桩基础，承载力，参数，随机场

第4卷 第2期 岩 土 工 程 师 Vol. 4 No. 2
1992年5月 Geotechnical Engineer May 1992

P2, 4(2)
1-6

桩基承载力参数估计的随机场模型

李镜培 高大钊

（同济大学，上海）

TU 473·11

提 要

本文引入随机场理论建立了土层CPT的P_s值的随机场分析模型，并由此导出了桩的极限承载力R_u的空间均值和空间均值方差的计算公式。对土层P_s值的自相关特性进行了分析，给出了上海地区各典型土层P_s值的相关距离δ的参考值。通过对实际工程桩的极限承载力概率参数和桩基可靠性指标β的计算，证明本文计算方法具有较强的实用性。

一、前 言

由于静力触探试验（CPT）具有适用范围广和可连续测试等优点，其资料也比较真实地反映了现场土层的软硬程度，故采用CPT的p_s值来估算桩的承载力的方法受到了工程界普遍的重视。在《上海地基规范》（DBJ08—11—89）中采用了如下的估算公式[1]。

$$R_{uj}=U_p\sum_{i=1}^{n}f_{si}\cdot L_i+\alpha_b\cdot p_{sb}\cdot A_p \qquad (1)$$

式中 f_{si}——用p_s值估算的桩侧i土层的极限摩阻力；

即 $f_{si}=\alpha_{si}\cdot p_{si}+C_i$ (2)

p_{sb}——桩端附近土比贯入阻力的计算值，即

$$p_{sb}=\begin{cases}(p_{sb1}+\xi p_{sb2})/2 & (\overline{p}_{sb1}\leqslant\overline{p}_{sb2})\\ p_{sb2} & (\overline{p}_{sb1}>\overline{p}_{sb2})\end{cases} \qquad (3)$$

α_b、α_{si}、C_i、ζ——与土类有关的修正系数，可按规范中有关规定选用。

在R_u的估算式R_{uj}中，p_{si}、p_{sb}应视为随机量，用概率方法处理。然而，以往的概率分析方法是将土性参数当作单一的随机变量来处理，用“点”的概率特征来描述具有一定空间效应的土性随机特征。忽视了具有连续特性的土层相邻点之间的作用即空间相关性，导致了许多错误的结果。为了考虑土性的这种空间相关性，拟引入随机场计算理论，在建立土性参数随机场模型的基础上，分析桩基承载能力的概率特征。

二、土层ps值的随机场模型

某土层在深度Z处的p_s值可用下式表示

$$p_s(Z) = m(Z) + X(Z) \quad (4)$$

这里$m(Z)$为土层中某点p_s的均值，其值可能为常数或深度Z的确定性函数，通常可用Z的线性函数近似表示，如图1所示。$X(Z)$为土层p_s的随机分量部分，其空间均值为零。

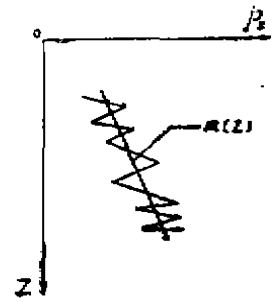


图1 m(Z)的变化趋势

p_s在[Z，Z+ΔZ]区间的空间均值$\overline{p}_s$和空间均值方差$\overline{p}_s$分别为

$$\overline{p}_s = m(\overline{Z}) + \overline{X}(Z) = \frac{1}{\Delta Z}\int_z^{z+\Delta z} m(\tau)\,d\tau \quad (5)$$

$$\widetilde{p}_s(Z) = \widetilde{m}(Z) + \widetilde{X}(Z) = \widetilde{X}(Z) \quad (6)$$

由于X的空间均值为零，故它可看作“统计上均匀”的随机变量，其空间均值方差为

$$\overline{X}(Z) = \sigma^2\frac{2}{\Delta Z}\int_0^{\Delta z}\left(1-\frac{\tau}{\Delta Z}\right)\cdot\rho(\tau)\,d\tau = \sigma^2\Gamma^2(\Delta Z) \quad (7)$$

这里$\rho(\tau)$为X的自相关函数，σ^2为X的点方差。$\Gamma^2(\Delta Z)$起着使$\overline{X}(Z)$比σ^2缩小的作用，称为方差折减函数，其值在0～1.0之间。

根据Vanmarcke的理论[2]，若存在

$$\lim_{\Delta z\to\infty}\Gamma^2(\Delta Z)\cdot\Delta Z = \delta \quad (8)$$

则对充分大的ΔZ有如下的近似式

$$\Delta Z\cdot\Gamma^2(\Delta Z) \approx \delta \quad (9)$$

这里δ称为相关距离。它表示在$\Delta Z\leqslant\delta$时$X(Z)$是相关的；而在$\Delta Z>\delta$时，$X(Z)$基本上不相关。

从（9）式，可得

$$\Gamma^2(\Delta Z) \approx \frac{\delta}{\Delta Z} \quad (10)$$

可见，只要求得了土层p_s的随机分量X的相关距δ，便可求得相应的方差折减系数$\Gamma^2(\Delta Z)$，进而求出p_s的空间均为方差。

三、土层p_s的相关距离分析

土层p_s的相关距离δ与土类及土的成因有关，故其值应根据现场CPT资料来确定。方法是从测得的p_s曲线中分别按不同间距ΔZ_i（0.1m，0.2m、0.3m，…等）采集p_s子样，然后减去$m(Z)$处理成X的子样，再用递推平均法[2]求相应的相关距离。对应不同的ΔZ_i值，将获得不同的δ值，可取$\Delta Z_i\approx\delta$时的值作为此土层的相关距离。

土层的δ值具有很强的地区经验性。表1是根据上海地区典型土层的p_s实测曲线求得的相关距离δ的变化范围，可供计算时参考。对距地表3m以内的表土层，f_s的估算值为常量即$f_s=15$kPa，故可不计其随机影响。

维普资讯 http://www.cqvip.com

上海地区桩侧典型土层的相关距离δ参考值　　表 1

土层编号	土层名称	厚度(m)	δ值(m)
③	灰色淤泥质亚粘土（夹粉砂）层	5～10	0.40～0.80
④	灰色淤泥质粘土层	8～15	1.00～1.50
⑤	灰色粘土、亚粘土层	6～10	0.60～1.20
⑥	暗绿色粘土层	3～5	0.50～1.80
⑦	粉砂层	10～20	0.25～0.60

四、桩侧与桩端土p_s的空间均值和方差分析

1．桩侧土情况

从现场CPT得到的p_s曲线中，对应各土层的相关距离δ_i选取p_{si}的统计子样x_1、x_2、…、x_k、…、x_{ni}，子样容量$n_i=\mathrm{Int}(L_i/\delta_i)$。这里Int为取整函数，$L_i$为$i$层土的厚度。这样，子样间距$\Delta Z\approx\delta_i$，可以认为各子样相互独立。于是$p_s$的点均值和点方差可由下式估计。

$$\begin{cases} m_i\approx\dfrac{1}{n_i}\sum\limits_{k=1}^{n_i} x_k \\ \sigma_i^2\approx\dfrac{1}{n_i-1}\sum\limits_{k=1}^{n_i}(x_k-m_i)^2 \end{cases} \tag{11}$$

而p_s在L_i范围内的空间均值和方差则为

$$\overline{P}_{si}=m_i \tag{12}$$

$$\widetilde{p}_{si}=\sigma^2{}_i\cdot\Gamma^2(L_i)$$

由于$\Gamma^2(L_i)\approx\dfrac{\delta_i}{L_i}$，故

$$\widetilde{p}_{si}\approx\sigma^2{}_i\cdot\delta_i/L_i \tag{13}$$

2．桩端土情况

（1）当上层土比下层土软即$\overline{P}_{sb1}\leqslant\overline{P}_{sb2}$时

与$\widetilde{p}_{si}$计算相仿，在计算范围（$L_{b1}=8d$，或$L_{b2}=4d$）内，采集p_{sb1}（或p_{sb2}）的不相关子样，并计算其点均值和点方差m_{b1}（或m_{b2}）和σ_{b1}^2（或σ_{b2}^2）。这样可以得到相应的$\overline{p}_{sb1}$和$\widetilde{p}_{sb1}$（或$\overline{p}_{sb2}$，$\widetilde{p}_{sb2}$）的估算式

$$\begin{cases} \overline{P}_{sb1}=m_{b1} \\ \widetilde{p}_{sb1}=\delta^2{}_{b1}\cdot\delta_{b1}/8d \\ \overline{P}_{sb2}=m_{b2} \\ \widetilde{p}_{sb2}=\delta^2{}_{b2}\cdot\delta_{b1}/4d \end{cases} \tag{14}$$

考虑到取样的连续性，而p_{sb1}，p_{sb2}的子样间距均约等于相应的相关距离，因此可以认

为

$$COV(p_{ab_1}, p_{ab_2}) = 0 \tag{15}$$

于是由（3）式可求得

$$\widetilde{p}_{ab} = \frac{1}{16d}\left(\frac{1}{2}\cdot\delta_{b_1}\cdot\sigma^2_{b_1} + \zeta\cdot\delta_{b_2}\cdot\sigma^2_{b_2}\right) \tag{16}$$

（ii）当上层土比下层土硬即$\overline{P}_{ab_1} > \overline{P}_{ab_2}$时

此时$\overline{p}_{ab} = m_{b_2}$，由于$m_{b_2}$的计算范围为桩端下厚度为$L_{b_2} = 4d$的土层，据此可得

$$\widetilde{p}_{ab} = \widetilde{p}_{ab_2} = \frac{1}{4d}\cdot\delta_{b_2}\cdot\sigma^2_{b_2} \tag{17}$$

五、桩的极限承载力R_u的概率特征

考虑到极限承载力估算R_{uj}本身存在误差，引入一个随机变量η，计入这种误差的影响。即：

$$R_u = \eta\cdot R_{uj} \tag{18}$$

根据上海地区的统计结果①，η的均值$\overline{\eta} = 1.0$变异系数$V_\eta = 0.15$。

由（18）式可以求得R_u的空间均值

$$\overline{R_u} = \overline{\eta}\cdot\overline{R_{uj}} = \overline{R}_{uj} = U_p\cdot\sum_{i=1}^{n}\overline{f}_{si}\cdot L_j + \alpha_b\cdot\overline{p}_{ab}\cdot A_p \tag{19}$$

而R_u的空间均值方差为

$$\widetilde{R}_u = \overline{R}^2_{uj}\cdot\sigma^2_\eta + \overline{\eta}^2\cdot\widetilde{R}_{uj} = \overline{R}^2_{uj}\cdot V^2_\eta + \widetilde{R}_{uj} \tag{20}$$

这里$\widetilde{R}_{uj} = U^2_p\Sigma\widetilde{f}_{sj}\cdot L^2_j + \alpha^2_b\cdot\widetilde{P}_{ab}\cdot A^2_p$ (21)

$\widetilde{f}_{sj}$可以由（2）式导得如下

$$\widetilde{f}_{sj} = \alpha^2_{sj}\cdot\widetilde{p}_{sj} \tag{22}$$

六、算 例

某桩基工程的土层情况如图2及表2所示。桩的几何尺寸如下：

①高大钊，李镜培等。单桩竖向承载力参数及桩身强度可靠度分析。全国建筑桩基设计与施工规范讨论会，1990

维普资讯 http://www.cqvip.com

桩侧土层土性指标值　　表2

土层序号	土层编号	L_i (m)	$\overline{P_{si}}$ (kPa)	σ_i (kPa)	δi (m)	f_{si} (kPa)
1	①	1.0				15.0
2	②	1.5				15.0
3	③及③夹	8.3	630.0	400.0	0.65	31.5
4	④	14.6	750.0	230.0	1.42	37.5
5	⑥	2.6	2360.0	950.0	0.65	84.0

$L=28.00\text{m}$　　$d=0.50\text{m}$　　$A_p=0.20\text{m}^2$

$U_p=1.57\text{m}$

根据《上海地基规范》，α_{si}可由$\overline{P}_{si}$确定，它们分别为$\alpha_{s3}=0.05$，$\alpha_{s4}=0.05$，$\alpha_{s5}=0.025$。

桩端土p_{sb}的平均值$\overline{p}_{sb}=\overline{p}_{s5}=2360.0\text{kPa}$，$\alpha_b=0.83$。

由(10)式计算桩的极限承载力R_u的均值$\overline{R}_u$

$$\begin{aligned}\overline{R}_u &= 1.57\times(15\times1.0+15\times1.5+31.5\times8.3\\&\quad+37.5\times14.6+84.0\times2.6)\\&\quad+0.83\times2360.0\times0.2\\&=2063.6\ (\text{kN})\end{aligned}$$

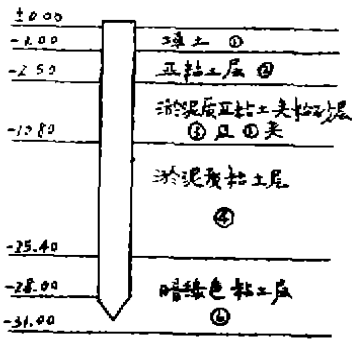


图2　桩基剖面图

由(13)式、(6)式计算p_{si}、p_{sb}的空间均值方差$\widetilde{p}_{si}$、$\widetilde{p}_{sb}$

$$\widetilde{p}_{s1}=\widetilde{p}_{s2}=0$$

$$\widetilde{p}_{s3}=400^2\times0.65/8.3=1.25\times10^4\ (\text{kPa})^2$$

$$\widetilde{p}_{s4}=230^2\times1.42/14.6=0.51\times10^4\ (\text{kPa})^2$$

$$\widetilde{p}_{s5}=950^2\times0.55/2.6=19.10\times10^4\ (\text{kPa})^2$$

$$\widetilde{p}_{sb}=950^2\times0.55/(10\times0.5)=10.00\times10^4\ (\text{kPa})^2$$

由(21)式计算$\widetilde{R}_{u1}$

$$\begin{aligned}\widetilde{R}_{u1} &= 1.57^2\times(0.05^2\times1.25\times8.3^2+0.05^2\times0.51\times14.6^2\\&\quad+0.025^2\times19.10\times2.6^2)\times10^4+0.83^2\times10.0\times10^4\times0.2^2\\&=1.68\times10^4\ (\text{kN})^2\end{aligned}$$

由(20)式计算R_u的空间均值方差$\widetilde{R}_u$

$$\begin{aligned}\widetilde{R}_u &= 2063.6^2\times0.15^2+1.68\times10^4\\&=11.30\times10^4\ (\text{kN})^2\end{aligned}$$

而R_u的变异系数则为

维普资讯 http://www.cqvip.com

$V_{Ru}=\sqrt{11.30\times10^{4}}/2063.6$

$=0.16$

设总荷载，$S=G+Q$，其中G为恒载，Q为活载。根据《建筑结构统一标准》，G、Q的变异系数可取$V_G=0.07$，$V_Q=0.29$。而S的变异系数为

$$V_S=\frac{1}{1+\rho}\sqrt{V_G^2+\rho^2V_Q^2}$$

若取荷载比$\rho=1.0$，则$V_S=0.15$。

通常可假设S符合极值I型分布，R_u符合对数正态分布。由一次二阶矩的验算点法可求得当安全系数$K=\overline{R_u}/m_s=2.0$时，可靠性指标$\beta=2.60$。

七、结 语

本文采用随机场模型对上海地区的桩基进行了可靠性分析，求得的极限承载力变异系数和可靠性指标β值均在合理的范围内。作为对比，可以采用p_s的点均值和点方差来推算R_u的变异系数，按本文算例条件可得$V_{Ru}=0.32$，相应的β值为1.38。如此小的β值是很不可信的。因此，采用随机场理论来研究土层的概率特征是非常必要的。另外，若不计计算误差，则$V_{Ru}=0.07$，此时β值为4.75，可见计算误差给可靠性分析影响较大。其次，本文给出的上海地区典型土层p_s值的相关距离参考值具有一定的实用价值。

参 考 文 献

1 上海市标准：地层基础设计规范（DBJ08—11—89）.1989

2 Vanmarcke E H.probabilistic modeling of soil profile. ASCE, Vol.103, GT11, 1977

Stochastic Field Modelling of Load-bearing Capacity Parameters of Piles

Li Jingpei, Gao Dazhao

Abstract

In this paper, by means of stochastic field theory, a stochastic field modelling of CPT of soil profiles is presented. The numerical formulation has been derived for special everage and deviation of ultimate bearing capacity of piles. The Self-correlation characters of p_s value of soil propfiles have been analysed and the scale fluctuation δ have been available reference in Shanghai region. The example given in this paper shows that the computation procedure has proved itself to be useful in practice.