维普资讯 http://www.cqvip.com

第2卷 第1期
2004年3月

福建工程学院学报
Journal of Fujian University of Technology

Vol.2 No.1
Mar. 2004

文章编号:1672-4348(2004)01-0061-04

弹性承台下沉降控制复合桩基的变分法研究

李韬[1],黄建华[1,2],高大钊[1]

(1. 同济大学地下建筑与工程系,上海 200092; 2. 福建工程学院土木工程系,福建 福州 350007)

摘要:在刚性承台下桩筏基础变分计算方法的基础上,采用弹性薄板单元,引进弹性承台,给出了计算方法并考虑了承台刚度变化对复合桩基工作性状的影响。应用本方法对一工程算例进行计算分析,结果表明承台刚度的变化对桩土分担比有显著影响。

关键词:复合桩基;承台;变分法

中图分类号:TU473.1 **文献标识码**: A

A variation method study of composite pile under elastic cap

LI Tao[1], HUANG Jian-hua[1,2], GAO Da-zhao[1]

(1. Geotechnical Engineering Department, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Civil Engineering Department, Fujian University of Technology, Fuzhou 350007, China)

Abstract: Based on the study of variation method of pile foundation with rigid raft, the computational method for composite pile foundation under elastic cap was given by introducing thin elastic plate element, and the influence on composite pile behavior of cap rigidity variation was considered furthermore. A simple engineering example was computed by this method. It showed that the variation of cap rigidity can cause remarkable changes with load bearing ratios of soil and pile group respectively.

Keywords: composite pile; cap; variation method

0 前言

沉降控制复合桩基是以变形控制为原则,承台下地基土体与桩共同分担外荷载、按沉降控制要求确定用桩数量的大桩距(一般在5~6倍桩径以上)低承台摩擦桩基,是介于天然地基上浅基础与常规低承台摩擦桩基之间的一种基础形式。按照这种设计方法,根据不同的容许沉降量要求,与常规方法设计的桩基相比,用桩数量有不同程度的减少,在保证沉降量满足设计要求的前提下,工程造价更为经济,有着令人鼓舞的技术经济效益。但是目前沉降控制复合桩基承载力机理与沉降发展的理论研究尚显不足,有待进一步的工作。国内许多研究者对复合桩基的整体分析方法做了大量研究。黄绍明等人(1991,1992)采用基于Mindlin应力解的Geddes单桩荷载应力公式计算土中附加应力,用分层总和法计算复合桩基沉降。宰金珉(2001)系统提出了有限层-有限元法分析群桩-承台-土体共同作用的方法。陈明中,龚晓南等人(2001)采用变分法建立了群桩-筏板与上部结构-土体的整体刚度矩阵分析方法。岳建勇(2002)采用三维弹塑性有限元分析研究了复合桩基的荷载传递和承载力发挥机理,对复合桩基沉降发展变化规律做了分析。W. Y. Shen, Y. K. Chow & K. Y. Yong(1997,2000)采用变分法给出了刚性承台下承台与桩土共同作用的分析,但是没

收稿日期: 2003-12-03

第一作者简介: 李韬(1977-),男(汉),山东日照人,现为同济大学地下建筑与工程系博士生,主要从事岩土工程的数值计算和工程应用等.

通讯作者简介:黄建华(1969-),男(汉),福建莆田人,高级工程师,主要从事岩土工程及地下结构工程研究和应用等。

维普资讯 http://www.cqvip.com

有对承台的具体分析加以讨论。

本文将基于 W.Y.Shen(1997,2000)提出的变分法,建立群桩-土体共同作用的柔度方程,采用弹性薄板理论的 Navier 解建立承台柔度方程,根据承台与群桩、土体的位移协调关系建立承台-群桩-土体的整体柔度方程,求解桩顶和承台下土体反力,进而得到桩顶和土体顶面沉降以及桩身剪力和位移的分布。

1 沉降控制复合桩基变分分析法

对承台与地面接触的群桩,从承台传递并由群桩和土体承担的荷载示于图1。

图2所示由承台传递的分布力作用的地表面积离散为一定数量单元。

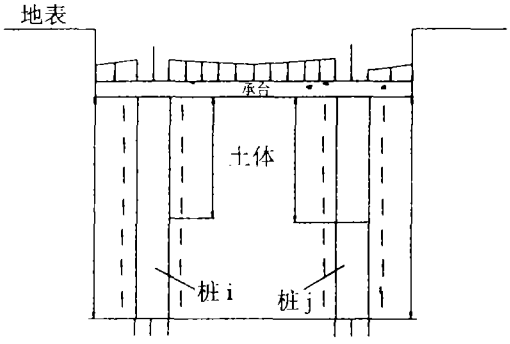


图1 复合桩基共同作用示意图

Fig.1 Sketch of combined action by composite pile foundation

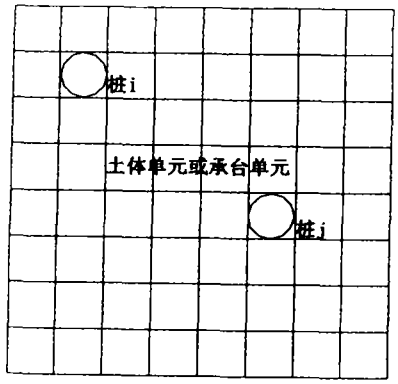


图2 水平面内单元划分示意图

Fig.2 Sketch of unit division in horizon

1.1 群桩势能

包含 np 根桩的群桩-土体总势能一般可表示为:

$$\pi_p = \sum_{i=1}^{np} \frac{1}{2}\iiint_v E_p\left(\frac{\partial w_a}{\partial z}\right)^2 dv + \frac{1}{2}\iint_s \{w_z\}^T\{W_z\}dS + \frac{1}{2}\iint_A \{W_b\}^T\{\sigma_b\}dA + \frac{1}{2}\iint_B \{W_s\}^T\{p_s\}dB - \{W_t\}^T\{P_t\} \quad (1)$$

其中第一项部分为群桩中桩的弹性应变能,第二项和第三项部分分别为沿桩身的剪应力 $\{\tau_z\} = \{t_{z1}, \tau_{z2}, \cdots, \tau_{znp}\}^T$ 和桩端正应力 $\{\sigma_z\} = \{\sigma_{b1}, \tau_{b2}, \cdots, \sigma_{bnp}\}^T$ 所做的功。第四部分为作用于地面的压力所做的功,其中 $\{p_s\} = \{p_{s1}, p_{s2}, \cdots, p_{sns}\}^T$,$\{W_s\} = \{W_{s1}, W_{s2}, \cdots, W_{sns}\}^T$,$ns$ 是地表土体单元数,B 表示每个土单元的面积。作用于地面的压力被看作承台向下位移引起的土体反作用力,因这种向下位移与桩的向下位移同时发生,导致土体反作用力做功。最后一项是 $\{P_t\} = \{P_{t1}, P_{t2}, \cdots, P_{tnp}\}^T$ 所作的功,$\{W_z\} = \{W_{z1}, W_{z2}, \cdots, W_{znp}\}^T$,$\{W_b\} = \{W_{b1}, W_{b2}, \cdots, W_{bnp}\}^T$ 和 $\{W_t\} = \{W_{t1}, W_{t2}, \cdots, W_{tnp}\}^T$ 分别为每根桩桩身、桩端和桩顶位移向量。

群桩中每根桩的位移可以用有限级数精确表示(Shen, et al. 1997):

$$W_i(z) = \sum_{j=1}^{k_1} \beta_{ij}\left(1 - \frac{z_i}{l}\right)^{j-1} \quad (i = 1,2,\cdots,np) \quad (2)$$

沿桩身的剪应力可以用有限级数表示为(Shen, et al. 1997):

$$\tau_{zi} = \sum_{j=1}^{k_2} \alpha_{ij}\left(\frac{z_i}{l}\right)^{j-1} \quad (i = 1,2,\cdots,np) \quad (3)$$

其中 α_{ij}、β_{ij} 为待定常数,z_i 为桩顶以下深度,k_1、k_2 为项数,一般在上述有限级数中取4项就足以描述群桩性状。

1.2 群桩-土体共同作用柔度方程

对式(1)求变分,对均质地基采用 Mindlin 位移解建立地基柔度矩阵,经过一系列矩阵运算后,得到群桩-土体共同作用柔度方程:

$$\begin{Bmatrix} W_t \\ W_s \end{Bmatrix} = [F_{ts}]\begin{Bmatrix} P_t \\ p_s \end{Bmatrix} \quad (4)$$

其中,$\{W_t, W_s\}^T$ 和 $\{P_t, p_s\}^T$ 分别表示桩顶和土单元的沉降和反力。

这样得到了将群桩-土体中桩顶和承台-土界面的荷载和位移建立直接关系的柔度矩阵。将这个柔度矩阵与有限柔度筏板的刚度矩阵组合,就可以进行承台-群桩-土体共同作用分析。

维普资讯 http://www.cqvip.com

2　弹性承台下沉降控制复合桩基的计算方法

本文采用弹性理论中的四边简支弹性薄板的 Navier 解。根据四边简支的矩形薄板的 Navier 解可知,在任意分布的荷载作用下,承台的挠度可以展开为收敛的双重三角级数

$$w_c(x,y)=\sum_{\rho=1}^{\infty}\sum_{\zeta=1}^{\infty}\frac{4\int_0^{L_c}\int_0^{B_c}q(x,y)\sin\frac{\rho\pi x}{L_c}\sin\frac{\zeta\pi y}{B_c}dxdy}{\pi^4 L_cB_cD_c\left[\frac{\rho^2}{L_c^2}+\frac{\zeta^2}{B_c^2}\right]}\sin\frac{\rho\pi x}{L_c}\sin\frac{\zeta\pi y}{B_c}\tag{5}$$

其中：$w_c(x,y)$—— 承台的挠度；

$q(x,y)$—— 分布荷载；

L_c、B_c—— 承台的长度和宽度；

ρ、ζ—— 级数的项数；

D_c ——承台的抗弯刚度，

$$D_c=\frac{E_c^2T_C^2}{12(1-v_c^2)}\tag{6}$$

其中 E_c、T_c、v_c ——承台的弹性模量、厚度、与泊松比。

2.1　承台柔度矩阵

假设在承台上点 $H(\zeta,\eta)$ 处受集中力作用，承台的挠度可以表示为：

$$w(x,y)=\frac{4P}{\pi^4L_cB_cD_C}\sum_{\rho=1}^{\infty}\sum_{\zeta=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{\rho\pi\zeta}{L_c}\sin\frac{\zeta\pi\eta}{B_c}}{\left[\frac{\rho^2}{L_c^2}+\frac{\zeta^2}{B_c^2}\right]^2}\sin\frac{\rho\pi x}{L_c}\sin\frac{\zeta\pi y}{B_c}\tag{7}$$

假设图 2 所示的承台与土体完全接触，即所有的承台单元有相应的土体单元。故承台所受的荷载为：承台上外荷载(包括分布力和集中力)、桩顶反力和承台与土体接触面上的分布力。设在 np 根桩的位置上有柱荷载(集中荷载)作用，柱荷载可以为零，每一个承台单元上的分布荷载分别为均匀的，但不一定具有同样的值。这样，可以得到外部荷载向量 $\{Q_t,\ q_s\}^T$，其中 $\{Q_t\}=\{Q_{t1},Q_{t2},\cdots,Q_{tnp}\}^T$ 为作用于承台上桩顶位置的集中荷载向量；$\{q_s\}=\{q_{s1},q_{s2},\cdots,q_{sns}\}^T$，为作用于每个承台单元上的分布力荷载。

此外，承台承受承台下反力向量 $\{P_t,\ p_s\}^T$ 的作用。这样，公式对照下可以得到承台挠度柔度矩阵 $[F_c]$：

$$[F_c]=\begin{bmatrix}F_{cpp} & F_{cps}\\ F_{csp} & F_{css}\end{bmatrix}\tag{8}$$

2.2　承台－群桩－土体整体分析

根据承台柔度矩阵可以得到承台上相应桩顶位置点和承台单元中心点的挠度计算公式：

$$\begin{Bmatrix}w_{ct}\\ w_{cs}\end{Bmatrix}=[F_c]\left(\begin{Bmatrix}Q_t\\ q_s\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}P_t\\ p_s\end{Bmatrix}\right)\tag{9}$$

式中，

$$\{w_{ct}\ w_{cs}\}^T=\{W_{cp1},w_{cp2},\cdots,w_{cpnp},w_{cs1},w_{cs2},\cdots,w_{csns}\}^T$$

由于承台与桩顶和土体完全接触，因此，承台与群桩桩顶、土体之间接触面上存在位移协调，不失一般性。取 1 号桩及其对应的承台点作为参照系，根据这一位移协调条件，得到：

$$\begin{Bmatrix}w_t\\ w_s\end{Bmatrix}-\{w_{p1}\}=\begin{Bmatrix}w_{ct}\\ w_{cs}\end{Bmatrix}-\{w_{c1}\}\tag{10}$$

式中 $\{w_{t1}\}$—1 号桩的桩顶沉降向量，为 $(np+ns)\times1$ 阶，见下式所示：

$$\{w_{t1}\}=[F_{a1}]\begin{Bmatrix}P_t\\ p_s\end{Bmatrix}\tag{11}$$

其中 $[F_{a1}]$ 为群桩与土体柔度矩阵 $[F_a]$ 的第一行元素组成的 $(np+ns)\times(np+ns)$ 阶矩阵；

$\{w_{c1}\}$—1 号桩对应的承台点的挠度向量，为 $(np+ns)\times1$ 阶，可表示为：

$$\{w_{c1}\}=[F_{c1}]\left(\begin{Bmatrix}Q_t\\ q_s\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}P_t\\ p_s\end{Bmatrix}\right)\tag{12}$$

其中 $[F_{c1}]$ 为承台柔度矩阵 $[F_c]$ 的第一行元素组成的 $(np+ns)\times(np+ns)$ 阶矩阵；

这样，将式(4)、(9)、(11)和式(12)带入式(10)后得到：

$$([F_a]-[F_{a1}])\begin{Bmatrix}P_t\\ p_s\end{Bmatrix}=([F_c]-[F_{c1}])\left(\begin{Bmatrix}Q_t\\ q_s\end{Bmatrix}-\begin{Bmatrix}P_t\\ p_s\end{Bmatrix}\right)\tag{13}$$

化简后得到桩顶反力和土体单元分布反力与外荷载之间的关系：

$$[[F_a]-[F_{a1}]+[F_c]-[F_{c1}]]\begin{Bmatrix}P_t\\ p_s\end{Bmatrix}=([F_c]-[F_{c1}])\begin{Bmatrix}Q_t\\ q_s\end{Bmatrix}\tag{14}$$

另外注意到条件

$$\sum_{i=1}^{np}P_{ti}+\sum_{i=1}^{ns}p_{si}\cdot B_i=\sum_{i=1}^{np}Q_{ti}+\sum_{i=1}^{ns}P_{si}\cdot B_i\tag{15}$$

维普资讯 http://www.cqvip.com

其中，B_i——承台单元面积；

联立求解式(14)和(15)就可以得到土体－群桩与承台之间的相互作用力$\{P_i \quad p_s\}^T$，将$\{P_i \quad p_s\}^T$带入式(4)即可得到群桩桩顶沉降和土体单元沉降$\{w_i \quad w_s\}^T$。

3 算例

取3×3群桩，考察承台的影响。计算参数：桩土刚度比$\lambda = 10000$，桩长径比$l/r_0 = 80$，土体泊松比$V = 0.49$，桩距$s/r_0 = 6$，承台尺寸为$12r_0 \times 12r_0$，边缘伸出$s/2$，考察承台刚度变化的影响。图3和图4所示分别为不同位置桩的荷载沉降比变化和承台、不同位置桩荷载分担比的变化。

从图3、图4可以看到，承台刚度对桩土复合地基的桩、土荷载分担有显著影响，在承台刚度很小时，基础体系类似于自由群桩，承台荷载分担比较大，不同位置桩荷载分担比和荷载沉降比差异不大；当承台刚度很大时，类似于刚性承台下群桩工作性状，承台荷载分担比下降，同时不同位置桩荷载分担比和荷载沉降比差异增大，当承台刚度达到一定水平后，变化趋于稳定，并与刚性承台下复合桩计算结果相同。这表明复合桩基在工作荷载下的承载力发挥和变形发展与承台刚度有极大关系，当承台接近刚性时，要考虑桩、土承载力的同步发挥。

4 结论

承台刚度对桩土复合地基的桩、土荷载分担有显著影响，在承台刚度很小时，基础体系类似于自由群桩；当承台刚度很大时，基础体系类似于刚性承台下群桩工作性状。复合桩基在工作荷载下的承载力发挥和变形发展与承台刚度有极大的关系，当承台刚度非常大时，在计算分析设计时要考虑桩、土承载力的同步发挥。

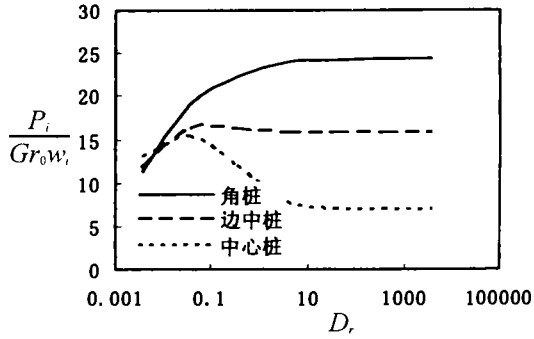


图3 不同位置桩荷载沉降比变化

Fig.3 Subsidence ratio change of load of pile in different position

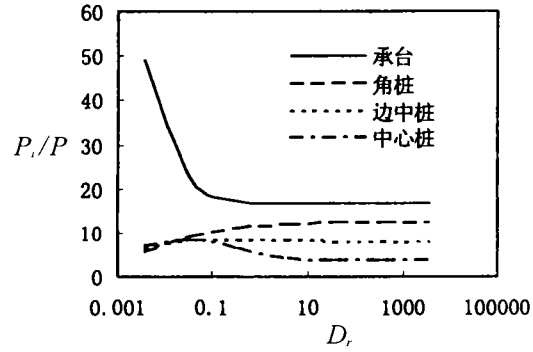


图4 对荷载分担比变化

Fig.4 Change of load bearing ratio

参考文献：

[1] 黄绍铭，等．按沉降量控制的复合桩基设计方法(上篇)[J]．工业建筑，1992，(7)：35～36．

[2] 黄绍铭，等．按沉降量控制的复合桩基设计方法(下篇)[J]．工业建筑，1992，(8)：41～44．

[3] Shen W Y, Chow Y K & Yong K Y. Varition Solution for vertically loaded pilegroups in an elastic half－space [J]. Geotechnique, 1999, 49(2): 199～213.

[4] Shen W Y, Chow Y K & Yong K Y. A Varition Approach of Pile Group－pile Cap Interaction [J]. Geotechique, 2000, 50(4): 349～357.

[5] 宰金珉．高层建筑与群桩基础非线性共同作用——复合桩基理论与应用研究[D]．上海：同济大学，2000．

[6] 岳建勇．沉降控制复合桩基机理分析和可靠性分析方法研究[D]．上海：同济大学，2002．