大回线瞬变电磁法全区视电阻率的逆样条插值计算

熊 彬
(中南大学 信息物理工程学院,湖南 长沙 410083)

摘要:给出了一种方便快捷的瞬变电磁全区视电阻率数值计算方法——逆样条插值法。对几例由2.5维正演程序获得的理论数据的计算结果表明,逆样条插值法用于全区视电阻率的定义是可行的。与此同时,该方法的实现也为瞬变电磁自动反演中初始模型的构制奠定了基础。

关键词:瞬变电磁法;全区视电阻率;逆样条插值
中图分类号:P631.325 文献标识码:A 文章编号:1671-5888(2005)04-0515-05

Inverse Spline Interpolation for the Calculation of All-Time Resistivity for the Large-Loop Transient Electromagnetic Method

XIONG Bin
(*School of Info-Physics & Geomatics Engineering, Central South University, Changsha 410083, China*)

Abstract: A convenient and fast numerical calculation method of all-time apparent resistivity for the transient electromagnetic method — inverse spline interpolation method has been developed. Several conversion examples, from induced electromotive force through central-loop TEM2.5-D forward program to apparent resistivity, illustrate the feasibleness of inverse spline method. At the same time, the method has also laid the foundations of initial model definition in TEM automatic inversion.

Key words: transient electromagnetic method; all-time apparent resistivity; inverse spline interpolation

0 引 言

近些年,在电(磁)法勘探领域,不少学者撇开电阻率,提出用其它参数[1,2](据说是更具优点)来进行相关资料的解释,然而在实际应用中,视电阻率作为物性参数仍然占据着主流。

传统上,视电阻率被定义成在相同的采集参数(位置、发射电流等)前提下,能获得与实际地层中响应一致的均匀半空间的电阻率[3]。对于直流电法而言,视电阻率的换算可看作是测量响应对发射电流以及装置系数的简单归一。但是,在交变电磁法,特别是在电磁测深法中,虽然视电阻率含义相同,但由于均匀半空间表面场值与半空间电阻率之间存在着复杂的隐函数关系,难以用解析方法求出电阻率与场之间的显式反函数,给视电阻率定义造成困难,故而通常只能使用各种近似定义方法。

瞬变电磁早期和晚期视电阻率便是在这一背景下诞生出来的。它的好处在于定义方法简单。然而,其弊端也是明显的[4,5]:(1)两者均需在近似条件满足的情况下,才能很好地反映地下电性变化。如若条件不满足,它们则不能真正反映电性。(2)这样定义出来的视电阻率曲线也较为复杂。为此,人们提出可以在全时间段上连续和直观地反映地下电性结构变化特征的全区视电阻率。殷长春等[4]研究

收稿日期:2004-08-12
基金项目:国家自然科学基金项目(40344022)
作者简介:熊彬(1974-),男,湖北仙桃人,博士,主要从事电(磁)法数值模拟及反演成像方面的研究,Tel:13574191446,E-mail:xiongbin_csu@163.com。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

指出: 对于瞬变电磁测深法(TEMS)来说, 利用视电阻率全区定义较之远区或近区近似定义更为有效; 另外, 磁场全区定义较之磁场导数全区定义更具优越性。严良俊等[6]利用密集采样的感应电动势曲线积分求取随时间变化的垂直磁场值, 尔后通过数值迭代法由垂直磁场进一步换算电阻率。苏朱刘等[7]引入虚拟全区视电阻率和虚拟半径的概念, 解决了解的存在性及唯一性问题。翁爱华等[8]以电偶源瞬变电磁测深法观测的垂直磁场为例, 运用连分式的方法定义了全区视电阻率。白登海等[9]借助瞬变场参数把整个瞬变过程分为早期阶段、早期到晚期的转折点、晚期阶段, 然后分别迭代求取早期、晚期视电阻率的精确值, 进而通过转折点构成一条完整的全程视电阻率曲线。

目前, 野外生产中大多数TEM仪器记录的均是磁场垂直分量的变化率。鉴于此, 本文将从逆样条插值的角度对磁场导数全区定义视电阻率的方法加以讨论。

1 均匀半空间表面上圆回线源形成的瞬变场

均匀半空间表面上一个水平放置的圆形发射框, 其中心的瞬变电磁响应可以表示为[10]

$$\frac{\partial Bz}{\partial t} = 3I\rho/a^3[\Phi(u) - \sqrt{\frac{2}{\pi}}u(1+u^2/3)e^{-u^2/2}] 。 \quad (1)$$

式中: $\Phi(u)$为概率积分, 有

$$\Phi(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^{u(t)} e^{-t^2/2}dt ,$$

其中:

$$u = a\sqrt{\frac{\mu}{2\rho t}} 。$$

式中: a为发射线框半径; ρ为均匀半空间的视电阻率; t为从电流关断时算起的延迟观测时间(单位: s); μ为均匀半空间的磁导率; I为按阶跃规律变化的发射电流强度, 它满足

$$I(t) = \begin{cases} 0 & t < 0, \\ I_0 & t \geqslant 0。 \end{cases}$$

为方便计算, 利用概率函数与误差函数之间的关系:

$$\Phi(u) = \mathrm{erf}\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right) ,$$

将方程(1)化为

$$\frac{\partial Bz}{\partial t} = \frac{I\rho}{a^3}[3\mathrm{erf}(x) - \frac{2}{\sqrt{\pi}}x(3+2x^2)e^{-x^2}] 。 \quad (2)$$

式中:

$$x = a\sqrt{\frac{\mu}{4\rho t}} ,$$

又称为瞬变场参数。根据瞬变场参数, 可以将半空间电阻率表示成

$$\rho = \frac{a^2\mu}{4t}\cdot\frac{1}{x^2} 。 \quad (3)$$

2 中心回线瞬变电磁测深视电阻率定义

2.1 视电阻率的定义

瞬变电磁测深中的中心回线方式是采用大回线(方形大线框)发射, 在大回线中心点上用小回线(方形小线框)接收感应电动势的一种工作方式。

根据方程式(2), 写出垂直磁偶极子接收的感应电动势$\varepsilon(t)$表达式[5]如下:

$$\varepsilon(t) = \frac{I\rho sn}{a^3}[3\mathrm{erf}(x) - \frac{2}{\sqrt{\pi}}x(3+2x^2)e^{-x^2}] 。 \quad (4)$$

式中: s为接收线圈有效面积, n为接收线圈的匝数。

进一步简化方程式(4), 容易得到

$$\varepsilon(t) = A\cdot f(x) ,$$

其中:

$$A = \frac{I\mu\cdot sn}{4at} ,$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2}[3\mathrm{erf}(x) - \frac{2}{\sqrt{\pi}}x(3+2x^2)e^{-x^2}] 。 \quad (5)$$

这里的$f(x)$即为瞬变电磁法中心方式的归一化感应电动势。

对于正演获得的理论数据或者实际观测资料, 归一化感应电动势容易由下式计算:

$$f(x) = \frac{\varepsilon(t)}{A} 。 \quad (6)$$

至此不难得出这样的结论: 欲求取方程(3)式定义的视电阻率, 关键在于获得满足方程(6)中的x, 即归一化感应电动势$f(x)$反函数的求取问题。

2.2 归一化感应电动势的性质

首先, 考察中心回线方式瞬变电磁测深法的归一化感应电动势$f(x)$的表现特征。根据方程(5)能得到函数$f(x)$随x的变化曲线, 具体如图1所示。

从图中可以清楚地看到, 函数$f(x)$是非单调的, 它在$\mathrm{d}f(x)/\mathrm{d}x = 0$处, 即$x = 1.612\ 835$时, 有极大值0.701 582, 极大值两侧函数均呈单调递减变

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

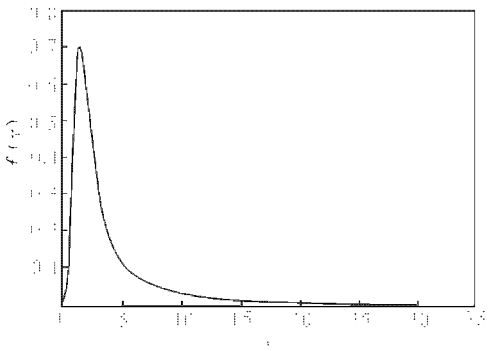


图 1　归一化感应电动势曲线变化特征

Fig. 1　Unitary inductive electromotive force curve

化。对于任意的 $f < f_{max}$, 总会有两个 x 与之对应, 显然, 两个 x 必然会对应着两个电阻率(由方程 3 可知); 而对于 $f > f_{max}$ 的情况, 这时就会出现无解, 此即"全区定义视电阻率是多解的或无解的"一说的由来; 当且仅当 $f = f_{max}$ 时, 视电阻率才会存在唯一的解。

2.3　逆样条插值求解非线性方程根的原理

利用函数表格作近似计算, 并不意味着仅仅通过插值求得被插值函数 $f(x)$ 的近似函数或再作进一步的近似计算, 仍然可以利用函数表格通过插值的方法求得被插值函数反函数的近似或再作进一步的近似计算。这种由函数表格求出反函数的插值多项式或者多项式在某些点上的值作为反函数或反函数在某些点上的值的近似方法称为逆插值法[11]。

设: 要求 $f(x)$ 的零点, 并已知一系列节点 x_i 上的函数值 $f(x_i)$, 具体对应如下:

x	x_0	x_1	x_2	…	x_n
$y = f(x)$	$f(x_0)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	…	$f(x_n)$

假设在区间 $[x_0, x_n]$ 上, $f(x)$ 满足反函数定理中的条件, 特别是 $f'(x) \neq 0$, 因此有 $x = g(y)$, 其中 g 为 f 的反函数, 所以求 $g(0)$ 的值等价于求 $f(x)$ 的零点。

为了估计 $g(0)$, 首先将如上函数对应值改写成

y	$f(x_0)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	…	$f(x_n)$
$x = g(y)$	x_0	x_1	x_2	…	x_n

现在让 $f(x_0)$、$f(x_1)$、$f(x_2)$、…、$f(x_n)$ 为 y 的节点, 且 x_0、x_1、x_2、…、x_n 为这些节点上的函数值, 尔后, 运用样条插值公式逼近函数 $g(y)$, 进而在点 $y = 0$ 上获取插入值。

应当指出的是, 如果函数不具备严格单调性, 通过反插值的办法获得的函数零点, 其精度得不到保证[12]。正基于此, 笔者在这里引入转折点的概念[9], 即用归一化感生电动势 $f(x)$ 取极值时的 x 参数把整个瞬变过程分为早期阶段($x > 1.612\ 835$)、早期到晚期的转折点($x = 1.612\ 835$)和晚期阶段($x < 1.612\ 835$), 然后分段实施逆样条插值, 最后构成整个时间段上的视电阻率曲线。

3　理论模型试算

根据上述算法, 文中针对以下三例理论模型进行了试算: (1) 均匀半空间, 电阻率为 100 Ω·m; (2) H 型水平三层地层; (3) K 型水平三层地层。其中的两例层状介质模型感应电动势的获得均来源于大回线瞬变电磁 2.5 维有限元正演[13]。

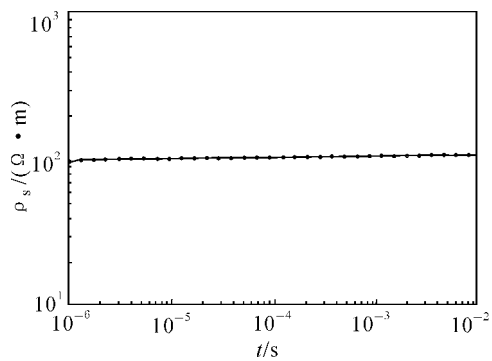


图 2　由感应电动势换算的 100 Ω·m 均匀半空间表面的视电阻率曲线

Fig. 2　Apparent resistivity from inductive electromotive force for a 100 Ω·m half space

图 2 为对一个 100 Ω·m 的均匀半空间计算的采样时间在 1 μs~10 ms 内的全区视电阻率。从图中曲线可以看到, 误差在允许范围之内, 可以接受。

图 3 为根据 H 型模型的正演结果换算得到的全区视电阻率, 其正演计算时所采用的模型物性参数如下:

$$\rho_1 = 100\ \Omega \cdot m,\ \rho_2 = 20\ \Omega \cdot m,\ \rho_3 = 100\ \Omega \cdot m,$$
$$H_1 = 100\ m,\ H_2 = 100\ m。$$

图 3 表明, 全区定义的视电阻率曲线基本反映了地电模型, 形态简单, 仅与电性层的电性差异有关。同时首支、尾支较准确地反映了模型电阻率真值。

图 4 为根据 K 型模型的正演结果换算而得到的全区视电阻率。模型参数具体如下:

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

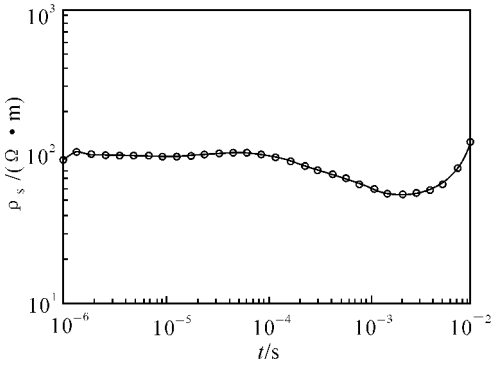


图 3 H型模型全区视电阻率曲线

Fig. 3 All-time apparent resistivity curve for a H model

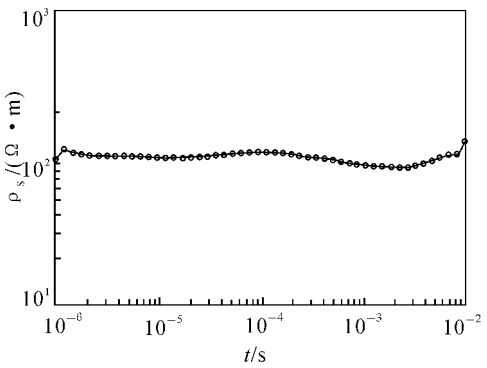


图 4 K型模型全区视电阻率曲线

Fig. 4 All-time apparent resistivity curve for a K model

$\rho_1 = 100\ \Omega\cdot m$, $\rho_2 = 200\ \Omega\cdot m$, $\rho_3 = 100\ \Omega\cdot m$, $H_1 = 60\ m$, $H_2 = 40\ m$。

从上述图3和图4中可以看到, 全区视电阻率曲线基本上反映了模型电性的变化规律, 对于多层介质的中间层, 曲线反映良导层比高阻层的效果要好。

4 结 论

(1) 通过考察中心回线方式归一化感应电动势的表现特征, 本文撇开常规的数值逼近及迭代获取非线性方程反函数的繁琐做法, 首次给出了逆样条插值获取全区定义视电阻率的数值计算方法。方法实施中充分运用了归一化感应电动势转折点的性质[9]。理论模型试算表明, 该方法实施起来非常简单、换算结果的精度也让人满意。

(2) 逆样条插值求取反函数的方法同样适用于电磁法领域其它装置类型的视电阻率定义。

(3) 方便快捷的全区视电阻率定义有利于反演中初始模型的构造。

中国地质大学(武汉) 孟永良教授为本项研究提供了帮助, 深表谢意!

参考文献(**References**):

[1] 严良俊, 徐世浙, 胡文宝, 等. 中心回线瞬变电磁测深全区视纵向电导解释方法[J]. 浙江大学学报(理学版), 2003, **30**(2): 236-240.
YAN Liang-jun, XU Shi-zhe, HU Wen-bao, et al. All-time apparent vertical conductance interpretation method for central loop transient electromagnetic sounding[J]. Journal of Zhejiang University (Science Edition), 2003, **30**(2): 236-240.

[2] 薛国强, 宋建平, 李貅. 大回线源瞬变电磁场反射系数序列的数值分析[J]. 西安石油学院学报, 2003, **18**(6): 71-74.
XU Guo-qiang, SONG Jian-ping, LI Xiu. Numerical calculation of the sequence of the reflection coefficient of large-loop transient electromagnetic field[J]. Journal of Xi'an Petroleum Institute (Natural Science Edition), 2003, **18**(6): 71-74.

[3] Brian R Spies, Dwight E Eggers. The use and misuse of apparent resistivity in electromagnetic methods[J]. Geophysics, 1986, **51**(7): 1 462-1 471.

[4] 殷长春, 朴化荣. 电磁测深法视电阻率定义问题的研究[J]. 物探与化探, 1991, **15**(4): 290-298.
YIN Chang-chun, PIAO Hua-rong. The definition of apparent resistivity in electromagnetic sounding methods[J]. Geophysical & Geochemical Exploration, 1991, **15**(4): 290-298.

[5] 朴化荣. 电磁测深法原理[M]. 北京: 地质出版社, 1990.
PIAO Hua-rong. Principles of geoelectromagnetic method[M]. Beijing: Geological Publishing House, 1990.

[6] 严良俊, 胡文宝, 陈清礼, 等. 长偏移距瞬变电磁测深的全区视电阻率求取及快速反演方法[J]. 石油地球物理勘探, 1999, **34**(5): 532-538.
YAN Liang-jun, HU Wen-bao, CHEN Qing-li, et al. The estimation and fast inversion of all-time apparent resistivities in long-offset transient electromagnetic sounding[J]. OGP, 1999, **34**(5): 532-538.

[7] 苏朱刘, 胡文宝. 中心回线方式瞬变电磁测深虚拟全区视电阻率和一维反演方法[J]. 石油物探, 2002, **41**(2): 216-221.
SU Zhu-liu, HU Wen-bao. Pseudo full-region apparent resistivity and its one-dimensional inversion for center-loop-line configuration TEM data[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2002, **41**(2): 216-

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

221.

[8] 翁爱华, 陆冬华, 刘国兴. 利用连分式定义瞬变电磁法全区视电阻率研究[J]. 煤田地质与勘探, 2003, **31**(3): 56－59.
WENG Ai-hua, LU Dong-hua, LIU Guo-xing. Definition of whole zone apparent resistivity for transient electromagnetic method of current dipole source[J]. Coal Geology & Exploration, 2003, **31**(3): 56－59.

[9] 白登海, Maxwell A Meju, 卢健, 等. 时间域瞬变电磁法中心方式全程视电阻率的数值计算[J]. 地球物理学报, 2003, **46**(5): 697－704.
BAI Deng-hai, Maxwell A Meju, LU Jian, et al. Numerical calculation of all-time apparent resistivity for the central loop transient electromagnetic method[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2003, **46**(5): 697－704.

[10] 方文藻, 李予国, 李貅. 瞬变电磁测深法原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1993.
FANG Wen-zao, LI Yu-guo, LI Xiu. Principle of transient electromagnetic sounding method[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1993.

[11] 郑慧娆, 陈绍林, 莫忠息, 等. 数值计算方法[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002.
ZHENG Hui-rao, CHEN Shao-lin, MO Zhong-xi, et al. Numerical computing methods[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2002.

[12] 王尊正. 数值分析基本教程[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 1993.
WANG Zun-zheng. Basic tutorial of numerical analysis[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 1993.

[13] 熊彬. 大回线瞬变电磁 2.5 维正演算法及其资料解释方法中若干关键技术研究[D]. 武汉: 中国地质大学, 2004.
XIONG Bin. The research on large loop transient electromagnetic 2.5-D forward algorithm and some key data technologies[D]. Wuhan: China University of Geosciences, 2004.

(上接 504 页)

[2] 赵东风, 赵朝成, 王联社, 等. 石油类污染物在土壤中的迁移渗透规律[J]. 石油大学学报(自然科学版), 2000, (3): 64－67.
ZHAO Dong-feng, ZHAO Chao-cheng, WANG Lian-she, et al. Study on migration and penetrating law of oil pollutant in soil[J]. Journal of the University of Petroleum, China(Edition of Natural Science), 2000, (3): 64－67.

[3] 任增平, 钟佐燊. 降雨淋滤条件下淄河滩陈化油释放试验[J]. 环境科学学报, 2002, (1): 56－59.
REN Zeng-ping, ZHONG Zuo-shen. Experiment on release of crusted residual oil in Zihe River bed under the condition of rainfall eluviation[J]. Acta Scientia Ecircumstantiae, 2002, (1): 56－59.

[4] 李绪谦. 环境水化学[M]. 长春: 吉林科学技术出版社, 2002: 221－260.
LI Xu-qian. Environmental hydrochemistry[M]. Changchun: Jilin Science & Technology Publishing House, 2002: 221－260.

[5] 李建萍, 李绪谦, 王存政, 等. 垃圾渗滤液有机污染组分在包气带中衰减规律的模拟研究[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2004, **34**(4): 607－611.
LI Jian-ping, LI Xu-qian, WANG Cun-zheng, et al. Modeling study on transport law of leachate pollutant COD in vadose zones[J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2004, **34**(4): 607－611.

[6] 耿春香, 路帅. 西北地区土壤中石油类污染物的垂直渗透规律[J]. 环境污染与防治, 2003, (1): 61－62.
GENG Chun-xiang, LU Shuai. A vertical transfer regularity of oil pollutant in the soil of the Northwest[J]. Environmental Pollution and Control, 2003, (1): 61－62.

[7] 魏新平, 王文焰, 王全九. 用均衡试验法测定土壤吸附参数[J]. 农业环境保护 1999, **18**(4): 162－164.
WEI Xin-ping, WANG Wen-yan, WANG Quan-jiu. Determination of soil adsorption coefficient by equalization experiment[J]. A Gro Environmental Protection, 1999, **18**(4). 162－164.

[8] Seybold C A, Mersie W. Adsorption and desorption of atrazine deethylatrazine deisopropylatrazine hydroxyatrazine and metolachlor in two soil from Virginia [J]. J Environ Qual, 1996, **25**: 1 179－1 185.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net