

文章编号: 1009-3087(2009)01-0014-07

# 非构造网格 FVM 模型模拟尾矿堆场对地下水的影响

张新华<sup>1</sup>, 王 华<sup>2</sup>, 严瑞平<sup>1</sup>, 李能川<sup>1</sup>, 王江平<sup>3</sup>, 谢和平<sup>4</sup>, 朱家骅<sup>5</sup>

(1. 四川大学 水力学与山区河流开发保护国家重点实验室, 四川 成都 610065;

2 四川省农田水利局, 四川 成都 610015 3 贵州宏福实业开发有限公司, 贵州 福泉 550501;

4 四川大学 水利水电学院, 四川 成都 610065; 5 四川大学 化学工程学院, 四川 成都 610065)

**摘 要:** 为了评价复杂地质区域矿产资源开发后的废弃物堆积场对地下水的影响, 需要准确掌握区域地下水位在废弃物堆积场作用下的空间变化规律, 为此提出了全隐式非构造网格有限体积 (FVM) 地下水模拟模型。在贵州某化工企业尾矿堆场的实际应用中, 通过模拟成果与钻孔资料对比分析, 验证了该数值模拟模型的可行性与精度; 通过有无尾矿堆场的模拟结果对比分析, 弄清了尾矿堆场对区域地下水的影响情况。结果表明, 基于非构造网格有限体积地下水数值模拟模型适宜于复杂区域内地下水模拟或污染源对地下水的影响评价。

**关键词:** 非构造网格; 地下水; 模拟; 污染; 尾矿堆场

**中图分类号:** TV139.14

**文献标识码:** A

## Simulation of the Influences of Tailing Stacks on Groundwater by an Unstructured FVM Model

ZHANG Xin-hua<sup>1</sup>, WANG Hua<sup>2</sup>, YAN Rui-ping<sup>1</sup>, LIN eng-chuan<sup>1</sup>, WANG Jiang-ping<sup>3</sup>, XIE He-ping<sup>4</sup>, ZHU Jia-hua<sup>5</sup>

(1. State Key Lab. of Hydraulics and Mountain River Engin., Sichuan Univ., Chengdu 610065, China

2. Sichuan Provincial Irrigation and Water Conservancy Bureau, Chengdu 610015, China

3. Guizhou Hongfu Industry and Commerce Development Co. Ltd., Fuquan 550501, China

4. School of Hydraulic and Hydroelectric Eng., Sichuan Univ., Chengdu 610065, China

5. School of Chemical Eng., Sichuan Univ., Chengdu 610065, China)

**Abstract** To evaluate the influences of tailing stacks of mining industries on the groundwater in complicated geological regions, it is necessary to understand the spatial variations of groundwater under the impacts of the tailing stacks. The development of numerical models capable of reflecting the geological complexity, with high stability and accuracy is very important. Therefore, in this paper, a completely implicit finite volume method (FVM) based on unstructured grid systems has been proposed. A case study was carried out in Guizhou province of China. The feasibility and accuracy of the numerical model have been verified through a comparison made between the simulated results and the data of boring holes. The influences of tailing stack in Guizhou on the regional groundwater have been revealed by comparing the spatial differences of groundwater distributions with and without the impact of the tailing stack. Results indicate that the numerical model proposed is suitable for the groundwater simulation or the assessment of pollutants on the regional groundwater.

**Key words** unstructured grid; groundwater; contamination; tailings stack

收稿日期: 2008-06-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50639100); 水力学与山区河流开发保护国家重点室开放基金资助项目 (0805)

作者简介: 张新华 (1965-), 男, 教授, 研究方向: 水力学与河流动力学; 地下水与污染防治。

各种金属和非金属矿山开采中, 经选矿破碎, 选出有价值的精矿后的“剩余物”(通常称为“尾矿”)以及精矿经加工合成所需产品后的“剩余物”, 通常都存放在指定地点, 本文将这两部分“剩余物”的堆放地点统称为“尾矿堆场”或简称为“渣场”。

尾矿不仅数量大、颗粒细, 而且在选别和合成过程中会用到大量水。因此, 尾矿的水分含量也非常高, 这种水叫“工艺水”。工艺水通常含有多种化学成分或药剂, 可以再经泵送系统回到厂内循环利用。但是, 若对这些工艺水的储存处理不当, 一旦发生泄漏就会对周围的环境构成严重污染。因尾矿堆场对环境的影响, 首先是污染地下水和地表水, 地表水比较容易控制, 而地下水却难于掌控。因此本文重点考虑尾矿堆场对地下水的影响。

目前地下水数值计算方法主要有: 1) 有限差分法 (FDM)、2) 有限元法 (FEM)、3) 边界元法 (BEM) 和 4) 有限分析法 (FAM)<sup>[1]</sup>。其中, 有限差分法和有限元法是最常用的方法。边界元法对于求解均质区域的稳定流比较快速有效, 但是对于非均质、非稳定流问题就变得复杂而困难; 有限分析法先把总体区域划分成许多小区域, 在这些小区域上求满足某种近似边界条件下的局部解析解, 然后从局部解析建立起离散节点上函数之间的代数关系式进行总体区域求解。但是, 有限分析方法在网格划分方面与有限差分法一样要求单元网格必须是矩形, 对于不规则的研究区域是无法满足这一剖分要求的, 若要采用边界拟合坐标, 还必须进行坐标变换, 这又会大大增加难度<sup>[2]</sup>; 有限元法由于采用非构造网格, 对不规则的复杂区域, 可以灵活运用非构造网格予以充分处理, 但是, 为了使模拟计算稳定而不出现伪震荡或发散, 时空尺度 (步长) 的选取必须严格控制<sup>[3-6]</sup>。

有限体积法具有有限差分 and 有限元两者的优点: 1) 从某种意义上说, 有限体积法可以说是将差分方法应用到守恒形式的微分方程, 并且可像有限元法一样采用非构造网格 (当然也可以采用构造网格), 但是在计算上却不像有限元法要花很大功夫。2) 有限体积法基于守恒形式控制方程进行积分离散, 具有守恒形式的数值离散格式很容易解决间断问题, 而其他两种方法必须采用特殊格式处理, 如迎风格式 (Upwind scheme)<sup>[7-8]</sup> 等<sup>[9]</sup>。这就是有限体积法在流体计算领域比较流行的原因所在<sup>[10-15]</sup>。另外, 考虑到渣场及其研究范围内地形、各种边界复杂, 构造网格难于考虑这种复杂情况, 非构造网格比

较适合, 因此, 采用非构造网格有限体积法 (FVM) 研究尾矿堆场对地下水的影响。

首先针对地下水控制方程, 利用散度定理将地下水控制方程在非构造网格单元内的控制体上进行积分离散, 为了避免时空步长选取上出现问题, 采用全隐式格式并导出其迭代计算式。然后在某化工企业渣场的实际应用中, 先对渣场建设前的地下水进行模拟, 并根据渣场建设前地质钻探资料进行模型验证, 再在此基础上根据目前渣场的渗漏情况进行进一步模拟分析, 从而确定渣场对区域地下水的影响范围与程度。

## 1 地下水控制方程

描述地下水在地下多孔介质中运动的微分方程可以写成:

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial H}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial H}{\partial z}) + w_s \quad (1)$$

其中,  $H$  为地下水水头,  $\mu$  为贮水率,  $K_x$ 、 $K_y$ 、 $K_z$  3 个方向的水力传导系数 (渗透系数);  $w_s$  源或汇项。

由于研究区域的水文地质条件通常都比较复杂, 要准确获取不同方向的水力传导系数有较大的难度, 并且空间分布也非常不均, 因此, 二维地下水模型较三维模型用得普遍, 其控制方程为:

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial H}{\partial y}) + w_s \quad (2)$$

## 2 控制方程的数值离散

### 2.1 非构造网格有限体积离散方法

虽然构造网格 (即  $\Delta x$  和  $\Delta y$  取定值) 对研究区域的网格划分比较简单, 并且控制方程的离散化也相对容易, 但是, 划分的边界总是呈现出阶梯状, 难以拟合好复杂边界, 使得边界的影响也难于反映到模拟计算中。因此, 本研究采用非构造网格 (主要基于任意形状三角形网格) 使得不规则的边界以及研究区域内各种复杂形态能够反映到模拟计算中。

为了构筑任意多边形网格有限体积离散格式, 将方程 (2) 改写成如下形式:

$$\frac{\partial (UH)}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = S \quad (3)$$

其中,

$$U = K \frac{\partial H}{\partial x}, \quad V = K \frac{\partial H}{\partial y}, \quad S = RF - IN - ET \quad (4)$$

式中,  $H$  为地下水水位,  $U$  和  $V$  分别为  $x$  和  $y$  方向的地下水流速,  $S$  为包括降雨、入渗和蒸发在内的源汇

项。

如图 1 所示节点  $i$  的水位变化起作用的只有相邻三角形面积的一部分, 为此取通过节点  $i$  每条边的垂直平分线所围面积的部分作为节点  $i$  的有效控制体部分(图 2 中的阴影部分)。

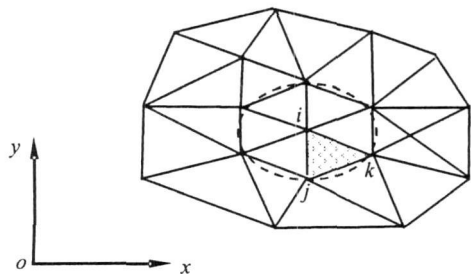


图 1 研究区域的任意三角形网格划分示意图

Fig 1 Schematic illustration of triangular grid generation

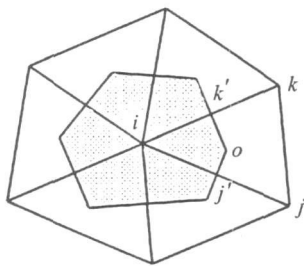


图 2 网格  $i$  的有效控制体构成(即图中阴影部分面积  $A_i$ )

Fig 2 Compositions of the effective control volume at grid  $i$  (shaded areas)

对方程(3)用散度定理, 则方程(3)可以表达为:

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial (H)}{\partial t} d\omega + \int_{\Gamma} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dL = \iint_{\Omega} d\omega \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{n}$  为与边界  $\Gamma$  正交的外法向单位向量;  $d\omega$  和  $dL$  分别为面积和线段的单位微量; 被积函数  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$  为控制体边上外法线方向的流量通量, 其中,  $\mathbf{F} = [U, V]^T$ 。假定在  $\Delta t$  时刻内, 所考虑网格内的地下水位的变化量  $\Delta H$  为常数, 那么方程(5)就可改写成下面有限体积离散的典型格式:

$$A \mu \frac{dH}{dt} + \sum_{s=1}^{ms} F_n^s L^s = AS \quad (6)$$

式中,  $A$  为考虑节点的控制体的面积;  $s$  表示控制体的边;  $ms$  为控制体边的总数;  $F_n^s$  为与控制体  $s$  边正交并通过该边的流量通量;  $L^s$  为边  $s$  的长度。

假定与节点  $i$  相关的任意三角形  $\triangle ijk$ , 各顶点坐标如图 3 所示。

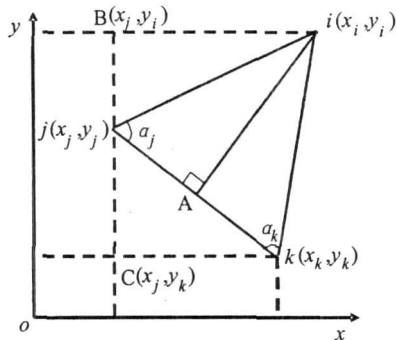


图 3 任意三角形  $\triangle ijk$  的各顶点坐标及内角

Fig 3 Coordinates and inner angles of irregular triangle  $\triangle ijk$

$$\text{假设: } \begin{cases} b_i = y_j - y_k \\ b_j = y_k - y_i \\ b_k = y_i - y_j \end{cases} \begin{cases} c_i = x_k - x_j \\ c_j = x_i - x_k \\ c_k = x_j - x_i \end{cases} \quad (7)$$

则包括结点  $i$  的三角形  $\triangle ijk$  的面积为:

$$A^{\triangle ijk} = \frac{1}{2} (b_j c_k - b_k c_j) \quad (8)$$

利用节点  $i$  的控制面积  $A_i$  内的几何关系, 可以得到如下的积分离散关系式:

$$\sum_{t=1}^m [R_{ij}^t (H_j - H_i) + R_{ik}^t (H_k - H_i)] + A_i S_i = A_i \mu_i \frac{H_i^{n+1} - H_i^n}{\Delta t} \quad (9)$$

式中,

$$\begin{cases} R_{ij}^t = -\frac{K_{ij}}{4A_i} (b_i b_j + c_i c_j) \\ R_{ik}^t = -\frac{K_{ik}}{4A_i} (b_i b_k + c_i c_k) \end{cases} \quad (10)$$

$t$  表示围绕节点  $i$  的第  $t$  个三角形,  $m$  表示围绕节点  $i$  的三角形总数。

## 2.2 全隐式有限体积离散格式

在不规则三角形网格 FVM 中, 若  $H_i, H_j, H_m$  取时段末值, 则可得到如下的隐式格式:

$$\sum_{t=1}^m [R_{ij}^t (H_j^{n+1} - H_i^{n+1}) + R_{ik}^t (H_k^{n+1} - H_i^{n+1})] + A_i S_i = A_i \mu_i \frac{H_i^{n+1} - H_i^n}{\Delta t} \quad (11)$$

利用 Gauss-Seidel 法求解, 其迭代式如下:

$$H_{i,n}^{(r+1)} = \frac{\sum_{t=1}^m [R_{ij}^t H_{j,k}^{(r+1)} + R_{ik}^t H_{(k,n)}^{(r+1)} + R_{ik}^t (H_k^{n+1} - H_{k,n}^{n+1})] + \frac{A_i \mu_i H_{i,n}}{\Delta t} + A_i S_i}{\sum_{t=1}^m [R_{ij}^t + R_{ik}^t] \frac{A_i \mu_i}{\Delta t}} \quad (12)$$

式中,  $r$  表示迭代次数, 当相邻两次迭代值的相对误差很小 (比如小于  $10^{-5}$ ), 则得到收敛结果。

3 应用实例与成果分析

3.1 研究区域

研究区域网格化及地形情况: 为了验证提出的模拟模型, 首先根据所掌握的某化工企业的渣场情况, 根据地形、地质地貌、水文与周边三条河流特征, 从 1:1 万地形图上进行网格划分。网格化后的研究区域的地形图如图 4 所示, 渣场恰好位于山间谷盆地 (渣场范围以其最终堆高 960 m 高程为界)。

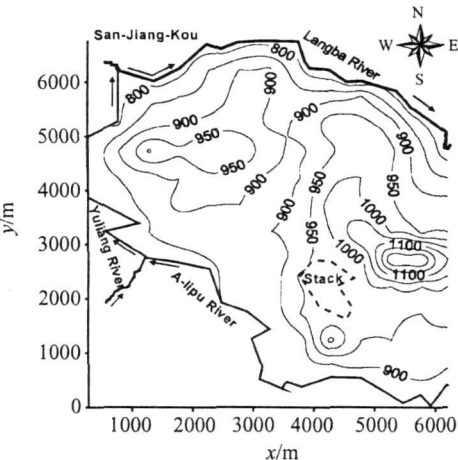


图 4 研究区域网格化后的地形图

Fig 4 Elevation maps of the study region after discretization by triangular elements

3.2 模拟模型的适用性验证

3.2.1 透水系数等地质参数确定

根据每个节点所处的地层、岩性、水文地质特征以及钻孔抽 (注) 水试验资料予以确定, 结果见表 1 所示。

表 1 各地质单元特性与透水系数表

Tab 1 Conductivities at different geological units		
地层名称	地层代号	渗透系数 $K/(m \cdot d^{-1})$
第四系	Q	7.5
三叠系中统法郎组二段	$T_2 f$	5.417
三叠系中统法郎组一段上亚段	$T_2 f^{1-2}$	0.086
三叠系中统法郎组一段下亚段	$T_2 f^{1-1}$	0.00864
三叠系中统青岩组三段	$T_2 q^3$	0.0000864
三叠系中统青岩组二段	$T_2 q^2$	5.4
三叠系中统青岩组一段	$T_2 q^1$	0.000078
三叠系中统青岩组、关岭组	$T_2 g$	5.2
三叠系下统安顺组	$T_1 a$	0.07
下统大冶组	$T_1 d$	0.065
二叠系上统长兴组	$P_2 c$	0.06

3.2.2 计算边界条件

1) 河道边界: 河道作为地下水排泄或补给的重要边界条件, 因此, 根据三条河流所处位置的河段资料, 以其多年平均水位作为本次计算的边界条件;

2) 内部边界: 为了验证模型, 首先不考虑渣场的影响。

3.2.3 初始条件

计算开始时假定除河流边界节点外, 其它内部节点的水位与河流的最低水位相同, 为 765.00 m。

3.2.4 模型合理性分析讨论

研究区域多年平均降雨量为 1176 mm, 而多年平均蒸发量为 1147.9 mm, 降雨与蒸发基本持平, 区域内的三条河流为山区性河流, 汛期为陡涨陡落。因此, 在模拟计算中也暂不考虑降雨补给对地下水的影响。

1) 地下水位的空间分布情况

根据边界条件和初始条件, 利用非构造网格 FVM 模型编织计算机程序进行区域地下水的模拟计算, 得到的地下水位空间分布情况如图 5 所示。

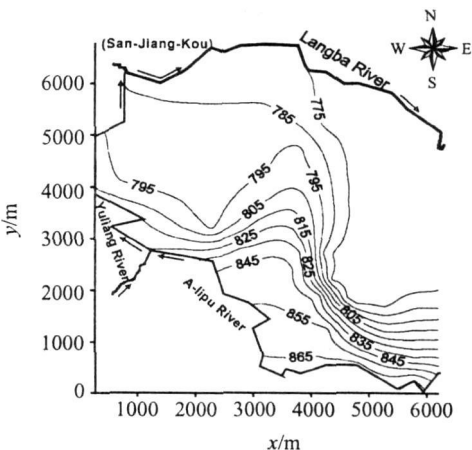


图 5 无渣场情况下的水位分布规律

Fig 5 Simulated groundwater levels without the influences of the tailings stack

2) 地下水埋深的空间分布情况

模拟计算所得的网格节点地下水位与节点所在位置地面高程相减, 即可得到地下水位埋深的空间分布, 详细情况如图 6 所示。从图上可知: 地下水埋深比较深, 尤其是渣场附近, 地下水位埋深在 100 m 至 200 m 范围内。

3) 模拟成果的合理性分析

从图 5 和图 6 上可以看出: 沿 775 m 地下水位等高线的西南部, 等高线非常密集, 即水位梯度非常陡, 说明水位变化非常大, 水位可以在很短距离内从 855 m 下降到 775 m, 相差 80 m。而此一带的岩层

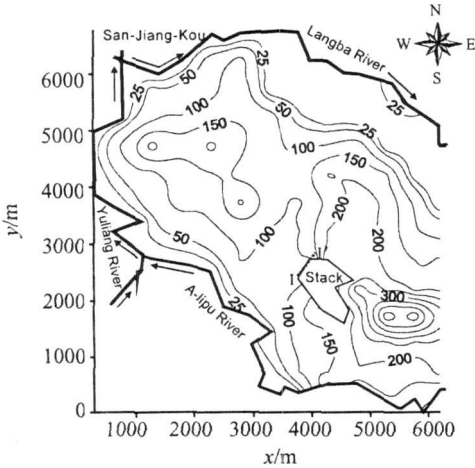


图 6 地下水埋深分布特征

Fig 6 Spatial distributions of groundwater cover thicknesses 刚好处于地质上的三迭系中统青岩组三段 ( $T^2Q^3$ ), 岩石特征为紫红色薄层页岩、泥岩, 局部夹紫红色薄层沙眼、泥质灰岩, 基岩半裸露, 为相对隔水层, 构成分隔地下水的边界。因此, 地下水位分布也反映了本区域的岩石特征与透水特性。

在渣场设计阶段进行了钻孔采样分析, 为了说明模拟计算成果的合理性, 现以图 6 所示的 I-I 剖面 4 个钻孔揭示的地下水位进行说明, 具体情况如下表 2 所示。利用该表可以算得 4 个钻孔的平均水位埋深值为 101.82 m, 而从图 6 可以看出, 剖面 I-I 恰好位于地下埋深为 100 米等高线上, 模型的计算结果与真实值的相对误差为 1.82%。这说明该模型有足够的精度, 可以用来分析尾矿堆场对地下水的影响。

表 2 剖面 I-I 4 个钻孔资料

Tab 2 Groundwater related data from 4-boreholes at section I-I

钻孔编号	孔口标高 /m	孔深 /m	水位标高 /m	水位埋深 /m
ZK 4	914.12	112.19	821.00	93.12
ZK 13	933.70	148.73	814.47	119.23
ZK 14	921.84	139.92	820.42	101.42
ZK 15	918.54	138.50	825.04	93.50

3 3 渣场对区域地下水的影响

3 3 1 边界条件

目前渣场已经堆积到了 936 m, 由于渣场存在渗漏, 每天约  $6000\text{ m}^3$ , 模拟计算边界由两部分构成, 即第 1 类定水头边界和第 2 类流量边界。

第 1 类: 定水头边界

渣场周边节点上的初期水位 936 m; 河流边界与无渣场情况相同。

第 2 类: 流量边界

由于渣场周边处于不同的水文地质单元, 其透

水特性各不相同, 因此各边和节点上的流量必须考虑这种情况。本研究中根据目前渣场每天的渗漏量 (约为  $6000\text{ m}^3$ ), 以边长乘导水系数为权重将每天约  $6000\text{ m}^3$  渗漏量分配到每边和节点上。

3 3 2 初始条件

计算开始时, 除定水头边界节点的水头已知外, 其它节点的地下水位取无渣场时的模拟计算成果, 详细情况如图 5 所示。

3 3 3 模拟结果

根据上述边界条件和初始条件进行模拟计算可以得到现有渣场 936 m 堆高时地下水的空间分布情况, 如图 7(a)。

渣场现有堆高情况下地下水埋深空间分布如图 7(b)。

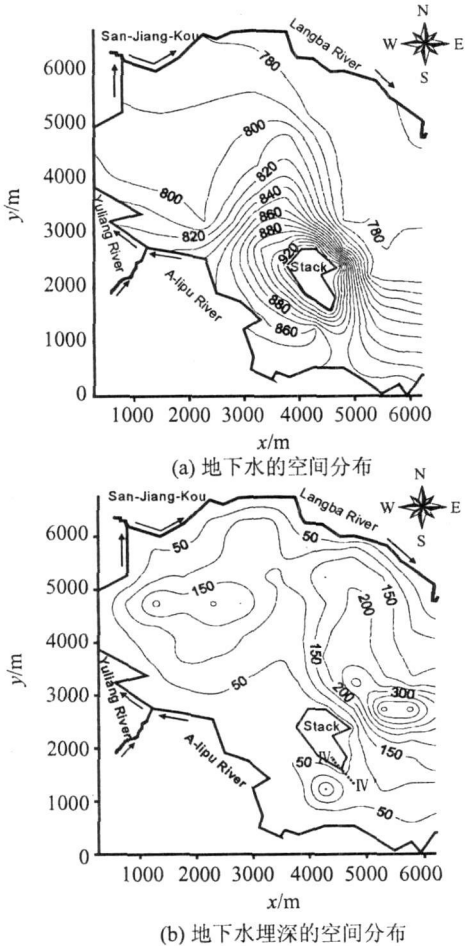


图 7 渣场堆高 936 m 高程时的地下水及其埋深的空间分布

Fig 7 Spatial distributions of Groundwater and groundwater covers simulated at the mining stacks reach to elevation of 936 m

为了验证有渣场情况下模拟成果的可靠性, 在渣场东南部的 IV-IV' 地质剖面, 钻了 3 个孔, 开孔地层均为  $T^2q^{2-3}$ , 孔深 54.80 至 71.80 m。钻孔的具

体情况如表 3 所示, 从表 3 可知, 剖面 IV – IV' 3 个钻孔的平均水位埋深值为 54.43 m。从图 7(b) 可以看出, 剖面 IV – IV' 位于地下埋深 50 m 等高线附近, 其中钻孔 ZK7 与研究区域网格化后的第 110 个节点临近 (相距 20 m 左右)。从表 3 可知钻孔 ZK7 的地下水水位为 882.56 m, 而第 110 节点模拟计算水位为 883.68 m, 两者相差 1.12 m。考虑到局部地质条件的复杂性和两者还相距一定的距离; 另外, 渣场的渗漏量  $6000\text{ m}^3/\text{d}$  也是估算值。因此, 提出的模拟模型有足够的精度。

表 3 剖面 IV – IV' 3 个钻孔资料

Tab 3 Groundwater related data from 4-boreholes at section IV – IV'

钻孔编号	孔口标高 /m	孔深 /m	水位标高 /m	水位埋深 /m
ZK3	950.34	68.93	898.74	51.60
ZK7	935.86	54.80	882.56	53.30
ZK11	941.18	71.80	882.78	58.40

3) 渣场对地下水的抬升作用

将渣场堆积到 936 m 高程时模拟计算得到的地下水位与未建渣场时的地下水位相减则可以得出渣场对地下水的影响程度, 图 8 给出了渣场堆积高度达到 936 m 高程时渣场对地下水位抬升值的空间分布情况。从图 8 可知: 渣场在现有堆高 936 m 时对地下水的抬升作用非常明显, 抬高 1 米以上的范围高达 90% 以上, 最大值高达 150 m 以上。

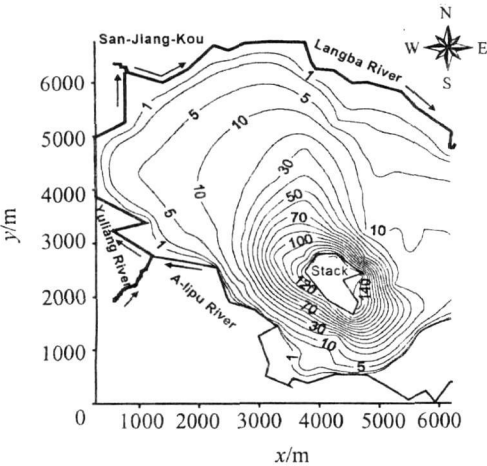


图 8 渣场对区域地下水的抬升作用

Fig 8 Uplift effects of tailings stacks on regional groundwater

4 结 论

1) 模拟成果与钻孔资料对比, 结果表明: 该数

值模拟模型具有较高的计算精度, 即在有比较可靠的水文地质资料的情况下, 本模型能够比较准确地模拟地下水的时空分布规律;

2) 非构造网格 FVM 地下水模拟模型是基于非构造网格, 能够很好的拟合研究区域的复杂内外边界, 从而通过充分考虑边界对计算结果的影响而提高计算结果的精度;

3) 通过数值模拟弄清了地下水的空间分布规律后, 也就大致知道了污染物的分布边界, 同时也为污染物空间分布规律的进一步研究提供了条件。

参考文献:

[1] Hao Zhifu, Kang Shaozhong. Current situation and development trend of numerical simulation of groundwater system [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2006, 26(1): 77–81. [郝治福, 康绍忠. 地下水系统数值模拟的研究现状和发展趋势 [J]. 水利水电科技进展, 2006, 26(1): 77–81.]

[2] 钱孝星. 水文地质计算 [M]. 北京: 水利水电出版社, 1995

[3] Zhang Xiangwei, Takeuchi Kuniyoshi. Methodology for modeling of groundwater flow in large area [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004(6): 7–13. [张祥伟, 竹内邦良. 大区域地下水模拟的理论和方法 [J]. 水利学报, 2004(6): 7–13.]

[4] Xue Yuqun, Ye Shujun, Xie Chunhong et al. Application of multi-scale finite element method to simulation of groundwater flow [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004(7): 7–13. [薛禹群, 叶淑君, 谢春红, 等. 多尺度有限元法在地下水模拟中的应用 [J]. 水利学报, 2004(7): 7–13.]

[5] Wood W. L. A note on how to avoid spurious oscillation in the finite element solution of the unsaturated flow equation [J]. J. Hydr., 1996, 176: 205–218

[6] Zhang X. W. A study on methodology of larger scale groundwater flow modeling [D]. University of Yamaguchi, Japan, 2003 1–176

- [ 7] Holstad A. The koren upwind scheme for variable grids size [ J]. Applied Numerical Mathematics, 2001, 37: 459 – 487
- [ 8] Holstad A. Temperature-driven fluid flow in porous media using a mixed finite element method and finite volume method [ J]. Advances in Water Resources, 2001, 24: 843 – 862
- [ 9] Zhao D H, Shen H W, Tabios III G Q, et al. Finite volume two dimensional unsteady flow model for river basins [ J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1994, 120( 7): 863 – 883
- [ 10] Zhao D H, Shen H W, Lai J S, et al. Approximate Riemann Svers in FVM for 2D hydraulic shock wave problems [ J]. Hydraulic Engineering, 1996, 122: 692 – 702
- [ 11] Lin G F, Lai J S, Guo W D. Finite volume componentwise TVD schemes for 2D shallow water equations [ J]. Advances in Water Resources, 2003, 26: 861 – 873
- [ 12] Zhang Xinhua, Long Wenfei, Lei Xiaozhang, et al. Quantitative approach to influences of high sediment laden inundation flows on the morphological variation of floodplains [ J]. Journal of Hydrodynamics Ser B, 2007, 19( 1): 9 – 17.
- [ 13] Zhang Xinhua, Zhang Xiangwei, Wang Hua, et al. Coupled simulation the effect of tailings stack on groundwater and groundwater quality [ J]. Journal of Hydrodynamics Ser A, 2007, 22( 5): 654 – 664. [张新华, 张祥伟, 王华, 等. 尾矿堆场对地下水及其水质影响的联合模拟研究 [ J]. 水动力学研究与进展: A 辑, 2007, 22( 5): 654 – 664.]
- [ 14] Yoon T H, Kang S K. Finite Volume Model for two dimensional shallow water flows on unstructured grids [ J]. Hydraulic Engineering, 2004, 130( 7): 678 – 688
- [ 15] Zhou J G, Causon D M, Mingham C G, et al. Numerical prediction of dam-break flows in general geometries with complex bed topography [ J]. Hydraulic Engineering, 2004, 130( 4): 332 – 340

(编辑 张 琼)