维普资讯 http://www.cqvip.com

第29卷第2期
2001年2月

同济大学学报
JOURNAL OF TONGJI UNIVERSITY

Vol. 29 No. 2
Feb. 2001

弹粘塑性3D-FEM在地基蠕变沉降预测中的应用

安关峰[1]，高大钊[2]

（1 中国地质大学 工程学院，湖北武汉 430074；2. 同济大学 地下建筑与结构工程系，上海 200092）

摘要：采用适用于上海饱和软土的粘弹塑性模型，研制了三维有限元软件．应用该软件对上海华盛路住宅大楼地基沉降进行了预测，并与实测值进行了对比．结果表明，采用该本构模型和分步施加荷载方法进行地基蠕变沉降预测是可靠的．

关键词：粘弹塑性模型；流变；线性；三维有限元

中图分类号：TU 470⁺.3　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：0253－374X(2001)02－0195－05

3D-FEM Application to the Prediction of Creep Settlement of Soft Clay Considering Elastic-visco-plastic Constitution

AN Guan-feng[1], *GAO Da-zhao*[2]

(1. Engineering School, China University of Geoscience, Wuhan 430074, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The elastic-visco-plastic constitution has been employed in programming 3D-FEM for the soft saturated clay in Shanghai. The program also has been applied to predicting the foundation settlement of residence building at Huasheng road. The comparison between the predicted value and measured value proves that it is reliable to adopt the constitution and step loading method in the creep settlement.

Key words: elastic-visco-plastic constitution model; rheologic; linear; three dimensional finite element

土不仅具有弹性和塑性性能，而且还具有粘滞性，即流变性，这已为人们所认识．我国广大沿海地区饱和软弱土层触变性高、压缩性大而又强度低，具有明显流变特性．加深对软粘土流变特性的认识，应用有限元计算方法对实际岩土工程的长期安全进行分析具有重要的现实意义．

本文应用研制的三维粘弹塑性有限元计算软件对上海华盛路高层住宅大楼的地基沉降进行了预测，得到了比较理想的效果．

1 弹粘塑性模型

据文献[1]对上海地区饱和软粘土的研究可知上海饱和软粘土流变以粘塑性为主，粘弹性是次要的，可简化为弹粘塑性体．故本文采用线性弹粘塑性理论模型对上海软土地基在荷载作用下的蠕变沉降进行研究（见图1）．

在处理非线性连续体问题时，通常假定，可把总应变 ϵ 分为弹性分量 ϵ_e 和粘塑性分量 ϵ_{vp} 两部分，总应变率可表示为

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_{vp} \tag{1}$$

式中“·”代表对于时间的微分．

收稿日期：1999－04－07
作者简介：安关峰(1970－)，男，河北秦皇岛人，博士生．

维普资讯 http://www.cqvip.com

1.1 弹性应变率

依赖于弹性应变率的总应力率按下式计算：

$$\dot{\sigma} = \boldsymbol{D}\dot{\varepsilon}_e \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{D}$ 为弹性矩阵.

1.2 粘塑性应变

根据标量形式的屈服条件

$$F(\sigma, \dot{\varepsilon}_{vp}) - F_0 = 0 \tag{3}$$

确定是否出现粘塑性状态.式中 F_0 是单向屈服应力,它本身可以是强化参数 κ 的函数.这里假定,只有当 $F>F_0$ 时才出现粘塑性流动.本文的有限元程序含有四个常用屈服准则,即 Tresca 准则、Von Mises 准则、Mohr-Coulomb 准则、Drucker-Prager 准则.

采用粘塑性应变速率只由当前应力确定这一方案,作为确定粘塑性应变的法则,因此有

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = f(\sigma) \tag{4}$$

由以下粘塑性流动法则给出了式(4)的一个显式,即

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \gamma < \Phi(F) > \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \tag{5}$$

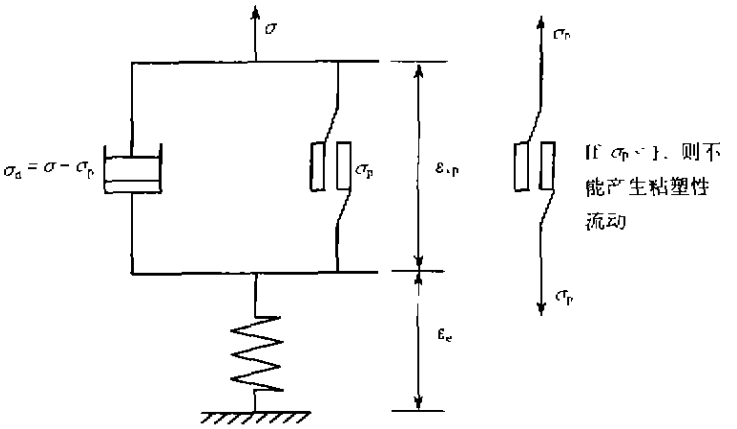


图1 弹粘塑性模型

Fig. 1 Elastic-visco-plastic constitution

式中：$Q=Q(\sigma, \dot{\varepsilon}_{vp}, \kappa)$是"塑性"势；$\gamma$ 是控制塑性流动率的流动参数；$\Phi(x)$对于 $x>0$ 是正的单调递增函数；符号〈 〉表示

当

$$\begin{cases} x > 0: \langle \Phi(x) \rangle = \Phi(x) \\ x \leqslant 0: \langle \Phi(x) \rangle = 0 \end{cases} \tag{6}$$

采用相关联的塑性流动法则,这里有 $F=Q$,因而式(1)~(5)可变为

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \gamma \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma} \gamma \langle \Phi \rangle \boldsymbol{\alpha} \tag{7}$$

式中的 $\boldsymbol{\alpha}$ 为流动矢量.Φ 有以下两种形式：

$$\begin{cases} \Phi(F) = e^{M(\frac{F-F_0}{F_0})} - 1 \\ \Phi(F) = (\frac{F-F_0}{F_0})^N \end{cases} \tag{8}$$

式中 M 和 N 是确定的常数,对岩土材料可取为 1.0.

1.3 粘塑性应变增量

由式(7)表示的应变率,采用隐式的时间步进方案,则可由式(9)确定在时间间隔内所产生的应变增量为

$$\Delta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^n_{vp} = \Delta t_n [(1-\Theta)\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^n_{vp} + \Theta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{n+1}_{vp}] \tag{9}$$

当 $\Theta=0$ 时,为"全显式法"(或前向差分法);当 $\Theta=1$ 时,为"全隐式法"(或后向差分法);$\Theta=1/2$ 时,为"隐式梯形法".

为求出式(9)中的 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{n+1}_{vp}$,可以用有限 Taylor 级数展开式,写成

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{n+1}_{vp} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^n_{vp} + [H^n]\Delta \boldsymbol{\sigma}^n \tag{10}$$

式中

$$[H^n] = \left(\frac{\partial \dot{\varepsilon}_{vp}}{\partial \sigma}\right)^n = [H^n(\sigma^n)] \tag{11}$$

而 $\Delta \boldsymbol{\sigma}^n$ 是在时间间隔 $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$ 内产生的应力改变量.于是式(9)可重新写为

维普资讯 http://www.cqvip.com

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{vp}}^{n} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{vp}}^{n}\Delta t_n + [C^n]\Delta\boldsymbol{\sigma}^n \tag{12}$$

式中

$$[C^n] = \Theta\Delta t_n[H^n] \tag{13}$$

式(11)定义矩阵 $\boldsymbol{H}$，它的特征值确定了可用于显式积分法的极限步长 Δt_n. 矩阵 $\boldsymbol{H}$ 与应力值有关，其具体计算可参考有关文献.

1.4 应力增量

用式(2)的增量形式得到

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}^n = [D]\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{e}}^{n} = [D](\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^n - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{vp}}^{n}) \tag{14}$$

或者用位移增量来表示总的应变增量

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^n = [B]\Delta\boldsymbol{d}^n \tag{15}$$

并由式(12)将 $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{vp}}^{n}$ 代入式(14)变为

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}^n = [\hat{D}^n](\,[B]\Delta\boldsymbol{d}^n - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{vp}}^{n}\Delta t_n) \tag{16}$$

式中

$$[\hat{D}^n] = (I + [D][C^n])^{-1}[D] = ([D]^{-1} + [C^n])^{-1} \tag{17}$$

在式(15)和式(16)中，$[B]$ 为应变矩阵. 当用相关联的粘塑性法则时，$[C^n]$ 为对称矩阵；而对于不相关联的情况，$[C^n]$ 是非对称的，进行分析时需要求解非对称方程.

1.5 平衡方程求解

在任一瞬时 t_n 都要满足平衡方程

$$\int_{\Omega}[B]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma}^n\mathrm{d}\Omega + \boldsymbol{f}^n = 0 \tag{18}$$

式中 $\boldsymbol{f}^n$ 是由作用的面力、体力、热荷载等所产生的等效结点荷载矢量. 在时间增量过程中，必须满足由式(18)的增量形式所给出的平衡方程，即

$$\int_{\Omega}[B]^{\mathrm{T}}\Delta\boldsymbol{\sigma}^n\mathrm{d}\Omega + \Delta\boldsymbol{f}^n \neq 0 \tag{19}$$

式中 $\Delta\boldsymbol{f}^n$ 表示载荷在时间间隔 Δt_n 内的变化. 工程中大量问题的载荷增量，是按不连续的时间间隔施加的. 除了第一次时间间隔有增量变化外，对于其他时间间隔 $\Delta\boldsymbol{f}^n = 0$.

用式(12)可以算出在时间步长 Δt_n 的位移增量为

$$\Delta\boldsymbol{d} = [K_{\mathrm{t}}^n]^{-1}\Delta\boldsymbol{V}^n \tag{20}$$

$$\Delta\boldsymbol{V}^n = \int_{\Omega}[B]^{\mathrm{T}}[\hat{D}^n]\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{vp}}^{n}\Delta t_n\mathrm{d}\Omega + \Delta\boldsymbol{f}^n \tag{21}$$

式中 $[K_{\mathrm{t}}^n]$ 是具有下列形式的切线刚度矩阵：

$$[K_{\mathrm{t}}^n] = \int_{\Omega}[B]^{\mathrm{T}}[\hat{D}^n][B]\mathrm{d}\Omega \tag{22}$$

而 $\Delta\boldsymbol{V}^n$ 称为伪载荷增量. 当把位移矢量回代到式(11)时，给出应力增量，因此有

$$\begin{cases}\boldsymbol{\sigma}^{n+1} = \boldsymbol{\sigma}^n + \Delta\boldsymbol{\sigma}^n \\ \boldsymbol{d}^{n+1} = \boldsymbol{d}^n + \Delta\boldsymbol{d}^n\end{cases} \tag{23}$$

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{vp}}^{n} = [B]^n\Delta\boldsymbol{d}^n - [D]^{-1}\Delta\boldsymbol{\sigma}^n \tag{24}$$

于是有

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{vp}}^{n+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{vp}}^{n} + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{vp}}^{n} \tag{25}$$

用应变率的检查方法，可以检查是否已达到了静态或稳态条件. 即在每一时间间隔要计算 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\mathrm{vp}}$，直到这个量小到容许的数值时就可中止该时间步长内的迭代.

1.6 时间步长的选择

为了保证时间步进法在数值计算上是稳定的，以及保证在任一步骤中解的精度，有必要对时间步长加以限制. 本文采用下述经验法确定.

每个时间间隔的时间步长可以是常数也可以是变数. 若用变步长时，时间步长的大小是用一个因子来

维普资讯 http://www.cqvip.com

控制的,它限定最大的等效粘塑性应变增量在总有效应变中所占的部分,因此

$$\Delta\bar{\varepsilon}^{n}_{vp}=\sqrt{\frac{2}{3}(\dot{\varepsilon}^{n}_{ij})_{vp}(\dot{\varepsilon}^{n}_{ij})_{vp}}\Delta t_n\leqslant\tau\bar{\varepsilon}^{n} \tag{26}$$

上述方法中的另一中方案则是按照

$$\sqrt{(\dot{\varepsilon}^{n}_{ii})_{vp}}\Delta t_n\leqslant\tau\sqrt{\varepsilon^{n}_{ii}} \tag{27}$$

来限定时间步长的.其中是 ε^{n}_{ii} 总应变的第一不变量,而 $(\dot{\varepsilon}^{n}_{ij})_{vp}$ 是粘塑性应变率的第一不变量.对于等参元,所有应变值只在高斯积分点上进行计算,因此,必须对每一高斯积分点算出满足式(26)或(27)的 Δt_n,并把最小值用于分析.对于显式时间步进法时间增量参数 τ 的值,在 $0.01<\tau<0.15$ 的范围内限能得到精确的结果.对于隐式法 τ 在10以内时结果是稳定的.

当用变时间步进法时,还可采用另一种有用的方法,即按照 $\Delta t_{n+1}\leqslant k\Delta t_n$ 方法来限制任意两区间之间时间步长的变化.式中 k 为给定的常数,经验表明取 $k=1.5$ 值是合适的.

2 软件的应用

为了应用所研制的三维有限元计算软件,本文采用文献[2]提供的资料对地基沉降进行预测来检验该软件的可靠性.

2.1 工况

上海华盛路高层住宅大楼高12层,有地下室两层,采用天然地基与补偿式箱形基础.基础平面尺寸为57.6 m×14.3 m,基底标高−6.45 m,基底附加压力5.0 t/m^2.基底下面压缩层平均模量为3 600 kPa.

2.2 计算几何模型

考虑基础附加应力的水平影响范围为 $2B$(B 为基础宽度)的区域,故水平方向影响范围为288 m×71.5 m.但考虑到基础水平向的对称形式,故计算时依据对称性取上述区域的四分之一,即144 m×35 75 m.在竖直方向上,参照文献[3]中对地基压缩层厚度的推测,考虑地表25 m内以淤泥质土为主的区域,所以计算范围取144 m×35.75 m×25.0 m.

2.3 基本物理参数

土体的计算参数如下[2,4]:$E=3\,600$ kPa;$\mu=0.4$;$\rho=1.8$ kg/m^3;$C=15.2$ kPa;$\Phi=17.7°$;$\gamma=0.000\,05$/(kPa·d).E,ρ,C,Φ 值由常规实验实测,μ 取经验值,γ 由单轴蠕变实验测得.

基础计算参数:$E=30\,000$ MPa;$\mu=0.2$;$\rho=2.4$ kg/m^3.

2.4 计算结果与分析

本次剖分采用八节点六面体等参单元,得1 300个节点,972个单元.其中基础单元24个,土体单元948个.

2.4.1 应力分布

考虑到施工时建筑荷载逐渐施加,故计算时采用分级加载方式施加荷载($P=10$、20、30、40、50 kPa).在荷载作用下基底沉降曲面由图2所示,基底(−6.45 m)水平面上的垂直方向应力分布由图3所示.由图2可看到在基础范围内存在一个沉降盆,沉降盆的大小计算所得范围约为40 m×30 m.

计算得最大沉降点在基础中心,在此范围外该水平面略有隆起.计算得最大隆起值为1.355 171 mm.由图3可清楚得看到基础下垂向应力分布特点.在

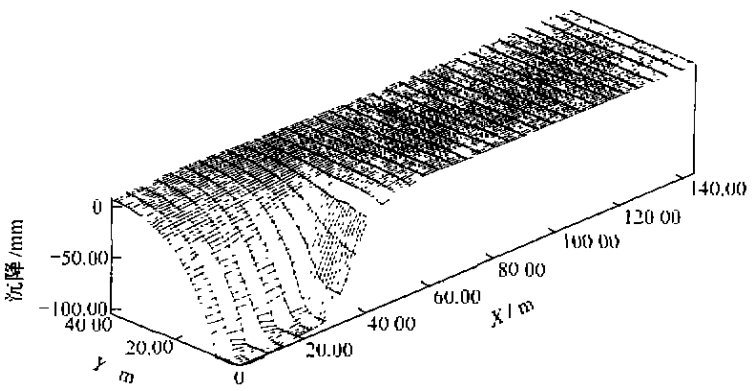


图2 基底沉降曲面图

Fig.2 Settlement surface of foundation bottom

维普资讯 http://www.cqvip.com

基础的角点处垂向应力最大. 在 X 方向做基底水平面垂向应力曲线(见图 4)和基底中心点垂向应力随时间变化曲线(见图 5). 由于垂向应力量值较大，故图 4 不能明显反映出应力曲线随时间变化特点，但是它能反映出应力随时间发生调整. 图 5 可表明基础底面中心点应力随时间而增加的特点.

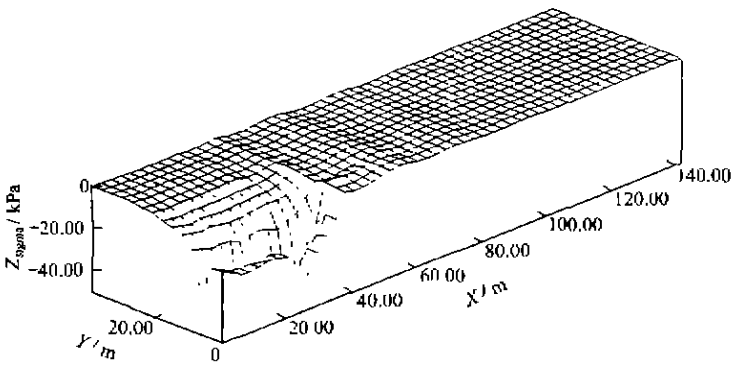


图 3　基底(－6.45 m)水平面上的垂直方向应力分布

Fig. 3　Vertical stress distribution on the horizontal level of bottom

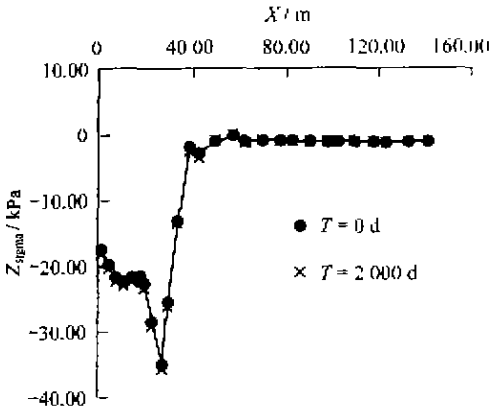


图 4　基底垂向应力随时间变化情况

Fig. 4　Vertical bottom stress-time

2.4.2　理论预测值和实测值比较

将基底中心点沉降随时间变化的理预测值和实测值绘制成曲线(见图 6). 由图 6 可见由于在计算时考虑了施工荷载的分布施加，计算所得曲线实测曲线比较一致. 说明采用本文的本构模型和分步施加荷载方法是可靠的.

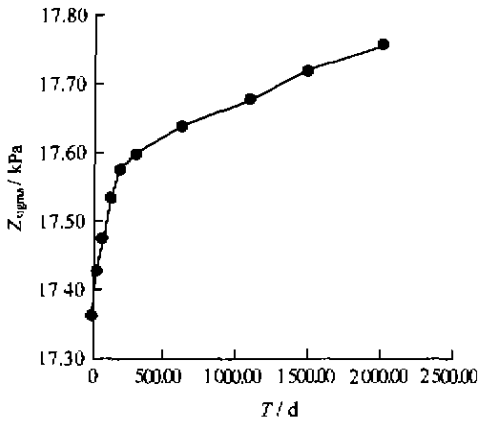


图 5　基底中心点应力随时间变化

Fig. 5　Foundation bottem center stress-time

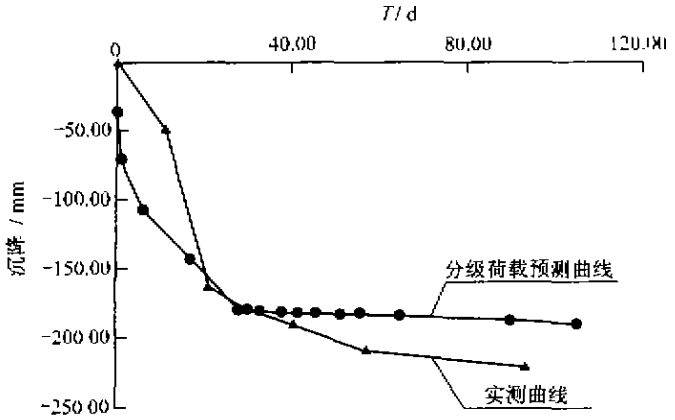


图 6　基底中心沉降实测曲线与预测曲线

Fig. 6　The comparison between measured cureve and calculated curve on the bottom centor

3　结论

通过以上计算分析和实测对比得出如下结论：

(1) 在进行地基蠕变沉降计算时，为反映荷载的施加对沉降的影响，需考虑分步施加荷载.

(2) 合理选用反映软土流变特性的本构关系是进行地基蠕变沉降预测的基础.

参考文献：

[1] 谢　宁，孙　钧. 上海地区饱和软粘土流变特性[J]. 同济大学学报，1996，24(3)：233－237.

[2] 史玉成. 上海地区软土流变特性理论分析与工程应用研究[D]. 上海：同济大学，1990.

[3] 国家建委建筑科学研究院地基所. 上海华盛路高层住宅箱形基础测试报告[R]. 上海：同济大学，1977.

[4] 李希元. 土体三维非线性流变属性及其在深大基坑开挖工程中的应用研究[D]. 上海：同济大学，1996.