

岩质边坡流变分析的一种实用计算方法

段 建 言志信

(中南林学院, 湖南株洲 412006)

【摘 要】 基于等效 Mohr-Coulomb 屈服准则原理, 通过岩体材料参数的人工换算, 实现其在有限元软件 Ansys 中的应用, 并验证转化后参数与原参数之间的大小关系; 同时针对边坡岩体流变特性, 利用分数阶导数流变模型理论, 提出考虑岩体流变特性的一种实用计算方法, 通过 Ansys 弹塑性计算分析过程中改变材料特性的功能来处理边坡岩体材料的流变问题, 算例表明该方法是可行的。

【关键词】 等效 Mohr-Coulomb 屈服准则; 人工换算; 流变特性; 分数阶导数流变模型

【中图分类号】 TU 311.4

A Practical Calculation Method on Rheological Analysis for Rock Slope

Duan Jian Yan Zhixin

(Central South Forestry University, Zhuzhou Hunan 412006 China)

【Abstract】 On the basis of equivalent hypothesis, equivalent Mohr-Coulomb criterion has been successfully applied to FEM software-Ansys by artificial conversion on jointed rock mass parameters, and all kinds of relation between the transformed parameters and original parameters are verified. At the same time, in allusion to rheological characteristics of jointed rock mass, by making use of theory of rheological model with fractional order derivatives, a practical calculation method in which rheological characteristics are taken into account has been presented, and rheological problem on rock slope has been managed by changing material characteristics in the process of Ansys elasticity-plasticity analysis, it is shown by an example that this method is feasible.

【Key Words】 equivalent Mohr-Coulomb criterion; artificial conversion; rheological characteristics; rheological model with fractional order derivatives

0 引言

从力学性能来看, 岩体包括了几乎所有固体材料的力学属性——弹性、塑性、粘性等特性, 在以往的岩质边坡工程中, 大都仅仅考虑岩体的弹塑性, 不乏因对岩石流变特性研究不够深入, 而导致了工期延误甚至边坡失稳事故的先例。因此, 针对岩质边坡工程, 尤其是软弱边坡岩体, 考虑其流变特性, 显得尤为重要。

1 等效 Mohr-Coulomb 屈服准则在 Ansys 中的实现

由于 Mohr-Coulomb 屈服准则在主应力空间中的屈服面表现为菱锥面, 截面存在菱角, 在数值计算当中, 给数值求导带来一定的技术困难, 根据郑颖人、徐干成的研究成果, 将 Mohr-Coulomb 屈服准则进行等效变换, 即将 π 平面上的不等角度的等边六边形转化成等面积的圆形, 在主应力空间形成一圆锥屈服面, 圆锥屈服面在程序的编制上更容易实现, 这样有利于问题的简单化^[1]。研究表明, 采用此等

效屈服准则与采用 Mohr-Coulomb 屈服准则计算结果比较接近, 能满足工程精度要求, 故被称为等效 Mohr-Coulomb 屈服准则, 等效 Mohr-Coulomb 屈服准则在 π 平面上为一圆形, 它是一种 D-P 准则^[2]。

根据等效假定, 等效 Mohr-Coulomb 屈服准则的具体基本参数为:

等效半径 r

$$r = \frac{\sqrt{6}(6c \cos \varphi - 2I_1 \sin \varphi)}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9 - \sin^2 \varphi)}} \quad (1)$$

屈服函数 F

$$F = \frac{2\sqrt{3}\sin \varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9 - \sin^2 \varphi)}} I_1 + \sqrt{J_2} - \frac{6\sqrt{3}c \cos \varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9 - \sin^2 \varphi)}} = 0 \quad (2)$$

参数 α, k

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}} \\ k &= \frac{6\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

目前大型商业有限元软件 Ansys 中一般采用 Mohr-Coulomb 屈服准则的外角点外接圆锥,即 D-P 屈服准则作为材料的屈服准则,其屈服准则基本参数为^[3]:

屈服参数 F

$$F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (4)$$

参数 α, k

$$\alpha = \frac{2\sin\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)}, k = \frac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi)} \quad (5)$$

为了利用现成的有限元软件 Ansys,同时运用等效 Mohr-Coulomb 屈服准则作为岩体材料的屈服准则,为此,应建立等效 Mohr-Coulomb 屈服准则与外角点外接圆锥 D-P 屈服准则之间的转化,从而实现等效 Mohr-Coulomb 屈服准则在 Ansys 上的运用,来有效模拟岩体的本构关系。

由上可知,两种屈服准则屈服函数在形式上一致,即 $F = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0$,两者在主应力空间中都为圆锥体表面, π 平面上都表现为圆形,两者之间只是参数 α, k 不同而已,而 α, k 值都是与材料参数 c, φ 有关的函数,因此基于两者关系,在 Ansys 分析的前处理工作中,只须将岩体实际的粘聚力和内摩擦角 c, φ 通过人工换算转化为 Ansys 分析须输入的材料参数 c', φ' ,如式(7)所示,实现两种屈服准则之间的转化,继续利用 Ansys 进行工程分析,从而提高问题的计算精度。

设岩体粘聚力、内摩擦角分别为 c, φ , Ansys 分析须输入的材料参数为 c', φ' ,基于等效 Mohr-Coulomb 屈服准则和外角点外接圆锥 D-P 屈服准则之间关系如下:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{2\sqrt{3}\sin\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}} = \frac{2\sin\varphi'}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi')} \\ k &= \frac{6\sqrt{3}c\cos\varphi}{\sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}} = \frac{6c'\cos\varphi'}{\sqrt{3}(3-\sin\varphi')} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

从而可求得 Ansys 分析须输入材料参数 c', φ' 的值:

$$\left. \begin{aligned} c' &= 9c\cos\varphi \left[6\sin\varphi \sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)} + \right. \\ &\quad \left. 2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi) - 72\sin^2\varphi \right]^{-\frac{1}{2}} \\ \varphi' &= \arcsin \frac{9\sin\varphi}{3\sin\varphi + \sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

由于 φ 为岩体内摩擦角,故其取值区间为 $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ, \sin\varphi \in [0, 1]$,从而有下列不等式恒成立:

$$(9 + 2\sqrt{3}\pi)\sin^2\varphi - 54\sin\varphi + 81 - 18\sqrt{3}\pi < 0$$

从而有: $3\sin\varphi + \sqrt{2\sqrt{3}\pi(9-\sin^2\varphi)} > 9$

基于式(7),有:

$$\left. \begin{aligned} \varphi' &< \arcsin \sin\varphi = \varphi \\ c' &< \frac{9c\cos\varphi}{\sqrt{81-81\sin^2\varphi}} = c \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由式(8)不等式可知,岩体材料参数经过人工换算后,其值均比原参数值小,根据有限元强度折减法求解边坡安全系数原理,可得知:采用等效 Mohr-Coulomb 屈服准则计算求得的边坡安全系数恒比外角点外接圆锥 D-P 屈服准则的计算结果要小。

2 分数阶导数流变模型

分数阶导数流变模型实质上就是用 Abel 体取代在经典流变模型理论中常用的 Newton 粘性流体,通过非线性弹簧、Abel 粘壶、摩擦件三基本元件的并联或串联,可以得到不同的流变模型,如类 Kelvin 体、类 Maxwell 体、类标准线性体、类 Jeffreys 体、类 Bingham 体等等。研究表明,采用分数阶导数流变模型可以更为满意地描述岩体的瞬时弹性、延迟弹性、粘性流、塑性等特性,且与实验结果可以很好吻合^[4]。

松弛模量的解析表达式为:

$$E(t) = E_\infty + (E_0 - E_\infty)e^{-\beta[t(\gamma+a)^{1-\alpha}]} \quad (9)$$

其中:

$$0 < \alpha < 1, 0 < \beta < \infty, -\alpha < \gamma < \infty, 0 \leq E_\infty \leq E_0$$

蠕变柔量的解析表达式为:

$$D(t) = D_\infty + (D_0 - D_\infty)e^{-\beta_1[t(\gamma+a)^{1-\alpha}]} \quad (10)$$

其中:

$$0 < \alpha < 1, 0 < \beta_1 < \infty, -\alpha < \gamma < \infty, 0 \leq D_0 \leq D_\infty$$

式中各参数可通过拟合实验曲线确定^[5]。

3 考虑岩体流变特性的一种实用计算方法

考虑到岩体的流变特性,岩体参数 c, φ 值为时间 t 的函数,基于分数阶导数流变模型中的松弛模量的解析表达式,可拟合得到 c, φ 的表达式,即:

$$\left. \begin{aligned} c(t) &= c_\infty + (c_0 - c_\infty)e^{-\beta[t(\gamma+a)^{1-\alpha}]} \\ \varphi(t) &= \varphi_\infty + (\varphi_0 - \varphi_\infty)e^{-\beta[t(\gamma+a)^{1-\alpha}]} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中参数可以通过拟合实验曲线确定,对于某

一时刻,由上式(11)可求得该时刻的岩体参数 c 、 φ 值,基于上式(7)便可得知该时刻 Ansys 分析输入的材料参数 c' 、 φ' 值,作过这样的处理后,就可由 Ansys 提供的弹塑性模型及计算过程中改变材料特性的功能来处理岩体材料的流变问题。

4 算例分析

某岩质边坡,坡高 $H=50\text{ m}$,坡角 $\beta=60^\circ$,含一

优势结构面,其倾角 $\alpha=30^\circ$ 、长度 $L=100\text{ m}$ 、下端过坡脚,上端交于坡顶,边坡岩石及结构面物理力学参数见表 1,结构面的流变参数为 $\alpha=0.5\text{y}^\alpha$, $\gamma=1\text{y}^\alpha$, $\beta=0.3$,结构面参数随时间变化及参数之间转化值见表 2。分别采用等效 Mohr-Coulomb 准则、Ansys 中原有准则及极限平衡法对此边坡进行分析,计算结果见表 2。

表 1 计算采用的材料参数

名称	弹性模量 E/MPa	泊松比 ν	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	c_0/MPa	c_∞/MPa	$\varphi_0/(\circ)$	$\varphi_\infty/(\circ)$
岩石	5 700	0.26	2 400	0.65	0.65	32	32
结构面	1 500	0.27	2 200	0.30	0	15	15

表 2 结构面参数随时间变化及转化值和边坡安全系数计算结果

时间 t/a	Ansys 中原有准则			等效 Mohr-Coulomb 准则			极限平衡法
	粘聚力 c/kPa	内摩擦角 $\varphi/(\circ)$	安全系数 K	粘聚力 c'/kPa	内摩擦角 $\varphi'/(\circ)$	安全系数 K	安全系数 K
0	0.3	15	2.309 2	0.252	12.65	1.915 1	2.231 5
1/12	0.291 0	15	2.256 1	0.244 4	12.65	1.862 5	2.178 5
1/2	0.249 7	15	1.993 4	0.209 7	12.65	1.651 3	1.935 2
1	0.207 8	15	1.728 5	0.174 6	12.65	1.439 9	1.688 3
2	0.143 9	15	1.338 5	0.120 9	12.65	1.102 9	1.311 9
3	0.099 6	15	<1	0.083 7	12.65	<1	1.050 9
10	0.007 6	15	<1	0.006 4	12.65	<1	0.508 9
20	0.000 2	15	<1	0.000 2	12.65	<1	0.465 3
50	0	15	<1	0	12.65	<1	0.464 1

由表 2 可知,采用等效 Mohr-Coulomb 准则分析与其他方法相比,计算结果偏小、保守,在我国现有经济条件下,从安全角度来说,这是对工程有利的,可以进一步地减小工程安全隐患,可用来模拟岩体材料。三种方法计算结果的大小关系为:外角点外接圆锥 D-P 屈服准则最大,极限平衡法其次,等效 Mohr-Coulomb 准则最小。同时发现:初始稳定的边坡,在运营期内不一定安全,由于岩体的流变特性,岩体强度参数随时间的推移而逐渐衰减,致使边坡稳定程度降低,到第 3 年时,该边坡不稳定。因此,对一些特大型工程,尤其是一些软弱的岩体边坡,除开展常规的岩石力学参数测试外,还要进行岩石流变参数的测试,同时进行边坡岩体稳定性流变分析,预测边坡的长期稳定趋势,尽可能地为边坡设计和处理提供最优方案。

5 结 论

1) 基于等效 Mohr-Coulomb 屈服准则,寻找其与 Ansys 中 D-P 屈服准则之间的对应关系,通过参数的人工换算,实现其在有限元软件 Ansys 中的应用,软化后岩体材料参数恒比原参数小。采用等效 Mohr-Coulomb 准则分析,其计算结果偏小、保守,可

用来模拟岩体材料。

2) 基于分数阶导数流变模型,提出考虑岩体流变特性的实用计算方法,通过 Ansys 弹塑性计算分析过程中改变材料特性的功能来处理岩体材料的流变问题,算例表明该方法是可行的。

3) 算例表明,初始稳定的边坡,尤其是软弱岩体,流变特性显著,岩体强度参数随时间逐渐衰减,致使边坡稳定程度降低,在运营期内不一定安全,因此对此类工程须进行流变分析,预测边坡的未来稳定发展趋势。

参 考 文 献

- 徐干成,郑颖人. 岩土工程中屈服准则应用的研究. 岩土工程学报,1990,12(2):93~99
- 时卫民,郑颖人. 摩尔-库仑屈服准则的等效变换及其在边坡分析中的应用. 岩土工程技术,2003(3):155~159
- 郑颖人,沈珠江,龚晓南. 岩土塑性力学原理. 北京:中国建筑工业出版社,2002. 52~56
- 张为民. 一种采用分数阶导数的新流变模型理论. 湘潭大学自然科学学报,2001,23(1):30~36
- 张为民. 松弛模量与蠕变柔量的实用表达式. 湘潭大学自然科学学报,1999,21(3):26~28

收稿日期:2005-04-13