维普资讯 http://www.cqvip.com

第 24 卷第 2 期 岩 土 力 学 Vol.24 No.2
2003 年 4 月 Rock and Soil Mechanics Apr. 2003

文章编号：1000－7598－(2003) 02－0292－04

确定先期固结压力的数学模型法

姜安龙[1,2]， 赵春风[2]， 高大钊[2]

（1. 南昌航空工业学院土木建筑系， 江西 南昌 330034；2. 同济大学地下建筑与工程系， 上海 200092）

摘 要：地基土的先期固结压力是判断土体应力历史的一个指标。在不同应力历史状况的土体变形分析中它也是一个重要的计算参数。因此，方便、准确地确定先期固结压力就显得尤为重要。依据理论研究和试验分析，提出了一种新的确定方法：数学模型法。润扬大桥土样试验的结果证明了此法的可行性。

关 键 词：先期固结压力；先期固结压力确定方法；数学模型法；最大曲率点；模型适用性

中图分类号：TU 432 **文献标识码**：A

Mathematical model method of determining preconsolidation pressure

JIANG An-long, ZHAO Chun-feng, GAO Da-zhao

(1. Nanchang Institute of Aeronautical Technology, Nachang 330034, Chnia; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Preconsolidation Pressure is an index of deciding the stress history of a soil layer; and it is also an important computation parameter in settlement analysis dealing with soils which have different stress histories. It is very significant to determine preconsolidation pressure conveniently and precisely. A new method of determining preconsolidation pressure named as mathematical model method based on theoretical research and test analysis. Results of tests for soil samples taking from Runyang great bridge demonstrated that the application of the method is recommendable.

Key words: preconsolidation pressure; methods of determining preconsolidation pressure; mathematical model method; point of maximum curvature; model applicability

1 引 言

土的先期固结压力是判断土体应力历史的一个指标，在不同应力历史状况的土层的变形分析中它也是一个重要的计算参数[1]。在地基研究和地基设计中都应充分考虑先期固结压力这个特性指标，使得设计更为合理，更接近工程实际，对确保建筑工程质量和降低工程成本具有重要意义[2]。因此，正确地确定先期固结压力是十分重要的。

如何确定先期固结压力，国际上普通采用的卡萨兰德法（1936 年）[3]，伯米斯特法（1951 年），休默特曼法（1955 年），“S”法，国内有“f”法（高大钊，1966 年），图解法（西北电力设计院，1981 年），密度法（李作勤）等。

在润扬大桥北锚碇科研项目中，对先期固结压力问题进行了试验研究，在对前人的确定方法进行对比和分析的基础上，并根据土的应力-应变在 e-log p 坐标系中的特性，探索用数学模型法来确定先期固结压力。采用数学模型法，简单、易行、避免人为误差，所得结果接近实际；尤其对那些在 e-log p 曲线中无明显拐弯点的土样。

2 先期固结压力的确定方法

自卡萨兰德提出 C 法后，国内外针对先期固结压力的确定方法进行了大量的研究工作，先后提出的各类方法不下十几种；在此只讨论比较公认的 6 种方法。

（1）卡萨兰德法（简称以 C 法） 由卡萨兰德教授于 1936 年提出，至今一直公认为是确定地基先期固结压力的基本方法，适用于 e-log p 曲线变化比较明显土质，但对 e-log p 曲线变化不明显的土确定最小曲率点比较困难。

收稿日期：2002-04-01

作者简介：姜安龙，男，1976 年生，硕士生，主要从事软土工程理论研究。

维普资讯 http://www.cqvip.com

（2）三笠法（Cc 法） 由日本三笠正人提出，是日本“土质试验法”中推荐使用的方法。该法优点是确定先期固结压力简单，而且人为误差也较小。只适用于软粘土，即适用于压缩指数 Cc 大于 0.2 的土。

（3）f 法　由同济大学高大钊提出，是根据土体在固结试验过程中所获得的次固结变形速率来确定先期固结压力。本实验由于没有相关数据，在此就不多加评论。

（4） 密度法　由中国科学院武汉岩土力学研究所李作勤提出，是以密度为标准反求固结压力。本法需要进行原状土与扰动土的高压固结试验，找出两种状态土质的压缩分界点，比常规试验工作量增加一倍，生产单位难以实现的。

（5）强度法　由 D. W.泰勤提出，从固结直快剪或三轴固结不排水剪的多点试验中确定，但由于原状土样不均匀和土样数量有限，难以满足试验需要。

（6）S 法　本法不局限于只从试验曲线本身寻找解决问题的办法，而是选定野外压缩曲线提出一些假定，并以此对 C 法作进一步改进。这种方法有一个试算过程，比较复杂，工程中不太使用此法。

3　确定先期固结压力的数学模型法

由以上分析可知：各种方法都有其局限性，相比来说，C 法是普通采用的，只是最大曲率点不易确定、曲线绘制繁难和人为误差大等。为了寻求准确、方便和人为误差小的先期固结压力确定方法，在总结各种方法的基础上，针对卡萨兰德法最小曲率点人为难定的前提下，提出用数学模型法确定先期固结压力值，其实质是卡萨兰德法的一种细化，将原来人为定最小曲率点改变为数学模型方法定该最小曲率点位置。

（1）用数学模型拟合压缩曲线的曲线段

根据 e-log p 曲线特征，可以选用指数模型来描述压缩曲线的曲线段，其指数模型的表达式为

$$e=\sum_{m=1}^{n}A_m(\log p)^{n-m} \tag{1}$$

式中　e 为孔隙比；p 为压力。

根据半对数坐标上 e-log p 曲线的形态，当 $n=4$ 时，该指数模型就能很好地拟合曲线，式（1）可简化为：

$$e=\sum_{m=1}^{5}A_m(\log p)^{5-m} \tag{2}$$

（2）寻找最大曲率点（即最小曲率半径点 $R_{\min}$）。

式（2）两边对 log p 求一阶导和求二阶导，可得

$$\frac{\partial e}{\partial(\log p)}=\sum_{m=1}^{4}(5-m)A_m(\log p)^{4-m} \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 e}{\partial(\log p)^2}=\sum_{m=1}^{3}(4-m)(5-m)(\log p)^{3-m} \tag{4}$$

令

$$K=\frac{|e''|}{\left(1+e'^2\right)^{\frac{3}{2}}} \tag{5}$$

求出使 K 取得最大值的点 $R_{\min}$ $((\log p)_{c\max},\ e_{c\max})$，就是最大曲率点，亦即这点上有最小曲率半径。

（3）求先期固结压力值 P_c

压缩曲线的末段直线方程为：

$$e-e_n=k_2[(\log p)-(\log p)_n] \tag{6}$$

式中

$$k_2=\frac{e_{n-1}-e_n}{(\log p)_n-(\log p)_{n-1}} \tag{7}$$

过 $R_{\min}$ 的切线方程：

$$e-e_{c\max}=k_1[(\log p)-(\log p)_{c\max}] \tag{8}$$

式中

$$k_1=\sum_{m=1}^{4}(5-m)A_m(\log p)_{c\max}^{4-m} \tag{9}$$

过 $R_{\min}$ 的角平分线方程：

$$e-e_{c\max}=k\,[(\log p)-(\log p)_{c\max}] \tag{11}$$

式中　$k=-\tan[a\tan(-k_1)/2]$　（12）

压缩曲线的直线段与角平分线相交于 E 点 $((\log p)_{p_c},e_{p_c})$，联解式(6)和式(11)可得

$$\log p=\frac{k(\log p)_{c\max}-e_{c\max}+e_n-k_2(\log p)_n}{k-k_2} \tag{13}$$

即 P_c：　$P=\dfrac{k(\log p)_{c\max}-e_{c\max}+e_n-k_2(\log p)_n}{k-k_2}$　（14）

维普资讯 http://www.cqvip.com

4 模型的适用性

在润扬大桥北锚碇工程中，分别在A、B两孔取样；A孔：采用敞口薄壁取土器，取土器直径为100 mm。B孔：对粘性土，粉土，采用敞口薄壁取土器，对砂土，采用内环刀取砂器，取土器均为75 mm。在此只对A孔作详细的介绍。润扬大桥北锚碇土样的总体情况见表1和表4。表1是土样基本性质和实测指标，表4为各土样压缩曲线的曲线段拟合情况。

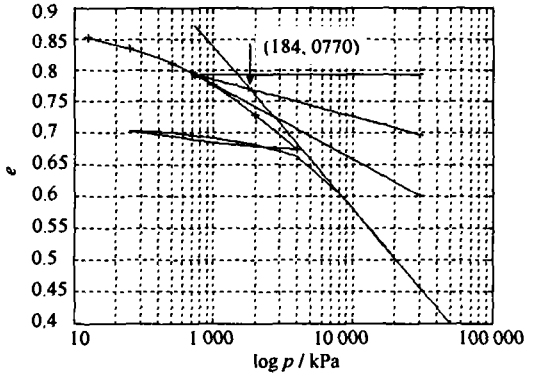
尤其对A－5（下）、B－2（下），详见表2、表3和图1。由实验数据可求得A－5（下）与B－2（下）土样的数学模型曲线：

对A－5（下）土样

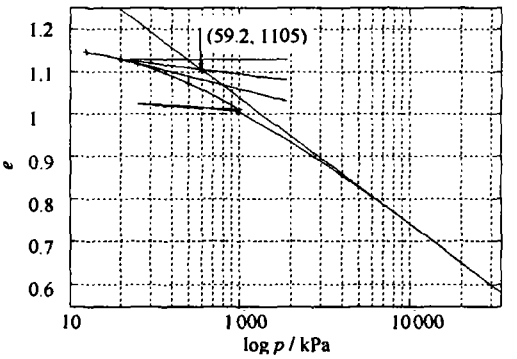
$$e = 1.1087 - 0.5859(\log p) + 0.5172(\log p)^2 - 0.2095(\log p)^3 + 0.0279(\log p)^4$$

对B－2（下）土样

$$e = 1.1375 + 0.0923(\log p)^2 - 0.0992(\log p)^3 + 0.0186(\log p)^4$$



(a) A-5(下)



(b) B-2（下）

图1 数学模型法确定先期固结压力示意图

Fig.1 Mathematical model method of determining preconsolidation pressure

表1 润扬大桥北锚碇土样的基本性质和实测指标

Table 1 Parameters of sample taking from north pier of Runyang Bridge

试样编号	取样深度 /m	先期固结压力 P_c /kPa	压缩指数 C_c	回弹指数 C_s	孔隙比 e_0	ω /%	γ /kN·m^{-3}	备注
A－2(上)	4.10~4.40	42	0.306	0.022	1.239	46.0	17.8	粘性土
A－4(下)	8.60~8.90	140	0.241	0.017	0.893	29.73	18.5	粘性土
A－5(下)	10.60~10.90	190	0.238	0.026	0.872	33.1	19.2	粘性土
A－6(下)	12.60~12.90	280	0.139	0.012	0.788	32.1	19.8	砂性土
A－8（上）	19.07~19.37	360	0.111	0.009	0.663	24.1	20.0	砂性土
A－9（上）	21.30~21.60	410	0.111	0.010	0.738	26.61	19.6	砂性土
A－10（上）	24.30~24.60	380	0.114	0.011	0.819	31.2	19.4	砂性土
A－10（下）	24.60~24.80	440	0.155	0.016	0.962	34.8	18.4	砂性土
A－11（下）	27.60~27.80	350	0.107	0.014	0.772	30.94	19.8	砂性土
A－12（下）	31.10~31.40	450	0.101	0.009	0.860	32.58	19.1	砂性土
A－13（下）	33.60~33.80	400	0.075	0.007	0.751	27.42	19.5	砂性土
A－14（上）	44.00~44.30	440	0.082	0.009	0.599	16.61	19.4	砂性土
A－15（上）	46.00~46.30	700	0.259	0.018	0.854	28.84	18.5	砂性土
B－2（下）	4.80~5.10	59.2	0.292	0.028	1.160	42.9	18.0	粘性土

维普资讯 http://www.cqvip.com

表 2　A-5(下)数学模型曲线误差分析

Table 2　Error analysis of A-5(down) sample's mathematical model curve

压力 p / kPa	实验点值 e	拟合点值 e	绝对误差	相对误差 /%
12.5	0.851 88	0.852 10	0.000 22	0.025 907
25	0.835 02	0.834 50	-0.000 52	0.061 825
50	0.810 30	0.811 10	0.000 80	0.099 156
100	0.776 67	0.775 90	-0.000 77	0.098 658
200	0.728 47	0.728 50	0.000 03	0.003 79
400	0.673 86	0.673 90	0.000 04	0.006 072

表 3　B-2(下)数学模型曲线误差分析

Table 3　Error analysis of B-2(down) sample's mathematical model curve

压力 p / kPa	实验点值 e	拟合点值 e	绝对误差	相对误差 /%
12.5	1.446 1	1.446 1	0	0
25	1.118 008	1.118 008	0	0
50	1.072 608	1.072 608	0	0
100	1.011 05	1.011 05	0	0

表 4　润扬大桥北锚碇各土样的数学模型曲线

Table 4　Mathematical model method curves of samples taking from north pier of Runyang Bridge

土样编号	数字模型曲线 $e=\sum_{m=1}^{5}A_m(\log p)^{5-m}$					绝对误差	相对误差	最大曲率点处压力 p/ kPa
	A_5	A_4	A_3	A_2	A_1			
A－2(上)	1.262 7	-0.050 8	0.062 7	-0.090 7	0.018 2	-0.000 02	0.019 121	17.57
A－4(下)	0.51	0.940 6	-0.821 4	0.283 9	-0.038 1	0.000 13	0.035 32	73.30
A－5(下)	1.108 7	-0.585 9	0.517 2	-0.209 5	0.027 9	-0.000 03	0.049 23	76.70
A－6(下)	0.716 4	0.168 4	-0.136 4	0.039 6	-0.005 1	0.000 02	0.015 32	89.09
A－8（上）	0.646 9	0.060 2	-0.070 4	0.023	-0.003 5	0.000 01	0.027 04	44.98
A－9（上）	0.688 8	0.11	-0.087 7	0.024 2	-0.002 8	-0.000 07	0.070 76	152.74
A－10(上)	0.730 2	0.205 6	-0.169 1	0.056	-0.007 6	0.000 12	0.024 80	68.92
A－10(下)	0.884 1	0.187 2	-0.161 6	0.054 6	-0.007 6	0.000 16	0.028 41	62.19
A－11(下)	0.683	0.191 5	-0.145 9	0.042 3	-0.005 1	-0.000 12	0.050 44	121.23
A－12(下)	0.829 4	0.066 8	-0.052 1	0.016 4	-0.002 5	0.000 14	0.031 74	41.24
A－13(下)	0.727 1	0.059 2	-0.053 1	0.017 1	-0.002 5	0.000 04	0.036 49	48.11
A－14(上)	0.551 5	0.109 5	-0.094 2	0.029 5	-0.003 7	-0.000 06	0.039 72	100
A－15(上)	0.911	-0.104 7	0.064 5	-0.023 5	0.002 3	-0.000 2	0.041	356.36
B－2（下）	1.137 5	0	0.092 3	-0.099 2	0.018 6	0	0	20.04

注：①绝对误差为各实验点的平均值；②相对误差为各实验点处的平均值。

由表 1、表 2、表 3 与图 1 可知该数学模型法拟合的曲线和相应的实验点相差无几，小于实验室量测允许误差（百分表的精度为 0.01 mm，假定天然孔隙比为 0.5，则土样高度为 13.3 mm，即孔隙比 e 只能准确到 0.000 75），故该模型精度是满足要求的。

5　结　语

(1) 用数学模型法拟合曲线，应用计算机求解，可以减少人工绘制曲线的误差，提高工作效率。

(2) 该模型满足实验精度的要求。

(3) 用数学模型法可以比较容易地找到最大曲率点，更便于使用 C 法。

(4) 润扬大桥土样分析结果表明，该模型对软粘土是适用的，可能砂土也适用。

(5) 数学模型法是建立在理论和一些试验研究之上，为避免各方面的偶然性，建议用数学模型法确定先期固结压力。当然，这种方法还有待进一步的研究和检验。

参 考 文 献

[1] 魏道垛，胡中雄. 上海浅层地基上的前期固结压力及有关压缩参数的试验研究[J]. 岩土工程学报，1980，2 (4): 13 - 22.

[2] 张淑焕. 确定先期固结压力的新方法[J]. 港口工程，1988 (6): 44 - 49.

[3] Casagrande A. The determination of the preconsolidation load and its practical significance[J], Proc. of First ICMFE, 1936 (3): 60 - 64.

[4] 唐益群，叶为民. 土木工程测试技术手册[M]，上海：同济大学出版社，1999: 442 - 452.

[5] GB/T50123-1999，土工试验方法标准[S].