

# 卫生统计学实习

何平平

北京大学公共卫生学院  
流行病学与卫生统计学系

**Tel: 82801619**

# 实习四

## 数值变量资料的统计推断（二）

第200 ~ 212页

# 一、数值变量资料的假设检验

(方差分析, analysis of variance, 简称为ANOVA)

## (一) 方差分析的目的

推断多个**总体**均数是否相等

( 双侧检验:  $\mu_1 = \mu_2 = \dots \mu_k ?$  )

## (二) 方差分析的基本思想

根据**研究设计的类型**及研究目的, 将总变异分解成两个或多个部分。除随机误差外, 其余部分的变异可由某因素的作用来解释, 通过比较可能由某因素所致的变异与随机误差的均方, 从而了解该因素有无作用。

# 一、数值变量资料的假设检验

(方差分析, analysis of variance, 简称为ANOVA)

## (三) 方差分析的适用条件

- 各处理组样本来自正态总体
- 各样本是相互独立的随机样本
- 各处理组的总体方差相等, 即方差齐性

# 一、数值变量资料的假设检验

(方差分析, analysis of variance, 简称为ANOVA)

## (四) 方差分析方法的选择

### 1. 完全随机设计的单因素方差分析

总变异可以分解为两个部分：组间变异和组内变异。

$$SS_{\text{总}} = SS_{\text{组间}} + SS_{\text{组内}} \quad \nu_{\text{总}} = \nu_{\text{组间}} + \nu_{\text{组内}}$$

$$SS_{\text{总}} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X})^2 \quad \nu_{\text{总}} = N - 1$$

$$SS_{\text{组间}} = \sum_i n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 \quad \nu_{\text{组间}} = k - 1$$

$$SS_{\text{组内}} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \quad \nu_{\text{组内}} = N - k$$

# 一、数值变量资料的假设检验

(方差分析, analysis of variance, 简称为ANOVA)

## (四) 方差分析方法的选择

### 1. 完全随机设计的单因素方差分析

$$F = \frac{MS_{\text{组间}}}{MS_{\text{组内}}} = \frac{SS_{\text{组间}} / \nu_{\text{组间}}}{SS_{\text{组内}} / \nu_{\text{组内}}}$$

组间均方, 反映处理因素所致的变异

组内均方, 又称为误差均方, 反映随机误差所致的变异

查相应的 **$F$** 界值表, 若 **$F \geq F_{\alpha/2}(\nu_{\text{组间}}, \nu_{\text{组内}})$** ,  **$P \leq \alpha$**  时, 拒绝 **$H_0$** , 接受 **$H_1$** , 认为**各组总体均数不等或不全相等**; 若 **$F < F_{\alpha/2}(\nu_{\text{组间}}, \nu_{\text{组内}})$** ,  **$P > \alpha$**  时, 不拒绝 **$H_0$** , 各组总体均数相等。

# 一、数值变量资料的假设检验

(方差分析, analysis of variance, 简称为ANOVA)

## (四) 方差分析方法的选择

### 2. 随机区组设计的两因素方差分析

总变异可以分解为三个部分：处理组间变异、配伍组间变异和误差。

$$SS_{\text{总}} = SS_{\text{处理}} + SS_{\text{配伍}} + SS_{\text{误差}} \quad \nu_{\text{总}} = \nu_{\text{处理}} + \nu_{\text{配伍}} + \nu_{\text{误差}}$$

$$SS_{\text{总}} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X})^2 \quad \nu_{\text{总}} = N - 1$$

$$SS_{\text{组间}} = \sum_i n_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 \quad \nu_{\text{组间}} = k - 1$$

$$SS_{\text{配伍}} = \sum_j n_j (\bar{X}_j - \bar{X})^2 \quad \nu_{\text{配伍}} = b - 1$$

$$SS_{\text{误差}} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - \bar{X}_i - \bar{X}_j + \bar{X})^2 \quad \nu_{\text{误差}} = (k-1)(b-1)$$

# 一、数值变量资料的假设检验

(方差分析, analysis of variance, 简称为ANOVA)

## (四) 方差分析方法的选择

### 2. 随机区组设计的两因素方差分析

处理组间均方, 反映处理因素所致的变异

$$F = \frac{MS_{\text{处理}}}{MS_{\text{误差}}} = \frac{SS_{\text{处理}} / \nu_{\text{处理}}}{SS_{\text{误差}} / \nu_{\text{误差}}}$$

误差均方, 反映随机误差所致的变异

查相应的 $F$ 界值表, 若 $F \geq F_{\alpha/2}(\nu_{\text{处理}}, \nu_{\text{误差}})$ ,  $P \leq \alpha$  时, 拒绝 $H_0$ , 接受 $H_1$ , 认为**各组总体均数不等或不全相等**; 若 $F < F_{\alpha/2}(\nu_{\text{处理}}, \nu_{\text{误差}})$ ,  $P > \alpha$  时, 不拒绝 $H_0$ , 各组总体均数相等。



# 一、数值变量资料的假设检验

(方差分析, analysis of variance, 简称为ANOVA)

## (五) 方差分析的注意事项

### 1. 方差分析的结果解释。

方差分析的 $F$ 检验, 当 $P \leq 0.05$ , 按  $\alpha=0.05$ , 拒绝 $H_0$ , 接受 $H_1$ , 故可以认为**各组总体均数不等或不全相等**。即**总的说来**各组总体均数有差别, **但并不意味着任何两组总体均数都有差别**: 可能是任何两者间都有差别, 也可能其中某两者间有差别, 而其它组间无差别。要想确定哪些组间有差别, 必要时应该进一步作两两比较。

# 一、数值变量资料的假设检验

(方差分析, analysis of variance, 简称为ANOVA)

## (五) 方差分析的注意事项

### 2. 多个样本均数间的两两比较

多个样本均数间的两两比较, 在处理组数大于2时, 若仍用  $t$  检验对任意两两均数之间进行比较, 则会增大犯第一类错误的概率, 即可能会错误得出两个总体均数有差别的结论。因此, 多个样本均数间的两两比较时不宜再用前述  $t$  检验方法分别作两两比较。

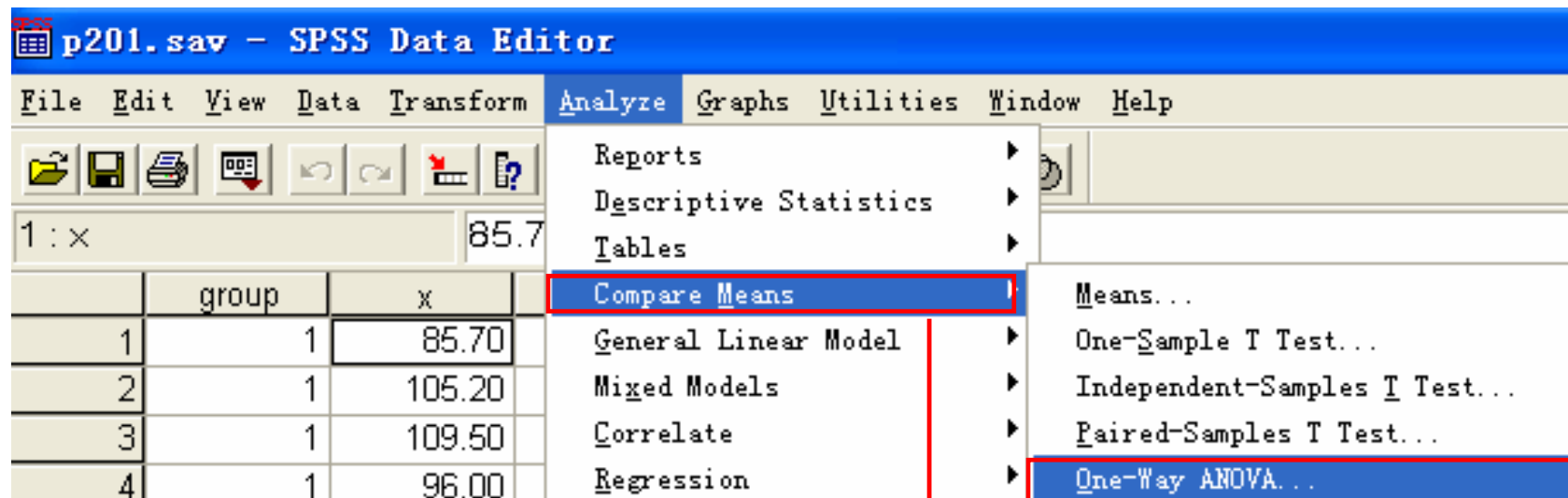
### 3. 方差分析与 $t$ 检验的联系

两个样本均数比较可以看作为多个样本均数比较的特例, 因此完全随机设计的两个独立样本均数  $t$  检验, 可以用完全随机设计的单因素方差分析代替; 配对设计的  $t$  检验, 可以用随机区组设计的两因素方差分析代替。两者的计算结果有如下关系:  $\sqrt{F} = t$ 。

## 二、SPSS13.0软件操作 (ANOVA)

### (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

例1 方法一 见第201页例8-14。X: 载脂蛋白 (mg/dL) ;  
group: 组别, 1=糖尿病患者, 2=IGT异常者; 3=正常人。

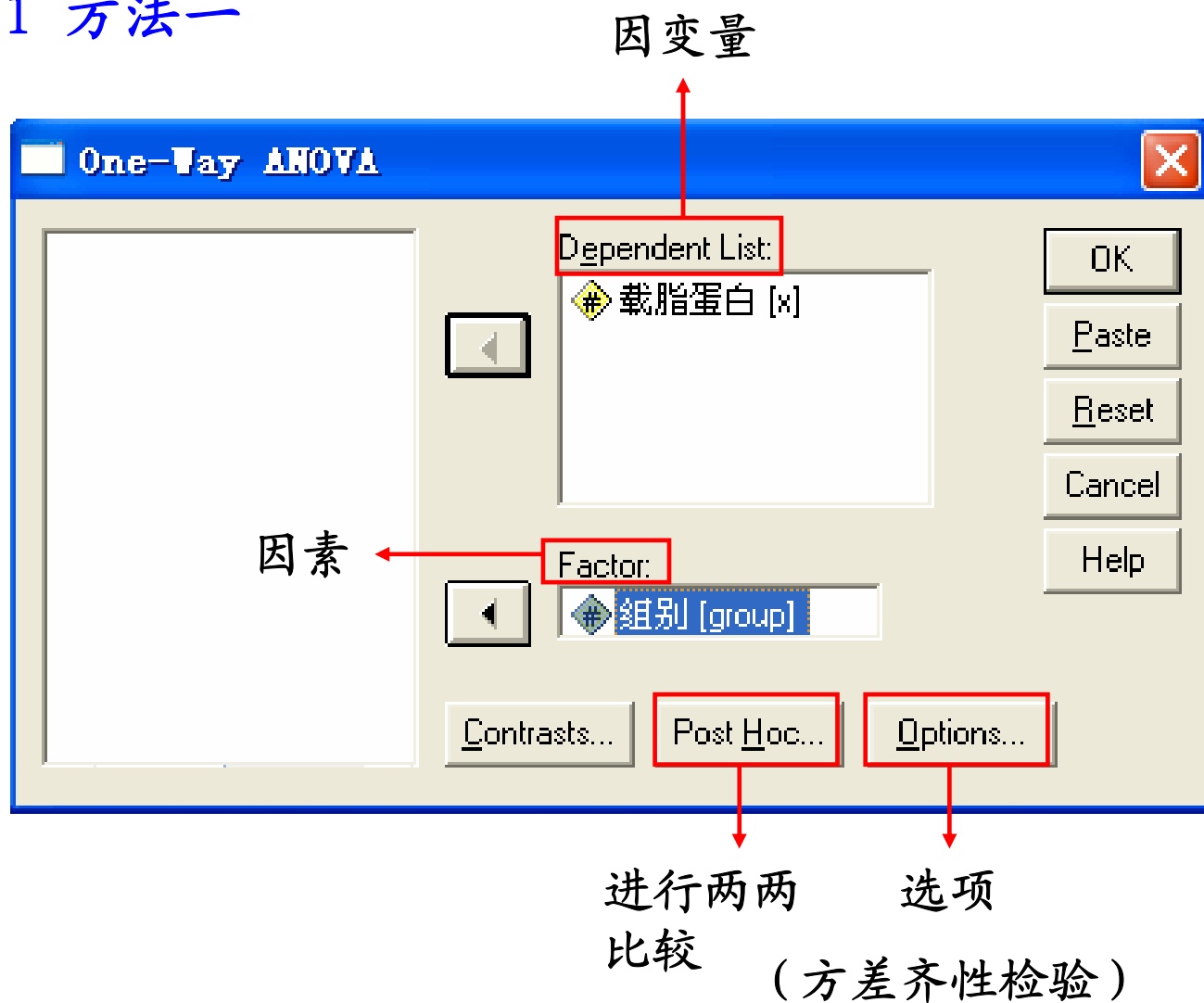


均数比较

单因素方差分析

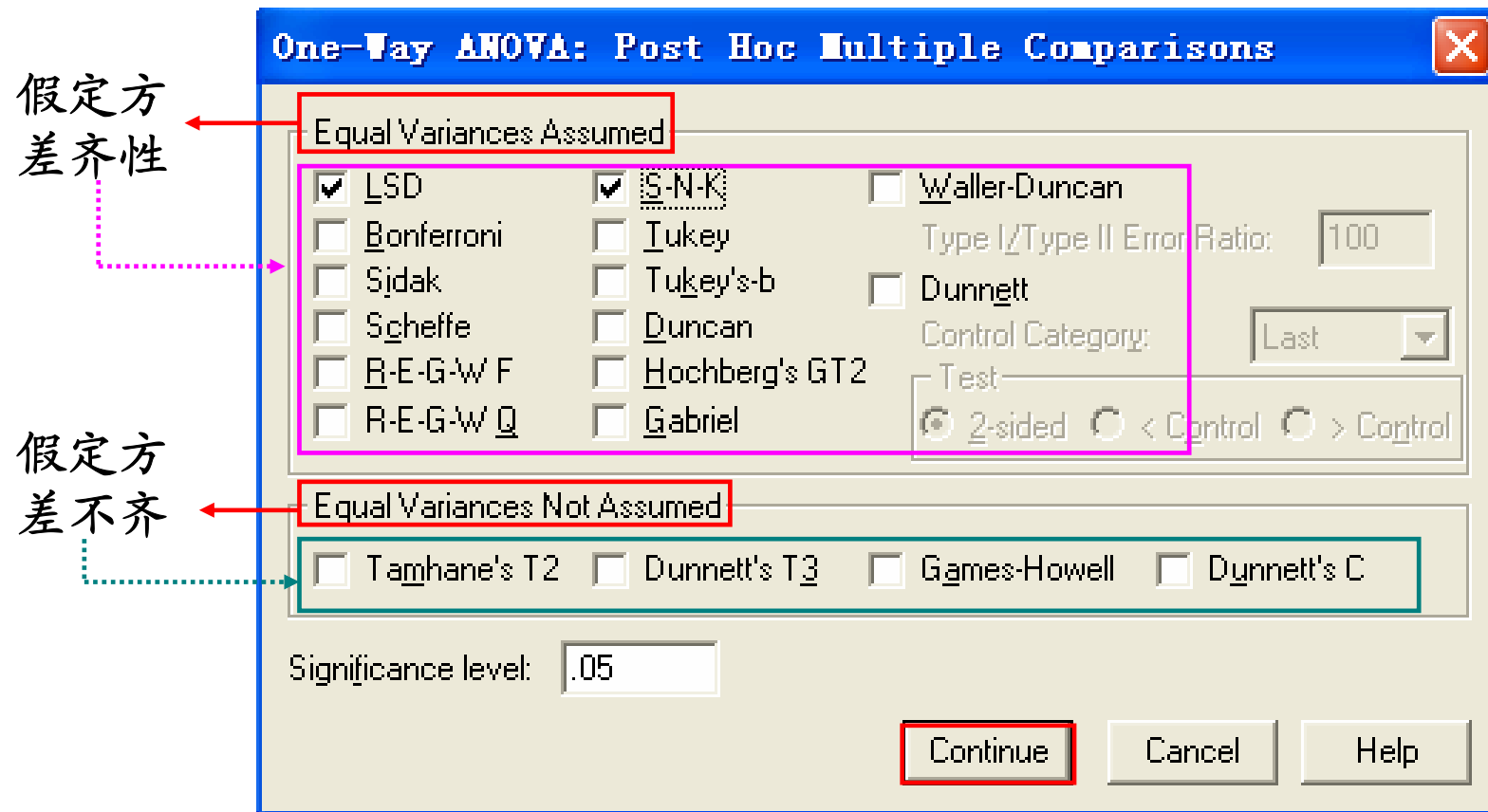
## (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

### 例1 方法一



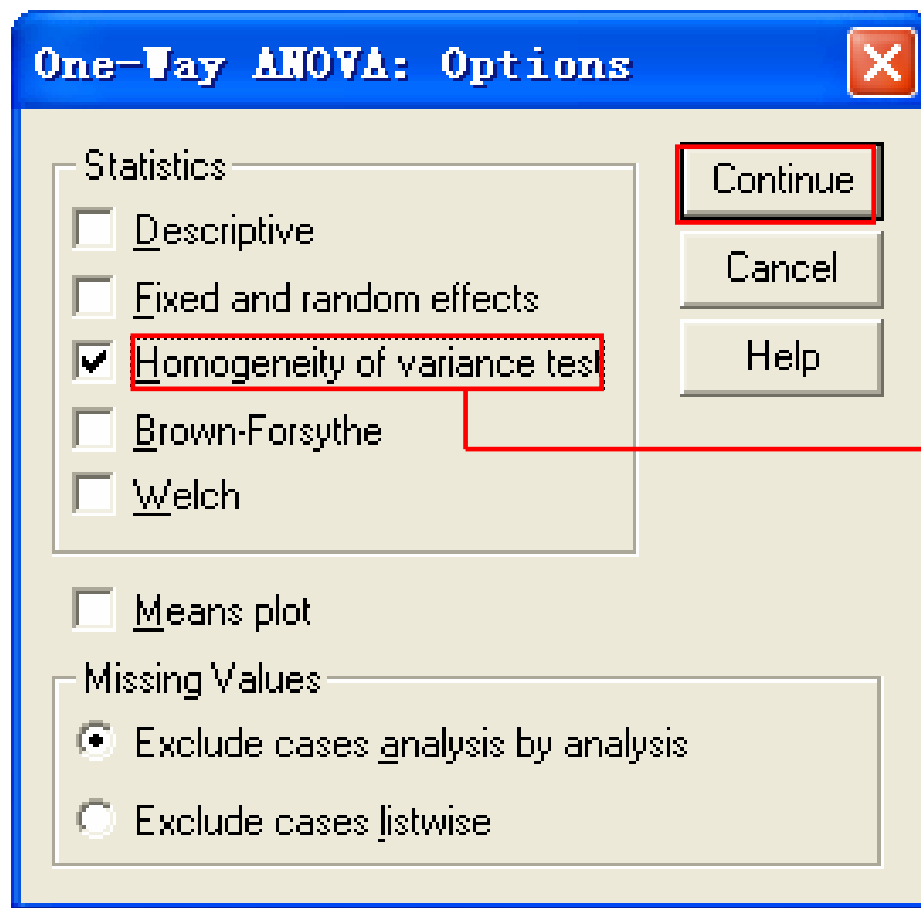
## (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

### 例1 方法一



## (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

### 例1 方法一



方差齐性检验

## (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

### 例1 方法一

Test of Homogeneity of Variances

方差齐性检验

载脂蛋白

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.615	2	27	.548

F值

P值

SS

ANOVA

MS

载脂蛋白

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	2384.026	2	1192.013	5.854	.008
Within Groups	5497.836	27	203.624		
Total	7881.862	29			

组间  
组内  
总

F值

P值

## (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

### 例1 方法一

Multiple Comparisons

多重比较

Dependent Variable: 载脂蛋白

	(I) 组别	(J) 组别	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
						Lower Bound	Upper Bound
LSD	糖尿病患者	IGT异常者	3.06566	6.41374	.637	-10.0943	16.2256
		正常人	-17.34545*	6.23487	.010	-30.1383	-4.5526
	IGT异常者	糖尿病患者	-3.06566	6.41374	.637	-16.2256	10.0943
		正常人	-20.41111*	6.55646	.004	-33.8639	-6.9584
	正常人	糖尿病患者	17.34545*	6.23487	.010	4.5526	30.1383
		IGT异常者	20.41111*	6.55646	.004	6.9584	33.8639

\*. The mean difference is significant at the .05 level.

P值



## (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

### 例1 方法一

#### Homogeneous Subsets

载脂蛋白

	组别	N	Subset for alpha = .05	
			1	2
Student-Newman-Keuls <sup>a,b</sup>  <b>SNK</b>	IGT异常者	9	102.3889	122.8000
	糖尿病患者	11	105.4545	
	正常人	10		
	Sig.		.636	1.000

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 9.933.

b. The group sizes are unequal. The harmonic mean of the group sizes is used. Type I error levels are not guaranteed.

同一列，无差别；  
不同列，有差别

## (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

### 例1 方法二

The screenshot shows the SPSS Data Editor window with the file 'p201.sav'. The 'Analyze' menu is open, and the 'General Linear Model' option is selected. A secondary menu is open for 'General Linear Model', showing 'Univariate...' as the selected option. Red boxes highlight these two menu items, and red arrows point from them to the labels '广义线性模型' and '单因变量的检验' respectively.

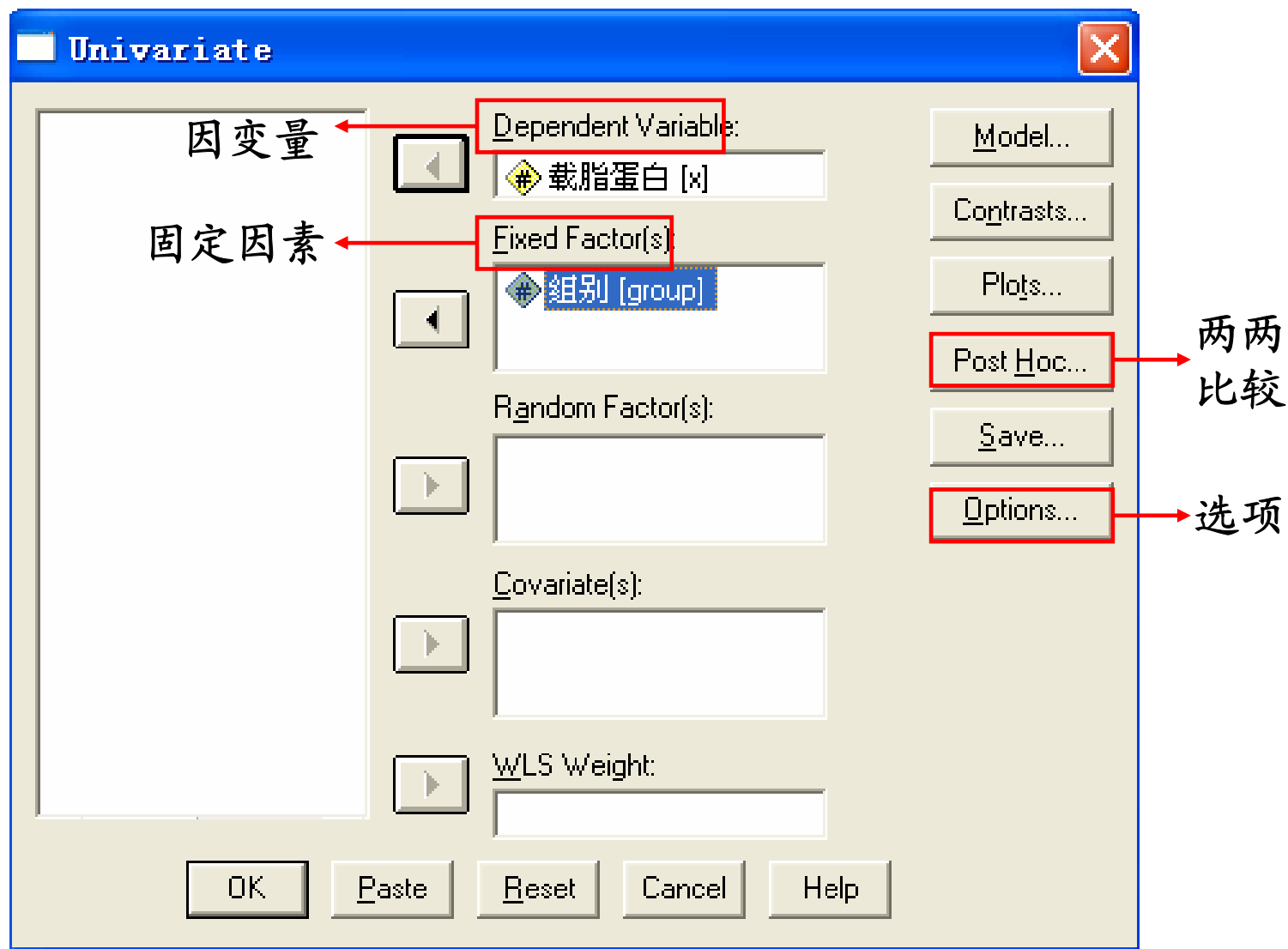
	group	x
1	1	85.70
2	1	105.20
3	1	109.50
4	1	96.00
5	1	115.20

广义线性模型

单因变量的检验

## (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

### 例1 方法二



## (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

### 例1 方法二

方差齐性  
时两两比  
较的方法

方差不齐  
时两两比  
较的方法

Univariate: Post Hoc Multiple Comparisons for O...

Factor(s):  
group

Post Hoc Tests for:  
group

Continue  
Cancel  
Help

Equal Variances Assumed

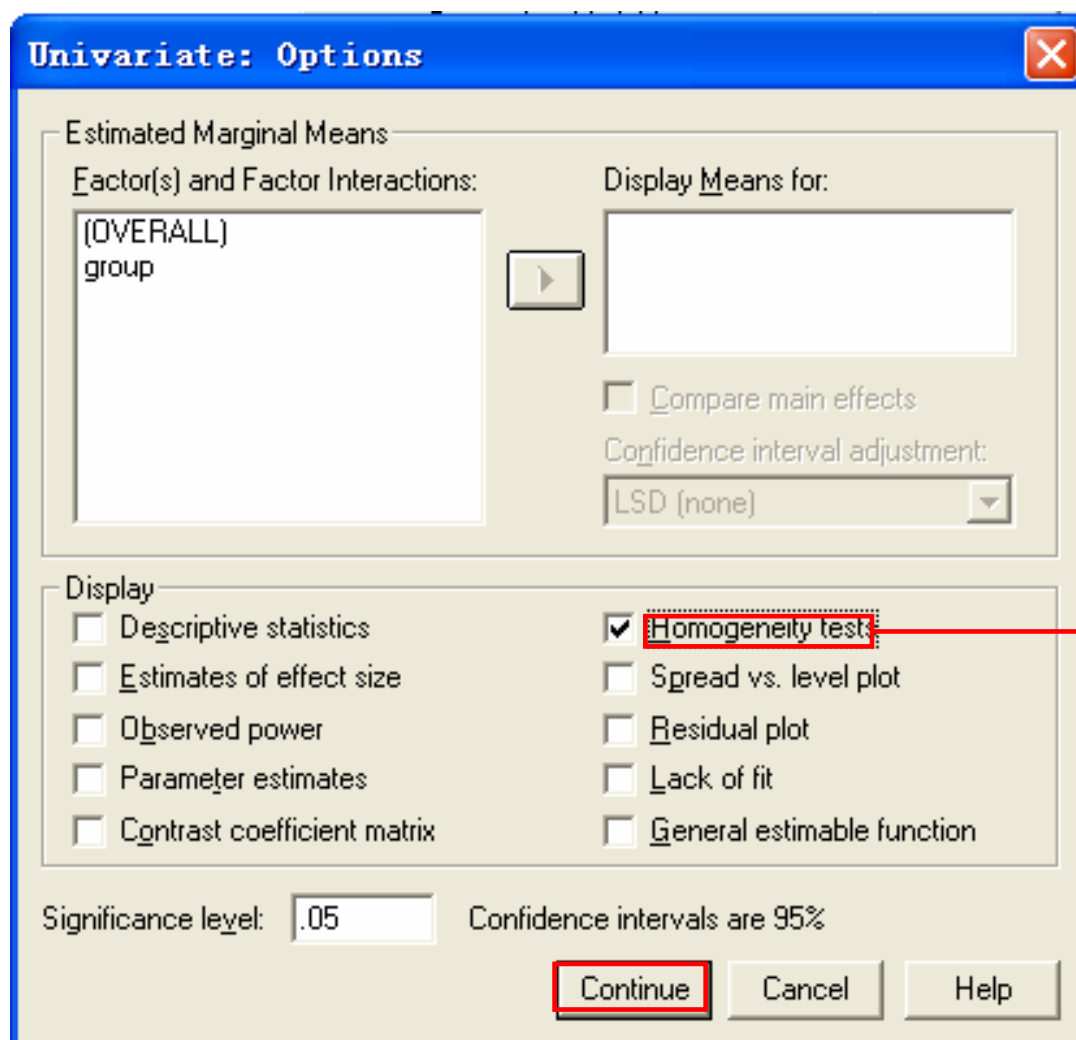
☒ LSD ☒ S-N-K ☐ Waller-Duncan  
☐ Bonferroni ☐ Tukey Type I/Type II Error Ratio: 100  
☐ Sidak ☐ Tukey's-b ☐ Dunnett  
☐ Scheffe ☐ Duncan Control Category: Last  
☐ R-E-G-W F ☐ Hochberg's GT2 Test:  
☒ 2-sided ☐ < Control ☐ > Control  
☐ R-E-G-W Q ☐ Gabriel

Equal Variances Not Assumed

☐ Tamhane's T2 ☐ Dunnett's T3 ☐ Games-Howell ☐ Dunnett's C

## (一) 完全随机设计的单因素ANOVA

### 例1 方法二

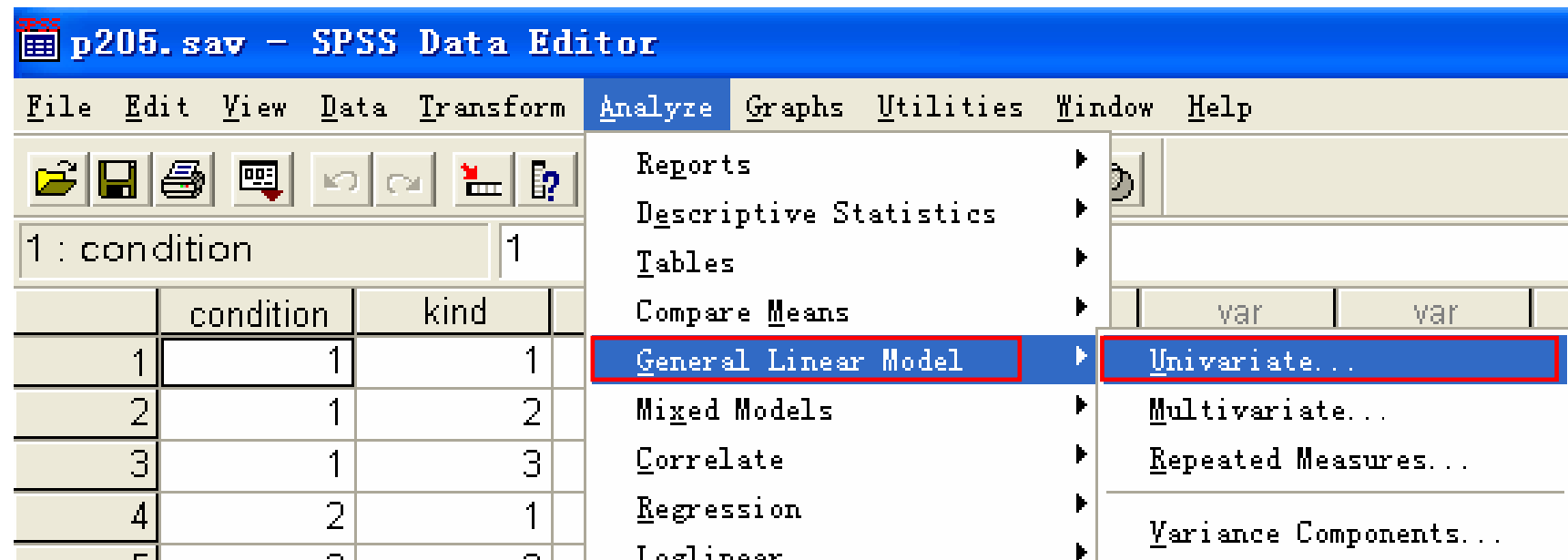


方差齐  
性检验

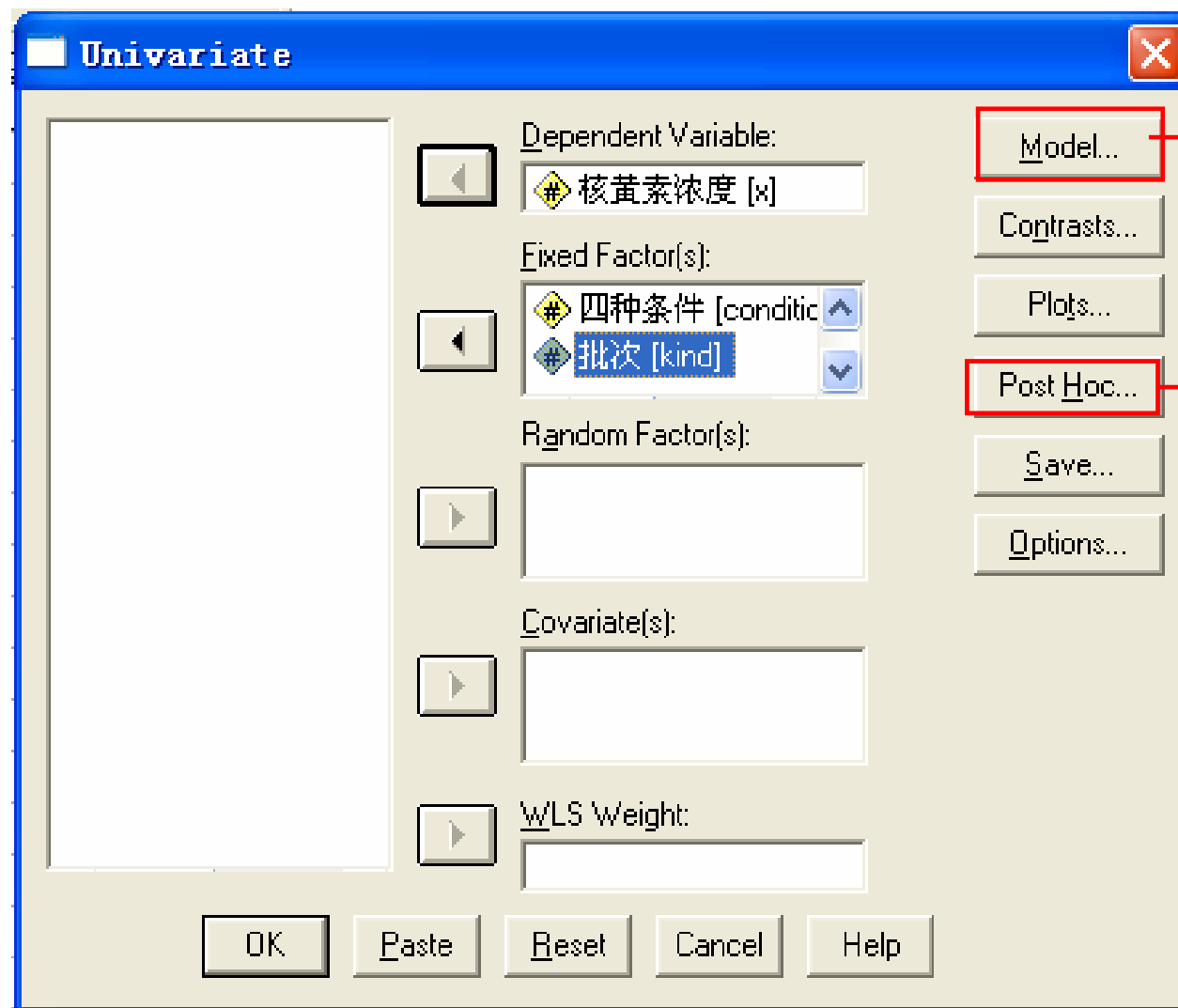
## 二、SPSS13.0软件操作 (ANOVA)

### (二) 随机区组设计的两因素ANOVA

**例2** 见第205页例8-16。X: 核黄素浓度 ( $\mu\text{g/g}$ ) ;  
**condition:** 条件, 1=甲, 2=乙, 3=丙, 4=丁; **kind:** 批次。

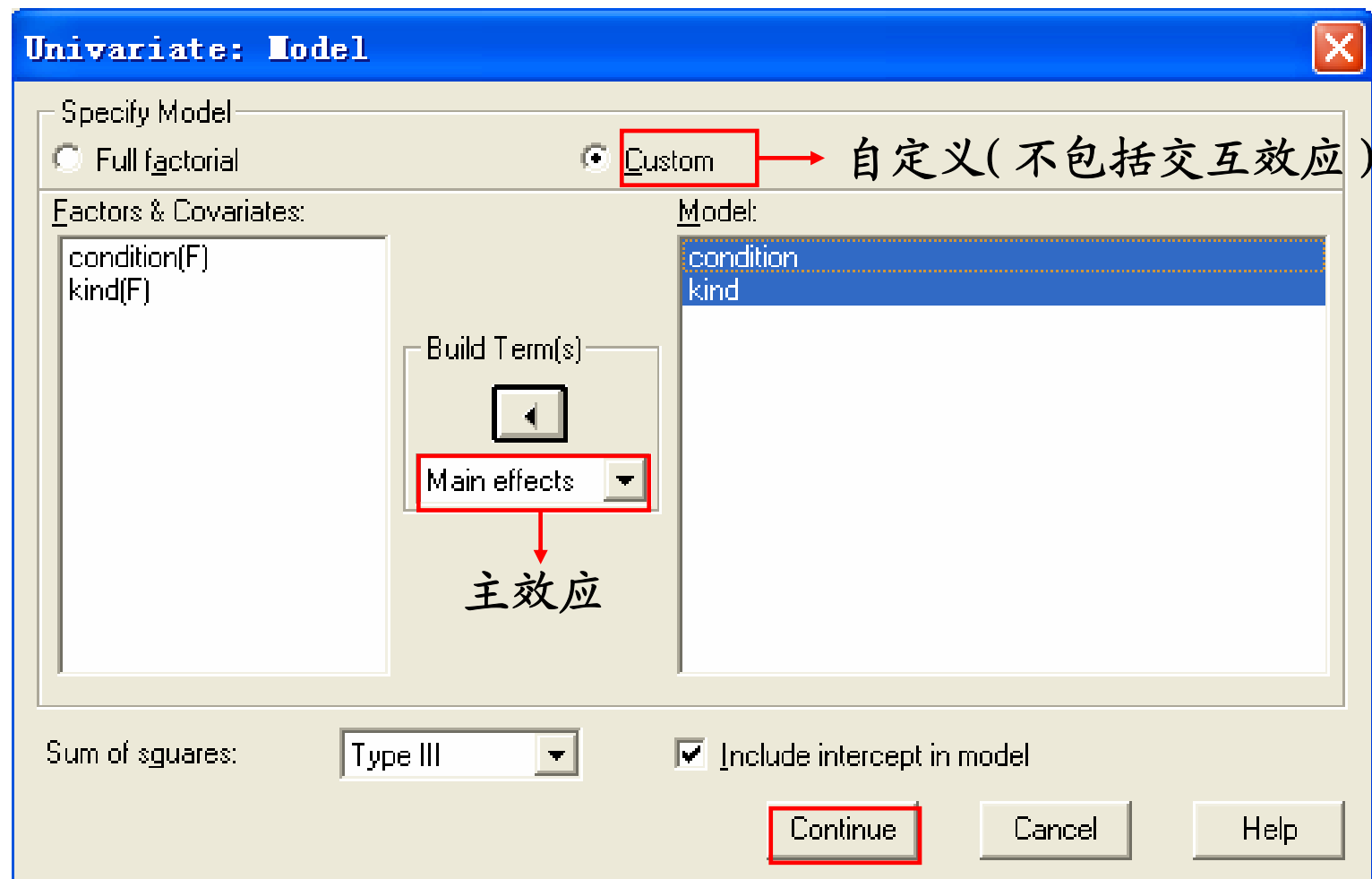


## (二) 随机区组设计的两因素ANOVA



选择模型  
两两比较

## (二) 随机区组设计的两因素ANOVA

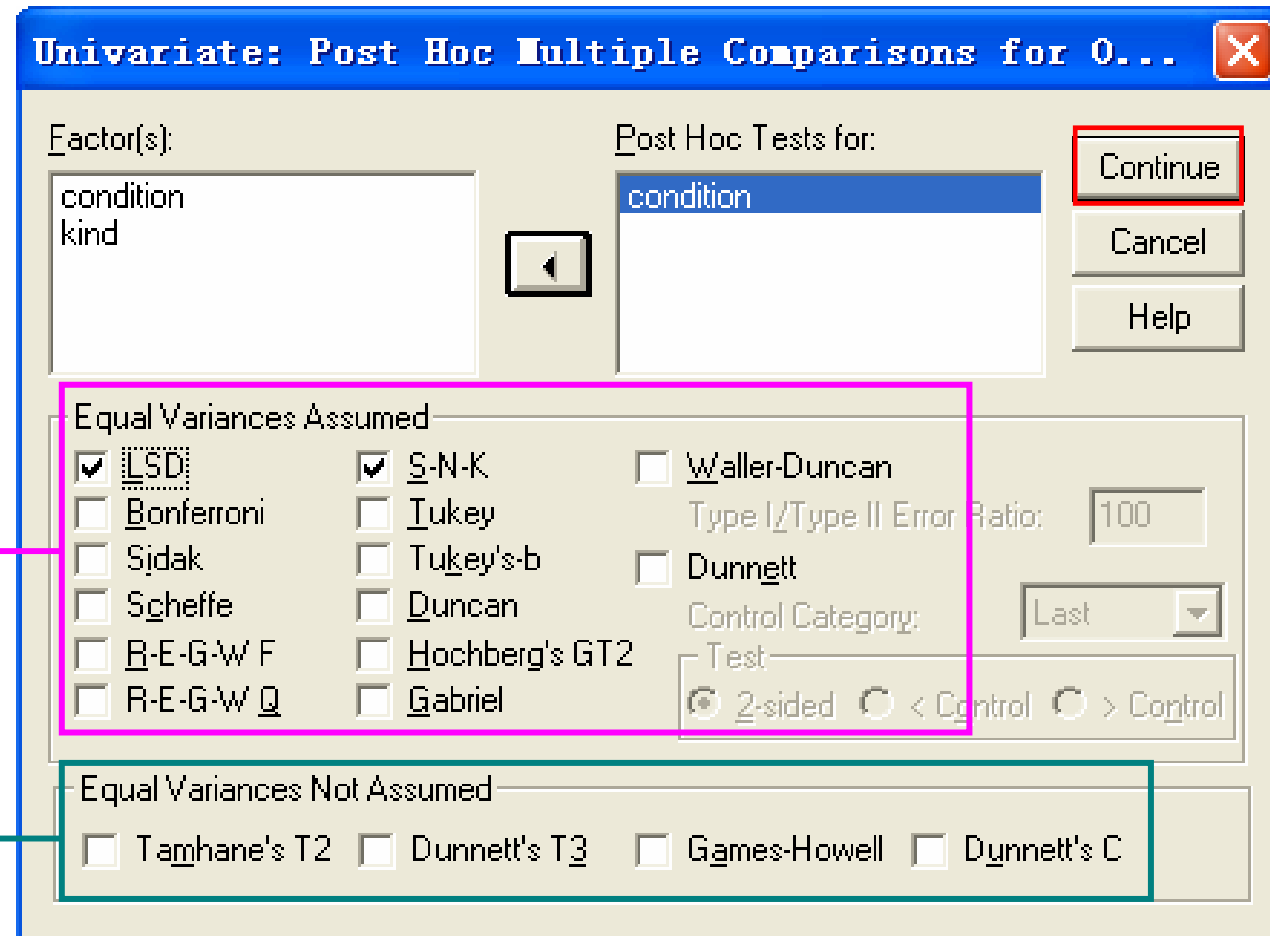




## (二) 随机区组设计的两因素ANOVA

方差齐性  
时两两比  
较的方法

方差不齐  
时两两比  
较的方法



The image shows the 'Univariate: Post Hoc Multiple Comparisons for O...' dialog box in SPSS. The 'Factor(s)' list contains 'condition' and 'kind'. The 'Post Hoc Tests for:' list contains 'condition'. The 'Continue' button is highlighted with a red box. The 'Equal Variances Assumed' section is highlighted with a pink box, and the 'Equal Variances Not Assumed' section is highlighted with a green box. A pink arrow points from the text '方差齐性时两两比较的方法' to the 'LSD' checkbox, and a green arrow points from the text '方差不齐时两两比较的方法' to the 'Tamhane's T2' checkbox.

Factor(s):		Post Hoc Tests for:
condition		condition
kind		

Equal Variances Assumed

<input checked="" type="checkbox"/> LSD	<input checked="" type="checkbox"/> S-N-K	<input type="checkbox"/> Waller-Duncan
<input type="checkbox"/> Bonferroni	<input type="checkbox"/> Tukey	Type I/Type II Error Ratio: 100
<input type="checkbox"/> Sidak	<input type="checkbox"/> Tukey's-b	<input type="checkbox"/> Dunnett
<input type="checkbox"/> Scheffe	<input type="checkbox"/> Duncan	Control Category: Last
<input type="checkbox"/> R-E-G-W F	<input type="checkbox"/> Hochberg's GT2	Test: <input checked="" type="radio"/> 2-sided <input type="radio"/> < Control <input type="radio"/> > Control
<input type="checkbox"/> R-E-G-W Q	<input type="checkbox"/> Gabriel	

Equal Variances Not Assumed

<input type="checkbox"/> Tamhane's T2	<input type="checkbox"/> Dunnett's T3	<input type="checkbox"/> Games-Howell	<input type="checkbox"/> Dunnett's C
---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------------

## (二) 随机区组设计的两因素ANOVA

Tests of Between-Subjects Effects					
Dependent Variable: 核黄素浓度					
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	769.291 <sup>a</sup>	5	153.858	18.810	.001
Intercept	12358.501	1	12358.501	1510.870	.000
condition	765.529	3	255.176	31.196	.000
kind	3.762	2	1.881	.230	.801
Error	49.078	6	8.180		
Total	13176.870	12			
Corrected Total	818.369	11			

a. R Squared = .940 (Adjusted R Squared = .890)

处理  
配伍  
误差  
总

## (二) 随机区组设计的两因素ANOVA

Multiple Comparisons

多重比较

Dependent Variable: 核黄素浓度

		Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
(I) 四种条件	(J) 四种条件				Lower Bound	Upper Bound
LSD 甲	乙	1.400	2.3352	.571	-4.314	7.114
	丙	-17.533*	2.3352	.000	-23.247	-11.819
	丁	-11.967*	2.3352	.002	-17.681	-6.253
	乙	-1.400	2.3352	.571	-7.114	4.314
乙	甲	-18.933*	2.3352	.000	-24.647	-13.219
	丙	-13.367*	2.3352	.001	-19.081	-7.653
	丁	17.533*	2.3352	.000	11.819	23.247
丙	甲	18.933*	2.3352	.000	13.219	24.647
	乙	5.567	2.3352	.054	-.147	11.281
	丁	11.967*	2.3352	.002	6.253	17.681
丁	甲	13.367*	2.3352	.001	7.653	19.081
	乙	-5.567	2.3352	.054	-11.281	.147

Based on observed means.

\*. The mean difference is significant at the .05 level.

P值

## (二) 随机区组设计的两因素ANOVA

核黄素浓度

		N	Subset	
			1	2
Student-Newman-Keuls <sup>a,b</sup> ↓ <b>SNK</b>	四种条件			
	乙	3	23.667	
	甲	3	25.067	
	丁	3		37.033
	丙	3		42.600
	Sig.		.571	.054

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

Based on Type III Sum of Squares

The error term is Mean Square(Error) = 8.180.

a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 3.000.

b. Alpha = .05.

同一列，无差别；

不同列，有差别

### 三 附录：秩和检验

秩和检验主要适用于以下情况：

- 数值变量资料：严重偏离正态分布或者分布未知。
- 数值变量资料：完全随机设计中方差不齐。
- 有序分类资料（等级资料）

**注：**但数据满足参数检验的条件时，若采用秩和检验，会降低统计效能( $1-\beta$ )。

### 三、 附录：秩和检验

#### (一) 完全随机设计的多个样本比较的秩和检验

例3 见第204页例8-15。X: 治愈天数; group: 1=中医组, 2=西医组, 3=中西医结合组。

The screenshot shows the SPSS Data Editor window for a file named 'p204.sav'. The data is organized into two columns: 'group' and 'x'. The 'group' column contains values 1, 2, and 3, representing different treatment groups. The 'x' column contains numerical values representing the number of days cured. The 'Analyze' menu is open, and the 'Nonparametric Tests' option is selected. The 'K Independent Samples...' option is highlighted, indicating the selection of a non-parametric test for multiple independent samples.

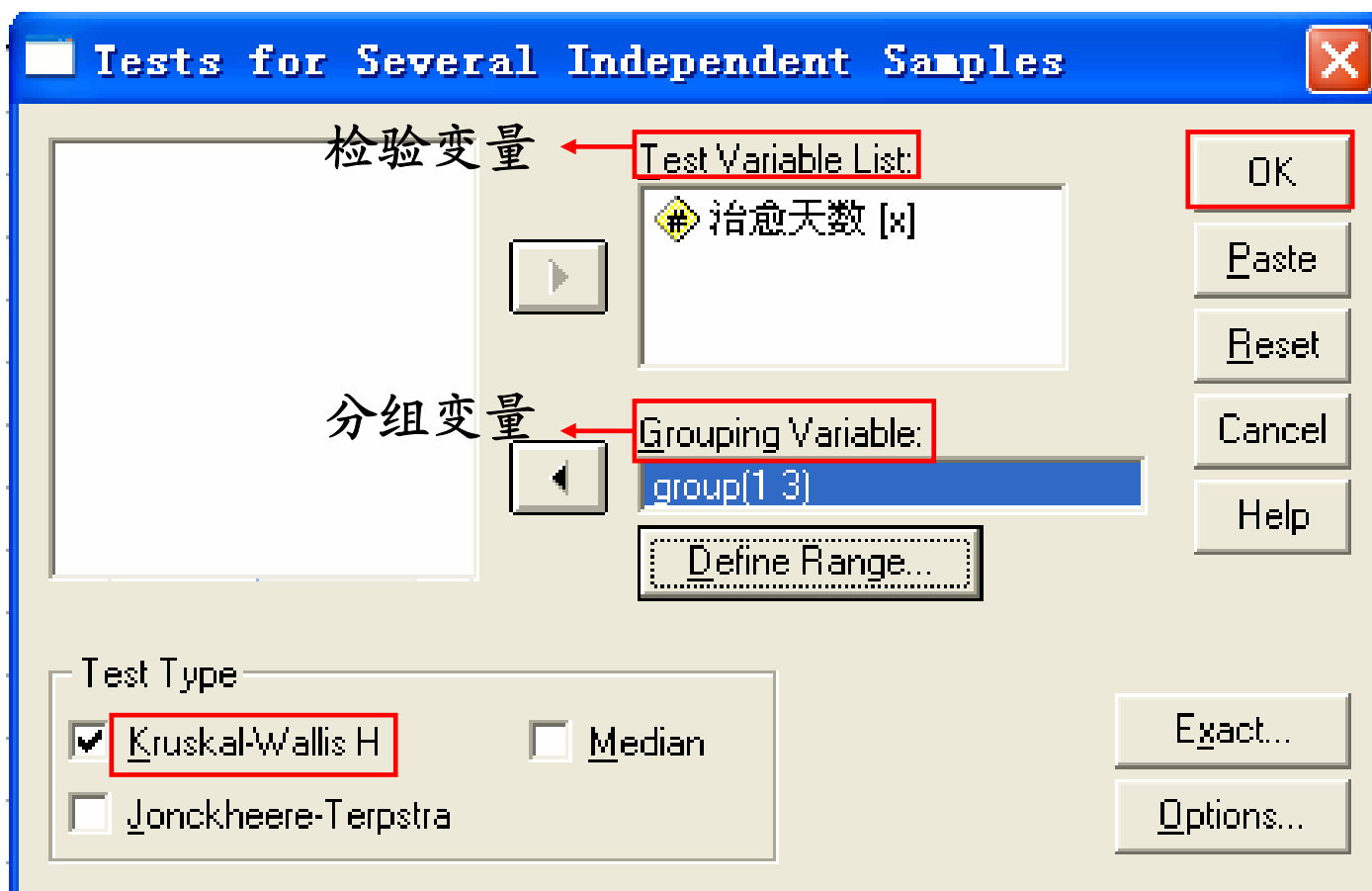
	group	x
1	1	21
2	1	22
3	1	23
4	1	25
5	1	28
6	1	30
7	1	50
8	1	53
9	1	77
10	2	13
11	2	18
12	2	18
13	2	20
14	2	20
15	2	20

非参数检验

K个独立样本

## (一) 完全随机设计的多个样本比较的秩和检验

### 例3



## (一) 完全随机设计的多个样本比较的秩和检验

### 例3

### Kruskal-Wallis Test

Ranks

平均秩次

组别	N	Mean Rank
治愈天数 中医组	9	21.00
西医组	9	13.33
中西医结合组	9	7.67
Total	27	

Test Statistics<sup>a,b</sup>

	治愈天数
Chi-Square	12.908
df	2
Asymp. Sig.	.002

卡方值、自由度及**P**值

a. Kruskal Wallis Test

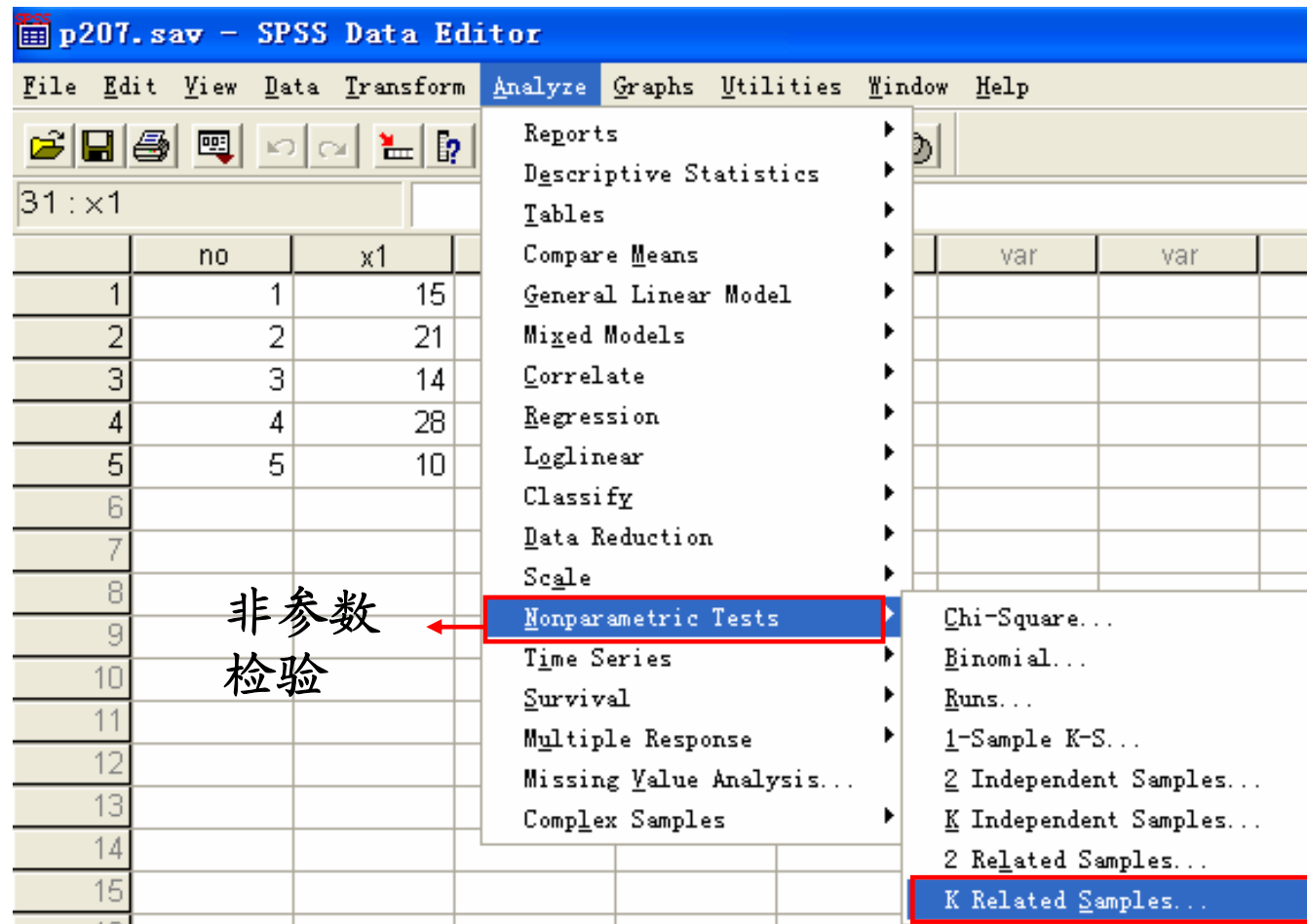
b. Grouping Variable: 组别



## (二) 随机区组设计的多个样本比较的秩和检验

例4 见第204页例8-17。No: 标本号;

X1: 甲处理; X2: 乙处理; X3: 丙处理。

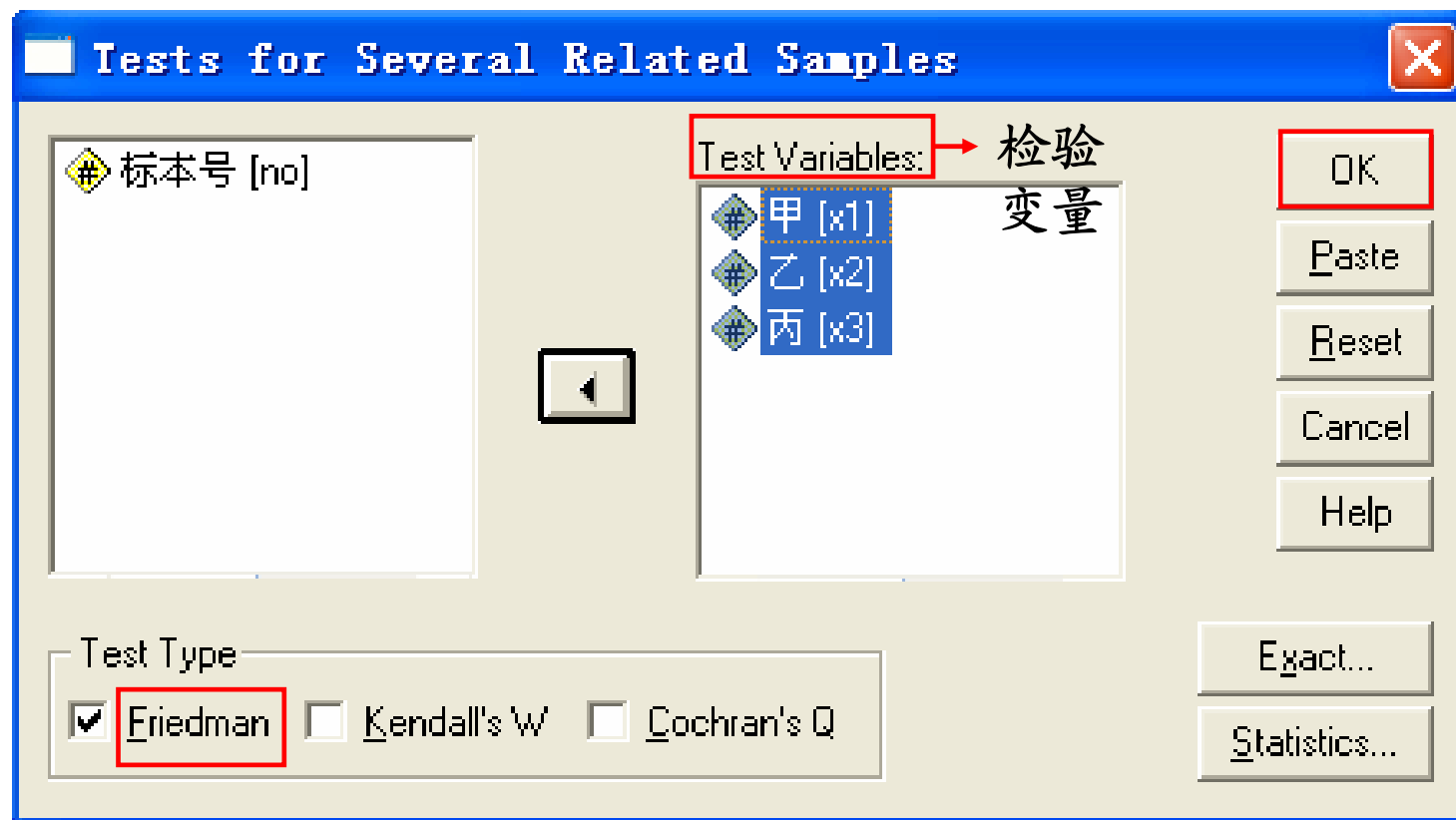


非参数  
检验

K个相关样本

## (二) 随机区组设计的多个样本比较的秩和检验

### 例4



## (二) 随机区组设计的多个样本比较的秩和检验

例4

### Friedman Test

Ranks

	Mean Rank
甲	2.10
乙	1.50
丙	2.40

→ 平均秩次

Test Statistics<sup>a</sup>

N	5
Chi-Square	2.211
df	2
Asymp. Sig.	.331

→ 卡方值、自由度及**P**值

a. Friedman Test