

文章编号: 1006-4710(2005)01-0015-04

地下水埋深动态预测的 DAMSM 模型

李荣峰^{1,2}, 沈冰¹, 张金凯²

(1. 西安理工大学 水利水电学院, 陕西 西安 710048; 2. 山西省水利科学研究所, 山西 太原 030002)

摘要: 运用动态数据反演建模方法和自记忆性方程, 建立了地下水埋深动态预测的 DAMSM 模型。该模型将动力学计算与用历史数据估计参数相结合, 预测时无需分析影响地下水埋深动态的各种因素, 只需要有一定长度的地下水埋深动态观测序列资料, 避免了众多数据的收集整理。实例预测表明, 该模型具有较高的拟合精度和预测准确性。

关键词: 地下水动态; 预测; 反演建模; 自记忆方程

中图分类号: P641

文献标识码: A

Groundwater Depth Dynamic Prediction with DAMSM Model

LI Rong-feng^{1,2}, SHEN Bing¹, ZHANG Jin-kai²

(1. School of Water Resources and Hydroelectric Power, Xi'an University of Technology,

Xi'an 710048, China; 2. Shanxi Provincial Institute of Hydraulical Sciences, Taiyuan 030002, China)

Abstract: Based on the dynamic data retrieved model and self-memorization equation, the groundwater depth prediction model is established. This model combines the dynamic computation with historical data estimation parameters. In carrying out the prediction, it is not necessary to analyze various kinds of factors affecting groundwater depth dynamics, but it is only necessary to have a series of groundwater depth dynamic observation data with a certain length, whereby avoiding data collection and sorting-out. The real example prediction indicates that this model is of high fitting exactness and prediction accuracy.

Key words: groundwater dynamics; prediction; retrieved model; self-memorization equation

地下水埋深动态的变化是一个复杂的非线性过程, 它受一系列自然和人为因素的影响。特别是地下水埋深的多年变化, 由于年际间降水、蒸发及总体水均衡程度的差异, 以及各年的平均水位、水位变幅也有一定的变异性, 使得多年地下水埋深的序列规律性较差, 难于识别和预测^[1]。较早的地下水埋深动态预测模型可分为确定性模型和随机模型, 其中确定性模型的求解主要有解析法、数值法和物理模拟法; 随机性模型有回归分析法、频谱分析法等。这些方法有的只适用于简单的水文地质条件, 有的由于边界状况及水文地质参数的不确定性而难以精确反映地下水系统复杂的非线性关系, 有的又由于模型维数高而求解困难^[2,3]。近年来, 一些新的理论和方法被用于地下水埋深变化的动态预测, 如模糊识别、人工神经网络、径向基函数等^[3,4,5]。但这些方法均需要分析确定影响地下水埋深动态变化的主要因素, 并需要收集整理与地下水埋深动态观测序列相应的多种影响因素数据, 在实际中难免存在一定困难或误差^[6]。本文运用动态数据反演建模法建立的地下水埋深动态预测模型, 避免了众多数据的收集整理, 只涉及地下水埋深观测序列本身, 方便实用且具有较高的预测精度。

1 动态数据分析与反导微分方程^[6,7]

现有的基于动态数据分析的模型主要有自回归滑动平均 (ARMA) 模型、指数模型、门限回归模

收稿日期: 2004-08-28

基金项目: 国家 863 计划项目 (2002AA2Z4311)。

作者简介: 李荣峰 (1963-), 男, 山西平遥人, 博士生, 研究方向为农业水资源利用。

E-mail: rongfengli@sina.com。

型等。由于这些模型中的各项取值都是某一时刻的瞬时值,预测量易受瞬时值的影响,如用作多步预测时预测趋向平均值,极大值和极小值难以报出。基于物理运动不可逆性提出的自忆性原理,对于具有一组时间序列的系统,可先通过反演建立一个源自时间序列的机理模式,由此建立相应的自记忆模型,称为数据机理-自忆模型(Data-based Mechanistic Self-memory Model,缩写为 DAMSM)。DAMSM 模型将观测数据序列视为描写非线性动力系统的一个特解,通过反演导出系统的一个微分方程,以微分方程为动力核建立包含多个时次值的预测模型,这种经过自记忆处理的模型,可显著提高预测准确率。

设描述地下水埋深非线性系统的状态变量 H 有一组观测数据:

$$H = \{H_t\} \quad (t = 1, 2, \dots, n)$$

并设变量 H 随时间变化的方程为:

$$\frac{dH}{dt} = (a_0 H_t + a_1 H_{t-1} + \dots + a_{p-1} H_{t-p+1}) + (b_0 H_t^2 + b_1 H_{t-1}^2 + \dots + b_{p-1} H_{t-p+1}^2) \quad (1)$$

式中, $a_0, a_1, \dots, a_{p-1}, b_0, b_1, \dots, b_{p-1}$ 为待定系数, p 为回溯阶数,即变量 H 的变化与 $t, t-1, t-2, \dots, t-p+1$ 个时刻的变量值有关。

假设数据序列为等时间间隔采样,设 $\Delta t = (t+1) - t = 1$,改写方程(1)为差分方程:

$$\Delta H = a_0 H_t + a_1 H_{t-1} + \dots + a_{p-1} H_{t-p+1} + b_0 H_t^2 + b_1 H_{t-1}^2 + \dots + b_{p-1} H_{t-p+1}^2 \quad (2)$$

由数值差分知,差分 ΔH 的向前差分 $\Delta_b H_k$ 和向后差分 $\Delta_l H_k$ 分别表示为:

$$\Delta_b H_k = H_k - H_{k-1} = a_0 H_{k-1} + \dots + a_{p-1} H_{k-p} + b_0 H_{k-1}^2 + \dots + b_{p-1} H_{k-p}^2 + \epsilon_{bk} \quad (3)$$

$$\Delta_l H_k = H_{k+1} - H_k = a_0 H_k + \dots + a_{p-1} H_{k-p+1} + b_0 H_k^2 + \dots + b_{p-1} H_{k-p+1}^2 + \epsilon_{lk} \quad (4)$$

式中, $\epsilon_{bk}, \epsilon_{lk}$ 分别为向前差分误差和向后差分误差,可表示为:

$$\epsilon_{bk} = (H_k - H_{k-1}) - (a_0 H_{k-1} + \dots + a_{p-1} H_{k-p} + b_0 H_{k-1}^2 + \dots + b_{p-1} H_{k-p}^2) \quad (5)$$

$$\epsilon_{lk} = (H_{k+1} - H_k) - (a_0 H_k + \dots + a_{p-1} H_{k-p+1} + b_0 H_k^2 + \dots + b_{p-1} H_{k-p+1}^2) \quad (6)$$

根据双向差分原则即向前差分预测误差与向后差分预测误差之和达到最小,运用最小二乘法求出待定系数,即令:

$$\epsilon^2 = \sum_{k=1}^n (\epsilon_{bk}^2 + \epsilon_{lk}^2) \rightarrow \min \quad (7)$$

将式(5)、(6)代入式(7),由最小二乘法求系数。系数求出后,取相对方差做判据进行筛选。并令 $c_i \equiv [a_i : b_i]$ 表示任何一个系数,取判据:

$$\sigma_i = c_i^2 / \sum_i c_i^2 \quad (8)$$

当 σ_i 小于某一规定值 σ_c 时,可剔除此项,即认为该项在方程(1)中起的作用较小。最后确定微分方程的项和系数,将确定的微分方程的右端记为 \tilde{F} 。

2 数据机理-自记忆建模

由反演导出的 $dH/dt = \tilde{F}$ 作为一个动力核,运用系统自忆性原理,导出一种新预测模型^[6]。

引进记忆函数 $\beta(t)$,对方程求 t_0 至 t 的加权积分:

$$\int_{t_0}^t \beta(\tau) \frac{\partial H}{\partial \tau} d\tau = \int_{t_0}^t \beta(\tau) \tilde{F}(H, \tau) d\tau \quad (9)$$

在希尔伯特空间中定义内积:

$$(f, g) = \int_a^b f(\xi) g(\xi) d\xi \quad (f, g \in L^2) \quad (10)$$

运用此内积运算对系统微分方程进行变换,并设变量 H 和 β 连续、可微、可积,令 $\beta_i \equiv \beta(t), \beta_0 \equiv \beta(t_0), H_i \equiv H(t), H_0 \equiv H(t_0)$,其余类推。由微积分中的分部积分和中值定理可得一个回溯阶为 p 的差分-积分方程,称为自忆性方程:

$$\beta_i H_i - \beta_{-p} H_{-p} - \sum_{i=-p}^0 H_i^* (\beta_{i+1} - \beta_i) - \int_{-p}^i \beta(\tau) F(H, \lambda, \tau) d\tau = 0 \quad (11)$$

式中 $H_i^* \equiv H(t_m), t_i < t_m < t_{i+1}$ 。

对 p 阶自忆性方程式(11)离散化,用求和替代积分,微分变为差分,中值 H_t^m 用两个时次的值代替。令 $H_{-p} = H_{-p-1}^m, \beta_{-p-1} = 0$, 取时次为等距间隔,即令 $\Delta t = t_{i+1} - t_i = 1$, 则得式(11)的离散形式为:

$$H_i = \sum_{i=-p-1}^{-1} \alpha_i y_i + \sum_{i=-p-1}^{-1} \theta_i \tilde{F}(H, i) \quad (12)$$

式中 α_i, β_i 称为记忆系数, $\alpha_i = (\beta_{i+1} - \beta_i) / \beta_i$; $\theta_i = \beta_i / \beta_i$;

$$H_i^m = \frac{1}{2}(H_{i+1} + H_i) \equiv y_i \quad (13)$$

$$\tilde{F}(H, i) = \sum_{i=0}^p a_i H_i + \sum_{i=0}^p b_i H_i^2 \quad (14)$$

利用 L 个时次的历史资料,用最小二乘法求记忆系数 α_i 和 β_i , 记:

$$X_i = \begin{bmatrix} H_{i1} \\ H_{i2} \\ \vdots \\ H_{iL} \end{bmatrix} \quad \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{-p-1} \\ \alpha_{-p} \\ \vdots \\ \alpha_{-1} \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y_{-p,1} & y_{-p+1,1} & \cdots & y_{0,1} \\ y_{-p,2} & y_{-p+1,2} & \cdots & y_{0,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{-p,L} & y_{-p+1,L} & \cdots & y_{0,L} \end{bmatrix}$$

由 θ_i 组成的向量 $\Theta_{(p+1) \times 1}$ 和由 $\tilde{F}(H, i)$ 组成的矩阵 $\tilde{F}_{L \times (p+1)}$ 可仿 $\alpha_{(p+1) \times 1}$ 及 $Y_{L \times (p+1)}$ 类似表达。则式(12)的矩阵形式为:

$$X_i = Y\alpha + \tilde{F}\Theta \quad (15)$$

若令: $M = [Y \quad \cdots \quad \tilde{F}]$, $w = [\alpha \quad \cdots \quad \Theta]^T$, 则有:

$$X_i = Mw$$

求出系数矩阵 w 后即可进行模拟或预测。

3 实例研究与分析

以国家 863 计划项目示范区——山西省榆次井渠结合核心试区为例进行研究。该区有多年地下水埋深观测资料,本次选取 1997~2000 年连续 4 年 48 个月地下水埋深观测资料,并编号 1~48。建模样本为 1~40 号,建模样本量 $N=40$;试报样本 41~48 号,试报样本量 $Q=8$ 。根据上述方法,建立地下水埋深动态预测模型。取回溯阶 $p=3$,则反导得微分方程:

$$\frac{dH}{dt} = \tilde{F} = -0.2736H_t + 0.3635H_{t-1} + 0.0459H_{t-2} + 0.0258H_t^2 - 0.0431H_{t-1}^2$$

筛选时取 $\sigma_c = 0.003$, H_{t-2}^2 已被剔除。据此建立自忆性方程,离散化后用最小二乘法求记忆系数,最终得到预测方程:

$$H_t = \sum_{i=0}^3 \alpha_i y_i + \sum_{i=0}^3 \theta_i \tilde{F}(x, i)$$

取: $\alpha_0 = -0.0165$; $\alpha_1 = 0.8024$;

$\alpha_2 = -1.6727$; $\alpha_3 = 1.8765$;

$\theta_0 = 0.5232$; $\theta_1 = 1.2405$;

$\theta_2 = -1.3600$; $\theta_3 = 0.9429$

用模型拟合 7~40 号(因回溯阶原因, 1~6 号没有拟合值),预测 41~48 号,模型拟合结果及预测结果如图 1 和表 1 所示。

由计算结果可知,若以相对误差 20% 为合格,则 40 个月拟合结果中只有两个月超过

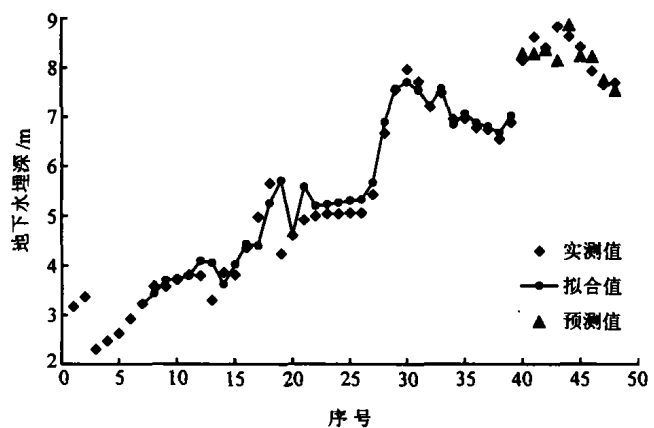


图 1 地下水埋深拟合与预测值比较

Fig. 1 Comparison of measured and predicted groundwater depths

20%, 合格率达 95%; 8 个月预测结果 100% 合格,且相对误差均在 8% 以下。但从结果可看出,由于地下水系统受多种因素的影响而表现出的复杂性和不确定性,使某些剧烈变化的点据(如 19 号和 28 号)拟合误差较大。尽管如此,DAMSM 模型还是能够很好地反映地下水埋深的变化趋势,显示了其预测能力。

表 1 模型拟合及预测结果
Tab. 1 Comparison of fitted and predicted results by the model

序号	实测值 /m	模型计算 /m	绝对误差 /m	相对误差 /%	序号	实测值 /m	模型计算 /m	绝对误差 /m	相对误差 /%
7	3.23	3.2322	0.0022	0.0681	28	6.66	5.6669	-0.9931	-14.9114
8	3.59	3.4328	-0.1572	-4.3788	29	7.54	6.8894	-0.6506	-8.6286
9	3.57	3.7062	0.1362	3.8151	30	7.96	7.5682	-0.3918	-4.9221
10	3.71	3.7358	0.0258	0.6954	31	7.71	7.7042	-0.0058	-0.0752
11	3.81	3.7903	-0.0197	-0.5171	32	7.2	7.5366	0.3366	4.6750
12	3.79	4.0950	0.3050	8.0475	33	7.48	7.2019	-0.2781	-3.7179
13	3.29	4.0543	0.7643	23.2310	34	6.94	7.5692	0.6292	9.0663
14	3.86	3.6245	-0.2355	-6.1010	35	6.96	6.8374	-0.1226	-1.7615
15	3.81	4.0256	0.2156	5.6588	36	6.77	7.0528	0.2828	4.1773
16	4.36	4.4348	0.0748	1.7156	37	6.73	6.8697	0.1397	2.0758
17	4.97	4.4005	-0.5695	-11.4588	38	6.54	6.8009	0.2609	3.9893
18	5.65	5.2503	-0.3997	-7.0743	39	6.88	6.6700	-0.2100	-3.0523
19	4.24	5.7045	1.4645	34.5401	40	8.14	7.0166	-1.1234	-13.8010
20	4.6	4.3646	-0.2354	-5.1174	41	8.61	8.2807	-0.3293	-3.8246
21	4.91	4.6031	-0.3069	-6.2505	42	8.40	8.3622	-0.0378	-0.4500
22	4.99	5.5791	0.5891	11.8056	43	8.82	8.1360	-0.6840	-7.7551
23	5.03	5.2015	0.1715	3.4095	44	8.62	8.8557	0.2357	2.7343
24	5.03	5.2276	0.1976	3.9284	45	8.41	8.2315	-0.1785	-2.1225
25	5.05	5.2641	0.2141	4.2396	46	7.92	8.2168	0.2968	3.7475
26	5.05	5.3055	0.2555	5.0594	47	7.64	7.7379	0.0979	1.2814
27	5.42	5.3248	-0.0952	-1.7565	48	7.68	7.5244	-0.1556	-2.0260

4 结 语

本文将反演建模法和自记忆性方程应用于地下水埋深预测,建立了地下水埋深预测的 DAMSM 模型,并进行了实例研究和分析。该模型将动力学计算与用历史数据估计参数结合起来,既避免微分方程初值解法只用一个初值的缺陷,又可以把统计学方法中从过去观测资料提取预测信息的长处吸收进来,是一种兼顾动力和统计双重性的预测模式,对于只有实测序列的非线性系统非常适用。将该方法运用于地下水埋深预测时,无需分析研究影响地下水埋深动态的各种因素,只需要有一定长度的地下水埋深动态观测资料系列。由于模型运用历史实测值来估计记忆系数,蕴涵了历史实测值中对预测有用的信息,因而能够显著提高预测的准确率。

参考文献:

- [1] Yang Jin-zhong, Cai Shu-ying. A multi-layer hierarchical combinative model for the prediction of regional groundwater level[J]. Advances in Water Science, 1995, (in Chinese) 6(2): 101~106.
- [2] Zhang Wen-zhen, Shen Rong-kai. Groundwater hydrology and its control[M] (in Chinese). Beijing: China Water Publication Ltd, 1998.
- [3] Shi Guang-xin. Predicting groundwater dynamics by method of fuzzy mode diagnosis[J]. Engineering Reconnaissance, (in Chinese) 1999(4): 39~43.
- [4] Zhou Wei-bo. Application of artificial neural networks to groundwater level forecast for irrigation district with well and canal[J]. Northwest Water Resources and Water Engineering, (in Chinese) 2003, 14(2): 5~9.
- [5] Yang Jian-qiang, Luo Xian-xiang. Prediction groundwater regimes with method of radial basis function[J]. Engineering Reconnaissance, (in Chinese) 2001(5): 35~37.
- [6] Cao Hong-xing. The self-memory theory of dynamic system-application in forecast and computation[M] (in Chinese). Beijing: Geology Press, 2002.
- [7] Jia Xiao-jing, Cao Hong-xing, Feng Guo-lin. New approach to dynamic data modeling and its application to precipitation forecasting[J]. Journal of Applied Meteorological Science, (in Chinese) 2002, 13(1): 96~101.
- [8] Wu Yan-qing. Prediction of variations in groundwater quality in Weinan water resources fields near the rivers in Xi'an [J]. Journal of Xi'an University of Technology, (in Chinese) 2000, 16(3): 234~237.

(责任编辑 陈洁)