

带帽刚性桩复合地基荷载传递机理研究

雷金波^{1,2}, 黄玲¹, 刘芳泉¹, 王中华¹, 殷宗泽²

(1. 南昌航空大学 土木建筑学院, 南昌 330063; 2. 河海大学 土木工程学院, 南京 210098)

摘要: 为了研究带帽刚性桩复合地基荷载传递机理, 基于弹性理论和合理假定, 采用荷载传递函数法, 建立了带帽刚性桩复合地基中桩体沉降及其轴向应力、桩帽下土体竖向位移及其竖向应力、桩帽间土体竖向位移及其竖向应力、桩身侧摩阻力、桩帽边缘土体之间的侧摩阻力与荷载水平、深度之间的控制微分方程。采用微分方程的近似解法, 推导出相应地解析表达式。利用桩体荷载沉降关系作为已知条件进行求解, 计算结果能够反映带帽刚性桩复合地基荷载传递的一般力学性状规律。

关键词: 带帽刚性桩; 荷载传递机理; 桩帽下土体; 桩帽间土体; 性状规律

中图分类号: TU 47

文献标识码: A

Research for load-transfer mechanism of composite foundation of rigid piles with cap

LEI Jin-bo^{1,2}, HUANG Ling¹, LIU Fang-quan¹, WANG Zhong-hua¹, YIN Zong-ze²

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China;

2. College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on elastic theory and reasonable assumption, the control differential equations have been put forward by adopting the load-transfer function method in order to research the load transfer mechanism of composite foundation of rigid piles with cap, including relations among pile settlement and its axial stress, vertical displacement of soil under pile cap and vertical stress of it, vertical displacement of soil besides pile cap and vertical stress of it, the friction force of pile-side, the soil friction force of the edge of pile cap and load level, depth in rigid pile with cap composite foundation. The corresponding analytical formulas have also been derived by using approximate solution method of differential equation. The calculation results can image basically the mechanical behavior rules of the load transfer for rigid pile with cap composite foundation according to the method proposed, using directly the relation of load-settlement of pile tests as known condition.

Key words: rigid pile with cap; load-transfer mechanism; soil under pile cap; soil besides pile cap; behavior rules

1 引言

竖向增强体复合地基荷载传递机理问题一直是岩土工程界研究的重点和难点, 目前研究比较多的还是针对无帽桩复合地基的情形^[1-8], 而对于带帽刚性桩复合地基^[9]的桩土相互作用、荷载传递机理的研究还很少见, 文[10]从现场试验角度对带帽刚性桩复合地基的荷载传递特性进行了初步研究, 取得了一些有价值的结论。为了能在理论方面对带帽刚性桩复合地基荷载传递机理有深入研究, 一方面通过对工程中带帽刚性桩复合地基的变形机理分

析及其力学性状规律的数值模拟可知, 带帽刚性桩复合地基群桩效应并不明显, 另一方面考虑到工程中带帽桩体中心间距为 7.5 倍桩径^[10], 满足建筑桩基技术规范中群桩可按单桩考虑的 6 倍关系, 据此提出带帽单桩复合地基计算模型。本文基于弹性理论和合理假定, 采用荷载传递函数方法, 对带帽单桩复合地基荷载传递机理进行研究和分析。基于文[3]建立带帽刚性桩复合地基中桩体沉降及其轴向应力、桩帽下土体竖向位移及其竖向应力、桩帽间土体竖向位移及其竖向应力、桩身侧摩阻力、桩帽边缘土体之间的侧摩阻力与荷载水平、深度之间的

控制微分方程。采用微分方程的近似解法,推导出相应地解析表达式。利用桩体荷载沉降关系作为已知条件进行求解,计算结果能够较好反映带帽刚性桩复合地基荷载传递机理的一般力学性状规律,可为工程设计和施工提供一定的理论基础。

2 计算模型的建立

依据试验研究的成果^[10],带帽单桩复合地基中桩帽下土体与桩帽间土体的力学性状不完全相同,建立带帽单桩复合地基计算模型如图 1 所示,图中 L_p 为桩长; D_p 为桩体直径;桩帽尺寸为 $a_1 \times a_1 \times d_1$; 计算宽度为 $a_2 \times a_2$ (a_2 为桩体中心间距);桩体横截面积为 $A_p = \pi D_p^2 / 4$, 周长 $U_p = \pi D_p$; 桩帽下土体横截面积 $A_{s1} = a_1^2 - A_p$, 桩帽间土体横截面积 $A_{s2} = a_2^2 - a_1^2$ 。

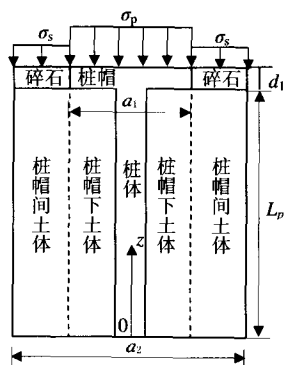


图 1 带帽单桩复合地基计算模型简图

Fig.1 Calculation model of composite foundation of single pile with cap

3 基本假设

(1) 带帽刚性桩、桩帽下土体及桩帽间土体均为线弹性体,且土体为均质土层。

(2) 桩体刚度极大,可忽略桩体、桩帽下土体、桩帽间土体的径向变形。

(3) 桩顶、桩帽下土体顶面与桩帽间土体顶面竖向位移相等。

(4) 桩体与桩帽下土体的界面力学性能采用“压力=刚度系数×相对位移”的公式。设计荷载作用下桩体与桩帽下土体之间的侧摩擦阻力、桩帽边缘各竖直面(见图 1 中的虚线)上的摩擦阻力分别采用下式所示的线性模型:

$$\left. \begin{aligned} \tau_p(z) &= k_p [w_p(z) - w_{s1}(z)]; \\ \tau_{s1}(z) &= k_{s1} [w_{s1}(z) - w_{s2}(z)]; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(5) 计算模型中外边界为两带帽单桩复合地基

的对称截面,两桩帽间土体在此对称截面上没有相对位移,二者之间的摩擦阻力为 0,即

$$\tau_{s2}(z) = 0 \quad (2)$$

(6) 桩端平面处桩端压力强度、桩帽下土体底部土抗力强度、桩帽间土体底部土抗力强度均采用 Winkle 地基模型:

$$\sigma_b = k_b s_{pb}; \quad \sigma_{s1b} = k_b s_{s1b}; \quad \sigma_{s2b} = k_b s_{s2b} \quad (3)$$

式中: k_p 、 k_{s1} 分别为桩体与桩帽下土体之间、桩帽边缘各竖直面土与土之间的抗剪刚度 (kN/m^3); $w_p(z)$ 、 $w_{s1}(z)$ 、 $w_{s2}(z)$ 分别为计算模型中桩体横截面、桩帽下土体横截面和桩帽间土体横截面的竖向位移 (m); σ_{pb} 、 σ_{s1b} 和 σ_{s2b} 分别为桩端平面处桩端压力强度、桩帽下土体和桩帽间土体的抗力强度 (kPa); k_b 为桩端土体抗压刚度 (kN/m^3); s_{pb} 、 s_{s1b} 、 s_{s2b} 为桩端平面处的桩端位移、桩帽下土体底部位移和桩帽间土体底部位移 (m)。

4 方程建立与求解

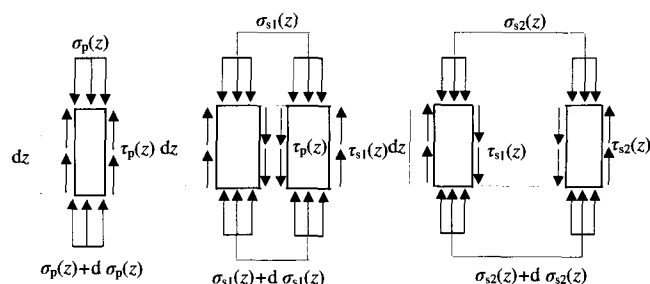
4.1 桩体控制微分方程

从桩体上取微段 dz 为研究分析对象,受力如图 2(a)所示(桩体单元实际上是一个环形单元,画图时为方便只画了一个径向剖面^[8]),由微段的轴向拉压胡克定律及竖向静力平衡条件,利用式(1),可得桩体的控制微分方程:

$$\sigma_p(z) = -E_p \frac{dw_p(z)}{dz} \quad (4)$$

$$\frac{d^2 w_p(z)}{dz^2} = \frac{U_p k_p}{E_p A_p} [w_p(z) - w_{s1}(z)] \quad (5)$$

式中: $\sigma_p(z)$ 为桩体 z 水平截面上的轴向应力; E_p 为桩体的弹性模量。



(a) 桩单元受力图 (b) 桩帽下土单元受力图 (c) 桩帽间土单元受力图

图 2 带帽刚性桩复合地基桩土体系

Fig.2 System for pile-soil of composite foundation of rigid pile with cap

4.2 桩帽下土体控制微分方程

从桩帽下土体中取微段 dz 为研究分析对象, 如图 2(b)所示, 同理桩帽下土体的控制微分方程为

$$\sigma_{s1}(z) = -E_{s1} \frac{dw_{s1}(z)}{dz} \quad (6)$$

$$\frac{d^2 w_{s1}(z)}{dz^2} = \frac{4a_1 k_{s1} + U_p k_p}{E_{s1} A_{s1}} w_{s1}(z) - \frac{4a_1 k_{s1}}{E_{s1} A_{s1}} w_{s2}(z) - \frac{U_p k_p}{E_{s1} A_{s1}} w_p(z) \quad (7)$$

式中: $\sigma_{s1}(z)$ 为桩帽下土体 z 水平截面上的竖向应力; E_{s1} 为桩帽下土体的变形模量。

4.3 桩帽间土体控制微分方程

从桩帽间土体中取微段 dz 为研究分析对象, 如图 2(c)所示。同理, 桩帽间土体的控制微分方程为

$$\sigma_{s2}(z) = -E_{s2} \frac{dw_{s2}(z)}{dz} \quad (8)$$

$$\frac{d^2 w_{s2}(z)}{dz^2} = \frac{4a_1 k_{s1}}{E_{s2} A_{s2}} w_{s2}(z) - \frac{4a_1 k_{s1}}{E_{s2} A_{s2}} w_{s1}(z) \quad (9)$$

式中: $\sigma_{s2}(z)$ 为桩帽间土体 z 水平截面上的竖向应力; E_{s2} 为桩帽间土体的变形模量。

4.4 方程求解

联立式(5)、式(7)、式(9)求解, 可得 $w_p(z)$ 、 $w_{s1}(z)$ 、 $w_{s2}(z)$ 的通解:

$$\left. \begin{aligned} w_p(z) &= c_1 e^{\lambda_1 z} + c_2 e^{-\lambda_1 z} + c_3 e^{\lambda_2 z} + c_4 e^{-\lambda_2 z} + c_5 z + c_6; \\ w_{s1}(z) &= c_7 e^{\lambda_3 z} + c_8 e^{-\lambda_3 z} + c_9 e^{\lambda_4 z} + c_{10} e^{-\lambda_4 z} + A_1 c_1 e^{\lambda_1 z} + \\ &\quad A_1 c_2 e^{-\lambda_1 z} + A_2 c_3 e^{\lambda_2 z} + A_2 c_4 e^{-\lambda_2 z} + c_5 z + c_6; \\ w_{s2}(z) &= c_{11} e^{\lambda_5 z} + c_{12} e^{-\lambda_5 z} + B_3 c_7 e^{\lambda_3 z} + B_3 c_8 e^{-\lambda_3 z} + \\ &\quad B_4 c_9 e^{\lambda_4 z} + B_4 c_{10} e^{-\lambda_4 z} + B_1 A_1 c_1 e^{\lambda_1 z} + B_1 A_1 c_2 e^{-\lambda_1 z} + \\ &\quad B_2 A_2 c_3 e^{\lambda_2 z} + B_2 A_2 c_4 e^{-\lambda_2 z} + c_5 z + c_6 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \sqrt{(\lambda_a + \sqrt{\lambda_a^2 - 4\lambda_b})/2}; \lambda_2 = \sqrt{(\lambda_a - \sqrt{\lambda_a^2 - 4\lambda_b})/2}; \\ \lambda_3 &= \sqrt{(\lambda_s + \sqrt{\lambda_s^2 - 4\lambda_{s0}})/2}; \lambda_4 = \sqrt{(\lambda_s - \sqrt{\lambda_s^2 - 4\lambda_{s0}})/2}; \\ \lambda_5 &= \lambda_{s2}; \lambda_a = \lambda_p^2 + \lambda_{s1}^2 + \lambda_{s2}^2; \lambda_b = \lambda_p^2 \lambda_{s2}^2 + \lambda_p^2 \lambda_d^2 + \lambda_{s2}^2 \lambda_o^2; \\ \lambda_s &= \lambda_{s1}^2 + \lambda_{s2}^2; \lambda_{s0} = \lambda_o^2 \lambda_{s2}^2; \lambda_p^2 = U_p k_p / E_p A_p; \\ \lambda_o^2 &= U_p k_p / E_{s1} A_{s1}; \lambda_d^2 = 4a_1 k_{s1} / E_{s1} A_{s1} = \lambda_{s1}^2 - \lambda_o^2; \\ \lambda_{s1}^2 &= (4a_1 k_{s1} + U_p k_p) / E_{s1} A_{s1}; \lambda_{s2}^2 = 4a_1 k_{s1} / E_{s2} A_{s2}; \\ A_i &= \frac{-\lambda_o^2 \lambda_i^2 + \lambda_{s0}}{\lambda_i^4 - \lambda_s \lambda_i^2 + \lambda_{s0}}, i=1,2; B_i = \frac{-\lambda_{s2}^2}{\lambda_i^2 - \lambda_{s2}^2}, i=1,2,3,4 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由微分方程理论可知: 式(10)须使式(5)、式(7)、式(9)恒成立。而式(10)无法精确满足式(5)、式(7)、式(9), 因此, 利用微分方程的近似解法——加权子域法, 使式(10)满足如下 6 个积分方程式(12)来近似满足式(5)、式(7)、式(9)。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{l_p} \left\{ \frac{d^2 w_p(z)}{dz^2} - \lambda_p^2 [w_p(z) - w_{s1}(z)] \right\} dz &= 0; \\ \int_{\frac{l_p}{2}}^{l_p} \left\{ \frac{d^2 w_p(z)}{dz^2} - \lambda_p^2 [w_p(z) - w_{s1}(z)] \right\} dz &= 0; \\ \int_0^{\frac{l_p}{2}} \left\{ \frac{d^2 w_{s1}(z)}{dz^2} - [\lambda_{s1}^2 w_{s1}(z) - \lambda_o^2 w_p(z) - \lambda_d^2 w_{s2}(z)] \right\} dz &= 0; \\ \int_{\frac{l_p}{2}}^{l_p} \left\{ \frac{d^2 w_{s1}(z)}{dz^2} - [\lambda_{s1}^2 w_{s1}(z) - \lambda_o^2 w_p(z) - \lambda_d^2 w_{s2}(z)] \right\} dz &= 0; \\ \int_0^{\frac{l_p}{2}} \left\{ \frac{d^2 w_{s2}(z)}{dz^2} + \lambda_{s2}^2 [w_{s1}(z) - w_{s2}(z)] \right\} dz &= 0; \\ \int_{\frac{l_p}{2}}^{l_p} \left\{ \frac{d^2 w_{s2}(z)}{dz^2} + \lambda_{s2}^2 [w_{s1}(z) - w_{s2}(z)] \right\} dz &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将式(10)代入式(12), 可得待定系数的关系为

$$\begin{bmatrix} c_7 \\ c_8 \\ c_9 \\ c_{10} \\ c_{11} \\ c_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_3 e_{31} & -d_3 e_{32} & d_4 e_{41} & -d_4 e_{42} & 0 & 0 \\ d_3 e_{31}^2 & -d_3 e_{32}^2 & d_4 e_{41}^2 & -d_4 e_{42}^2 & 0 & 0 \\ f_3 e_{31} & -f_3 e_{32} & f_4 e_{41} & -f_4 e_{42} & f_5 e_{51} & -f_5 e_{52} \\ f_3 e_{31}^2 & -f_3 e_{32}^2 & f_4 e_{41}^2 & -f_4 e_{42}^2 & f_5 e_{51}^2 & -f_5 e_{52}^2 \\ t_3 e_{31} & -t_3 e_{32} & t_4 e_{41} & -t_4 e_{42} & t_5 e_{51} & -t_5 e_{52} \\ t_3 e_{31}^2 & -t_3 e_{32}^2 & t_4 e_{41}^2 & -t_4 e_{42}^2 & t_5 e_{51}^2 & -t_5 e_{52}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -d_1 e_{11} & d_1 e_{12} & -d_2 e_{21} & d_2 e_{22} \\ -d_1 e_{11}^2 & d_1 e_{12}^2 & -d_2 e_{21}^2 & d_2 e_{22}^2 \\ -f_1 e_{11} & f_1 e_{12} & -f_2 e_{21} & f_2 e_{22} \\ -f_1 e_{11}^2 & f_1 e_{12}^2 & -f_2 e_{21}^2 & f_2 e_{22}^2 \\ -t_1 e_{11} & t_1 e_{12} & -t_2 e_{21} & t_2 e_{22} \\ -t_1 e_{11}^2 & t_1 e_{12}^2 & -t_2 e_{21}^2 & t_2 e_{22}^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} e_{i1} &= e^{\lambda_i \frac{l_p}{2}} - 1, e_{i2} = e^{-\lambda_i \frac{l_p}{2}} - 1, (i=1,2,3,4,5); \\ d_i &= \frac{\lambda_i}{\lambda_p^2} - \frac{1-A_i}{\lambda_i}, (i=1,2); d_j = \frac{1}{\lambda_j}, (j=3,4); \\ f_i &= A_i \lambda_i - \frac{\lambda_{s1}^2}{\lambda_i} A_i + \frac{\lambda_o^2}{\lambda_i} + \frac{\lambda_d^2}{\lambda_i} B_i A_i, (i=1,2); \\ f_j &= \lambda_j - \frac{\lambda_{s1}^2}{\lambda_j} + \frac{\lambda_d^2}{\lambda_j} B_j, (j=3,4); f_5 = \frac{\lambda_d^2}{\lambda_5}; \\ t_i &= B_i A_i \lambda_i + \frac{\lambda_{s2}^2}{\lambda_i} A_i (1-B_i), (i=1,2); \\ t_j &= B_j \lambda_j + \frac{\lambda_{s2}^2}{\lambda_j} (1-B_j), (j=3,4); t_5 = \lambda_5 - \frac{\lambda_{s2}^2}{\lambda_5} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式(13)中 6×6 与 6×4 两矩阵中各元素均由桩体和土体的性状参数确定, 因此, 可以很容易确定待定参数 $c_7 \sim c_{12}$, 但是若要求出它的解析表达式则显得异常复杂(6×6 阶矩阵求逆)。因此为不失一般性, 不妨用 $c_1 \sim c_4$ 的代数式来表达出 $c_7 \sim c_{12}$, 并设其表达式分别为

$$\left. \begin{aligned} c_7 &= f_{71}(c_1)c_1 + f_{72}(c_2)c_2 + f_{73}(c_3)c_3 + f_{74}(c_4)c_4; \\ c_8 &= f_{81}(c_1)c_1 + f_{82}(c_2)c_2 + f_{83}(c_3)c_3 + f_{84}(c_4)c_4; \\ c_9 &= f_{91}(c_1)c_1 + f_{92}(c_2)c_2 + f_{93}(c_3)c_3 + f_{94}(c_4)c_4; \\ c_{10} &= f_{101}(c_1)c_1 + f_{102}(c_2)c_2 + f_{103}(c_3)c_3 + f_{104}(c_4)c_4; \\ c_{11} &= f_{111}(c_1)c_1 + f_{112}(c_2)c_2 + f_{113}(c_3)c_3 + f_{114}(c_4)c_4; \\ c_{12} &= f_{121}(c_1)c_1 + f_{122}(c_2)c_2 + f_{123}(c_3)c_3 + f_{124}(c_4)c_4 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: $f_{71}(c_1) \sim f_{74}(c_4)$ 分别为待定参数 c_7 用 $c_1 \sim c_4$ 来表示时各项的系数, 可由式(13)来确定, 其他各式的表达意义相同。即 $f_{ji}(c_i)$ 的含义为待定参数 c_j 的表达式中含有 c_i 项的系数, 其中 $j=7 \sim 12$; $i=1 \sim 4$ 。

将(15)各式代入(10), (4), (6), (8), (1), (2)各式, 可得 $w_p(z)$ 、 $\sigma_p(z)$ 、 $w_{s1}(z)$ 、 $\sigma_{s1}(z)$ 、 $w_{s2}(z)$ 、 $\sigma_{s2}(z)$ 、 $\tau_p(z)$ 、 $\tau_{s1}(z)$ 及 $\tau_{s2}(z)$ 的表达式。将前 6 式统一用矩阵形式表示为

$$X(z) = A(z)C \quad (16)$$

式中: $X(z)$ 为桩体、桩帽下土体及桩帽间土体任意截面的状态向量; $A(z)$ 为过渡矩阵, C 为待定常数矩阵, 并有 $C = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6]^T$; $X(z) = [w_p(z) \ \sigma_p(z) \ w_{s1}(z) \ \sigma_{s1}(z) \ w_{s2}(z) \ \sigma_{s2}(z)]^T$ 。

$$A(z) = \begin{bmatrix} E_1(z) & E_2(z) & E_3(z) & E_4(z) & z & 1 \\ F_1(z) & F_2(z) & F_3(z) & F_4(z) & -E_p & 0 \\ G_1(z) & G_2(z) & G_3(z) & G_4(z) & z & 1 \\ H_1(z) & H_2(z) & H_3(z) & H_4(z) & -E_{s1} & 0 \\ R_1(z) & R_2(z) & R_3(z) & R_4(z) & z & 1 \\ T_1(z) & T_2(z) & T_3(z) & T_4(z) & -E_{s2} & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} E_i(z) &= e^{\xi_i z}; \quad F_i(z) = -E_p \xi_i e^{\xi_i z}, \quad (i=1, 2, 3, 4) \\ G_i(z) &= a_i e^{\xi_i z} + f_{7i}(c_i) e^{\lambda_3 z} + f_{8i}(c_i) e^{-\lambda_3 z} + f_{9i}(c_i) e^{\lambda_4 z} + \\ &\quad f_{10i}(c_i) e^{-\lambda_4 z}; \\ H_i(z) &= -E_{s1} [a_i \xi_i e^{\xi_i z} + f_{7i}(c_i) \lambda_3 e^{\lambda_3 z} - f_{8i}(c_i) \lambda_3 e^{-\lambda_3 z} + \\ &\quad f_{9i}(c_i) \lambda_4 e^{\lambda_4 z} - f_{10i}(c_i) \lambda_4 e^{-\lambda_4 z}]; \\ R_i(z) &= b_i a_i e^{\xi_i z} + B_3 f_{7i}(c_i) e^{\lambda_3 z} + B_3 f_{8i}(c_i) e^{-\lambda_3 z} + \\ &\quad B_4 f_{9i}(c_i) e^{\lambda_4 z} + B_4 f_{10i}(c_i) e^{-\lambda_4 z} + f_{11i}(c_i) e^{\lambda_5 z} + \\ &\quad f_{12i}(c_i) e^{-\lambda_5 z}; \\ T_i(z) &= -E_{s2} [b_i a_i \xi_i e^{\xi_i z} + B_3 f_{7i}(c_i) \lambda_3 e^{\lambda_3 z} - \\ &\quad B_3 f_{8i}(c_i) \lambda_3 e^{-\lambda_3 z} + B_4 f_{9i}(c_i) \lambda_4 e^{\lambda_4 z} - B_4 f_{10i}(c_i) \lambda_4 e^{-\lambda_4 z} + \\ &\quad f_{11i}(c_i) \lambda_5 e^{\lambda_5 z} - f_{12i}(c_i) \lambda_5 e^{-\lambda_5 z}] \quad (i=1, 2, 3, 4) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中: $a_1 = a_2 = A_1$; $a_3 = a_4 = A_2$; $b_1 = b_2 = B_1$; $b_3 = b_4 = B_2$; $\xi_1 = \lambda_1$; $\xi_2 = -\lambda_1$; $\xi_3 = \lambda_2$; $\xi_4 = -\lambda_2$ 。本问题的边界条件是: 在桩底水平面位置, 即 $z=0$ 时, 有

$$\left. \begin{aligned} w_p(0) &= s_{pb}; \quad \sigma_p(0) = \sigma_{pb}; \quad w_{s1}(0) = s_{s1b}; \\ \sigma_{s1}(0) &= \sigma_{s1b}; \quad w_{s2}(0) = s_{s2b}; \quad \sigma_{s2}(0) = \sigma_{s2b} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

将式(19)代入式(16)可得待定系数矩阵为

$$C = A^{-1}(0)X(0) \quad (20)$$

式中: $A^{-1}(0)$ 为 $z=0$ 时矩阵 $A(z)$ 的逆矩阵; $X(0)$ 为桩顶、桩帽下土体顶部、桩帽间土体顶部的横截面状态向量, 即

$$X(0) = [s_{pb} \ \sigma_{pb} \ s_{s1b} \ \sigma_{s1b} \ s_{s2b} \ \sigma_{s2b}]^T$$

将式(20)代入式(16), 可得

$$X(z) = D(z)X(0) \quad (21)$$

式中: $D(z)$ 为传递矩阵; $D(z) = A(z)A^{-1}(0)$ 。

将 $z = L_p$ 代入式(21), 可得

$$X(L_p) = D(L_p)X(0) \quad (22)$$

式中: $X(L_p)$ 为桩端及桩帽下土体底部水平截面状态向量, $X(L_p) = [s_{pt} \ \sigma_{pt} \ s_{s1t} \ \sigma_{s1t} \ s_{s2t} \ \sigma_{s2t}]^T$, s_{pt} 、 s_{s1t} 、 s_{s2t} 分别为桩顶、桩帽下土体顶部、桩帽间土体顶部的竖向位移; σ_{pt} 、 σ_{s1t} 、 σ_{s2t} 分别为桩顶、桩帽下土体顶部、桩帽间土体顶部的竖向平均应力。

4.5 计算步骤

①根据桩顶沉降、桩帽下土体顶部沉降及桩帽间土体顶部沉降的数值(此处 $s_{pt} = s_{s1t} = s_{s2t}$, 也可

以考虑三者沉降不相等的情况), 利用式(22)或式(23)式确定 s_{pb} 、 s_{slb} 和 s_{s2b} 的关系式。

$$\begin{bmatrix} s_{pt} \\ \sigma_{pt} \\ s_{slt} \\ \sigma_{slt} \\ s_{s2t} \\ \sigma_{s2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1(L_p) & E_2(L_p) & E_3(L_p) & E_4(L_p) & L_p & 1 \\ F_1(L_p) & F_2(L_p) & F_3(L_p) & F_4(L_p) & -E_p & 0 \\ G_1(L_p) & G_2(L_p) & G_3(L_p) & G_3(L_p) & L_p & 1 \\ H_1(L_p) & H_2(L_p) & H_3(L_p) & H_4(L_p) & -E_{sl} & 0 \\ R_1(L_p) & R_2(L_p) & R_3(L_p) & R_4(L_p) & L_p & 1 \\ T_1(L_p) & T_2(L_p) & T_3(L_p) & T_4(L_p) & -E_{s2} & 0 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} E_1(0) & E_2(0) & E_3(0) & E_4(0) & 0 & 1 \\ F_1(0) & F_2(0) & F_3(0) & F_4(0) & -E_p & 0 \\ G_1(0) & G_2(0) & G_3(0) & G_3(0) & 0 & 1 \\ H_1(0) & H_2(0) & H_3(0) & H_4(0) & -E_{sl} & 0 \\ R_1(0) & R_2(0) & R_3(0) & R_4(0) & 0 & 1 \\ T_1(0) & T_2(0) & T_3(0) & T_4(0) & -E_{s2} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} s_{pb} \\ \sigma_{pb} \\ s_{slb} \\ \sigma_{slb} \\ s_{s2b} \\ \sigma_{s2b} \end{bmatrix} \quad (23)$$

② 根据不同的桩顶位移 s_{pr1} , s_{pr2} , ..., 桩帽下土体顶部位移 s_{slr1} , s_{slr2} , ... 和桩帽间土体顶部位移 s_{s2r1} , s_{s2r2} , ..., 利用 s_{pb} , s_{slb} 和 s_{s2b} 的关系式确定出相应的桩底位移 s_{pb1} , s_{pb2} , ..., 桩帽下土体底位移 s_{slb1} , s_{slb2} , ... 和桩帽间土体底位移 s_{s2b1} , s_{s2b2} , ..., 以此作为已知位移条件。

③ 利用式(21)和式(22)两式, 确定任意桩顶位移所对应的 $w_p(z)$ 、 $\sigma_p(z)$ 、 $w_{sl}(z)$ 、 $\sigma_{sl}(z)$ 、 $w_{s2}(z)$ 和 $\sigma_{s2}(z)$, 并可绘制出上述各量与深度之间的关系曲线。

④ 利用式(1)可以求出 $\tau_p(z)$ 和 $\tau_{sl}(z)$, 并可绘制出 $\tau_p(z)$ 、 $\tau_{sl}(z)$ 沿深度变化规律曲线。

⑤ 绘制复合桩土应力比与荷载水平关系曲线。

5 工程算例及结果分析

5.1 工程背景与计算条件

以带帽刚性桩复合地基中的 5# 桩为例, 其地质条件、土体变形模量、桩径、桩帽尺寸、桩长等计算参数与设计相同, 荷载水平、桩顶沉降与试桩结果取为一致, 以上参数详见文[10], 并取计算参数 $k_p=3\,500\text{ kN/m}^3$, $k_{sl}=1\,700\text{ kN/m}^3$, $k_b=2\,000\text{ kN/m}^3$ 。

5.2 计算结果与分析

(1) 桩体沉降。如图 3 所示, 桩体沉降随荷载水平增大而增大。同一荷载水平作用下, 桩体沉降与深度关系曲线近似于直线, 这主要是由于桩体刚度极大所致, 桩体沉降基本上表现出是等量下沉的, 桩体本身的压缩量极小, 可忽略不计。

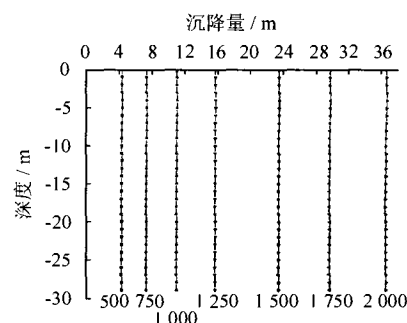


图 3 桩体沉降与深度关系曲线

Fig.3 Relation of pile settlement-depth

(2) 桩体轴向应力。如图 4 所示, 桩体轴向应力随荷载水平增大而增大。同一荷载水平作用下, 桩体轴向应力随深度增加而逐渐减小, 桩顶轴向应力比较大, 桩端轴向应力很小, 摩擦型桩主要是靠桩侧摩阻力发挥作用, 桩端承载一般较小。

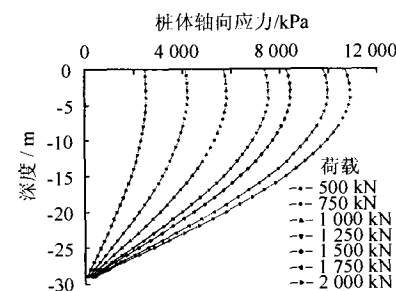


图 4 桩体轴向应力与深度关系

Fig.4 Curves of pile axial stress and depth

(3) 桩帽下土体沉降。如图 5 所示, 桩帽下土体沉降随荷载水平增大而增大。同一荷载水平作用下, 桩帽下土体沉降随深度增加而逐渐减小, 并且荷载水平越大, 土体沉降曲线收敛速度越快。从图 5 还可以看出, 桩帽下土体沉降主要发生在桩身 15 m 范围内, 这与文[10]的试验结果相似。

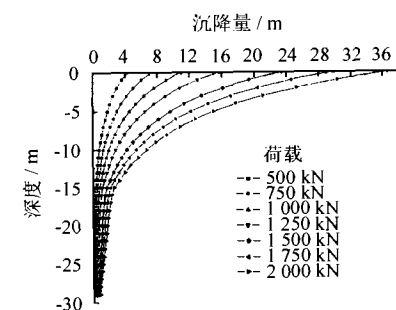


图 5 桩帽下土体沉降与深度关系

Fig5 Curve of settlement of soil under pile cap and depth

(4) 桩帽下土体竖向应力。如图 6 所示, 桩帽下土体竖向应力随荷载水平增大而增大。同一荷载水平作用下, 桩帽下土体中竖向应力呈现出随深度增加而逐渐减小的趋势, 在顶面位置应力水平较大,

在桩端平面处应力水平较小,但是荷载水平较大时,桩端平面处土体应力水平仍然较大,这可能是荷载水平过高和参数选取不当所致。

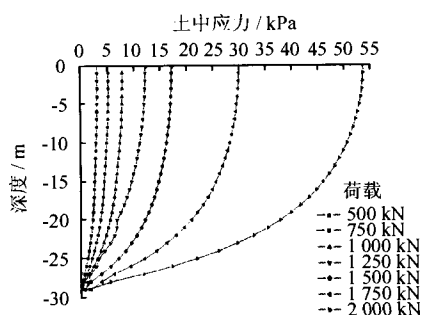


图 6 桩帽下土体竖向应力与深度关系

Fig.6 Curves of vertical stress of soil under pile cap and depth

(5) 桩帽间土体沉降。如图 7 所示, 桩帽间土体沉降随荷载水平增大而增大。同一荷载水平作用下, 桩帽下土体沉降随深度增加而逐渐减小, 并且荷载水平越大, 土体沉降曲线收敛速度越快。从图 7 还可以看出, 桩帽下土体沉降主要发生在桩身 20 m 范围内。

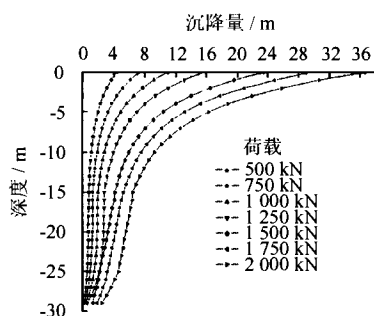


图 7 桩帽间土体沉降与深度关系曲线

Fig.7 Curve of settlement of soil Besides pile cap and depth

(6) 桩帽间土体竖向应力: 如图 8 所示, 桩帽间土体竖向应力随荷载水平增大而增大。同一荷载水平作用下, 桩帽间土体中竖向应力随深度增加而逐渐减小, 在顶面位置应力水平较大, 在桩端平面处几乎为 0, 说明桩帽间土体受压是有一定的影响深度范围, 一般小于桩长。同时也表明, 桩帽间土体受压的影响范围与桩帽下土体受压的影响范围不完全相同, 二者受力性状不完全相同, 为前述计算模型的建立提供了一定的依据。

(7) 桩体与桩帽下土体之间的沉降差: 如图 9 所示, 二者之间的沉降差随荷载水平增大而增大。同一荷载水平作用下, 二者之间的沉降差随深度增加而逐渐增大, 浅层内曲线斜率变化比较明显, 深

层范围内曲线斜率基本上不变, 说明二者之间的沉降差随深度逐渐增大并趋近于常数, 桩端与其桩侧土体相对位移基本上不变。

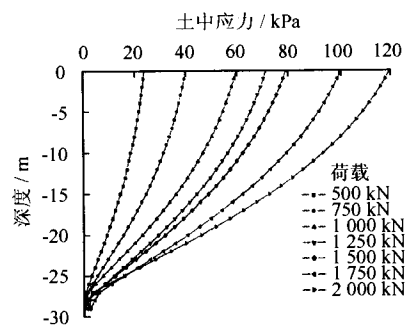


图 8 桩帽间土体竖向应力与深度关系曲线

Fig.8 Curves of vertical stress of soil besides pile cap and depth

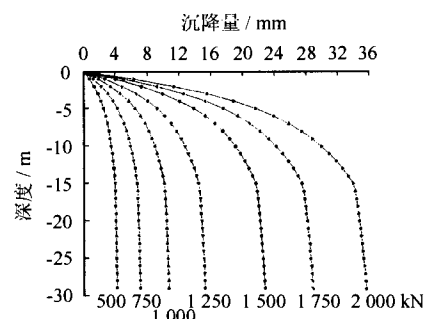


图 9 桩体与桩帽下土体沉降差深度关系曲线

Fig.9 Curves of settlement difference between pile and soil under pile cap

(8) 桩身侧摩阻力: 如图 10 所示, 桩身侧摩阻力随荷载水平增大而增大。同一荷载水平作用下, 桩身侧摩阻力随深度逐渐增大, 说明摩擦型刚性桩的桩身侧摩阻力可全桩长发挥, 曲线斜率由大变小, 说明带帽刚性桩复合地基在深层的桩身侧摩阻力变化较浅层慢, 深层桩身侧摩阻力发挥较好, 与图 9 表现出的规律性相似。

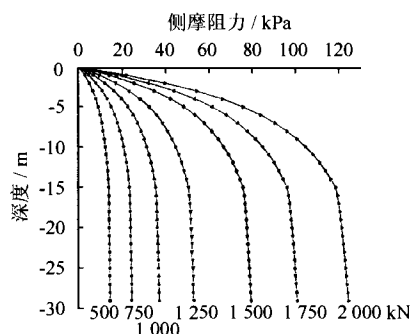


图 10 桩身边缘侧摩阻力与深度关系曲线

Fig.10 Curves of the skin friction of pile and depth

(9) 桩帽下土体与桩帽间土体之间的沉降差: 如图 11 所示, 二者之间的沉降差随荷载水平增大而

增大。同一荷载水平作用下,二者之间的沉降差随深度增加而逐渐增大至最大值,而后又逐渐减小,说明二者之间的相对位移呈现出先增加后减小的趋势。

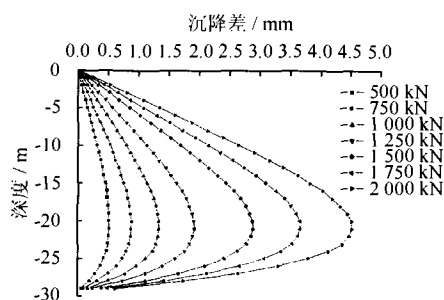


图 11 桩帽下与桩帽间土体沉降差深度关系曲线

Fig.11 Curves of settlement difference between pile and soil besides pile cap

(10) 桩帽边缘土体侧摩阻力: 如图 12 所示, 桩帽边缘土体侧摩阻力随荷载水平增大而增大。同一荷载水平作用下, 桩帽边缘土体之间的侧摩阻力基本上是呈现出随深度增加而逐渐增大、而后又减小的趋势, 这与图 11 所得到的规律相似。

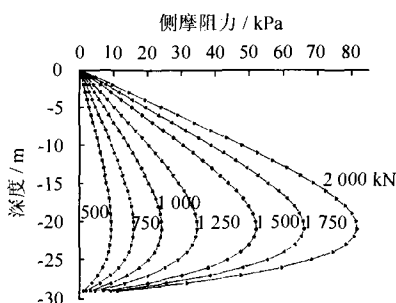


图 12 桩帽边缘侧摩阻力与深度关系曲线

Fig.12 Curves of the marginal friction of pile cap and depth

(11) 复合桩土应力比: 如图 13 所示, 不同荷载水平作用下, 复合桩土应力比随荷载水平增大而减小, 但计算结果数值上与试验结果还是有些差距, 分析原因可能是计算参数选取不完全合适所致, 但计算结果的规律基本上与试验所得到的规律相似。

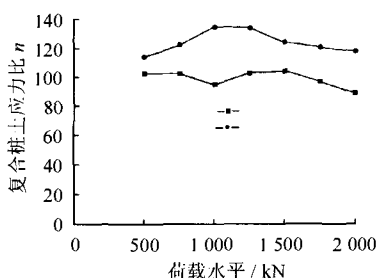


图 13 复合桩土应力比与荷载水平关系曲线

Fig.13 Curves of composite pile-stress ratio and load level

6 结论

(1) 采用本文求解方法, 只需利用桩顶荷载-沉降关系作为已知条件, 无需做太多的现场试验观测, 可大大节约试验费用, 并且计算结果能够反映出带帽刚性桩复合地基荷载传递的一般力学性状规律, 可为理论研究和工程设计提供依据。

(2) 虽然本计算方法较为简便, 计算参数来源简单, 可靠性好, 有较好的普适性, 但土层弹性、均质土层的假定不完全符合工程实践, 有待于进一步完善和发展。

参考文献

- [1] 龚晓南. 复合地基理论及工程应用[M]. 北京: 中国建筑工程工业出版社, 2002: 1—120.
- [2] 郑俊杰, 彭小荣. 桩土共同作用设计理论研究[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 242—245.
ZHENG Jun-jie, PENG Xiao-rong. Study on design theory of pile-soil cooperative work[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2003, 24(2): 242—245.
- [3] 刘杰, 张可能. 刚性承台下柔性桩与地基相互作用的线性分析[J]. 中国港湾建设, 2002, (12): 29—32.
LIU Jie, ZHANG Ke-neng. Linear analysis of interaction between flexible piles and soil under rigid bearing platform[J]. *China Harbour Engineering*, 2002, (12): 29—32.
- [4] 池跃君, 沈伟, 宋二祥. 桩体复合地基桩土相互作用的解析法[J]. 岩土力学, 2002, 23(5): 546—550.
CHI Yue-jun, SHEN Wei, SONG Er-xiong. Analytical method for calculating pile-soil-cushion interaction of composite grounds with piles[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2002, 23(5): 546—550.
- [5] 池跃君, 宋二祥, 陈肇元. 刚性桩复合地基竖向承载特性分析[J]. 工程力学, 2003, 20(4): 9—14.
CHI Yue-jun, SONG Er-xiong, CHEN Zhao-yuan. Analysis of bearing performance of rigid pile composite foundation under vertical loads[J]. *Engineering Mechanics*, 2003, 20(4): 9—14.
- [6] 郑刚, 姜忻良. 水泥搅拌桩荷载传递机理研究[J]. 土木工程学报, 2002, 35(5): 82—86.
ZHENG Gang, JIANG Xin-liang. Research on the mechanism of load transfer for cement-soil pile[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2002, 35(5): 82—86.
- [7] 傅景辉, 宋二祥. 刚性桩复合地基工作特性分析[J]. 岩土力学, 2000, 21(4): 335—339.
FU Jing-hui, SONG Er-xiong. Analysis of rigid pile composite foundation's working performance[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2000, 21(4): 335—339.
- [8] 张爱军, 谢定义. 复合地基三维数值分析[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [9] 徐泽中. 沪宁高速公路路基拓宽综合处理技术研究成果总结报告[R]. 南京: 江苏交通基础工程研究中心, 2004.
- [10] 雷金波, 徐泽中, 姜弘道, 等. PTC 型控沉疏桩复合地基试验研究[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(6): 652—656.
LEI Jin-bo, XU Ze-zhong, JIANG Hong-dao, et al. Experimental studies on composite foundation with sparse PTC piles to control settlement[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2005, 27(6): 652—656.