文章编号：1001—1749(2006)01—0026—03

MN不等于零时水平层状大地直流电阻率测深曲线的计算

韦柳榔[1]，吕玉增[2,1]，阮百尧[1]
（1. 桂林工学院 资源与环境工程系，广西 桂林 541004；
2. 中南大学 信息物理工程学院，湖南 长沙 410083）

摘 要：在*MN*趋于零时滤波计算三极装置直流电测深视电阻率的基础上，采用数值积分方法，导出了*MN*不趋于零时的三极（对称四极）装置直流电阻率测深曲线的计算方法。然后，利用三极和偶极的关系导出了水平层状大地偶极－偶极电测深的正演计算公式，并对水平层状大地的对称四极测深和偶极－偶极测深曲线进行了对比。

关键词：水平层状大地；直流电阻率测深；数值积分
中图分类号：P631.3⁺22　　**文献标识码**：A

0 前言

当$MN\to 0$时，对水平层状大地直流电阻率三极或对称四极装置的视电阻率曲线的计算，可归结到下面的积分[1]

$$\rho_s^A(r)=2\pi r^2\frac{E}{I}=r^2\int_0^\infty T_1(\lambda)J_1(\lambda r)\lambda d\lambda \quad (1)$$

式中 r是供电极距（三极测深等于AM；对称四极测深等于$AB/2$）；E是测量电极MN处的电场强度；I是供电电流强度；$J_1(\lambda r)$是一阶贝塞尔函数；$T_1(\lambda)$是电阻率转换函数。

当$MN\neq 0$时，水平层状大地直流电阻率三极测深或对称四极装置的视电阻率曲线的计算，可归结到下面的积分[2]

$$\rho_s(r)=\frac{1-c^2}{2c}r\int_0^\infty T_1(\lambda)\{J_0[\lambda r(1-c)]-J_0(\lambda r(1+c)]\}d\lambda \quad (2)$$

式中 r是供电极距；$c=MN/2/r$为装置的偏心率。

式(1)、式(2)具有傅里叶—贝塞尔积分公式（汉克尔变换）形式，可用数字滤波方法计算[1]。作者在$MN\to 0$时，滤波计算对称四极（三极）装置直流电测深视电阻率的程序基础上，采用了数值积分的方法，给出MN不趋于零时的三极（对称四极）装置直流电阻率测深视电阻率的计算方法，然后导出偶极－偶极测深视电阻率的计算方法，实现了一个程序，多个用途，拓宽了理论对称四极程序的使用范围。

1 $MN\neq 0$时直流电阻率测深三极装置视电阻率的计算

$MN\neq 0$时，AMN三极排列情况下视电阻率为

$$\rho_s^{AMN}=k\frac{\Delta U_{MN}}{I}=\frac{2\pi\cdot AM\cdot AN}{MN}\frac{\Delta U_{MN}}{I} \quad (3)$$

由于

$$\Delta U_{MN}=\int_{AM}^{AN}Edr=\frac{I}{2\pi}\int_{AM}^{AN}\frac{1}{r^2}\rho_s^A(r)\,dr \quad (4)$$

式中 $\rho_s^A(r)$为$MN\to 0$时的三极（对称四极）视电阻率。由于MN通常较小，可假设$\rho_s^A(r)$在区域MN内线性变化

$$\rho_s^A(r)=\frac{AN-r}{MN}\rho_s^A(AM)+\frac{r-AM}{MN}\rho_s^A(AN) \quad (5)$$

这里 $\rho_s^A(AM)$和$\rho_s^A(AN)$分别为M和N处，$MN\to$

基金项目：国家自然科学基金项目(40064001)；广西科技开发项目(桂科攻0428006－17)
收稿日期：2004－12－27

0 时的视电阻率。这样，利用数值积分方法可使式(4)变为

$$\Delta U_{MN} = \frac{1}{2\pi}\int_{AM}^{AN}\frac{1}{r^2}\rho_s^A(r)\,\mathrm{d}r = \frac{I}{2\pi MN}\left[\rho_s^A(AM)\int_{AM}^{AN}\frac{AN-r}{r^2}\mathrm{d}r + \rho_s^A(AN)\int_{AM}^{AN}\frac{r-AM}{r^2}\mathrm{d}r\right] = \frac{I}{2\pi MN}\left[\rho_s^A(AM)\left(\frac{MN}{AM} - \ln\frac{AN}{AM}\right) + \rho_s^A(AN)\left(\ln\frac{AN}{AM} - \frac{MN}{AN}\right)\right] \quad (6)$$

把式(6)代入式(3)，即可得 $MN \neq 0$ 时，$\rho_s^{AMN}(r)$ 的计算公式

$$\rho_s^{AMN}(r) = \frac{AN\cdot\rho_s^A(AM) - AM\cdot\rho_s^A(AN)}{MN} + \left[\frac{AM\cdot AN}{MN^2}(\rho_s^A(AN) - \rho_s^A(AM))\right]\ln(AN/AM) \quad (7)$$

式(7)同样适合 $MN \neq 0$ 时对称四极装置的视电阻率计算。

利用式(7)计算方法和用直接对式(2)的数字滤波算法，对三层水平大地视电阻率测深曲线进行计算，对比结果见图 1。模型参数的第一层电阻率为 100 Ω · m，厚度为 5 m；第二层电阻率为 50 Ω · m，厚度为 10 m，第三层电阻率为 1 000 Ω · m。供电极距 $AB/2$ 和测量电极距 $MN/2$ 见表 1，为常用的电测深极距。图 1 中，点划线为本文数值积分方法的计算结果，实线为式(2)的计算结果。对比两种计算方法，最大相对误差小于 5% 。

图 2 为 $MN\to 0$ 和 $MN\neq 0$ 的计算结果，实线为 $MN\to 0$ 时的视电阻率测深曲线，点划线为本文计算的常用电测深极距下视电阻率测深曲线。可以看出，在水平层状大地的情况下，两者差别不大，这也就是为什么可用 $MN\to 0$ 时的正演计算和反演，来模拟和解释野外实测水平层状大地的测深数据的原因。

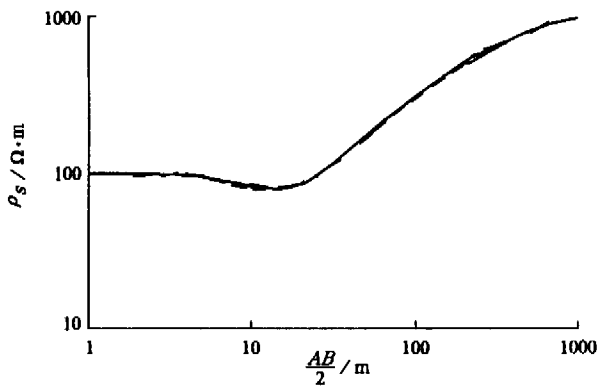


图 1　两种计算方法的对比

Fig. 1　The comparison of two methods

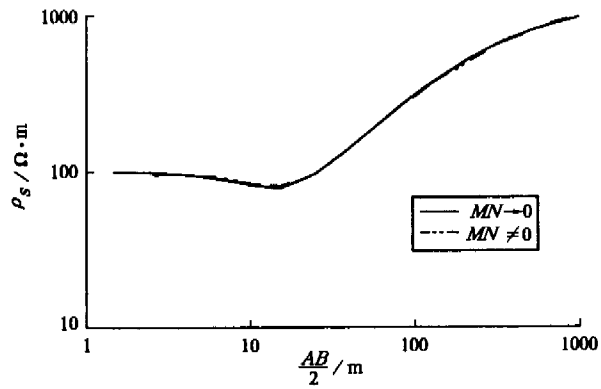


图 2　$MN\to 0$ 与 $MN\neq 0$ 电阻率测深曲线对比

Fig. 2　The comparison of resistivity sounding curves

表 1　常用的电测深极距

Tab. 1　The ordinary electrode separations

$AB/2$ (m)	1.5	2.5	4.0	6.0	9.0	9.0	15	15	25	40	40
$MN/2$ (m)	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	3.0	0.5	3.0	3.0	3.0	12
$AB/2$ (m)	65	65	100	150	220	220	340	340	500	750	1 000
$MN/2$ (m)	3.0	12	12	12	12	70	12	70	70	70	70

2　直流电阻率测深偶极 - 偶极装置视电阻率的计算

在偶极 - 偶极装置下(见下页图 3)，视电阻率 P_s 的计算公式为

$$\rho_s^{OO'} = k_{OO'}\frac{\Delta U_{MN}^{OO'}}{I_{AB}} = \pi\cdot AM\left[\left(\frac{AM}{MN}\right)^2 - 1\right]\frac{\Delta U_{MN}^{OO'}}{I} \quad (8)$$

$$\Delta U_{MN}^{OO'} = \Delta U_{MN}^B - \Delta U_{MN}^A \quad (9)$$

将式(3)、式(9)代入式(8)，可得偶极 - 偶极

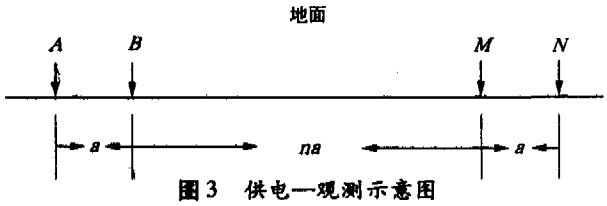


图 3　供电—观测示意图

Fig. 3　Supply-survey view

装置下 $\rho_s^{OO'}$ 与三极装置下 $MN\neq 0$ 时，ρ_s^{AMN} 及 ρ_s^{BMN} 的关系

$$\rho_s^{OO'}=\rho_s^{BMN}+\frac{n}{2}(\rho_s^{BMN}-\rho_s^{AMN}) \tag{10}$$

式中　n 为偶极－偶极排列中电极的间隔系数。

将式(7)代入式(10)，经整理后可得出在水平层状大地下，偶极－偶极装置直流电阻率测深视电阻率的计算公式

$$\begin{aligned}\rho_s^{OO'}(OO'/2)&=(\frac{n}{2}+1)\{T(n)\rho_s^{A}[(n+1)a]-\\&P(n)\rho_s^{A}(na)\}+\{T(n+1)\rho_s^{A}[(n+2)a]-\\&P(n+1)\rho_s^{A}[(n+1)a]\}\\T(n)&=n\cdot\left[(n+1)\cdot\ln\frac{n+1}{n}-1\right]\\P(n)&=(n+1)\cdot\left[n\cdot\ln\frac{n+1}{n}-1\right]\\n&=1,2,3,\cdots\end{aligned} \tag{11}$$

式中　ρ_s^{A} 为 $MN\to 0$ 时的三极装置视电阻率，可从 $MN\to 0$ 时视电阻率曲线插值中得到；a 为偶极长度；n 为电极排列的间隔系数。

图 4 实线为用式(11)公式计算得到的三层水平大地上偶极－偶极装置视电阻率测深曲线，第一层厚度为 5 m，电阻率为 100 Ω·m；第二层厚度为 5 m，电阻率 10 Ω·m；第三层电阻率 1 000 Ω·m。

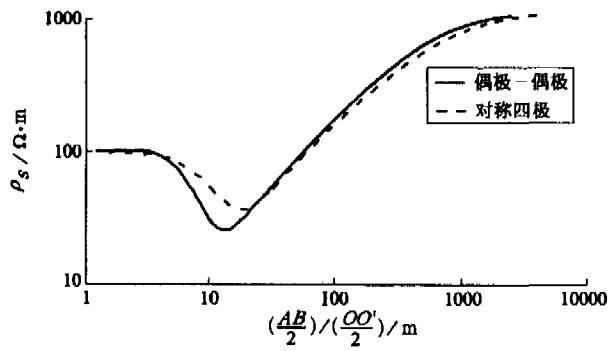


图 4　偶极-偶极与对称四极电测深曲线对比

Fig. 4　The curves comparison between dipole-dipole and symmetric four-electrode

可以看出，水平层状大地上偶极－偶极装置的视电阻率测深曲线与对称四极装置一样，可反映出地下各层电阻率变化情况，即曲线的首支趋于 ρ_1，尾支趋于 ρ_n，中段反映出中间层的电阻率大小。但与对称四极测深曲线(图 4 中虚线)相比，偶极－偶极测深曲线的电阻率值更接近于中间层电阻率。

因此，可用式(11)进行水平层状大地偶极－偶极装置的正演计算。

3　结论

当 MN 不等于零时，水平层状大地上直流电阻率测深视电阻率，可用 $MN\to 0$ 时三极测深视电阻率测深曲线的数值积分计算得到。因此，可以在 $MN\to 0$ 的程序计算基础上，通过本文的简单关系，建立起在 $MN\neq 0$ 情况下的正演乃至反演计算。通过文中的计算可以看出，在水平层状大地情况下，$MN\to 0$ 时的视电阻率测深曲线与常用电测深极距下($MN\neq 0$)视电阻率测深曲线差别不大。另外，偶极－偶极装置视电阻率测深曲线与对称四极装置一样，都可反映出地下各层电阻率变化情况，且曲线中段更接近于实际电阻率。

参考文献：

[1]　傅良魁. 应用地球物理教程[M]. 北京：地质出版社，1991.

[2]　姚文斌. 电测深数据计算和解释入门[M]. 北京：地震出版社，1989.

[3]　傅良魁，姚文斌. 计算各种电极装置电测深曲线的两种统一方法[J]. 物探与化探计算技术，1985，7(3)：218.

[4]　姚文斌，史元盛. 电测深数值计算和解释方法的进展[J]. 地质科技情报，1986，5(4)：120.

[5]　李金铭，赵改善. 对称四极电测深正演滤波系数[J]. 物探与化探，1985，9(6)：421.

作者简介：韦柳椰(1975－)，女，广西，桂林工学院在读硕士研究生，从事地球物理数值模拟与反演成像研究。