

## 对高斯投影长度变形问题的简单探讨

尹玉廷, 陈莉莉, 康明, 王传江

(上海市测绘院, 上海 200129)

**摘要:**通过实际数据,对高斯投影长度变形问题进行了分析,简单介绍采用抵偿高程投影面、任意带高斯投影和具有抵偿高程投影面的任意带高斯投影的方法,能有效地实现控制高斯投影两种长度变形的相互抵偿,达到了控制高斯投影长度变形影响的目的。

**关键词:**高斯投影;抵偿高程投影面;任意带高斯投影

**中图分类号:**P226

**文献标识码:**B

**文章编号:**1672-5867(2010)05-0211-02

## Simple Discussion on the Scale Error of Gauss Projection

YIN Yu-ting, CHEN Li-li, KANG Ming, WANG Chuan-jiang

(Shanghai Municipal Institute of Surveying and Mapping, Shanghai 200129, China)

**Abstract:** In this paper, the scale error of Gauss projection is analyzed according to the actual data. It also simply discussed the methods to effectively control the distortion in Gauss projection, as projection datum plane with compensation effect, arbitrary zone of Gauss projection, and arbitrary zone of Gauss projection combined with projection datum plane with compensation effect.

**Key words:** Gauss projection; projection datum plane with compensation effect; arbitrary zone of Gauss projection

### 0 引言

轨道交通11号线是上海市轨道网络中构成线网主要骨架的4条市域线之一,在轨道交通网络中具有重要的地位。11号线主线从嘉定经中心城区至临港新城,是贯通上海市西北地区-东南区域临港新城的一条主干线。其南段工程自浦东新区龙阳路经南汇区至临港新城滴水湖畔,串联了南汇区内周康综合经济区、航新商贸区、惠南科教经济区、大团都市农业区四大片区,线路将上海市规划建设的临港新城与中心城区紧密地联系起来,将极大地促进临港新城的建设。

轨道交通11号线南段工程(龙阳路-临港新城)设计起点为龙阳路、白杨路东南侧的龙阳路站,终点为临港新城滴水湖畔的临港新城站。工程测量控制网作为城市建设的基础,为了便于城市建设施工放样工作的顺利进行,要求由控制点坐标直接反算的边长与实地量测的边长,在长度上应该相等。11号线采用上海平面坐标系统。上海平面坐标系是采用克拉索夫斯基椭球,中央经线定在城市中心,投影面定为城市平均高度,11号线东西跨度较大,在离城市中央经线最远处投影变形达到24 ppm,对施工不便。因此,本文通过实际数据,对高斯投影长度变形问题进行了分析,简单介绍几种方法,能有效地实现控制高斯投影两种长度变形的相互抵偿,达到了控制高



图1 上海市轨道交通11号线南段工程走向示意图  
Fig. 1 The sketch map of south part of the 11th line of rail transit network in Shanghai

斯投影长度变形影响的目的。

### 1 投影带与投影面产生的投影变形分析

我国测绘成果一般都是采用高斯投影的办法,高斯投影不可避免的就是长度变形的问题,它主要是由以下两种因素引起:

1) 实测边长归算到参考椭球面上的变形影响:

收稿日期:2010-01-11

作者简介:尹玉廷(1986-),女,江苏盐城人,助理工程师,学士,2006年毕业于同济大学测绘工程专业,主要从事工程测量工作和工程测量应用程序编程工作。

$$\frac{\Delta S_1}{S} = -\frac{H_m}{R} \quad (1)$$

式中,  $H_m$  为归算边高出参考椭球面的平均高程;  $S$  为归算边的长度;  $R$  为归算边方向参考椭球法截弧的曲率半径;  $\Delta S_1$  为负值,  $|\Delta S_1|$  值与  $H_m$  成正比, 随  $H_m$  增大而增大。

2) 将参考椭球面上的边长归算到高斯投影面上的变形影响:

$$\frac{\Delta S_2}{S_0} = \frac{1}{2} \left( \frac{y_m}{R_m} \right)^2 \quad (2)$$

式中,  $S_0$  为投影归算边长;  $y_m$  为归算边两端点横坐标平均值;  $R_m$  为参考椭球面平均曲率半径;  $\Delta S_2$  为正值;  $\Delta S_2$  值随着  $y_m$  平方成正比而增大, 离中央经线越远, 变形越大。

长度变形不能消除, 只能通过选择合适的投影带和投影面对长度变形进行有效地控制。

## 2 投影坐标系的选择实验

设城市轨道交通线路 A, 在控制点 G38 (-20 359.225, 24 778.255) 处投影变形为 7 ppm, 在最南点处投影变形达到 24 ppm, 故以 G38 为分界, 以北采用前面确定坐标, 以南采用新的投影方式, 使得 G38 点坐标不变; G38 与周围控制点 G37 和 G39 之间夹角不变。本文采用以下三种手段来确定新投影坐标系。

### 2.1 抵偿高程投影面

抵偿高程投影面是通过改变  $H_m$ , 从而选择合适的工程参考面, 将实测边长归算到参考椭球面上的变形与参考椭球面上的边长归算到高斯投影面上的变形互相抵消。即上述式(1)和式(2)中  $\Delta S_1$  与  $\Delta S_2$  和为零。当  $y_m$  已知时, 可由上式求得:

$$\Delta H = \frac{y_m^2}{2R} \quad (3)$$

由式(3), 线路 A 中, G38 至最南点 G00 的  $y_m$  坐标均值为 34 712.399, 投影面需要降低:  $H = -34\,712.399^2/2/R = -94$  m, 取整 100 m, 预计最远处的投影变形为  $-100/R + 24$  ppm = 8.3 ppm。

将投影面降低 100 m 后, 计算出新投影面下控制网起算点坐标(见表 1):

表 1 降低 100 m 后, 新投影面下控制网起算点坐标

Tab. 1 The known coordinates in control network under new projection plane which was decreased by 100 m

控制网 起算点	$H_0 = 0$		$H_0 = 100$	
	X	Y	X	Y
1	-13 335.396	-8 388.833	-13 389.569	-8 388.701
2	-37 995.740	34 967.502	-38 049.525	34 966.952
3	-1 757.900	27 888.962	-1 812.255	27 888.523

参照高斯变形, 将两个投影面的节点选在 G38 点, 计算出两个投影面计算坐标在 G38 点的平移量; 对控制网起算点进行坐标平移, 采用平移后的控制网起算点坐标再次进行控制网解算即得到新投影面下控制点坐标。

连接处附近夹角检查, 即检查 G38 - G37 的方位变

化: 原投影面算得,  $246^\circ 48' 20.7''$ ; 现在算得  $246^\circ 48' 20.8''$ , 没有变化。

### 2.2 任意带高斯投影

任意带高斯投影是通过改变  $y_m$ , 对中央经线进行适当移动, 来抵偿由高程面的边长归算到参考椭球面上的投影变形。即  $H_m$  不变, 可求得:

$$y = \sqrt{2R_m H_m} \quad (4)$$

实际应用任意带高斯投影坐标系时, 往往选取测区边缘, 或测区中央, 或测区内某一点的经线作为中央经线, 而不经式(4)的计算。

例如, 线路 A 中, 取 G38 的经线作为新投影面的中央经线  $121^\circ 43' 34.481\,35''$ , 预计南段最远处投影变形为 4 ppm (北段 8 ppm 投变)。

换新中央经线后, 计算出新带下控制网起算点坐标(见表 2)。

表 2 新中央经线下控制网起算点坐标

Tab. 2 The known coordinates in control network with new central median

控制网 起算点	$121^\circ 28' 00''$		$121^\circ 43' 34.481\,35''$	
	X	Y	X	Y
1	-13 335.396	-8 388.833	-13 286.772	-33 150.654
2	-37 995.740	34 967.502	-38 048.210	10 147.993
3	-1 757.900	27 888.962	-1 794.347	3 154.245

参照高斯变形, 将两个投影面的节点选在 G38 点, 计算出两个投影面计算坐标在 G38 点的平移量; 对控制网起算点进行坐标平移旋转, 采用新控制网起算点坐标再次进行控制网解算即得新投影面下控制点坐标。

连接处附近夹角检查, 即检查 G38 - G37 的方位变化: 原投影面算得,  $246^\circ 48' 20.7''$ ; 现在算得  $246^\circ 48' 20.7''$ , 没有变化。

### 2.3 具有高程抵偿面的任意带高斯投影

具有高程抵偿面的任意带高斯投影是指既改变  $H_m$  (选择高程参考面), 又改变  $y_m$ , 综合上述两种方法来共同抵偿高斯投影长度变形。对于测区范围较大的工程, 可以采用此种方法, 本文不进行详细分析。

## 3 结束语

通过选择合适的高程投影面和中央经线, 能有效地实现控制高斯投影两种长度变形的相互抵偿, 达到了控制高斯投影长度变形影响的目的, 给城市轨道交通施工放样测设数据提供了准确的依据, 对于实际工程具有现实意义。

## 参考文献:

- [1] 王解先. GPS 精密定轨定位 [M]. 上海: 同济大学出版社, 2002.
- [2] 朱华统, 杨元喜, 吕志平. GPS 坐标系统的变换 [M]. 北京: 测绘出版社, 1994.
- [3] 施一民. 现代大地控制测量 [M]. 北京: 测绘出版社, 2003.



地信网论坛

BBS.3S001.COM