0.3434	120	5100	0.5579	178
700	0.059 8	86	2200	0.1949	97	3700	0.3554	123	5200	0.5757	181
800	0.0684	87	2300	0.2046	97	3800	0.3677	125	5300	0.5941	190
900	0.0771	87	2400	0.2143	99	3900	0.3802	129	5400	0.6131	197
1000	0.0858	87	2500	0.2242	100	4000	0.3931	131	5500	0.6328	205
1100	0.0945	88	2600	0.2312	102	4100	0.4062	131	5600	0.6533	212
1200	0.1033	88	2700	0.2444	103	4200	0.4196	138	5700	0.6745	222
1300	0.1121	89	2800	0.2547	104	4300	0.4334	141	5800	0.6967	230
1400	0.1210	90	2900	0.2651	107	4400	0.4475	144	5900	0.7197	240
1500	0.1300	90	3000	0.2753	107	4500	0.4619	149	6000	0.7437	218

五、陀螺经纬仪定向精度的评定

陀螺经纬仪定向精度是一项重要的参数 ,它涉及所采用的仪器的精度 ,测量方案及测量技术。陀螺经纬仪定向主要是确定待测线的坐标方位角 ,因此 ,定向边的坐标方位角的中误差 m_{α} 便可反映陀螺经纬仪的精度 ,即

$$m_{\alpha} = \pm \sqrt{m_{\text{I}}^2 + m_{\text{II}}^2} \tag{3 - 125}$$

式中 m_{I} ——确定定向边坐标陀螺方位角中误差 ;
 m_{II} ——仪器改正数中误差。

仪器改正数与定向边陀螺方位角至少测两次。设定向边的陀螺方位角独立观测 n_{I} 次 ,仪器改正数独立观测 n_{II} 次 ,分别取平均值作为观测结果 ,则

$$m_{\text{I}} = \frac{M_{\text{I}}}{\sqrt{n_{\text{I}}}} , \quad m_{\text{II}} = \frac{M_{\text{II}}}{\sqrt{n_{\text{II}}}}$$

式中 M_{I} ——一次测定定向边陀螺方位角中误差 ;

M_{\parallel} ——一次测定仪器改正数中误差；

n_{\perp}, n_{\parallel} ——仪器改正数与定向边的陀螺方位角测定次数。

经过代换,式(3-125)有

$$M_{\alpha} = M_{\perp} \sqrt{\frac{1}{n_{\perp}} + \left(\frac{M_{\parallel}}{M_{\perp}}\right)^2 \frac{1}{n_{\parallel}}}$$

因为,通常都是在已知边与定向边上用相同的仪器和方法测定陀螺方位角,所以可认为

$$M_{\perp} = M_{\parallel} = m$$

因此上式可得

$$m_{\alpha} = m \sqrt{\frac{1}{n_{\perp}} + \frac{1}{n_{\parallel}}} \quad (3-126)$$

式中 m ——一次定向中误差,可用陀螺的标称精度。

六、陀螺经纬仪定向时的注意事项

陀螺经纬仪是以动力学理论为基础的光、机、电集于一体的精密仪器。定向时,陀螺灵敏部具有较大的惯性,必须注意合理使用,妥善保管,才能保持仪器的精度和寿命。在使用时必须注意以下事项:

- (1) 必须在熟悉陀螺经纬仪性能的基础上,由具有一定操作经验的人员使用仪器;
- (2) 在启动陀螺马达达到额定转速之前和制动陀螺马达过程中,陀螺灵敏部必须处于锁紧状态,防止导流丝悬挂带损伤;
- (3) 在陀螺灵敏部处于锁紧状态,马达又在高速旋转时,严禁搬动和水平旋转仪器,否则将产生很大的力,压迫轴承,以致毁坏仪器;
- (4) 在使用陀螺电源逆变器时,要注意接线的正确,使用外接电源时,应注意电压、极性是否正确,没有负载时,不得开启逆变器;
- (5) 陀螺仪存放时,要装入仪器箱内,放入干燥剂,仪器要正确放置,不要倒置或躺卧;
- (6) 仪器应存放在干燥、清洁、通风良好处,切忌置于热源附近,环境温度以 $10^{\circ}\text{C} \sim 30^{\circ}\text{C}$ 为宜;
- (7) 仪器运输时,要使用专用防震包装箱;
- (8) 在野外观测时,仪器要避免太阳光直接照射;
- (9) 目镜或其他光学零件受污时,先用软毛刷轻轻拭去灰尘,然后用软绒布揩拭,以免损伤光洁度和表面涂层。

第九节 井下高程的传递

井下高程的传递是把地面高程系统,经过平峒、斜井或竖井传递到井下高程测量的起始点上,又称为导入标高。

通过平峒传递高程一般采用井下几何水准测量来完成。其测量方法和精度要求一般与井下Ⅰ级水准相同。

通过斜井传递高程,一般用测距三角高程测量来完成。其测量方法与精度要求与井下基本控制测距三角高程相同。故本节重点讨论通过竖井传递高程。

在讨论具体的方法之前,先来看一看这些方法的共同基础。如图 3-35 所示, A 点为地面近井水准点, B 为井下高程起标点,其标高为

$$H_B = H_A - h \quad (3-127)$$

而
$$h = l - a + b \quad (3-128)$$

式中 a, b ——井上、下两台水准仪对 A, B 两点所定水准尺的读数;

l ——两水准仪视线间的距离;

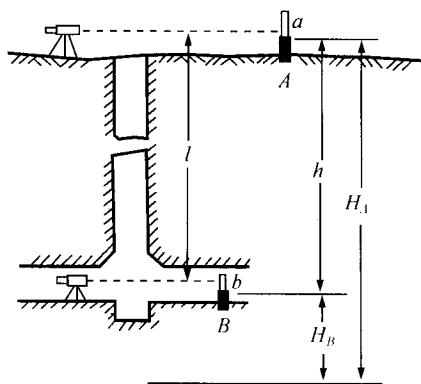


图 3-35 通过竖井导入标高

显然, a, b 可用水准仪测得,若能求得 l 就能确定 B 点的标高。根据测量 l 的工具和方法不同,井下高程又分为钢丝导入标高、钢尺导入标高和光电测距仪传递高程等。

一、钢丝导入标高

钢丝导入标高的方法就是设法丈量悬挂钢丝的长度,以求得 l 。为此,须在地面井口附近先设置临时比长台,其构造和形状类似长板凳,长度为 20~30m,宽 0.3m、高 1.0m 左右。台上安置 20 或 30m 钢尺,钢尺左端固定,右端用金属丝通过滑轮系一重锤,锤重等于钢尺比长时的拉力,钢尺带毫米刻划的一端放在靠近手摇绞车的一端,如图 3-36 所示。

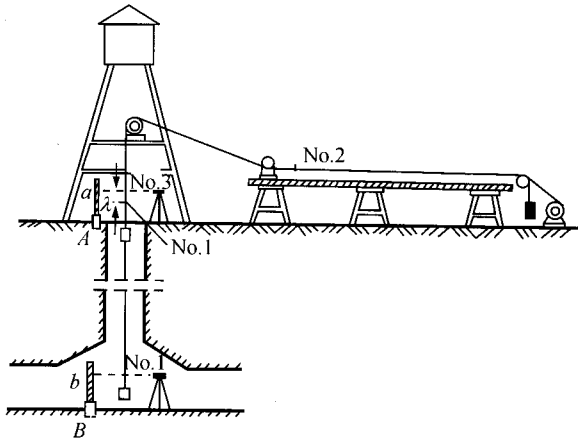


图 3-36 钢丝导入标高

为了在钢丝上标记所需的点位,还需准备五个标记夹。下放钢丝时,钢丝先沿着与钢尺平行并尽可能靠近钢尺的方向过比长台,然后经井架上的导向滑轮挂上一个 5kg 的重锤,缓慢地放到井下,经检查确认钢丝在井筒中自由悬挂后,便可开始测量。测量过程大体可分三个阶段。

1. 观测前期阶段

为了检查钢尺和比长台的位置在测量过程中是否改变,先在垂直于比长台的方向的 5—7m 处安置一台经纬仪,用望远镜瞄准钢尺上的某一分划,然后固定望远镜位置。为了丈量钢丝的长度,需在钢丝上标记参考点位,具体进行下列工作:

(1) 在钢丝上固定标线夹 No. 2,对准钢尺左端某一整数分划线 m_1 ,并记录其读数;

(2) 在井下依照水准仪视线,在钢丝上固定标线夹 No. 1,并在其下方再固定两个标线夹,丈量记录各标线夹间的距离,以便标线夹 No. 1 提到井口时进行检查丈量。在钢丝上夹标线夹应在钢丝下放,挂上重锤并稳定一段时间才进行,并要求井上下标线夹同一时刻固定在钢丝上。

此外,井下水准仪在 B 点的水准尺上读取 b 。

2. 观测阶段

观测阶段就是提升钢丝并在比长台上逐段丈量,并得钢丝在井筒中的垂直距离 l 。随着钢丝的提升,井下标线夹 No.1 沿井筒上升,其上升的高度就是比长台上标线夹 No.2 的运行的距离。在比长台上分段丈量这个距离,也就是间接丈量标线夹 No.1 沿井筒上升的高度。提升钢丝待标线夹 No.2 到达钢尺右端的毫米分划以内,暂停提升,按标线夹 No.2 标线在钢尺上读取读数 n_1 ($m_1 - n_1$) 就是标线夹上升的第一段垂直距离。将标线夹 No.2 取下,另一人同时在钢尺左端整数分划 m_2 处在钢丝上固定一标线夹,再提升钢丝,当此标线夹到达钢尺右端毫米刻分内时,它停止提升,在钢上读取 n_2 ($m_2 - n_2$) 是标线夹 No.1 上升的第二段垂直距离。按以上程序继续进行,直至标线夹 No.1 露出井口。

3. 观测后期阶段

(1) 用经纬仪望远镜检查比长台上钢尺位置是否有变化,如有变位,应将钢尺恢复到原来的位置。

(2) 按标线夹的最终位置在钢尺上读数。

(3) 地面水准仪对 A 点标尺上读数 a ,并按其水平视线在钢丝上固定标线夹 No.3,用小钢尺丈量 No.1 与 No.3 之间的距离 λ 。同时丈量 No.1 与下方两个标线夹的距离,检查 No.1 是否移动。

(4) 先后记录井上、下温度 t_1 、 t_2 。

(5) 计算 A 、 B 两点间的高差 h 。

$$h = \sum (m - n) \pm \lambda + (b - a) + \sum \Delta l \quad (3-129)$$

式中 $\sum (m - n)$ ——标线夹 No.1 沿井筒上升的高度;

λ ——标线夹 No.1 与 No.3 间的距离。No.1 居上时取负号,居下取正号;

$\sum \Delta l$ ——改正数的总和。

改正数总和中包括三项内容:

① 钢尺的温度改正数

$$\Delta l'_t = \alpha l (t_1 - t_0) \quad (3-130)$$

式中 α ——钢尺的线胀系数;

t_0 ——钢尺比长时的温度。

② 钢丝的温度改正数

$$\Delta l''_t = \alpha' l (t - t_1) \tag{3-131}$$

式中 α' ——钢丝的线胀系数 ; $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$

③钢尺的比长改正数

$$\Delta l_k = \alpha_1 l \tag{3-132}$$

式中 α_1 ——钢尺的每米改正数。

有关规程规定 ,钢尺导入标需独立进行两次 ,两次所得标高的差值 Δh 不应超过

$$\Delta h = (0.01 + 0.0002 H) \text{ m}$$

式中 H ——井筒深度 ,以米为单位。

二、钢尺导入标高

1. 用长钢尺导入标高

用长钢尺导入标高就是一次将地面高程传递到定向水平。钢尺的长度根据井深而定 ,有 100m、200m……1000m 不等。尺上最好有厘米、毫米刻划。如没有 ,需另附有厘米、毫米刻划的小钢尺。钢尺的比长改正数及相应的拉力、温度等参数。我国这种长钢尺不多 ,可将 n 根短钢尺牢固地连接起来 ,并精确测定各接头间的长度 ,并在用后再丈量其长度进行检查。如图 3-37 所示 ,钢尺通过井盖放入井下 ,到达指定地点后 ,挂上一个重量超过 10kg 的重锤 ,并使钢尺处自由悬挂状态。

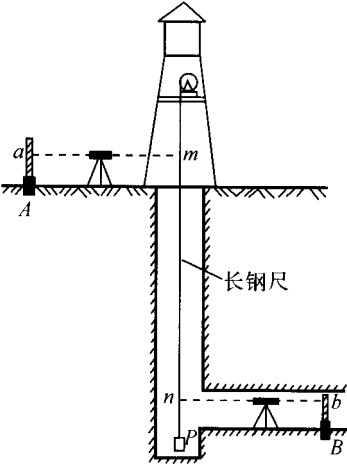


图 3-37 用长钢尺导入标高

(1)观测工作

①在地面与井下分别安置水准仪,在 A 、 B 两点所立标尺上读数 a 与 b 。

②井上、下水准仪同时在钢尺上读数为 m 和 n ,此外,还需测定井上下温度 t_1 和 t_2 ,取其平均值作为测量时的温度。

(2) 成果计算

A 、 B 两点的高差为

$$h = (m - n) + (b - a) + \sum \Delta l \quad (3-133)$$

式中 $\sum \Delta l$ ——钢尺改正数总和,包括比长改正 Δl_c 、温度改正 Δl_t 、拉力改正 Δl_P 、钢尺自重伸长改正 Δl_s 。前两项在钢丝导入标高中已叙述。拉力改正 Δl_P 的计算公式为

$$\Delta l_P = \frac{l(P - P_0)}{E \times S} \quad (3-134)$$

式中 E ——钢尺的弹性系数, $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$;

S ——钢尺的横断面积, cm^2 ;

P ——测量时的拉力, kg ;

P_0 ——检定时拉力, kg 。

当所用的拉力和检定时拉力相同,可不加拉力改正。

钢尺自重伸长改正数 Δl_s 的计算公式为

$$\Delta l_s = \frac{\gamma l^2}{2E} \quad (3-135)$$

式中 l ——井上下两水准仪视线间钢尺的长度,即 $(m - n)$ 。

用长钢尺导入标高应独立进行两次,第二次测量时应改变井上下两水准仪的仪器高,或将钢尺稍微升高或降低,两次导入标高的限差与钢丝导入标高的一样。

2. 用短钢尺导入标高

短钢尺导入标高与长钢尺的方法基本相同,只是在井筒内用临时点把井深分为许多不超过整钢尺长度的分段,然后用钢尺丈量各分段的长度。在竖井中这样的操作非常不方便而不安全,一般情况下不采用此法。

三、光电测距仪导入标高

随着光电测距仪的广泛应用,采用光电测距仪测量井深,从而达到导入标高的目的。如井筒中滴水比较多,而产生较浓的雾,由于水对红外光吸收比较厉害,当井筒较深时,不宜采用红外测距仪,应采用激光测距仪。

用光电测距仪导入标高的原理如图 3-38 所示。测距仪 G 安置在井口附近,在井架上安置反射镜 E (与水平成 45° 角),反射镜 F 水平置于井底,反射面向上。显然仪器测得的光程长 $S = GE + EF$,设仪器 G 至反射镜 E 的距离为 l ,由此得井深 H 为

$$H = S - l + \Delta l \tag{3-136}$$

式中 Δl ——测距仪的气象、常数等改正的代数和。

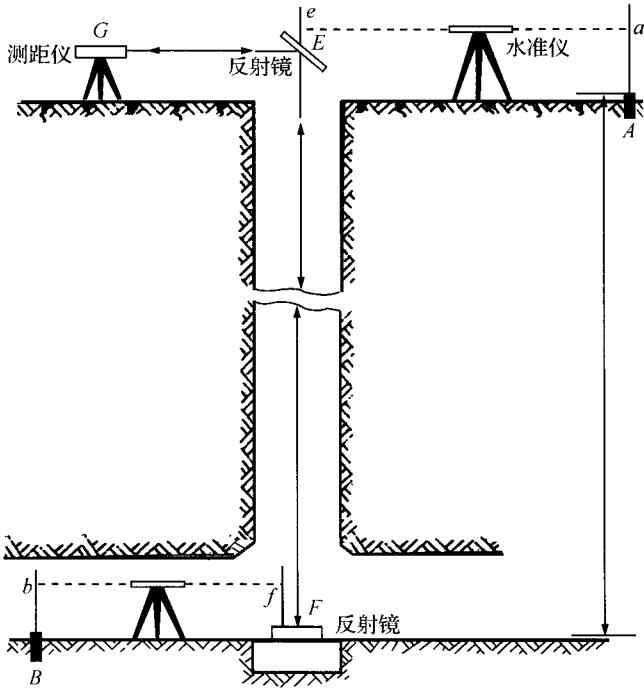


图 3-38 光电测距仪导入高程

在井上下分别安置水准仪,读取立于 E, A 及 F, B 处水准尺 m 读数 e, a 和 f, b 。则水准基点 A, B 两点高差为

$$\Delta h = H - (a - e) + b - f \tag{3-137}$$

则 B 点的高程为

$$H_B = H_A - \Delta h \tag{3-138}$$

用光电测距导入标高,也应独立进行两次。

第二章 地下控制测量与地下施工测量 及其在实际操作中的应用

第一节 概 述

地下控制测量包括地下平面控制测量和高程控制测量,其最主要的任务在于保证地下工程在预定误差范围内的贯通。在地下控制测量中,高程控制测量的目的是为了在地下建立一个与地面统一的高程系统,确定各种地下工程在竖直方向的位置及相互关系,保证隧道在竖直方向的正确贯通。平面控制测量是标定隧道掘进方向和测图的基础,其目的是以必要的精度,按照与地面控制测量统一的坐标系统,建立地下的控制系统。根据地下控制点的坐标,就可以放样出隧道中线的位置,指出隧道开挖的方向,保证地下工程在所要求的精度范围内贯通。

一、地下平面控制测量的特点

地面平面控制网通常是在国家一、二等三角网的基础上建立起来的,一般布设成三角网。随着激光测距仪的广泛应用,地面控制网可布设成三边网、边角网或导线网。目前,随着现代科学技术的迅速发展而建立起来的GPS定位系统,由于其具有经典测量方法所无法比拟的优越性,如观测站之间无需通视,可全天候作业,受气候条件影响小、精度高、速度快、效率高等,因而地面控制可布设成星形网、导线网等,从而大大提高工作效率,也使布网和选点变得灵活力便。地下控制测量与地面控制测量相比,尽管测设方法

上有很多共同之处,但地下控制测量仍有其特殊性。由于是在地下隧道中测量,施工面狭窄,可供利用的空间有限,施工干扰也很大,故不可能像地面那样布设成三角或三边网、边角网,更不能布设 GPS 控制网,只能设立导线或导线网作为地下平面测量控制。由此可知,地下平面控制测量实际上是导线测量。

作为地下控制的导线,与通常地面测量的导线相比较,具有如下特点:

(1) 地下导线必须与地面控制网的坐标系统一致,也就是地下导线起始边长、起始方位角和起始点坐标都必须由地面控制网传递。因此,设在洞口的地面控制点同时是地下导线的起始点,在导线进洞之前,必须对洞口控制点的坐标与进洞联系方向作检核测量,没有粗差和变动,方可开始地下导线测量。

(2) 地下控制的导线只能按隧道开挖的形状布设,基本上没有选择的余地。此外,这种导线在施工期间,只能布置成支导线的形式,这是因为地下导线是随着隧道的不断开挖才逐渐向前伸展,当隧道尚未贯通时,不可能在洞内将两端布设的导线联系起来的缘故。

(3) 当平行掘进两个隧道时,隔一段距离须有横向隧道相连。这时,对于布设在两平行隧道中的支导线,宜利用横向隧道进行连测,经平差求出精确坐标和方位角之后,再向前开挖并传递坐标和方位角。

(4) 地下导线是先布设精度较低,边长较短的施工导线,当隧道开挖到一定的距离后才布置洞内的主要控制导线。

(5) 布设地下控制的导线时,既要考虑到贯通面处的横向贯通误差不能超过允许的限值,又必须考虑到能满足施工开挖时的放样精度及测设方便的要求。

鉴于地下导线具有上述特点,对较长的隧道,仅用重复测量方法进行检核和防止横向贯通误差增大是不行的。因为支导线端点横向误差是由角度观测误差而引起的,计算公式为式中:

$$m_Q = \sum_{i=1}^m S_i \frac{m_\beta}{\rho} \sqrt{\frac{n+1.5}{3}} \quad (3-139)$$

式中 S_i ——导线边长;

n ——测角数;

m_β ——测角中误差。

显然,在总长一定的情况下,每条边的长短对 $\sum S_i$ 无影响,但导线边愈短, n 愈大。如果测角精度 m 不变,支导线总长 $\sum S_i$ 也不变,但采用较长的导线边,就可以减少测角数 n ,从而减少端点的横向误差。为了充分利用这一性质,保证正确的横向贯通,便于隧

道的开挖放样,可以根据隧道的长度、形状和使用的仪器等情况,把地下导线分为边长较短的施工导线和边长较长的基本导线或边长更长的主要导线数种,以满足地下施工测量中的不同要求。

施工导线是隧道施工中为了方便地进行放样和指导开挖而布设的一种导线,其精度较低。施工导线点是边开挖边设置,通常沿中线布设,边长一般为 $25 \sim 50\text{m}$ 。这种导线由基本导线或主要导线控制,以准确地指导开挖方向,因此,它的一部分点将作为以后布设的基本导线点。

基本导线是为准确地指导开挖,保证隧道正确贯通而布设的边长为 $100 \sim 200\text{m}$ 且精度要求较高的导线。当隧道开挖总长不超过 2km 时,这种基本导线可作为地下的首级控制。基本导线的主要任务是检查和发现施工导线的粗差,纠正开挖的方向偏差,保证隧道按预计精度正确贯通。基本导线点通常利用施工导线点,并与之重合,这样同一点独立测定出两套坐标,达到检核和纠正的目的。当基本导线施测后,发现开挖面处的施工导线点坐标有问题,则再向前推进时,施工导线点不再用原来的坐标,而应用经过基本导线校正后的新坐标推算。

主要导线,如果隧道开挖较长,基本导线就很难保证隧道贯通处应达到的贯通精度,此时就必须布设边长更长的主要导线作为地下开挖的首级控制。主要导线的边长一般为 $150 \sim 800\text{m}$,导线的点由合适的基本导线点组成。此外,为提高主要导线的测定精度,减少外界条件的不利影响,主要导线应力求靠近隧道的中心线布设。

施工导线、基本导线及主要导线的布设情况如图 3-39 所示。

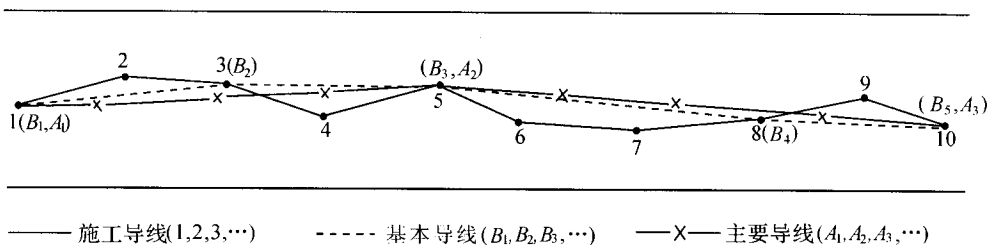


图 3-39 地下导线的布设

二、地下导线点的布设

地下平面测量的控制点按其使用和保存时间的长短可分为永久点和临时点两种。施工导线点多数为临时点,基本导线和主要导线点应为永久点。临时点埋设临时性标志,永久点则埋设永久性标志。导线点的位置选择要顾及前后通视、工作安全、测设方便

和便于保存。地下导线的起始点通常设在隧道的洞口、平坑口、斜井口,而这些点的坐标是由地面控制测量测定的。地下与地面不同的是,测点大多设在隧道顶板上。这是因为测点在顶板上具有容易寻找、不易被行人或车辆破坏等优点。同时,当用垂球对中时,仪器在点下对中比较方便、精确,只有当顶板岩层松软有可能移动或在某些特殊情况下,才将测点设在隧道底板上。

根据设置地点不同,永久点的结构也不同,图 3-40(a)为设在隧道顶板上的永久点,(b)为设在底板上的永久点。永久点的结构应以坚固耐用和使用方便为原则,因此,作为顶板点标志的铁芯最好接上一段铜头,这样既耐久又便于使用。

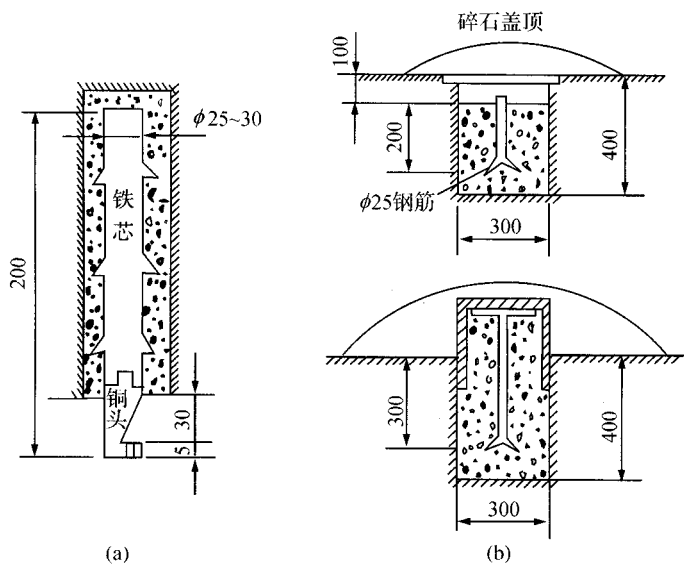


图 3-40 永久点构造图(单位:mm)

临时点可根据具体条件采用图 3-41 所示的形式。图 3-41(a)为在隧道棚梁上设点(b)为在打入钻孔内的木楔上设点(c)为将点用水泥或水玻璃粘在顶板上。

地下导线布置的一般技术规则和注意事项如下:

(1)地下导线应尽量沿线路中线布置或与线路中线平移一适当距离,边长要接近等边。导线点应尽量布置在施工干扰小、通视良好且稳固安全地段,两点间视线与建筑物的距离应大于 0.2m。对于大断面的长阳关道,可布置成多边形闭合导线或主副导线环。有平行导坑时,平行导坑的单导线应与正洞导线连测,以资检核。

(2)长边导线(主要导线或基本导线)的边长应按贯通要求设计,当导坑延伸至两倍沿内导线设计边长时,应进行一次导线引申测量。每测定一个新导线点时,都需对以前的导线点作检核测量,在直线地段,只作角度检测,在曲线地段,还要同时作边长检核测量。

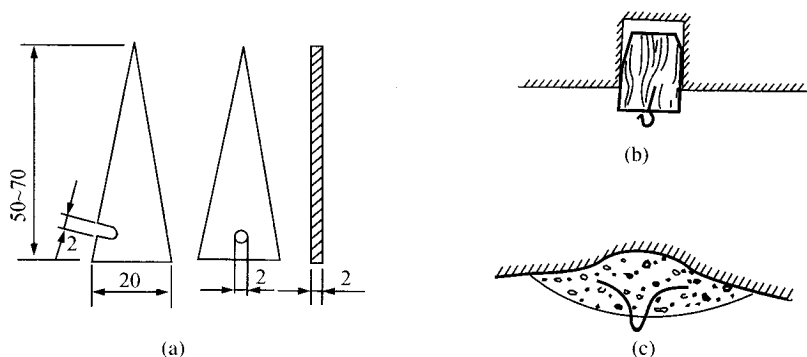


图 3-41 临时点构造图(单位:mm)

(3) 进行角度观测时,应尽可能减小仪器对中和目标偏心误差的影响。一般在测回间采用仪器和觇标重新对中,在观测时采用两次照准两次读数的方法。若照准的目标是垂球线,应在其后设置明亮的背景,边长较长时,可采用觇牌,但也应用较强的光源照准标志,以提高照准精度。

(4) 边长测量中,若采用钢尺丈量边长,每尺段宜两端等高悬空丈量,并加入尺长、温度改正。若为平链丈量或使用零尺段时,则应考虑下垂改正。当采用电磁波测距仪时,应防强灯光直接射入照准头,应经常拭净镜头及反射棱镜上的水雾。洞内有瓦盒应带防爆装置。斜井导线边长用钢尺沿斜井坡度悬空丈量时,应按弹簧秤,往测时在上端(或下端),返测时在下端(或上端)的方法进行。

(5) 凡是构成闭合图形的导线网(环)都应进行平差计算,以便求出导线点的新坐标值。当隧道全部贯通后,应对地下长边导线进行重新观测和进行平差,用以最后确定隧道中线。

(6) 对于螺旋形隧道,不能形成长边导线,每次向前引申时,都应从洞外复测。复测精度应一致,在证明导线点无明显位移时,取点位的均值。

(7) 对于大断面的长隧道的地下导线,由于采用电磁波测距仪测距,地下导线在布设上有较大的改变,例如不再是支导线而成环状,导线点不再严格地布设在隧道中线上,而是布置在便于观测、干扰小、通视好且坚固稳定的地方。例如某隧道为长 14.3km 的双线隧道,洞内导线由 15 个多边形闭合环构成网形,正洞和辅助坑道间同样以导线环构成闭合网。为减小传递误差,在成洞部分,当具备通视条件时,就组成长边导线。整个导线(含斜井和竖井部分)共敷设了 96 条导线边,其中最长达 1368m,最短边仅 33m,平均边长 414m。对于短于 200m 的导线边,均采用强制对中的三联法测角测边,以提高精度。电磁波测距都安排在施工停止时进行,除洞口附近外,洞内的气象变化较小,测距较稳定,往返测较差不大。从贯通成果看,横向精度良好,纵向存在随距离变化的系统误差。

第二节 地下平面控制测量

地下平面控制测量实际上是地下导线测量。地下导线通常是支导线,而且它不可能一次测完,因为只有掘进一段距离后才可布设一个新点。在地下工程测量中,为了发现可能存在的粗差和提高精度,每埋设一个新点后,通常要从支导线的起点开始进行全面复测,同时测定新点的坐标。重测还可以发现隧道建成后是否有变形,点位是否被碰动。对于直伸型隧道,只需复测角度。

为了放样的需要,一般每掘进 20 ~ 50m 就要增设一个新点。但导线边太短会增加横向误差。因此,在复测时不是每一点设站测角,而争取通过尽可能少的测站把方位角向前传,组成长边支导线。这时长边不必重新丈量,而是把许多短边投影在长边上,求得长边的长度。如图 3 - 42 设已知两条短边 a, b 及它们的夹角,则可按余弦定理求出长边 c 。

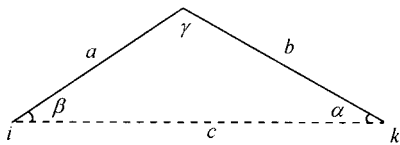


图 3 - 42

若已知两条短边 a, b 及两个小角 α, β 则可按下式(3 - 140)计算 c ,即

$$c = a \cdot \cos\beta + b \cdot \cos\alpha \tag{ 3 - 140 }$$

如果已知 a, b 及 γ ,但是 γ 角接近 180° ,则可以先根据 a, b 与 γ 算得 α, β ,即

$$\alpha = \frac{a}{a + b}(180^\circ - \gamma) \tag{ 3 - 141 }$$

$$\beta = \frac{b}{a + b}(180^\circ - \gamma) \tag{ 3 - 142 }$$

然后再按式(3 - 140)计算 c 的长度。

如果在 i, k 两点之间有多于两条短边(如图 3 - 43),已知这些短边的长度及两边间的夹角,求 ik 这条长边的长度,这时可以先假定 i 点坐标和 $i, j + 1$ 这两点连线的方位角,然后按支导线方法计算左点坐标,再用 i, k 两点坐标反求这两点间的距离。对于地下导线,可以根据上一次测量结果算得的坐标,反算有关长边的长度。

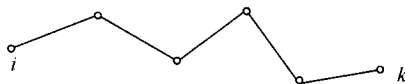


图 3-43

一、地下经纬仪导线的角度测量

1. 用于地下测量的经纬仪及其检校

(1) 地下测量的经纬仪

由于地下测量条件与地面不同,所以使用的经纬仪也应具有某些特殊的结构以适应地下测量的需要。

①地下测点大多设在隧道顶板上,因此仪器要安置在导线点下进行对中,这就要求经纬仪望远镜上刻有仪器中心,即镜上中心。同时,最好在镜上中心上安装光学对中器,这样既便于点下对中,又提高了对中精度。

②望远镜尽可能有较短的明视距离(1.0~2.0m)。

③为了在急倾斜隧道中能测仰角和俯角,要求望远镜筒要短并具有目镜棱镜或弯管目镜或物镜棱镜,最好是具有偏心望远镜。即在中心望远镜水平轴的一端再安装一个偏心望远镜,而在另一端配上平衡重。

④为了适应精度要求不高而工作条件又比较困难的地下次要隧道测量,最好能将经纬仪悬挂在吊架上,而不是安装在三角架上。

⑤仪器稳定性、密封性要好,同时,读数设备、十字丝等应配有照明设备。

此外,由于地下导线的导线边一般较短,所以最好有供三架法测量的设备。

(2) 经纬仪的检校

关于地下测量使用仪器的检校与一般经纬仪有相同之处,如:照准部水准管轴与竖轴垂直的检校;圆水准器轴应垂直于仪器竖轴的检校;望远镜十字丝板应处于正确位置的检校;望远镜视准轴应平行水平轴的检校;横轴应垂直于竖轴的检校;竖直度盘位置应正确的检校;光学对点器的视准轴应与竖轴重合的检校,这些内容在《地形测量》课程中都有详细的叙述。不同之处的检验方法如下:

①镜上中心的检校,在无风处挂一垂球,在其下面安置整平经纬仪,望远镜固定于水平位置,并仔细使镜上中心对准垂球尖,然后松开照准部并转动 180° ,若镜上中心仍对准垂球尖,则表示镜上中心位置正确。若偏离了,则需校正,如图3-44所示。

当照准部转动 180° 时,镜上中心偏离垂球尖A位置而移到A'处,则在AA'连线的中点C作一记号并使C点对准垂球尖,再反复检校,直至旋转仪器时,C点不偏离垂球尖

为止,此时 C 点即为正确的镜上中心。允许偏离值不大于 0.5mm 。

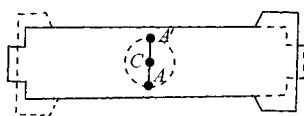


图 3-44 镜上中心的检校

②仪器连接螺丝的垂球线挂线点必须与仪器竖轴在同一轴线上。检查时,被检查仪器的镜上中心应已校正,仪器整平后使望远镜水平,再用两台置于相互垂直方向上的经纬仪,分别以望远镜瞄准被检查仪器的镜上中心,然后向下微动望远镜,检查该悬挂垂球线是否偏离两经纬仪望远镜的视准轴,若偏离,则说明该垂球线挂钩不符合要求,需修理。进行此项检查时,应注意在安置被检查仪器的三脚架时,使三脚架架头平面尽可能水平。

③望远镜调焦镜运行是否正确。检查时,将望远镜正倒镜观测同一视线方向的远、近两目标,近目标距仪器 2m ,远目标离仪器尽可能远(100m 以上),观测远、近两目标的 2 倍视准差($2C$)的变化,若 $2C$ 值变化超过 $30''$,则望远镜应修理。

④复测机构能否正确可靠地工作。

当复测机构锁紧或放开度盘时,度盘是否产生移动。检查时先安置整平仪器,使照准部在水平度盘零刻划附近固定,当复测机构松开时取读数,锁紧复测机构再读数,如此重复 5 次,每次使度盘读数变更 30° ,其读数变化若不超过 $6''$,则复测机构良好,否则要进行修理,或不能用复测法测角。

当松开复测机构旋转照准部时,不应带动度盘。检查时安置整平仪器,松开复测机构,瞄准一清晰目标,取水平度盘读数,旋转照准部数圈再瞄准该目标,看读数是否有变化,若没有变化,则表明旋转照准部时不带动度盘,若有变化,则仪器应修理。

当复测机构锁紧度盘时旋转照准部,度盘应一起旋转,没有滞后现象。当复测机构锁紧度盘后,若照准部旋转前和旋转后的读数没有变化,说明没有滞后现象,复测机构良好。若读数变化超过 $6''$,说明复测机构锁紧度盘的力量不够,需修理,或不能用复测法测角。

⑤自动补偿器应保证仪器竖轴在允许范围内倾斜时瞄准同一目标的竖盘读数不变。检查时选一目标,将仪器的一个脚螺旋置于目标方向,使圆水准器气泡居中,望远镜瞄准目标,读取竖盘读数,然后旋动该脚螺旋,使圆气泡向前或向后偏移到刻划圈边缘(即移动 $\pm 4'$),微动望远镜使其仍瞄准原目标,再取竖盘读数,两次读数之差不应超过竖盘读数精度($\pm 6''$)。

2. 地下测角方法

(1) 安置仪器

为了测量导线点上的角度,首先要将经纬仪安置在测点上。导线点设在隧道底板时,安置仪器的方法与地面相同。这里只着重介绍测点设在顶板上时仪器的安置方法。

在点下安置仪器的方法,仍然包括对中和整平两方面。地下对中有三种方法:垂球对中、光学对中和自动对中(又称三架法测量)。垂球对中和是地下最常用的方法,使用的垂球有两种,简单垂球(图 3-45)和可调节垂球尖高低的活动垂球(图 3-46),后者使用较方便。

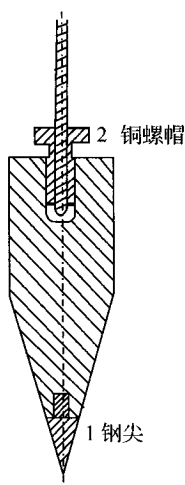
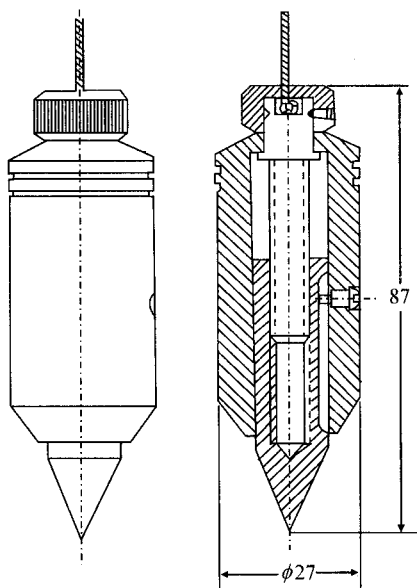


图 3-45 简单垂球



单位: mm

图 3-46 可调节垂球尖高低的垂球

先讨论用垂球对中、整平仪器的方法。如图 3-47 所示,在测点上挂下垂球,将三脚架安在下面,调节架腿使架头大致水平和大致对中后,踩固脚架,然后把垂球线缩短或挂在一旁。取出仪器安在三脚架上,调节脚螺旋使竖轴铅直,并使望远镜水平。放下垂球线,移动仪器使垂球尖对准仪器镜上中心。再整平仪器,重新对中。由于整平和对中是相互影响的,因此需要反复进行,直到竖轴竖直而垂球尖又精确地对准镜上中心为止。操作中应注意以下两点:

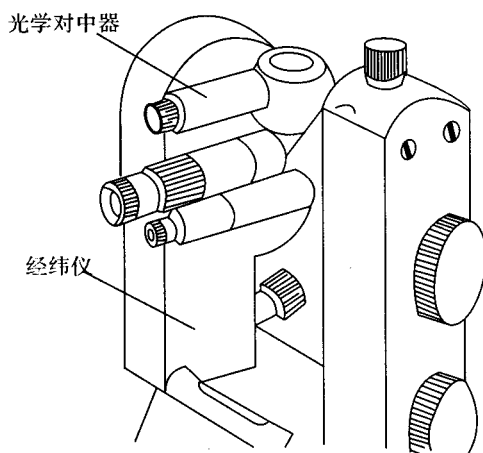


图 3-47 点下光学对中器

①在对中时应沿前后左右方向移动而不应旋转仪器。因为架头只大致水平,若转动仪器,则脚螺旋在架头上的位置便被破坏,又需大动仪器才能整平。

②在点下对中整平时,应特别注意不要让垂球碰坏仪器,特别是望远镜片和水准管。因此,在仪器安好后应取下垂球。

通常地下隧道内的风流较大,影响垂球对中的速度和精度,而地下导线边往往又较短,因此对中不精确会引起较大的测角误差,因此地下对中非常重要。正因为这样,现场多采取挡风布和挡风筒等办法来提高垂球对中的速度和精度,特别在比较精密的地下导线测量中更是如此。

光学对中更适用于地下条件,它比垂球对中要迅速而且精确。为了能在点下利用光学对中器进行对中,要在经纬仪望远镜筒上安装一光学顶点对中器,如图 3-46 所示。这种光学对中器可作为一个附件安装在任何经纬仪的望远镜上。利用装上这种对中器的经纬仪进行对中,既提高了效率,又提高了精度。实践表明,对中距离在 $0.3 \sim 1.5\text{m}$ 时,其对中线量误差小于 0.5mm 。

所谓自动对中,实际上只不过是利用多个脚架和基座,在每个测站上对中一次,迁站时不再对中而采用强制归心的方法插上仪器和觇标。

(2) 测量角度

地下导线水平角观测方法也和地面一样,有复测法和测回法。

复测法亦称倍角法,它是利用复测经纬仪观测水平角的一种方法。复测经纬仪有两种结构类型,第Ⅰ类型的仪器有两套制动微动螺旋,一套是照准部的制动微动螺旋,另一套是水平度盘的制动、微动螺旋,第Ⅱ类型的仪器只有照准部一套制动微动螺旋,但有一复测机构用来扣紧度盘,使其与照准部固定在一起旋转,当不需要度盘转动时,松开复测机构即可。

复测法测量的步骤如下:

①设欲测角度 $\beta = \angle ACB$ 如图 3-48 所示,则在测站 C 上安平对中经纬仪后将度盘对在 0° 附近;

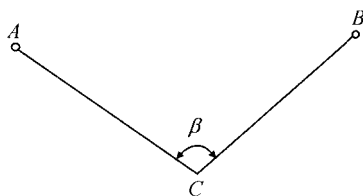


图 3-48 水平角测量

②用复测钮将度盘和照准部锁紧,旋转照准部瞄准后视点 A ,读起始读数 a ;

③松开复测钮(即放开了度盘),顺时针方向旋转照准部,瞄准前视点 B ,并取检验读数 b_1 ;

④算出检验角 $\beta_1 = b_1 - a$,并倒转望远镜;

⑤扣紧复测钮,照准后视点 A ,但不读数;

⑥松开复测钮,顺时针方向旋转照准部瞄准前视点 B ,取最终读数 b 。

以上称一个复测测角,所测角值为

$$\beta = \frac{b - a}{2} \quad (3-143)$$

当用 n 个复测测水平角时,与一个复测的原理基本相同,只是在取检验读数 b_1 后不倒转望远镜,重复②、③两步 $(n-1)$ 次,但不读数。然后倒转望远镜重复⑤、⑥两步 n 次,仍然只最后取一次最终读数 b 。这样,水平角的最终值为

$$\beta = \frac{k \times 360^\circ + b - a}{2n} \quad (3-144)$$

式中 k ——照准部指标经过度盘 0° 刻划的次数, 即 $k = \frac{2n\beta_1}{360}$ (只取整数)。

测回法是常用的测量水平角的一种方法, 这里不再赘述。

由上述可知, 复测法测角较简单, 不管几次复测, 只需读三次数, 且参加最终角值计算的只有始末两次读数, 因而观测较快, 读数误差影响小, 测角精度高。这是对中、低精度的经纬仪 (J_6 、 J_{15} 等) 而言的, 对高精度的仪器 (J_2 、 J_1) 就不同了。因仪器读数精度高, 读数误差对测角精度的影响很小, 相反, 由于测回法能在整个度盘上均匀地多次读数, 可以消除一些精密仪器中影响较大的度盘刻划和测微尺刻划系统误差, 从而提高测角精度。因此, J_2 级精度以上的仪器都不能复测, 中、低精度的经纬仪才有复测轴系和复测机构。

地下测角究竟采用哪一种方法较好, 这要根据仪器和观测条件来决定。复测法和测回法的瞄准次数相同, 但复测法的读数次数都比测回法少, 在地下狭窄的隧道内测量是有利的。

地下导线测量倾角的方法和地面一样, 采用测回法, 即正倒镜位测量, 不过要在垂球线绳上做一个记号 (如插一根大头针) 作为瞄准的标志。通常测倾角是与测水平角一起进行的, 并同时丈量仪器至瞄准标志的倾斜距离。

二、地下经纬仪导线的边长测量

1. 量边工具和方法

地下用钢尺量边的工具包括钢尺、拉力计和温度计。钢尺是最基本的量边工具, 钢尺的长度有 20m、30m 及 50m 等几种。钢尺的分划也有几种, 有的以厘米为基本分划, 有的亦以厘米为基本分划, 但尺端第一分米内有毫米分划, 更有的以毫米为基本分划。在地下宜用 50m 和 30m 且整尺都有毫米分划的钢尺为好。

地下量边方法一般是用钢尺悬空丈量导线的边长。在水平隧道内通常是丈量水平距离。具体做法是利用经纬仪的水平视线瞄准在前后视点所挂垂球线上, 用大头针在绳上标出十字丝交点, 然后用钢尺丈量仪器镜上中心或横轴右端中心与大头针之间的距离。丈量时, 用钢尺末端的整厘米刻划对准经纬仪镜上或横轴中心, 另一端加钢尺检定时拉力并对准大头针, 两端同时读数, 零端估读到毫米。每读一次数后, 移动钢尺 2 ~ 3cm。每条边要读数三次, 同时测记温度。为了检验起见, 每条边必须往返丈量。在倾斜隧道中则丈量倾斜距离, 同时测其倾角。倾斜距离丈量方法与丈量平距基本相同。如果两导线点间的距离大于钢尺的长度, 则须分段丈量。被丈量的各段距离必须在同一直线上, 为此, 要进行定线。如图 3-49, 首先在 B 点的垂球线上插一根大头针 (B'), 在测水平角的同时测出其倾角。定线时用线绳拴石块作为中间加点 C 、 D , 并使它处在望远镜

视线上,在线绳与视准线交点处插上大头针(C' 、 D')然后用钢尺悬空丈量经纬仪横轴右端中心或镜上中心至 C' 及 $C'D'$ 、 $D'B'$ 等各段距离。

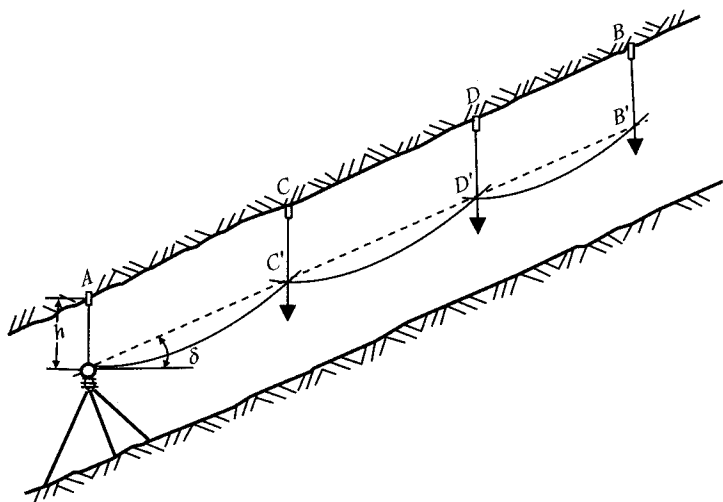


图 3-49 悬空量边

2. 钢尺量边的改正

用钢尺量得的边长,还要根据具体情况加入尺长、温度、拉力、垂曲及倾斜等改正。

(1) 尺长改正

对于每一米都做过检定的钢尺,可直接求得用该尺量得的任一边长的尺长改正数。但对于只做了整尺检定的钢尺,还要按比例求算出该尺每米的改正数后再求得任一长度的改正数。设钢尺在标准拉力和标准温度时的真实长度为 L_0 ,尺面长为 L_M ,则整尺的尺长改正为 $\Delta_K = L_0 - L_M$ 。若用此尺丈量 L ,则整尺的尺长改正为

$$\Delta L_K = \Delta_K \frac{L}{L_M} \quad (3-145)$$

(2) 温度改正

所量边长 L 的温度改正为

$$\Delta L_t = L \cdot \alpha (t - t_0) \quad (3-146)$$

式中 α ——钢尺的线膨胀系数,一般取 $\alpha = 12 \times 10^{-6}$;

t ——量边时的温度;

t_0 ——钢尺检定时时的温度。

(3) 拉力改正

若量边时所用的拉力与钢尺检定时用的拉力不同,则须改正,其改正数为

$$\Delta L_P = \frac{L(P - P_0)}{E \cdot S} \quad (3-147)$$

式中 E ——钢尺的弹性系数,通常取 $B = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$;

S ——钢尺的横断面积,单位为 cm^2 ;

P ——测量时的拉力, kg ;

P_0 ——检定时的拉力, kg 。

当所用拉力与检定钢尺拉力相同时,则不必改正。

(4) 垂曲改正

悬空丈量时,由于钢尺自重而弯曲,使所量边长非直线长度而为曲线长度,因此要加入垂曲改正。如图 3-50,钢尺因自重下垂而弯曲成曲线 \widehat{ACB} ,故所量得的不是水平直线 \overline{ADB} 的长度 l 而是弧 \widehat{ACB} 的长度 s 。垂曲改正值为

$$\Delta L_f = s - l = 2R(\alpha - \sin\alpha)$$

由于圆弧的曲率很小,故 α 也很小,因而 $\sin\alpha$ 可按级数展开并取前两项代入上式得

$$\Delta L_f = 2R(\alpha - \alpha + \frac{\alpha^3}{6}) = \frac{1}{3} R\alpha^3 \quad (3-148)$$

图 3-50 中的 f 称为松垂距,由图可知

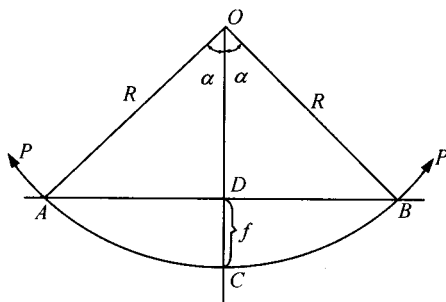


图 3-50 垂曲改正

$$f = OC - OD = R - R\cos\alpha = 2R\sin^2\frac{\alpha}{2} \approx 2R \cdot \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} R\alpha^2$$

而

$$R \cdot \alpha = \frac{1}{2} s$$

将上式代入式 (3-148) 得

$$\Delta L_f = \frac{8f^2}{3s} \quad (3-149)$$

松垂距 f 可用实地测定和理论推算两种方法确定。

实地测定法,是先在在地面打下两上同高的木桩 A 和 B ,其间距离约为钢尺全长,如图 3-51。将水准仪安设在 AB 的一侧,使 A, B 顶端同高。将钢尺置于 A, B 顶端并加拉力 P 拉紧。然后在 A 和中间点 C 上立水准尺,用水准仪在尺上读取 a, c 两读数,并目估钢尺在 C 点之水准尺上的读数 d 则 $f = c - (a + d)$ 。

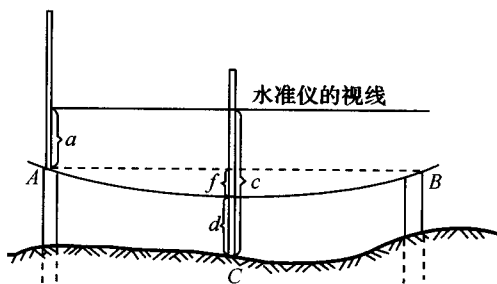


图 3-51 确定钢尺的松垂距

理论推算 f 值的方法是根据钢尺水平悬空时,因自重而形成的对称悬链线为基础,最后推得

$$f = \frac{qs^2}{8P} \quad (3-150)$$

式中 q ——钢尺单位长度的重量,将钢尺从尺架上取下,称其重量,除以尺长即得。将式(3-150)代入式(3-149)得

$$\Delta L_f = \frac{q^2 s^3}{24P^2} \quad (3-151)$$

当边长 s_1 小于整尺长时,设拉力仍为 P ,则 s_1 的垂曲改正为

$$\Delta L'_f = \frac{q^2 s_1^3}{24P^2}$$

则

$$\Delta L'_f : \Delta L_f = \frac{q^2 s_1^3}{24P^2} : \frac{q^2 s^3}{24P^2}$$

即

$$\Delta L'_f = \Delta L_f \cdot \frac{s_1^3}{s^3} \quad (3-152)$$

按式(3-149)或式(3-151)求得整尺的 ΔL_f 之后,便可按上式求得小于该尺的任意长度的垂曲改正数 $\Delta L'_f$ 。

悬空丈量倾斜边长时,钢尺因自重而形成的悬链线和水平时的不一样,即成非对称

的形状。此时的垂曲改正为

$$\Delta L_{fs} = \Delta L_f \cos^2 \sigma$$

$$\text{或} \quad \Delta L_{fs} = \Delta L_f (1 - \sin^2 \sigma) = \Delta L_f - \Delta L'_{fs} \quad (3-153)$$

$$\Delta L'_{fs} = \Delta L_f \sin^2 \sigma$$

式中 ΔL_f ——水平时的垂曲改正；

σ ——所测边的倾角；

ΔL_{fs} ——非对称悬链线的补充改正。

显然，悬空丈量倾斜边长时的垂曲改正比水平边长的垂曲改正要小。

最后还应指出，当水平或倾斜边长大于尺长而分段丈量时，必须分别计算各分段的垂曲改正数，其总和才是该边的垂曲改正。

(5) 倾斜改正

如果所量边长不是水平长度 l ，而是斜长 L ，则应将倾斜边长化为水平边长，以便计算平面坐标。一般可用下式计算，即

$$l = L \cos \sigma \quad (3-154)$$

式中 σ ——斜边的倾角。

(6) 将导线边长化算到海平面的改正

当导线边长化算成平距 l 以后，设其高程为 H ，则化归海平面的改正数为

$$\Delta L_M = -\frac{H}{R} \cdot l \quad (3-155)$$

式中 R ——地球的平均半径 ($R = 6371 \text{ km}$)；

H ——所测导线边两端高程的平均值。

如图 3-52 所示，确定海平面改正数的公式推导如下：

$$\Delta L_M = ab - AB \quad (3-156)$$

$$\text{而} \quad ab = \frac{\theta}{\rho} R ; AB = \frac{\theta}{\rho} (R + H) ; \theta = \left(\frac{AB}{R + H} \right)^\rho \approx \frac{l}{R} \cdot \rho$$

将上列各式代入式 (3-156) 中便得式 (3-155)。

归算到海平面的边长为

$$L = l + \Delta L_M \quad (3-157)$$

(7) 将导线边长化归高斯投影面的改正

按高斯投影理论推导出计算这种投影改正的公式为

$$\Delta L_G = L \cdot \frac{y_m^2}{2R^2} \quad (3-158)$$

式中 y_m ——导线边中点到投影带中央子午线的距离,即导线边中点的横坐标;
 R ——地球的平均半径。

最后还应指出,用于丈量导线边长的钢尺必须定期进行检定,以保证丈量精度。

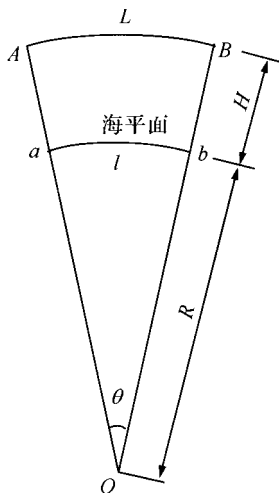


图 3-52

3. 用电磁波测距仪测量地下导线边长

随着近代光学、电子学的发展和各种新颖光源(激光、红外光等)相继出现,电磁波测距技术得到了迅速的发展,出现了以激光、红外光和其他光源为载波的光电测距仪和以微波为载波的微波测距仪,并已在地下导线测量中开始应用。电磁波测距仪在地下主要用于直线距离较长的倾斜隧道和水平隧道的导线边长测量,大大减轻了用钢尺量边的劳动强度,提高了工作效率,测量精度也能满足要求。

有关测距仪的结构、工作原理、检验和测距方法在《光电测距》教材中有详细叙述。

三、陀螺定向——电磁波测距导线

在地下导线测量中,把陀螺仪和电磁波测距仪联合,用来测设地下导线,以限制测角误差的累积,提高横向精度,保证地下工程贯通有重要作用。这种导线叫作陀螺定向——电磁波测距导线。这种导线的测设方式有两种:一种是将陀螺仪和测距仪跳站安设,用陀螺仪和测距仪测定每条边的方向和长度,例如往测时,将仪器安设在单号测点上,用陀螺仪测量前后视边的方向后,再用测距仪测前后视边长,返测时则将仪器安设在双号测点上,同样测量前后视边的方向和边长。另一种是往测时,与前一种方式相同,而返测时只跳站安设测距经纬仪测前后视边长,但不安设陀螺仪测方向,而是按一般导线

测量水平角。

陀螺仪往返所测得的同一边的方位角之差的容许值按下式 (3-159) 确定, 即

$$\Delta\alpha_{\text{容}} = \alpha_{\text{往}} - \alpha_{\text{返}} \leq 2m_{\alpha\text{T}} \cdot \sqrt{2} \quad (3-159)$$

式中 $m_{\alpha\text{T}}$ ——陀螺仪一次测定的中误差。当该仪器的实际中误差值未经测定时, 可取标称精度值。

当符合上述要求时, 取往返观测方位角的平均值作为最终值。

在测设地下经纬仪控制导线时, 若每隔一段距离加测一个导线边的方向, 这样便使地下支导线形成了方向附和导线, 除了构成测角的客观检查外, 还可提高地下导线的精度。此外, 在某些受折光影响大的导线边上加测陀螺方位角, 还可以消除和减弱系统误差对方位的影响。

关于地下直伸导线上加测陀螺方位角的合理配置, 即合理的加测个数和最佳位置的选择问题, 于来法教授就此作了深入研究。

设地下导线有 n 条边, 平均边长为 s , 不加测陀螺方位角时, 支导线终点 n 的横向误差估算公式为

$$m_q^2 = \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} (ns)^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} s^2 \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (3-160)$$

式中 m_α ——地下导线起始边方位角的中误差;

m_β ——地下导线转折角的测角中误差。

当在地下导线上均匀地加测了 i 个陀螺方位时, 则产生 i 条方位角附和导线。导线终点的横向误差的估算公式为

$$m_q^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} \cdot s^2 \cdot i \left[\frac{k(k-1)(2k-1)}{6} + k^2 w^2 - \frac{k^2(k-1+2w^2)}{4} \right] + \frac{m_\alpha^2}{\rho^2} s^2 (n-ik) + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} s^2 \frac{(n-ik)(n-ik+1)(2n-ik+1)}{6} \quad (3-161)$$

式中 $w = m_\alpha / m_\beta$;

k ——附和导线的边数。

为了比较横向误差的变化规律和精度增益, 假定导线总长 $L = n \cdot s = 10 \times 100\text{m} = 1000\text{m}$, $m_\alpha = m_\beta = \pm 10''$, $w = 1$, 令之分别等于 1、2、3 和 n 时, 代入式 (3-160) 和式 (3-161) 计算出 m_q 及相对于未加测陀螺方位角的精度增益, 其结果列于表 3-13 中。

表 3 - 13

加测数量 导线方案	未加测 陀螺方 位角 m_q /mm	加测 1 个		加测 2 个		加测 3 个		加测 n 个	
		m_q /mm	精度增益	m_q /mm	精度增益	m_q /mm	精度增益	m_q /mm	精度增益
I	107	48	55 %	26	76 %	17	84 %	15	86 %
II	137	53	61 %	33	76 %	25	82 %	16	88 %

由表中看出 ,加测 1 ~ 2 个陀螺方位角的导线与未加测陀螺方位角的导线比较 ,其横向精度的增益的幅度较大。当 $i > 4$ 时 ,加测陀螺方位角对提高导线终点的横向精度作用很小。

为了寻找陀螺方位角的最佳布设位置 ,对式 (3 - 161) 求 m_q^2 对于 k 的极小值 ,即应在 $m_q^2 = \min$ 条件下解求 k 值 ,进而求出比值 k/n 。

设 $m_\alpha = m_\beta$,即 $w = 1$ 时 ,将式 (3 - 161) 化简后得

$$m_q^2 = \frac{m_\beta^2 s^2}{12\rho^2} \{ (i - 4i^3)k^3 + (3i + 18i^2 + 12i^2 n)k^2 - (12in^2 + 36in)k + (4n^3 + 18n^2 + 2n) \} \tag{3 - 162}$$

令

$$\frac{\alpha_{m_q^2}}{\alpha_K} = \frac{m_\beta^2 s^2}{12\rho} (ak^2 + bk + c) = 0 \tag{3 - 163}$$

解得

$$k = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{3 - 164}$$

式中 $a = 3i - 12i^3$

$$b = 6i + 36i^2 + 24i^2 n$$

$$c = -(12in^2 + 36in)$$

由式 (3 - 161) 知 , k 是加测陀螺方位角之间的导线边数 ,它将随着加测陀螺方位角的个数之多少不同而变化 , n 为地下导线的总边数。 i 为加测方位角个数 ,若以 i 和 n 为变数 ,按 (3 - 164) 计算 k 和 k/n 的比值 ,列于表 3 - 14 中。从该表中可以得到加测陀螺方位角的最佳位置。

由表 3 - 14 可知 ,在直伸地下导线中 ,加测 1 个陀螺方位角时 ,加测在导线全长三分之二的边上为最优 ,若加测 2 个以上陀螺方位角时 ,以按导线全长均匀分布最好。

表 3 – 14

<div><div><div><div><div><div></div></div></div><div><div><div></div></div></div><div><div><div></div></div></div><div><div><div></div></div></div></div></div><div><div><div></div></div><div><div></div></div></div></div> <div><div><div></div></div><div><div></div></div></div>

第三节 地下高程控制测量

地下高程控制测量的主要任务是确定隧道内各水准点与永久导线点的高程 ,以建立地下高程基本控制。其主要内容是通过竖井导入标高 ,在水平或坡度小于 8° 的隧道中进行几何水准测量 ,在坡度大于 8° 的倾斜隧道中进行三角高程测量。

一、地下水准测量

地下水准测量分两级 ,Ⅰ 级水准测量用以建立地下高程测量的首级控制 ,其精度较高 ,基本上能满足贯通工程在高程方面的精度要求。Ⅱ 级水准测量作为Ⅰ 级水准点间的加密控制 ,精度较低。地下水准路线一般与地下导线测量的路线相同 ,通常利用地下导线点作为水准点。

地下水准测量的施测方法与地面水准测量基本相同 ,常采用中间法施测。施测时水准仪置于二尺点之间 ,若地下通视条件差 ,前后视距离用目估法使其相等 ,这样可以消除由于水准管轴与视准轴不平行所产生的误差。视线长度一般宜为 $15 \sim 40\text{m}$,Ⅱ 级水准不应超过 50m 。每个测站应在水准尺黑红面上进行读数 ,若使用单面水准尺 ,则应用两次仪器高进行观测 ,两次仪器高之互差应大于 10cm 。由水准尺两个面或两次仪器高所测得的高差互差 ,Ⅰ 级应不大于 4mm ,Ⅱ 级应不大于 5mm ,否则应重测。取两面或两次仪

器高测得的高差平均值作为一次测量结果。有时由于隧道内施工场地狭小 ,工种繁多 ,干扰甚大 ,水准点可能设在隧道顶板上 ,所以地下水准测量还常使用倒尺法传递高程。测定相邻两点的高差可能有四种情况 ,如图 3 - 53 所示。

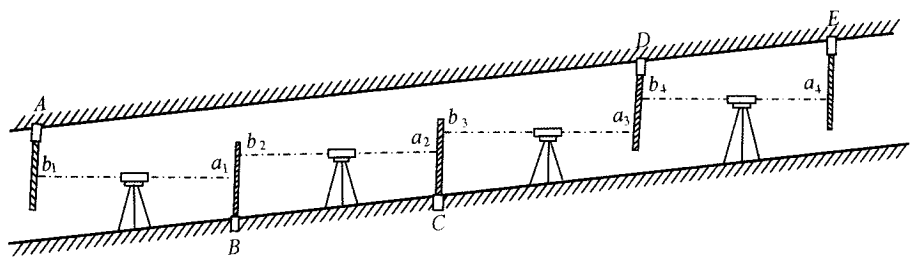


图 3 - 53 地下水准测量的四种情况

$$h_{AB} = (- b_1) - a_1$$

$$h_{BC} = b_2 - a_2$$

$$h_{CD} = b_3 - (- a_3)$$

$$h_{DE} = (- b_4) - (- a_4)$$

但不论哪种情况 ,在计算两点间的高差时 ,仍与地面水准测量一样 ,用后视读数 b 减去前视读数 a ,即

$$h = b - a \tag{3 - 165}$$

但顶板点(倒尺)的读数为负 ,底板点的读数为正。

地下水准路线可为支线、附和水准路线或闭合路线。水准测量的高程容许闭合差应不超过表 3 - 15 的限差要求。表中 R 为单程水准路线长度 , L 为闭、附和路线长 ,均以百米为单位。

表 3 - 15 地下水准测量限差表

水准测量等级	水准支线往返测量的高差不符值	闭、附和路线的高程容许闭合差
I	$\pm 15\text{mm} \sqrt{R}$	$\pm 24\text{mm} \sqrt{L}$
II	$\pm 30\text{mm} \sqrt{R}$	

当求得各点间的高差及各项限差均符合要求后 ,则应取往测和返测结果的平均值作为最终值。闭合差可按各测段的长度(或测站数)成比例地以反号分配到各测段中。往测或返测不符值超限时需重测其中不可靠的测段 ,重测的结果和往测或返测的结果不超限时方可采用 ,若重测结果介于往返测结果的中间 ,且与往测或返测之差均未超过限差 ,

则应取三个结果的平均值。

二、地下三角高程测量

三角高程测量通常用于倾角大于 8° 的倾斜隧道中 ,与经纬仪导线测量同时进行 ,如图 3 - 54 所示。

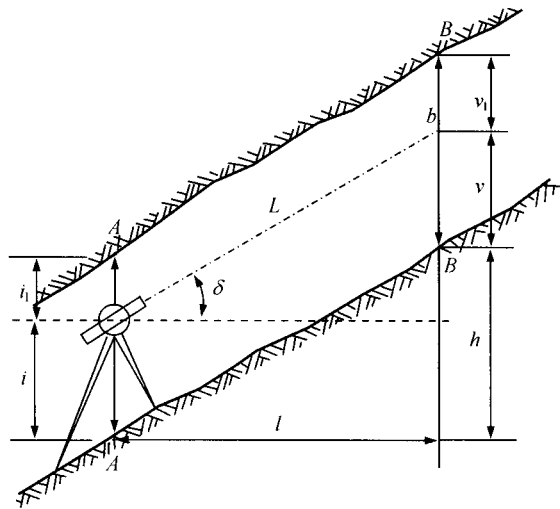


图 3 - 54 地下三角高程测量

置经纬仪于 A 点 ,整平对中。在 B 点悬挂垂球。用望远镜瞄准垂球线上的标志 b ,测出倾角 δ ,丈量仪器中心到标志 b 的距离 L ,量取仪器高 i 及觇标高 v。B 点对 A 点的高差为

$$h = L\sin\delta + i - v \tag{3 - 166}$$

用上式计算高差时应注意 ,当测点在顶板上时 ,i 和 v 取负号。

仪器高 i 和觇标高 v 均用小钢尺在观测开始前和结束后各量一次 ,并量至毫米 ,两次丈量的互差不得大于 4mm ,取其平均值作为丈量结果。丈量仪器高时 ,可使望远镜竖直 ,量出测点至镜上中心的距离。