

# 卫生统计学实习

何平平

北京大学公共卫生学院  
流行病学与卫生统计学系

**Tel: 82801619**

# 实习三

## 数值变量资料的统计推断（一）

第185 ~ 199页

# 一、均数的抽样误差及总体均数可信区间的估计

## (一) 均数的抽样误差

### 1. 定义


在抽样研究中，由于抽样造成的样本均数与总体均数之间的差异或者样本均数之间的差异，称为均数的抽样误差（sampling error）。抽样误差是不可避免的，造成抽样误差的根本原因是个体变异的客观存在。

# 一、均数的抽样误差及总体均数置信区间的估计

## (一) 均数的抽样误差

### 2. 计算

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$



标准误的精确值      标准误的估计值

### 3. 性质

(1) 抽样误差的大小，即标准误，与标准差成正比，与样本含量的平方根成反比。

(2) 在实际工作中，减小抽样误差的有效方法是增大样本含量。

# 一、均数的抽样误差及总体均数置信区间的估计

## (二) $t$ 分布

### 1. 定义

$$X \sim N(\mu, \sigma), \quad z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

$$\bar{X} \sim N(\mu, \sigma_{\bar{X}}), \quad z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} \sim N(0, 1)$$

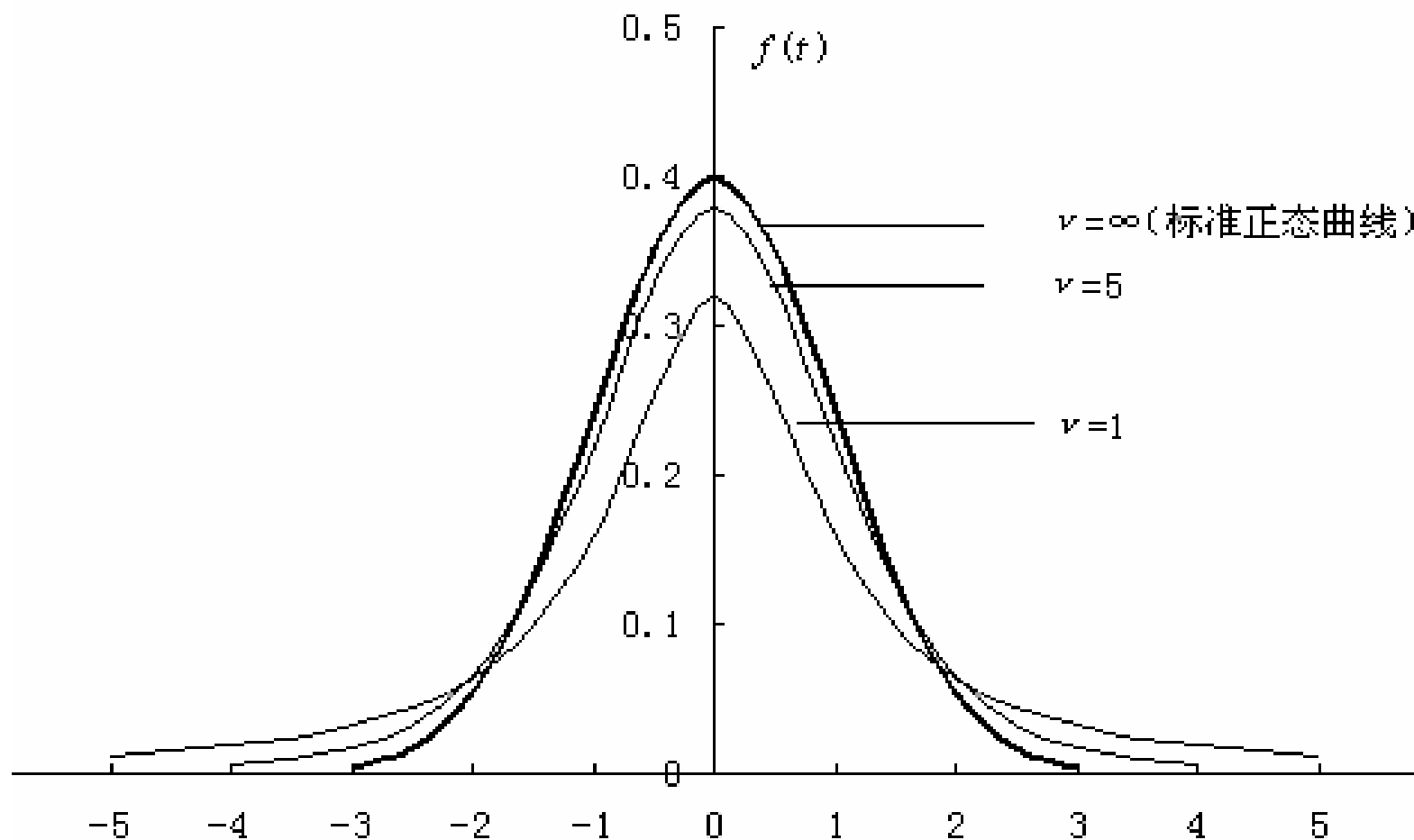
当 $\sigma$ 未知时,  $\sigma_{\bar{X}}$ 未知, 常用 $S_{\bar{X}}$ 代替, 则

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_{\bar{X}}} \sim t \text{ 分布}$$

## (二) $t$ 分布

### 2. 性质

一组与自由度  $\nu$  有关的曲线，随着自由度  $\nu$  的增大接近标准正态分布。



## 一、均数的抽样误差及总体均数置信区间的估计

### (三) 总体均数95 % 置信区间的估计

1.  $\sigma$ 已知时,  $\bar{X} \pm 1.96\sigma_{\bar{X}}$

2.  $\sigma$ 未知时,  $\bar{X} \pm t_{0.05/2, \nu} S_{\bar{X}}$

3.  $\sigma$ 未知,  $n$ 较大时,  $\bar{X} \pm 1.96S_{\bar{X}}$

## 二、数值变量资料的假设检验 ( $t$ 检验和 $z$ 检验)

### (一) 假设检验的目的

推断两个**总体**均数是否相等 ( 双侧检验:  $\mu_1 = \mu_2?$  , 单侧检验:  $\mu_1 > \mu_2?$  或者  $\mu_1 < \mu_2?$  )

### (二) 假设检验方法的选择

- 根据 $\sigma$ 是否已知以及 $n$ 的大小, 选择 $t$ 检验或 $z$ 检验。
- 根据不同的研究设计类型, 选择不同的方法。
- 注意单侧、双侧检验的选择



## 二、数值变量资料的假设检验 ( $t$ 检验和 $z$ 检验)

### (二) 假设检验方法的选择

#### $t$ 检验和 $z$ 检验的应用条件和计算公式

三种设计类型	适用条件和计算公式	
	$t$ ( $\sigma$ 未知, $n$ 较小)	$z$ ( $\sigma$ 已知或 $\sigma$ 未知, $n$ 较大) *
样本均数与已知总体均数比较	$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$	$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$
配对设计的比较	$t = \frac{\bar{d} - 0}{s_d / \sqrt{n}}$	$z = \frac{\bar{d} - 0}{s_d / \sqrt{n}}$
完全随机设计的两样本均数比较	$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$ (假定 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ )	$z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$

\*资料中 $\sigma$ 已知时, 可以用 $\sigma$ 代替公式中相应的 $s$ 。

## 二、数值变量资料的假设检验 ( $t$ 检验和 $z$ 检验)

### (二) 假设检验方法的选择

#### 完全随机设计的两样本均数的 $t$ 检验

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}, \quad \nu = n_1 + n_2 - 2$$

式中  $S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$  为两样本均数差值的标准误，其计算方法如下：

$$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{s_c^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

式中  $s_c^2$  称为合并方差，其计算方法如下：

$$s_c^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{\left[ \sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n_1} \right] + \left[ \sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n_2} \right]}{n_1 + n_2 - 2}$$

## 二、数值变量资料的假设检验 ( $t$ 检验和 $z$ 检验)

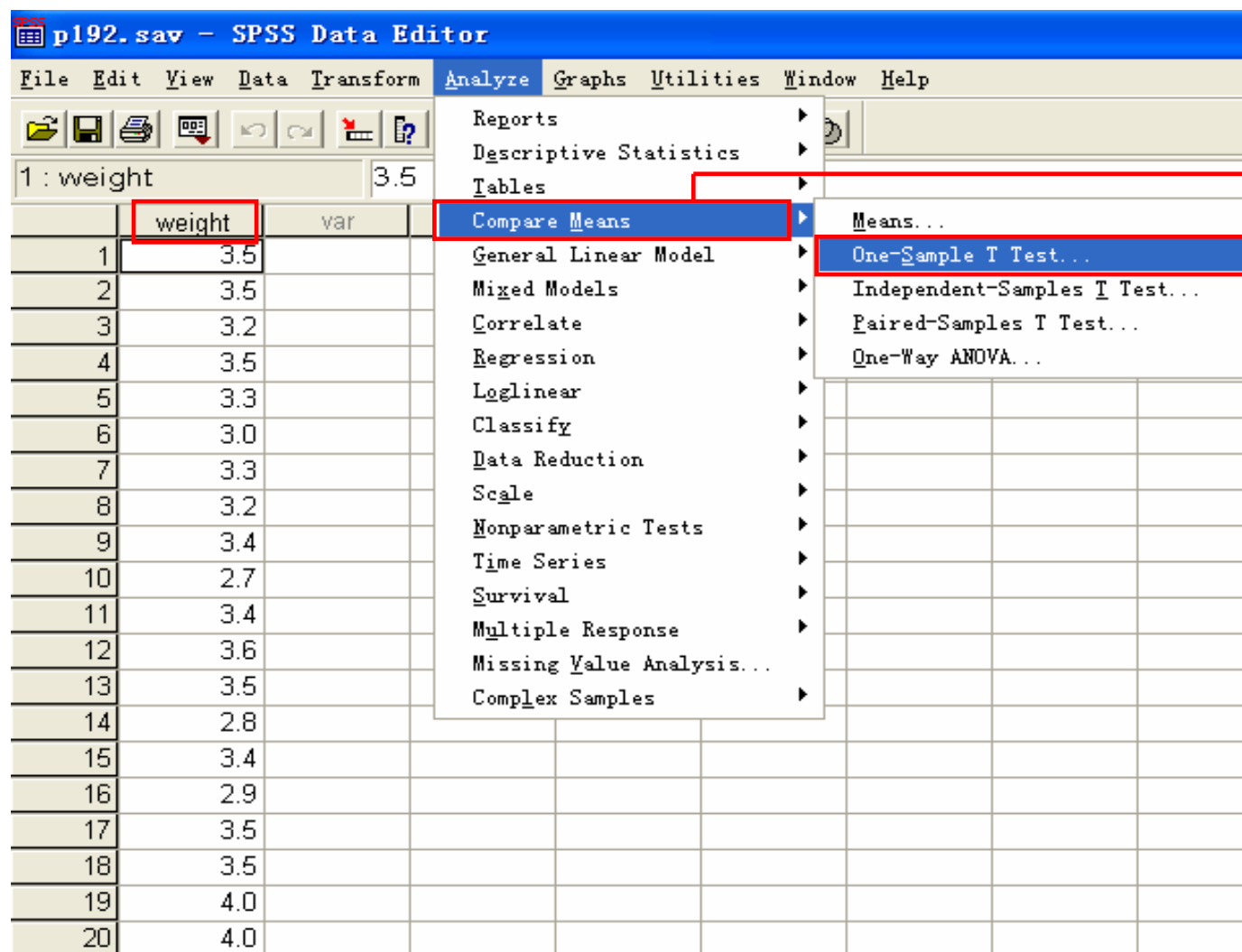
### (三) 假设检验的注意事项

- 假设检验的 $P$ 值不能反映总体均数差别的大小。  
 $P$ 值越小，越有理由（越有把握）认为两总体均数不相等。
- 假设检验的结论具有概率性。  
 $H_0$ 原本正确，但 $P \leq 0.05$ ，拒绝 $H_0$ ：第一类错误（ $\alpha$ ）  
 $H_0$ 原本不正确，但 $P > 0.05$ ，不拒绝 $H_0$ ：第二类错误（ $\beta$ ）  
 $\alpha$  为事先指定的检验水平（一般取0.05）， $\beta$ 未知； $\alpha$ 越小， $\beta$ 越大； $\alpha$ 越大， $\beta$ 越小；增大样本量 $n$ ，可以同时减小 $\alpha$ 和 $\beta$ 。

注：在临床或者基础科研中，可能会由于样本量不足，从而增大了第二类错误的概率，导致“差别无统计学意义”的错误结论。

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (一) 样本均数与已知总体均数的比较 (单样本 $t$ 检验)

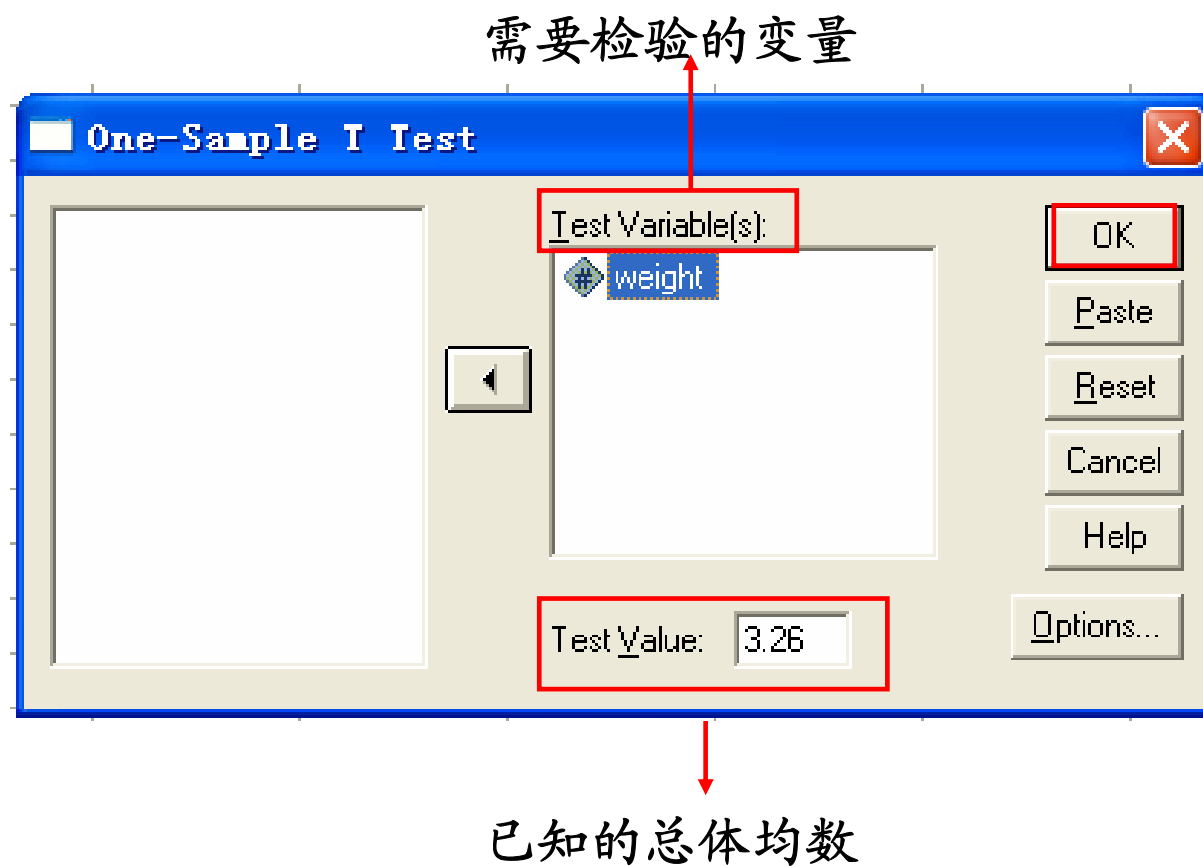


均数比较

单样本 $t$ 检验

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (一) 样本均数与已知总体均数的比较 (单样本 $t$ 检验)



### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (一) 样本均数与已知总体均数的比较 (单样本 $t$ 检验)

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
weight	20	3.360	.3362	.0752

均数

标准差

标准误

One-Sample Test

	Test Value = 3.26					
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
weight	1.330	19	.199	.1000	-.057	.257

$t$ 值

自由度

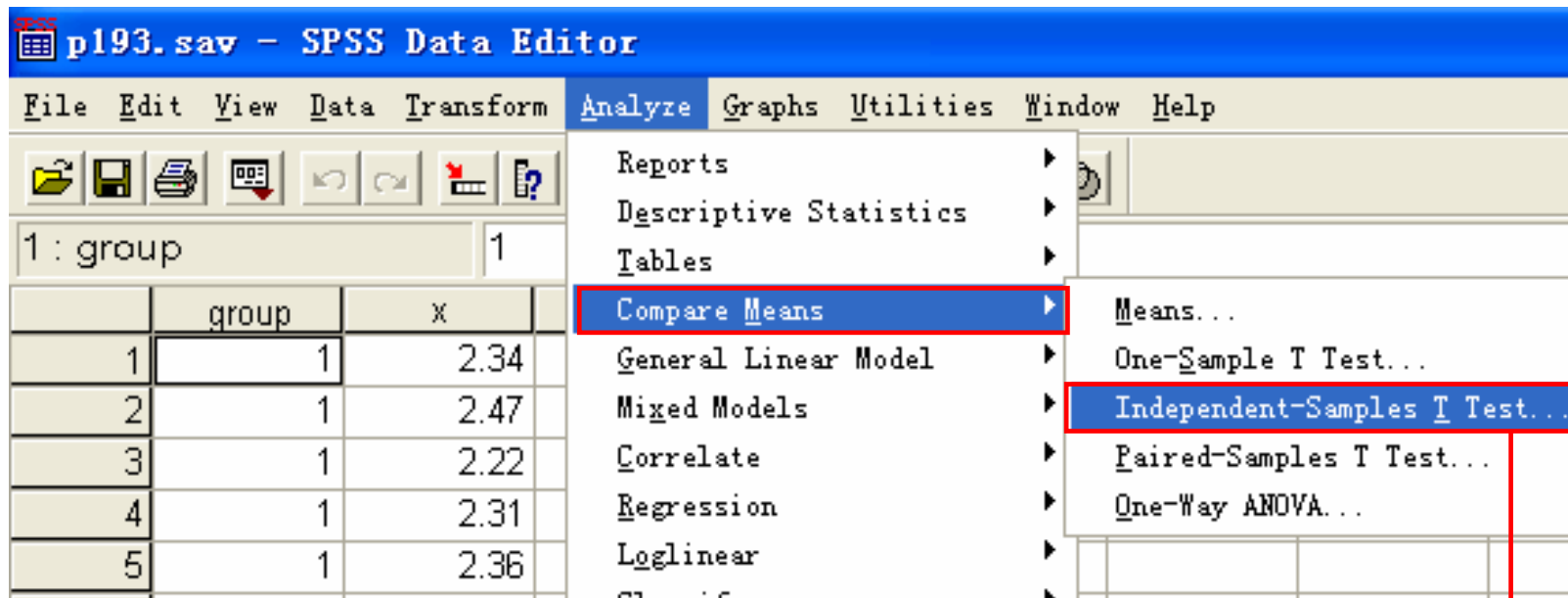
$P$ 值

Sig: significance

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (二) 完全随机设计的两样本均数比较 (两独立样本 $t$ 检验)

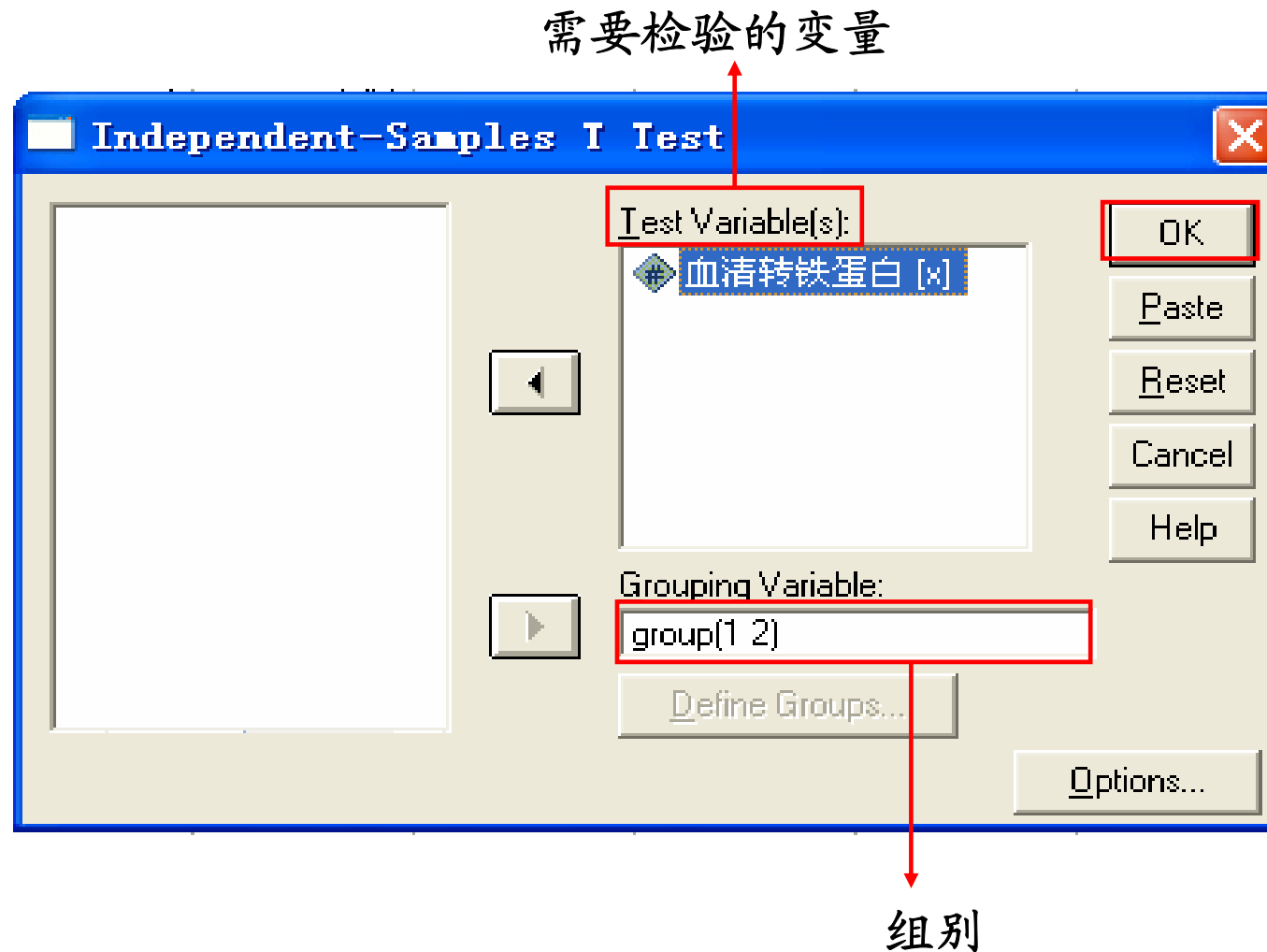
例：见第193页例8-8。group: 分组, 1 = 患者; 2 = 正常人。X: 血清转铁蛋白。



独立样本 $t$ 检验

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (二) 完全随机设计的两样本均数比较 (两独立样本 $t$ 检验)





### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (二) 完全随机设计的两样本均数比较 (两独立样本 $t$ 检验)

Group Statistics

分组		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
血清转铁蛋白	患者	13	2.3269	.11636	.03227
	正常人	12	2.7167	.10369	.02993

#### 方差齐性检验

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means				
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference
血清转铁蛋白	Equal variances assumed	.128	.724	-8.812	23	.000	-.38974	.04423
	Equal variances not assumed			-8.854	22.977	.000	-.38974	.04402

$F$ 值

$P$ 值

校正的 $t$ 值

$t$ 值

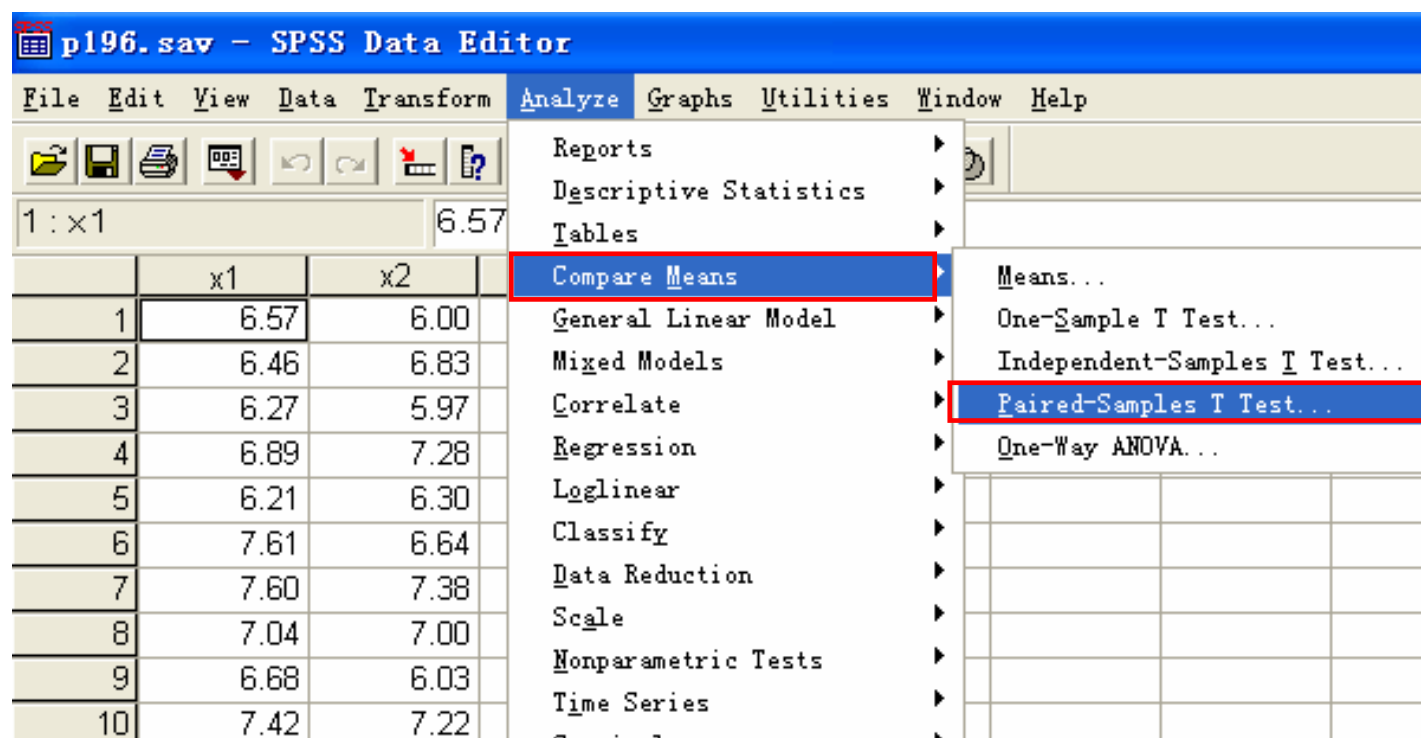
$P$ 值

当 $P>0.05$ ，选择 $t$ 检验；当 $P\leq 0.05$ ，选择校正 $t$ 检验。

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (三) 配对设计的两样本均数比较

例：见第196页例8-10。X1：常规药的血清总胆固醇，  
X2：新药的血清总胆固醇。



配对样本  
 $t$ 检验

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (三) 配对设计的两样本均数比较



### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (三) 配对设计的两样本均数比较

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	x1	6.8750	10	.52724	.16673
	x2	6.6650	10	.55770	.17636

Paired Samples Correlations

		N	Correlation	Sig.
Pair 1	x1 & x2	10	.676	.032

配对差值

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	x1 - x2	.21000	.43772	.13842	-.10313	.52313	1.517	9	.164

$t$ 值

自由度  $P$ 值

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (四) 练习

将20名某病患者随机分为两组，分别用甲、乙两药治疗，测得治疗前后的血沉（mm/hr），数据如下表（第538页第2题）。

病人号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
甲药 治疗前	10	13	6	11	10	7	8	8	5	9
治疗后	6	9	3	10	10	4	2	5	3	3
病人号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
乙药 治疗前	9	10	9	13	8	6	10	11	10	10
治疗后	6	3	5	3	3	5	8	2	7	4

问：1. 甲、乙两药是否均有效？

2. 甲、乙两药疗效是否相同？

#### (四) 练习

p538.sav - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze

21:

	drug	x1	x2
1	1	10	6
2	1	13	9
3	1	6	3
4	1	11	10
5	1	10	10
6	1	7	4
7	1	8	2
8	1	8	5
9	1	5	3
10	1	9	3
11	2	9	6
12	2	10	3
13	2	9	5
14	2	13	3
15	2	8	3
16	2	6	5
17	2	10	8
18	2	11	2
19	2	10	7
20	2	10	4

drug: 药物。1 = 甲药,  
2 = 乙药。

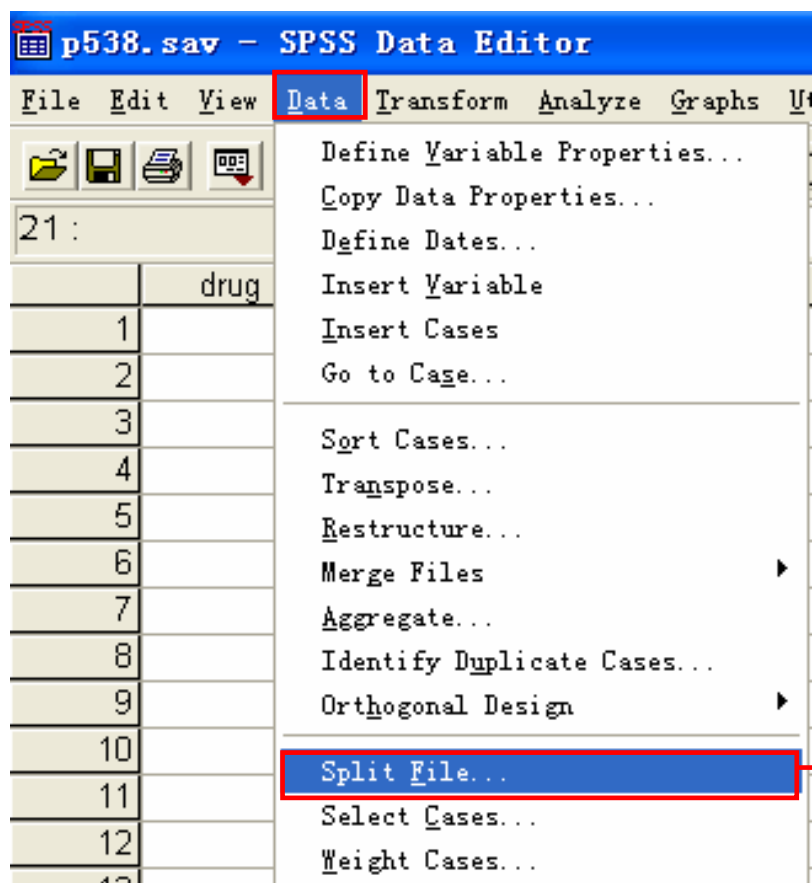
X1: 治疗前的血沉。

X2: 治疗后的血沉。

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (四) 练习

1. 甲、乙两药是否均有效？



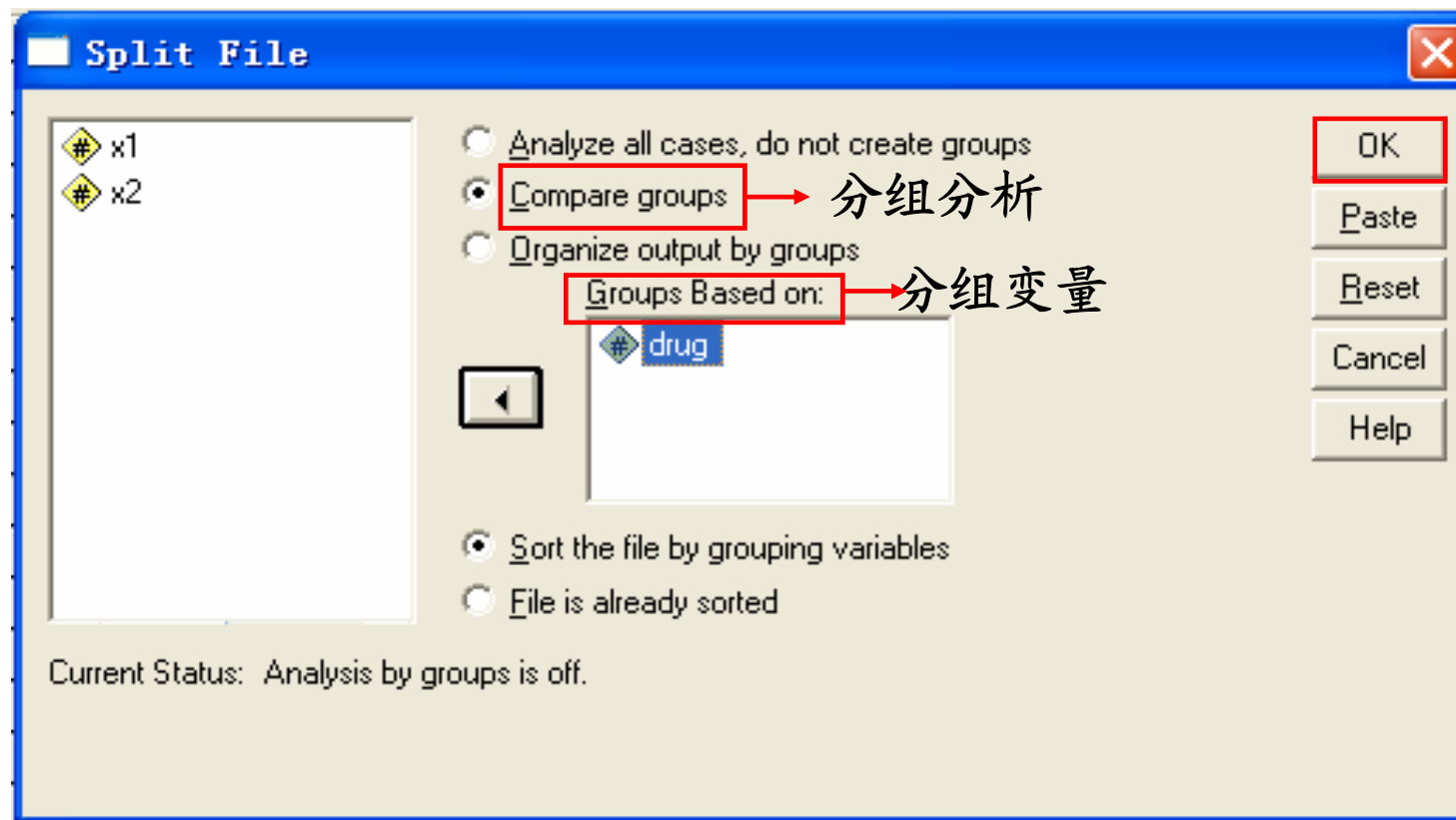
统计方法：对甲药、乙药分别作配对 $t$ 检验。

→ 拆分文件

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (四) 练习

1. 甲、乙两药是否均有效？

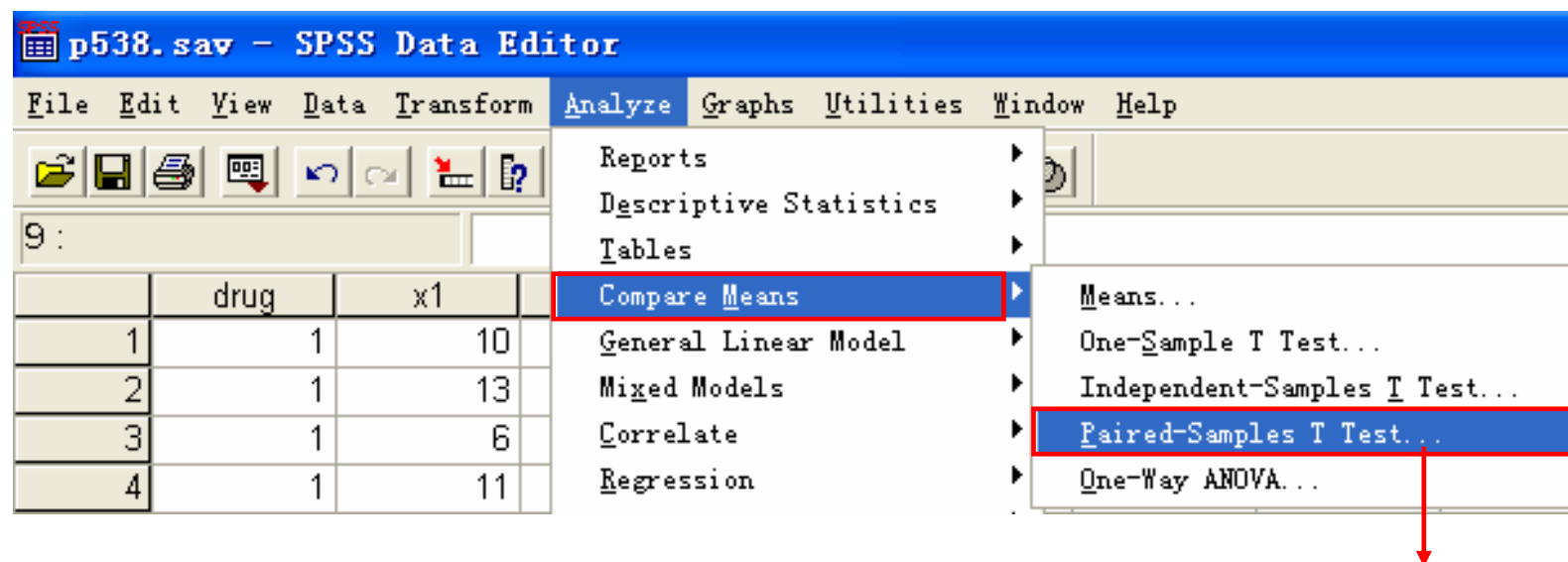




### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (四) 练习

1. 甲、乙两药是否均有效？



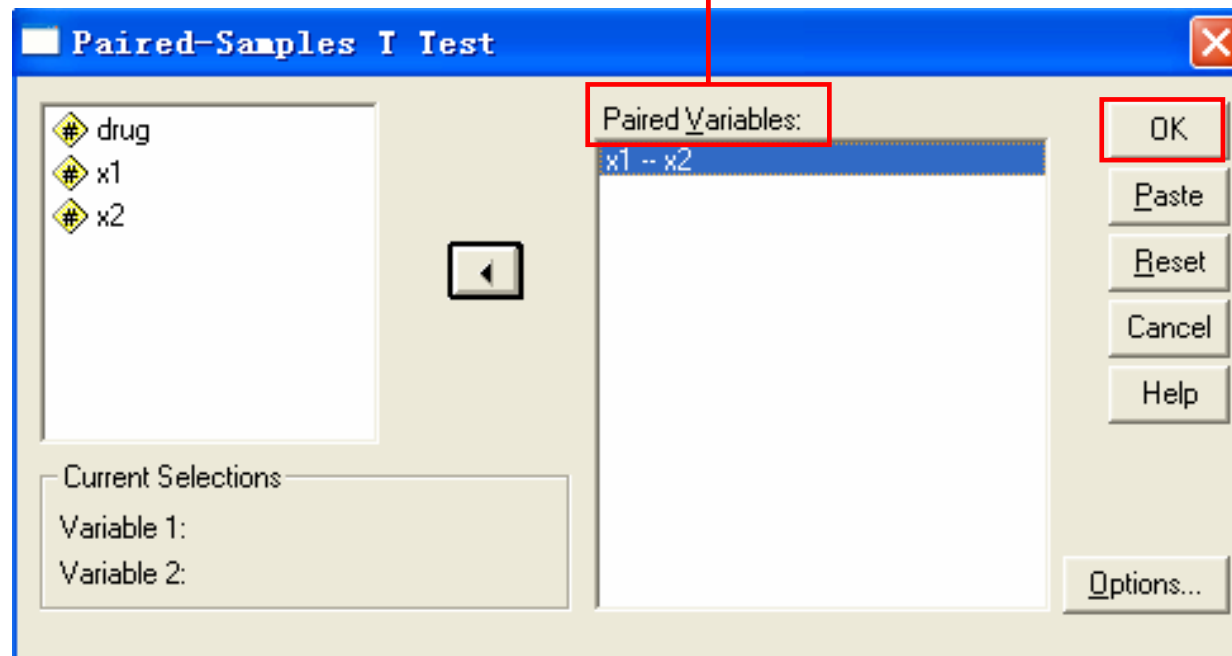
配对 $t$ 检验

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (四) 练习

1. 甲、乙两药是否均有效？

配对的变量

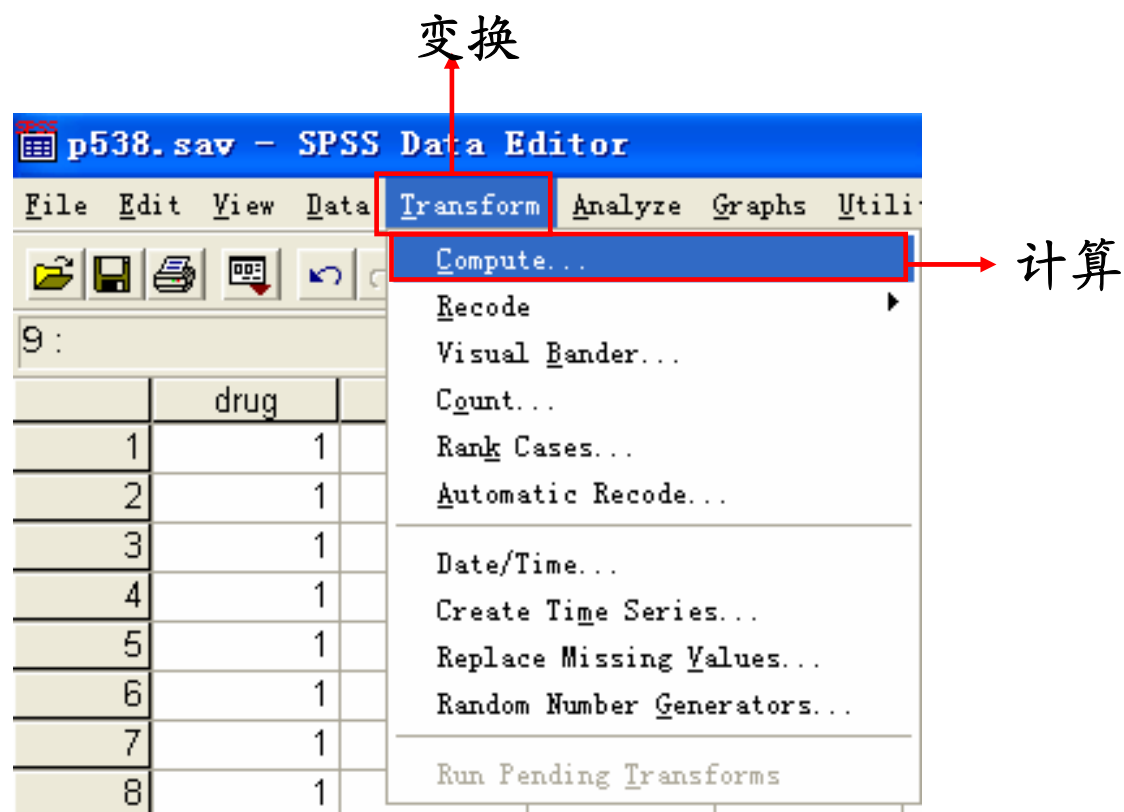


**注：**结果将**分别**显示甲、乙两药配对 $t$ 检验的分析。

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (四) 练习

2. 甲、乙两药疗效是否相同？

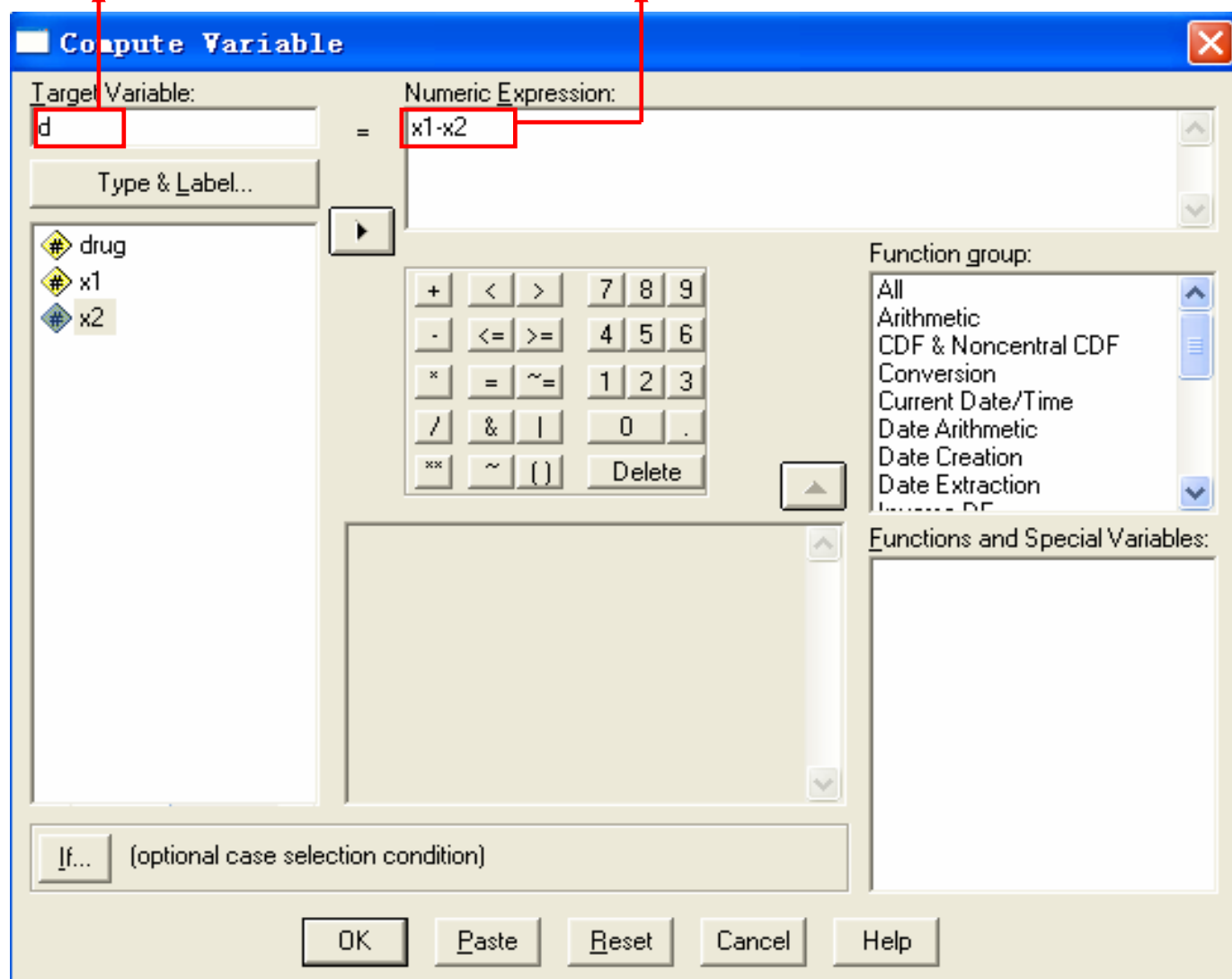


比较两种药物的疗效，需要产生一个表示“差值”的新变量，然后对差值作完全随机设计的两样本 $t$ 检验。

## 2. 甲、乙两药疗效是否相同？

d: 差值

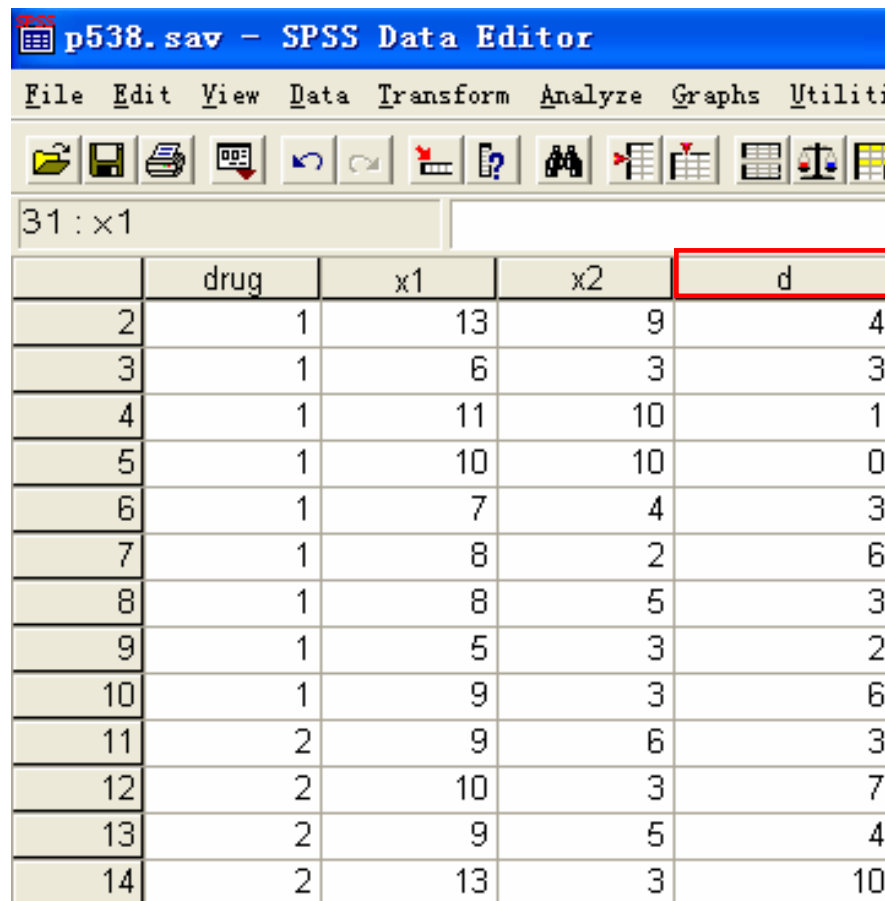
数学表达式  $x1 - x2$



### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (四) 练习

2. 甲、乙两药疗效是否相同？



31 : x1

	drug	x1	x2	d
2	1	13	9	4
3	1	6	3	3
4	1	11	10	1
5	1	10	10	0
6	1	7	4	3
7	1	8	2	6
8	1	8	5	3
9	1	5	3	2
10	1	9	3	6
11	2	9	6	3
12	2	10	3	7
13	2	9	5	4
14	2	13	3	10

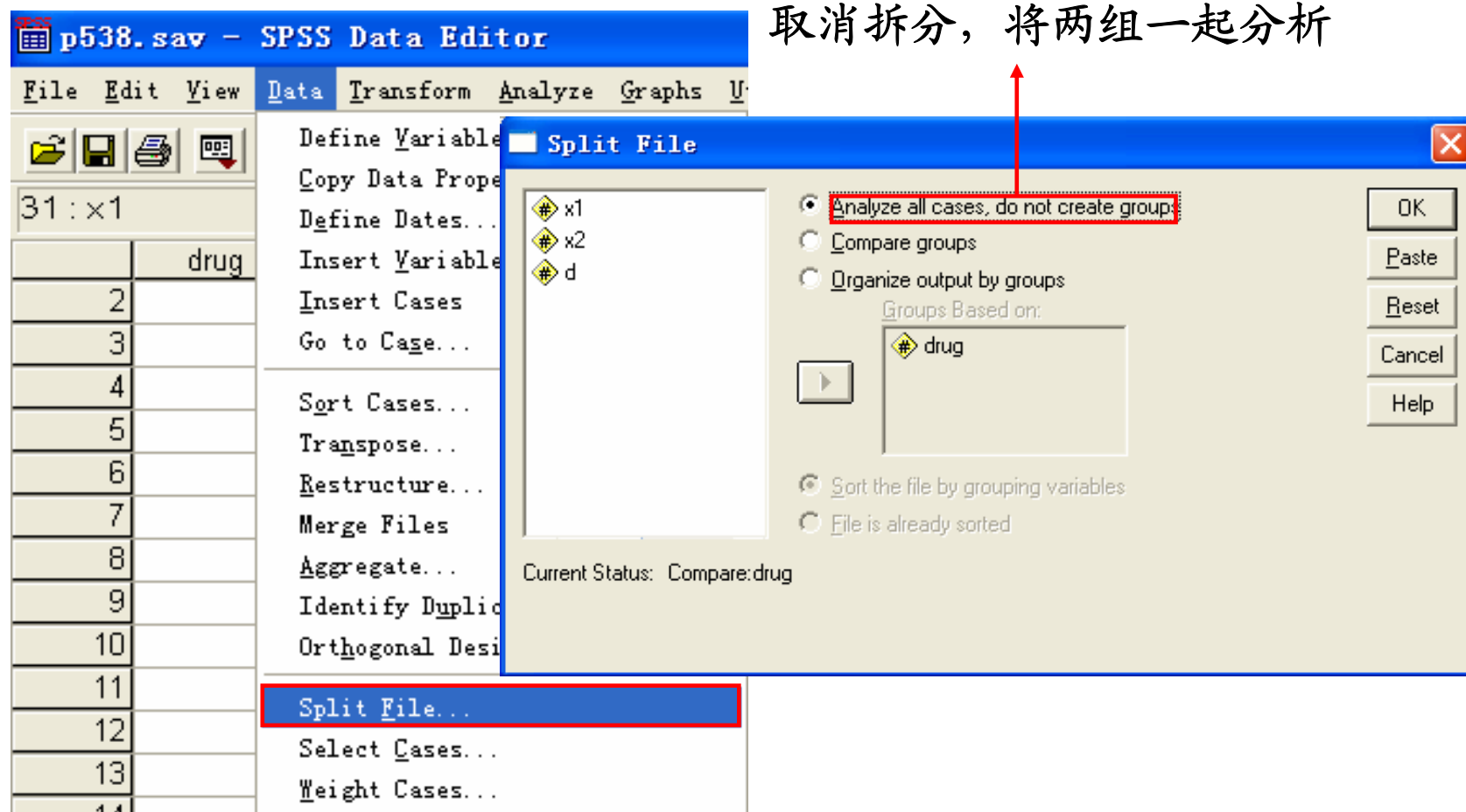
d: 表示“差值”的新变量。

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (四) 练习

2. 甲、乙两药疗效是否相同？

取消拆分，将两组一起分析



The screenshot displays the SPSS 13.0 Data Editor window with the 'Split File' dialog box open. The 'Analyze all cases, do not create group' radio button is selected and highlighted with a red box. A red arrow points from the text '取消拆分，将两组一起分析' to this option. The 'Split File' dialog also shows 'drug' as the grouping variable. The 'Current Status' is 'Compare: drug'.

31 : x1

	drug
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	

Split File

- ☒ Analyze all cases, do not create group
- ☐ Compare groups
- ☐ Organize output by groups

Groups Based on:

- ☒ drug

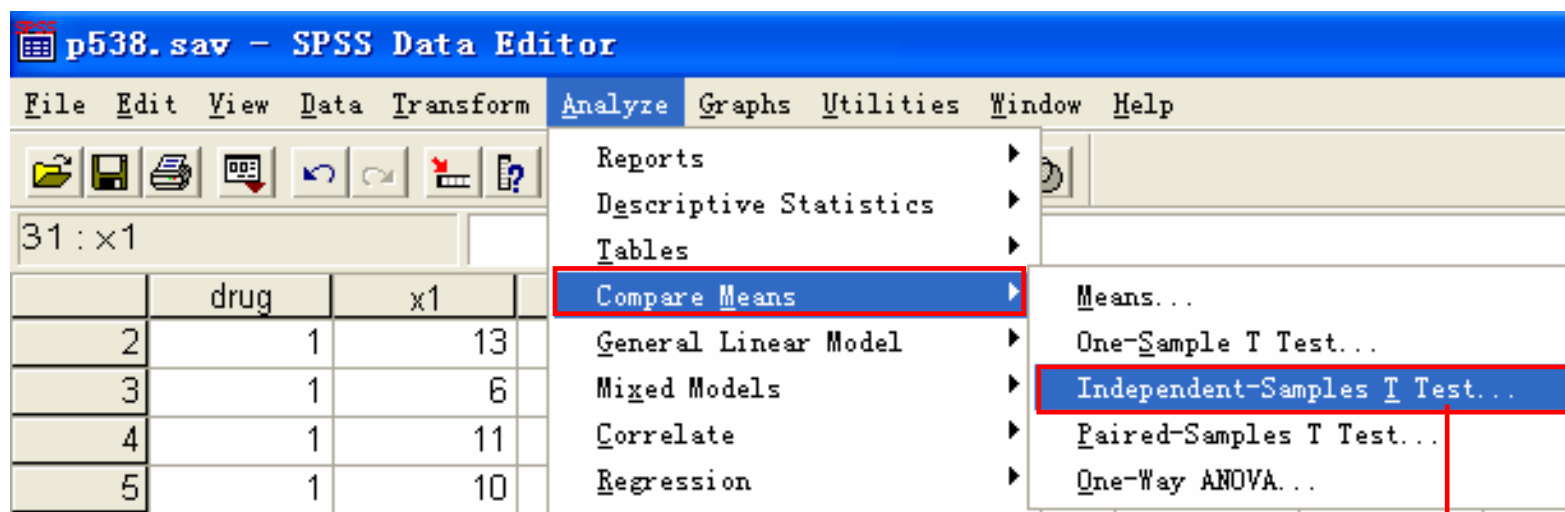
Current Status: Compare: drug

Split File...

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (四) 练习

2. 甲、乙两药疗效是否相同？



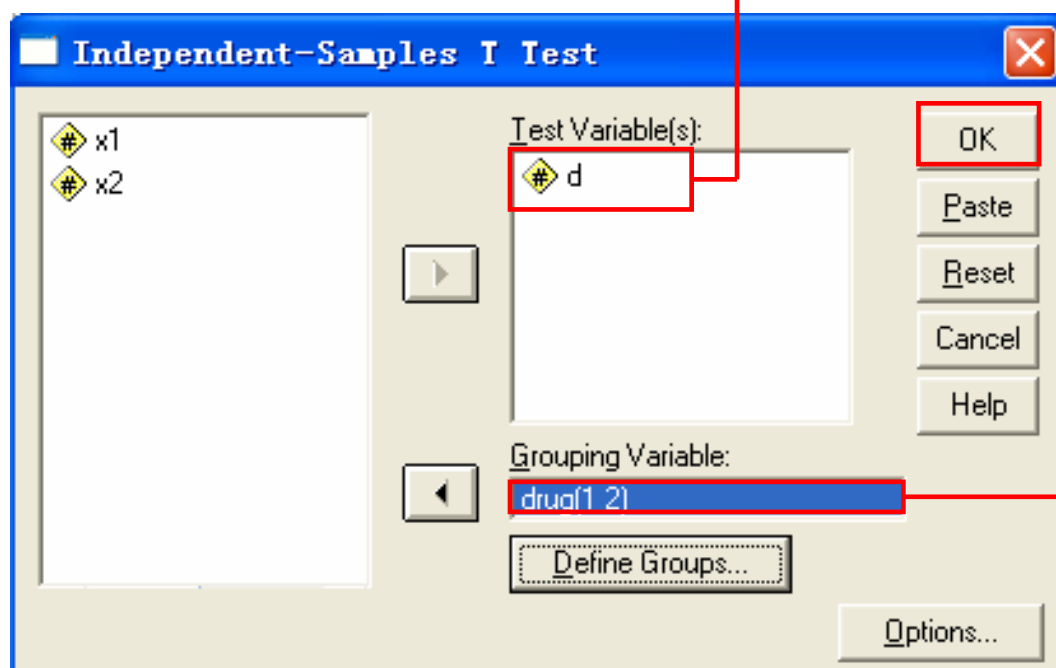
完全随机设计的两样本 $t$ 检验（独立样本 $t$ 检验）

### 三、SPSS13.0软件操作 ( $t$ 检验)

#### (四) 练习

2. 甲、乙两药疗效是否相同？

将差值d作为检验变量



分组变量drug

**注：**结果将显示以差值d作为检验变量的完全随机设计的 $t$ 检验。



## 四 附录：秩和检验

秩和检验主要适用于以下情况：

- 数值变量资料：严重偏离正态分布或者分布未知。
- 数值变量资料：完全随机设计中方差不齐。
- 有序分类资料（等级资料）

**注：**但数据满足参数检验的条件时，若采用秩和检验，会降低统计效能( $1-\beta$ )。

## 四 附录：秩和检验

### (一) 完全随机设计（两独立样本）的秩和检验

The screenshot shows the SPSS Data Editor window with a dataset named 'p195.sav'. The dataset has two columns: 'group' and 'x'. The 'group' column has two values: 1 and 2. The 'x' column contains numerical values. The 'Analyze' menu is open, and the path 'Nonparametric Tests' > '2 Independent Samples...' is highlighted. A red arrow points from the text '非参数检验' to the 'Nonparametric Tests' option, and another red arrow points from the text '两独立样本的检验' to the '2 Independent Samples...' option.

	group	x
1	1	147
2	1	164
3	1	167
4	1	169
5	1	173
6	1	179
7	1	188
8	1	195
9	1	228
10	1	269
11	2	135
12	2	136
13	2	139
14	2	139
15	2	143
16	2	147

非参数检验

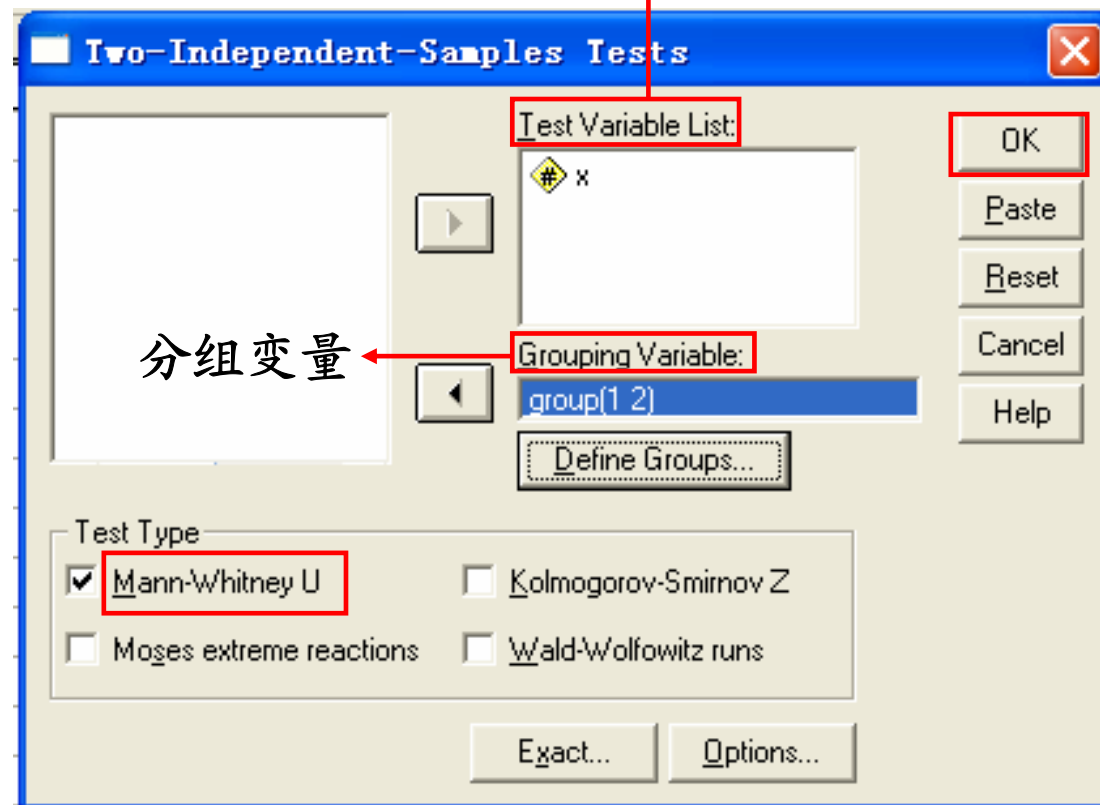
两独立样本的检验

## 四 附录：秩和检验

### (一) 完全随机设计（两独立样本）的秩和检验

例：见第195页。X：致死时间(min)。group：分组，1 = 相对湿度70%，2 = 相对湿度90%。

需要检验的变量



## 四 附录：秩和检验

### (一) 完全随机设计（两独立样本）的秩和检验

#### Mann-Whitney Test

Ranks

	group	N	Mean Rank	Sum of Ranks
x	1	10	13.15	131.50
	2	9	6.50	58.50
	Total	19		

Test Statistics<sup>b</sup>

	x
Mann-Whitney U	13.500
Wilcoxon W	58.500
Z	-2.574
Asymp. Sig. (2-tailed)	.010
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	.008 <sup>a</sup>

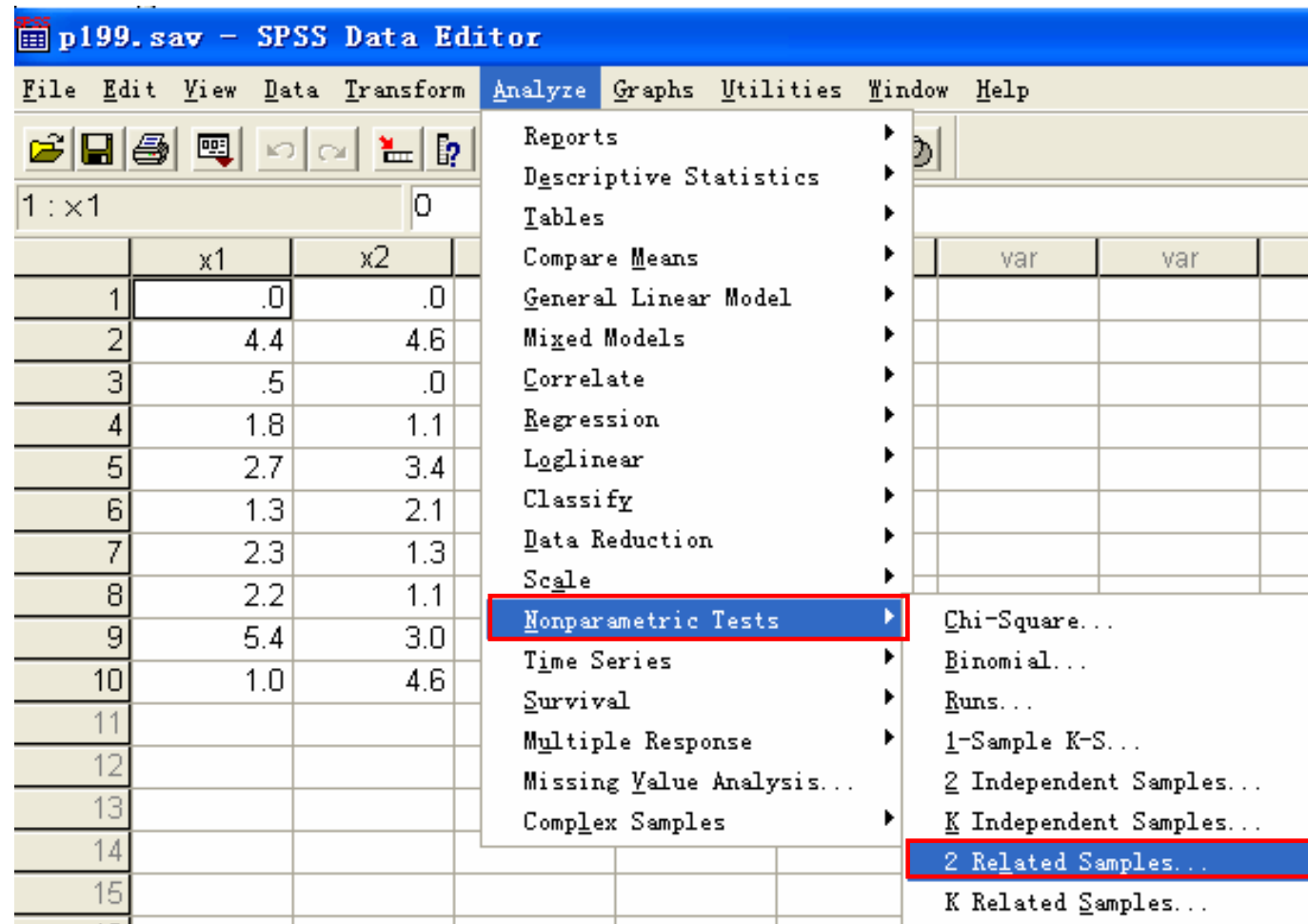
a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: group

 Z值，近似的P值

## 四 附录：秩和检验

### (一) 配对设计的秩和检验



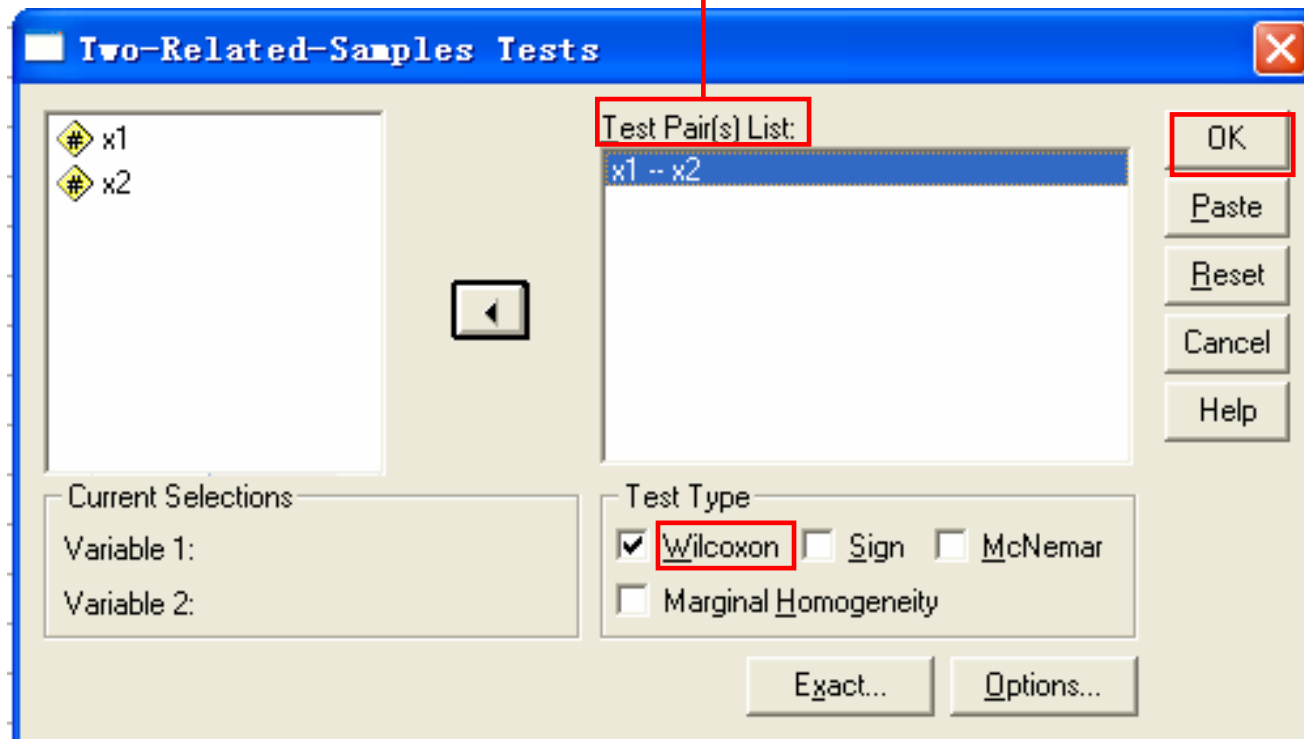
两相关样本  
(配对设计)

## 四 附录：秩和检验

### (一) 配对设计的秩和检验

例：见第199页。X1：旧法测定的尿汞值。X2：新法测定的尿汞值。

配对的变量



## 四 附录：秩和检验

### (一) 配对设计的秩和检验

#### Wilcoxon Signed Ranks Test

		Ranks		
		N	Mean Rank	Sum of Ranks
x2 - x1	Negative Ranks	5 <sup>a</sup>	5.30	26.50
	Positive Ranks	4 <sup>b</sup>	4.63	18.50
	Ties	1 <sup>c</sup>		
	Total	10		

a.  $x_2 < x_1$

b.  $x_2 > x_1$

c.  $x_2 = x_1$

#### Test Statistics<sup>b</sup>

	x2 - x1
Z	-.474 <sup>a</sup>
Asymp. Sig. (2-tailed)	.635

a. Based on positive ranks.

b. Wilcoxon Signed Ranks Test

→ Z值，近似的P值