

文章编号: 1001—1749(2009)03—0183—06

# 电离层影响层状介质长导线源的电磁场

李 勇, 林品荣, 徐宝利

(中国地质科学院 地球物理地球化学勘查研究所, 河北 廊坊 065000)

**摘 要:** 在大多数勘查地球物理电磁法的应用中, 利用长导线源克服天然场干扰问题是非常必要的。同时, 考虑电离层影响是电磁法勘探不可轻易忽略的理论问题。这里推导求得了电离层影响层状介质中, 长导线源的电磁响应表达式, 通过这些表达式能够方便地求得在电离层影响下, 位于层状大地表面长导线源地表任意角度的电磁场场值。另外, 这些表达式还可作为可控源音频大地电磁法一维正演问题的理论基础。

**关键词:** 长导线源; 电离层; 电磁场; 任意

**中图分类号:** P 631.3\*25 **文献标识码:** A

## 0 前言

由于空气介质和电离层是电导率不同的分层介质, 当研究由空气层中电流或磁矩激发的电磁场时, 地面接收到的电磁波不仅受到空气介质、地下介质的影响, 而且还受到电离层的影响, 是三者相互耦合情况下的结果。另外, 为了克服天然场干扰问题, 我们常以长导线为激发源, 众所周知, 长导线源不能采用电偶极近似。然而, 不无遗憾的是, 有关这二方面一起研究的相对甚少。

本文为文献[1]的续篇。作者在本文中首先给出了磁矢量所满足的方程, 以及电场强度和磁场强度的磁矢量位表达式; 然后, 考虑电离层、空气层、层状大地的相互耦合, 推导求得了在电离层影响下, 水平  $n$  层大地地表时谐水平电偶极子任意一点的电磁场表达式; 接着, 沿源导线积分, 求得了在电离层影响下, 位于层状大地表面长导线源地表任意角度的电磁场场值表达式; 最后, 计算了忽略电离层影响下的均匀半空间地表水平时谐电偶极子产生的地表任意角度的电磁场, 以验证本文所得结

果的正确性。

## 1 导电介质中电磁场磁矢量位的表达式

假定均匀、各向同性、线性物质分布于全空间, 并假设时间谐变因子为  $e^{-i\omega t}$ , 且仅含电性源的情况下, 引入磁矢量位  $\vec{A}$ 。根据文献[1], 可得到在导电介质中, 磁矢量位  $\vec{A}$  所满足的方程, 以及电场强度和磁场强度的矢量磁位表达式如下:

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = \begin{cases} 0 & \text{无源区} \\ -\vec{J}' & \text{有源区} \end{cases} \quad (1)$$

$$\vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (2)$$

$$\vec{E} = i\omega\mu(\vec{A} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \cdot \vec{A}) \quad (3)$$

$$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon + i\omega\mu\sigma \quad (4)$$

其中  $\vec{H}$  为磁场强度矢量 (A/m);  $\vec{E}$  是电场强度矢量 (V/m);  $k$  为传播系数,  $\omega$  为角频率;  $\mu$  为磁导率 (H/m);  $\epsilon$  为介电常数 (F/m);  $\sigma$  为电导率 (S/m);  $\vec{J}'$  为外加电性源的电流密度。

基金项目: 国家 863 重点项目 (2007AA060601)

收稿日期: 2008-09-25

改回日期: 2008-11-28

## 2 理论方法

### 2.1 数学模型

作者在本文所讨论问题的几何结构如图 1 所示。这里采用直角坐标系  $0 \rightarrow xyz$ , 以坐标面  $z_0, z_1, z_2, z_3, \dots, z_x$  为边界面。取当  $z < z_0$  时为电离层, 当  $z_0 < z < z_1$  时为空气层, 当  $z_1 < z < z_2$  时为层状大地的第一层 (即图 1 中的第二层),  $\dots$ , 当  $z > z_x$  时为层状大地的最底层。假定从电离层往下, 各层的厚度分别为  $h_0, h_1, h_2, h_3, \dots, h_x, h_{x+1}$ , 并认为电离层及大地最底层的厚度均为无穷 ( $h_0 \rightarrow -\infty, h_{x+1} \rightarrow +\infty$ ), 则在图 1 中任意层内, 均分别充满了线性、均匀、各向同性媒质, 其电磁参数从电离层往下分别为:  $\epsilon_0, \mu_0, \sigma_0; \epsilon_1, \mu_1, \sigma_1; \epsilon_2, \mu_2, \sigma_2; \dots; \epsilon_{x+1}, \mu_{x+1}, \sigma_{x+1}$ , 且假定  $\mu_0 = \mu_1 = \dots = \mu_{x+1} = \mu_0$ 。并在距地表  $h$  处, 放置有一水平长导线源 (其中点坐标为  $(0, 0, 0)$ )  $\vec{J}' = 2I\vec{l}\vec{e}_x = 2I_0e^{-i\omega t}\vec{L}\vec{e}_x$ , 其中  $I$  为电流强度,  $2L$  为长导线长度,  $\vec{e}_x$  为  $x$  方向的单位矢量。

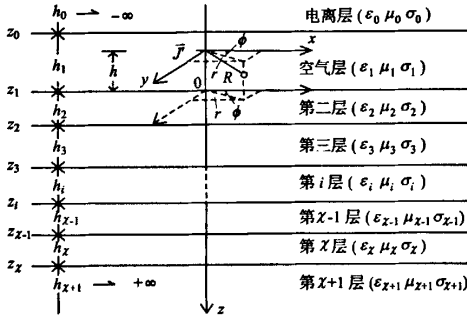


图 1 数学模型示意图

Fig. 1 Sketch diagram for mathematical model

### 2.2 各分区中磁矢量位的计算

在长导线  $2L$  上取一微元  $dl$ , 由边界条件 (详见文献 [1]) 及图 1 可知, 微元不仅产生与其同方向的矢量磁位  $A_x$ , 而且还产生与边界面相垂直的矢量磁位  $A_z$ 。考虑到对称性和介质的影响, 采用柱坐标系:  $\vec{A} = A_x(r, z)\vec{e}_x + A_z(r, \phi, z)\vec{e}_z$ 。仿照文献 [1] 的推导, 可直接给出各层矢量位  $\vec{A}$  的表达式:

(1) 电离层 ( $z < z_0$ ):

$$\begin{cases} A_{0x} = \frac{Idl}{4\pi} \int_0^\infty b_0 e^{-n_0 r} J_0(mr) dm \\ A_{0z} = \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^\infty Q_0 e^{-n_0 r} J_1(mr) m dm \end{cases} \quad (5)$$

(2) 空气层 ( $z_0 < z < z_1$ ):

$$\begin{cases} A_{1x} = \frac{Idl}{4\pi} \left( \int_0^\infty (a_1 e^{-n_1 r} + b_1 e^{n_1 r}) J_0(mr) dm + \int_0^\infty \frac{m}{n_1} e^{-n_1 r} J_0(mr) dm \right) \\ A_{1z} = \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^\infty (P_1 e^{-n_1 r} + Q_1 e^{n_1 r}) J_1(mr) m dm \end{cases} \quad (6)$$

(3) 第二层 ( $z_1 < z < z_2$ ):

$$\begin{cases} A_{2x} = \frac{Idl}{4\pi} \int_0^\infty (a_2 e^{-n_2 r} + b_2 e^{n_2 r}) J_0(mr) dm \\ A_{2z} = \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^\infty (P_2 e^{-n_2 r} + Q_2 e^{n_2 r}) J_1(mr) m dm \end{cases} \quad (7)$$

(4) 第  $\chi - 1$  层 ( $z_{\chi-1} < z < z_\chi$ ):

$$\begin{cases} A_{(\chi-1)x} = \frac{Idl}{4\pi} \int_0^\infty (a_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} r} + b_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} r}) J_0(mr) dm \\ A_{(\chi-1)z} = \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^\infty (P_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} r} + Q_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} r}) J_1(mr) m dm \end{cases} \quad (8)$$

(5) 第  $\chi$  层 ( $z_\chi < z < z_{\chi+1}$ ):

$$\begin{cases} A_{\chi x} = \frac{Idl}{4\pi} \int_0^\infty (a_\chi e^{-n_\chi r} + b_\chi e^{n_\chi r}) J_0(mr) dm \\ A_{\chi z} = \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^\infty (P_\chi e^{-n_\chi r} + Q_\chi e^{n_\chi r}) J_1(mr) m dm \end{cases} \quad (9)$$

(6) 第  $\chi + 1$  层 ( $z > z_{\chi+1}$ ):

$$\begin{cases} A_{(\chi+1)x} = \frac{Idl}{4\pi} \int_0^\infty a_{\chi+1} e^{-n_{\chi+1} r} J_0(mr) dm \\ A_{(\chi+1)z} = \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^\infty P_{\chi+1} e^{-n_{\chi+1} r} J_1(mr) m dm \end{cases} \quad (10)$$

对于  $A_x$  应用边界条件, 有

$$\begin{cases} b_0 e^{n_0 z_0} - \frac{m}{n_1} e^{n_1 z_0} = a_1 e^{-n_1 z_0} + b_1 e^{n_1 z_0} \\ -b_0 e^{n_0 z_0} + m e^{n_1 z_0} = (a_1 e^{-n_1 z_0} - b_1 e^{n_1 z_0}) n_1 \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} a_1 e^{-n_1 z_1} + b_1 e^{n_1 z_1} + \frac{m}{n_1} e^{-n_1 z_1} = a_2 e^{-n_2 z_1} + b_2 e^{n_2 z_1} \\ (a_1 e^{-n_1 z_1} - b_1 e^{n_1 z_1} + \frac{m}{n_1} e^{-n_1 z_1}) n_1 = (a_2 e^{-n_2 z_1} - b_2 e^{n_2 z_1}) n_2 \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} a_2 e^{-n_2 z_2} + b_2 e^{n_2 z_2} = a_3 e^{-n_3 z_2} + b_3 e^{n_3 z_2} & (13) \\ (a_2 e^{-n_2 z_2} - b_2 e^{n_2 z_2}) n_2 = (a_3 e^{-n_3 z_2} - b_3 e^{n_3 z_2}) n_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{\chi-2} e^{-n_{\chi-2} z_{\chi-2}} + b_{\chi-2} e^{n_{\chi-2} z_{\chi-2}} = a_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} z_{\chi-2}} + b_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} z_{\chi-2}} & (14) \\ (a_{\chi-2} e^{-n_{\chi-2} z_{\chi-2}} - b_{\chi-2} e^{n_{\chi-2} z_{\chi-2}}) n_{\chi-2} = (a_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} z_{\chi-2}} - b_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} z_{\chi-2}}) n_{\chi-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} z_{\chi-1}} + b_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} z_{\chi-1}} = a_{\chi} e^{-n_{\chi} z_{\chi-1}} + b_{\chi} e^{n_{\chi} z_{\chi-1}} & (15) \\ (a_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} z_{\chi-1}} - b_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} z_{\chi-1}}) n_{\chi-1} = (a_{\chi} e^{-n_{\chi} z_{\chi-1}} - b_{\chi} e^{n_{\chi} z_{\chi-1}}) n_{\chi} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{\chi} e^{-n_{\chi} z_{\chi}} + b_{\chi} e^{n_{\chi} z_{\chi}} = a_{\chi+1} e^{-n_{\chi+1} z_{\chi}} + b_{\chi+1} e^{n_{\chi+1} z_{\chi}} & (16) \\ (a_{\chi} e^{-n_{\chi} z_{\chi}} - b_{\chi} e^{n_{\chi} z_{\chi}}) n_{\chi} = (a_{\chi+1} e^{-n_{\chi+1} z_{\chi}} - b_{\chi+1} e^{n_{\chi+1} z_{\chi}}) n_{\chi+1} \end{cases}$$

由式(11)可得：

$$(n_0 + n_1) e^{-n_1 z_0} a_1 + (n_0 - n_1) e^{n_1 z_0} b_1 = \left(1 - \frac{n_0}{n_1}\right) m e^{n_1 z_0} \quad (17)$$

由式(11) ~ 式(16)可得：

$$\frac{a_1 e^{-n_1 z_1} + b_1 e^{n_1 z_1} + \frac{m}{n_1} e^{-n_1 z_1}}{a_1 e^{-n_1 z_1} - b_1 e^{n_1 z_1} + \frac{m}{n_1} e^{-n_1 z_1}} = \frac{n_1 \coth \left[ n_2 h_2 + \coth^{-1} \frac{n_2}{n_3} \coth \left( n_3 h_3 + \dots + \coth^{-1} \frac{n_{\chi}}{n_{\chi+1}} \right) \right]}{n_2} \quad (18)$$

对于  $A_1$  应用边界条件有

$$\begin{cases} Q_0 e^{n_0 z_0} = P_1 e^{-n_1 z_0} + Q_1 e^{n_1 z_0} \\ \frac{1}{k_0^2} (b_0 e^{n_0 z_0} - Q_0 e^{n_0 z_0} n_0) = \frac{1}{k_1^2} \left[ a_1 e^{-n_1 z_0} + (b_1 e^{n_1 z_0} + \frac{m}{n_1} e^{n_1 z_0} + (P_1 e^{-n_1 z_0} - Q_1 e^{n_1 z_0}) n_1) \right] \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} P_1 e^{-n_1 z_1} + Q_1 e^{n_1 z_1} = P_2 e^{-n_2 z_1} + Q_2 e^{n_2 z_1} & (20) \\ \frac{1}{k_1^2} \left[ a_1 e^{-n_1 z_1} + b_1 e^{n_1 z_1} + \frac{m}{n_1} e^{-n_1 z_1} + (P_1 e^{-n_1 z_1} - Q_1 e^{n_1 z_1}) n_1 \right] = \frac{1}{k_2^2} \left[ a_2 e^{-n_2 z_1} + b_2 e^{n_2 z_1} + (P_2 e^{-n_2 z_1} - Q_2 e^{n_2 z_1}) n_2 \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_2 e^{-n_2 z_2} + Q_2 e^{n_2 z_2} = P_3 e^{-n_3 z_2} + Q_3 e^{n_3 z_2} & (21) \\ \frac{1}{k_2^2} \left[ a_2 e^{-n_2 z_2} + b_2 e^{n_2 z_2} + (P_2 e^{-n_2 z_2} - Q_2 e^{n_2 z_2}) n_2 \right] = \frac{1}{k_3^2} \left[ a_3 e^{-n_3 z_2} + b_3 e^{n_3 z_2} + (P_3 e^{-n_3 z_2} - Q_3 e^{n_3 z_2}) n_3 \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{\chi-2} e^{-n_{\chi-2} z_{\chi-2}} + Q_{\chi-2} e^{n_{\chi-2} z_{\chi-2}} = P_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} z_{\chi-2}} + Q_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} z_{\chi-2}} \\ \frac{1}{k_{\chi-2}^2} \left[ a_{\chi-2} e^{-n_{\chi-2} z_{\chi-2}} + b_{\chi-2} e^{n_{\chi-2} z_{\chi-2}} + (P_{\chi-2} e^{-n_{\chi-2} z_{\chi-2}} - Q_{\chi-2} e^{n_{\chi-2} z_{\chi-2}}) n_{\chi-2} \right] = \frac{1}{k_{\chi-1}^2} \left[ a_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} z_{\chi-2}} + b_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} z_{\chi-2}} + (P_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} z_{\chi-2}} - Q_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} z_{\chi-2}}) n_{\chi-1} \right] \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} P_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} z_{\chi-1}} + Q_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} z_{\chi-1}} = P_{\chi} e^{-n_{\chi} z_{\chi-1}} + Q_{\chi} e^{n_{\chi} z_{\chi-1}} \\ \frac{1}{k_{\chi-1}^2} \left[ a_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} z_{\chi-1}} + b_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} z_{\chi-1}} + (P_{\chi-1} e^{-n_{\chi-1} z_{\chi-1}} - Q_{\chi-1} e^{n_{\chi-1} z_{\chi-1}}) n_{\chi-1} \right] = \frac{1}{k_{\chi}^2} \left[ a_{\chi} e^{-n_{\chi} z_{\chi-1}} + b_{\chi} e^{n_{\chi} z_{\chi-1}} + (P_{\chi} e^{-n_{\chi} z_{\chi-1}} - Q_{\chi} e^{n_{\chi} z_{\chi-1}}) n_{\chi} \right] \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} P_{\chi} e^{-n_{\chi} z_{\chi}} + Q_{\chi} e^{n_{\chi} z_{\chi}} = P_{\chi+1} e^{-n_{\chi+1} z_{\chi}} + Q_{\chi+1} e^{n_{\chi+1} z_{\chi}} \\ \frac{1}{k_{\chi}^2} \left[ a_{\chi} e^{-n_{\chi} z_{\chi}} + b_{\chi} e^{n_{\chi} z_{\chi}} + (P_{\chi} e^{-n_{\chi} z_{\chi}} - Q_{\chi} e^{n_{\chi} z_{\chi}}) n_{\chi} \right] = \frac{1}{k_{\chi+1}^2} \left[ a_{\chi+1} e^{-n_{\chi+1} z_{\chi}} + b_{\chi+1} e^{n_{\chi+1} z_{\chi}} + (P_{\chi+1} e^{-n_{\chi+1} z_{\chi}} - Q_{\chi+1} e^{n_{\chi+1} z_{\chi}}) n_{\chi+1} \right] \end{cases} \quad (24)$$

对方程组(19) ~ 方程组(24)进行简化,令：

$$\gamma_j = n_j / k_j^2 \quad (j = 0, 1, 2, \dots, \chi + 1) \quad (25)$$

$$\begin{cases} P_j = c_j - \frac{n_j}{m^2} a_j \quad (j = 1, 2, 3, \dots, \chi + 1) \\ Q_j = d_j + \frac{n_j}{m^2} b_j \quad (j = 0, 1, 2, \dots, \chi) \end{cases} \quad (26)$$

将式(25)和式(26)代入方程组(19) ~ 方程组(24),并结合方程组(11) ~ 方程组(16)可得：

$$\begin{cases} d_0 e^{n_0 z_0} + \frac{1}{m} e^{n_1 z_0} = c_1 e^{-n_1 z_0} + d_1 e^{n_1 z_0} & (27) \\ -\gamma_0 d_0 e^{n_0 z_0} - \gamma_1 \frac{1}{m} e^{n_1 z_0} = \gamma_1 (c_1 e^{-n_1 z_0} - d_1 e^{n_1 z_0}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1 e^{-n_1 z_1} + d_1 e^{n_1 z_1} + \frac{1}{m} e^{-n_1 z_1} = c_2 e^{-n_2 z_1} + d_2 e^{n_2 z_1} \\ \gamma_1 (c_1 e^{-n_1 z_1} - d_1 e^{n_1 z_1}) + \gamma_1 \frac{1}{m} e^{-n_1 z_1} = \gamma_2 (c_2 e^{-n_2 z_1} - d_2 e^{n_2 z_1}) \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} c_2 e^{-n_2 z_2} + d_2 e^{n_2 z_2} = c_3 e^{-n_3 z_2} + d_3 e^{n_3 z_2} & (29) \\ \gamma_2 (c_2 e^{-n_2 z_2} - d_2 e^{n_2 z_2}) = \gamma_3 (c_3 e^{-n_3 z_2} - d_3 e^{n_3 z_2}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_{\chi-2}e^{-n_{\chi-2}\chi-2} + d_{\chi-2}e^{n_{\chi-2}\chi-2} = c_{\chi-1}e^{-n_{\chi-1}\chi-2} + \\ d_{\chi-1}e^{n_{\chi-1}\chi-2} \\ \gamma_{\chi-2}(c_{\chi-2}e^{-n_{\chi-2}\chi-2} - d_{\chi-2}e^{n_{\chi-2}\chi-2}) = \\ \gamma_{\chi-1}(c_{\chi-1}e^{-n_{\chi-1}\chi-2} - d_{\chi-1}e^{n_{\chi-1}\chi-2}) \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} c_{\chi-1}e^{-n_{\chi-1}\chi-1} + d_{\chi-1}e^{n_{\chi-1}\chi-1} = c_{\chi}e^{-n_{\chi}\chi-1} + \\ d_{\chi}e^{n_{\chi}\chi-1} \\ \gamma_{\chi-1}(c_{\chi-1}e^{-n_{\chi-1}\chi-1} - d_{\chi-1}e^{n_{\chi-1}\chi-1}) = \\ \gamma_{\chi}(c_{\chi}e^{-n_{\chi}\chi-1} - d_{\chi}e^{n_{\chi}\chi-1}) \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} c_{\chi}e^{-n_{\chi}\chi} + d_{\chi}e^{n_{\chi}\chi} = c_{\chi+1}e^{-n_{\chi+1}\chi} \\ \gamma_{\chi}(c_{\chi}e^{-n_{\chi}\chi} - d_{\chi}e^{n_{\chi}\chi}) = \gamma_{\chi+1}c_{\chi+1}e^{-n_{\chi+1}\chi} \end{cases} \quad (32)$$

由式(27)可得:

$$\begin{aligned} (\gamma_0 + \gamma_1)e^{-n_1\alpha_0}c_1 + (\gamma_0 - \gamma_1)e^{n_1\alpha_0}d_1 = \\ (\gamma_0 - \gamma_1)\frac{1}{m}e^{n_1\alpha_0} \end{aligned} \quad (33)$$

由式(28)~式(32),可得:

$$\frac{c_1e^{-n_1\alpha_1} + d_1e^{n_1\alpha_1} + \frac{1}{m}e^{-n_1\alpha_1}}{c_1e^{-n_1\alpha_1} - d_1e^{n_1\alpha_1} + \frac{1}{m}e^{-n_1\alpha_1}} = \frac{\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\coth[n_2h_2 + \coth^{-1}\frac{\gamma_2}{\gamma_3}]}{\coth(n_3h_3 + \dots + \coth^{-1}\frac{\gamma_{\chi}}{\gamma_{\chi+1}})} \quad (34)$$

### 2.3 地表任意一点的电磁场表达式

根据矢量分析,有

$$A_r = A_z \cos\phi \quad (35)$$

$$A_{\phi} = -A_z \sin\phi \quad (36)$$

$$A_z = A_z \quad (37)$$

将方程组(7)代入式(35)~式(37),然后再代入式(2)和式(3),有

$$\begin{aligned} H_r = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial A_{2z}}{\partial \phi} + r \sin\phi \frac{\partial A_{2z}}{\partial z} \right) = \\ \frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \left[ \int_0^{\infty} (n_2b_2e^{-n_2z} - n_2a_2e^{-n_2z}) J_0(mr) dm - \frac{1}{r} \int_0^{\infty} (P_2e^{-n_2z} + Q_2e^{n_2z}) J_1(mr) m dm \right] \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} H_{\phi} = \cos\phi \frac{\partial A_{2z}}{\partial z} - \frac{\partial A_{2z}}{\partial r} = \\ \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \left[ \int_0^{\infty} (n_2a_2e^{-n_2z} - n_2b_2e^{n_2z}) + m^2(P_2e^{-n_2z} + Q_2e^{n_2z}) J_0(mr) dm + \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^{\infty} \frac{1}{r} m (P_2e^{-n_2z} + Q_2e^{n_2z}) \right. \end{aligned}$$

$$\left. J_1(mr) dm \right] \quad (39)$$

$$\begin{aligned} H_z = \frac{1}{r} \left[ -\sin\phi \frac{\partial}{\partial r}(rA_{2z}) - \frac{\partial}{\partial \phi}(A_{2z} \cos\phi) \right] = \\ \frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \int_0^{\infty} m (a_2e^{-n_2z} + b_2e^{n_2z}) J_1(mr) dm \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} E_r = i\omega\mu \left( \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^{\infty} (a_2e^{-n_2z} + b_2e^{n_2z}) J_0(mr) dm + \frac{1}{k_2^2} \left( \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^{\infty} m^2 (n_2Q_2e^{-n_2z} - n_2P_2e^{-n_2z} - a_2e^{-n_2z} - b_2e^{n_2z}) J_0(mr) dm + \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^{\infty} \frac{1}{r} m (a_2e^{-n_2z} + b_2e^{n_2z} + n_2P_2e^{-n_2z} - n_2Q_2e^{n_2z}) J_1(mr) dm \right) \right) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} E_{\phi} = i\omega\mu \left( -\frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \int_0^{\infty} (a_2e^{-n_2z} + b_2e^{n_2z}) J_0(mr) dm + \frac{1}{k_2^2} \frac{1}{r} \frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \int_0^{\infty} m (a_2e^{-n_2z} + b_2e^{n_2z} + n_2P_2e^{-n_2z} - n_2Q_2e^{n_2z}) J_1(mr) dm \right) \end{aligned} \quad (42)$$

现若设  $h \rightarrow 0$ ,即认为微元是放在分界面  $z = z_i$  (地表)上的,考虑  $z = 0$  的情况,则式(38)~式(42)可分别转换为如下表达式:

$$\begin{aligned} H_r = \frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \left[ \int_0^{\infty} (n_2b_2 - n_2a_2) J_0(mr) dm - \frac{1}{r} \int_0^{\infty} (P_2 + Q_2) J_1(mr) m dm \right] \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} H_{\phi} = \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \left( \int_0^{\infty} (n_2a_2 - n_2b_2 + m^2(P_2 + Q_2)) J_0(mr) dm + \int_0^{\infty} \frac{1}{r} m (P_2 + Q_2) J_1(mr) dm \right) \end{aligned} \quad (44)$$

$$H_z = \frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \left[ \int_0^{\infty} m (a_2 + b_2) J_1(mr) dm \right] \quad (45)$$

$$\begin{aligned} E_r = i\omega\mu \left( \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \left( \int_0^{\infty} (a_2 + b_2) J_0(mr) dm + \frac{1}{k_2^2} \left( \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \left( \int_0^{\infty} m^2 (n_2Q_2 - n_2P_2 - a_2 - b_2) J_0(mr) dm + \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \left( \int_0^{\infty} \frac{1}{r} m (a_2 + b_2 + n_2P_2 - n_2Q_2) J_1(mr) dm \right) \right) \right) \right) \end{aligned} \quad (46)$$

$$E_\phi = i\omega\mu \left( -\frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \left( \int_0^\infty (a_2 + b_2) J_0(mr) dm + \frac{1}{k_2^2} \frac{1}{r} \frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \left( \int_0^\infty m(a_2 + b_2 + n_2 P_2 - n_2 Q_2) J_1(mr) dm \right) \right) \right) \quad (47)$$

其中

$$a_2 = \left[ (n_2 + n_1) a_1 + (n_2 - n_1) b_1 + \left( \frac{n_2}{n_1} + 1 \right) m \right] / 2n_2 \quad (48)$$

$$b_2 = \left[ (n_2 - n_1) a_1 + (n_2 + n_1) b_1 + \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) m \right] / 2n_2 \quad (49)$$

$$a_1 = 2mR^* (n_1 - n_0) / \left[ (n_0 + n_1)(n_1 R^* + n_2) e^{2n_1 h_1} + (n_0 - n_1)(n_1 R^* - n_2) \right] \quad (50)$$

$$b_1 = m \left[ (n_0 + n_1)(n_1 R^* - n_2) e^{2n_1 h_1} - (n_0 - n_1)(n_1 R^* - n_2) \right] / n_1 \left[ (n_0 + n_1)(n_1 R^* + n_2) e^{2n_1 h_1} + (n_0 - n_1)(n_1 R^* - n_2) \right] \quad (51)$$

$$R^* = \coth \left[ n_2 h_2 + \coth^{-1} \frac{n_2}{n_3} \coth (n_3 h_3 + \dots + \coth^{-1} \frac{n_\chi}{n_{\chi+1}}) \right] \quad (52)$$

$$c_2 = \left[ (\gamma_2 + \gamma_1) c_1 + (\gamma_2 - \gamma_1) d_1 + \frac{1}{m} (\gamma_2 + \gamma_1) \right] / 2\gamma_2 \quad (53)$$

$$d_2 = \left[ (\gamma_2 - \gamma_1) c_1 + (\gamma_2 + \gamma_1) d_1 + \frac{1}{m} (\gamma_2 - \gamma_1) \right] / 2\gamma_2 \quad (54)$$

$$c_1 = \frac{1}{m} \left[ 2\gamma_2 (\gamma_0 - \gamma_1) / (\gamma_0 - \gamma_1) (\gamma_1 R - \gamma_2) + (\gamma_0 + \gamma_1) (\gamma_1 R + \gamma_2) e^{2n_1 h_1} \right] \quad (55)$$

$$d_1 = \left[ (\gamma_0 - \gamma_1) (\gamma_1 R - \gamma_2) + (\gamma_0 + \gamma_1) (\gamma_1 R - \gamma_2) e^{2n_1 h_1} \right] / m \left[ (\gamma_0 - \gamma_1) (\gamma_1 R - \gamma_2) + (\gamma_0 + \gamma_1) (\gamma_1 R + \gamma_2) e^{2n_1 h_1} \right] \quad (56)$$

$$R = \coth \left[ n_2 h_2 + \coth^{-1} \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \coth (n_3 h_3 + \dots + \coth^{-1} \frac{\gamma_\chi}{\gamma_{\chi+1}}) \right] \quad (57)$$

$$\gamma_j = \frac{n_j}{k_j^2} \quad (j = 0, 1, 2, \dots, \chi + 1) \quad (58)$$

$$P_2 = c_2 - \frac{n_2}{m^2} a_2 \quad (59)$$

$$Q_2 = d_2 + \frac{n_2}{m^2} b_2 \quad (60)$$

式(43) ~ 式(47)即为在柱坐标系下,考虑电离层影响层状导电介质地表微元 dl,在地表任意一点电磁场各分量表达式。然后,仍以导线源的中点为坐标原点,沿轴向二侧延伸至 -L 和 L(沿源导线积分),即可得到在电离层影响下,层状大地地表长导线源产生的地表任意一点电磁场场值(柱坐标系下)。

### 3 结果分析

为了验证本文中公式的正确性,我们运用上述结果,求解了不考虑电离层影响的,均匀半空间水平大地地表谐变电偶极子的电磁场。对于二层介质或二层介质以上(忽略电离层的影响),可用相同的方法由文中的公式求得。这样,算法结果可作为可控源音频大地电磁法一维正演的理论基础。

如图2所示,  $h \rightarrow 0$ 。因为当  $z \rightarrow -\infty$ ;  $z \rightarrow +\infty$  时,均有  $\vec{A} \rightarrow 0$ 。根据式(6)及式(7),有

$$a_1 = 0, c_1 = 0, P_1 = 0, b_2 = 0, Q_2 = 0, d_1 = (\gamma_1 - \gamma_2) / m(\gamma_1 + \gamma_2) \quad (61)$$

将式(61)代入式(48) ~ 式(60),有

$$R^* = 1, R = 1, b_1 = \frac{m}{n_1} \frac{n_1 - n_2}{n_1 - n_2}, a_2 = \frac{2m}{n_1 + n_2}, P_2 = \frac{(k_2^2 - k_1^2) a_2}{n_1 k_2^2 + n_2 k_1^2} \quad (62)$$

令

$$k_j^2 = i\omega\mu\sigma_j \quad (63)$$

$$\sigma_1 = 0 \quad (64)$$

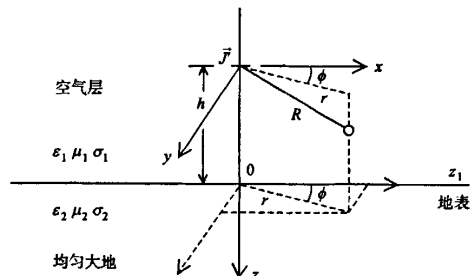


图2 均匀半空间模型示意图

Fig.2 Sketch diagram for homogeneous half-space model

将式(61)~式(64)代入式(43)~式(47),化简后有

$$H_r = \frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \left[ \int_0^\infty (n_2 b_2 - n_2 a_2) J_0(mr) dm - \frac{1}{r} \int_0^\infty (P_2 + Q_2) J_1(mr) m dm \right] - \frac{Idl}{2\pi r} \sin\phi \left[ r \int_0^\infty \frac{m n_2}{m + n_2} J_0(mr) dm + \int_0^\infty \frac{m}{m + n_2} J_1(mr) dm \right] \quad (65)$$

$$H_\phi = \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \left( \int_0^\infty (n_2 a_2 - n_2 b_2 + m^2 (P_2 + Q_2)) J_0(mr) dm + \int_0^\infty \frac{1}{r} m (P_2 + Q_2) J_1(mr) dm \right) = \frac{Idl}{2\pi r} \cos\phi \left[ \int_0^\infty \frac{m}{m + n_2} J_1(mr) dm \right] \quad (66)$$

$$H_z = \frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \left[ \int_0^\infty m (a_2 + b_2) J_1(mr) dm = \frac{Idl}{2\pi r} \sin\phi \left[ \int_0^\infty \frac{m^2}{m + n_2} J_1(mr) dm \right] \right] \quad (67)$$

$$E_r = i\omega\mu \left( \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^\infty (a_2 + b_2) J_0(mr) dm + \frac{1}{k^2} \left( \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^\infty m^2 (n_2 Q_2 - n_2 P_2 - a_2 - b_2) J_0(mr) dm + \frac{Idl}{4\pi} \cos\phi \int_0^\infty \frac{1}{r} m (a_2 + b_2 + n_2 P_2 - n_2 Q_2) J_1(mr) dm \right) \right) = \frac{Idl}{2\pi} \cos\phi \left( i\omega\mu \int_0^\infty \frac{m}{m + n_2} J_0(mr) dm - \frac{1}{\sigma_2} \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r^2} \right) \quad (68)$$

$$E_\phi = i\omega\mu \left( -\frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \int_0^\infty (a_2 + b_2) J_0(mr) dm + \frac{1}{k^2} \frac{1}{r} \frac{Idl}{4\pi} \sin\phi \int_0^\infty m (a_2 + b_2 + n_2 P_2 - n_2 Q_2) J_1(mr) dm \right) = \frac{Idl}{2\pi} \sin\phi \left( -i\omega\mu \int_0^\infty \frac{m}{m + n_2} J_0(mr) dm + \frac{1}{\sigma_2} \frac{1}{r^3} \right) \quad (69)$$

很显然,式(65)~式(69)与文献[2]中的各表达式一致,验证了本文所得结果的正确性。

## 4 结论

利用文中电磁场的表达式,求得了均匀半空间

水平大地地表时谐水平电偶极子的电磁场,其结果是完全正确的。因此,应用于文中所得到的电磁场表达式,可方便地求得电离层影响下,位于层状大地表面长导线源地表任意角度的电磁场场值,也可作为可控源音频大地电磁法一维正演的理论基础。

在公式推导过程中,作者得到了中国地质科学院地球物理地球化学勘查研究所电磁综合研究室阵列电磁法项目组成员的指导与帮助,在此表示感谢!

## 参考文献:

- [1] 李勇,林品荣,徐宝利,等. 电离层影响下均匀半空间水平谐变电偶极子的电磁响应计算[J]. 物探化探计算技术,2008,30(6):500.
- [2] 考夫曼,凯勒. 频率域和时间域电磁测深[M]. 北京:地质出版社,1987.
- [3] 薛琴访. 场论[M]. 北京:地质出版社,1978.
- [4] 张秋光. 场论(上、下册)[M]. 北京:地质出版社,1988.
- [5] 阮百尧,贺玉田,程志平. 电法勘探教程[M]. 桂林:桂林工学院出版社,2003.
- [6] 卢新城,龚沈光. 海水中低频水平电偶极子电磁场的解析解[J]. 电波科学学报,2004,3.
- [7] 朴化荣,殷长春. 频率测深正演问题滤波算法及人机联作反演[J]. 物探化探计算技术,1987,9(2):137.
- [8] 殷长春. 任意角度频率测深正演计算及应用[J]. 物探化探计算技术,1991,13(2):129.
- [9] 李勇,林品荣,王有学. 天然场激电法的探讨[J]. 物探化探计算技术,2006,28(增):74.
- [10] 许振奎,张胜业. 层状介质中磁性源频率测深的一种视电阻率算法[J]. 勘探地球物理进展,2004,5:27.
- [11] 李勇,林品荣,王有学. 带激电信息的大地电磁测深正演计算[C]. 桂林:桂林工学院出版社,2006.
- [12] 屈有恒,张贵宾,晋风明. 倾斜线源的三维电场数值模拟研究[J]. 物探化探计算技术,2007,29(5):431.
- [13] 刘胜道,龚沈光. 并矢格林函数法求解海水中电偶极子电场[J]. 电波科学学报,2002,(4):373.
- [14] 殷长春. 提高频率测深正演计算速度的方法[J]. 物探化探计算技术,1990,12(2):99.
- [15] 黄皓平,殷长春. 水平多层大地上垂直磁偶极频率测深的全波区视电阻率[J]. 地球物理学报,1992,(3):389.

作者简介:李勇(1980-),男(白族),云南宾川人,硕士,主要从事地球物理电磁方法技术和应用技术研究。