内 容 提 要

本书系统阐述土的基本特性、土力学的基本原理、土体变形及稳定的主要分析方法，以及理论在工程实践中的应用；适当介绍学科的最新成就和发展。

全书共分九章，内容包括土的物理性质和工程分类，土的渗透性和渗流问题，土体中应力计算和有效应力原理，土的变形和固结理论，土的抗剪强度理论，土压力理论，土坡稳定分析方法，地基承载力以及土的动力特性。关于基础工程另有教材。

本书可作为高等院校水利水电工程建筑专业、土木工程建筑专业和其它多学时专业的教材，也可作为大专院校有关专业的教学参考书以及有关专业科技人员的技术参考书。

(京)新登字 158 号

土 力 学

陈仲颐 周景星 王洪瑾

☆

清华大学出版社出版

北京 清华园

密云红光照排广排版

中国科学院印刷厂印装

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本：787×1092 1/16 印张：22.75 字数：562 千字

1994 年 4 月第 1 版 1994 年 4 月第 1 次印刷

印数：0001－5000

ISBN 7-302-01380-2/TU・83

定价：10.70 元

目　　录

前　言

第一章　土的物理性质和工程分类……（1）

第一节　土的形成……（1）

第二节　土的三相组成……（3）

第三节　土的物理状态……（13）

第四节　土的结构……（23）

第五节　土的工程分类……（25）

第六节　土的压实性……（32）

第二章　土的渗透性和渗流问题……（36）

第一节　概　述……（36）

第二节　土的渗透性……（37）

第三节　二维渗流与流网……（49）

第四节　渗透力和渗透变形……（56）

第三章　土体中的应力计算……（65）

第一节　概　述……（65）

第二节　土体的自重应力计算……（68）

第三节　地基中的附加应力计算……（70）

第四节　基底压力计算……（91）

第五节　有效应力原理……（95）

第六节　应力路径……（108）

第四章　土的压缩性和地基沉降计算……（113）

第一节　概　述……（113）

第二节　土的压缩性……（113）

第三节　地基沉降量计算……（127）

第四节　饱和土体渗流固结理论……（143）

第五节　地基容许沉降量与减小沉降危害的措施……（157）

第五章　土的抗剪强度……（160）

第一节　概　述……（160）

第二节　土的抗剪强度和破坏理论……（161）

第三节　土的抗剪强度试验方法……（169）

第四节　土的抗剪强度机理和影响因素……（178）

第五节　土在剪切中的性状和各类抗剪强度指标……（182）
第六章　挡土结构物上的土压力……（196）
第一节　概　述……（196）
第二节　静止土压力计算……（199）
第三节　朗肯土压力理论……（201）
第四节　库伦土压力理论……（207）
第五节　朗肯理论与库伦理论的比较……（219）
第六节　几种常见情况的主动土压力计算……（224）
第七节　埋管土压力……（233）
第七章　土坡稳定分析……（239）
第一节　概　述……（239）
第二节　无粘性土坡的稳定分析……（241）
第三节　粘性土坡的稳定分析……（245）
第四节　边坡稳定分析的总应力法和有效应力法……（259）
第五节　天然土体上的边坡稳定问题……（269）
第八章　地基承载力……（274）
第一节　概　述……（274）
第二节　地基的变形和失稳……（274）
第三节　极限平衡理论求地基的极限承载力……（278）
第四节　地基极限承载力的其它分析方法……（287）
第五节　地基的容许承载力……（295）
第九章　土的动力特性……（307）
第一节　概　述……（307）
第二节　土的动强度……（309）
第三节　土的振动液化……（317）
第四节　土的动应力-应变关系和阻尼特性……（321）
习题……（328）
附录……（343）
附录Ⅰ　*E-B* 模型及其参数的测定方法……（343）
附录Ⅱ　比奥(Biot，M. A.)三维固结理论简介……（346）
附录Ⅲ　用特征线法求解无重地基的极限承载力……（349）
主要参考书目……（355）

第一章　土的物理性质和工程分类

第一节　土的形成

在土木工程中，土是指覆盖在地表上碎散的、没有胶结或胶结很弱的颗粒堆积物。地球表面的整体岩石在大气中经受长期的风化作用而破碎后，形成形状不同、大小不一的颗粒。这些颗粒受各种自然力的作用，在各种不同的自然环境下堆积下来，就形成通常所说的土。堆积下来的土，在很长的地质年代中发生复杂的物理化学变化，逐渐压密、岩化，最终又形成岩石，就是沉积岩或变质岩。因此，在自然界中，岩石不断风化破碎形成土，而土又不断压密、岩化而变成岩石。这一循环过程，永无止境地重复进行着。

工程上遇到的大多数土都是在第四纪地质历史时期内所形成的。第四纪地质年代的土又可划分为更新世和全新世两类，如表 1-1 所列。其中在人类文化期以来所沉积的土称为新近代沉积土。

表 1-1　土的生成年代

纪(或系)	世(或统)		年代(距今)
第四纪(Q)	全新世(Q_4)	Q_4^3(晚期)	<0.25 万年
		Q_4^2(中期)	0.75—0.25 万年
		Q_4^1(早期)	1.3—0.75 万年
	更新世(Q_p)	晚更新世(Q_3)	12.8—1.3 万年
		中更新世(Q_2)	71—12.8 万年
		早更新世(Q_1)	距今 71 万年以前

一、土的搬运和沉积

第四纪土，由于其搬运和堆积方式的不同，又可分为残积土和运积土两大类。残积土是指母岩表层经风化作用破碎成为岩屑或细小颗粒后，未经搬运，残留在原地的堆积物。它的特征是颗粒表面粗糙、多棱角、粗细不均、无层理。运积土是指风化所形成的土颗粒，受自然力的作用，搬运到远近不同的地点所沉积的堆积物。其特点是颗粒经过滚动和相互摩擦，具有一定的浑圆度，即颗粒因摩擦作用而变圆滑。在沉积过程中因受水流等自然力的分选作用而形成颗粒粗细不同的层次，粗颗粒下沉快，细颗粒下沉慢而形成不同粗细的土层。根据搬运的动力不同，运积土又可分为如下几类：

1. 坡积土——残积土受重力和短期性水流（如雨水和雪水）的作用，被挟带到山坡或坡脚处聚积起来的堆积物。堆积体内土粒粗细不同，性质很不均匀。

2. 洪积土——残积土和坡积土受洪水冲刷，挟带到山麓处沉积的堆积物。具有一定的分选性。搬运距离近的沉积颗粒较粗，力学性质较好；远的则颗粒较细，力学性质较差。

3. 冲积土——由于江、河水流搬运所形成的沉积物。分布在山谷、河谷和冲积平原上的土都属于冲积土。这类土由于经过较长距离的搬运，浑圆度和分选性都更为明显，常形成砂层和粘性土层交迭的地层。

4. 湖泊沼泽沉积土——在极为缓慢水流或静水条件下沉积形成的堆积物。这种土的特征，除了含有细微的颗粒外，常伴有由生物化学作用所形成的有机物的存在，成为具有特

殊性质的淤泥或淤泥质土，其工程性质一般都较差。

5. 海相沉积土——由水流挟带到大海沉积起来的堆积物，其颗粒细，表层土质松软，工程性质较差。

6. 冰积土——由冰川或冰水挟带搬运所形成的沉积物，颗粒粗细变化也较大，土质也不均匀。

7. 风积土——由风力搬运形成的堆积物，颗粒均匀，往往堆积层很厚而不具层理。我国西北的黄土就是典型的风积土。

二、风化作用和土的主要特点

岩石和土在其存在、搬运和沉积的各个过程中都在不断风化。风化过程包括物理风化和化学风化。它们经常是同时进行而且是互相加剧发展的进程。

物理风化是指岩石和土的粗颗粒受各种气候因素的影响，如温度的昼夜和季节变化，降水、风、冬季水的冻结等原因，导致体积胀缩而发生裂缝，或者在运动过程中因碰撞和摩擦而破碎。于是岩体逐渐变成碎块和细小的颗粒，粗的粒径可以 m 计，细的粒径可以在 0.05mm 以下，但它们的矿物成分仍与原来的母岩相同，称为原生矿物。所以物理风化后的土可以当成只是颗粒大小上量的变化。但是这种量变的积累结果使原来的大块岩体获得了新的性质，变成了碎散的颗粒。颗粒之间存在着大量的孔隙，可以透水和透气，这就是土的第一个主要的特征——碎散性。

化学风化是指母岩表面和碎散的颗粒受环境因素的作用而改变其矿物的化学成分，形成新的矿物，也称次生矿物。环境因素如水、空气以及溶解在水中的氧气和碳酸气等。化学风化常见的反应如下：

1. 水解作用——指矿物成分被分解，并与水进行化学成分的交换，形成新的矿物。例如正长石经过水解作用后，形成高岭石。

2. 水化作用——指土中有些矿物与水接触后，发生化学反应。水按一定的比例加入矿物的组成中，改变矿物原有的分子结构，形成新的矿物。例如土中的 $CaSO_4$（硬石膏）水化后成为 $CaSO_4 \cdot 2H_2O$（含水石膏）。

3. 氧化作用——指土中的矿物与氧结合形成新的矿物，例如 FeS_2（黄铁矿）氧化后变成 $FeSO_4$（铁矾）。

其它还有溶解作用，碳酸化作用等等。

化学风化的结果，形成十分细微的土颗粒，最主要的为粘土颗粒（<0.005mm）以及大量的可溶性盐类。微细颗粒的表面积很大，具有吸附水分子的能力。因此，自然界的土，一般都是由固体颗粒、水和气体三种成分所构成。这是土的第二个主要特征——三相体系。

在自然界中，土的物理风化和化学风化时刻都在进行，而且相互加强。由于形成过程的自然条件不同，自然界的土也就多种多样。同一场地，不同深度处土的性质也不一样，甚至同一位置的土，其性质还往往随方向而异。例如沉积土往往竖直方向的透水性小，水平方向的透水性大。因此，土是自然界漫长的地质年代内所形成的性质复杂、不均匀、各向异性且随时间而在不断变化的材料。这是土的第三个主要的特征——自然变异性。

由此可知，仅仅根据土的堆积类型远远不足以说明土的工程特性。要进一步描述和确定土的性质，就必须具体分析和研究土的三相组成，土的物理状态和土的结构，并以适当

的指标表示之。

第二节　土的三相组成

如前所述，土是由固体颗粒、水和气体三部分所组成的三相体系。固体部分，一般由矿物质所组成，有时含有有机质（半腐烂和全腐烂的植物质和动物残骸等）。这一部分，构成土的骨架，称为土骨架。土骨架间布满相互贯通的孔隙。这些孔隙有时完全被水充满，称为饱和土；有时一部分被水占据，另一部分被气体占据，称为非饱和土；有时也可能完全充满气体，就称为干土。水和溶解于水的物质构成土的液体部分。空气及其它一些气体构成土的气体部分。这三种组成部分本身的性质以及它们之间的比例关系和相互作用决定土的物理力学性质。因此，研究土的性质，首先必须研究土的三相组成。

一、固体颗粒

固体颗粒构成土骨架，它对土的物理力学性质起决定性的作用。研究固体颗粒就要分析粒径的大小及其在土中所占的百分比，称为土的粒径级配。另外，还要研究固体颗粒的矿物成分以及颗粒的形状。这三者之间又是密切相关的。例如粗颗粒的成分都是原生矿物，形状多呈单粒状；而颗粒很细的土，其成分多是次生矿物，形状多为片状或针状。

（一）粒径级配

随着颗粒大小不同，土可以具有很不相同的性质。例如粗颗粒的砾石，具有很大的透水性，完全没有粘性和可塑性；而细颗粒的粘土则透水性很小，粘性和可塑性较大。颗粒的大小通常以粒径表示。工程上按粒径大小分组，称为粒组，即某一级粒径的变化范围。表1-2表示国内常用的粒组划分及各粒组的主要特征。

表1-2　土的粒组划分

粒组划分				主要特征
粗粒土	砾石	粗	60—20mm	无粘性，透水性很大，不能保持水分；毛细管上升高度很小。
		中	20—5mm	
		细	5—2mm	
	砂粒	粗	2—0.5mm	无粘性，易透水，有一定毛细管上升高度。
		中	0.5—0.25mm	
		细	0.25—0.10mm	
		极细	0.10—0.05mm	
细粒土	粉粒		0.05—0.005mm	湿时有微粘性，透水性小，毛细管上升高度较大。
	粘粒		<0.005mm	有粘性和可塑性，透水性极微，其性质随含水量有较大变化。
	胶粒		<0.002mm	

实际上，土常是各种大小不同颗粒的混合物，较笼统地说，以砾石和砂粒为主要组成的土称为粗粒土，也称为无粘性土。以粉粒、粘粒和胶粒为主的土，称为细粒土，也称为粘性土。土的具体的工程分类见本章第五节。很显然，混合土的性质取决于土中不同粒组的相对含量。土中各粒组的相对含量就称为土的粒径级配。为了了解各粒组的相对含量，必

须先将各粒组分离开，再分别称重。这就是粒径级配的分析方法。

1. 粒径级配分析方法

工程中，实用的粒径级配分析方法有筛分法和水分法两种。

筛分法适用于颗粒大于 0.1mm（或 0.074mm，按筛的规格而定）的土。它是利用一套孔径大小不同的筛子，将事先称过重量的烘干土样过筛，称留在各筛上的土重，然后计算相应的百分数。

水分法用于分析粒径小于 0.1mm（或 0.074mm）的土。根据斯托克斯（stokes）定理，球状的细颗粒在水中的下沉速度与颗粒直径的平方成正比。因此可以利用粗颗粒下沉速度快，细颗粒下沉速度慢的原理，把颗粒按下沉速度进行粗细分组。基于这种原理，实验室常用比重计进行颗粒分析，称为比重计法。该法的原理说明和操作方法，可参阅土工试验操作规程或土工实验指示书，本章不予详述。

【例题 1-1】 取烘干土 200g（全部通过 10mm 筛），用筛分法求各粒组含量和小于某种粒径（以筛眼直径表示）土量占总土量的百分数。

解：

（1）筛分结果列于例表 1-1。

例表 1-1 某种土的筛分结果

筛孔直径（mm）	筛上土的质量（即粒组含量）（g）	筛下土的质量（即小于某粒径土的含量）（g）	筛上土的质量占总土质量的百分数（%）	小于该筛孔土的质量占总土质量的百分数（%）
5	10	190	5	95
2.0	16	174	8	87
1.0	18	156	9	78
0.5	24	132	12	66
0.25	22	110	11	55
0.10	38	72	19	36

（2）将例表 1-1 中筛分试验的筛余量，即颗粒小于 0.1mm 的土颗粒 72g，用比重计法进行分析，得到细粒土的粒组含量，如例表 1-2

例表 1-2 细粒部分粒组含量

粒组（mm）	0.1—0.05	0.05—0.01	0.01—0.005	<0.005
含量（g）	20	25	7	20

（3）两种分析方法相结合，就可以将一个混合土样分成若干个粒组，并求得各粒组的含量，如例表 1-3。

例表 1-3 某土样粒径级配分析的结果

粒径（mm）	10	5	2	1.0	0.5	0.25	0.10	0.05	0.01	0.005
粒组含量（g）	10	16	18	24	22	38	20	25	7	20
小于某粒径土累积含量（g）		190	174	156	132	110	72	52	27	20
小于某粒径土占总土质量的百分比（%）		95.0	87.0	78.0	66.0	55.0	36.0	26.0	13.5	10.0

2. 粒径级配曲线

综合上述筛分试验和比重计试验的全部结果，在例表 1-3 中，除提供某试样的全部粒组含量外，还算出小于某粒径土的累积含量及占总土量的百分数。将表中的结果绘制成土的

粒径级配累积曲线如图 1-1 所示。粒径级配累积曲线的横坐标为土颗粒的直径，以 mm 表示。由于混合土中所含粒组的粒径往往相差几千、几万倍甚至更大，且细粒土的含量对土的性质影响很大，必须较为详细表示。因此，粒径的坐标常取为对数坐标。级配曲线的纵坐标为小于某粒径土的累积含量，用百分比表示。

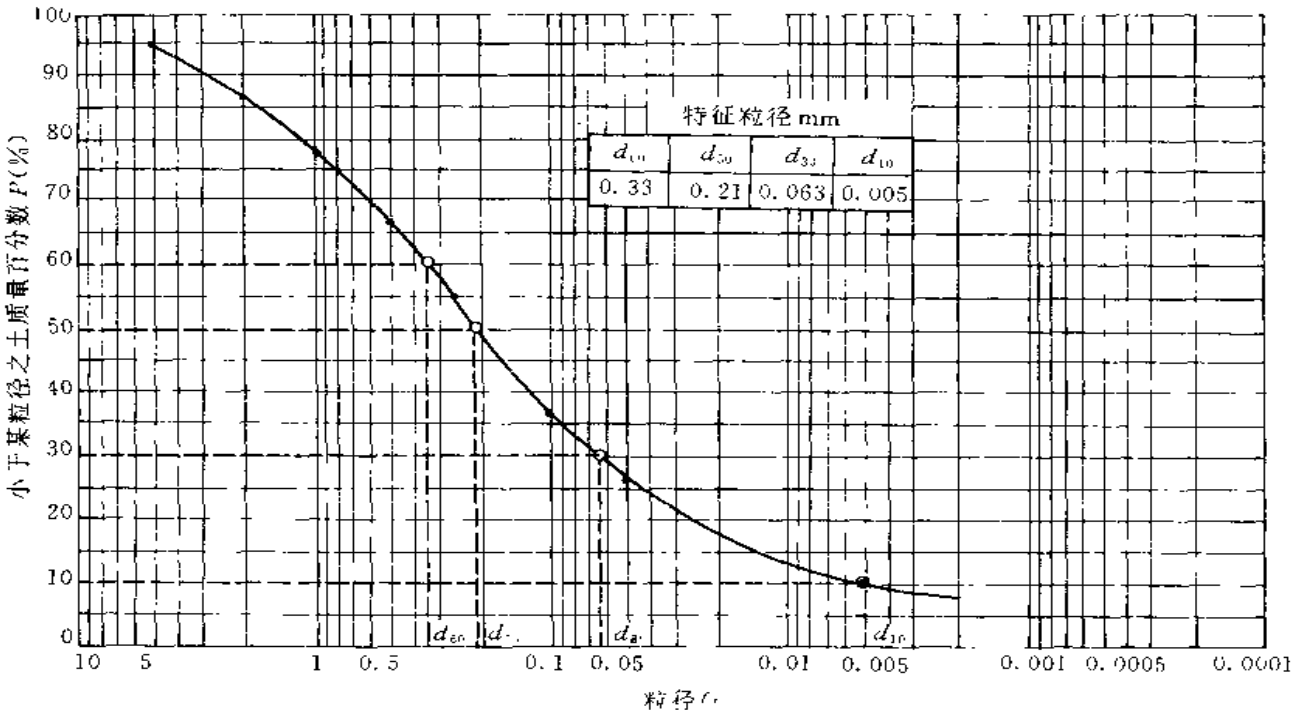


图 1-1　土的粒径级配累积曲线

3. 粒径级配累积曲线的应用

土的粒径级配累积曲线是土工上最常用的曲线，从这曲线可以直接了解土的粗细、粒径分布的均匀程度，和级配的优劣。土的粗细常用平均粒径 d_{50} 表示，它指土中大于此粒径和小于此粒径的土的含量均占 50%。为了表示土颗粒的均匀程度和级配的优劣，取如下三种粒径作为特征粒径：

d_{10} ——小于此种粒径的土的质量占总土质量的 10%，也称有效粒径。

d_{30} ——小于此种粒径的土的质量占总土质量的 30%。

d_{60} ——小于此种粒径的土的质量占总质量的 60%，也称为控制粒径。

定义土的不均匀系数 C_u 为

$$C_u = d_{60}/d_{10} \tag{1-1}$$

C_u 愈大，表示土愈不均匀，即粗颗粒和细颗粒的大小相差愈悬殊。如果粒径级配曲线是连续的，C_u 愈大，则曲线愈平缓，表示土中含有许多粗细不同的粒组，也即粒组的变化范围宽。$C_u>5$ 的土称为不均匀土，反之称为均匀土。不均匀土经压实后，细颗粒充填于粗颗粒所形成的孔隙中，容易得出较高的密度和较好的力学特性。

但是，如果粒径级配累积曲线斜率不连续，在该曲线上的某一位置出现水平段：如图

1-2 曲线②和③所示，显然水平段范围所包含的粒组含量为零。这种土称为缺少某种中间粒组的土。如果水平段的范围较大，这种土的组成特征是颗粒粗的较粗，细的较细。在同样的压密条件下，得到的密度不如级配连续的土高，其它的工程性质也较差。土的粒径级配累积曲线的斜率是否连续可用曲率系数 C_c 表示，其定义为

$$C_c = \frac{d_{30}^2}{d_{60} \times d_{10}} \tag{1-2}$$

下面分析曲率系数 C_c 所表示的物理概念。假定在图 1-2 中级配曲线上代表 d_{60} 的 a 点和代表 d_{10} 的 b 点位置不变，则土的不均匀系数 C_u 也不变。图中曲线①表示级配连续的曲线，在此曲线上读得 $d_{60}=0.33\text{mm}$，$d_{30}=0.063\text{mm}$，$d_{10}=0.005\text{mm}$。由式(1-2)得

$$C_c = \frac{d_{30}^2}{d_{60} \times d_{10}} = \frac{0.063^2}{0.33 \times 0.005} = 2.41$$

图中曲线②表示土的级配不连续，出现水平段 $\overline{cc_1}$，水平段所代表的粒径大于曲线①的 d_{30}。从曲线②读得 $d'_{30}=0.03\text{mm}$，相应的曲率系数为

$$C'_c = \frac{0.030^2}{0.33 \times 0.005} = 0.545$$

曲线③表示另一种土的级配不连续曲线，其水平段所代表的粒径小于曲线①的 d_{30}。从曲线③读得 $d''_{30}=0.081\text{mm}$，相应的曲率系数为

$$C''_c = \frac{0.081^2}{0.33 \times 0.005} = 3.98$$

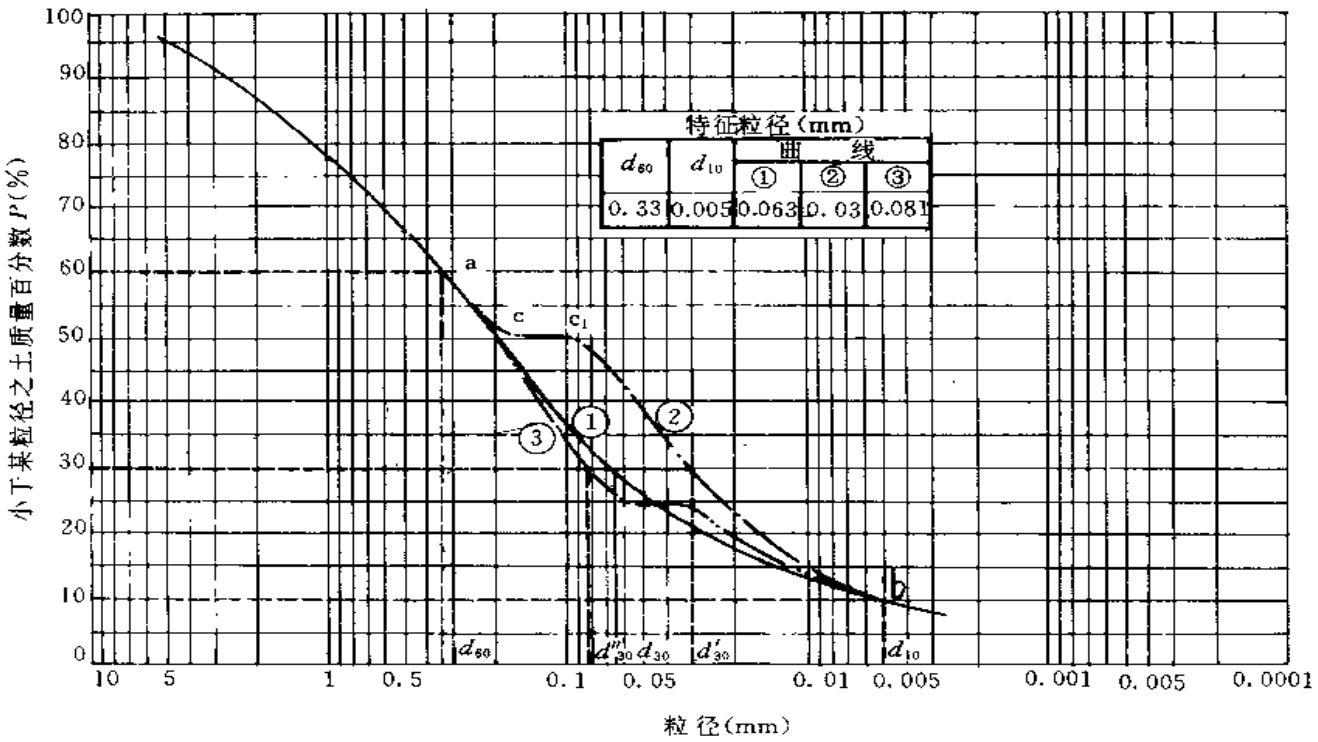


图 1-2　级配不连续土的粒径级配累积曲线

对比三种曲线的曲率系数可知，当土中所缺少的中间粒径大于连续级配曲线的 d_{30} 时，曲率系数变小，而当缺少的中间粒径小于连续级配曲线的 d_{30} 时，曲率系数变大。经验表明，

当级配连续时，C_c 的范围约为 1—3。因此，当 $C_c<1$ 或 $C_c>3$ 时，均表示级配曲线不连续。从工程观点看，土的级配不均匀（$C_u\geqslant5$），且级配曲线连续（$C_c=1$—3）的土，称为级配良好的土。不能同时满足上述两个要求的土，称为级配不良的土。

对于粗粒土，不均匀系数 C_u 和曲率系数 C_c 是评定渗透稳定性的重要指标，这点将在第二章中阐述。

（二）土粒成份

土中固体部分的成分如图 1-3 所示，绝大部分是矿物质，另外或多或少有一些有机质。颗粒的矿物成分分两大类。一类是原生矿物，常见的如石英、长石和云母等。它是由岩石经过物理风化生成的。粗的土颗粒常是由一种或几种原生矿物颗粒所组成，很细的岩粉也仍然属于原生矿物。另一类是次生矿物，它是由原生矿物经过化学风化后所形成的新矿物，其成分与母岩完全不相同。土中的次生矿物主要的是粘土矿物。此外还有一些无定形的氧化物胶体（Al_2O_3、Fe_2O_3）和可溶性盐类（$CaCO_3$、$CaSO_4$、NaCl…等）。粘土矿物具有与原生矿物很不相同的特性，它对粘性土性质的影响很大。下面对粘土矿物的性质作一简要的介绍。

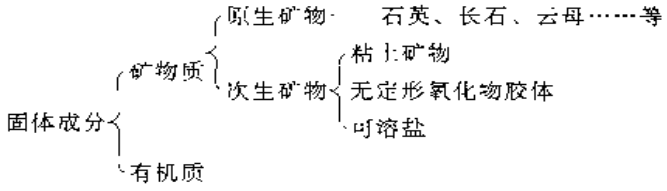


图 1-3　土中固体部分的成分

1. 粘土矿物的晶体结构和分类

粘土矿物是一种复合的铝-硅酸盐晶体，颗粒成片状，是由硅片和铝片构成的晶包所组叠而成。硅片的基本单元是硅-氧四面体。它是由一个居中的硅离子和四个在角点的氧离子所构成，如图 1-4a 所示。由六个硅-氧四面体组成一个硅片，如图 1-4b 所示。硅片底面的氧离子被相邻两个硅离子所共有。简化图形如图 1-4c。铝片的基本单元则是铝-氢氧八面体，它是由 1 个铝离子和 6 个氢氧离子所构成，如图 1-5a。4 个八面体组成一个铝片。每个氢氧离子都被相邻两个铝离子所共有，如图 1-5b 所示。简化图形见图 1-5c。粘土矿物依硅片和

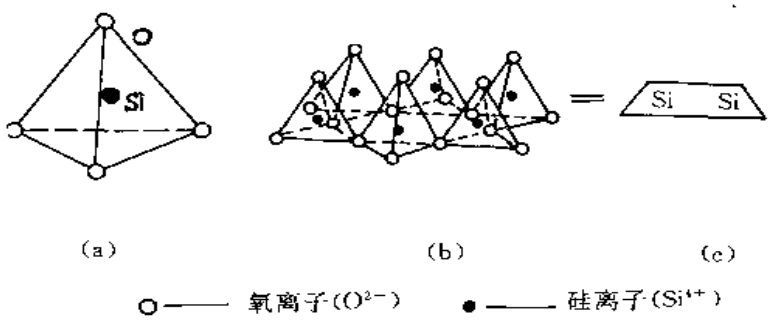


图 1-4　硅片的结构

铝片的组叠形式的不同，可以分成高岭石、伊利石和蒙特石三种类型。

高岭石（$Al_2O_3 \cdot 2SiO_2 \cdot 2H_2O$） 其晶层结构是由一个硅片和一个铝片上下组叠而成，

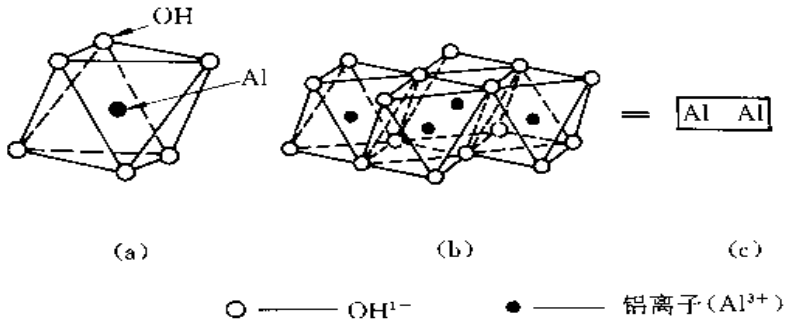


图 1-5 铝片的结构

如图 1-6a。这种晶体结构称为 1∶1 的两层结构。两层结构的最大特点是晶层之间通过 O^{2-} 与 OH^{1-} 相互联结，称为氢键联结。氢键的联结力较强，致使晶格不能自由活动，水难以进入晶格之间，是一种遇水较为稳定的粘土矿物。因为晶层之间的联结力较强，能组叠很多晶层，多达百个以上，成为一个颗粒。颗粒大小约 0.3 3μ（1μ=0.001mm），厚约 0.03—1μ。所以高岭石的主要特征是颗粒较粗，不容易吸水膨胀，失水收缩，或者说亲水能力差。

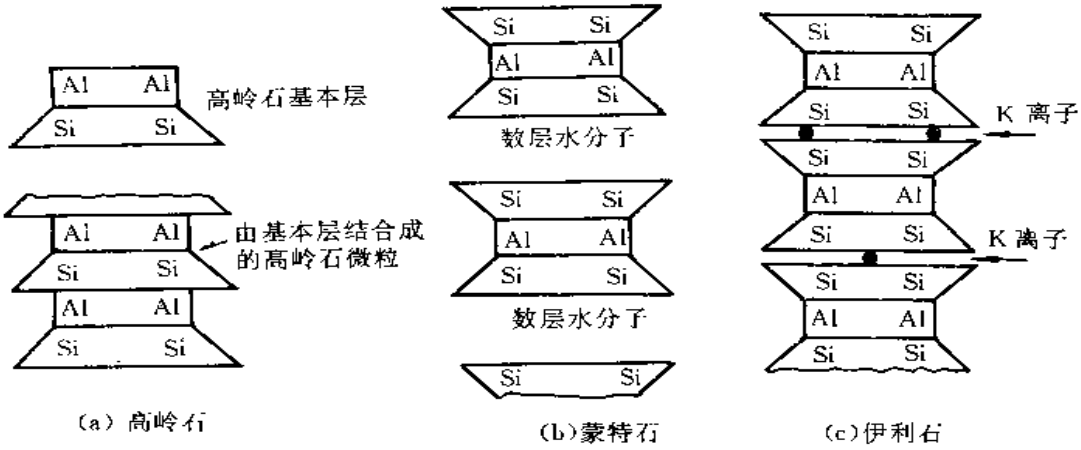


图 1-6 粘土矿物的晶格构造

蒙特石（$Al_2O_3 \cdot 4SiO_2 \cdot nH_2O$） 晶层结构是由两个硅片中间夹一个铝片所构成，如图 1-6b，称为 2∶1 的三层结构。晶层之间是 O^{2-} 对 O^{2-} 的连结，联结力很弱，水很容易进入晶层之间。每一颗粒能组叠的晶层数较少。颗粒大小约为 0.1—1.0μ，厚约 0.001—0.01μ。因此蒙特石的主要特征是颗粒细微，具有显著的吸水膨胀、失水收缩的特性，或者说亲水能力强。

伊利石（$K_2O \cdot 3Al_2O_3 \cdot 6SiO_2 \cdot 2H_2O$） 是云母在碱性介质中风化的产物。它与蒙特石相似，是由两层硅片夹一层铝片所形成的三层结构，但晶层之间有钾离子连结，如图 1-6c。连结强度弱于高岭石而高于蒙特石，其特征也介于两者之间。

三种粘土矿物的主要特征见表 1-3。

表 1-3　三类粘土矿物的特性

特征指标 \ 矿物	高岭石	伊利石	蒙特石
长和宽（μ）	0.3 -3.0	0.1—2.0	0.1—1.0
厚（μ）	$\frac{1}{3}$— $\frac{1}{10}$长（宽）	0.01—0.2	0.001—0.01
比表面积（m^2/g）	10—20	80— 100	800
流　限	30 —110	60—120	100—900
塑　限	25— 40	35· ·60	50—100
胀缩性	小	中	大
渗透性	大（$<10^{-5}$cm/s）	中	小（$<10^{-10}$cm/s）
强　度	大	中	小
压缩性	小	中	大
活动性	小	中	大

2. 粘土矿物的带电性质

1809 年莫斯科大学列伊斯（Peuc）教授完成一项很有趣的试验。他把粘土膏放在一个玻璃器皿内，将两个无底的玻璃筒插入粘土膏中。向筒中注入相同深度的清水，并将两个电极分别放入两个筒内的清水中，然后将直流电源与电极连接。通电后即可发现放阳极的筒中，水面下降，水逐渐变浑。放阴极的筒中水面逐渐上升，如图 1-7 所示。这种现象说明在电场中，土中的粘土颗粒泳向阳极，而水则渗向阴极。前者称为电泳，后者称为电渗。土颗粒泳向阳极说明颗粒表面带有负电荷。

研究表明，片状粘土颗粒的表面，由于下面的一些原因，常常带有不平衡的电荷，通常是负电荷。（1）离解：指晶体表面的某些矿物在水介质中产生离解。离解后，阳离子扩散于水中，阴离子留在颗粒表面。（2）吸附：指晶体表面的某些矿物把水介质中一些带电荷的离子吸附到颗粒的表面。（3）同晶型替换：例如粘土矿物中八面体的晶型保持不变，但内部的铝被镁或铁所替换。由于前者的电价比后者高，置换后，相当于晶体表面有不平衡的负电荷。研究还表明，在颗粒侧面断口处常带正电荷。这样粘土颗粒的表面电荷分布通常如图 1-8 所示。

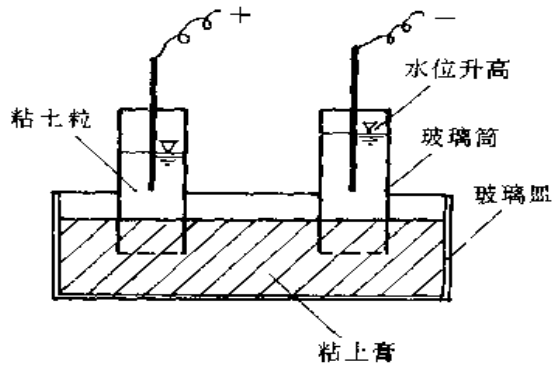


图 1-7　粘土膏的电渗、电泳试验

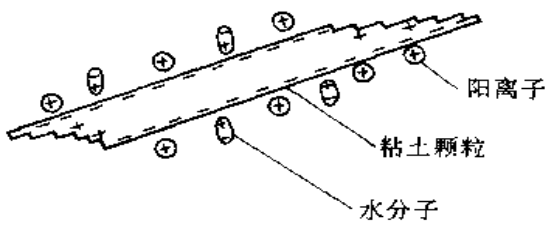


图 1-8　粘土颗粒的表面电荷

由于表面带电荷，粘土颗粒四周形成一个电场。在电场的作用下，水中的阳离子被吸引分布在颗粒四周。水分子是一种极性分子，在电场中发生定向排列，形成图 1-9 的排列形

式。颗粒表面的负电荷，构成电场的内层，水中被吸引在颗粒表面的阳离子和定向排列的水分子构成电场的外层，合称为双电层。

由此可知，粘土矿物的表面性质直接影响土中水的性质，从而使粘性土具有许多无粘性土所没有的特性。这将在下面第二小节“土中水”及后面的章节中逐步阐明。

（三）颗粒形状和比表面积

原生矿物一般颗粒粗，呈粒状，即三个方向的尺度基本上同一数量级，如图 1-10。次生矿物颗粒细微，多呈片状或针状，如图 1-11。土的颗粒愈细，形状越扁平，则表面积与质量之比值愈大。单位质量土颗粒所拥有的表面积称为比表面积 A_s，可用下式表示

$$A_s=\frac{\sum A}{m} \tag{1-3}$$

式中，$\sum A$ ——全部土颗粒的表面积之和（m^2）；

m ——土的质量（g）。

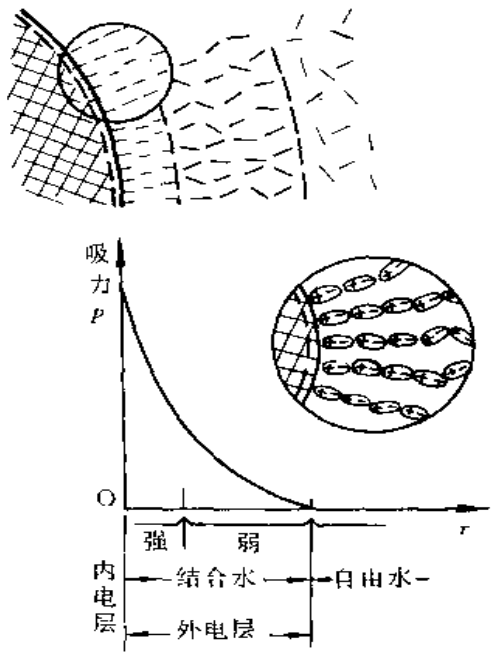


图 1-9 固体颗粒和水分子间电分子力的相互作用

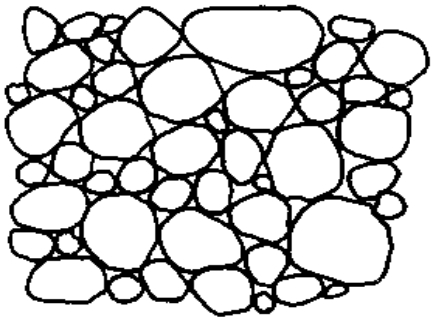


图 1-10 粗粒土的形状



图 1-11 粘土颗粒的形状

例如当颗粒为直径 0.1mm 的圆球时，比表面积约为 0.03m^2/g。高岭石的比表面积为 10—20m^2/g，伊利石为 80—100m^2/g，而蒙特石高达 800m^2/g。

如前所述，粘土颗粒的带电性质都发生在颗粒的表面上，所以，对于粘性土，比表面积的大小直接反应土颗粒与四周介质，特别是水，相互作用的强烈程度，是代表粘性土特征的一个很重要的指标。

对于粗粒土，由于表面不具有带电性质，比表面积没有很大的意义。研究颗粒的形状应着重于研究颗粒的磨圆度，因为它影响到粒间的粗糙度，从而影响土的抗剪强度。

二、土中水

组成土的第二种主要成分是土中水。土中水除了一部分以结晶水的形式存在于固体颗粒的内部外，可以分成结合水和自由水两大类。

（一）结合水

如前所述，粘土颗粒在水介质中表现出带电的特性，在其四周形成电场。水分子是极性分子，正负电荷分布在分子两端。在电场范围内，水中的阳离子和极性水分子被吸引在颗粒的四周，定向排列，如图 1-9 所示。最靠近颗粒表面的水分子所受电场的作用力很大，可以达到 1000MPa。随着远离颗粒表面，作用力很快衰减，直至电场以外不受电场力所作用。受颗粒表面电场作用力吸引而包围在颗粒四周，不传递静水压力，不能任意流动的水，称为结合水。结合水因离颗粒表面远近不同，受电场作用力的大小不一样，可以分成强结合水和弱结合水两类。

1. 强结合水

紧靠于颗粒表面的水分子，所受电场的作用力很大，几乎完全固定排列，丧失液体的特性而接近于固体，完全不能移动，这层水称为强结合水。强结合水的冰点低于 0℃很多，密度要比自由水大，具有蠕变性。它与结晶水的差别在于当温度略高于 100℃时可以蒸发。

2. 弱结合水

指强结合水以外，电场作用范围以内的水。弱结合水也受颗粒表面电荷所吸引而定向排列于颗粒四周，但电场作用力随远离颗粒而减弱。这层水不是接近于固态而是一种粘滞水膜。受力时能由水膜较厚处缓慢转移到水膜较薄处，也可以因电场引力从一个土粒的周围转移到另一个颗粒的周围。就是说，弱结合水膜能发生变形，但不因重力作用而流动。弱结合水的存在是粘性土在某一含水量范围内表现出可塑性的原因。

（二）自由水

不受颗粒电场引力作用的水称为自由水。自由水又可分为毛细水和重力水两类。

1. 毛细水

分布在土粒内部间相互贯通的孔隙，可以看成是许多形状不一，直径互异，彼此连通的毛细管，如图 1-12 所示。按物理学概念，在毛细管周壁，水膜与空气的分界处存在着表面张力 T。水膜表面张力 T 的作用方向与毛细管壁成夹角 α。由于表面张力的作用，毛细管内的水被提升到自由水面以上高度 h_c 处。分析高度为 h_c 的水柱的静力平衡条件，因为毛细管内水面处即为大气压；若以大气压力为基准，则该处压力 $p_a=0$。

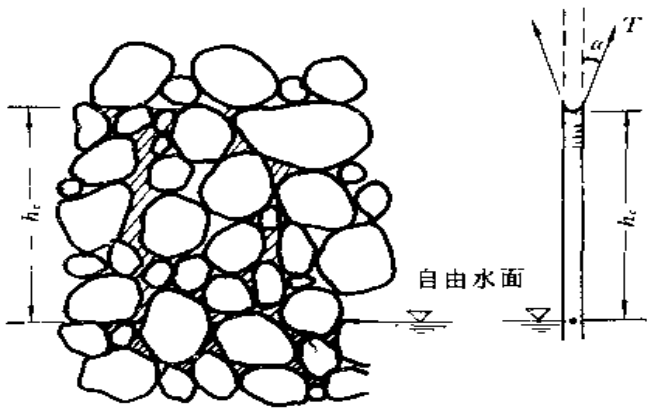


图 1-12　土中的毛细升高

故

$$\pi r^2 h_c \gamma_w = 2\pi r T \cos\alpha$$

$$h_c=\frac{2T\cos\alpha}{r\gamma_w} \tag{1-4}$$

式中水膜的张力 T 与温度有关。10℃时，$T=0.0756$g/cm；20℃时，$T=0.0742$g/cm。方向角 α 的大小与土颗粒和水的性质有关。r 是毛细管的半径，γ_w 为水的容重。式（1-4）表明，毛细升高 h_c 与毛细管半径 r 成反比。显然土颗粒的直径愈小，孔隙的直径（也就是毛细管的直径）愈细，则毛细水的上升高度愈大。不同土类，土中的毛细水升高很不相同，大致范围见表 1-4。在粘性土中，因为土中水受颗粒四周电场作用力所吸引，毛细管升高不能简单由式（1-4）计算。

表 1-4　土中的毛细水升高

土名称	颗粒直径 d_{10}mm	孔隙比	毛细水头(cm)	
			毛细升高	饱和毛细水头
粗　砾	0.82	0.27	5.4	6
砂　砾	0.20	0.45	28.4	20
细　砾	0.30	0.29	19.5	20
粉　砾	0.06	0.45	106.0	68
粗　砂	0.11	0.27	82	60
中　砂	0.03	0.36	165.5	112
细　砂	0.02	0.48—0.66	239.6	120
粉　土	0.006	0.95—0.93	359.2	180

若弯液面处毛细水的压力为 u_c，分析该处水膜受力的平衡条件。取铅直方向力的总和为零，则有

$$2T\pi r\cos\alpha+u_c\pi r^2=0 \tag{1-5}$$

若取 $\alpha=0$，由式（1-4）可知，$T=\frac{h_c r\gamma_w}{2}$，代入式（1-5）得

$$u=-\frac{2T}{r}=-h_c\gamma_w \tag{1-6}$$

式（1-6）表明毛细区域内的水压力与一般静水压力的概念相同，它与水头高度 h_c 成正比，负号表示拉力。这样，自由水位上下的水压力分布如图 1-13 所示。自由水位以下为压

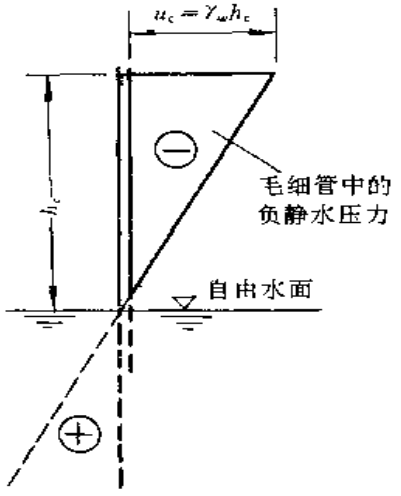


图 1-13　毛细水中的张力分布图

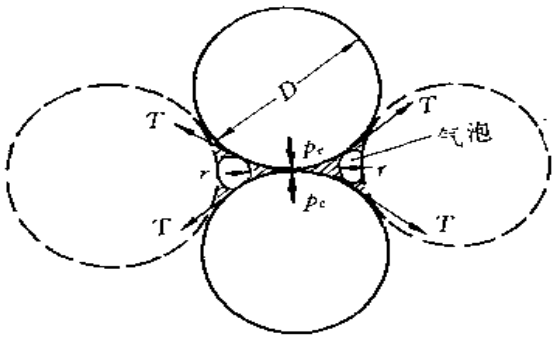


图 1-14　球状颗粒间缝隙处的弯液面

力，自由水位以上，毛细区域内为拉力。颗粒骨架承受水的反作用力，因此自由水位以下，土骨架受浮托力，减小颗粒间的压力。自由水位以上，毛细区域内，颗粒间受压力，称为毛细压力 p_c，毛细压力呈倒三角形分布。弯液面处最大，自由水面处为零。

如果土骨架的孔隙内不完全充满水，即孔隙中含有水和气，这时水多集中于颗粒间的缝隙处。在水和空气的分界面处同样存在着毛细张力，形成如图 1-14 所示的弯液面。这时，孔隙中的水也属于毛细水的一种类型，称为毛细角边水。毛细角边水受拉力 T，颗粒则受压力 p_c。由于压力 p_c 的作用，使颗粒连结在一起，这就是稍湿的砂土颗粒间也存在着某种粘结作用的原因。但是，这种粘结作用并不像粘性土一样是因为粒间分子力所引起，而是由毛细水所引起，当土中的水增加，孔隙被水占满，或者水分蒸发，变成干土，毛细角边水消失，颗粒间的压力也消失，就变成完全的散粒体。

【例题 1-2】 已知某种细砂的平均孔隙半径 $r=0.02$mm，求温度为 10℃的毛细水升高及毛细压力分布。

解：已知 10℃时的水膜表面张力 $T=0.0756$ g/cm $=7.56\times10^{-3}$kN/m

毛细管平均半径 $r=0.02\text{mm}=2\times10^{-5}$m

通常取 $\alpha=0°$，由式 (1-4)

毛细升高 $h_c=\dfrac{2T\cos\alpha}{r\gamma_w}=\dfrac{2\times7.56}{2\times9.8}\div\dfrac{15.12}{19.6}=0.77$m

最大毛细水压力 $p_c=-u_c=\gamma_w h_c=9.8\text{kN/m}^3\times0.77$

$=7.55\text{kN/m}^2$

分布成倒三角形，自由水面处 $p_c=0$，如图 1-15 所示。

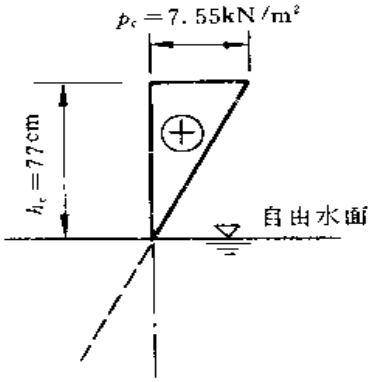


图 1-15 例题 1-2 毛细水升高及毛细压力分布

2. 重力水

自由水面以下，土颗粒电分子引力范围以外的水，仅在本身重力作用下运动，称为重力水。土中重力水传递水压力，与一般水的性质无异。

三、土中气体

土中气体按其所处的状态和结构特点可分以下几种类型：吸附于土颗粒表面的气体、溶解于水中的气体，四周为颗粒和水所封闭的气体以及自由气体。通常认为自由气体与大气连通，对土的性质无大影响。密闭气体的体积与压力有关，压力增加，则体积缩小，压力减小，则体积胀大。因此，密闭气体的存在增加了土的弹性，同时还可阻塞土中的渗流通道，减小土的渗透性。其它两种气体目前研究不多，对土性质的影响尚未完全清楚。

第二节 土的物理状态

三相组成的性质，特别是固体颗粒的性质，直接影响土的工程特性。但是，同样一种土，密实时强度高，松散时强度低。对于细粒土，水含量少时则硬，水含量多时则软。这说明土的性质不仅决定于三相组成的性质，而且三相之间量的比例关系也是一个很重要的影响因素。

一、土的三相组成在量上的比例特征

因为土是三相体系，不能用一个单一的指标来说明三相间量的比例。对于一般连续性材料，例如钢或混凝土等，只要知道密度 ρ 就能直接说明这种材料的密实程度，即单位体积内固体的质量。对于三相体的土，同样一个密度 ρ，单位体积内可以是固体颗粒的质量多一些，水的质量少一些，也可以是固体颗粒的质量少一些而水的质量多一些，因为气体的体积可以不相同。因此要全面标明土的三相量的比例关系，就需要有若干个指标。

（一）土的三相草图

为了使这个问题形象化，以获得清楚的概念，在土力学中，通常用三相草图来表示土的三相组成，如图 1-16 所示。在三相图的右侧，表示三相组成的体积；在三相图的左侧，则表示三相组成的质量。

图中符号如下：

V ——土的总体积；

V_v——土的孔隙部分体积；

V_s——土的固体颗粒实体的体积；

V_w——水的体积；

V_a——气体体积；

m ——土的总质量；

m_w——水的质量；

m_s——固体颗粒质量。

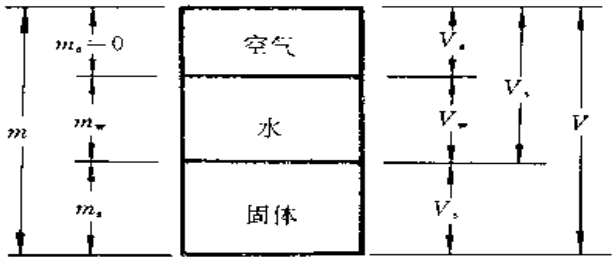


图 1-16　三相草图

在上述的这些量中，独立的有 V_s、V_w、V_a、m_w、m_s 五个量。$1cm^3$ 水的质量等于 1g，故在数值上 $V_w=m_w$。此外，当我们研究这些量的相对比例关系时，总是取某一定数量的土体来分析。例如取 $V=1cm^3$，或 $m=1g$、或 $V_s=1cm^3$ 等等，因此又可以消去一个未知量。这样，对于这一定数量的三相土体，只要知道其中三个独立的量，其它诸量就可以从图中直接算出。所以，三相草图是土力学中用以计算三相量比例关系的一种简单而又很有用的工具。

（二）确定三相量比例关系的基本试验指标

为了确定三相草图诸量中的三个量，就必须通过实验室的试验测定。通常做三个基本物理性质试验。它们是：土的密度试验，土粒比重试验和土的含水量试验。有关试验方法，参见“土工试验规程”或实验指示书，本书不予讲述。

1. 土的密度

土的密度定义为土单位体积的质量，以 Mg/m^3 或 g/cm^3 计：

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{m_s+m_w}{V_s+V_w+V_a} \tag{1-7}$$

工程中还常用容重 γ 来表示类似的概念。土的容重定义为单位体积土的重量，是重力的函数，以 kN/m^3 计。它与土的密度有如下的关系

$$\gamma=\rho\times g=9.8\rho \tag{1-8}$$

式中 g 为重力加速度（$g=9.81m/s^2$，工程上有时为了计算方便，取 $g=10m/s^2$）。天然土

的密度随着土的矿物组成、孔隙体积和水的含量而异，一般变化于 1.60—2.20g/cm³ 之间。

2. 土粒比重（或比密度）

土粒比重定义为土粒的质量与同体积纯蒸馏水在 4℃时的质量之比，即

$$G_s = \frac{m_s}{V_s(\rho_w^{4℃})} = \frac{\rho_s}{\rho_w} \tag{1-9}$$

式中，ρ_s ——土粒的密度，即单位体积土粒的质量；

$\rho_w^{4℃}$ ——4℃时纯蒸馏水的密度。

因为 $\rho_w^{4℃}=1.0\ g/cm^3$，故实用上，土粒比重在数值上即等于土粒的密度，是无量纲数。

天然土颗粒是由不同的矿物所组成，这些矿物的比重各不相同。试验测定的是土粒的平均比重。土粒的比重变化范围不大。细粒土（粘性土）一般在 2.70 至 2.75 左右；砂土的比重为 2.65 左右。土中有机质含量增加时，土的比重减小。

3. 土的含水量

土的含水量定义为土中水的质量与土粒质量之比，以百分数表示。

$$w(\%) = \frac{m_w \times 100}{m_s} = \frac{m - m_s}{m_s} \times 100 \tag{1-10}$$

（三）确定三相量比例关系的其它常用指标

测出土的密度 ρ，土粒的比重 G_s 和土的含水量 w 后，就可以根据图 1-16 所示的三相草图，计算出三相组成各自在体积上和重量上的含量。工程上为了便于表示三相含量的某些特征，定义如下几种指标。

1. 表示土中孔隙含量的指标

工程上常用孔隙比 e 或孔隙度 n 表示土中孔隙的含量。其定义为：

孔隙比 e ——指孔隙体积与固体颗粒实体体积之比，表示为

$$e = V_v/V_s \tag{1-11}$$

孔隙度——指孔隙体积与土总体积之比，用百分数表示，亦即

$$n(\%) = \frac{V_v}{V} \times 100 \tag{1-12}$$

孔隙比和孔隙度都是用以表示孔隙体积含量的概念。不难证明两者之间可以用下式互换。

$$n(\%) = \frac{e}{1+e} \times 100 \tag{1-13}$$

$$e = \frac{n(\%)}{100 - n(\%)}, \quad 或\ e = \frac{n}{1-n} \tag{1-14}$$

土的孔隙比或孔隙度都可用来表示同一种土的松、密程度。它随土形成过程中所受的压力、粒径级配和颗粒排列的状况而变化。一般说，粗粒土的孔隙度小，细粒土的孔隙度大。例如砂类土的孔隙度一般是 28—35%；粘性土的孔隙度有时可高达 60—70%。这种情况下，单位体积内孔隙的体积比土颗粒的体积大很多。

2. 表示土中含水程度的指标

含水量 w 当然是表示土中含水程度的一个重要指标。此外，工程上往往需要知道孔隙中充满水的程度。这就是土的饱和度 S_r。定义饱和度为

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} \tag{1-15}$$

显然，干土的饱和度 $S_r=0$，而饱和土的饱和度 $S_r=1.0$。

3. 表示土的密度和容重的几种指标

土的密度除了用上述 ρ 表示以外，工程计算上，还常用如下两种密度，即饱和密度和干密度。而 ρ 称为天然密度或湿密度。相应的定义分别为：

饱和密度——孔隙完全被水充满时土的密度，表示为

$$\rho_{sat} = \frac{m_s + V_v\rho_w}{V} \tag{1-16}$$

干密度——土被完全烘干时的密度，在忽略气体的质量时，它在数值上等于单位体积中土粒的质量，表示为

$$\rho_d = \frac{m_s}{V} \tag{1-17}$$

这几种密度在数值上有如下的关系

$$\rho_{sat} \geqslant \rho \geqslant \rho_d$$

相应于这几种密度，工程上还常用天然容重 γ，饱和容重 γ_{sat} 和干容重 γ_d 来表示土在不同含水状态下单位体积的重量。在数值上，它们等于相应的密度乘以重力加速度 g。另外，静水下的土体受水的浮力作用，其容重等于土的饱和容重减去水的容重，称为浮容重 γ'，表示为：

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w \tag{1-18}$$

同样地，这几种容重在数值上有如下关系

$$\gamma_{sat} \geqslant \gamma \geqslant \gamma_d > \gamma'$$

这样，表示三相量的比例关系的指标一共有 9 个。即天然密度 ρ，土粒比重 G_s，含水量 w，孔隙比 e，孔隙度 n，饱和度 S_r，饱和密度 ρ_{sat}，干密度 ρ_d 和浮容重 γ'。对于三相土，只要通过试验确定三个独立的指标，就可以应用三相草图，按照它们的定义计算出其它指标来。干土或饱和土为两相体，只要求知道其中两个独立的指标，就可以计算出其它各个指标值。

【例题 1-3】 某原状土样，经试验测得天然密度 $\rho=1.67\text{g/cm}^3$，含水量 $w=12.9\%$，土粒比重 $G_s=2.67$，求孔隙比 e，孔隙度 n 和饱和度 S_r。

解：绘三相草图，见图 1-17。

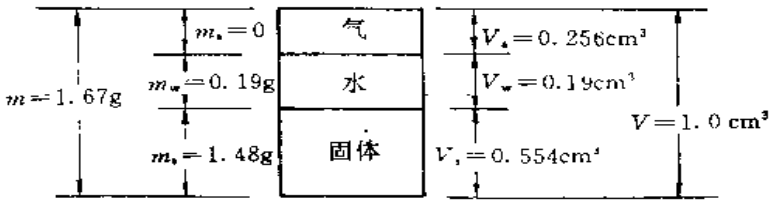


图 1-17 例题 1-3 三相草图

(1) 设土的体积 $V=1.0\text{cm}^3$，根据密度定义，由式 (1-7) 得

$$m = \rho V = 1.67\text{g}$$

(2) 根据含水量定义，由式 (1-10)

$$m_w = wm_s = 0.129m_s$$

从三相草图有：

$$m_w + m_s = m$$

$$0.129m_s + m_s = 1.67\text{g}$$

$$m_s = \frac{1.67}{1.129} = 1.48\text{g}$$

$$m_w = 1.67\text{g} - 1.48\text{g} = 0.19\text{g}$$

（3）根据土粒比重定义，由式（1-9）

土粒密度

$$\rho_s = G_s\rho_w^{4^\circ} = 2.67 \times 1.0 = 2.67\text{g/cm}^3$$

$$V_s = \frac{m_s}{G_s} = \frac{1.48}{2.67} = 0.554\text{cm}^3$$

（4）水的密度 $\rho_w = 1.0$

故水体积 $$V_w = \frac{m_w}{\rho_w} = \frac{0.190}{1.0} = 0.190\text{cm}^3$$

（5）从三相草图知：

$$V = V_s + V_w + V_a = 1\text{cm}^3。$$

故 $$V_a = 1 - 0.554 - 0.190 = 0.256\text{cm}^3$$

至此，三相草图中，三相组成的量，无论是体积或质量，均已算出，将计算结果填入三相草图中。

（6）根据孔隙比定义，按式（1-11）

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{V_a + V_w}{V_s} = \frac{0.256 + 0.19}{0.554} = 0.805$$

（7）根据孔隙度定义，由式（1-12）

$$n = \frac{V_v}{V} = \frac{0.256 + 0.19}{1} = 0.446 = 44.6\%$$

（8）根据饱和度定义，由式（1-15）

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} = \frac{V_w}{V_a + V_w} = \frac{0.19}{0.256 + 0.19} = 0.426$$

【例题 1-4】 某饱和粘性土（即 $S_r = 1.0$）的含水量为 $w = 40\%$，比重 $G_s = 2.70$，求土的孔隙比 e 和干密度 ρ_d。

解：绘三相草图，见图 1-18。设土粒实体积 $V_s = 1.0\text{cm}^3$

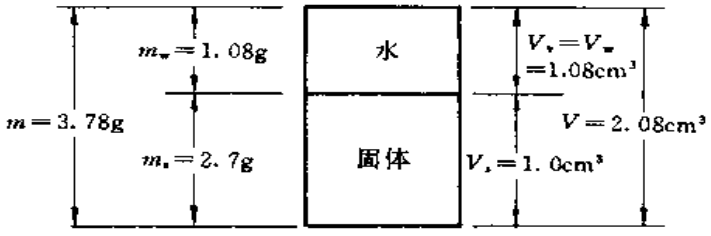


图 1-18 例题 1-4 三相草图

（1）按比重定义，由式（1-9）

$$\rho_s = G_s\rho_w = 2.70 \times 1.0 = 2.7\text{g/cm}^3$$

土粒的质量

$$m_s = V_s \times G_s = 2.7\text{g}$$

（2）按含水量定义，由式（1-10）$w = \frac{m_w}{m_s}$

$$m_w = w \times m_s = 0.40 \times 2.70 = 1.08\text{g}$$

又
$$V_w = \frac{m_w}{\rho_w} = 1.08\text{cm}^3 = V_v$$

把计算结果填入三相草图。

（3）按孔隙比定义，由式（1-11）

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{1.08}{1.0} = 1.08$$

（4）按干密度定义，由式（1-17）

$$\rho_d = \frac{m_s}{V} = \frac{2.7}{2.08} = 1.30\text{g/cm}^3$$

应当注意，在以上两个例题中，例题 1-3 假设土的总体积 $V = 1.0\text{cm}^3$，而例题 1-4 则假设土粒的实体体积 $V_s = 1.0\text{cm}^3$。事实上，因为三相量的指标都是相对的比例关系，不是量的绝对值，因此取三相图中任一个量等于任何数值进行计算都应得到相同的结果。假定的已知量选取合适，可以减少计算的工作量。

表 1-5 是根据测定的三个基本指标，即密度 ρ、土粒比重 G_s 和含水量 w 计算其它指标的换算公式，这些公式很容易从三相草图推算得到。读者应掌握三相草图的应用而不要死记公式。

表 1-5　常用的三相比例指标之间的换算公式

指标名称	换　算　公　式
干密度 ρ_d	$\rho_d = \frac{G_s\rho_w}{1+e}$　　$\rho_d = \frac{\rho}{1+w}$
孔隙比 e	$e = \frac{\rho_s}{\rho_d} - 1 = \frac{\rho_s(1+w)}{\rho} - 1$ $e = \frac{n}{1-n}$
孔隙率 n	$n = 1 - \frac{\rho_d}{\rho_s} = 1 - \frac{\rho}{\rho_s(1+w)}$ $n = \frac{e}{1+e}$
饱和密度 ρ_{sat}	$\rho_{sat} = \frac{G_s+e}{1+e}\rho_w$
浮容重 γ'	$\gamma' = \frac{G_s-1}{1+e}\gamma_w$ $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$
饱和度 S_r	$S_r = \frac{WG_s}{e}$

二、土的物理状态指标

所谓土的物理状态，对于粗粒土，是指土的密实程度，对于细粒土则是指土的软硬程度或称为粘性土的稠度。

（一）粗粒土（无粘性土）的密实度

土的密实度通常指单位体积中固体颗粒的含量。土颗粒含量多，土就密实；土颗粒含量少，土就疏松。从这一角度分析，在上述三相比例指标中，干容重 ρ_d 和孔隙比 e（或孔隙度 n）都是表示土的密实度的指标。但是这种用固体含量或孔隙含量表示密实度的方法有其明显的缺点，主要是这种表示方法没有考虑到粒径级配这一重要因素的影响。为说明这个问题，取两种不同级配的砂土进行分析。假定第一种砂是理想的均匀圆球，不均匀系数 $C_u = 1.0$。这种砂最密实时的排列，如图 1-19a 所示。可以算出这时的孔隙比 $e = 0.35$，如果砂粒的比重 $G_s = 2.65$，则最密时的干密度 $\rho_d = 1.96\text{g/cm}^3$。第二种砂同样是理想的圆球。但其级配中除大的圆球外，还有小的圆球可以充填于孔隙中，即不均匀系数 $C_u > 1.0$，如图 1-19b。显然，这种砂最密时的孔隙比 $e < 0.35$。就是说这两种砂若都具有同样的孔隙比 $e =$

0.35，对于第一种砂，已处于最密实的状态，而对于第二种砂则不是最密实。实践中，往往可以碰到不均匀系数很大的砂砾混合料，孔隙比 $e\leqslant 0.30$，干密度 $\rho_d\geqslant 2.05 g/cm^3$ 时，仍然只处于中等密实度，有时还需要采取工程措施再予以加密，而这种密度对于均匀砂则已经是十分密实了。

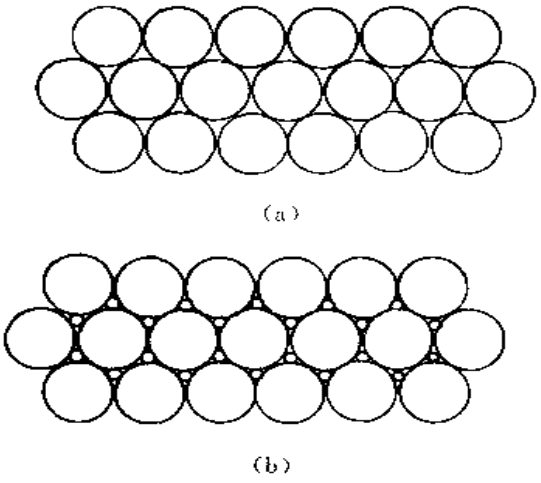


图 1-19　砂的密实排列

工程上为了更好地表明粗粒土（无粘性土）所处的密实状态。采用将现场土的孔隙比 e 与该种土所能达到最密时的孔隙比 e_{min} 和最松时的孔隙比 e_{max} 相对比的办法，来表示孔隙比为 e 时土的密实度。这种度量密实度的指标称为相对密度 D_r，表示为

$$D_r=\frac{e_{max}-e}{e_{max}-e_{min}} \qquad (1\text{-}19)$$

式中，　e ——现场粗粒土的孔隙比；

e_{max}——土的最大孔隙比，测定的方法是将松散的风干土样通过长颈漏斗轻轻地倒入容器，避免重力冲击，求得土的最小干密度再经换算得到（详见“土工试验规程”）；

e_{min}——土的最小孔隙比，测定的方法是将松散的风干土装在金属容器内，按规定方法振动和锤击，直至密度不再提高，求得最大干容重后经换算得到（详见“土工试验规程”）。

当 $D_r=0$ 时，$e=e_{max}$，表示土处于最松状态。当 $D_r=1.0$ 时，$e=e_{min}$，表示土处于最密状态。用相对密度 D_r 判定粗粒土的密实度标准是

$$D_r\leqslant\frac{1}{3} \qquad \text{疏松}$$

$$\frac{1}{3}<D_r\leqslant\frac{2}{3} \qquad \text{中密}$$

$$D_r>\frac{2}{3} \qquad \text{密实}$$

将表 1-5 中孔隙比与干容重的关系式 $e=\frac{\rho_s}{\rho_d}-1$ 代入式 (1-19)，整理后，可以得到用干密度表示的相对密度的表达式为

$$D_r=\frac{(\rho_d-\rho_{d\,min})\rho_{d\,max}}{(\rho_{d\,max}-\rho_{d\,min})\rho_d} \qquad (1\text{-}20)$$

式中，　ρ_d ——相当于孔隙比为 e 时土的干密度；

$\rho_{d\,min}$——相当于孔隙比为 e_{max} 时土的干松度，即最松干密度；

$\rho_{d\,max}$——相当于孔隙比为 e_{min} 时土的干密度，即最密干密度。

应当指出，目前虽然已有一套测定最大孔隙比和最小孔隙比的试验方法，但是要在实验室条件下测得各种土理论上的 e_{max} 和 e_{min} 却十分困难。在静水中很缓慢沉积形成的土，孔

隙比有时可能比实验室能测得的 e_{max} 还大。同样，在漫长地质年代中，受各种自然力作用下堆积形成的土，其孔隙比有时可能比实验室能测得的 e_{min} 还小。此外，埋藏在地下深处，特别是地下水位以下的粗粒土的天然孔隙比，很难准确测定。因此，相对密度这一指标理论上虽然能够更合理地用以确定土的密实状态，但由于上述原因，通常多用于填方的质量控制中，对于天然土尚难以应用。

因为 e、e_{max} 和 e_{min} 都难以准确测定，天然砂土的密实度只能在现场进行原位标准贯入试验，根据锤击数 $N_{63.5}$，按表 1-6 的标准间接判定。

所谓标准贯入试验方法，详见本书第四章第三节。

表 1-6　天然状态砂土的密实度

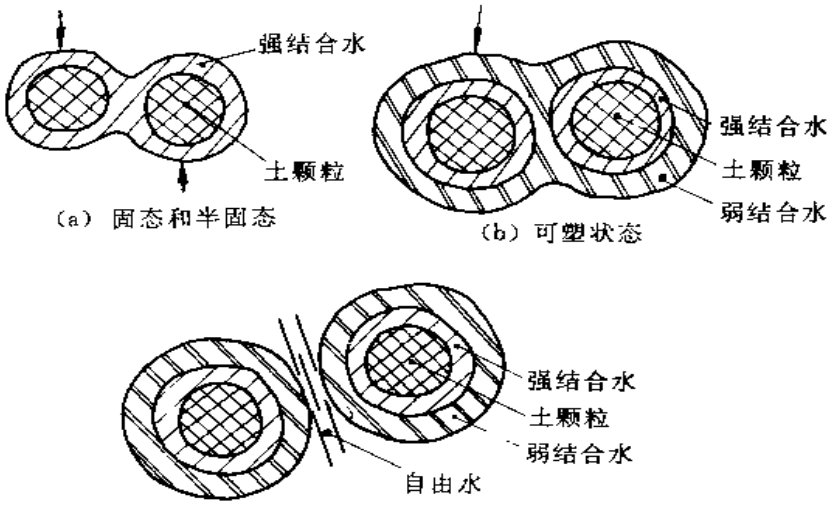
标准贯入试验锤击数 $N_{63.5}$	密实度
$N_{63.5}\leqslant 10$	松　散
$10<N_{63.5}\leqslant 15$	稍　密
$15<N_{63.5}\leqslant 30$	中　密
$N_{63.5}>30$	密　实

细粒土（粘性土）无法在实验室测定 e_{max} 和 e_{min}。实际上也不存在最大和最小孔隙比，因此只能根据其孔隙比 e 或干密度 ρ_d 来判断其密实度。

（二）粘性土（细粒土）的稠度

1. 粘性土的稠度状态

粘性土最主要的物理状态特征是它的稠度，稠度是指土的软硬程度或土对外力引起变形或破坏的抵抗能力。土中含水量很低时，水都被颗粒表面的电荷紧紧吸着于颗粒表面，成为强结合水。强结合水的性质接近于固态。因此，当土粒之间只有强结合水时（图 1-20a），按水膜厚薄不同，土表现为固态或半固态。



（a）固态和半固态　（b）可塑状态　（c）流动状态

图 1-20　土中水与稠度状态

当含水量增加，被吸附在颗粒周围的水膜加厚，土粒周围除强结合水外还有弱结合水（图 1-20b），弱结合水呈粘滞状态，不能传递静水压力，不能自由流动，但受力时可以变形，能从水膜较厚处向邻近较薄处移动。在这种含水量情况下，土体受外力作用可以被捏成任意形状而不破裂，外力取消后仍然保持改变后的形状。这种状态称为塑态。弱结合水的存

在是土具有可塑状态的原因。土处在可塑状态的含水量变化范围，大体上相当于土粒所能够吸附的弱结合水的含量。这一含量的大小主要决定于土的比表面积和矿物成分。粘性大的土必定是比表面积大，矿物的亲水能力强的土（例如蒙特石），自然也是能吸附较多的结合水的土，因之它的塑态含水量的变化范围也必定大。

当含水量继续增加，土中除结合水外，已有相当数量的水处于电场引力影响范围以外，成为自由水。这时土粒之间被自由水所隔开（图 1-20c），土体不能承受任何剪应力，而呈流动状态。可见，从物理概念分析，土的稠度实际上是反应土中水的形态。

2. 稠度界限

土从某种状态进入另外一种状态的分界含水量称为土的特征含水量，或称为稠度界限。工程上常用的稠度界限有液性界限 w_1 和塑性界限 w_P。

液性界限（w_L）简称液限，相当于土从塑性状态转变为液性状态时的含水量。这时，土中水的形态除结合水外，已有相当数量的自由水。

塑性界限（w_P），简称塑限，相当于土从半固体状态转变为塑性状态时的含水量。这时，土中水的形态大约是强结合水含量达到最大时。

在实验室中，液限 w_L 用液限仪测定，塑限 w_P 则用搓条法测定。目前也有用联合测定仪一起测定液限和塑限的（详见“土工实验规程”）。但是，所有这些测定方法仍然是根据表观观察土在某种含水量下是否“流动”或者是否“可塑”，而不是真正根据土中水的形态来划分的。实际上，土中水的形态，定性区分比较容易，定量划分则颇为困难。目前尚不能够定量地以结合水膜的厚度来确定液限或塑限。从这个意义上说，液限和塑限与其说是一种理论标准，不如说是一种人为确定的标准。尽管如此，并不妨碍人们去认识细粒土随着含水量的增加，可以从固态或半固态变为塑态再变为液态，而实测的塑限和液限则是一种近似的定量分界含水量。

3. 液性指数和塑性指数

土的比表面积和矿物成分不同，吸附结合水的能力不一样。因此，同样的含水量对于粘性高的土，水的形态可能全是结合水，而对于粘性低的土，则可能相当部分已经是自由水。换句话说，仅仅知道含水量的绝对值，并不能说明土处于什么状态。要说明细粒土的稠度状态，需要有一个表征土的天然含水量与分界含水量之间相对关系的指标，这就是液性指数 I_L。在图 1-21 中，以直线坐标表示含水量的变化，并把某种土的天然含水量 w、液限 w_L 和塑限 w_P 标在含水量的坐标上。显然，当 w 接近于 w_P 时，土则坚硬；而 w 接近 w_L 时，土则软弱。定义液性指数 I_L 为：

$$I_L = \frac{w - w_P}{w_L - w_P} \tag{1-21}$$

当 $I_L=0$ 时，$w=w_P$，土从半固态进入可塑状态。而当 $I_L=1$ 时，$w=w_L$，土从可塑状态进入液态。因此，根据 I_L 值可以直接判定土的软硬状态。工程上按液性指数 I_L 的大小，把细粒土分成表 1-7 中的五种状态。

应该注意，液限试验和塑限试验都是先把试样调成土膏，然后进行试验。也就是说 w_L 和 w_P 都是在土的结构被彻底破坏后测得的。因此，用液性指数反映天然土的稠度就存在不可避免的缺点，因为含水量相同的同一种土，保持天然结构比结构被破坏具有更大的强度，也就是说，天然状态下土的液限 w_L 和塑限 w_P 要比实验室测得的值大，则同样的含水量，天

然状态下的液性指数一般要比实验室测得的值小。由于这个缘故，液性指数 I_L 用以作为重塑土软硬状态的判别标准比较合适，而用于原状土则常常得到偏大的结果。

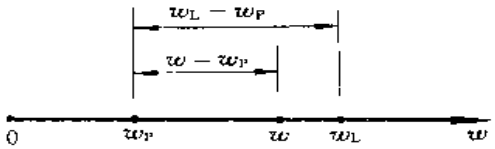


图 1-21 分界含水量

表 1-7 粘性土（细粒土）的状态分类

液性指数 I_L	状　态
$I_L \leqslant 0$	坚　硬（半固态）
$0 < I_L \leqslant 0.25$	硬　塑
$0.25 < I_L \leqslant 0.75$	可　塑
$0.75 < I_L \leqslant 1$	软　塑
$I_L > 1$	流　塑

液性指数的分母 $w_L - w_P$ 常以指标 I_P 代替，即

$$I_P = w_L - w_P \tag{1-22}$$

I_P 称为塑性指数，习惯上用百分数的绝对值表示。就物理概念而言，它大体上表示土所能吸着的弱结合水质量与土粒质量之比。如前所述，吸着结合水的能力是土的粘性大小的标志；同时，弱结合水是使土具有可塑性的原因。粘性和可塑性是细粒土的一种重要属性，因此，塑性指数 I_P 常用以作为细粒土工程分类的依据。有关这一问题将在下节中进一步说明。

【例题 1-5】 某砂层的天然密度 $\rho = 1.75 g/cm^3$，含水量 $w = 10\%$，土粒比重 $G_s = 2.65$。最小孔隙比 $e_{min} = 0.40$，最大孔隙比 $e_{max} = 0.85$，问该土层处于什么状态。

解：

（1）求土层的天然孔隙比 e。绘三相草图，见图 1-22。

设 $V_s = 1.0 cm^3$，由公式（1-11）得孔隙体积 $V_v = e$。因为，$G_s = 2.65$，由公式（1-9）得 $m_s = G_s = 2.65g$。因为，$w = 10\%$，由式（1-10），$m_w = wm_s = 0.265g$。

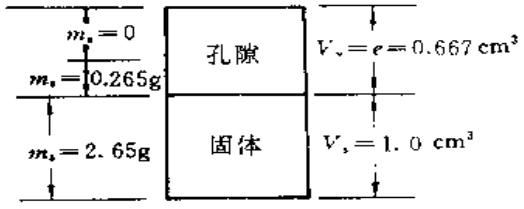


图 1-22　例题 1-5 三相草图

因为，$\rho = 1.75 g/cm^3$，由式（1-7），$\rho = \dfrac{m_s + m_w}{V} = \dfrac{2.65 + 0.265}{1 + e}$

解得 $e = 0.667$。

（2）求相对密度

由式（1-19）

$$D_r = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} = \frac{0.85 - 0.667}{0.85 - 0.40} = 0.409$$

$$\frac{2}{3} > D_r > \frac{1}{3}$$

故该砂层处于中密状态。

【例题 1-6】 从某地基取原状土样，测得土的液限 $w_L = 47\%$，塑限 $w_P = 18\%$，天然含水量 $w = 40\%$，问地基土处于什么状态。

解： 由式（1-21）求液性指数：

$$I_L = \frac{w - w_P}{w_L - w_P} = \frac{40 - 18}{47 - 18} = 0.759$$

查表 1-7，$1.0 > I_L > 0.75$，土处于软塑状态，但实际上地基土是原状土，用式（1-21）计算的结果偏大，故该天然土体也可能处于可塑状态。

第四节　土 的 结 构

很多试验资料表明，同一种土，原状土样和重塑土样（将原状土样破碎，在实验室内重新制备的土样，称为重塑土样）的力学性质有很大的区别。甚至用不同方法制备的重塑土样，尽管组成一样，密度也控制一样，性质也有所差别。这就是说，土的组成和物理状态尚不是决定土的性质的全部因素。另一种对土的性质很有影响的因素就是土的结构。土的结构指土粒或团粒（几个或许多个土颗粒联结成的集合体）在空间的排列和它们之间的相互联结。联结也就是粒间的结合力。土的天然结构是在其沉积和存在的整个历史过程中形成的。土因其组成、沉积环境和沉积年代不同而形成各色各样很复杂的结构。

一、粗粒土（无粘性土）的结构

粗粒土的比表面积小，在粒间作用力中，重力起决定性的作用。粗颗粒在重力作用下下沉时，一旦与已经稳定的颗粒相接触，找到自己的平衡位置，稳定下来，就形成单粒结构。这种结构的特点是颗粒之间点与点的接触。当颗粒缓慢沉积，没有经受很高的压力作用，特别是没有受过动力作用时，所形成的结构为松散的单粒结构如图 1-23a。松散结构受较大的压力作用，特别是受动力作用后变密，则成为图 1-23b 所示的密实单粒结构。单粒结构的孔隙度 n 一般变化于 0.2 至 0.55 之间。级配很不均匀的土，孔隙度还可以更小。

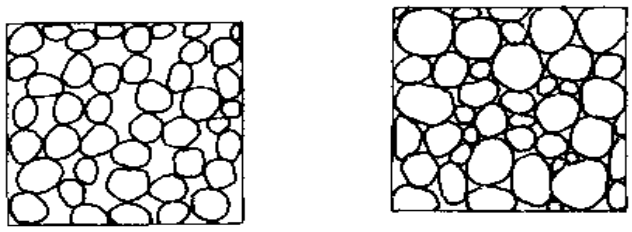


图 1-23　单粒结构

地下水位以上一定范围内的土以及饱和度不高、颗粒间的缝隙处存在着毛细角边水的土，颗粒除受重力作用外，还受毛细压力的作用。如前所述，毛细压力增加了土粒间的联结，所以散粒状的砂土，当含有少量水分时具有假粘聚力，但是当土饱和时，这种联结作用即告消失。因此，由于毛细力而呈现的粘性是暂时性的，在工程问题中，其有利的作用一般不予考虑。

二、细粒土的结构

土中的细颗粒，尤其是粘土颗粒，比表面积很大，颗粒很薄、重量很轻、重力不起重要的作用。在结构形成中，其它的粒间力起主导作用。这些粒间力包括：

1. 范德华力

范德华力是分子间的引力。力的作用范围很小，只有几个分子的距离。因此，这种粒间引力只发生于颗粒间紧密接触点处。距离很近时，范德华力很大，但它随距离的增加而迅速衰减。经典概念的范德华力与距离的 7 次方成反比。但有的学者研究表明，土中的范德华力与距离的 4 次方成反比。总之，距离稍远，这种力就不存在。范德华力是细粒土粘结在一起的主要原因。

2. 库伦力

库伦力即静电作用力。粘土颗粒表面带电荷，通常如图 1-8 所示，上下平面带负电荷而边角处带正电荷。所以，当颗粒按平衡位置，面对面叠合排列时，（图 1-24a），颗粒之间因同号电荷而存在静电斥力。一般库伦力的大小与电荷间距离的平方成反比，但是两个带同号电荷的平面间的斥力（图 1-24a）与平面间的距离则成更为复杂的关系，然而作用力随距离而衰减的速度总是远比范德华力慢。当颗粒间的排列是边对面（图 1-24b）或角对面（图 1-24c）时，接触点处或接触线处因异号电荷而产生静电引力。因此静电力可以是斥力或引力，视颗粒的排列情况而异。

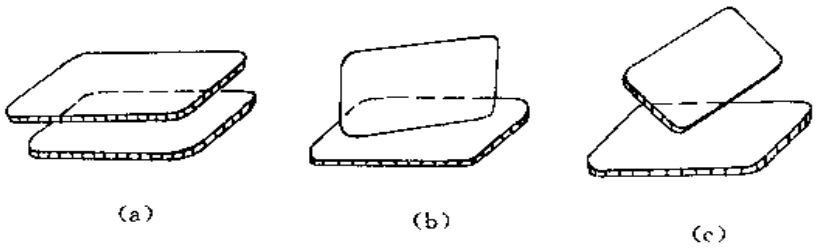


图 1-24　片状颗粒的联结

3. 胶结作用力

土粒间通过游离氧化物，碳酸盐和有机质等胶体而连结在一起。一般认为这种胶结作用力是化合键。因而具有较高的强度。

4. 毛细压力

毛细压力的概念前面已经述及。细粒土的直径很小，若按式（1-6）计算，将存在着相当大的毛细压力。不过，由于细粒土的外面包围着结合水膜，结合水的性质与自由水有很大的不同，它不能传递静水压力，因此细粒土间的毛细压力该如何计算目前尚缺少研究。饱和土体的内部则不存在毛细压力。

细粒土的天然结构就是在其沉积的过程中受这些力的共同作用而形成的。当微细的颗粒在淡水中沉积时，因为淡水中离子的浓度小，颗粒表面吸附的阳离子较少，存在着较高的未被平衡的负电位，因此颗粒间的结合水膜比较厚，粒间作用力以斥力占优势，这种情况下沉积的颗粒常形成面对面的片状堆积，如图 1-25a 所示。这种结构称为分散结构或称片堆结构。分散结构的特点是密度较大，土在垂直于定向排列的方向和平行于定向排列的方向上的性质不同，即具有各向异性。

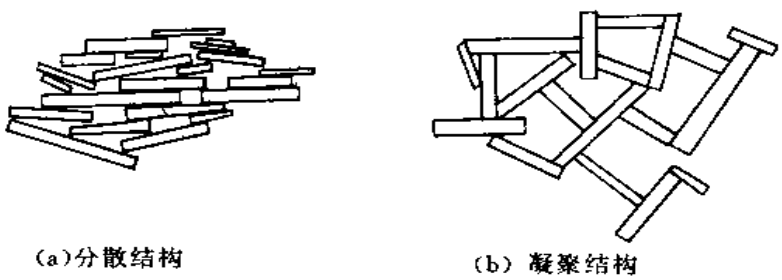


图 1-25　粘土的结构

当细颗粒在海水中沉积时，海水中含有大量的阳离子，浓密的阳离子被吸附于颗粒表面，平衡了相当数量的表面负电位，使颗粒得以相互靠近，因此斥力减少而引力增加。这种情况下容易形成以角、边与面或边与边搭接的排列形式，如图 1-25b 所示，称为凝聚结构，也称片架结构。凝聚结构具有较大的孔隙，对扰动比较敏感，性质比较均匀，且各向同性。

总的说来，当孔隙比相同时，凝聚结构较之分散结构具有较高的强度、较低的压缩性和较大的渗透性。因为当颗粒处于不规则排列状态时，粒间的吸引力大，不容易相互移动；同样大小的过水断面，流道少而孔隙的直径大。

以上是细粒土的两种典型的结构形式。实际上，天然土的结构要复杂得多。通常不是单一的结构，而是呈多种类型的综合结构。往往是先由颗粒连结成大小不等的团粒，再由各种团粒和原级颗粒组成不同的结构形式。

三、反映细粒土结构特性的两种性质

（一）粘性土的灵敏度

土的结构形成后就获得某种强度，且结构强度随时间而增长。在含水量不变化的条件下，将原状土捏碎，重新按原来的密度制备成重塑土样。由于原状结构彻底破坏，重塑土样的强度较之原状土样将有明显的降低。定义原状土样的单轴抗压强度（或称无侧限抗压强度）与重塑土样的单轴抗压强度之比为土的灵敏度 S_t，即

$$S_t = q_u / \overline{q}_u \tag{1-23}$$

式中，q_u——原状土的单轴抗压强度；

$\overline{q}_u$——重塑土的单轴抗压强度。

显然结构性愈强的土，灵敏度 S_t 愈大。表 1-8 表示粘性土根据灵敏度的分类。某些近代沉积的粘性土灵敏度 S_t 可以达到 50～60，甚至更大，这种土结构受到扰动后，强度几乎完全丧失。

表 1-8　粘性土按灵敏度分类

S_t	粘性土分类	S_t	粘性土分类
1	不灵敏	4—8	灵敏
1—2	低灵敏	8—16	很灵敏
2—4	中等灵敏	>16	流动

（二）粘性土的触变性

与灵敏度密切相关的另一种特性是触变性。结构受破坏，强度降低以后的土，若静置不动，则土颗粒和水分子及离子会重新组合排列，形成新的结构，强度又得到一定程度的恢复。这种含水量和密度不变，土因重塑而软化，又因静置而逐渐硬化，强度有所恢复的性质，称为土的触变性。

第五节　土的工程分类

自然界中土的种类很多，工程性质各异。为便于研究，需要按其主要特征进行分类。当前，国内使用的土名和土的分类法并不统一。各个部门，使用各自制定的规范，各个规范中所作的规定也不完全一样。国际上的情况同样如此。各个国家有自己一套或几套规定。存在这种情况有主观和客观的原因。一方面各种土的性质很复杂多变，差别很大，但这些差别又都是渐变的，要用比较简单的特征指标进行区分，则采用什么特征指标，分界值应该定在何处等问题，很难有绝对的答案。此外，有些部门侧重于利用土作为建筑物地基；有些部门侧重于利用土作为修筑土工建筑物的材料；另一些部门又侧重于利用土作为周围介

质在土中修建地下构筑物。由于各个部门对土的某些工程性质的重视程度和要求不完全相同，制定分类标准时的着眼点也就不同。加上长期的经验和习惯，很难使大家取得一致的看法和主张。

在目前还没有统一土名和土的分类法的情况下，作为一本教科书，本节将更多地从学科的角度来阐述土的工程分类法的基本原则，同时也考虑到知识的实用性，分别介绍两种国内常用的分类方法。

一、土的工程分类的依据

自然界中的各种土，从直观上显然可以分成两大类：一类是由肉眼可见的松散颗粒所堆成，颗粒通过接触点直接接触。粒间除重力、或者有时有些毛细压力外，其它的连结力十分微弱，可以忽略不计，这就是前面多次提到的粗粒土，也称为无粘性土。另一类是由肉眼难以辨别的微细颗粒所组成。由于微细颗粒，特别是粘土颗粒之间存在着重力以外的分子引力和静电力的作用，使颗粒之间相互联结，这就是土的粘性的由来。静电力引起结合水膜，颗粒之间常常不再是直接接触而是通过结合水膜相联结，使这类土具有可塑性。另外，粘土矿物具有吸水膨胀、失水收缩的能力，结合水膜也因土中水分的变化而增厚或变薄，使这类土具有胀缩性。这种具有粘性、可塑性、胀缩性的土就是前面多次提到的细粒土，或粘性土（有的规范细分为粉土与粘性土）。

但是在实际的工程应用中，仅有这种感性的粗糙的分类是很不够的；还必须更进一步用某种最能反映土的工程特性的指标来进行系统的分类。按前面的分析，影响土的工程性质的三个主要因素是土的三相组成、土的物理状态和土的结构。在这三者中，起主要作用的无疑是三相组成。在三相组成中，关键的是土的固体颗粒。首先就是颗粒的粗细。按实践经验，工程上以土中颗粒直径大于 0.1mm（有的规范用 0.075mm）的质量占全部土粒质量的 50%作为第一个分类的界限。大于 50%的称为粗粒土，小于 50%的称为细粒土。

粗粒土的工程性质，如透水性、压缩性和强度等，很大程度上取决于土的粒径级配。因此，粗粒土按其粒径级配累积曲线再分成细类。

细粒土的工程性质就不仅决定于粒径级配，而与土粒的矿物成分和形状均有密切关系。可以认为，比表面积和矿物成分在很大程度上决定了这种土的性质。直接量测和鉴定土的比表面积和矿物成分均较困难，但是它们直接综合表现为土的吸附结合水的能力。因此，在目前国内外的各种规范中多用吸附结合水的能力作为细粒土的分类标准。

如前所述，反映土吸附结合水能力的特性指标有液限 w_L，塑限 w_P 或塑性指数 I_P。经过长期来很多试验结果的统计分析所得的结论，在这三个指标中，液限 w_L 和塑性指数 I_P 与土的工程性质的关系更密切、规律性更强，因此国内外对细粒土的分类，多用塑性指数或者液限加塑性指数作为分类指标。

以下介绍国内最基本的两种土的工程分类法：一种是水电部的 SD 128-84 分类法，另一种是“建筑地基基础设计规范”（GBJ 7-89）的分类法。

二、水电部 SD128-84 分类法

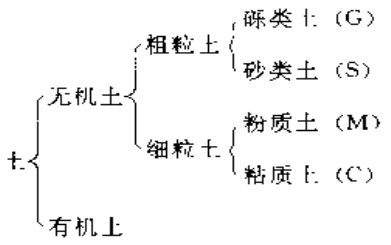
这种分类法的要点是先按大于 0.1mm 颗粒的质量占总土质量的 50%作为粗粒土和细粒土的分界值。然后，粗粒土按粒径级配分细类。细粒土则按液限 w_L 和塑性指数 I_P 所构

成的塑性图分细类。这种分类体系与一些主要西方国家的土的分类体系原则相同。细节上结合我国土的特点作了某些变动。

（一）总的分类体系和符号

按 SD128-84 分类法，土的总分类体系见表 1-9。分类中采用的符号及其含义见表 1-10。

表 1-9　土的总分类体系



（二）细粒土的分类

细粒土按塑性图分类。塑性图是以液限 w_L 为横坐标，塑性指数 I_P 为纵坐标的一张分类图，见图 1-26。图中用 A、B、C 三根线和 $I_P=4$，$w_L=15—26\%$的一段水平线段将整张图分成 6 个区域。A、B、C 线的位置见图 1-26 中所示。B 线以右，液限 $w_L>42\%$，为高液限区，标为 H。C 线以左，液限 $w_L<26\%$为低液限区，标为 L。B 线、C 线之间液限变化于 26—42%，为中液限区，标为 I。再以斜线 A 和 $I_P=4$ 的水平段把塑性图划分成上下两半。液限相同，但塑性指数 I_P 较大，点子落在 A 线以上，表明这种土具有较大的可塑性。因为这种土的细粒土中，粘粒起主要作用，故属于粘质土，标为 C。反之，如果液限相同，而塑性指数较小，即土的可塑性较低，这时土中粉粒起主要作用，称为粉质土，标为 M。在粉质土中如果有机质含量较多，则为有机土，标为 O，土中的有机质含量，可根据实验室试验或凭土的颜色和气味鉴别。这样，整个塑性图分成六个区域 8 种名称，即 CH，CI，CL，MH（或 OH），MI（或 OI）和 ML。液限低于 15%，则属于无塑性土。

表 1-10　土分类用的符号和含义

符号 / 土类 / 特征	粗粒土	细粒土	有机土
成分	G(Gravel)砾 S(Sand)砂	C(Clay)粘质土 M(Silt 或 Mo)粉质土 O(Organic)有机质土	P(Peat) 泥炭
级配或液限	W(Well graded)良好级配 P(Poorly graded)不良级配	H(High Liguid Limit)高液限 I(Intermediate Liquid Limit)中液限 L(Low Liquid Limit)低液限	

图 1-26 所示的塑性图是依据国外塑性图的形式，结合我国粘性土的特点编制的。应用时，根据某种土的液塑限试验测得的液限 w_L 和塑性指数 I_P，点在该图上，试验点所在区域的名称，就是这种土的名称。例如某种土的液限 $w_L=50$，塑性指数 $I_P=25$。该点处于 CH 区，此种土的名称就是 CH，即高液限粘质土。另一种土，如果液限也是 50 而塑性指数只有 15，所在区域的名称为 MH，则这种土的名称就是高液限粉质土。显然这两种土虽然具有大体相同的结合水含量，但前者的可塑性远大于后者。

当细粒土中含有粗粒土时，若粗粒土的含量在 30%以下，这时粗颗粒完全被细粒土所包围，形成不了骨架。这种情况下，粗粒土的含量对细粒土没有多大的影响，可以不必标

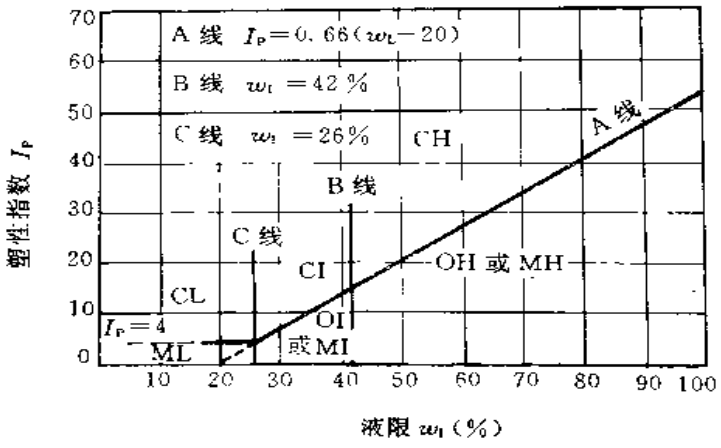


图 1-26 我国采用的塑性图

明。但是，当含量达 30—50%时，对细粒土的性质就会起影响。这种情况就必须标明是含砾（或砂）的细粒土，并在细粒土名称的后面加以小写的砾（g）或砂（s），如 CHg（含砾的高液限粘质土）或 CHs（含砂的高液限粘质土）。

（三）粗粒土的分类

粗粒土可分为砾类土和砂类土。若粗粒土中粒径大于 2mm 的质量占粗粒组质量的 50%以上，则属于砾类土；不足 50%，则属于砂类土。

砾类土和砂类土再按细粒土（<0.1mm）的含量进一步分成二类。细粒土含量不足 5% 时，不标细粒土，称为砾（或砂）。其中当级配良好时，标为 GW（Gravel，Well graded）或

表 1-11 粗粒土的分类

粗粒土	砾类土	砾（细粒组含量<5%）	GW（$C_u\geqslant5$，$C_c=1\sim3$）
			GP（不能同时满足上述条件）
		微含细粒土砾（细粒组含量 5～15%）	G-M（在 A 线以下，或 $I_P<4$%）
			G-C（在 A 线以上，且 $I_P>4$%）
		含细粒土砾（细粒组含量 15—50%）	GM（在 A 线以下，或 $I_P<4$%）
			GC（在 A 线以上，且 $I_P>4$%）
	砂类土	砂（细粒组含量<5%）	SW（$C_u\geqslant5$，$C_c=1\sim3$）
			SP（不能同时满足上述条件）
		微含细粒土砂（细粒组含量 5～15%）	S-M（在 A 线以下，或 $I_P<4$%）
			S-C（在 A 线以上，且 $I_P>4$%）
		含细粒土砂（细粒组含量 15～50%）	SM（在 A 线以下，或 $I_P<4$%）
			SC（在 A 线以上，且 $I_P>4$%）

注：粗粒土的分类应由粗到细以最先符合者确定。

SW。当级配不良时，标为 GP（Gravel，Poorly graded）或 SP。若细粒土含量为 5—15% 时称为微含细粒土砾或微含细粒土砂。当细粒土按塑性图定为粉质土时，标为 G-M 或 S-M。当细粒土定为粘质土时，标为 G-C 或 S-C。若细粒土含量为 15—50%时，称为含细粒土砾或含细粒土砂。当细粒土为粉质土时，标为 GM 或 SM。当细粒土为粘质土时，标为 GC 或 SC。为了便于查阅，将粗粒土的分类体系列于表 1-11。

三、建筑地基基础设计规范（GBJ7-89）分类法

这种分类法的体系比较接近于苏联地基规范的分类法，但有许多我国的特点。按这种分类法，土（包括岩石）分成六大类，即岩石、碎石土、砂土、粉土、粘性土和人工填土。从土力学的学科意义而言，整体岩石不属于土。人工填土主要是成因上的区别。因此，天然土实际上是分成碎石土、砂土、粉土和粘性土四大类。碎石土和砂土属于粗粒土，粉土和粘性土属于细粒土。粗粒土按粒径级配分类，细粒土则按塑性指数 I_P 分类。具体标准如下。

（一）碎石土

指粒径大于 2mm 颗粒含量超过总土重 50%的土。根据粒组含量及颗粒形状，按表 1-12 细分为漂石、块石、卵石、碎石、圆砾和角砾六类。

表 1-12　碎石土的分类

土的名称	颗粒形状	粒组含量
漂石 块石	圆形及亚圆形为主 棱角形为主	粒径大于 200mm 的颗粒超过全重 50%
卵石 碎石	圆形及亚圆形为主 棱角形为主	粒径大于 20mm 的颗粒超过全重 50%
圆砾 角砾	圆形及亚圆形为主 棱角形为主	粒径大于 2mm 的颗粒超过全重 50%

注：分类时应根据粒组含量由大到小以最先符合者确定。

（二）砂类土

指粒径大于 2mm 的颗粒含量不超过全重的 50%，而粒径大于 0.075mm 的颗粒含量超过全重的 50%的土。砂土根据粒组含量不同又细分为砾砂、粗砂、中砂、细砂和粉砂五类。如表 1-13 所示。

表 1-13　砂土的分类

土的名称	粒组含量
砾砂	粒径大于 2mm 的颗粒占全重 25—50%
粗砂	粒径大于 0.5mm 的颗粒超过全重 50%
中砂	粒径大于 0.25mm 的颗粒超过全重 50%
细砂	粒径大于 0.075mm 的颗粒超过全重 85%
粉砂	粒径大于 0.075mm 的颗粒超过全重 50%

注：分类时应根据粒组含量由大到小以最先符合者确定。

（三）粉土

指粒径大于 0.075mm 的颗粒含量小于 50%而塑性指数 $I_P \leqslant 10$ 的土。这类土按老的地基基础设计规范的分类法属于粘性土类，称轻亚粘土或少粘性土。它既不具有砂土透水性大、容易排水固结、抗剪强度较高的优点，又不具有粘性土防水性能好、不易被水冲蚀流失、具有较大粘聚力的优点。在许多工程问题上，表现出较差的性质，如受振动容易液

化、冻胀性大等等。因此，在新的规范中，将其单列一类，以利于进一步研究。

（四）粘性土

指塑性指数 $I_P>10$ 的土。其中 $10<I_P\leqslant17$，称为粉质粘土。$I_P>17$，称为粘土。

此外自然界中还分布有许多具有一般土所没有的特殊性质的土，如黄土、红土、冻土、胀缩性土（或称膨胀土），分散性土等。它们的分类都各有自己的规范。读者在实际工作中碰到具体的工程问题时，可选择相应的规范查用。

【例题 1-7】 图 1-27 为某种土的粒径级配累积曲线。对其中粒径小于 0.1mm 和小于 0.075mm 的细粒土，经测定液限分别为 $w_L=35\%$ 和 38%，塑限分别为 $w_P=21\%$ 和 23%。试按 SD128-84 和 GBJ7-89 规范分类法定出土的名称。

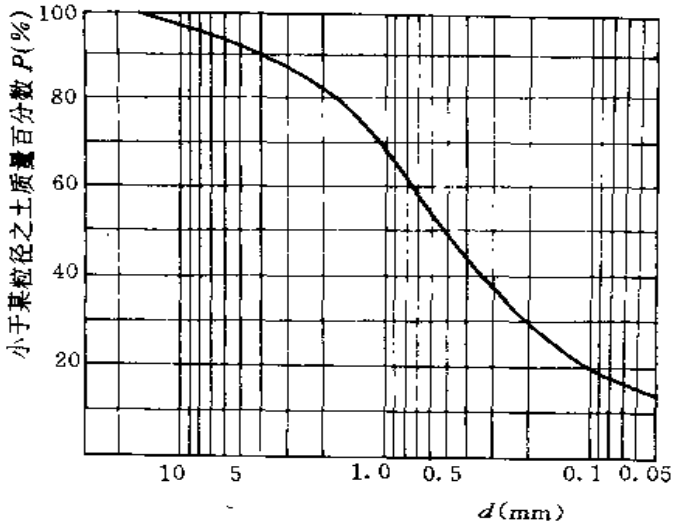


图 1-27　例题 1-7 粒径级配累积曲线

解：

1. 按 SD128-84 分类法定名

（1）从级配曲线，粒径>0.1mm 的颗粒占全土质量 80%，故属于粗粒土。又粒径>2mm 颗粒占全土质量 19%，小于 50%，故属于砂类土“S”。

（2）细粒土占 20%，属于含细粒土砂。细粒土的液限 $w_L=35\%$，塑性指数 $I_P=35-21=14$。根据液限和塑性指数查图 1-26 塑性图，位于 CI 区，故细粒土的定名为中液限粘质土，标为“CI”。

（3）全土定名为含细粒土砂。标为“SC”。

2. 按 GBJ7-89 规范定名

（1）查级配累积曲线，该土中粒径>2mm 占全重 19%（<50%），粒径>0.5mm 占全重 51%（>50%）。按表 1-13、定名为粗砂。

（2）细粒土的塑性指数 $I_P=38-23=15$，定名为粉质粘土。

3. 分析：这种土是一种没有经过长距离水流搬运，分选性较差的粗细混合土料。第一种分类法，定名为含细粒土砂，能够把混合料的特点表示出来。“SC”中“S”表示是粗粒土属砂类土；“C”表示细粒土是粘质土。其缺点是对砂的分类不够细。第二种分类法将整个土料定名为粗砂，不能把混合料的特点表现出来。天然地基一般多做在冲积土层上。冲积土层有明显的分选性，较少碰到这类粗细颗粒在一起的混合土料。因此地基规范中土的分类法不能反映这种粗细混合土料的特点。但它对砂土的分类比较细，这是它的优点。

四、细粒土的活性指数

如前所述，细粒土按液限 w_L 和塑性指数 I_P 分类，实际上是根据全部土颗粒吸附结合水的能力分类。按塑性图，虽然可以把细粒土分成粘质土和粉质土，但是仍然不能充分反映土中所包含的粘土矿物吸附结合水的能力，或者说不能充分反映粘土矿物的表面活性的高低。同样的结合水含量，可能是由于大量的吸水能力不甚高的矿物（例如高岭石）所引起，也可能是含量较少但吸水能力很强的矿物（例如蒙特石）所引起。区别这一点对于鉴定某些土的工程性质也是很重要的。当然，实验室可以通过矿物分析试验来进行鉴定。但是，这类试验比较复杂，不是一般土工实验室所具备。斯开普顿（A. W. Skempton）建议用土的活性指数 A 以衡量土中粘土矿物吸附结合水的能力，其定义为

$$A = \frac{I_P}{p_{0.002}} \tag{1-24}$$

式中，I_P ——土的塑性指数；

$p_{0.002}$——粒径<0.002mm 颗粒的质量占土总质量的百分比。

根据活性指数 A 的大小，粘性土可以分成如下三类。

非活性粘土　　$A<0.75$

正常粘土　　$A=0.75$—1.25

活性粘土　　$A>1.25$

非活性粘土中的矿物成分以高岭石等吸水能力较差的矿物为主，而活性粘土的矿物成分则以吸水能力很强的蒙特石等矿物为主。表1-14表示某些粘土的活性指数，可以作为参考。

表 1-14　粘土的活性

粘土类别	活性范围	土　的　名　称	粘粒部分(<0.002mm)的矿物成分	活性指数 A
Ⅰ. 不活动的	<0.5	高岭土	高岭石	0.39
		冰期后湖成粘土	云母、伊利石、方解石、少量的石英和蒙特石	0.49
Ⅱ. 不活动的	0.5—0.75	白垩纪湖成粘土	伊利石、高岭石、少量的蒙石	0.63
Ⅲ. 正常的	0.75—1.25	冰期后海成粘土	伊利石、少量的叙永石	0.88
		上石灰纪粘土	伊利石	0.90
		倫敦始新世海成粘土	伊利石、少量的高岭石和蒙特石	0.95
		白垩纪海成粘土	伊利石、高岭石、少量的蒙特石	0.96
Ⅳ. 活动的	1.25—2.0	冰期后三角洲粘土，含有有机质	伊利石、少量的高岭石	1.33
Ⅴ. 活动的	>2.0	墨西哥城的膨胀土	蒙特石	4.3
		衛奧明（Wyoming）膨潤土	蒙特石	6.3

第六节　土的压实性

填土用在很多工程建设中，例如用在地基、路基、土堤和土坝中。特别是高土石坝，往往是方量达数百万方甚至千百万方以上，是质量要求很高的人工填土。进行填土时，经常都要采用夯打、振动或辗压等方法，使土得到压实，以提高土的强度，减小压缩性和渗透性，从而保证地基和土工建筑物的稳定。压实就是指土体在压实能量作用下，土颗粒克服粒间阻力，产生位移，使土中的孔隙减小，密度增加。

实践经验表明，压实细粒土宜用夯击机具或压强较大的辗压机具，同时必需控制土的含水量。含水量太高或太低都得不到好的压密效果。压实粗粒土时，则宜采用振动机具，同时充分洒水。两种不同的做法说明细粒土和粗粒土具有不相同的压密性质。

一、细粒土的压实性

研究细粒土的压实性可以在实验室或现场进行。实验室中，将某一土样分成 6～7 份，每份和以不同的水量，得到各种不同含水量的土样。将每分土样装入击实仪内，用完全同样的方法加以击实。击实后，测出压实土的含水量和干密度。以含水量为横坐标，干密度为纵坐标，绘制含水量-干密度曲线如图 1-28 所示。这种试验称为土的击实试验。详细的操作方法见土工试验规程。

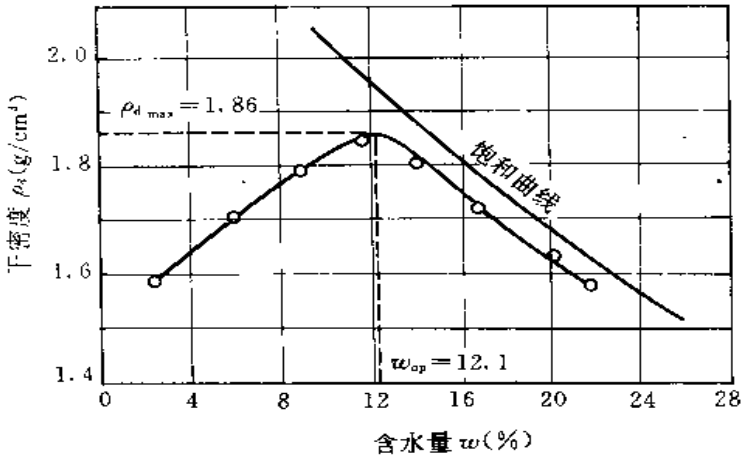


图 1-28　含水量-干密度曲线

（一）最优含水量和最大干密度

在图 1-28 的击实曲线上，峰值干密度对应的含水量，称为最优含水量 w_{op}，它表示在这一含水量下，以这种压实方法，能够得到最大干密度 ρ_{dmax}。同一种土，干密度愈大，孔隙比愈小，所以最大干密度相应于试验所达到的最小孔隙比。在某一含水量下，将土压到最密，理论上就是将土中所有的气体都从孔隙中赶走，使土达到饱和。将不同含水量所对应的土体达到饱和状态时的干密度也点绘于图 1-28 中，得到理论上所能达到的最大压实曲线，即饱和度为 $S_r=100\%$的压实曲线，也称饱和曲线。

按照饱和曲线，当含水量很大时，干密度很小，因为这时土体中很大的一部分体积都

是水。若含水量很小，则饱和曲线上的干密度很大。当 $w=0$ 时，饱和曲线的干容重应等于土颗粒的比重 G_s。显然除了变成岩石外，碎散的土是无法达到的。

实际上，实验的击实曲线在峰值以右逐渐接近于饱和曲线，并且大体上与它平行。在峰值以左，则两根曲线差别较大，而且随着含水量减小，差值迅速增加。土的最优含水量的大小随土的性质而异，试验表明 w_{op} 约在土的塑限 w_p 附近。有各种理论解释这种现象的机理。归纳起来，可以这样理解：当含水量很小时，颗粒表面的水膜很薄，要使颗粒相互移动需要克服很大的粒间阻力，因而需要消耗很大的能量。这种阻力可能来源于毛细压力或者结合水的剪切阻力。随着含水量增加，水膜加厚，粒间阻力必然减小，颗粒自然容易移动。但是，当含水量超过最优含水量 w_{op} 以后，水膜继续增厚所引起的润滑作用已不明显。这时，土中的剩余空气已经不多，并且处于与大气隔绝的封闭状态。封闭气体很难全部被赶走，因此击实曲线不可能达到饱和曲线，也即击实土不会达到完全饱和状态。注意到，这里讨论的是粘性土，粘性土的渗透性小，在击实辗压的过程中，土中水来不及渗出，压实的过程可以认为含水量保持不变，因此必然是含水量愈高得到的压实干容重愈小。

（二）压实功能的影响

压实功能是指压实每单位体积土所消耗的能量。击实试验中的压实功能用式 1-25 表示：

$$E=\frac{WdNn}{V} \tag{1-25}$$

式中，W ——击锤质量（kg），在标准击实试验中击锤质量为 2.5kg；

d ——落距（m），击实试验中定为 0.30m；

N ——每层土的击实次数，标准试验为 27 击；

n ——铺土层数，试验中分 3 层；

V ——击实筒的体积，为 $1\times10^{-3}m^3$。

每层上的击实次数不同，即表示击实功能有差异。同一种土，用不同的功能击实，得到的击实曲线如图 1-29 所示。曲线表明，压实功能愈大，得到的最优含水最愈小，相应的最大干密度愈高。所以，对于同一种土，最优含水量和最大干密度并不是恒定值，而是随着压密功能而变化。同时，从图中还可以看到，含水量超过最优含水量以后，压实功能的影响随含水量的增加而逐渐减小。击实曲线均靠近于饱和曲线。

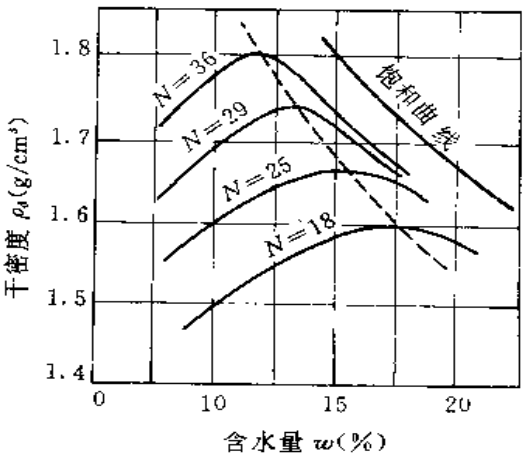


图 1-29　不同压实功能的击实曲线

（三）填土的含水量和辗压标准的控制

由于粘性填土存在着最优含水量，因此在填土施工时应将土料的含水量控制在最优含水量左右，以期用较小的能量获得最好的密度。当含水量控制在最优含水量的干侧时（即小于最优含水量），击实土的结构常具有凝聚结构的特征。这种土比较均匀，强度较高，较脆硬，不易压密，但浸水时容易产生附加沉降。当含水量控制在最优

含水量的湿侧时（即大于最优含水量），土具有分散结构的特征。这种土的可塑性大，适应变形的能力强，但强度较低，且具有不等向性。所以，含水量比最优含水量偏高或偏低，填土的性质各有优缺点，在设计土料时要根据对填土提出的要求和当地土料的天然含水量，选定合适的含水量，一般选用的含水量要求在 w_{op} 土(2—3)%范围内。

要求填土达到的压密标准，工程上采用压实度 D_c 控制。压实度的定义是

$$D_c = \frac{\text{填土干密度}}{\text{室内标准功能击实的最大干密度}} \times 100\% \tag{1-26}$$

我国土坝设计规范中规定，Ⅰ、Ⅱ级土石坝，填土的压实度应达到 95—98%以上，Ⅲ至Ⅴ级土石坝，压实度应大于 92—95%。填土地基的压实标准也可参照这一规定。式中的标准击实功能规定为 607.5kN·m/m³，相当于击实试验中每层土夯击 27 次。

二、粗粒土的压实性

砂和砂砾等粗粒土的压实性也与含水量有关，不过不存在着一个最优含水量。一般在完全干燥或者充分洒水饱和的情况下容易压实到较大的干密度。潮湿状态，由于毛细压力增加了粒间阻力，压实干密度显著降低。粗砂在含水量为 4—5%左右，中砂在含水量为 7%左右时，压实干密度最小，如图 1-30 所示。所以，在压实砂砾时要充分洒水使土料饱和。

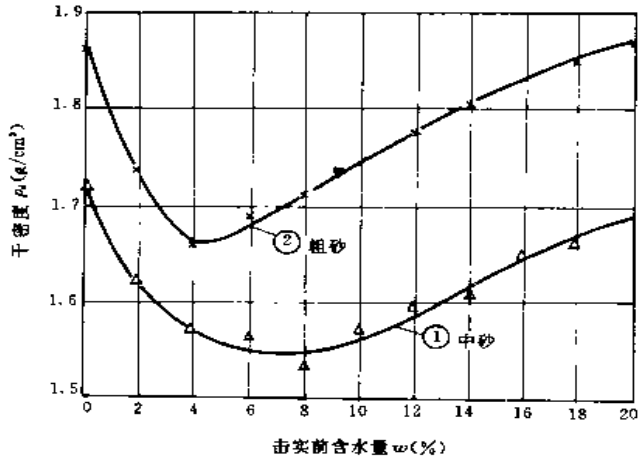


图 1-30 粗粒土的击实曲线

粗粒土的压实标准，一般用相对密度 D_r 控制。以前要求相对密度达到 0.70 以上，近年来根据地震震害资料的分析结果，认为高烈度区相对密度还应提高。室内试验的结果也表明，对于饱和的粗粒土，在静力或动力的作用下，相对密度大于 0.70—0.75 时，土的强度明显增加，变形显著减小，可以认为相对密度 0.7—0.75 是力学性质的一个转折点。同时由于大功率的振动辗压机具的发展，提高辗压密实度成为可能。所以，我国现行的水工建筑物抗震规范规定，位于浸润线以上的粗粒土要求相对密度达到 0.7 以上，而浸润线以下的饱和土，相对密度则应达到 0.75—0.85。这些标准对于有抗震要求的其它类型的填土，也可参照采用。

【例题 1-8】 某土料场土料的分类为中液限粘质土"IC"，天然含水量 $w=21\%$，土粒比重 $G_s=2.70$。室内标准功能击实试验得到最大干密度 $\rho_{dmax}=1.85g/cm^3$。设计中取压密度 $D_c=95\%$，并要求压实后土的

饱和度 $S_r \leqslant 0.9$。问上料的天然含水量是否适于填筑？辗压时土料应控制多大的含水量。

解：

1. 求压实后土的孔隙比按式(1-26)求填土的干密度

$$\rho_d = \rho_{dmax} \times D_c = 1.85 \times 0.95 = 1.76 g/cm^3$$

绘三相草图，见图 1-31，设 $V_s = 1.0$，根据干密度 ρ_d，由三相草图求孔隙比 e，

$$\frac{G_s}{1+e} = 1.76$$

$$e = 0.534$$

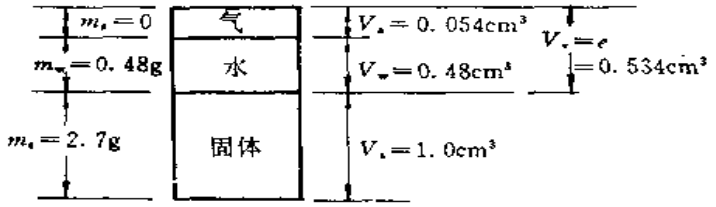


图 1-31　例题 1-8 三相草图

2. 求辗压含水量

根据题意按饱和度$S_r = 0.9$控制含水量。由式(1-15)计算水的体积

$$V_w = S_r V_v = 0.9 \times 0.534 = 0.48 cm^3$$

因此，水的质量 $m_w = \rho_w \cdot V_w = 0.48g$

由式(1-10)求含水量

$$w(\%) = \frac{m_w}{m_s} \times 100 = \frac{0.48}{2.70} \times 100 = 17.8\% < 21\%$$

即辗压时土料的含水量应控制在 18%左右。料场含水量高 3%以上，不适于直接填筑，应进行翻晒处理。

第二章　土的渗透性和渗流问题

第一节　概　　述

土是固体颗粒的集合体，是一种碎散的多孔介质，其孔隙在空间互相连通。当饱和土中的两点存在能量差时，水就在土的孔隙中从能量高的点向能量低的点流动。水在土体孔隙中流动的现象称为渗流；土具有被水等液体透过的性质称为土的渗透性。非饱和土的渗透性与土的饱和度关系很大，问题较复杂，实用性也较小，本章主要研究饱和土的渗透性。

土的渗透性同土的强度和变形特性一起，是土力学中所研究的几个主要的力学性质。岩土工程的各个领域内，许多课题都与土的渗透性有密切的关系。概括说来，对土的渗透问题的研究主要包括下述三个方面：

1. 渗流量问题。　如土坝坝身、坝基及渠道的渗漏水量的估算（图 2-1 a、b），基坑开挖时的渗水量及排水量计算（图 2-1 c），以及水井的供水量估算（图 2-1 d）等。渗流量的大小将直接关系到工程的经济效益。

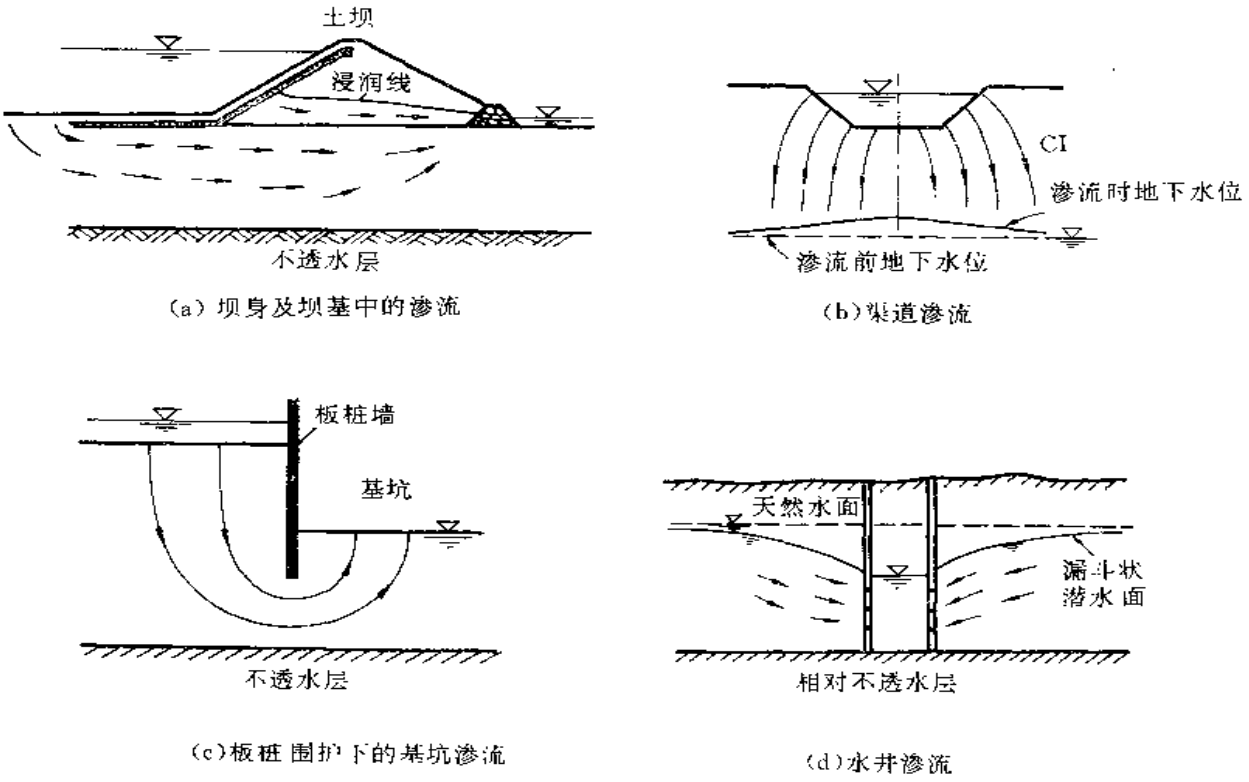


图 2-1　渗流示意图

2. 渗透变形（或称渗透破坏）问题。　流经土体的水流会对土颗粒和土体施加作用力，称为渗透力。当渗透力过大时就会引起土颗粒或土体的移动，从而造成土工建筑物及地基产生渗透变形，如地面隆起、细颗粒被水带出等现象。渗透变形问题直接关系到建筑物的安全，它是水工建筑物和地基发生破坏的重要原因之一。从近年来发表的资料看，土石坝失事总数中，由于各种形式的渗透变形而导致失事的占$\frac{1}{3}$－$\frac{1}{4}$。

3. 渗流控制问题。　当渗流量和渗透变形不满足设计要求时，要采用工程措施加以控制，称为渗流控制。

综上所述可知，渗流会造成水量损失而降低工程效益；会引起土体的渗透变形，直接影响土工建筑物和地基的稳定与安全。因此，研究土的渗透规律，掌握土中水渗流的知识以便对渗流进行有效的控制和利用，是水利工程及土木工程有关领域中的一个非常重要的课题。本章将主要讨论土的渗透性及渗透规律；二维渗流理论及流网的绘制；渗透力与渗透变形等问题。关于渗流控制问题将由水工建筑物课程讲述，这里不准备详细讨论。

第二节　土的渗透性

一、土的渗透定律——达西定律

（一）渗流中的总水头与水力坡降

从水力学中得知，液体流动除了要满足连续原理外，还必须要满足液流的能量方程，即伯努里（D. Bernoulli）方程。本章所要讨论的饱和土体孔隙中的渗透水流，也应遵从水力学的这一基本方程。为了研究的方便，常用水头的概念来研究水体流动中的位能和动能。所谓水头，实际上就是单位重量水体所具有的能量。按照伯努里方程，液流中一点的总水头h，可用位置水头z，压力水头$\frac{u}{\gamma_w}$和流速水头$\frac{v^2}{2g}$之和表示，即

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g} \tag{2-1}$$

不难看出，式（2-1）中各项的物理意义均代表单位重量液体所具有的各种机械能，而其量纲却都是长度。

图2-2表示渗流在土中流经A、B二点时，各种水头的相互关系。按照式（2-1），A、B

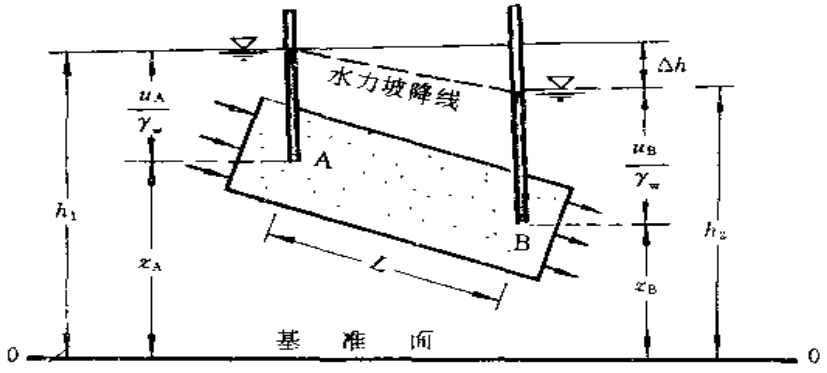


图2-2　渗流中的位置、压力和总水头

两点的总水头可分别表示为：

$$h_1 = z_A + \frac{u_A}{\gamma_w} + \frac{v_A^2}{2g} \tag{2-2}$$

$$h_2 = z_B + \frac{u_B}{\gamma_w} + \frac{v_B^2}{2g} \tag{2-3}$$

且

$$h_1 = h_2 + \Delta h \tag{2-4}$$

式中，z_A、z_B——分别为 A 点和 B 点相对于任意选定的基准面的高度。代表单位重量液体所具有的位能，故称 z 为位置水头。

u_A、u_B——分别为 A 点和 B 点的水压力，在土力学中称为孔隙水压力。代表单位重量液体所具有的压力势能。将它们除以水的容重 γ_w 后，$\frac{u_A}{\gamma_w}$和$\frac{u_B}{\gamma_w}$就分别代表 A、B 两点孔隙水压力的水柱高度，故称$\frac{u}{\gamma_w}$为压力水头。

v_A、v_B——分别为 A 点和 B 点处的渗流流速。g 为重力加速度。$\frac{v^2}{2g}$即代表单位重量液体所具有的动能，故称$\frac{v^2}{2g}$为流速水头。

h_1、h_2——代表 A 点和 B 点单位重量液体所具有的总机械能，故称之为总水头。

Δh——A、B 二点间的总水头差，代表单位重量液体从 A 点向 B 点流动时，为克服阻力而损失的能量。

除上述几个水头外，实用上常将位置水头与压力水头之和 $z+\frac{u}{\gamma_w}$称为测管水头。因为如果将二根测压管分别安装在点 A 和点 B 处时，测压管中的水而将会分别升至 $z_A+\frac{u_A}{\gamma_w}$和 $z_B+\frac{u_B}{\gamma_w}$的标高处。所以，测管水头代表的是单位重量液体所具有的总势能。

伯努里方程用于土中渗流时有两点需要指出：(1) 在上述诸水头中，最关心的是总水头，或者更确切地说是总水头差。因为饱和土体中两点间是否出现渗流，完全是由总水头差 Δh（$=h_1-h_2$）决定的。只有当两点间的总水头差 $\Delta h>0$ 时，才会发生水从总水头高的点向总水头低的点流动。这与上一节讲的渗流是水从能量高的点向能量低的点流动的概念相一致。(2) 由于土中渗流阻力大，故流速 v 在一般情况下都很小，因而形成的流速水头$\frac{v^2}{2g}$也很小，为简便起见可以忽略。这样，渗流中任一点的总水头就可用测管水头来代替，式 (2-1) 可简化为

$$h = z + \frac{u}{\gamma_w} \tag{2-5}$$

将图 2-2 中 A、B 两点的测管水头连接起来，得到测管水头线（又称水力坡降线）。由于渗流过程中存在能量损失，测管水头线沿渗流方向下降。A、B 两点间的水头损失，可用无量纲的形式来表示，即

$$i = \frac{\Delta h}{L} \tag{2-6}$$

这里，i 称为水力坡降，L 为 A、B 两点间的渗流途径，也就是使水头损失 Δh 的渗流长度。故水力坡降 i 的物理意义为单位渗流长度上的水头损失。水力坡降 i 在研究土的渗透规律

中是个十分重要的物理量。

【例题 2-1】 在一个玻璃筒中装满饱和砂及静态水，如图 2-3 a 所示，试证明土内 A、B 两点间无渗流发生。

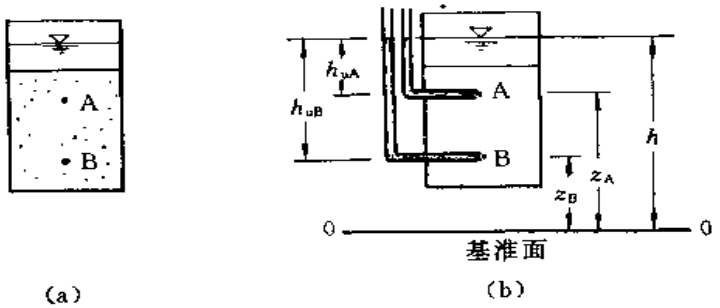


图 2-3 例题 2-1 图

解：

1. 任选基准面 0-0，并分别自 A、B 两点安置两根测压管，则测压管中水位均应上升至筒中静水位高度，如图 2-3 b 所示。

2. 列表标出 A、B 两点各种水头如下：

位 置	位置水头 z	压力水头 $h_u=\frac{u}{\gamma_w}$	总水头 h
A	z_A	h_{uA}	$z_A+h_{uA}=h$
B	z_B	h_{uB}	$z_B+h_{uB}=h$

3. 上表说明，尽管在位置水头上 $z_A>z_B$，在压力水头上 $h_{uB}>h_{uA}$，但 A、B 两点的总水头却相同，均等于 h，二点间总水头差 $\Delta h=0$。因此，既不会发生仅由位置水头差引起的自 A 向 B 的渗流；也不会发生仅由压力水头差引起的自 B 向 A 的渗流。结论只能是 A、B 两点间无渗流发生。

【例题 2-2】 某渗透试验装置及各点的测管水头位置如图 2-4 所示。试分别求出点 B、C、D、F 的位置水头，压力水头，总水头及各段的水头损失。

解： 选下部尾水面 0-0 为基准面，列表算出上述所求各点的水头值和各段的水头损失如下（单位 cm）：

点号	位置水头 z	压力水头 $h_u=u/\gamma_w$	总水头 $h=z+h_u$	水头损失 Δh
B	35	5	40	0
C	20	20	40	0
D	7.5	12.5	20	20
F	−5	5	0	40

注：计算水头损失时可以认为，水头损失只发生在水流经过的土内，在不装土的容器内流动时，水头损失极微，可以忽略不计。

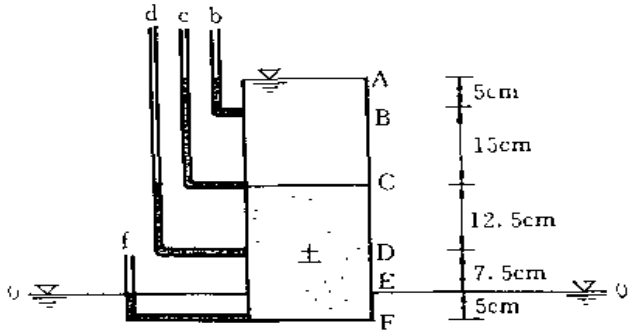


图 2-4 例题 2-2 图

（二）渗透试验与达西定律

水在土中流动时，由于土的孔隙通道很小，且很曲折，渗流过程中粘滞阻力很大，所以多数情形下，水在土中的流速十分缓慢，属于层流状态，即相邻两个水分子运动的轨迹

相互平行而不混掺。一百多年前法国工程师达西（H. Darcy，1856）首先用图 2-5 所示的试验装置对均匀砂进行了大量渗流试验，得出了层流条件下，土中水渗流速度与能量（水头）损失之间的渗流规律，即达西定律。

达西试验装置的主要部分是一个上端开口的直立圆筒，下部放碎石，碎石上放一块多孔滤板 c，滤板上面放置颗粒均匀的土样，其断面积为 A，长度为 L。筒的侧壁装有两支测压管，分别设置在土样两端的 1、2 过水断面处。水由上端进水管 a 注入圆筒，并以溢水管 b 保持筒内为恒定水位。透过土样的水从装有控制阀门 d 的弯管流入容器 V 中。

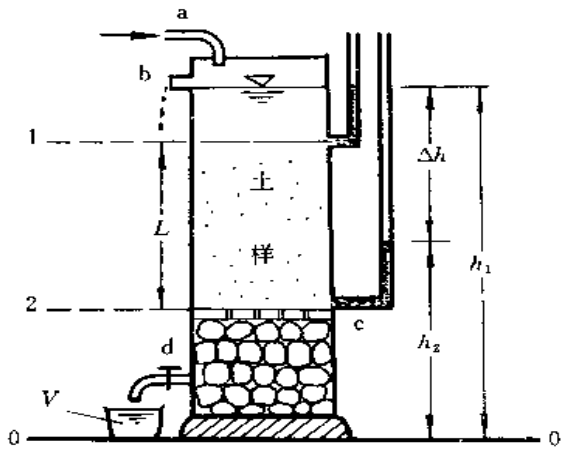


图 2-5　达西渗透试验装置

当筒的上部水面保持恒定以后，通过砂土的渗流是恒定流，测压管中的水面将恒定不变。现取图 2-5 中的 0-0 面为基准面，h_1、h_2 分别为 1、2 断面处的测管水头；Δh 即为渗流流经 L 长度砂样后的水头损失。

达西根据对不同尺寸的圆筒和不同类型及长度的土样所进行的试验发现，渗出水量 Q 与圆筒断面积 A 和水力坡降 $i\left(=\frac{\Delta h}{L}\right)$ 成正比，且与土的透水性质有关，即

$$Q \propto A \times \frac{\Delta h}{L} \tag{2-7}$$

写成等式则为

$$Q = kAi \tag{2-8}$$

或

$$v = \frac{Q}{A} = ki \tag{2-9}$$

式（2-8）或（2-9）称为达西定律。

式中，v——断面平均渗透速度，单位 mm/s 或 m/day；

k——反映土的透水性能的比例系数，称为土的渗透系数。它相当于水力坡降 $i=1$ 时的渗透速度，故其量纲与流速相同，mm/s 或 m/day。

达西定律说明，在层流状态的渗流中，渗透速度 v 与水力坡降 i 的一次方成正比，并与土的性质有关。

这里要注意，式（2-9）中的渗透流速 v 并不是土孔隙中水的实际平均流速。因为公式推导中采用的是土样的整个断面积，其中包括了土粒骨架所占的部分面积在内。显然，土粒本身是不能透水的，故真实的过水面积 A_v 应小于 A，从而实际平均流速 v_s 应大于 v。一般称 v 为假想渗流速度。v 与 v_s 的关系可通过水流连续原理建立。

按照水流连续原理，

$$Q = vA = v_s A_v \tag{2-10}$$

若均质砂土的孔隙率为 n，则 $A_v = nA$，

所以

$$v_s = \frac{vA}{nA} = \frac{v}{n} \tag{2-11}$$

由于水在土中沿孔隙流动的实际路径十分复杂，v_s 也并非渗流的真实速度。要想真正确定某一具体位置的真实流动速度，无论理论分析或实验方法都很难做到。从工程应用角

度而言，也没有这种必要。对于解决实际工程问题，最重要的是在某一范围内宏观渗流的平均效果，所以，为了研究的方便，渗流计算中均采用假想的平均流速。

（三）达西定律的适用范围

前面已经指出，达西定律是描述层流状态下渗透流速与水头损失关系的规律，即渗流速度 v 与水力坡降 i 成线性关系只适用于层流范围。在水利工程中，绝大多数渗流，无论是发生于砂土中或一般的粘性土中，均属于层流范围，故达西定律均可适用。但以下两种情况可认为超出达西定律适用范围。

一种情况是在纯砾以上的很粗的土中的渗流，如堆石体中的渗流，且水力坡降较大时，流态已不再是层流而是紊流。这时，达西定律不再适用，渗流速度 v 与水力坡降 i 之间的关系不再保持直线而变为次线性的曲线关系，如图 2-6 a 所示。层流进入紊流的界限，即为达西定律适用的上限。关于上限值，目前尚无明确的确定方法。不少学者曾主张用临界雷诺数 Re 作为确定达西定律上限的指标，但研究结果，界限值很分散。也有的学者（A. R. Jumikis）主张用临界流速 v_{cr} 来划分这一界限，并认为 $v_{cr}=0.3\sim0.5$cm/s。当 $v>v_{cr}$ 后达西定律可修改为：

$$v=ki^m \qquad (m<1) \tag{2-12}$$

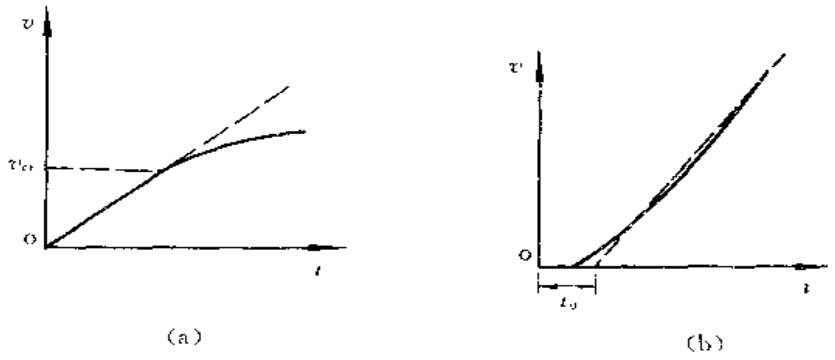


图 2-6　渗透速度与水力坡降的非线性关系

此外，也还有人提出用土的特征粒径如 d_{10}、d_{50} 等作为划分标准，但也未被人们普遍接受。目前这个课题还在深入研究中。

另一种情况是发生在粘性很强的致密粘土中。不少学者的试验表明，这类土的渗透特征也偏离达西定律。汉斯博（S. Hansbo，1960）对四种原状粘土所进行的试验结果，其 $v\sim i$ 关系如图 2-6b 所示。实线表示试验曲线，它成超线性规律增长，且不通过原点。使用时，可将曲线简化为如图虚线所示的直线关系。截距 i_0 称为起始坡降。这时，达西定律可修改为：

$$v=k(i-i_0) \tag{2-13}$$

式（2-13）说明，当坡降很小，$i<i_0$ 时，没有渗流发生。不少学者对此现象作如下解释：密实粘土颗粒的外围具有较厚的结合水膜，它占据了土体内部的过水通道（图 2-7）。渗流只有在较大的水力坡降作用下，挤开结合水膜的堵塞才能发生。起始水力坡降 i_0 是用以克服结合水膜阻力所消耗的能量。$i=i_0$，就是达西定律适用的下限。

需要指出的是，对于 i_0 的解释一直存在争论。也有不少学者认为，达西定律照样适用于土的粘性高、坡降小的条件，即认为 i_0 并不存在，试验表现出来的现象乃是实验精度不高所造成的实验误差。

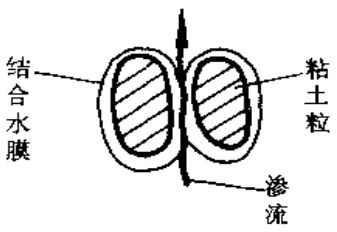


图 2-7　对 i_0 的说明

【例题 2-3】 某渗透试验装置如图 2-8 所示。砂 I 的渗透系数 $k_1=2\times10^{-1}$cm/s；砂 II 的渗透系数 $k_2=1\times10^{-1}$cm/s，砂样断面积 $A=200$cm^2

试问：

1. 若在砂 I 与砂 II 分界面处安装一测压管，则测压管中水面将升至右端水面以上多高？

2. 渗透流量 Q 多大？

解：

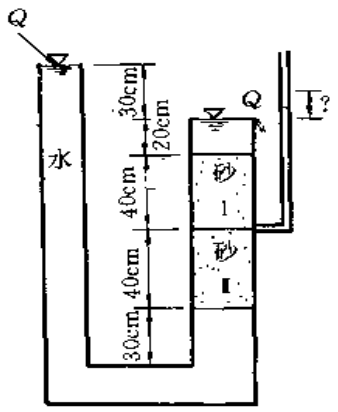


图 2-8　例题 2-3 图

1. 从图 2-8 可看出，渗流自左边水管流经土样砂 II 和砂 I 后的总水头损失 $\Delta h=30$cm。假如砂 I、砂 II 各自的水头损失分别为 Δh_1，Δh_2，则

$$\Delta h_1+\Delta h_2=\Delta h=30\text{cm}$$

根据渗流连续原理，流经两砂样的渗透速度 v 应相等，即 $v_1=v_2$。

按照达西定律，$v=ki$，则

$$k_1i_1=k_2i_2$$

$$k_1\frac{\Delta h_1}{L_1}=k_2\frac{\Delta h_2}{L_2}$$

已知 $L_1=L_2=40$cm，$k_1=2k_2$，故 $2\Delta h_1=\Delta h_2$。

代入 $\Delta h_1-\Delta h_2=30$cm 后，可求出

$$\Delta h_1=10\text{cm}\quad \Delta h_2=20\text{cm}$$

由此可知，在砂 I 与砂 II 的界面处，测压管中水位将升至高出砂 I 上端水面以上 10cm 处。

2. 根据 $Q=kiA=k_1\cdot\frac{\Delta h_1}{L_1}\cdot A$

则

$$Q=0.2\times\frac{10}{40}\times200=10\text{cm}^3/\text{s}$$

二、渗透系数的测定和影响因素

渗透系数 k 是一个代表土的渗透性强弱的定量指标，也是渗流计算时必须用到的一个基本参数。不同种类的土，k 值差别很大。因此，准确地测定土的渗透系数是一项十分重要的工作。

（一）渗透系数的测定方法

渗透系数的测定方法主要分实验室内测定和野外现场测定两大类。

1. 实验室测定法

目前在实验室中测定渗透系数 k 的仪器种类和试验方法很多，但从试验原理上大体可分为常水头法和变水头法两种。

常水头试验法就是在整个试验过程中保持水头为一常数，从而水头差也为常数。图 2-9 a 所示的试验装置与前面所述的图 2-5 的达西渗透试验装置都属于这种类型。

试验时，在透明塑料筒中装填截面为 A，长度为 L 的饱和试样，打开阀门，使水自上而下流经试样，并自出水口处排出。待水头差 Δh 和渗出流量 Q 稳定后，量测经过一定时间 t 内流经试样的水量 V，则

$$V = Qt = vAt$$

根据达西定律，$v=ki$，则

$$V = k\frac{\Delta h}{L}At$$

从而得出

$$k=\frac{VL}{A\Delta ht} \tag{2-14}$$

常水头试验适用于测定透水性大的砂性土的渗透系数。粘性土由于渗透系数很小，渗透水量很少，用这种试验不易准确测定，须改用变水头试验。

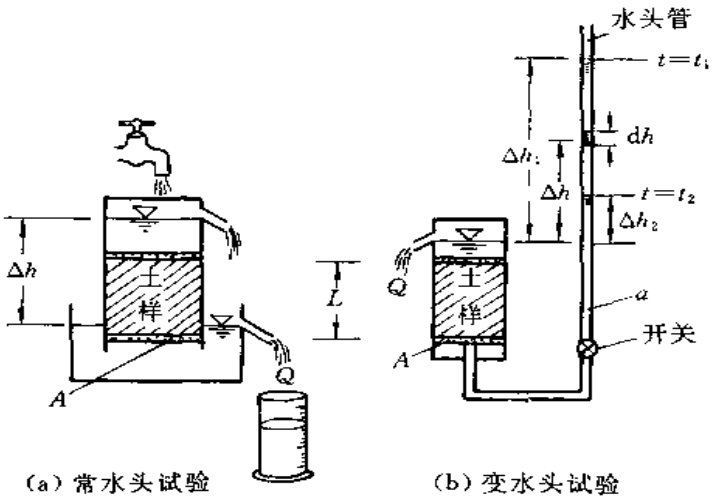


图 2-9　渗透试验装置示意图

变水头试验法就是试验过程中水头差一直在随时间而变化，其装置示意图见图 2-9 b。水流从一根直立的带有刻度的玻璃管和 U 形管自下而上流经土样。试验时，将玻璃管充水至需要的高度后，开动秒表，测记起始水头差 Δh_1，经过时间 t 后，再测记终了水头差 Δh_2，通过建立瞬时达西定律，即可推出渗透系数 k 的表达式。

设试验过程中任意时刻 t 作用于试样两端的水头差为 Δh，经过 dt 时段后，管中水位下降 dh，则 dt 时间内流入试样的水量为

$$dVe = -adh$$

式中 a 为玻璃管断面积；右端的负号表示水量随 Δh 的减少而增加。

根据达西定律，dt 时间内流出试样的渗流量为：

$$dVo = kiAdt = k\frac{\Delta h}{L}Adt$$

式中，A——试样断面积；L——试样长度。

根据水流连续原理，应有 $dVe=dVo$，即

$$-a\mathrm{d}h = k\frac{\Delta h}{L}A\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{d}t = -\frac{aL}{kA}\frac{\mathrm{d}h}{\Delta h}$$

等式两边各自积分

$$\int_0^t \mathrm{d}t = -\frac{aL}{kA}\int_{\Delta h_1}^{\Delta h_2}\frac{\mathrm{d}h}{\Delta h}$$

$$t = \frac{aL}{kA}\ln\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2}$$

从而得到土的渗透系数

$$k = \frac{aL}{At}\ln\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} \tag{2-15}$$

改用常用对数表示，则上式可写为

$$k = 2.3\frac{aL}{At}\lg\frac{\Delta h_1}{\Delta h_2} \tag{2-16}$$

通过选定几组不同的 Δh_1、Δh_2 值，分别测出它们所需的时间 t，利用式（2-15）或（2-16）计算它们的渗透系数 k，然后取平均值，作为该土样的渗透系数。

实验室内测定渗透系数 k 的优点是设备简单，费用较省。但是，由于土的渗透性与土的结构有很大的关系，地层中水平方向和垂直方向的渗透性往往不一样；再加之取样时的扰动，不易取得具有代表性的原状土样，特别是砂土。因此，室内试验测出的 k 值常常不能够很好地反映现场中土的实际渗透性质。为了量测地基土层的实际渗透系数，可直接在现场进行 k 值的原位测定。

2. 现场测定法

在现场研究场地的渗透性，进行渗透系数 k 值测定时，常用现场井孔抽水试验或井孔注水试验的方法。对于均质的粗粒土层，用现场抽水试验测出的 k 值往往要比室内试验更为可靠。下面主要介绍用抽水试验确定 k 值的方法。注水试验的原理与抽水试验类似，需用时可参考水文地质有关资料。

图 2-10 为一现场井孔抽水试验示意图。在现场打一口试验井，贯穿要测定 k 值的砂土层，井在距井中心不同距离处设置一个或两个观测孔。然后自井中以不变的速率连续进

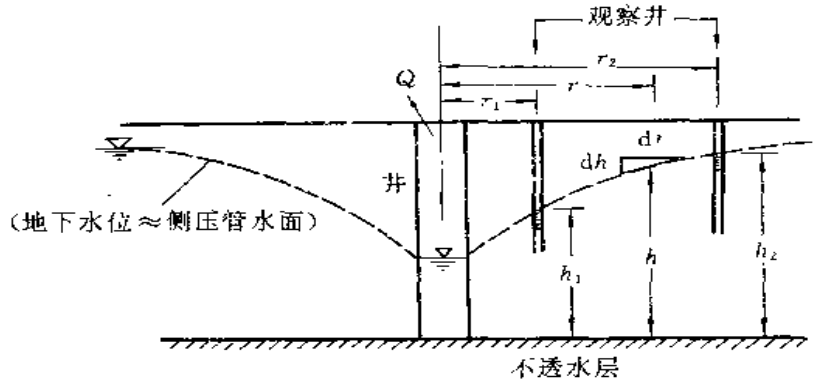


图 2-10 抽水试验

行抽水。抽水造成井周围的地下水位逐渐下降，形成一个以井孔为轴心的降落漏斗状的地下水面。测定试验井和观察孔中的稳定水位，可以画出测压管水位变化图形。测管水头差形成的水力坡降，使水流向井内。假定水流是水平流向时，则流向水井的渗流过水断面应是一系列的同心圆柱面。待出水量和井中的动水位稳定一段时间后，若测得的抽水量为 Q，观测孔距井轴线的距离分别为 r_1、r_2，孔内的水位高度为 h_1、h_2，通过达西定律即可求出土层的平均 k 值。

现围绕井轴取一过水断面，该断面距井中心距离为 r，水面高度为 h，则过水断面积 A 为

$$A=2\pi rh$$

假设该过水断面上各处水力坡降为常数，且等于地下水位线在该处的坡度时，则

$$i=\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}r}$$

根据达西定律，单位时间自井内抽出的水量为

$$Q = Aki = 2\pi rh \cdot k\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}r}$$

$$Q\frac{\mathrm{d}r}{r} = 2\pi kh\mathrm{d}h$$

等式两边进行积分

$$Q\int_{r_1}^{r_2}\frac{\mathrm{d}r}{r} = 2\pi k\int_{h_1}^{h_2}h\mathrm{d}h$$

得

$$Q\ln\frac{r_2}{r_1} = \pi k(h_2^2 - h_1^2)$$

从而得出

$$k=\frac{Q}{\pi}\frac{\ln(r_2/r_1)}{(h_2^2-h_1^2)} \tag{2-17}$$

或用常用对数表示，则为

$$k = 2.3\frac{Q}{\pi}\frac{\lg(r_2/r_1)}{(h_2^2 - h_1^2)} \tag{2-18}$$

前面已经讲到，现场测定 k 值可以获得场地较为可靠的平均渗透系数，但试验所需费用较多，故要根据工程规模和勘察要求，确定是否需要采用。

（二）影响渗透系数的因素

由于渗透系数 k 综合反映了水在土孔隙中运动的难易程度，因而其值必然要受到土的性质和水的性质的影响。下面分别就这两方面的影响因素进行讨论。

1. 土的性质对 k 值的影响

土的许多性质对 k 值有很大的影响，其中主要的有下列五个方面：

（1）粒径大小与级配；

（2）孔隙比；

（3）矿物成分；

（4）结构；

（5）饱和度。

在上述 5 项中，尤以前两项，即粒径大小和孔隙比对 k 的影响最大。可以设想，水流通过土体的难易程度必定与土中孔隙的直径大小和单位土体中的孔隙体积直接有关。前者反

映在颗粒大小和级配上；后者反映在孔隙比上。土中孔隙直径的平均值很难量测，但其大小一般由细颗粒所控制，这是因为在粗颗粒形成的大孔隙中还可被细颗粒充填所致。因此，有的学者提出，土的渗透系数可用有效粒径 d_{10} 来表示，例如最早的哈臣（A. Hazen，1911）公式，就是通过对 $d_{10}=0.1$--3.0mm 的均匀砂进行了一系列试验后建立的 d_{10} 与渗透系数 k 之间的经验关系式，即

$$k = c\,d_{10}^2 \tag{2-19}$$

式中 c 为经验系数，当 d_{10} 用 cm，k 用 cm/s 表示时，c 变化于 40--150 之间。

另有一些学者通过试验证明，对于砂性土，孔隙比 e 与渗透系数 k 之间的关系，可表示为 k 与 e^2、$\frac{e^2}{1+e}$ 以及 $\frac{e^3}{1+e}$ 等函数关系，其中以 $\frac{e^3}{1+e}$ 的线性关系最好，见图 2-11。

对于粘性土，由于颗粒的表面力起重要作用，故除了孔隙比 e 外，粘土的矿物成份对渗透系数 k 也有很大影响。例如当粘土中含有可交换的钠离子越多时，其渗透性将越低。为此，有的学者提出以孔隙比 e 和塑性指数 I_P 一起为参数的 k 值表达式，如：

$$e=\alpha+\beta\lg k \tag{2-20}$$

式中 α、β 都是取决于 I_P 的常数，可表示为：

$$\alpha=10\beta \qquad \beta=0.01I_P+0.05$$

塑性指数 I_P 综合反映土的颗粒大小和矿物成份。试验表明，式(2-20)适用于 $k=10^{-7}$—10^{-4} cm/s 范围内，对于 $k<10^{-8}$cm/s 的高塑性粘土，则偏差较大。

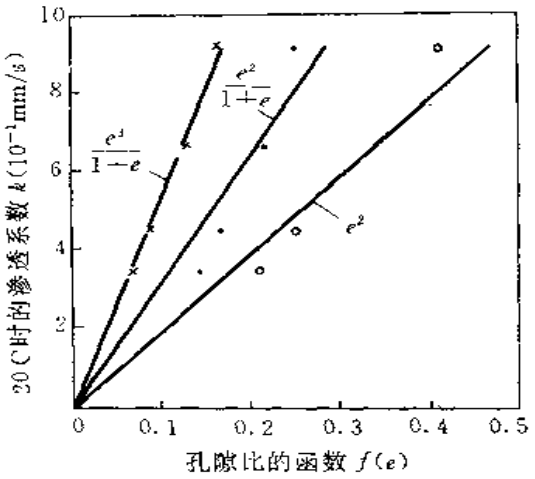


图 2-11　砂土的 e～k 试验关系

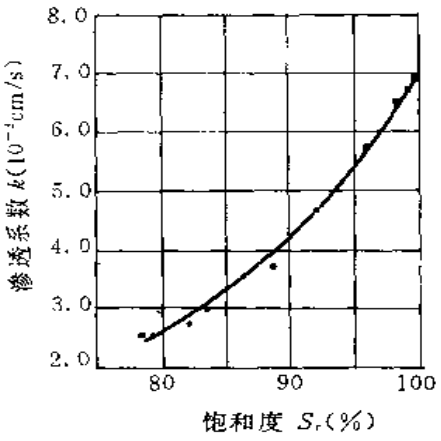


图 2-12　某种砂饱和度与渗透系数的关系

土的结构也是影响渗透系数 k 值的重要因素之一，特别是对粘性土其影响更为突出。例如在微观结构上，当孔隙比相同时，凝聚结构将比分散结构具有更大的透水性；在宏观构造上，天然沉积的层状粘性土层，由于扁平状粘土颗粒的水平排列，往往使土层水平方向的透水性远大于垂直层面方向的透水性。水平方向渗透系数 k_x 与竖直方向渗透系数 k_z 之比可大于 10，使土层呈现明显的各向异性。

土体的饱和度反映了土中含气体量的多少。试验证明，土中封闭气泡即使含量很少，也会对渗透性有很大的影响。它不仅使土的有效渗透面积减少，还可以堵塞某些孔隙通道，从而使

渗透系数 k 值大为降低。图2-12表示某种砂渗透系数与饱和度的关系，可见渗透系数几乎随饱和度的增加而直线上升。因此，为了保持测定 k 值时的试验精度，要求试样必须充分饱和。

2. 渗透水的性质对 k 值的影响

水的性质对渗透系数 k 值的影响主要是由于粘滞度不同所引起。温度高时，水的粘滞性降低，k 值变大；反之 k 值变小。所以，我国《土工试验操作规程 SD128-84》规定，测定渗透系数 k 时，以 10℃ 作为标准温度，不是10℃时要作温度校正。

各类土的渗透系数的大致范围列于表 2-1 中。

表 2-1　土的渗透系数范围

土的类型	渗透系数 k (cm/s)
砾石、粗砂	$a\times10^{-1}$—$a\times10^{-2}$
中　砂	$a\times10^{-2}$—$a\times10^{-3}$
细砂、粉砂	$a\times10^{-3}$—$a\times10^{-4}$
粉　土	$a\times10^{-4}$—$a\times10^{-6}$
粉质粘土	$a\times10^{-5}$—$a\times10^{-7}$
粘　土	$a\times10^{-7}$—$a\times10^{-10}$

三、层状地基的等效渗透系数

大多数天然沉积土层是由渗透系数不同的几层土所组成，宏观上具有非均质性。在计算渗流量时，为简单起见，常常把几个土层等效为厚度等于各土层之和，渗透系数为等效渗透系数的单一土层。但要注意，等效渗透系数的大小与水流的方向有关，可按下述方法求之。

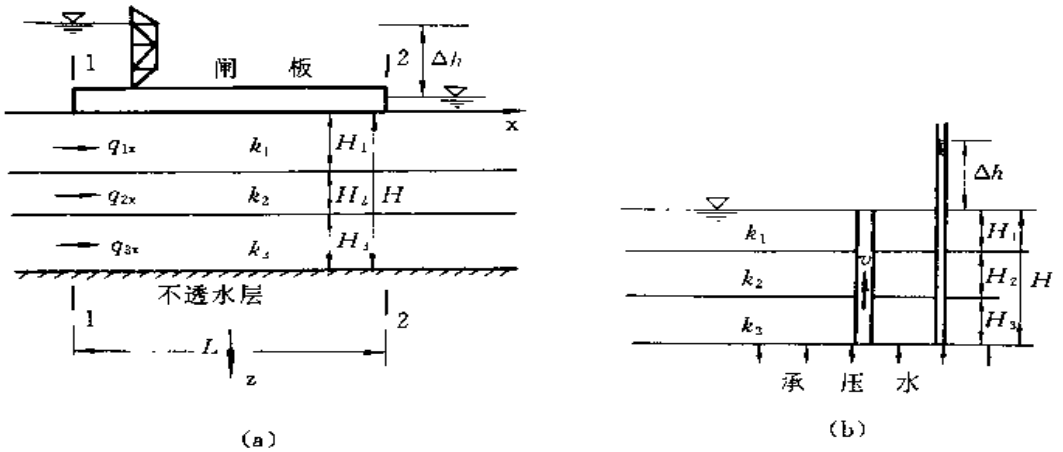


图 2-13　层状土的渗流情况

（一）水平渗流情况

图 2-13 a 表示一座建造在多层透水地基上的水闸。已知地基内各层土的渗透系数分别为 k_1、k_2、k_3、…，厚度相应为 H_1、H_2、H_3…，总土层厚度，即等效上层厚度为 H。渗透水流自断面 1-1 流至断面 2-2，距离为 L，水头损失为 Δh。这种平行于各层面的水平渗流的特点是：

（1）各层土中的水力坡降 $i\left(=\dfrac{\Delta h}{L}\right)$ 与等效土层的平均水力坡降 i 相同。

（2）垂直 x-z 面取单位宽度，通过等效土层 H 的总渗流量等于各层土渗流量之和，即

$$q_x = q_{1x} + q_{2x} + q_{3x} + \cdots = \sum_{i=1}^{n} q_{ix} \tag{2-21}$$

将达西定律代入式（2-21）可得

$$k_x iH = \sum_{i=1}^{n} k_i iH_i = i\sum_{i=1}^{n} k_i H_i$$

消去 i 后，即可得出沿水平方向的等效渗透系数 k_x。

$$k_x = \frac{1}{H}\sum_{i=1}^{n} k_i H_i \tag{2-22}$$

（二）竖直渗流情况

图 2-13b 表示渗流垂直于土层的情况。设承压水流经土层 H 厚度的总水头损失为 Δh，流经每一层土的水头损失为 Δh_1、Δh_2、Δh_3……。这种垂直于各层面的渗流特点是：

（1）根据水流连续原理，流经各土层的流速与流经等效土层的流速相同，即

$$v_1 = v_2 = v_3 = \cdots\cdots = v \tag{2-23}$$

（2）流经等效土层 H 的总水头损失 Δh 等于各层上的水头损失之和，即

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \cdots = \sum_{i=1}^{n} \Delta h_i \tag{2-24}$$

将达西定律代入式（2-23），则

$$k_1 \frac{\Delta h_1}{H_1} = k_2 \frac{\Delta h_2}{H_2} = \cdots = k_i \frac{\Delta h_i}{H_i} = v$$

从而可解出 Δh_1、Δh_2、$\cdots\Delta h_i = \frac{vH_i}{k_i}$ (2-25)

设竖直等效渗透系数为 k_z，对等效土层，有

$$v = k_z \frac{\Delta h}{H}$$

从而可得

$$\Delta h = \frac{vH}{k_z} \tag{2-26}$$

将式（2-26）和（2-25）代入式（2-24）得

$$\frac{vH}{k_z} = \sum_{i=1}^{n} \frac{vH_i}{k_i}$$

消去 v，即可得出垂直层面方向的等效渗透系数 k_z

$$k_z = \frac{H}{\sum_{i=1}^{n} \frac{H_i}{k_i}} \tag{2-27}$$

【例题 2-4】 不透水岩基上有水平分布的三层土，厚度均为 1m，渗透系数分别为 $k_1 = 1\text{m/day}$，$k_2 = 2\text{m/day}$，$k_3 = 10\text{m/day}$，试求等效土层的等效渗透系数 k_x 和 k_z。

解：根据公式（2-22）

$$k_x = \frac{1}{H}(k_1H_1 + k_2H_2 + k_3H_3)$$

$$= \frac{1}{3}(1 + 2 + 10) = 4.33\text{m/day}$$

根据公式（2-27）

$$k_z = \frac{H}{\sum_{i=1}^{3} \frac{H_i}{k_i}}$$

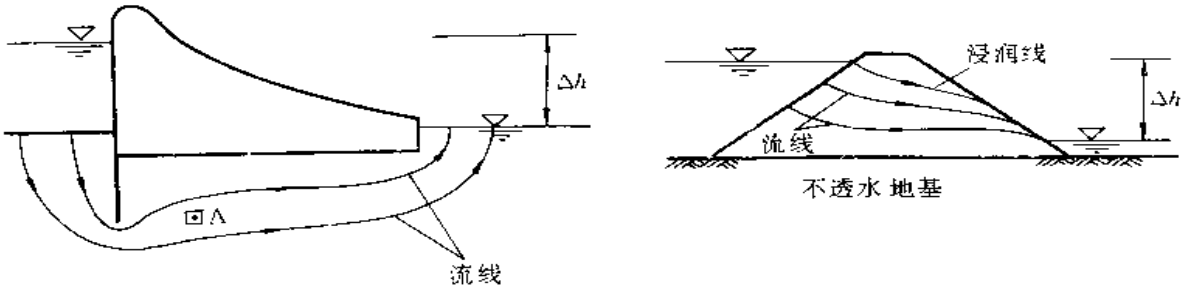
$$= \frac{3}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10}} = 1.87\text{m/day}$$

由例题计算结果可知，平行于层面的等效渗透系数 k_x 值是各土层渗透系数按厚度的加权平均值；而垂直于层面的等效渗透系数 k_z 则是渗透系数小的土层起主要作用。因此 k_x 恒

大于 k_z。在实际问题中，选用等效渗透系数时，一定要注意渗透水流的方向，选择正确的等效渗透系数。

第三节　二维渗流与流网

前面讲到的均属于一些边界条件简单的一维渗流问题。这些问题可直接利用达西定律进行渗流计算。但工程上遇到的渗流问题，常常属于边界条件复杂一些的二维或三维渗流问题。例如闸坝下透水地基的渗流，以及土坝坝身的渗流等（见图 2-14），其流线都是弯曲的，不能再视为一维渗流。这时，达西定律也需用微分形式来表达。为了求解和评价渗流



(a) 混凝土坝下渗流　　(b) 通过土坝的渗流

图 2-14　二维渗流示意图

在地基或坝体中是否造成有害的影响，需要知道整个渗流场中各处的测管水头、渗透坡降和渗流速度。当闸坝很长且断面轮廓一致时，可按二维平面渗流问题处理。下面简要讨论二维平面渗流问题。

一、平面渗流的基本方程

当图 2-14a 所示的混凝土坝上下游水位差 Δh 保持恒定时，坝基下的渗流即为稳定渗流。这时，渗流场中的测管水头 h 以及流速 v 等渗流要素仅是位置的函数而与时间无关，即 $h=f(x,z)$，$v=f(x,z)$。

现从稳定渗流场中任意点 A 处取一微元土体，面积为 $dx \cdot dz$，厚度为 $dy=1$，在 x 和 z 方向各有流速 v_x、v_z 如图 2-15 所示。

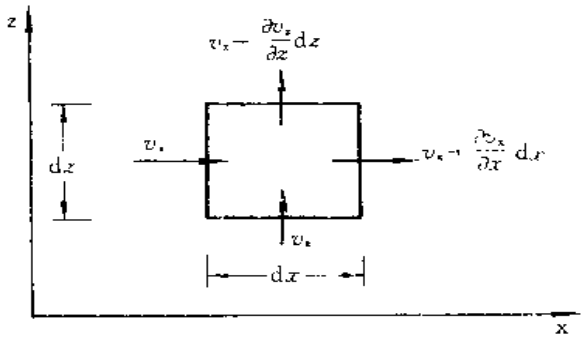


图 2-15　二维渗流的连续条件

单位时间内流入这个微元体的水量为 dq_e，则

$$dq_e=v_x dz \cdot 1+v_z dx \cdot 1$$

单位时间内流出这个微元体的水量为 dq_o，则

$$dq_o=\left(v_x+\frac{\partial v_x}{\partial x}dx\right)dz \cdot 1+\left(v_z+\frac{\partial v_z}{\partial z}dz\right)dx \cdot 1$$

假定水体不可压缩，则根据水流连续原理，单位时间内流入和流出微元体的水量应相等，即

$$dq_e = dq_o$$

从而得出

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{2-28}$$

式（2-28）即为二维渗流连续方程。

再根据达西定律，对于各向异性土，

$$v_x = k_x i_x = k_x \frac{\partial h}{\partial x} \tag{2-29}$$

$$v_z = k_z i_z = k_z \frac{\partial h}{\partial z} \tag{2-30}$$

式中，k_x、k_z——分别为 x 和 z 方向的渗透系数；

h——测管水头。

将式（2-29）和（2-30）代入式（2-28）可得出：

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \tag{2-31}$$

对于各向同性的均质土，$k_x = k_z$，则式（2-31）可表达为：

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \tag{2-32}$$

式（2-32）即为著名的拉普拉斯（Laplace）方程。它与水力学中的平面势流的拉普拉斯方程一样，该方程描述了渗流场内部的测管水头 h 的分布，是平面稳定渗流的基本方程式。通过求解一定边界条件下的拉普拉斯方程，即可求得该条件下的渗流场。

对拉普拉斯方程式的求解，大致可分为下述四种类型：

1. 数学解析法

数学解析法是根据具体边界条件，以解析法求式（2-32）的解。一般通解较易得到。根据流体力学可知，满足拉普拉斯微分方程的是两个共轭调和函数，即势函数 Φ（x、z），和流函数 Ψ（x、z），该函数描绘出两族相互正交的曲线即等势线和流线。该法的缺点是边界条件复杂时，定解较难求得，故在实用上常用其它方法代替。

2. 数值解法

数值解法是一种近似方法。随着计算机的发展，数值解法的精度愈来愈高，因而数值解法的应用也愈来愈广。常用的数值解法有差分法和有限元法。

3. 实验法

实验法即采用一定比例的模型来摸拟真实的渗流场，用实验手段测定渗流场中的渗流要素。例如应用最广的电比拟法，就是利用渗流与电流现象存在着的比拟关系，来实测渗流等势线族的一种实验方法。此外还有电网络法，沙槽模型法等。

4. 图解法

图解法即用绘制流网的方法求解拉普拉斯方程的近似解。该法具有简便、迅速的优点，并能用于建筑物边界轮廓较复杂的情况。只要满足绘制流网的基本要求，精度就可以得到保证，因而该法在工程上得到广泛应用。

下面介绍流网的特性、绘制方法和应用。

二、流网的绘制及应用

图 2-16 表示透水地基上混凝土坝下渗流的流网图，图中标有号码①②③……的线表示

流线。在稳定渗流场中，流线表示水质点的运动路线。图中标有号码1、2、3、…的线代表等势线，等势线是渗流场中势能或测管水头的等值线，即如果沿同一等势线上不同点处，例如该图中的a、b两点安放测压管时，则管中水位将升至相同的高度。由流线和等势线所组成的曲线正交网格称为流网。

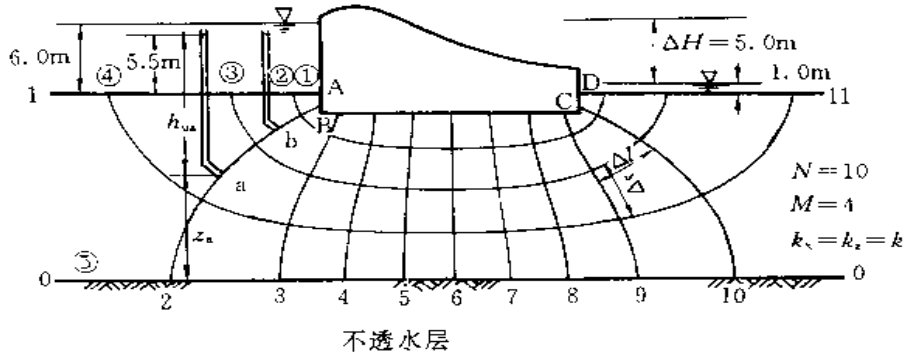


图 2-16　混凝土坝下流网

（一）绘制流网的基本要求

根据水力学中讲述的流网特征可知，绘制流网时必满足下列几个条件：

（1）流线与等势线必须正交。

（2）流线与等势线构成的各个网格的长宽比应为常数，即 $\Delta l/\Delta s=C$。当取 $\Delta l=\Delta s$ 时，网格应呈曲线正方形，这是绘制流网时最方便和最常见的一种流网图形。图2-16中的流网即属于这种图形。

（3）必须满足流场的边界条件，以保证解的唯一性。

（二）流网的绘制方法

现以图2-16所示的透水地基上混凝土坝下的流网为例，说明绘制流网的步骤。

（1）首先根据渗流场的边界条件，确定边界流线和边界等势线。该例中的渗流是有压渗流，因而坝基轮廓线A—B—C—D是第一条流线；其次，不透水层面0-0也是一条边界流线。上下游透水地基表面1—A和D—11则是两条边界等势线。

（2）根据绘制流网的另外两个要求，初步绘制流网。按边界趋势先大致画出几条流线如②、③、④，彼此不能相交，且每条流线都要和上下游透水地基表面（等势线）正交。然后再自中央向两边画等势线，图2-16中先绘中线6，再绘5和7，如是向两侧推进。每根等势线要与流线正交，并弯曲成曲线正方形。

（3）一般初绘的流网总不能完全符合要求，必须反复修改，直至大部分网格满足曲线正方形为止。但应指出，由于边界形状不规则，在边界突变处很难画成正方形，而可能是三角形或五边形，这是由于流网图中流线和等势线的根数有限所造成的。只要网格的平均长度和宽度大致相等，就不会影响整个流网的精度。由于流网是用图解法求解拉普拉斯方程，因此流网形状与边界条件有关。一个精度较高的流网，往往都要经过多次反复修改，才能最后完成。

（三）流网的应用

流网绘出后，即可求得渗流场中各点的测管水头、水力坡降、渗透流速和渗流量。现

仍以图 2-16 所示的流网为例。

1. 测管水头

根据流网特征可知，任意两相邻等势线间的势能差相等，即水头损失相等，从而算出相邻两条等势线之间的水头损失 Δh，即

$$\Delta h = \frac{\Delta H}{N} = \frac{\Delta H}{n-1} \quad (N = n-1) \tag{2-33}$$

式中，ΔH—— 上、下游水位差，也就是水从上游渗到下游的总水头损失；

N—— 等势线间隔数；

n —— 等势线数。

本例中，$n=11$，$N=10$，$\Delta H=5.0\text{m}$，故每一个等势线间隔所消耗的水头 $\Delta h=\frac{5}{10}=0.5\text{m}$。有了 Δh 就可求出任意点的测管水头。例如求 a 点的测管水头 h_a：以 0-0 为基准面，$h_a=h_{wa}+z_a$；z_a 为 a 点的位置高度，为已知值，关键是求 h_{wa} 值的大小。由于 a 点位于第 2 条等势线上，所以测管水位应在上游降低一个 Δh，故其测管水位应在上游地表面以上的 $6.0-0.5=5.5\text{m}$ 处。压力水头 h_{wa} 的高度可自图中按比例直接量出。

2. 孔隙水压力

如前所述，渗流场中各点的孔隙水压力，等于该点以上测压管中的水柱高度 h_w 乘以水的容重 γ_w，故 a 点的孔隙水压力为

$$u_a = h_{wa} \times \gamma_w \tag{2-34}$$

应当注意，图中所示 a、b 两点位于同一根等势线上，其测管水头虽然相同，即 $h_a=h_b$，但其孔隙水压力却不同，$u_a \neq u_b$。

3. 水力坡降

流网中任意网格的平均水力坡降 $i=\frac{\Delta h}{\Delta l}$，$\Delta l$ 为该网格处流线的平均长度，可自图中量出。由此可知，流网中网格越密处，其水力坡降越大。故图 2-16 中，下游坝趾水流渗出地面处（图中 CD 段）的水力坡降最大。该处的坡降称为逸出坡降，常是地基渗透稳定的控制坡降。

4. 渗透流速

各点的水力坡降已知后，渗透流速的大小可根据达西定律求出，即 $v=ki$，其方向为流线的切线方向。

5. 渗透流量

流网中任意两相邻流线间的单宽流量 Δq 是相等的，因为：

$$\Delta q = v\Delta A = ki \cdot \Delta s \cdot 1.0 = k\frac{\Delta h}{\Delta l}\Delta s$$

当取 $\Delta l=\Delta s$ 时，

$$\Delta q = k\Delta h \tag{2-35}$$

由于 Δh 是常数，故 Δq 也是常数。

通过坝下渗流区的总单宽流量

$$q = \sum \Delta q = M \cdot \Delta q = Mk\Delta h \tag{2-36}$$

式中 M 为流网中的流槽数，数值上等于流线数减 1。本例中 $M=4$。

通过坝底的总渗流量　　$Q=qL$　　(2-37)

式中 L 为坝基长度。

此外，还可通过流网上的等势线求解作用于坝底上的渗透压力，可参考水工建筑物教材。

【例题 2-5】 图 2-17 为一板桩打入透水土层后形成的流网。已知透水土层深 18.0m，渗透系数 $k=5\times10^{-3}$mm/s，板桩打入土层表面以下 9.0m，板桩前后水深如图中所示。试求：(1) 图中所示 a、b、c、d、e 各点的孔隙水压力；(2) 地基的单宽渗流量。

解：

(1) 根据图 2-17 的流网可知，每一等势线间隔的水头降落 $\Delta h=\frac{9-1}{8}=1.0$m。列表计算 a、b、c、d、e 点的孔隙水压力如下 ($\gamma_w=9.8$kN/m^3)：

位置	位置水头 z(m)	测管水头 h(m)	压力水头 h_c(m)	孔隙水压力 u(kN/m^2)
a	27.0	27.0	0	0
b	18.0	27.0	9.0	88.2
c	9.0	23.0	14.0	137.2
d	18.0	19.0	1.0	9.8
e	19.0	19.0	0	0

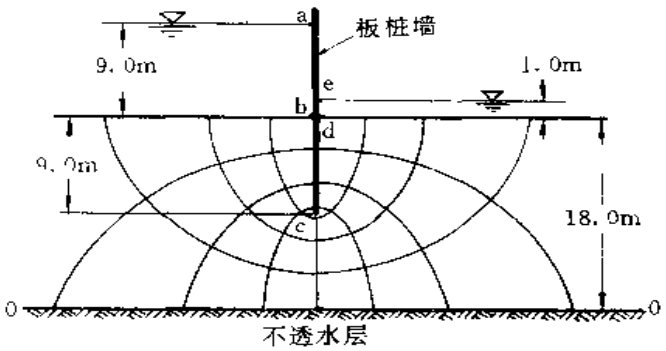


图 2-17　例题 2-5 板桩墙下的渗流图

(2) 地基的单宽渗流量：

根据公式 (2-36)　　$q=\sum\Delta q=M\Delta q=M\Delta hk$

现 $M=4$，$\Delta h=1.0$m，$k=5\times10^{-3}$mm/s$=5\times10^{-7}$m/s，

代入得　　$q=4\times1\times5\times10^{-7}=20\times10^{-7}$m^2/s/m。

(四) 各向异性土中的流网

前面所叙述的流网绘制方法只适用于均质各向同性土，而自然界中的土以及土坝中的土通常都在不同程度上呈各向异性，即 $k_x\neq k_z$。这时稳定渗流场的基本微分方程应以普遍式 (2-31) 来表示，即

$$k_x\frac{\partial^2h}{\partial x^2}+k_z\frac{\partial^2h}{\partial z^2}=0$$

可以看出，该式已不是拉普拉斯方程，故其解也不再是两族正交曲线而应是斜交曲线了。为了绘制各向异性土中的流网，可以通过下述的转换坐标比尺的方法来实现。

将式 (2-31) 改写为：

$$\frac{\partial^2h}{\left(\frac{k_z}{k_x}\right)\partial x^2}+\frac{\partial^2h}{\partial z^2}=0 \qquad (2\text{-}38)$$

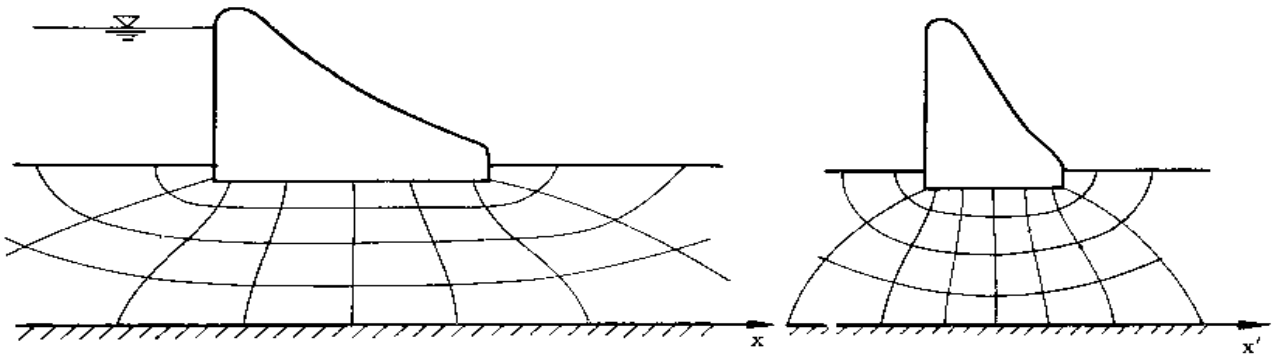
引入新坐标 x'，令　　$x'=\sqrt{k_z/k_x}\cdot x$　　(2-39)

将式 (2-39) 代入式 (2-38) 后可得：

$$\frac{\partial^2h}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2h}{\partial z^2}=0 \qquad (2\text{-}40)$$

则式 (2-40) 与拉普拉斯式 (2-32) 相同。这样，只要把水平坐标 x 乘以比尺 $\sqrt{k_z/k_x}$，转

换新坐标 x'，同时保持 z 的比例尺不变，就仍可按各向同性材料来绘正交流网，这样绘得的流网称变态流网。然后再把变态流网的水平坐标乘以上述比尺的倒数 $\sqrt{k_x/k_z}$，即可得到各向异性渗流场的实际流网。图 2-18 表示 $k_x=4k_z$ 的各向异性土的实际流网与变态流网。



(a) $k_x=4k_z$ 时的实际流网　　(b)转化的变态流网

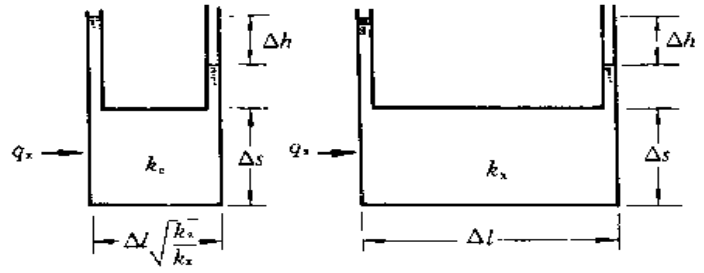
图 2-18　各向异性土中的流网

利用变态正交流网求渗流量时，可仍用式（2-35）和（2-36），但式中的渗透系数应改用等效渗透系数 k_e，则式（2-35）、(2-36) 变为：

$$\Delta q=k_e\cdot\Delta h \tag{2-41}$$

$$q=Mk_e\cdot\Delta h \tag{2-42}$$

$$k_e=\sqrt{k_x\cdot k_z} \tag{2-43}$$



(a) 变态网格　　(b) 实际网格

图 2-19　各向异性土中的流量（$k_x>k_z$）

式（2-43）是根据图 2-19 所示的两种网格在水平方向渗流量必须相等的条件推导而得，即

$$k_e\frac{\Delta h}{\Delta l\sqrt{k_z/k_x}}\Delta s=k_x\frac{\Delta h}{\Delta l}\Delta s$$

化简后即可得出 $k_e=\sqrt{k_x\cdot k_z}$。

（五）多层土地基中的流网

若地基是由几层不同的土组成，也可以绘流网。只是由于各层土的渗透系数不同，在土层交界面处，流线要发生转折，因而不同土层的流网形状各不相同。下面介绍绘制多层土地基流网时所应遵从的具体转换条件。

（1）不同土层交界面处，流线按折射定律发生偏转。

图 2-20 表示第一个上层中两条相邻流线在交界面 A、B 处进入第二个土层时的转角变化。假设两个土层的渗透系数分别为 k_1 与 k_2，且 $k_1<k_2$。现在推求入射角 α_1 与折射角 α_2 之间的关系。自 A、B 两点作垂线 AA′和 BB′分别垂直两条流线，则 AA′和 BB′应是两条等势线。水流自 A′流至 B 和自 A 流至 B′的水头损失相等，假设均为 $\Delta h'$。根据水流连续原理，边界两边相邻流线间的流量必须相等，即 $\Delta q_1=\Delta q_2$，

故
$$k_1\frac{\Delta h'}{\overline{A'B}}\cdot\Delta s_1=k_2\frac{\Delta h'}{\overline{AB'}}\cdot\Delta s_2$$

则
$$\frac{k_1}{\operatorname{tg}\alpha_1}=\frac{k_2}{\operatorname{tg}\alpha_2} \tag{2-44}$$

或
$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2}=\frac{k_1}{k_2} \tag{2-45}$$

称式（2-44）或（2-45）为两层介质中的渗流折射定律，式中 α_1、α_2 分别为流线折射前后与分界面法线间的夹角，如图 2-20 所示。

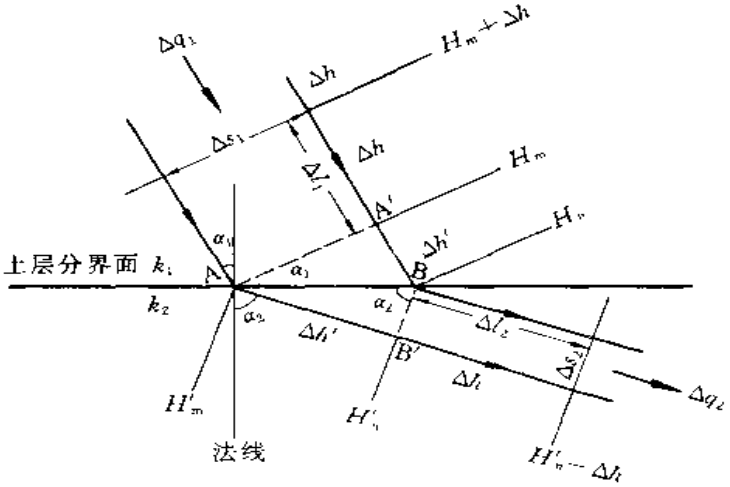


图 2-20　七层分界面上流线的折射（$k_1<k_2$）

（2）交界面二边流槽的宽度 Δs 随偏转角发生变化。

从图 2-20 可知：$\Delta s_1=\mathrm{AB}\cdot\cos\alpha_1$；$\Delta s_2=\mathrm{AB}\cdot\cos\alpha_2$，

则
$$\frac{\Delta s_1}{\Delta s_2}=\frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} \tag{2-46}$$

当 $k_1<k_2$ 时，$\alpha_1<\alpha_2$，则 $\Delta s_1>\Delta s_2$。

（3）交界面两边网格的形状随渗透系数发生变化。

在图 2-20 中，设第一层土中等势线的间距为 Δl_1，节二层土中等势线的间距为 Δl_2，当两边取相同的势能降落 Δh 时，则

$$\Delta q_1=k_1\frac{\Delta h}{\Delta l_1}\Delta s_1$$

$$\Delta q_2=k_2\frac{\Delta h}{\Delta l_2}\Delta s_2$$

由于
$$\Delta q_1=\Delta q_2$$

故
$$k_1\frac{\Delta h}{\Delta l_1}\Delta s_1=k_2\frac{\Delta h}{\Delta l_2}\Delta s_2$$

则
$$k_1 \frac{\Delta s_1}{\Delta l_1} = k_2 \frac{\Delta s_2}{\Delta l_2} \tag{2-47}$$

如果第一层流网为正方形，$\Delta s_1 = \Delta l_1$，则式（2-47）可表达为：

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\Delta s_2}{\Delta l_2} \tag{2-48}$$

即第二层土中网格的边比等于上下两层土的渗透系数的比值。当 $k_1 < k_2$ 时，$\Delta s_2 < \Delta l_2$，网格将拉长；当 $k_1 > k_2$ 时，$\Delta s_2 > \Delta l_2$，网格将压扁。

第四节　渗透力和渗透变形

一、渗透力和临界水力坡降

（一）渗透力

图 2-21 为一定水头试验装置，土样长度为 L，面积为 $A=1$，土样两端各安装一测压管，其测管水头相对 0-0 基准面分别为 h_1 与 h_2。当 $h_1 = h_2$ 时，土中水处于静止状态，无渗流发生。若将左侧的联通贮水器向上提升，使 $h_1 > h_2$，则由于存在水头差，土中将产生向上的渗流。水头差 Δh 是渗流穿过 L 长土体时所损失的能量。能量损失，说明土粒对水流给以阻力；反之，渗流必然对每个土颗粒有推动、摩擦和拖曳的作用力，如图 2-22 所示。为了计算的方便，称每单位土体内土颗粒所受的渗流作用力为渗透力，用 j 表示。为了进一步研究渗透力的大小和性质，首先对图 2-21 中所示的土体进行受力分析。

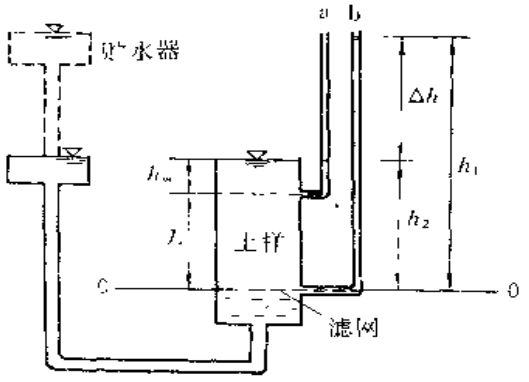


图 2-21　渗透破坏试验示意图

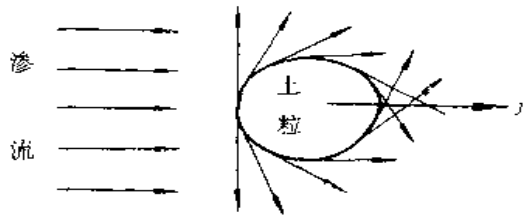


图 2-22　渗透力概念

1. 土体的受力分析

为了分析图 2-21 中经受稳定渗流的土柱的受力情况，可以采用两种不同的隔离体取法。

方法一：取土-水为整体作为隔离体。则作用在土柱上的力如图 2-23 a 所示，计有

（1）土-水总重量 $W = \gamma_{sat} \cdot L$；

（2）土柱两端的边界水压力：$\gamma_w h_w$ 和 $\gamma_w h_2$；

（3）土柱下部滤网的支承反力 R。

在此种条件下，土粒与水之间的作用力为内力，在土柱的受力分析中不出现。

方法二：把土骨架和水分开来取隔离体，如图 2-23 b、c 所示。

先看土骨架隔离体（图 2-23 b）。这时，由于土骨架浸没于水中，土颗粒受浮力作用，其值等于排开同体积的水重，故计算重量时应用浮容重 γ'。另外，由于将土骨架与水体分开，则土颗粒上受到的水流作用力——渗透力，即成为外力。因此，作用在土柱内土骨架上的作用力有：

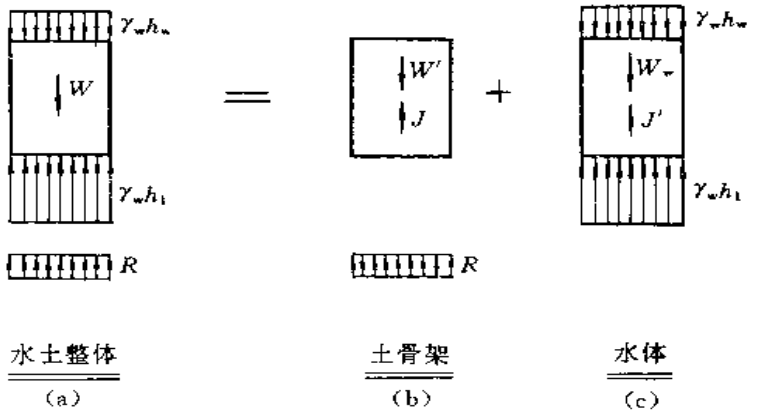


图 2-23　渗流时的两种隔离体取法

（1）土粒有效重量 $W'=\gamma' \cdot L$；

（2）总渗透力 $J=jL$，方向竖直向上；

（3）下部支承反力 R。

再看土柱中孔隙水隔离体（图 2-23 c）。作用在其上的力有：

（1）孔隙水重量和土粒浮力的反力之和，后者应等于与土颗粒同体积的水重。故，

$$W_w=V_v\gamma_w+V_s\gamma_w=V\gamma_w=L\gamma_w$$

可以看出，W_w 即为 L 长度的水柱重量。

（2）水柱上下两端面的边界水压力，$\gamma_w h_w$ 和 $\gamma_w h_1$；

（3）土柱内土粒对水流的阻力，其大小应和渗透力相等，方向相反。设单位土体内土粒给水流的阻力为 j'，则总阻力 $J'=j'L=J$，方向竖直向下。

显然，上述二种隔离体取法的总效果是一样的，即图 2-23 中 $(a)=(b)+(c)$。

2. 渗透力的计算

现考虑水体隔离体（图 2-23 c）的平衡条件，可得

$$\gamma_w h_w+W_w+J'=\gamma_w h_1$$

则

$$\gamma_w h_w+L\gamma_w+j'L=\gamma_w h_1$$

$$j'=\frac{\gamma_w\ (h_1-h_w-L)}{L}=\frac{\gamma_w\Delta h}{L}=\gamma_w i$$

故渗透力

$$j=j'=\gamma_w i \tag{2-49}$$

从式（2-49）可知，渗透力是一种体积力，量纲与 γ_w 相同。渗透力的大小和水力坡降成正比，其方向与渗流方向一致。

对于二元渗流，当流网绘出后，即可方便地求出流网中任意网格上的渗透力及其作用方向。例如图 2-24表示自流网中取出的一个网格，已知任两条等势线之间的水头降落为 Δh，

则网格平均水力坡降 $i=\frac{\Delta h}{\Delta l}$，单位厚度上网格土体的体积 $V=\Delta s\cdot\Delta l\cdot 1$，则作用于该网格土体上的总渗透力为：

$$J=jV=\gamma_w i\Delta s\Delta l\cdot 1=\gamma_w\Delta h\Delta s$$

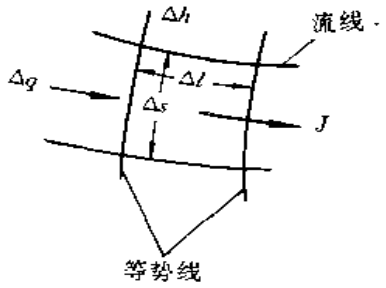


图 2-24　流网中的渗透力计算

假定 J 作用于该网格的形心上，方向与流线平行。显然，流网中各处的渗透力在大小和方向上均不相同，在等势线越密的那些区域，由于水力坡降 i 大，因而渗透力 j 也大。例如，在图 2-16 的流网中，上游的 A—B 入渗处和下游 C—D 的逸出处，渗透力均较大，但两处渗透力对土体稳定性的影响却截然相反。在 A—B，由于渗透力方向与重力方向一致，故渗透力对土骨架起渗流压密作用，对土体稳定有利；而在 C-- D，渗透力方向与重力方向相反，渗透力对土体起浮托作用，对稳定十分不利，甚至当渗透力大到某一数值时，会使该处土体发生浮起和破坏，因此研究渗流逸出区域的渗透力或逸出坡降，对建筑物的安全有很大的意义。

（二）临界水力坡降

若将图 2-21 中左端的贮水器不断上提，则 Δh 逐渐增大，从而作用在土体中的渗透力也逐渐增大。当 Δh 增大到某一数值，向上的渗透力克服了向下的重力时，土体就要发生浮起或受到破坏，俗称流土。下面研究土体处于流土的临界状态时的水力坡降 i_{cr} 值。

试分析图 2-23b 中土骨架隔离体的平衡状态。当发生流土时，土柱压在滤网上的压力 $R=0$，故

$$W'-J=R=0$$

即

$$\gamma' L-jL=0$$

所以

$$\gamma'=j=\gamma_w i_{cr}$$

从而

$$i_{cr}=\frac{\gamma'}{\gamma_w} \tag{2-50}$$

称式（2-50）中的 i_{cr} 为临界水力坡降，它是土体开始发生流土破坏时的水力坡降。已知土的浮容重 γ' 为：

$$\gamma'=\frac{(G_s-1)\ \gamma_w}{1+e}$$

将其代入式（2-50）后可得

$$i_{cr}=\frac{G_s-1}{1+e} \tag{2-51}$$

式中 G_s、e 分别为土粒比重及土的孔隙比。由此可知，流土的临界水力坡降取决于土的物理性质。表 2-2 给出了当 $G_s=2.68$ 时，代表松、中密和密实状态 e 值的临界水力坡降 i_{cr} 值。

表 2-2　$G_s=2.68$ 时的典型 i_{cr} 值

e	密度状态	i_{cr}
0.5	密	1.12
0.75	中密	0.96
1.0	松	0.84

为了估算用，i_{cr} 常取为 1.0。

获得 i_{cr} 值的另一种方法是考虑图 2-23a 土-水整体隔离体的平衡状态。当处于流土临界状态时，$R=0$。则

$$\gamma_w h_w + W - \gamma_w h_1 = R = 0$$

即
$$\gamma_w h_w + \gamma_{sat} L = \gamma_w h_1$$

$$\gamma_w h_w + (\gamma' + \gamma_w) L = \gamma_w h_1$$

$$\gamma' = \frac{\gamma_w (h_1 - h_w - L)}{L} = \gamma_w \frac{\Delta h}{L} = \gamma_w i_{cr}$$

故
$$i_{cr} = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

结果与式（2-50）相同。

由此可以得出结论：在考虑渗流作用，分析土体稳定性时，可以有两种取隔离体的方法：一是考虑土-水整体作为隔离体，此时应用土体饱和容重 γ_{sat} 与作用于土体周边的边界水压力相组合；二是把土骨架当作隔离体，用土体浮容重 γ' 与渗透力 j 相组合。以上证明，两种不同的分析方法得出的结果完全一样，但使用时应注意其作用力的组合，搭配要正确。

二、土的渗透变形（或称渗透破坏）

土工建筑物及地基由于渗流作用而出现的变形或破坏称为渗透变形或渗透破坏，如土层剥落，地面隆起，细颗粒被水带出以及出现集中渗流通道等。至今，渗透变形仍是水工建筑物发生破坏的重要原因之一。

（一）渗透变形的类型

土的渗透变形类型主要有管涌、流土、接触流土和接触冲刷四种；但就单一土层来说，渗透变形主要是流土和管涌两种基本型式。下面主要讲述这两种渗透破坏型式。

1. 流土

在向上的渗透水流作用下，表层土局部范围内的土体或颗粒群同时发生悬浮、移动的现象称为流土。任何类型的土，只要水力坡降达到一定的大小，都会发生流土破坏。

实践表明，流土常发生在堤坝下游渗流逸出处无保护的情况下。例如图 2-25 表示一座建筑在双层地基上的堤坝，地基表层为渗透系数较小的粘性土层，且较薄；下层为渗透性较大的无粘性土层，且 $k_1 \ll k_2$。当渗流经过双层地基时，水头将主要损失在上游水流渗入和下游水流渗出薄粘性土层的流程中，在砂层的流程损失很小，因此造成下游逸出处渗透坡降 i 较大。当 $i > i_{cr}$ 时就会在下游坝脚处出现土表面隆起，裂缝开展，砂粒涌出，以至整块土体被渗透水流抬起的现象，这就是典型的流土破坏。

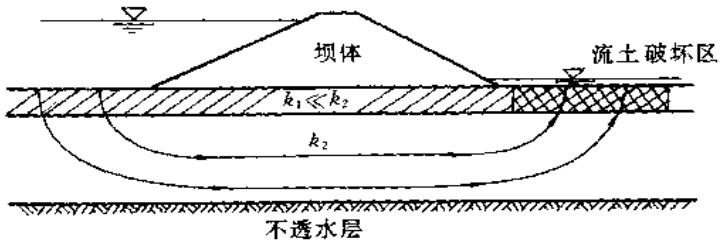


图 2-25　堤坝下游逸出处的流土破坏

若地基为比较均匀的砂层（不均匀系数 $C_u < 10$），当水位差较大，渗透途径不够长时，下游渗流逸出处也会有 $i > i_{cr}$。这时地表将普遍出现小泉眼，冒气泡，继而土颗粒群向上鼓

起，发生浮动、跳跃，称为砂沸。砂沸也是流土的一种形式。

2. 管涌

在渗透水流作用下，土中的细颗粒在粗颗粒形成的孔隙中移动，以至流失；随着土的孔隙不断扩大，渗透流速不断增加，较粗的颗粒也相继被水流逐渐带走，最终导致土体内形成贯通的渗流管道，如图 2-26 所示，造成土体塌陷，这种现象称为管涌。可见，管涌破坏一般有个时间发展过程，是一种渐进性质的破坏。管涌发生在一定级配的无粘性土中，发生的部位可以在渗流逸出处，也可以在土体内部，故有人也称之为渗流的潜蚀现象。

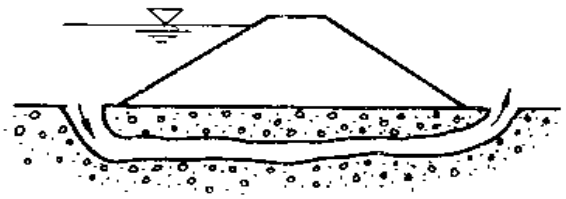


图 2-26　通过坝基的管涌示意图

（二）渗透破坏类型的判别

土的渗透变形的发生和发展过程有其内因和外因。内因是土的颗粒组成和结构，即常说的几何条件；外因是水力条件，即作用于土体渗透力的大小。

1. 流土可能性的判别

在自下而上的渗流逸出处，任何土，包括粘性土或无粘性土，只要满足渗透坡降大于临界水力坡降这一水力条件，均要发生流土。因此，只要用流网求出渗流逸出处的水力坡降 i，再用式（2-50）或（2-51）求出临界水力坡降 i_{cr} 值后，即可按下列条件，判别流土的可能性：

若 $i<i_{cr}$，土体处于稳定状态；

$i>i_{cr}$，土体发生流土破坏；

$i=i_{cr}$，土体处于临界状态。

由于流土将造成地基坡坏、建筑物倒塌等灾难性事故，工程上是绝对不允许发生的，故设计时要保证有一定的安全系数，把逸出坡降限制在允许坡降 $[i]$ 以内，即

$$i\leqslant [i]=\frac{i_{cr}}{F_s} \tag{2-52}$$

式中 F_s 为流土安全系数，按我国《碾压式土石坝设计规范》(SDJ218-84)规定，取 $F_s=1.5$—2.0。

2. 管涌可能性的判别

土是否发生管涌，首先决定于土的性质。一般粘性土（分散性土例外），只会发生流土而不会发生管涌，故属于非管涌土；无粘性土中产生管涌必须具备下列两个条件。

（1）几何条件

土中粗颗粒所构成的孔隙直径必须大于细颗粒的直径，才可能让细颗粒在其中移动，这是管涌产生的必要条件。

对于不均匀系数 $C_u<10$ 的较均匀土，颗粒粗细相差不多，粗颗粒形成的孔隙直径不比细颗粒大，因此细颗粒不能在孔隙中移动，也就不可能发生管涌。

对于 $C_u>10$ 的不均匀砂砾石土，大量试验证明，这种土既可能发生管涌也可能发生流土，主要取决于土的级配情况和细粒含量。对于缺乏中间粒径，级配不连续的土，其渗透变形型式主要决定于细料含量，这里所谓的细料是指级配曲线水平段以下的粒径，如图2-27曲线①中 b 点以下的粒径。试验成果表明，当细料含量在 25%以下时，细料填不满粗料所

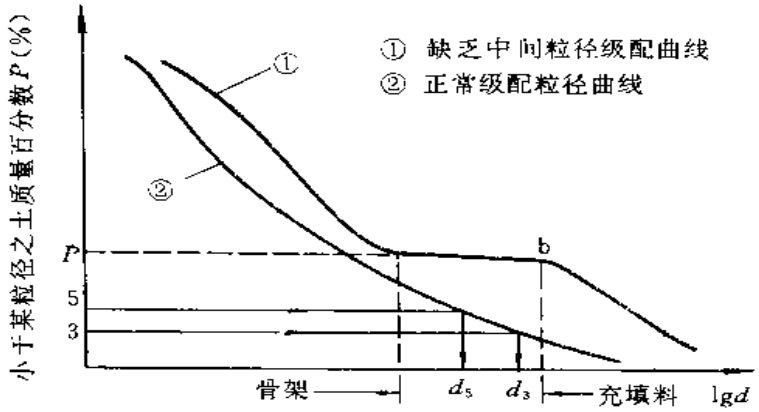


图 2-27　粒径级配曲线

形成的孔隙，渗透变形基本上属管涌型；当细料含量在35%以上时，细料足以填满粗料所形成的孔隙，粗细料形成整体，抗渗能力增强，渗透变形是流土型；当细料含量在25～35%之间时，则是过渡型。具体型式还要看土的松密程度。对于级配连续的不均匀土，如图2-27中曲线②，不好找出骨架与充填料的分界线。我国有些学者提出，可用土的孔隙平均直径D_0与最细部分的颗粒粒径d_5相比较，以判别土的渗透变形的类型。他们提出土的孔隙平均直径D_0可以下述经验公式表示：

$$D_0=0.25d_{20} \tag{2-53}$$

式中d_{20}为小于该粒径的土质量占总质量的20%。试验资料证明，当土中有5%以上的细颗粒小于土的孔隙平均直径时，即$D_0>d_5$时，破坏形式为管涌；而如果土中小于D_0的细粒含量<3%，即$D_0<d_3$时，可能流失的土颗粒很少，不会发生管涌，则呈流土破坏。

综上所述，对于无粘性土是否发生管涌的几何条件可用下列准则判别：

A.　$C_u\leqslant 10$的比较均匀的土　　非管涌土。

B.　$C_u>10$的不均匀土

（a）级配不连续的土

细料含量>35%　　非管涌土；

细料含量<25%　　管涌土；

细料含量=25—35%　　过渡型土。

（b）级配连续的土

$D_0<d_3$　　非管涌土；

$D_0>d_5$　　管涌土；

$D_0=d_3-d_5$　　过渡型土。

（2）水力条件

渗透力能够带动细颗粒在孔隙间滚动或移动是发生管涌的水力条件，可用管涌的水力坡降来表示。但至今，管涌的临界水力坡降的计算方法尚不成熟，国内外研究者提出的计算方法较多，但算得的结果差异较大，故还没有一个被公认的合适的公式。对于一些重大工程，应尽量由渗透破坏试验确定。在无试验条件的情况下，可参考国内外的一些研究成

果。

伊斯托敏娜（B. C. ИСТОМИНА）根据理论分析，并结合一定数量的试验资料，得出了土的临界水力坡降与不均匀系数的关系，其渗透破坏准则如图 2-28 所示。对于不均匀系数 $C_u>20$ 的管涌土，临界水力坡降约在 0.25—0.30 之间。考虑安全系数后，允许水力坡降 $[i]=0.1—0.15$。

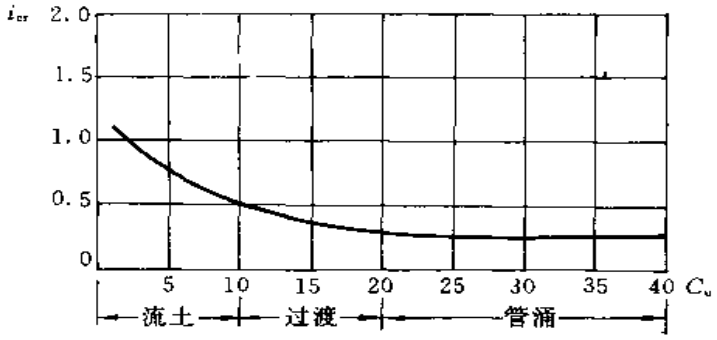


图 2-28　伊斯托敏娜 i_{cr}-C_u 关系曲线

我国学者在对级配连续与级配不连续的土进行了理论分析与试验研究的基础上，提出了管涌土的破坏坡降与允许坡降的范围值如表 2-3。

表 2-3　管涌的水力坡降范围

水力坡降	级配连续土	级配不连续土
破坏坡降 i_{cr}	0.2—0.4	0.1—0.3
允许坡降 $[i]$	0.15—0.25	0.1—0.2

（三）渗透变形的防治措施

防治流土的关键在于控制逸出处的水力坡降，为了保证实际的逸出坡降不超过允许坡降，水利工程上常采取下列工程措施。

（1）上游做垂直防渗帷幕，如混凝土防渗墙，板桩或灌浆帷幕等。根据实际需要，帷幕可完全切断地基的透水层，彻底解决地基土的渗透变形问题；也可不完全切断透水层，做成悬挂式，起延长渗流途径、降低下游逸出坡降的作用。

（2）上游做水平防渗铺盖，以延长渗流途径、降低下游的逸出坡降。

（3）下游挖减压沟或打减压井，贯穿渗透性小的粘性土层，以降低作用在粘性土层底面的渗透压力。

（4）下游加透水盖重，以防止土体被渗透力所悬浮。

这几种工程措施往往是联合使用的，具体的设计方法可参阅水工建筑专业的有关书籍。

防止管涌一般可从下列两方面采取措施：

（1）改变水力条件，降低土层内部和渗流逸出处的渗透坡降。如上游做防渗铺盖或打板桩等。

（2）改变几何条件，在渗流逸出部位铺设层间关系满足要求的反滤层，是防止管涌破坏的有效措施。反滤层一般是 1—3 层级配较为均匀的砂子和砾石层，用以保护基土不让细颗粒带出，同时应具有较大的透水性，使渗流可以畅通，具体设计方法可以参阅专业教材。

（四）分散性粘性土的渗透破坏特性

前面讲到，对于一般正常粘性土，渗透破坏的型式只有流土而无管涌。这是由于在自

然状态下，粘性土不论是以团粒的形式存在或单粒的形式存在，其孔隙直径通常小于团粒或颗粒的直径；且粒间有粘聚力，限制了团粒或颗粒移动的缘故。但在自然界中也存在另外一些粘土，其易受水流冲蚀的程度类似松散的细砂和粉砂，这类粘性土称为“分散性粘土”。实践证明，分散性粘土的渗透破坏型式不仅有流土，而且极易发生类似于管涌的冲蚀现象。下面简单介绍分散性粘土的一些特点和鉴别方法。

1. 分散性粘土的特点

分散性粘土不是常见的粘性土，但在世界各大洲都有发现，而且在某些地区分散性粘土还大量存在。例如大洋洲和美洲的某些地区，分散性土就很普遍，而且造成了一些工程事故。根据现有资料，在我国黑龙江、河南、山东等省均已有发现，并已引起重视，进行了一些研究工作。

分散性粘土的特点，宏观看是这种土在缓慢水流作用下，甚至在静水中，土结构迅速崩解，土颗粒被冲蚀进入水中成为悬液。随着这一过程的发展，坑洼处积水颜色逐渐变浑浊，形成泥浆，且范围不断向四周扩大。国外有许多用分散性土填筑的均质土坝，尽管施工质量合格，但因发生上述类似于管涌性质的冲蚀而失事，就是由于分散性土的这种特点所造成的。

对分散性粘土矿物成分和化学分析的试验研究发现，这种土的主要粘土矿物成分是晶格不稳定的蒙特石以及一些伊里石，孔隙溶液中则含有大量交换性的钠离子。如第一章所述，这类矿物，晶层间的结合力很弱，遇水后，大量水分子和水化的钠离子进入晶层间，使双电层水膜充分扩张，引起土体膨胀，直至粒间以斥力为主时，土结构溃散而呈分散状态。此外，高 pH 值的碱性介质环境和胶结物质含量不足，也是造成分散性粘土易于分散的另外二个原因。

2. 粘土分散性的鉴别方法

分散性粘土是 60 年代在澳大利亚首先发现的，美国在 70 年代从野外调查到室内试验对分散性土进行了大量研究，发现用常规的物理力学指标无法鉴别土的分散性，并提出了用双比重试验、针孔试验、孔隙水阳离子分析和碎块试验等四种方法，作为鉴别粘土分散性的基本方法，得到了国际上的承认。其中，用双比重计测定分散度，用针孔试验测定抗冲蚀能力，是鉴定分散性的直接指标，工程实用意义较大，下面简单介绍这两种方法。

（1）双比重计法（SCS 法）

该法是目前鉴别土的分散性最简便易行的方法。其步骤是将天然土进行两次颗粒分析，第一次用常规方法将土加分散剂并进行煮沸，分散成原级颗粒，然后用比重计法确定粘粒含量，可得图 2-29 中的实线；第二次，不加任何分散剂，也不煮沸，将土用蒸馏水浸泡后，用真空抽气机将孔隙气体抽走，然后用比重计法测定粘粒含量，可得图 2-29 中的虚线。将两种方法测得的粘粒含量进行比较，得出土的分散度，表示为：

$$\text{分散度（\%）}=\frac{\text{不加分散剂}<0.005\text{mm 颗粒含量}}{\text{加分散剂}<0.005\text{mm 颗粒含量}}\times 100\%$$

用分散度为指标，判别土的分散性：

分散度＜30%，　　非分散性土；

分散度＞50%，　　分散性土；

分散度＝30—50%，过渡型土。

（2）针孔试验

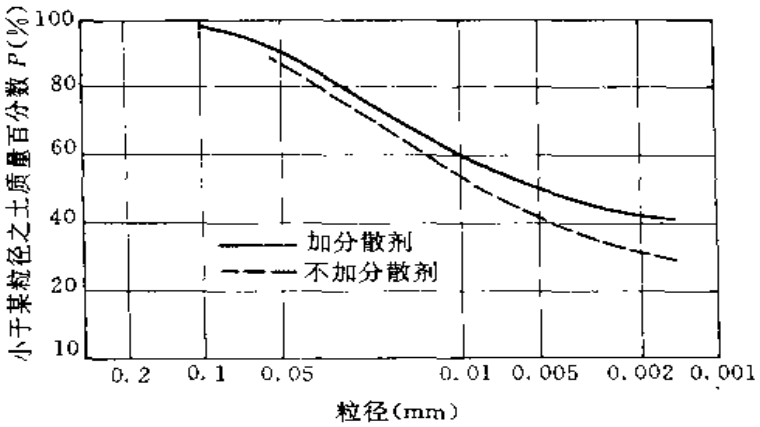


图 2-29　双比重计颗分曲线

图 2-30 为针孔试验装置的示意图。试验时，在土样中穿一直径为 1.0mm 的细孔，在常水头下进行渗透试验，观察在各级水力坡降 i 下，针孔受蒸馏水流冲刷的情况。根据观察到的流出的水色以及针孔冲蚀的情况，可按下列标准判别土的分散性：

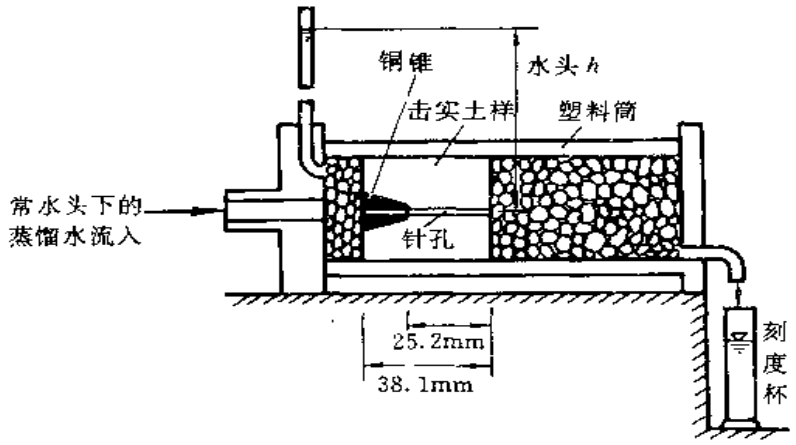


图 2-30　针孔试验装置

分散性土——在 $i=2$ 时，流出的水浑浊，且 10 分钟后针孔孔径≥原孔径的 2 倍，定为分散性土；若 10 分钟后孔径扩展至原孔径的 3 倍，则定为强分散性土；

非分散性土——在 $i=15$ 时，水色轻微浑浊，孔径基本不变；

过渡型土——在 $i=2$ 和 7 时，水色变浑浊，但在 10 分钟后孔径不超过原孔径的 1.5 倍。

目前，国内对用分散性土作为坝料，还缺少经验，需要慎重对待。可以采用的防治措施有：

（1）渗流逸出处设置反滤层保护；

（2）在关键部位换置非分散性土；

（3）控制填土含水量，使不低于最优含水量，以及加大碾压密度，防止裂缝；

（4）用石灰等化学材料处理，使分散性土变成非分散性土等。

第三章　土体中的应力计算

第一节　概　　述

土像其它材料一样，受力后也要产生应力和变形。在地基土层上建造建筑物，基础将建筑物的荷载传给地基，使地基中原有的应力状态发生变化，引起地基变形，从而使建筑物产生一定的沉降量和沉降差。如果应力变化引起的变形量在容许范围以内，则不致对建筑物的使用和安全造成危害；但当外荷载在土中引起的应力过大时，则不仅会使建筑物发生不能容许的过量沉降，甚至可以使土体发生整体破坏而失去稳定。因此，研究土中应力计算和分布规律是研究地基和土工建筑物变形和稳定问题的依据。

土体中的应力，就其产生的原因主要有两种：由土体本身重量引起的自重应力和由外荷载引起的附加应力。作为外力，除建筑物荷重外，还有因地震等引起的惯性力。除上述两种应力外，渗流引起的渗透力也是土中的一种应力，已在第二章中讲过，本章不再讨论。

本章将主要介绍自重应力和附加应力的计算方法，反映土中应力特点的有效应力原理以及土中应力变化的描述方法，即应力路径等内容。

一、应力-应变关系的假定

土体中的应力分布，主要取决于土的应力-应变关系特性。真实土的应力-应变关系是非常复杂的，在第四章和第五章还要逐步深入探讨。实用中多对其进行简化处理。目前在计算地基中的附加应力时，常把土当成线弹性体，即假定其应力与应变呈线性关系，服从广义虎克定律，从而可直接应用弹性理论得出应力的解析解。尽管这种假定是对真实土体性质的高度简化，但在一定条件下，再配合以合理的判断，实践证明，用弹性理论得到的土中应力解答有误差，但仍可满足工程需要。对此特作如下说明：

1. 关于连续介质问题　　弹性理论中的应力概念与受力体是连续介质的概念是紧密相连的。土是由三相物质组成的碎散颗粒集合体，当然不是连续介质，因此在研究土体内部微观受力情况时（例如颗粒之间的接触力和颗粒的相对位移），必须把土当成散粒状的三相体来看待；但当我们研究宏观土体的受力问题时（例如建筑物地基的沉降问题），土体的尺寸远远大于土颗粒的尺寸，就可以把土颗粒和孔隙混在一起，把土体当作连续体来对待，从平均应力的概念出发，用一般材料力学的方法来定义土中的应力。

2. 关于线弹性体问题　　理想弹性体的应力与应变成正比直线关系，且应力卸除后变形可以完全恢复。土则不是纯弹性材料而是弹塑性材料，它的应力、应变关系是非线性的和弹塑性的。图 3-1 表明，即使在很低的应力情况下，土的应力应变关系也表现出了曲线特性，而且在应力卸除后，应变也不能完全恢复。但考虑到一般建筑物荷载在地基中引起的应力增量 $\Delta\sigma$ 不是很大，距离土的破坏强度尚远，土中尚没有发生塑性破坏的区域或塑性破坏的区域很小，这种情况下，若将土的应力应变关系简化为直线，以便直接用弹性理论求土

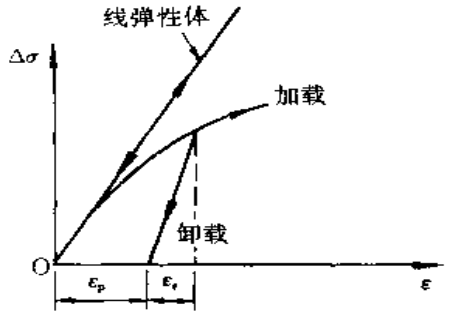


图 3-1　土的应力-应变关系

ε_e——弹性应变；ε_p——塑性应变。

中的应力分布，对一般工程来说不仅是方便的，也是足够准确的。但要指出一点，对一些十分重要，对沉降有特殊要求的建筑物，用弹性理论进行土体中的应力分析就可能精度不够，这时，必须借助土的弹塑性理论才能得到比较符合实际的应力与变形解答。

3. 关于均质、等向问题　理想弹性体应是均质的各向同性体。所谓均质，是指受力体各点的性质相同；等向则是指在同一点处的各个方向上性质相同。天然地基往往是由成层土所组成，而且常常是各向异性的，因此视土体为均质等向将带来误差。但当土层性质变化不大时，这样假定对竖直应力分布引起的误差，通常也在容许范围之内。当然，如果土层性质变化较大时，就要考虑非均质或各向异性的影响，进行必要的修正。

二、地基中的几种应力状态

计算地基应力时，一般都将地基当作半无限空间弹性体来考虑，即把地基看作是一个具有水平界面、深度和广度都无限大的空间弹性体（图 3-2）。常见的地基中的应力状态有如下三种类型。

1. 三维应力状态（空间应力状态）

局部荷载作用下，地基中的应力状态均属三维应力状态。三维应力状态是建筑物地基中最普遍的一种应力状态，例如单独柱基础下，地基中各点应力就是典型的三维空间应力状态（图 3-3）。这时，每一点的应力都是三个坐标 x、y、z 的函数，每一点的应力状态都可用 9 个应力分量（独立的有 6 个）来表示。写成矩阵形式则为

$$\sigma_{ij}=\begin{bmatrix}\sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz}\\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz}\end{bmatrix}$$

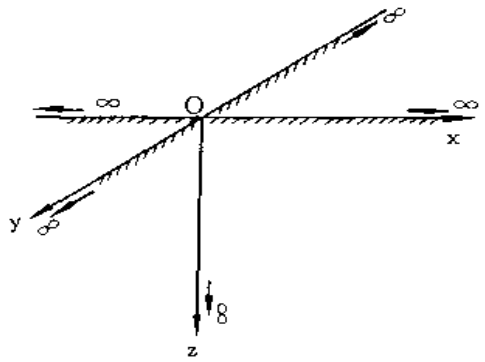


图 3-2　半无限空间体

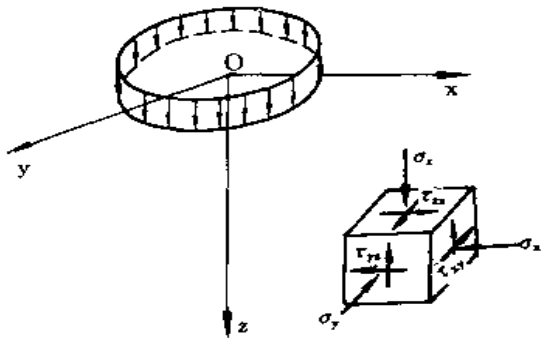


图 3-3　地基中的三维应力状态

2. 二维应变状态（平面应变状态）

由于土不能切成薄片受力，故土中二维问题往往都是平面应变问题而不是平面应力问

题。当建筑物基础一个方向的尺寸远比另一个方向的尺寸大得多，且每个横截面上的应力大小和分布形式均一样时，在地基中引起的应力状态，即可简化为二维应变状态，堤坝或挡土墙下地基中的应力状态就属于这一类（图 3-4）。这时沿着长度方向切出的任一 xoz 截面都可以认为是对称面，应力分量只是 x、z 两个坐标的函数，并且沿 y 方向的应变 $\varepsilon_y=0$，由于对称性，$\tau_{yx}=\tau_{yz}=0$。这种应力状态的应力矩阵可表示为：

$$\sigma_{ij}=\begin{bmatrix}\sigma_{xx} & 0 & \tau_{xz}\\ 0 & \sigma_{yy} & 0\\ \tau_{zx} & 0 & \sigma_{zz}\end{bmatrix}$$

3. 侧限应力状态

侧限应力状态是指侧向应变为零的一种应力状态，地基在自重作用下的应力状态即属于此种应力状态（图 3-5）。由于把地基视为半无限弹性体，因此同一深度 z 处的土单元受力条件均相同，土体不可能发生侧向变形，而只能发生竖直向的变形。又由于任何竖直面都是对称面，故在任何竖直面和水平面上都不会有剪应力存在，即 $\tau_{xy}=\tau_{yz}=\tau_{zx}=0$，应力矩阵变为：

$$\sigma_{ij}=\begin{bmatrix}\sigma_{xx} & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{yy} & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{zz}\end{bmatrix}$$

根据 $\varepsilon_x=\varepsilon_y=0$ 的边界条件可知 $\sigma_x=\sigma_y$，并与 σ_z 成正比。

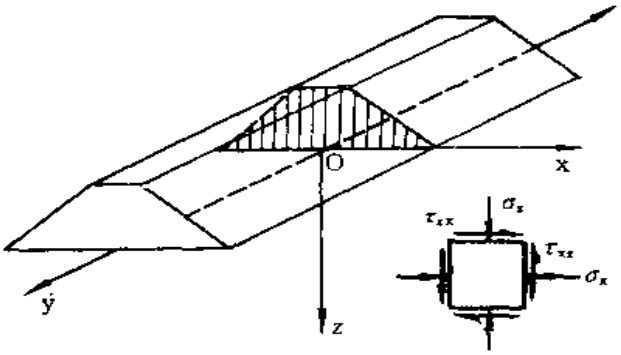


图 3-4　堤坝下的平面应变状态

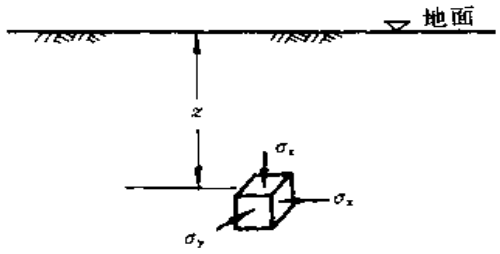


图 3-5　侧限应力状态

三、土力学中应力符号的规定

土是散粒体，一般不能承受拉应力。在土中出现拉应力的情况很少，因此在土力学中对土中应力的正负符号常作如下规定：

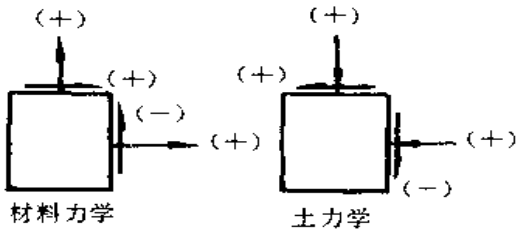


图 3-6　关于应力符号的规定

在应用弹性理论进行土中应力计算时，应力符号的规定法则与弹性力学相同，但正负与弹性力学相反。即当某一个截面上的外法线是沿着坐标轴的正方向，这个截面就称为正面，正面上的应力分量以沿坐标轴正方向为负，沿坐标轴的负方向为正。

在用摩尔圆进行土中应力状态分析时，法向应力仍以压为正，剪应力方向的符号规定

则与材料力学相反。材料力学中规定剪应力以顺时针方向为正，土力学中则规定剪应力以逆时针方向为正见图 3-6 所示。

第二节　土体的自重应力计算

一、地基自重应力

在没有修建建筑物之前，地基中由于土体本身的有效重量而产生的应力叫自重应力。所谓有效重量就是地下水位以上用自然容重，地下水位以下用浮容重。研究地基自重应力的目的是为了确定土体的初始应力状态。如果把地基假定为半无限弹性体，则地基中的自重应力状态属于侧限应力状态，地基中的竖直自重应力和水平自重应力计算就变得十分简单。

1. 竖直向自重应力 σ_{sz}

由于土体中所有竖直面和水平面上均无剪应力存在，故地基中任意深度 z 处的竖直向自重应力就等于单位面积上的土柱重量，若 z 深度内土的天然容重不发生变化时，则该处自重应力应为

$$\sigma_{sz}=\gamma z \tag{3-1}$$

若地基是由几个不同容重的土层组成时（图 3-7a）则任意深度 z 处的自重应力应为

$$\sigma_{sz}=\gamma_1 H_1+\gamma_2 H_2+\cdots=\sum_{i=1}^{n}\gamma_i H_i \tag{3-2}$$

式中，　n——地基中的土层数；

γ_i——第 i 层土的容重；地下水位以上用天然容重 γ，地下水位以下用浮容重 γ'；

H_i——第 i 层土的厚度。

自重应力沿深度成直线分布，在土层界面处和地下水位处将发生转折，见图 3-7b.

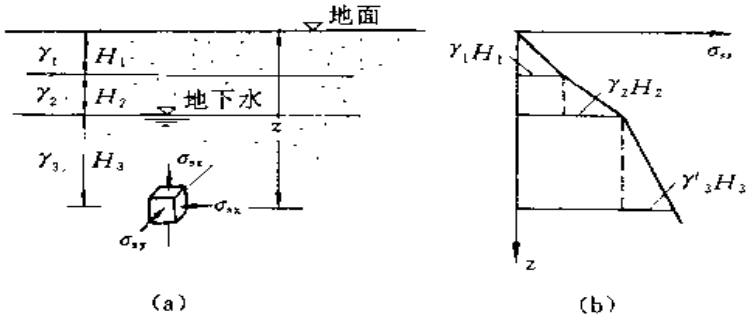


图 3-7　地基中的自重应力及其分布

2. 水平向自重应力 σ_{sx}、σ_{sy}

由于是侧限条件，故 $\varepsilon_x=\varepsilon_y=0$，且 $\sigma_{sx}=\sigma_{sy}$。根据广义虎克定律

$$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}-\frac{\nu}{E}(\sigma_y+\sigma_z) \tag{3-3}$$

将侧限条件代入式（3-3）

$$\varepsilon_x=\frac{\sigma_{sx}}{E}\cdot\frac{\nu}{E}(\sigma_{sy}+\sigma_{sz})=0$$

得 $$\sigma_{sx} = \sigma_{sy} = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_{sz}$$

令 $$K_0 = \frac{\nu}{1-\nu} \tag{3-4}$$

则 $$\sigma_{sx} = \sigma_{sy} = K_0\sigma_{sz} \tag{3-5}$$

称 K_0 为土的侧压力系数，它是侧限条件下土中水平向有效应力与竖直向有效应力之比，所以侧限状态又称为 K_0 状态；ν 是土的波松比。K_0 和 ν 依土的种类、密度不同而异，可由试验确定。无试验资料时，其值可参阅第四章表 4-2。

二、土坝的自重应力

为计算土坝坝身和坝基的沉降，需要知道坝身中和坝底面上的应力分布。由于土坝不是半无限体，其边界条件和坝基的变形条件使得精确求解坝身及坝底应力较为复杂。对于简单的中小型土坝，允许用简化计算法，即坝体中任何一点因自重所引起的竖向应力均等于该点上面土柱的重量，仍可用式（3-2）计算，故任意水平面上自重应力的分布形状与坝断面形状相似，见图 3-8a。对较重要的高土石坝，则需要进行较为精确的坝体应力、变形分析。近年来多采用有限元法，这种方法可以考虑复杂的边界条件、坝料分区以及土的非线性特性等因素。有关土石坝有限元分析方法可参考专门文献。图 3-8b 表示某均质土坝用有限元法与用简化法计算得到的基底竖直应力的比较，其最大误差约为 15%。

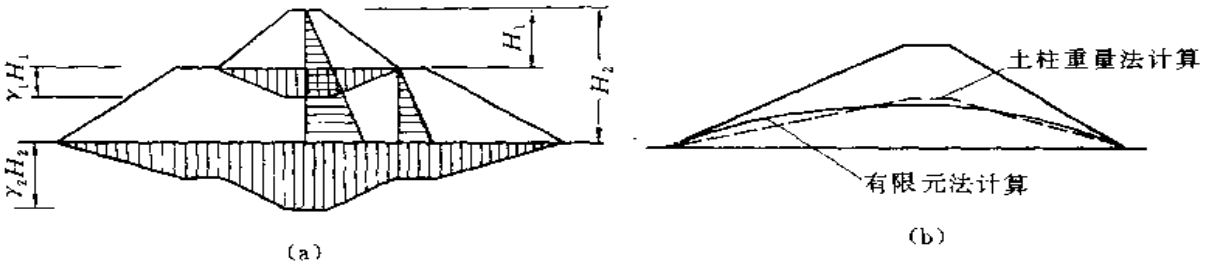


图 3-8　土坝中的竖直自重应力分布

【例题 3-1】　按图 3-9a 给出的资料，计算并绘制地基中的自重应力 σ_{sz} 沿深度的分布曲线。

解：

1. ▽41.0 高程处（地下水位处）

$$H_1 = 44 - 41 = 3.0\text{m}$$

$$\sigma_{sz} = \gamma_1 H_1 = 17.0 \times 3.0 = 51\text{kN/m}^3$$

2. ▽40.0 高程处

$$H_2 = 41.0 - 40.0 = 1.0\text{m}$$

$$\sigma_{sz} = \gamma_1 H_1 + \gamma_2' H_2 = 51 + (19.0 - 9.8) \times 1$$

$$= 60.2\text{kN/m}^3$$

3. ▽38.0 高程处

$$H_3 = 40.0 - 38.0 = 2.0\text{m}$$

$$\sigma_{sz} = \gamma_1 H_1 + \gamma_2' H_2 + \gamma_3' H_3$$

$$= 60.2 + (18.5 - 9.8) \times 2 = 77.6\text{kN/m}^3$$

4. ▽35.0 高程处

$$H_4 = 38.0 - 35.0 = 3.0\text{m}$$

$$\sigma_{cz} = \gamma_1 H_1 + \gamma_2' H_2 + \gamma_3' H_3 + \gamma_4' H_4$$

$$= 77.6 + (20 - 9.8) \times 3$$

$$= 108.2\text{kN/m}^3$$

自重应力 σ_{cz} 沿深度分布如图 3-9b 所示。

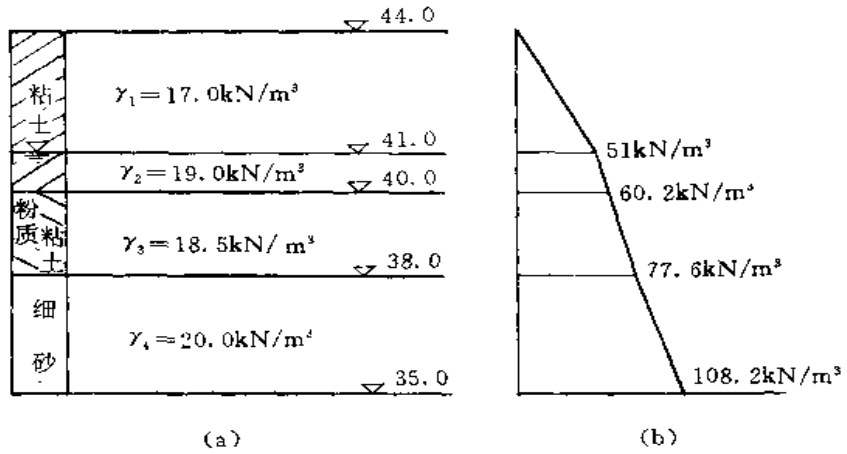


图 3-9　例题 3-1 图

第三节　地基中的附加应力计算

对一般天然土层来说，自重应力引起的压缩变形在地质历史上早已完成，不会再引起地基的沉降，附加应力则是由于修建建筑物以后在地基内新增加的应力，因此它是使地基发生变形，引起建筑物沉降的主要原因。下面介绍地表上作用不同类型荷载时，在地基内引起的附加应力计算。

一、集中荷载作用下的附加应力计算

地表面上作用着理论意义的集中荷载，实际上虽然不存在，但集中荷载在地基中引起的应力解答却是求解地基内附加应力分布的基础。

（一）竖直集中力作用——布辛内斯克课题

1885 年法国数学家布辛内斯克(J. Boussinesq)用弹性理论推出了在半无限空间弹性体表面上作用有竖直集中力 P 时，在弹性体内任意点 M 所引起的应力解析解。这是一个轴对称的空间问题，对称轴就是集中力 P 的作用线，以 P 作用点 O 为原点，则 M 点坐标为 x、y、z 如图 3-10 所示，M′ 点为 M 点在弹性体表面上的投影。由布辛内斯克得出的 M 点的 6 个应力分量和 3 个位移分量的表达式如下：

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} = \frac{3P}{2\pi R^2}\cos^3\beta \tag{3-6a}$$

$$\sigma_y = \frac{3P}{2\pi} \cdot \left\{ \frac{y^2 z}{R^5} + \frac{1-2\nu}{3}\left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)y^2}{(R+z)^2 R^3} - \frac{z}{R^3} \right] \right\} \tag{3-6b}$$

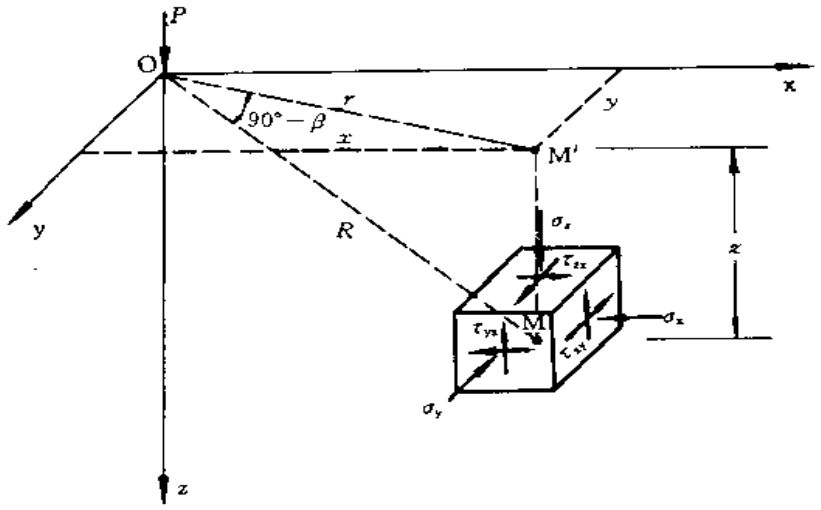


图 3-10　集中荷载作用下的应力

$$\sigma_x=\frac{3P}{2\pi}\cdot\left\{\frac{x^2z}{R^5}+\frac{1-2\nu}{3}\left[\frac{1}{R(R+z)}-\frac{(2R+z)x^2}{(R+z)^2R^3}-\frac{z}{R^3}\right]\right\} \tag{3-6c}$$

$$\tau_{xy}=\frac{3P}{2\pi}\left[\frac{xyz}{R^5}-\frac{1-2\nu}{3}\cdot\frac{(2R+z)xy}{(R+z)^2R^3}\right] \tag{3-6d}$$

$$\tau_{zy}=\frac{3P}{2\pi}\cdot\frac{yz^2}{R^5} \tag{3-6e}$$

$$\tau_{zx}=\frac{3P}{2\pi}\cdot\frac{xz^2}{R^5} \tag{3-6f}$$

$$\bar{u}=\frac{P}{4\pi G}\left[\frac{xz}{R^3}-(1-2\nu)\frac{x}{R(R+z)}\right] \tag{3-7a}$$

$$\bar{v}=\frac{P}{4\pi G}\left[\frac{yz}{R^3}-(1-2\nu)\frac{y}{R(R+z)}\right] \tag{3-7b}$$

$$\bar{w}=\frac{P}{4\pi G}\left[\frac{z^2}{R^3}+2(1-\nu)\frac{1}{R}\right] \tag{3-7c}$$

式中，　σ_x、σ_y、σ_z——x、y、z 方向的法向应力；

τ_{xy}、τ_{yz}、τ_{zx}——剪应力；

$\bar{u}$、$\bar{v}$、$\bar{w}$、——M 点沿 x、y、z 方向的位移；

$G=\dfrac{E}{2(1+\nu)}$——剪切模量；

E——弹性模量(土力学中常称为变形模量；弹性模量与变形模量的物理概念的区别见第四章第二节)；

ν——土的泊松比；

R——M 点至坐标原点 O 的距离，$R=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{r^2+z^2}$；

β——直角三角形 OM′M 中$\overline{OM}$和$\overline{MM'}$的夹角。其余符号见图 3-10。

在上述 6 个应力分量中，对地基沉降计算意义最大的是竖直法向应力 σ_z，下面将主要讨论 σ_z 的计算及其分布规律。

利用图 3-10 中的几何关系 $R^2=r^2+z^2$，式(3-6a)可以改写为

$$\sigma_z=\frac{3P}{2\pi}\cdot\frac{z^3}{R^5}=\frac{3}{2\pi}\frac{1}{\left[1-\left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}\cdot\frac{P}{z^2}=K\frac{P}{z^2} \tag{3-8}$$

式中

$$K=\frac{3}{2\pi}\cdot\frac{1}{\left[1+\left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}} \tag{3-8a}$$

K 称为集中力作用下的应力分布系数，无因次，是 r/z 的函数，可由图3-11或表3-1中查得。

表 3-1　集中荷载作用下的应力系数 K

r/z	K	r/z	K	r/z	K
0.00	0.478	0.80	0.139	1.60	0.020
0.10	0.466	0.90	0.108	1.70	0.016
0.20	0.433	1.00	0.084	1.80	0.013
0.30	0.385	1.10	0.066	1.90	0.011
0.40	0.329	1.20	0.051	2.00	0.009
0.50	0.273	1.30	0.040	2.20	0.006
0.60	0.221	1.40	0.032	2.40	0.004
0.70	0.176	1.50	0.025	2.60	0.003

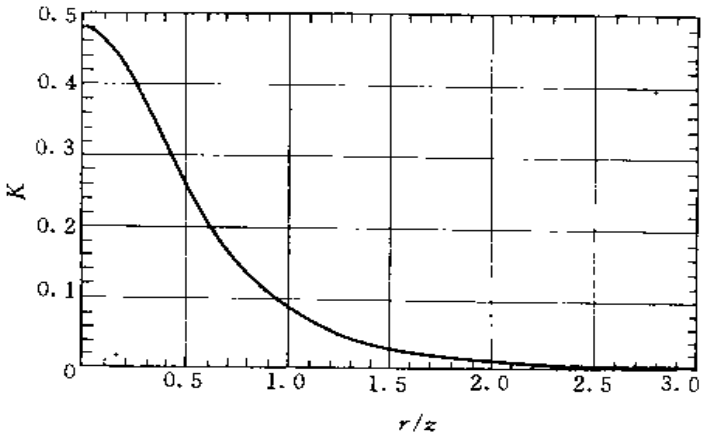


图 3-11　K-r/z 关系曲线

由于竖直向集中力作用下地基中的应力状态是轴对称空间问题，因此可以在通过 P 作用线所切出的任意竖直面上进行 σ_z 分布特征的讨论。

1. 在集中力 P 作用线上的 σ_z 分布

在 P 作用线上，$r=0$，由式(3-8a)及(3-8)可知，$K=\frac{3}{2\pi}$，$\sigma_z=\frac{3}{2\pi}\cdot\frac{P}{z^2}$。

当 $z=0$ 时，$\sigma_z=\infty$。出现这一结果是由于将集中力作用面积看作零所致。它一方面说明该解不适用集中力作用点处及其附近，因此在选择应力计算点时，不应过于接近集中力作用点；另一方面也说明在靠近 P 作用线处应力 σ_z 很大。

当 $z=\infty$ 时，$\sigma_z=0$。

可见，沿 P 作用线上 σ_z 的分布是随深度增加而递减，如图 3-12 所示。

2. 在 $r>0$ 的竖直线上的 σ_z 分布

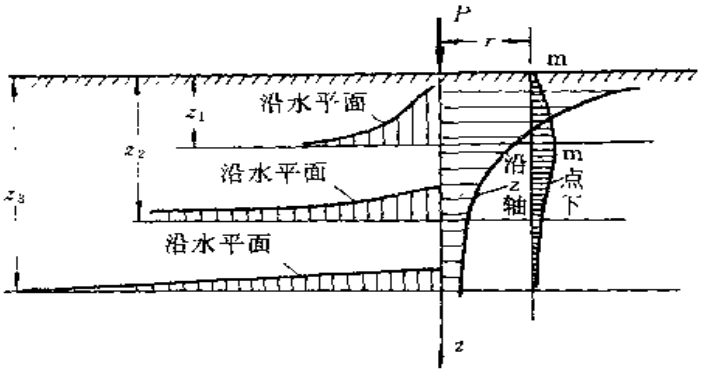
从公式(3-6a)可知，$z=0$ 时 $\sigma_z=0$；随着 z 的增加，σ_z 从零逐渐增大，至一定深度后又随着 z 的增加逐渐变小，如图 3-12 中所示。

3. 在 $z=$常数的水平面上的 σ_z 分布

σ_z 值在集中力作用线上最大，并随着 r 的增加而逐渐减小。随着深度 z 增加，集中力作用线上的 σ_z 减小，而水平面上应力的分布趋于均匀，如图 3-12 中所示。

若在空间将 σ_z 相同的点连接成曲面，可以得到如图 3-13 所示的 σ_z 等值线，其空间曲面的形状如泡状，所以也称为应力泡。

通过上述对应力 σ_z 分布图形的讨论，应该建立起土中应力分布的正确概念：即集中力 P 在地基中引起的附加应力 σ_z 的分布是向下、向四周无限扩散开的，与杆件中应力的传递



3-12　集中力作用下土中应力 σ_z 的分布

完全不一样。

当地基表面作用有几个集中力时，可分别算出各集中力在地基中引起的附加应力，然后根据弹性体应力叠加原理求出附加应力的总和。图 3-14 中曲线 a 表示集中力 P_1 在 z 深度水平线上引起的应力分布，曲线 b 表示集中力 P_2 在同一水平线上引起的应力分布，把曲线 a 和曲线 b 相加得到曲线 c 就是该水平线上总的应力。

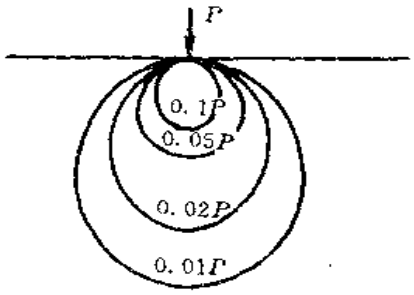


图 3-13　σ_z 的等值线

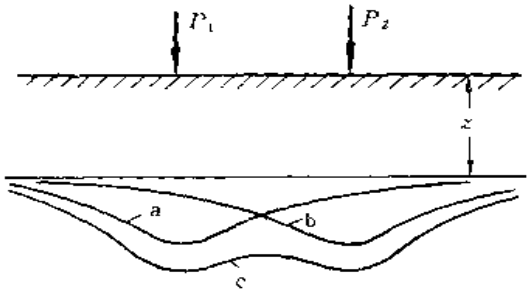


图 3-14　两个集中力作用下地基中 σ_z 的叠加

在实际工程中，当基础底面形状不规则或荷载分布较复杂时，可将基底分为若干个小面积，把小面积上的荷载当成集中力，然后利用上述公式计算附加应力。如果小面积的最大边长小于计算应力点深度的 $\frac{1}{3}$，用此法所得的应力值与正确应力值相比，误差不超过 5%。

（二）水平集中力作用——西罗提课题

如果地基表面作用有平行于 xoy 面的水平集中力 P_h 时，求解在地基中任意点 M（x、y、z）所引起的应力问题，是弹性体内应力计算的另一个基本课题，已由西罗提（V. Cerruti）用弹性理论解出。这里只介绍与沉降计算关系最大的垂直压应力 σ_z 的表达式：

$$\sigma_z=\frac{3P_h}{2\pi}\cdot\frac{xz^2}{R^5} \qquad (3\text{-}9)$$

式中符号见图 3-15。

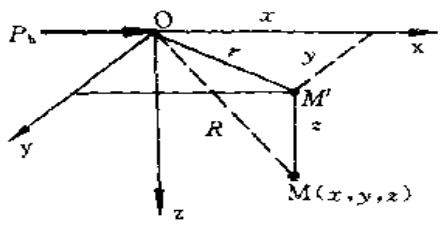


图 3-15　水平集中荷载作用于地基表面

二、矩形面积上各种分布荷载作用下的附加应力计算

任何建筑物都要通过一定尺寸的基础把荷载传给地基。基础的形状和基础底面上的压

力分布各不相同，但都可以利用前述集中荷载引起的应力计算方法和弹性体中的应力叠加原理，计算地基内任意点的附加应力。矩形基础是最常用的基础，以下讨论矩形面积上各类分布荷载在地基中引起的附加应力计算。

（一）矩形面积竖直均布荷载

地基表面有一矩形面积，宽度为 B，长度为 L，其上作用着竖直均布荷载，荷载强度为 p，求地基内各点的附加应力 σ_z。现先求出矩形面积角点下的应力，再利用“角点法”求出任意点下的应力。

1. 角点下的应力

角点下的应力是指图 3-16 中 O、A、C、D 四个角点下任意深度处的应力，只要深度 z 一样，则四个角点下的应力 σ_z 都相同。将坐标的原点取在角点 O 上，在荷载面积内任取微分面积 $\mathrm{d}A=\mathrm{d}x\cdot\mathrm{d}y$，并将其上作用的荷载以集中力 $\mathrm{d}P$ 代替，则 $\mathrm{d}P=p\mathrm{d}A=p\cdot\mathrm{d}x\cdot\mathrm{d}y$。利用式（3-6a）可求出该集中力在角点 O 以下深度 z 处 M 点所引起的竖直向附加应力 $\mathrm{d}\sigma_z$：

$$\mathrm{d}\sigma_z=\frac{3\mathrm{d}P}{2\pi}\frac{z^3}{R^5}=\frac{3p}{2\pi}\frac{z^3}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{3-10}$$

将式（3-10）沿整个矩形面积 OACD 积分，即可得出矩形面积上均布荷载 p 在 M 点引起的附加应力 σ_z：

$$\begin{aligned}\sigma_z&=\int_0^L\int_0^B\frac{3p}{2\pi}\frac{z^3}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\\&=\frac{p}{2\pi}\left[\operatorname{arctg}\frac{m}{n\sqrt{1+m^2+n^2}}+\frac{m\cdot n}{\sqrt{1+m^2+n^2}}\left(\frac{1}{m^2+n^2}+\frac{1}{1+n^2}\right)\right]\end{aligned} \tag{3-11}$$

式中，$m=\dfrac{L}{B}$；$n=\dfrac{z}{B}$，其中 L 为矩形的长边，B 为矩形的短边。

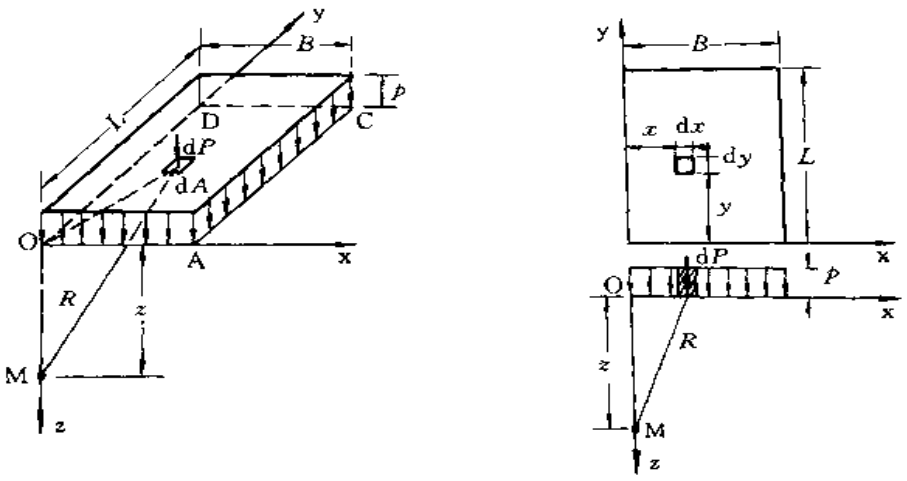
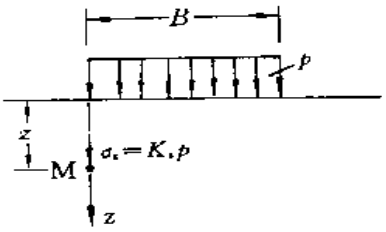


图 3-16　矩形面积均布荷载作用时角点下点的应力

为计算方便，可将式（3-11）简写成 $\sigma_z=K_sP$ （3-12）

称 K_s 为矩形竖直向均布荷载角点下的应力分布系数，$K_s=f(m,n)$，可从表 3-2 中查得。

表 3-2　矩形面积受竖直均布荷载作用时角点下的应力系数 K_c 值



$n = z / B$ \ $m = L / B$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	10.0
0.0	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
0.2	0.2486	0.2489	0.2490	0.2491	0.2491	0.2491	0.2492	0.2492	0.2492	0.2492	0.2492
0.4	0.2401	0.2420	0.2429	0.2434	0.2437	0.2439	0.2442	0.2443	0.2443	0.2443	0.2443
0.6	0.2229	0.2275	0.2300	0.2315	0.2324	0.2329	0.2339	0.2341	0.2342	0.2342	0.2342
0.8	0.1999	0.2075	0.2120	0.2147	0.2165	0.2176	0.2196	0.2200	0.2202	0.2202	0.2202
1.0	0.1752	0.1851	0.1911	0.1955	0.1981	0.1999	0.2034	0.2042	0.2044	0.2045	0.2046
1.2	0.1516	0.1626	0.1705	0.1758	0.1793	0.1818	0.1870	0.1882	0.1885	0.1887	0.1888
1.4	0.1308	0.1423	0.1508	0.1569	0.1613	0.1644	0.1712	0.1730	0.1735	0.1738	0.1740
1.6	0.1123	0.1241	0.1329	0.1436	0.1445	0.1482	0.1567	0.1590	0.1598	0.1601	0.1604
1.8	0.0969	0.1083	0.1172	0.1241	0.1294	0.1334	0.1434	0.1463	0.1474	0.1478	0.1482
2.0	0.0840	0.0947	0.1034	0.1103	0.1158	0.1202	0.1314	0.1350	0.1363	0.1368	0.1374
2.2	0.0732	0.0832	0.0917	0.0984	0.1039	0.1084	0.1205	0.1248	0.1264	0.1271	0.1277
2.4	0.0642	0.0734	0.0812	0.0879	0.0934	0.0979	0.1108	0.1156	0.1175	0.1184	0.1192
2.6	0.0566	0.0651	0.0725	0.0788	0.0842	0.0887	0.1020	0.1073	0.1095	0.1106	0.1116
2.8	0.0502	0.0580	0.0649	0.0709	0.0761	0.0805	0.0942	0.0999	0.1024	0.1036	0.1048
3.0	0.0447	0.0519	0.0583	0.0640	0.0690	0.0732	0.0870	0.0931	0.0959	0.0973	0.0987
3.2	0.0401	0.0467	0.0526	0.0580	0.0627	0.0668	0.0806	0.0870	0.0900	0.0916	0.0933
3.4	0.0361	0.0421	0.0477	0.0527	0.0571	0.0611	0.0747	0.0814	0.0847	0.0864	0.0882
3.6	0.0326	0.0382	0.0433	0.0480	0.0523	0.0561	0.0694	0.0763	0.0799	0.0816	0.0837
3.8	0.0296	0.0348	0.0395	0.0439	0.0479	0.0516	0.0645	0.0717	0.0753	0.0773	0.0796
4.0	0.0270	0.0318	0.0362	0.0403	0.0441	0.0474	0.0603	0.0674	0.0712	0.0733	0.0758
4.2	0.0247	0.0291	0.0333	0.0371	0.0407	0.0439	0.0563	0.0634	0.0674	0.0696	0.0724
4.4	0.0227	0.0268	0.0306	0.0343	0.0376	0.0407	0.0527	0.0597	0.0639	0.0662	0.0692
4.6	0.0209	0.0247	0.0283	0.0317	0.0348	0.0378	0.0493	0.0564	0.0606	0.0630	0.0663
4.8	0.0193	0.0229	0.0262	0.0294	0.0324	0.0352	0.0463	0.0533	0.0576	0.0601	0.0635
5.0	0.0179	0.0212	0.0243	0.0274	0.0302	0.0328	0.0435	0.0504	0.0547	0.0573	0.0610
6.0	0.0127	0.0151	0.0174	0.0196	0.0218	0.0238	0.0325	0.0388	0.0431	0.0460	0.0506
7.0	0.0094	0.0112	0.0130	0.0147	0.0164	0.0180	0.0251	0.0306	0.0346	0.0376	0.0428
8.0	0.0073	0.0087	0.0101	0.0114	0.0127	0.0140	0.0198	0.0246	0.0283	0.0311	0.0367
9.0	0.0058	0.0069	0.0080	0.0091	0.0102	0.0112	0.0161	0.0202	0.0235	0.0262	0.0319
10.0	0.0047	0.0056	0.0065	0.0074	0.0083	0.0092	0.0132	0.0167	0.0198	0.0222	0.0280

2. 任意点的应力——角点法

利用角点下的应力计算公式(3-11)和应力叠加原理，推求地基中任意点的附加应力的方法称为角点法。角点法的应用可分下列两种情况。第一种情况：计算矩形面积内任一点 M′下深度为 z 的附加应力(图3-17a)。过 M′点将矩形荷载面积 abcd 分成Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ4 个小矩形，M′点为 4 个小矩形的公共角点，则 M′点下任意 z 深度处的附加应力 $\sigma_{zM'}$ 为

$$\sigma_{zM'}=(K_{s\,\mathrm{Ⅰ}}+K_{s\,\mathrm{Ⅱ}}+K_{s\,\mathrm{Ⅲ}}+K_{s\,\mathrm{Ⅳ}})\,p \quad (3\text{-}13a)$$

第二种情况：计算矩形面积外任意点 M′下深度为 z 的附加应力。仍然设法使 M′点成为几个小矩形面积的公共角点，如图 3-17b 所示。然后将其应力进行代数叠加。

$$\sigma_{zM'}=(K_{s\,\mathrm{Ⅰ}}+K_{s\,\mathrm{Ⅱ}}-K_{s\,\mathrm{Ⅲ}}-K_{s\,\mathrm{Ⅳ}})\,p \quad (3\text{-}13b)$$

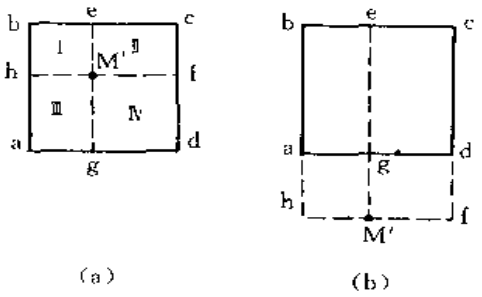


图 3-17 用角点法计算 M′点以下的附加应力

以上两式中 $K_{s\,\mathrm{Ⅰ}}$、$K_{s\,\mathrm{Ⅱ}}$、$K_{s\,\mathrm{Ⅲ}}$、$K_{s\,\mathrm{Ⅳ}}$ 分别为矩形 M′hbe、M′fce、M′hag、M′fdg 的角点应力分布系数，p 为荷载强度。必须注意，在应用角点法计算每一块矩形面积的 K_s 值时，B 恒为短边，L 恒为长边。

【例题 3-2】 今有均布荷载 $p=100\mathrm{kN/m^2}$，荷载面积为 $2\times1\mathrm{m^2}$，如图 3-18 所示，求荷载面积上角点 A、边点 E、中心点 O 以及荷载面积外 F 点和 G 点等各点下 $z=1\mathrm{m}$ 深度处的附加应力。并利用计算结果说明附加应力的扩散规律。

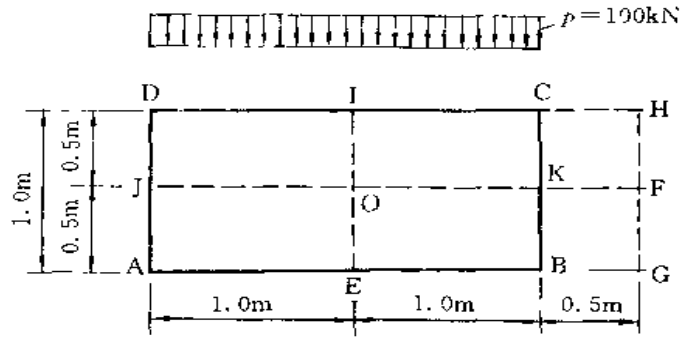


图 3-18 例题 3-2 图

解：

1. A 点下的应力

A 点是矩形 ABCD 的角点，且 $m=\dfrac{L}{B}=\dfrac{2}{1}=2$；$n=\dfrac{Z}{B}=1$，查表 3-2 得 $K_s=0.1999$，故

$$\sigma_{zA}=K_sP=0.1999\times100\doteq20\mathrm{kN/m^2}$$

2. E 点下的应力

通过 E 点将矩形荷载面积分为两个相等矩形 EADI 和 EBCI。求 EADI 的角点应力系数 K_s：

$$m=\frac{L}{B}=\frac{1}{1}=1;\quad n=\frac{Z}{B}=\frac{1}{1}=1$$

查表 3-2 得 $K_s=0.1752$，故

$$\sigma_{zE}=2K_sp=2\times0.1752\times100\doteq35\mathrm{kN/m^2}$$

3. O 点下的应力

通过 O 点将原矩形面积分为 4 个相等矩形 OEAJ，OJDI，OICK 和 OKBE。求 OEAJ 角点应力系数 K_{s}：

$$m=\frac{L}{B}=\frac{1}{0.5}=2;\quad n=\frac{Z}{B}=\frac{1}{0.5}=2$$

查表 3-2 得 $K_{s}=0.1202$，故

$$\sigma_{zo}=4K_{s}p=4\times0.1202\times100=48.1\text{kN/m}^2$$

4. F 点下应力

过 F 点作矩形 FGAJ，FJDH，FGBK 和 FKCH。

设 $K_{s\,\mathrm{I}}$为矩形 FGAJ 和 FJDH 的角点应力系数；$K_{s\,\mathrm{II}}$为矩形 FGBK 和 FKCH 的角点应力系数。

求 $K_{s\,\mathrm{I}}$：

$$m=\frac{L}{B}=\frac{2.5}{0.5}=5;\quad n=\frac{Z}{B}=\frac{1}{0.5}=2$$

查表 3-2 得 $K_{s\,\mathrm{I}}=0.1363$

求 $K_{s\,\mathrm{II}}$：

$$m=\frac{L}{B}=\frac{0.5}{0.5}=1;\quad n=\frac{Z}{B}=\frac{1}{0.5}=2$$

查表 3-2 得 $K_{s\,\mathrm{II}}=0.0840$

故

$$\sigma_{zF}=2(K_{s\,\mathrm{I}}-K_{s\,\mathrm{II}})p=2(0.1363-0.0840)\times100=10.5\text{kN/m}^2.$$

5. G 点下应力

通过 G 点作矩形 GADH 和 GBCH 分别求出它们的角点应力系数 $K_{s\,\mathrm{I}}$ 和 $K_{s\,\mathrm{II}}$

求 $K_{s\,\mathrm{I}}$：

$$m=\frac{L}{B}=\frac{2.5}{1}=2.5;\quad n=\frac{Z}{B}=\frac{1}{1}=1$$

查表 3-2 得 $K_{s\,\mathrm{I}}=0.2016$。

求 $K_{s\,\mathrm{II}}$：

$$m=\frac{L}{B}=\frac{1}{0.5}=2;\quad n=\frac{Z}{B}=\frac{1}{0.5}=2$$

查表 3-2 得 $K_{s\,\mathrm{II}}=0.1202$。

故

$$\sigma_{zG}=(K_{s\,\mathrm{I}}-K_{s\,\mathrm{II}})p=(0.2016-0.1202)\times100=8.1\text{kN/m}^2.$$

将计算结果绘成图 3-19，可以看出在矩形面积受均布荷载作用时，不仅在受荷面积垂直下方的范围内产生附加应力，而且在荷载面积以外的土中（F、G 点下方）也产生附加应力。另外，在地基中同一深度处（例如 $z=1$m），离受荷面积中线愈远的点，其 σ_z 值愈小，矩形面积中点处 σ_{zo}最大。将中点 O 下和 F 点下不同深度的 σ_z 求出并绘成曲线，如图 3-19b 所示。本例题的计算结果证实上文所述的附加应力的扩散规律。

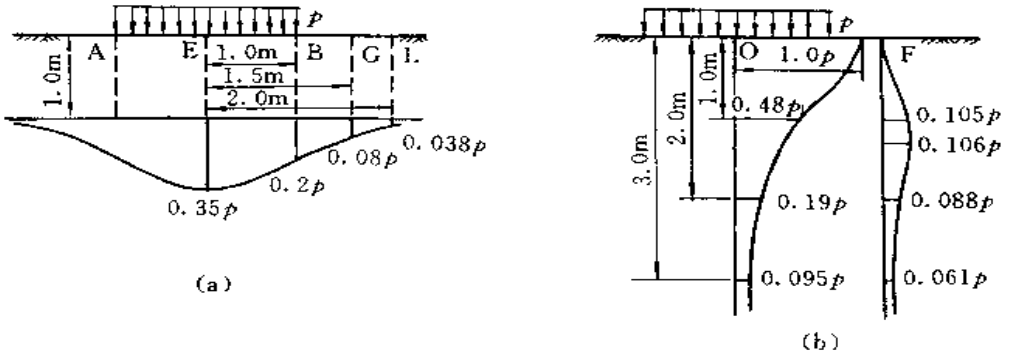


图 3-19　例题 3-2 计算结果

（二）矩形面积竖直三角形荷载

在矩形面积上作用着三角形分布荷载，最大荷载强度为 p_t，如图 3-20 所示。把荷载强

度为零的角点O作为坐标原点，同样可利用公式（3-6a）和积分方法求出角点O下任意深度点的附加应力σ_z。在受荷面积内，任取微小面积$dA=dxdy$，以集中力$dP=\frac{p_t \cdot x}{B}dxdy$代替作用在其上的分布荷载，则$dP$在O点下任意点M处引起的竖直附加应力$d\sigma_z$应为

$$d\sigma_z=\frac{3p_t}{2\pi B}\cdot\frac{xz^3}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}dxdy \tag{3-14}$$

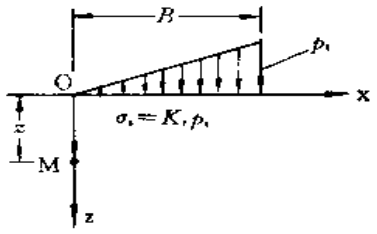
将式（3-14）沿矩形面积积分后，可得出整个矩形基础面竖直三角形荷载在零角点O下任意深度z处所引起的竖直附加应力σ_z为

$$\sigma_z=K_t p_t \tag{3-15}$$

式中

$$K_t=\frac{mn}{2\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{m^2+n^2}}-\frac{n^2}{(1+n^2)\sqrt{1+m^2+n^2}}\right] \tag{3-16}$$

表3-3　矩形面积受竖直三角形荷载作用时角点下的应力系数K_t值



$m=L/B$ / $n=z/B$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	3.0	4.0	6.0	8.0	10.0
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2	0.0223	0.0280	0.0296	0.0301	0.0304	0.0305	0.0305	0.0306	0.0306	0.0306	0.0306	0.0306	0.0306	0.0306	0.0306
0.4	0.0269	0.0420	0.0487	0.0517	0.0531	0.0539	0.0543	0.0545	0.0546	0.0547	0.0548	0.0549	0.0549	0.0549	0.0549
0.6	0.0259	0.0448	0.0560	0.0621	0.0654	0.0673	0.0684	0.0690	0.0694	0.0696	0.0701	0.0702	0.0702	0.0702	0.0702
0.8	0.0232	0.0421	0.0553	0.0637	0.0688	0.0720	0.0739	0.0751	0.0759	0.0764	0.0773	0.0776	0.0776	0.0776	0.0776
1.0	0.0201	0.0375	0.0508	0.0602	0.0666	0.0708	0.0735	0.0735	0.0766	0.0774	0.0790	0.0794	0.0795	0.0796	0.0796
1.2	0.0171	0.0324	0.0450	0.0546	0.0615	0.0664	0.0698	0.0721	0.0738	0.0749	0.0714	0.0779	0.0782	0.0783	0.0783
1.4	0.0145	0.0278	0.0392	0.0483	0.0554	0.0606	0.0644	0.0672	0.0692	0.0707	0.0739	0.0748	0.0752	0.0752	0.0753
1.6	0.0123	0.0238	0.0339	0.0424	0.0492	0.0545	0.0586	0.0616	0.0639	0.0656	0.0667	0.0708	0.0714	0.0715	0.0715
1.8	0.0105	0.0204	0.0294	0.0371	0.0435	0.0487	0.0528	0.0560	0.0586	0.0604	0.0652	0.0666	0.0673	0.0675	0.0675
2.0	0.0090	0.0176	0.0255	0.0324	0.0348	0.0434	0.0474	0.0507	0.0533	0.0553	0.0607	0.0624	0.0634	0.0636	0.0636
2.5	0.0063	0.0125	0.0183	0.0236	0.0284	0.0326	0.0362	0.0393	0.0419	0.0440	0.0504	0.0529	0.0543	0.0547	0.0548
3.0	0.0046	0.0092	0.0135	0.0176	0.0214	0.0249	0.0280	0.0307	0.0331	0.0352	0.0419	0.0449	0.0469	0.0474	0.0476
5.0	0.0018	0.0036	0.0054	0.0071	0.0088	0.0104	0.0120	0.0135	0.0148	0.0161	0.0214	0.0248	0.0283	0.0296	0.0301
7.0	0.0009	0.0019	0.0028	0.0038	0.0047	0.0056	0.0064	0.0073	0.0081	0.0089	0.0124	0.0152	0.0186	0.0204	0.0212
10.0	0.0005	0.0009	0.0014	0.0019	0.0023	0.0028	0.0033	0.0037	0.0041	0.0046	0.0066	0.0084	0.0111	0.0128	0.0139

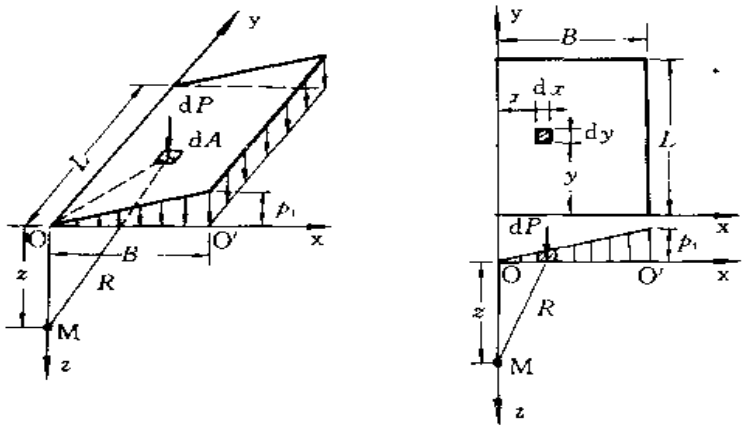


图 3-20　矩形面积作用三角形分布荷载时角点下的应力

称 K_t 为矩形面积竖直三角形荷载角点下的应力分布系数，其值可由表（3-3）查得，$K_t=f(m,n)$，$m=\frac{L}{B}$，$n=\frac{Z}{B}$。注意 B 是沿三角形荷载变化方向的矩形边长。另外，表 3-3 给出的是角点 O 下不同深度处的应力系数，如果要求图 3-20 中角点 O′下的应力时，可用竖直均布荷载与竖直三角形荷载叠加得到。

（三）矩形面积水平均布荷载

当矩形面积上作用有水平均布荷载 p_h 时（图 3-21），可利用西罗提解——公式（3-9）对矩形面积积分，求出矩形角点下任意深度 z 处的附加应力 σ_z，简化后可用下式表示：

$$\sigma_z=\mp K_h p_h \tag{3-17}$$

式中，$K_h=\frac{1}{2\pi}\left[\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}}-\frac{mn^2}{(1+n^2)\sqrt{1+m^2+n^2}}\right]$ (3-18)

$m=\frac{L}{B}$；$n=\frac{Z}{B}$

B——平行于水平荷载作用方向的边长；

L——垂直于水平荷载作用方向的边长。

称 K_h 为矩形面积作用水平均布荷载时角点下的应力分布系数，可查表 3-4。

计算表明，在地表下同一深度 z，四个角点下的附加应力 σ_z 绝对值相同，但应力符号有正负之分；在如图 3-21 所示的情况下，c、a 点下 σ_z 取负值，b、d 点下取正值。

同样可利用角点法和应力叠加原理计算矩形面积内、外任意点的附加应力 σ_z。

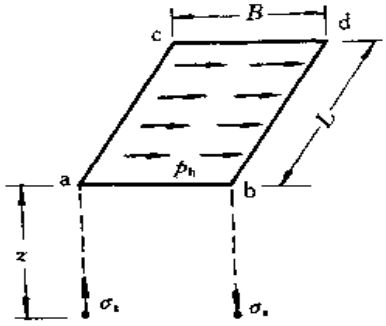
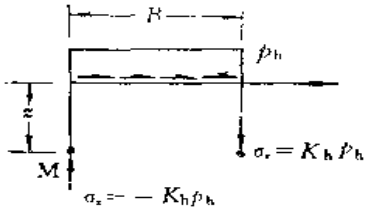


图 3-21　矩形面积作用水平均布荷载时角点下的 σ_z

表 3-4　矩形面积受水平均布荷载作用时角点下的应力系数 K_h 值



$n=z/B$ \ $m=L/B$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	3.0	4.0	6.0	8.0	10.0
0.0	0.1592	0.1592	0.1592	0.1592	0.1592	0.1592	0.1592	0.1592	0.1592	0.1592	0.1592
0.2	0.1518	0.1523	0.1526	0.1528	0.1529	0.1529	0.1530	0.1530	0.1530	0.1530	0.1530
0.4	0.1328	0.1347	0.1356	0.1362	0.1365	0.1367	0.1371	0.1372	0.1372	0.1372	0.1372
0.6	0.1091	0.1121	0.1139	0.1150	0.1156	0.1160	0.1168	0.1169	0.1170	0.1170	0.1170
0.8	0.0861	0.0900	0.0924	0.0939	0.0948	0.0955	0.0967	0.0969	0.0970	0.0970	0.0970
1.0	0.0666	0.0708	0.0735	0.0753	0.0766	0.0774	0.0790	0.0794	0.0795	0.0796	0.0796
1.2	0.0512	0.0553	0.0582	0.0601	0.0615	0.0624	0.0645	0.0650	0.0652	0.0652	0.0652
1.4	0.0395	0.0433	0.0460	0.0480	0.0494	0.0505	0.0528	0.0534	0.0537	0.0537	0.0538
1.6	0.0308	0.0341	0.0366	0.0385	0.0400	0.0410	0.0436	0.0443	0.0446	0.0447	0.0447
1.8	0.0242	0.0270	0.0293	0.0311	0.0325	0.0336	0.0362	0.0370	0.0374	0.0375	0.0375
2.0	0.0192	0.0217	0.0237	0.0253	0.0266	0.0277	0.0303	0.0312	0.0317	0.0318	0.0318
2.5	0.0113	0.0130	0.0145	0.0157	0.0167	0.0176	0.0202	0.0211	0.0217	0.0219	0.0219
3.0	0.0070	0.0083	0.0093	0.0102	0.0110	0.0117	0.0140	0.0150	0.0156	0.0158	0.0159
5.0	0.0018	0.0021	0.0024	0.0027	0.0030	0.0032	0.0043	0.0050	0.0057	0.0059	0.0060
7.0	0.0007	0.0008	0.0009	0.0010	0.0012	0.0013	0.0018	0.0022	0.0027	0.0029	0.0030
10.0	0.0002	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004	0.0005	0.0007	0.0008	0.0011	0.0013	0.0014

三、条形面积上各种分布荷载作用下的附加应力计算

当一定宽度的无限长条面积承受荷载，而且荷载在各个截面上的分布都相同时，土中的应力状态即为平面应变状态，这时垂直于长度方向的任一截面内附加应力的大小及分布规律都是相同的，而与所取截面的位置无关。实际建筑中当然没有无限长的荷载面积，但研究表明，当截面两侧荷载面积的延伸长度均≥5B 时，该截面内的应力分布与 $L/B=\infty$ 时土中应力相差甚少，因此像墙基、路基、挡土墙及堤坝等条形基础，均可按平面问题计算地基中的附加应力。

（一）竖直线布荷载——弗拉曼解

在地表面无限长直线上，作用有竖直均布线荷载 $\bar{p}$，如图 3-22 所示，求在地基中任意点 M 引起的应力。该课题的解答首先由弗拉曼（Flamant）得出，故又称弗拉曼解。由于是平面问题，需要计算的独立应力分量只有 σ_z、σ_x 和 τ_{xz}。在线布荷载上取微分长度 dy，作用在上面的荷载 $\bar{p}$dy 可以看成集中力，则在地基内 M 点引起的应力按式（3-6a）为 $d\sigma_z=\frac{3\bar{p}z^3}{2\pi R^5}dy$，则

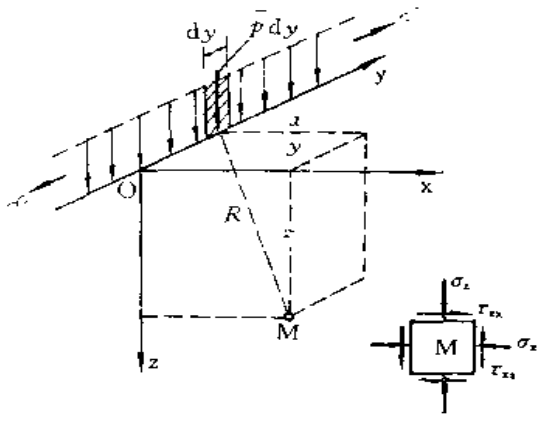


图 3-22　竖直线荷载作用下的应力状态

$$\sigma_z = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{3pz^3 dy}{2\pi(x^2+y^2+z^2)^{5/2}} = \frac{2\bar{p}z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} \tag{3-19}$$

按弹性力学方法可推导出

$$\sigma_x = \frac{2\bar{p}x^2z}{\pi\ (x^2+z^2)^2} \tag{3-20}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \frac{2\bar{p}xz^2}{\pi\ (x^2+z^2)^2} \tag{3-21}$$

上列各式中 $\bar{p}$——单位长度上的线荷载（kN/m）；其它符号见图 3-22 所示。

此外，按广义虎克定律和 $\varepsilon_y=0$ 的条件，有

$$\sigma_y = \nu\ (\sigma_x+\sigma_z) \tag{3-22}$$

虽然在实际上理论意义的线荷载也是不存在的，但可以把它看作是条形面积在宽度趋于零时的特殊情况。以线布荷载为基础，通过积分就可以推导出条形面积上作用着各种分布荷载时，地基中的应力计算公式。

（二）条形面积竖直均布荷载

当地基表面宽度为 B 的条形面积上作用着竖直均布荷载 p 时（图 3-23），地基内任意

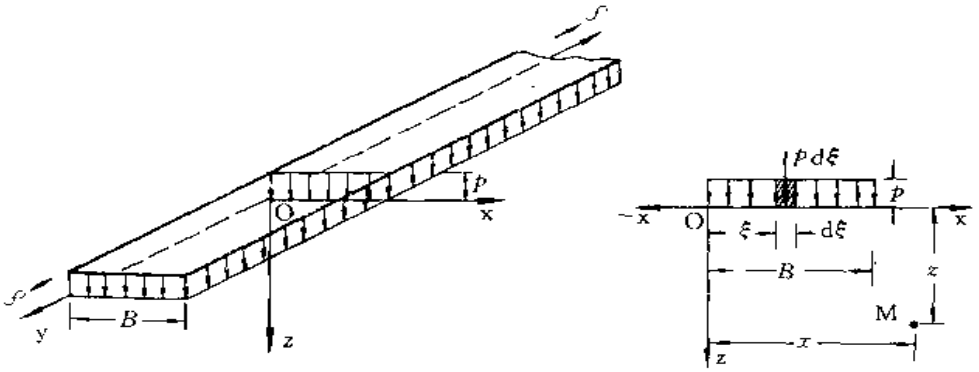


图 3-23　条形面积在竖直均布荷载作用下的任意点应力

点 M 的附加应力 σ_z 可利用式（3-19）和积分的方法求得。首先在条形荷载的宽度方向上取微分宽度 $d\xi$，将其上作用的荷载 $d\bar{p}=pd\xi$ 视为线布荷载，则 $d\bar{p}$ 在 M 点引起的竖直附加应力 $d\sigma_z$ 按式（3-19）为

$$d\sigma_z = \frac{2z^3}{\pi[(x-\xi)^2+z^2]^2} pd\xi \tag{3-23}$$

将式（3-23）沿宽度 B 积分，即可得整个条形荷载在 M 点引起的附加应力 σ_z

$$\sigma_z = \int_0^B \frac{2z^3}{\pi[(x-\xi)^2+z^2]^2} pd\xi$$

$$= \frac{p}{\pi}\left[\operatorname{arctg}\frac{m}{n} - \operatorname{arctg}\frac{m-1}{n} + \frac{mn}{m^2+n^2} - \frac{n(m-1)}{n^2+(m-1)^2}\right] \tag{3-24a}$$

写成简化形式为

$$\sigma_z = K_z^s p \tag{3-24b}$$

条形均布荷载在地基内引起的水平向应力 σ_x 和剪应力 τ_{xz} 也可以根据式（3-20）和式（3-21）积分求得，并简化为

$$\sigma_x = K_x^s p \tag{3-25}$$

$$\tau_{xz}=K^{s}_{xz}p \tag{3-26}$$

上列诸式中，K^{s}_{z}、K^{s}_{x}、K^{s}_{xz}，分别为条形面积受竖直均布荷载作用时的竖向附加应力分布系数，水平向应力分布系数和剪应力分布系数。其值可按 $m\left(=\frac{x}{B}\right)$，和 $n\left(=\frac{z}{B}\right)$ 的数值由表 3-5 查得。

图 3-24 中（a）表示竖向应力 σ_z 的分布图，（b）表示水平向应力 σ_x 的分布图，（c）

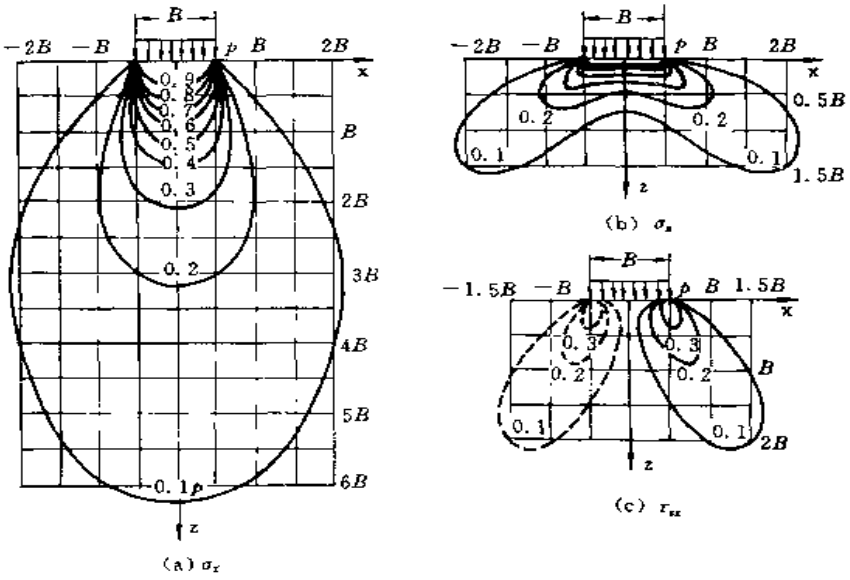


图 3-24　条形竖直均布荷载下地基中 σ_z、σ_x、τ_{zx}的等值线图

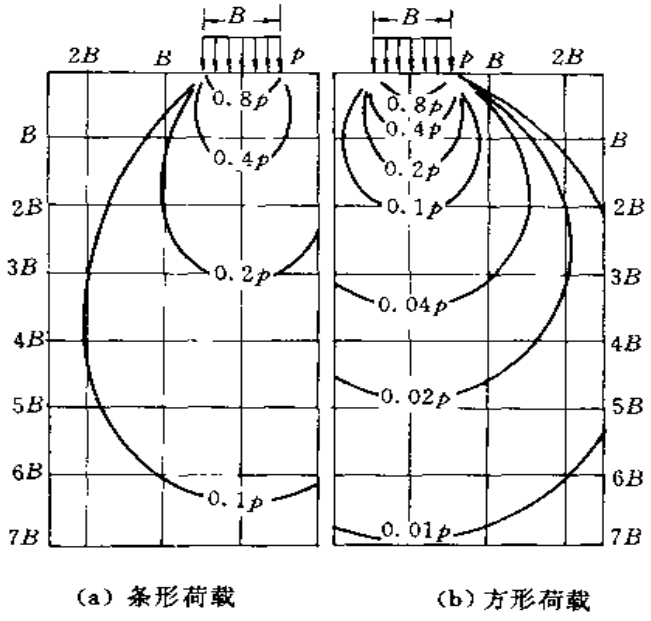
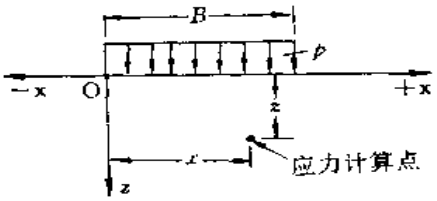


图 3-25　条形荷载与方形荷载下 σ_z 值对比图

表 3-5　条形面积竖直均布荷载作用时的应力系数 K^* 值



$m=\frac{x}{B}$	$n=\frac{z}{B}$	0.01	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	2.0
0	K_x^*	0.500	0.499	0.498	0.489	0.468	0.440	0.409	0.375	0.348	0.275
	K_z^*	0.494	0.437	0.376	0.269	0.188	0.130	0.091	0.067	0.047	0.020
	K_{xz}^*	−0.318	−0.315	−0.306	−0.274	−0.234	−0.194	−0.159	−0.131	−0.108	−0.064
0.25	K_x^*	0.999	0.988	0.936	0.797	0.679	0.586	0.511	0.450	0.401	0.298
	K_z^*	0.935	0.685	0.469	0.215	0.143	0.087	0.055	0.037	0.026	0.010
	K_{xz}^*	−0.001	−0.039	−0.103	−0.159	0.147	−0.121	−0.096	−0.078	−0.061	−0.034
0.50	K_x^*	0.999	0.997	0.978	0.881	0.756	0.642	0.549	0.478	0.420	0.306
	K_z^*	0.848	0.752	0.538	0.260	0.129	0.070	0.040	0.026	0.017	0.006
	K_{xz}^*	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.75	K_x^*	0.999	0.988	0.936	0.797	0.679	0.586	0.511	0.450	0.401	0.298
	K_z^*	0.935	0.685	0.469	0.215	0.143	0.087	0.055	0.037	0.026	0.010
	K_{xz}^*	0.001	0.039	0.103	0.159	0.147	0.121	0.096	0.078	0.061	0.034
1.00	K_x^*	0.500	0.499	0.498	0.489	0.468	0.440	0.409	0.375	0.348	0.275
	K_z^*	0.494	0.437	0.376	0.269	0.188	0.130	0.091	0.067	0.047	0.020
	K_{xz}^*	0.318	0.351	0.306	0.274	0.234	0.194	0.159	0.131	0.108	0.064
1.25	K_x^*	0.000	0.011	0.091	0.174	0.243	0.276	0.288	0.237	0.279	0.242
	K_z^*	0.021	0.180	0.270	0.274	0.221	0.169	0.127	0.096	0.073	0.035
	K_{xz}^*	0.001	0.042	0.116	0.199	0.212	0.197	0.175	0.153	0.132	0.085
−0.25	K_x^*	0.000	0.011	0.091	0.174	0.243	0.276	0.288	0.287	0.279	0.242
	K_z^*	0.021	0.180	0.270	0.274	0.221	0.169	0.127	0.096	0.073	0.035
	K_{xz}^*	−0.001	−0.042	−0.116	−0.199	−0.212	−0.197	−0.175	0.153	−0.132	−0.085
−0.50	K_x^*	0.001	0.002	0.011	0.056	0.111	0.155	0.186	0.202	0.210	0.205
	K_z^*	0.008	0.082	0.147	0.208	0.204	0.177	0.146	0.117	0.094	0.049
	K_{xz}^*	−0.0001	0.001	−0.038	−0.103	−0.144	−0.158	−0.157	−0.147	−0.133	−0.096

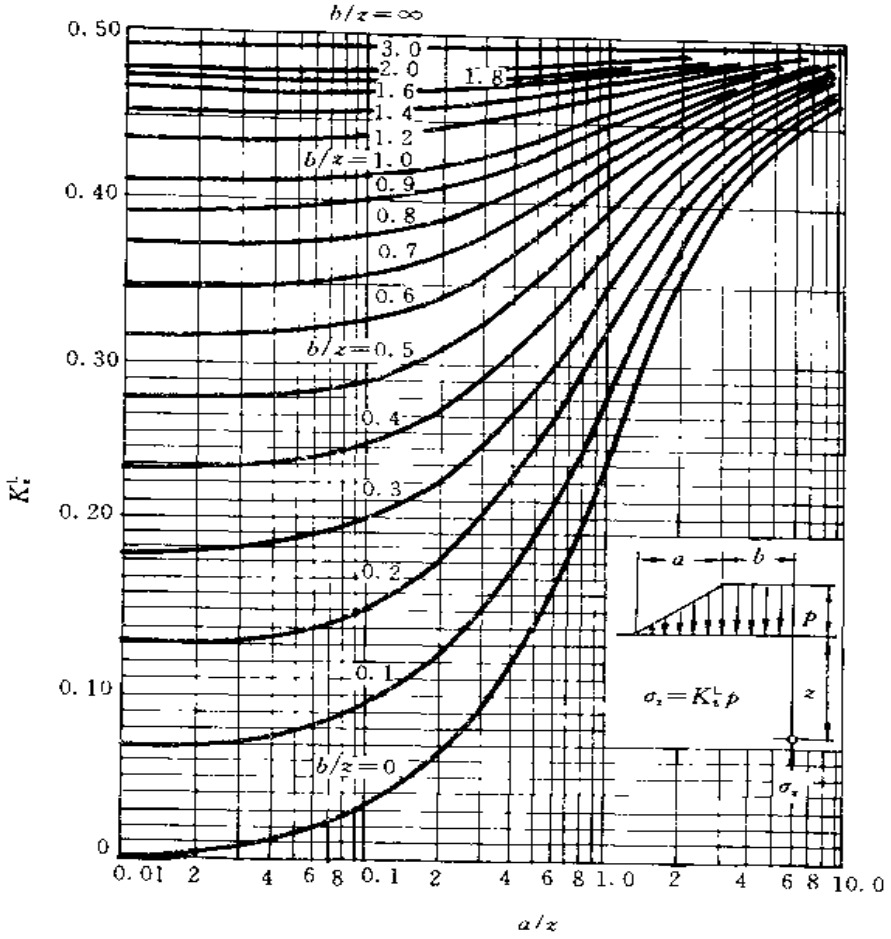


图 3-26　梯形分布荷载下应力分布系数 K_z^1

表示剪应力 τ_{zx}的分布图，实线为正应力，虚线为负应力。

图 3-25（a）、（b）分别表示在宽度均为 B 的条形面积和方形面积上作用有相同大小的竖直均布荷载 p 时，在地基内引起的 σ_z 的等值线分布图。两者相比可以看出，它们在地基内引起的 σ_z 向下扩散的形式一样，但扩散的速度和应力影响的深度则有很大的差别。以 $\sigma_z=0.1p$ 等值线作为比较，方形荷载影响深度为 $2B$ 左右；而条形荷载深度达 $6B$ 以上。

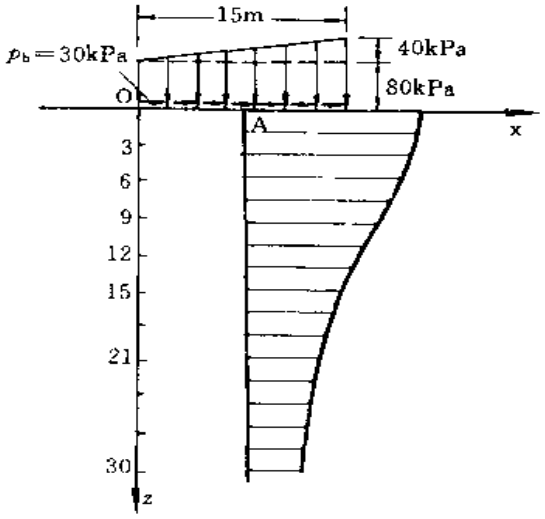


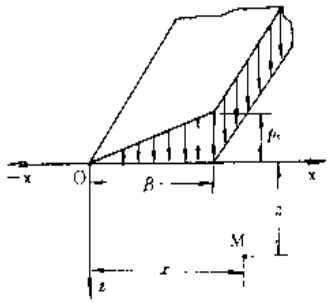
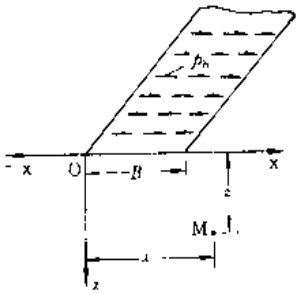
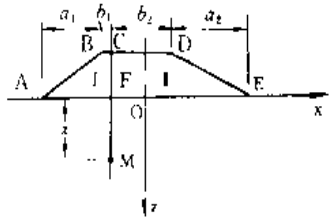
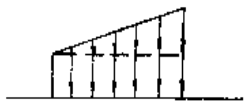
图 3-27　例题 3-3 图

（三）条形面积上其它分布荷载

条形面积上其它形式的分布荷载（常见的有竖直三角形分布荷载、水平均布荷载和竖直梯形分布荷载）在地基内引起的应力 σ_z 同样可以利用应力叠加原理，通过积分求得。计算公式和计算方法见表 3-6。

【例题 3-3】　已知某条形面积宽度为 $B=15$m 其上作用的荷载分布如图 3-27 所示，试求中点 A 下

表 3-6　条形面积上其它分布荷载

名称	竖直三角形分布荷载	水平均布荷载	竖直梯形分布荷载
荷载分布形式			
应力计算公式	$\sigma_z=\frac{p_1}{\pi}\left\{m\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{m}{n}\right)-\operatorname{arctg}\left(\frac{m-1}{n}\right)\right]-\frac{(m-1)n}{(m-1)^2+n^2}\right\}=K_z^1\cdot p_1$ K_z^1：条形面积三角形荷载应力分布系数。 按 $m=\frac{x}{B}$，$n=\frac{z}{B}$，查表 3-7	$\sigma_z=\frac{p_h}{\pi}\left[\operatorname{arctg}\frac{n^2}{(m-1)^2+n^2}-\frac{n^2}{m^2+n^2}\right]=K_z^h\cdot p_h$ K_z^h：条形面积水平均布荷载应力分布系数。 按 $m=\frac{x}{B}$，$n=\frac{z}{B}$，查表 3-8	$\sigma_z=(K_{z1}^h+K_{z2}^h)p$ K_{z1}^h：条形面积梯形荷载 I 的应力分布系数； K_{z2}^h：条形面积梯形荷载 II 的应力分布系数。 K_{z1}^h 根据 $\left(\frac{a_1}{z}\right)$ 和 $\left(\frac{b_1}{z}\right)$，查图 3-26 曲线 K_{z2}^h 根据 $\left(\frac{a_2}{z}\right)$ 和 $\left(\frac{b_2}{z}\right)$ 查图 3-26 曲线
计算注意事项	梯形分布荷载可以看成三角形荷载和均布荷载之和 		从应力计算点 M 作竖直线将应力分布面积划分成荷载 I 和荷载 II。 $K_{z1}^h p$ 表示荷载 I 对 M 点引起的应力， $K_{z2}^h p$ 代表荷载 II 对 M 点引起的应力。

30m 深度范围内的附加应力 σ_z 分布。

解：

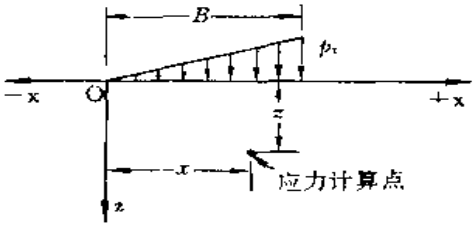
将梯形竖直荷载分成均布荷载 $p=80\text{kPa}$ 和三角形荷载 $p_t=40\text{kPa}$；将坐标原点设置如图，以便与应力系数附表 3-5、3-7、3-8 相一致。下面列表计算 A 点下不同深度处的 σ_z 值。

由于 A 点是中点，故对任何深度 $m=\frac{x}{B}=0.5$。

A 点下的附加应力计算

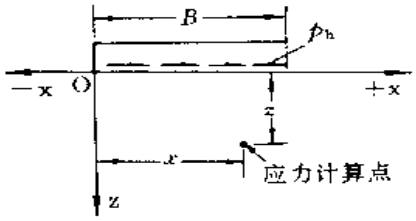
z(m)	$n=\frac{z}{B}$	均布荷载 $p=80\text{kPa}$		三角形荷载 $p_t=40\text{kPa}$		水平均布荷载 $p_h=3d\text{kPa}$		总附加应力 σ_z(kPa)
		K_z^u	σ_z^u	K_z^t	σ_z^t	K_z^h	σ_z^h	
0.15	0.01	0.999	79.9	0.500	20	0	0	99.9
1.5	0.1	0.997	79.8	0.498	19.9	0	0	99.7
3.0	0.2	0.978	78.2	0.498	19.9	0	0	98.1
6.0	0.4	0.881	70.5	0.441	17.6	0	0	88.1
9.0	0.6	0.756	60.5	0.378	15.1	0	0	75.6
12.0	0.8	0.642	51.4	0.321	12.8	0	0	64.2
15.0	1.0	0.549	43.9	0.275	11.0	0	0	54.9
21.0	1.4	0.420	33.6	0.210	8.4	0	0	42.0
30.0	2.0	0.306	24.5	0.153	6.1	0	0	30.6

表 3-7　条形基底受三角形分布荷载作用时的应力系数 K_z^t 值



$m=\frac{x}{B}$ \ $n=z/B$	0.01	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	2.0
0	0.003	0.032	0.061	0.110	0.140	0.155	0.159	0.154	0.151	0.127
0.25	0.249	0.251	0.255	0.263	0.258	0.243	0.224	0.204	0.186	0.143
0.50	0.500	0.498	0.498	0.441	0.378	0.321	0.275	0.239	0.210	0.153
0.75	0.750	0.737	0.682	0.534	0.421	0.343	0.286	0.246	0.215	0.155
1.00	0.497	0.468	0.437	0.379	0.328	0.285	0.250	0.221	0.198	0.147
1.25	0.000	0.010	0.050	0.137	0.177	0.188	0.184	0.176	0.165	0.134
1.50	0.000	0.002	0.009	0.043	0.080	0.106	0.121	0.126	0.127	0.115
−0.25	0.000	0.002	0.009	0.036	0.066	0.089	0.104	0.111	0.114	0.108

表 3-8　条形基底受水平均布荷载作用时的应力系数 K_x^h



$n=z/B$ / $m=x/B$	0.01	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	2.0
0	−0.318	−0.315	−0.306	−0.274	−0.234	−0.194	−0.159	−0.131	−0.108	−0.064
0.25	−0.001	−0.039	−0.103	−0.159	−0.147	−0.121	−0.096	−0.078	−0.061	−0.034
0.50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.75	0.001	0.039	0.103	0.159	0.147	0.121	0.096	0.078	0.061	0.034
1.00	0.318	0.315	0.306	0.274	0.234	0.194	0.159	0.131	0.108	0.064
1.25	0.001	0.042	0.116	0.199	0.212	0.197	0.175	0.153	0.132	0.085
1.50	0.001	0.011	0.038	0.103	0.144	0.158	0.157	0.147	0.133	0.096
−0.25	−0.001	−0.042	−0.116	−0.199	−0.212	−0.197	−0.175	−0.153	−0.132	−0.085

四、圆形面积竖直均布荷载作用时中心点下的附加应力计算

地表圆形面积上作用竖直均布荷载 p 时，荷载中心点 O 下任意深度 z 处 M 点的附加应力 σ_z，仍可通过布辛内斯克解，在圆面积内积分求得。

如图 3-28，将柱坐标原点放在圆心 O 处，在圆面积内任取一微分面积 $dA=\rho\cdot d\theta\cdot d\rho$，将其上作用的荷载视为集中力 $dP=p dA=p\rho d\theta d\rho$，$dP$ 作用点与 M 点距离 $R=\sqrt{\rho^2+z^2}$，则 dP 在 M 点引起的附加应力 $d\sigma_z$ 由式（3-6a）为：

$$d\sigma_z=\frac{3pz^3}{2\pi}\cdot\frac{\rho d\theta d\rho}{(\rho^2+z^2)^{5/2}} \qquad (3\text{-}27)$$

则整个圆形面积上均布荷载在 M 点引起的应力 σ_z 应为：

$$\sigma_z=\int_0^{2\pi}\int_0^r\frac{3pz^3}{2\pi}\frac{\rho d\theta d\rho}{(\rho^2+z^2)^{5/2}}$$

$$=\left\{1-\frac{1}{\left[1+\left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{3/2}}\right\}\cdot p$$

$$=K_0 p \qquad (3\text{-}28)$$

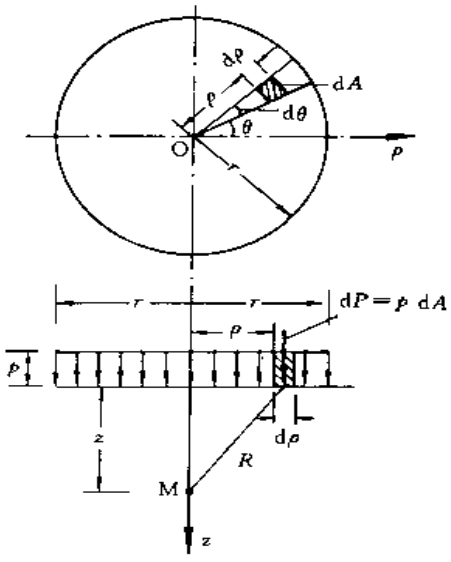


图 3-28　圆形面积均布荷载中心点下的应力

式中，K_0——圆形面积均布荷载作用时，圆心点下的竖直应力分布系数。$K_0=f\left(\frac{r}{z}\right)$，可由表 3-9 查得；

r——圆面积半径；　p——均布荷载强度。

表 3-9　圆形均布荷载中心点下的应力系数 K_0 值

r/z	K_0	r/z	K_0
0.268	0.1	0.918	0.6
0.400	0.2	1.110	0.7
0.518	0.3	1.387	0.8
0.637	0.4	1.908	0.9
0.766	0.5	∞	1.0

五、感应图法求不规则面积上均布荷载作用下的附加应力

工程实际中有时会遇到荷载作用于不规则的面积上，如果不规则面积可以分为若干个矩形，则地基中任意点的竖直应力 σ_z 可以应用前述“角点法”求出。但是如果不规则面积无法分成矩形时，利用纽马克 N. M. Newmark 提出的“感应图”法，可以容易地求得地基中任意点的附加应力 σ_z。下面介绍感应图的原理及其用法。

（一）感应图的原理

感应图（图 3-29）是由 9 个同心圆和 20 根在圆周上均匀分布的射线所组成。这几个同心圆的半径 r 分别与该图中规定的长度$\overline{AB}$之比成表 3-9 中 r/z 的关系：$r_1=0.268\ \overline{AB}$，$r_2=0.400\ \overline{AB}$，$r_3=0.518\ \overline{AB}$……。当选取$\overline{AB}$长度等于计算点的深度 z 时，从式(3-28)和表 3-9 可知，由第一个圆(半径 r_1)上的均布荷载 p 在圆心底下深度 z 处所引起的竖直应力 σ_z 等于 $0.1p$；如果荷载 p 扩大分布于第二个圆(半径 r_2)范围以内的全部面积上，则 $\sigma_z=0.2p$；以此类推，荷载面积每扩大到另一个圆的边界，σ_z 便增加$0.1p$。

从上述可知，相邻两半径之间的圆环上的荷载对于圆心底下深度 z 处的应力影响都是一样的，均引起$0.1p$ 的竖直压应力。若每一圆环被 20 根射线分成 20 个面积相等的小块；显然，任一小块上的荷载对于圆心底下深度 z 处的应力影响将是一样的，均引起$\frac{0.1p}{20}=0.005p$的竖直附加应力。因此，每一小块称为感应面积，其感应值为0.005，换言之，将100kPa 的均布荷载放在任一块感应面积上时，在圆心底下深度 z 处均引起0.5kPa 的垂直附加应力。

（二）感应图的用法

设欲计算图 3-29 左上角所示建筑物 D 点以下 20m 深度处，由于建筑物荷载（竖直均布荷载）所引起的附加应力 σ_z。以$\overline{AB}=20$m 为比例尺，先在透明纸上绘建筑物平面图，然后将透明纸移放至感应图上面，并使 D 点与圆心重合，点数建筑物平面图所覆盖的块数，不成整块者予以大略估计。本例为31.5 块。若建筑物的设计荷载为 150kPa，则 D 点下 20m 深度处的附加应力 $\sigma_z=31.5\times0.005\times150=23.6$kPa。如果要计算其它深度处各点的竖直附加应力，则必须以图中$\overline{AB}$长度表示所考虑的深度作为比例尺，用这种比例尺在透明纸上重新绘制建筑物平面图，然后再按上述方法计算该深度处的附加应力。

六、影响土中应力分布的因素

上面介绍的地基中附加应力计算，都是按弹性理论把地基土视为均质、等向的线弹性体，而实际遇到的地基均在不同程度上与上述理想条件偏离，因此计算出的应力与实际土

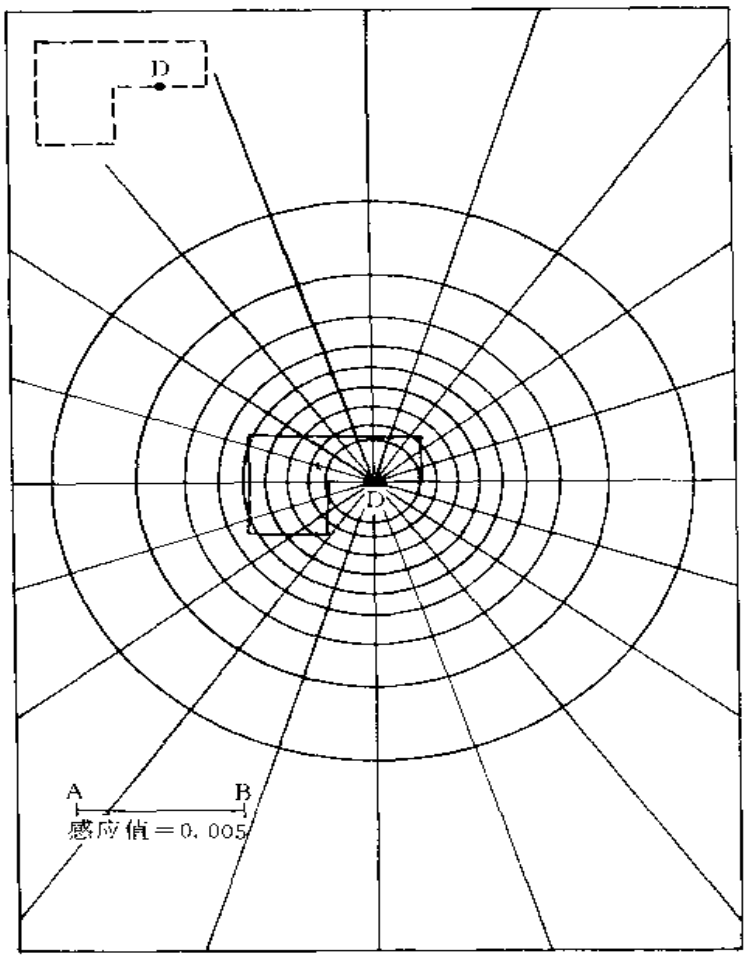


图 3-29　感应图及其应用

中的应力相比都有一定的误差。根据一些学者的试验研究及量测结果认为，当土质较均匀，土颗粒较细，且压力不很大时，用上述方法计算出的竖直向附加应力 σ_z 与实测值相比，误差不是很大；不满足这些条件时将会有较大误差。下面简要讨论实际土体的非线性，非均质和各向异性对土中应力分布的影响。

（一）非线性材料的影响

土体实际是非线性材料，许多学者的研究表明，非线性对于竖直应力 σ_z 计算值的影响虽不是很大，但最大误差亦可达到 25—30%；而对水平应力则有显著影响。

（二）成层地基的影响

天然土层的松密、软硬程度往往很不相同，变形特性可能差别较大。例如，在软土区常可遇到一层硬粘土或密实的砂覆盖在较软的土层上；或是在山区，常可见厚度不大的可压缩土层覆盖于绝对刚性的岩层上。这种情况下，地基中的应力分布显然与连续、均质土体不相同。对这类问题的解答比较复杂，目前弹性力学只对其中某些简单的情况有理论解，可以分为两类：

1．可压缩土层覆盖于刚性岩层上（如图 3-30）

由弹性理论解得知，这种情况下，上层土中荷载中轴线附近的附加应力 σ_z 将比均质半

无限体时增大；离开中轴线，应力逐渐减小、至某一距离后，应力小于均匀半无限体时的应力。这种现象称为“应力集中”现象。应力集中的程度主要与荷载宽度 B 与压缩层厚度 H 之比有关，随着 H/B 增大，应力集中现象减弱。图 3-31 为条形均布荷载下，岩层位于不同深度时，中轴线上的 σ_z 分布图，可以看出 H/B 比值愈小，应力集中的程度愈高。

2. 硬土层覆盖于软土层上（如图 3-32）

此种情况将出现硬层下面，荷载中轴线附近附加应力减小的应力扩散现象。由于应力分布比较均匀，地基的沉降也相应较为均匀。在

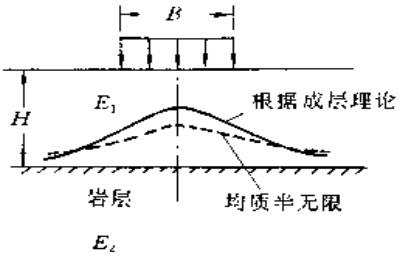


图 3-30　$E_2>E_1$ 时的应力集中现象

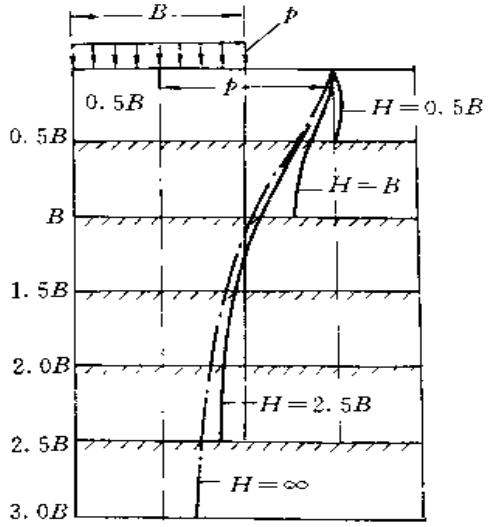


图 3-31　岩层在不同深度时基础轴线下的竖向应力分布

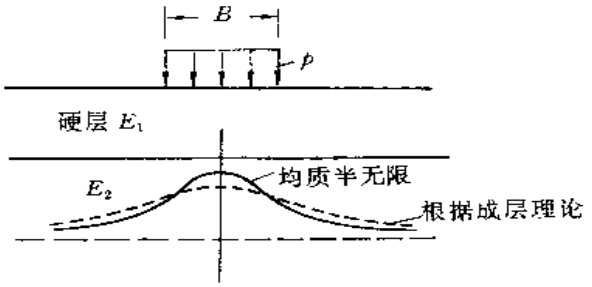


图 3-32　$E_1>E_2$ 时的应力扩散现象

道路工程路面设计中，用一层比较坚硬的路面来降低地基中的应力集中，减小路面因不均匀变形而破坏，就是这个道理。图 3-33 表示地基土层厚度为 H_1、H_2、H_3，相应的变形模量为 E_1、E_2、E_3，地基表面受半径 $R=1.6H_1$ 的圆形均布荷载 p 作用，荷载中心下面土层中的 σ_z 分布情况。从图中可以看出，当 $E_1>E_2>E_3$ 时（曲线 A、B），荷载中心下面土层中的应力 σ_z 明显地低于 $E=$常数时（曲线 c）的均质上情况。

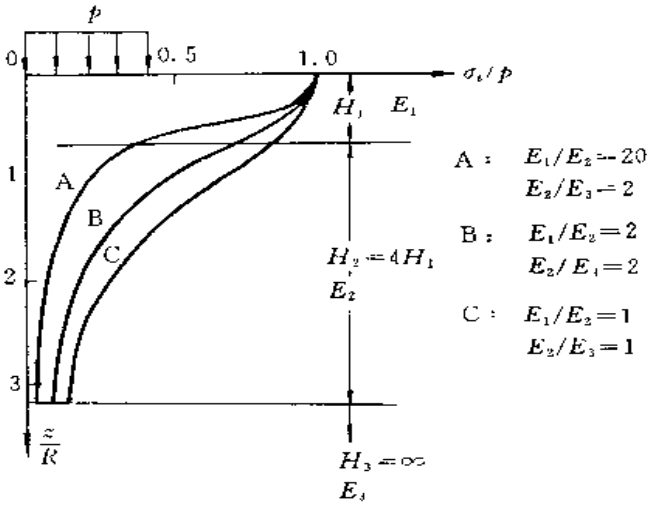


图 3-33　E_1/E_2，E_2/E_3 不同时圆形均布荷载中心线下的 σ_z 分布

（三）变形模量随深度增大的影响

地基上的另一种非均质性表现为变形模量 E 随深度逐渐增大，在砂上地基中尤为常见。这是一种连续非均质现象，是由土体在沉积过程中的受力条件所决定的。弗劳利施

(O. K. Frohlich) 研究这种情况，对于集中力作用下地基中附加应力 σ_z 的计算，提出半经验公式

$$\sigma_z=\frac{\mu P}{2\pi R^2}\cos^n\beta \tag{3-29}$$

式中符号意义与图 3-10 相同，μ 为大于 3 的应力集中系数，对于 $E=$常数的均质弹性体，例如均匀的粘土，$\mu=3$，其结果即为布氏介（式 3-6a）；对于砂土，连续非均质现象最显著，取 $\mu=6$；介于粘土与砂土之间的土，取 $\mu=3$—6。

分析式（3 29），当 R 相同 $\beta=0$ 或很小时，μ 愈大，σ_z 愈高；而当 β 很大时，则相反，μ 愈大，σ_z 愈小。这就是说，这种土的非均质现象也使地基中的应力向力的作用线附近集中。当然，地面上作用的不是集中荷载，而是不同类型的分布荷载，根据应力叠加原理也会得到应力 σ_z 向荷载中轴线附近集中的结果。实验研究也证明了这一点。

（四）各向异性的影响

天然沉积土因沉积条件和应力状态而常常形成土体具有各向异性的特征。例如层状结构的页片粘土，在垂直方向和水平方向的 E 就不相同，土体的各向异性也会影响到该上层中的附加应力分布。研究表明，土在水平方向的变形模量 E_x（$=E_y$）与竖直方向的变形模量 E_z 不相等，但泊松比 ν 相同时，若 $E_x>E_z$，则在各向异性地基中将出现应力扩散现象；若 $E_x<E_z$，地基中将出现应力集中现象。

第四节　基底压力计算

上节所述的作用在地基表面的各种分布荷载，都是通过建筑物的基础传到地基中的，称基础底面传递给地基表面的压力为基底压力。由于基底压力作用于基础与地基的接触面上，故也称基底接触压力。基底压力既是计算地基中附加应力的外荷载，也是计算基础结构内力的外荷载，因此，在计算地基附加应力和基础内力时，都必须首先研究基底压力的分布规律和计算方法。

一、基底压力的分布规律

精确地确定基底压力的数值与分布形式是一个很复杂的问题，它涉及上部结构、基础、地基三者间的共同作用问题，与三者的变形特性（如建筑物和基础的刚度，土层的压缩性等）有关，影响因素很多，尚处于研究之中，这里仅对其分布规律及主要影响因素作些定性的讨论与分析。为将问题简化，暂且不考虑上部结构的影响。

（一）基础刚度的影响

为了便于分析，把各种基础按照与地基土的相对抗弯刚度（EI）分成三种类型。

1. 弹性地基上的完全柔性基础（$EI=0$）

当基础上作用着如图 3-34a 所示的均布条形荷载时，假定经过基础传至基底的压力也是均布的，则根据上一节地基中附加应力分布规律可知，当地表面作用有均布条形荷载（基底压力）时，地基中任意深度水平面上引起的附加应力 σ_z，都是中间大，两边小，如图 3-34b 所示。显然，由此均布荷载引起的地面沉降也应是中间大两边小的凹形曲面。由于基础完全柔性，抗弯刚度 $EI=0$，象个放在地上的柔软橡皮板，可以完全适应地基的变形。所

以，基底压力的分布与作用在基础上的荷载分布完全一致，荷载是均布时，基底压力也将是均布的。当然，实际上没有 $EI=0$ 的完全柔性基础，工程中，常把土坝（堤）及以钢板做成的储油罐底板等视为柔性基础，因此在计算土坝底部的接触压力分布时，可认为与土坝的外形轮廓相同，其大小等于各点以上的土柱重量，见图3-35所示。

2. 弹性地基上的绝对刚性基础（$EI=\infty$）

由于基础刚度接近无穷大，在均布荷载作用下，基础只能保持平面下沉而不能弯曲。但是对地基而言，均匀分布的基底压力将产生不均匀沉降，如图 3-36a 中的虚线所示，其结果基础变形与地基变形不相适应，基底中部将会与地面脱开，出现应力架桥作用。为使基础与地基的变形保持相容（图 3-36c），必然要重新调整基底压力的分布形式，使两端应力加大，中间应力减小，从而使地面保持均匀下沉，以适应绝对刚性基础的变形。如果地基是完全弹性体，根据弹性理论解得的基底压力分布如图 3-36b 中实线所示，基础边缘处的压力将为无穷大。

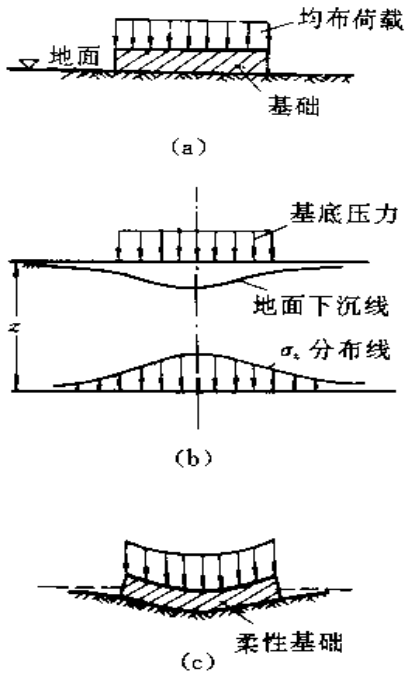


图 3-34　柔性基础基底压力分布

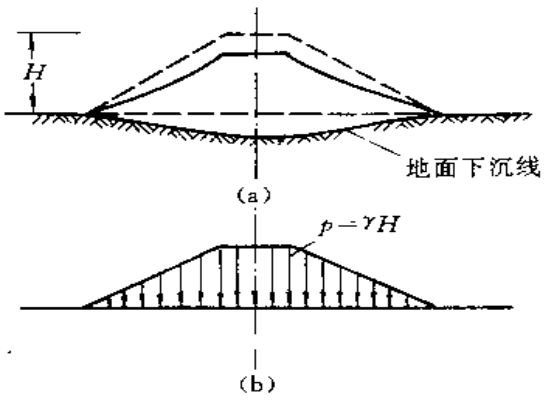


图 3-35　土坝（堤）的接触压力分布

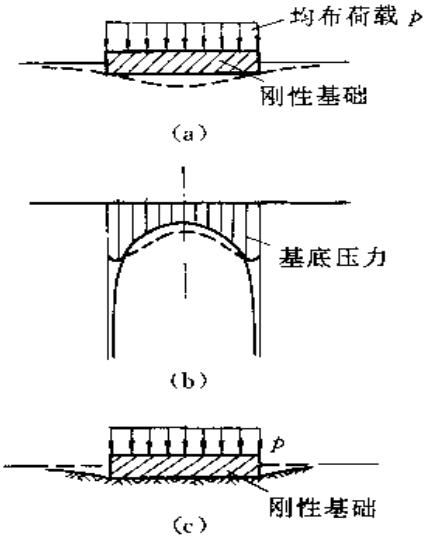


图 3-36　刚性基础的基底压力分布

通过以上分析可以看出，对于刚性基础来说，基底压力的分布形式与作用在它上面的荷载分布形式不相一致。

3. 弹塑性地基上有限刚性的基础

这是工程实践中最常见的情况。由于绝对刚性基础只是一种理想情况，地基也不是完全弹性体，因此上述弹性理论解的基底压力分布图形实际上是不可能出现的。因为当基底两端的压力足够大，超过土的极限强度后，土体就会形成塑性区，这时基底两端处地基土

所承受的压力不能再增大，多余的应力自行调整向中间转移；又因基础并不是绝对刚性，可以稍为弯曲，因此应力重分布的结果，基底压力分布可以成为各种更加复杂的形式，例如可以成为马鞍形分布，这时基底两端应力不会是无穷大，而中间部分应力将比理论值大些，如图 3-36b 中虚线所示。具体的压力分布形状与地基、基础的材料特性以及基础尺寸、荷载形状、大小等因素有关。

（二）荷载及土性的影响

实测资料表明，刚性基础底面上的压力分布形状大致有图 3-37 所示的几种情况。当荷载较小时，基底压力分布形状如图 a，接近于弹性理论解；荷载增大后，基底压力可呈前述的马鞍形（图 b）；荷载再增大时，边缘塑性破坏区逐渐扩大，所增加的荷载必须靠基底中部力的增大来平衡，基底压力图形可变为抛物线型（图 d）以至倒钟形分布（图 c）。

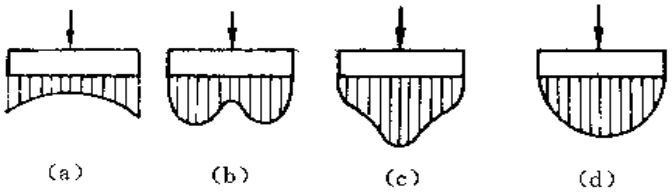


图 3-37　实测刚性基础底面上的压应力分布

实测资料还表明，当刚性基础放在砂土地基表面时，由于砂颗粒之间无粘结力，其基底压力分布更易发展成如图 3-37d 所示的抛物线形；而在粘性土地基表面上的刚性基础，其基底压力分布易成图 3 -37b 所示的马鞍形。

从以上分析可见，基底压力分布形式是十分复杂的，但由于基底压力都是作用在地表面附近，根据弹性理论中的圣维南原理可知，其具体分布形式对地基中应力计算的影响将随深度的增加而减少，至一定深度后，地基中应力分布几乎与基底压力的分布形状无关，而只决定于荷载合力的大小和位置。因此，目前在地基计算中，允许采用简化方法，即假定基底压力按直线分布的材料力学方法。但要注意，简化方法用于计算基础内力会引起较大的误差。

二、基底压力的简化计算

（一）中心荷载作用

荷载作用于基底形心时，基底压力按均匀分布（图 3-38），并按下式计算：

对于矩形基础

$$p=\frac{P}{A} \tag{3-30}$$

式中，p——基底压力（kPa）；

P——作用于基础底面的竖直荷载（kN）；

A——基底面积（m^2）；$A=BL$，B 和 L 分别为矩形基底的宽度和长度。

对于条形基础，在长度方向取 1m 计算，故

$$p=\frac{P}{B} \tag{3-31}$$

式中 P 为沿长度方向 1m 内的相应荷载值 kN/m。

（二）偏心荷载作用

矩形基础受偏心荷载作用时，基底压力可按材料力学偏心受压柱计算。若基础受双向偏心荷载作用（图 3-39），则基底任意点的基底压力为

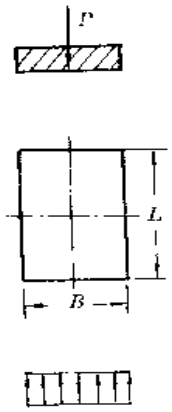


图 3-38　中心荷载下的基底压力

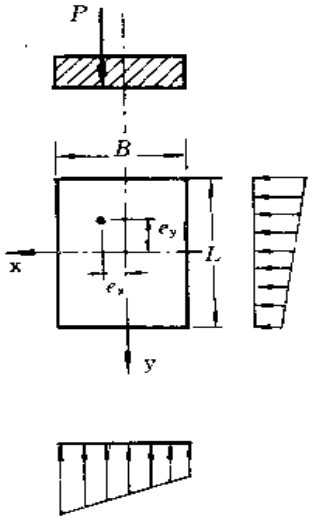


图 3-39　双向偏心荷载下的基底压力

$$p_{(x,y)}=\frac{P}{A}\pm\frac{M_x\cdot y}{I_x}\pm\frac{M_y\cdot x}{I_y} \tag{3-32}$$

式中，$p_{(x,y)}$——基底任意点（坐标 x、y）的基底压力（kPa）；

M_x、M_y——分别为竖直偏心荷载 P 对基础底面 x 轴和 y 轴的力矩（kN·m），$M_x=P\cdot e_y$、$M_y=P\cdot e_x$；

I_x、I_y——分别为基础底面对 x 轴和 y 轴的惯性矩（m^4）；

e_x、e_y——分别为竖直荷载对 y 轴和 x 轴的偏心矩（m）。

若基础受单向偏心荷载作用时，例如作用于 x 主轴上（图 3-40），则 $M_x=0$，$e_y=e$。这时，基底两端的压力为：

$$p_{\max\atop\min}=\frac{P}{A}\left(1\pm\frac{6e}{B}\right) \tag{3-33}$$

按式（3-33），当 $e<B/6$ 时，基底压力为梯形分布（图 3-40a）；当 $e=B/6$ 时，基底压力为三角形分布（图 3-40b）；当 $e>B/6$ 时，基底压力将出现负值，即拉力，但实际上在土与基础之间不可能存在拉力。因此基础底面下的压力将重新分布如图 3-40c 所示。这种情况在设计中应尽量避免，但有时高耸结构物下的基底压力可能出现此种情况。这时，根据基础底面下所有压力之和与基础上总竖直荷载 P 相等的条件，得出基底边缘最大压力 $p_{\max}$ 为

$$p_{\max}=\frac{2P}{3KL} \tag{3-34}$$

式中，$K=\frac{B}{2}-e$；其它符号意义同前。

若条形基础受偏心荷载作用，同样可在长度方向取一延米进行计算，则基底宽度方向两端的压力为：

$$p_{\max\atop\min}=\frac{P}{B}\left(1\pm\frac{6e}{B}\right) \tag{3-35}$$

式中 P 为沿长度方向取 1m，作用于基础上的总荷载。

（三）水平荷载作用

承受水压力或土压力的建筑物，基础常常受到斜荷载的作用，如图 3-41 所示，斜荷载

除了要引起竖直向基底压力 p_v 外，还会引起水平向应力 p_h。计算时，可将斜向荷载 R 分解为竖直向荷载 P_v 和水平向荷载 P_h，由 P_h 引起的基底水平应力 p_h 一般假定为均匀分布于整个基础底面，则对于矩形基础

$$p_h=\frac{P_h}{A} \tag{3-36}$$

对于条形基础

$$p_h=\frac{P_h}{B} \tag{3-37}$$

式中符号意义同前。

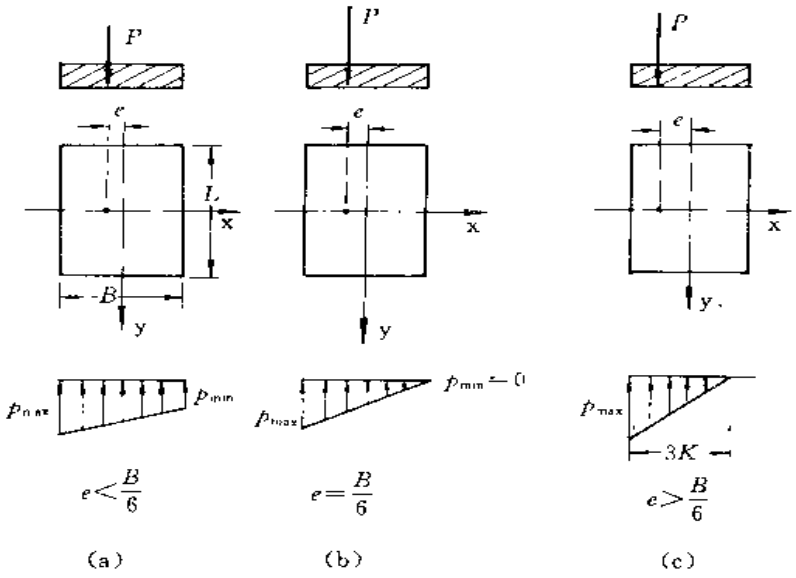


图 3-10　单向偏心荷载下的基底压力

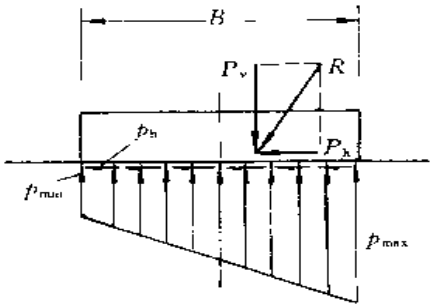


图 3-11　倾斜荷载作用下的基底压力

第五节　有效应力原理

计算土中应力的目的是为了研究土体受力后的变形和强度问题，但是土的体积变化和强度大小并不是直接决定于土体所受的全部应力（以下称为总应力），这是因为土是一种由三相物质构成的碎散材料，受力后存在着(1)外力如何由三种成分来分担？(2)它们是如何传递与相互转化的？(3)它们和材料的变形与强度有什么关系等问题。太沙基(K. Terzaghi)早在 1923 年发现并研究了这些问题，提出了土力学中最重要的有效应力原理和固结理论（详见第四章），可以说，有效应力原理的提出和应用阐明了碎散颗粒材料与连续固体材料在应力-应变关系上的重大区别，是使土力学成为一门独立学科的重要标志之一。

一、有效应力原理的基本概念

（一）饱和土中的两种应力形态

饱和土是由固体颗粒构成的骨架和充满其间的水组成的两相体，当外力作用于土体后，

一部分由土骨架承担，并通过颗粒之间的接触面进行应力的传递，称之为粒间应力；另一部分则由孔隙中的水来承担，水虽然不能承担剪应力，但却能承受法向应力，并且可以通过连通的孔隙水传递，这部分水压力称为孔隙水压力。有效应力原理就是研究饱和土中这两种应力的不同性质和它们与总应力的关系。

图 3-42 表示饱和土体中某一放大了的横截面 a—a，面积为 A，假设土颗粒较小，a—a 面都通过了土颗粒的接触点。由于颗粒接触点所占面积 A_s 很小，故面积 A 中绝大部分都是孔隙水所占据的面积 $A_w = A - A_s$。若在该截面每单位面积上作用有垂直总应力 σ，则在 a—a 面上的孔隙水处将作用有孔隙水压力 u，在颗粒接触处将存在粒间作用力 P_s。P_s 的大小和方向都是随机的，现将其分解为竖直向和水平向两个分力，竖直向分力为 P_{sv}。考虑a—a面的竖向力平衡可知

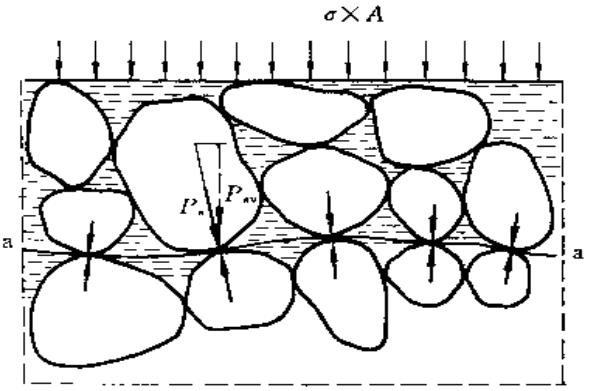


图 3-42　有效应力概念

$$\sigma A = \sum P_{sv} + uA_w$$

两边均除以面积 A，则

$$\sigma = \frac{\sum P_{sv}}{A} + u\frac{A_w}{A} \tag{3-38}$$

式（3-38）中，右端第一项 $\sum P_{sv}/A$ 为全部竖直向粒间作用力之和除以横断面积 A，它代表全面积 A 上的平均竖直向粒间应力，并定义为有效应力，习惯上用 σ' 表示。右端第二项中的 A_w/A，由于颗粒接触点面积 A_s 根据研究不超过0.03A，故 $A_w/A \approx 1$。由此，式（3-38）可简化为

$$\sigma = \sigma' + u \tag{3-39}$$

式（3-39）即为饱和土有效应力原理的表达式。

对于粘性土，由于颗粒周围包有结合水膜，颗粒间一般不直接接触，但是可以认为，粒间力仍可通过粘滞性很高的吸附水膜传递，上式仍然适用。

（二）有效应力原理要点

有效应力原理是太沙基于 1936 年首次用英语论述的，其主要内容可归纳为如下两点：

1. 饱和土体内任一平面上受到的总应力可分为有效应力和孔隙水压力两部分，其间关系总是满足：

$$\sigma = \sigma' + u$$

式中，σ——作用在土中任意面上的总应力（自重应力与附加应力）可由本章中上述方法计算得出；

σ'——有效应力，作用于同一平面的土骨架上，也称粒间应力；

u——孔隙水压力，作用于同一平面的孔隙水上，性质与普通静水压力相同。

2. 土的变形（压缩）与强度的变化都只取决于有效应力的变化。

这意味着引起土的体积压缩和抗剪强度发生变化的原因，并不是作用在土体上的总应力，而是总应力与孔隙水压力之间的差值——有效应力。孔隙水压力本身并不能使土发生变形和强度的变化。这是因为水压力各方向相等，均衡的作用于每个土颗粒周围，因而不会使土颗粒移动，导至孔隙体积变化。它除了使土颗粒受到浮力外，只能使土颗粒本身受到静水压力，而固体颗粒的压缩模量 E 很大，本身的压缩可以忽略不计。另外，水不能承受剪应力，因此孔隙水压力自身的变化也不会引起土的抗剪强度的变化（有关土的抗剪强度将在第五章中阐述），正是因为如此，孔隙水压力也被称为中性应力。但是应当注意，当总应力 σ 保持常数时，孔压 u 发生变化将直接引起了有效应力 σ' 发生变化，从而使土体的体积和强度发生变化。

为了帮助理解使土颗粒受压变密的并不是作用于其上的总应力这一概念，不妨考察一下粒径 $d=1$mm 的砂粒沉入深海海底的应力状态（图 3-43）。这时作用于海底面砂粒上的总应力（其实也就是水压力）应为 $\sigma_z=\gamma_w H$，若水深 $H=1000$m，则 σ_z 约为 100 个大气压（即 10000kPa）这样大的高压，但是由于砂粒的四周都承受有这个压力，所以可将砂粒压入海底土层中的力仅只是作用于砂粒上的重力与浮力之差，在此情况下仅约为0.9×10^{-5}N 这样小的值。

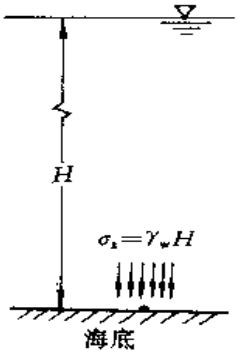


图 3-43　总应力和有效应力

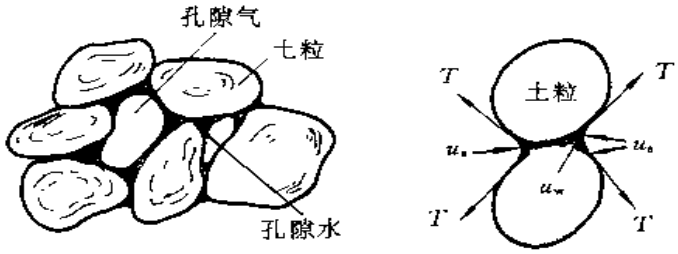


图 3-44　部分饱和土中的有效应力和孔隙水压力

对于非饱和土，孔隙中既有水也有空气（图 3-44）。孔隙压力将由孔隙水压力 u_w 和孔隙气压力 u_a 两部分组成。由于表面张力 T 使水受张拉作用，使得 $u_a>u_w$，两者差值就等于式（1-6）所示的毛细水压力 u_c，即 $u_a+u_c=u_w$。对于非饱和土，1960 年毕肖甫（A. W. Bishop）等提出了修正的有效应力公式

$$\sigma=\sigma'+u_a-\chi\ (u_a-u_w) \tag{3-40}$$

式中 χ 是一个与饱和度有关的参数，对于饱和土，$\chi=1$，这样，式（3-40）就与式（3-39）一样；对于干土，$\chi=0$，式（3-40）变为

$$\sigma=\sigma'+u_a \tag{3-41}$$

有效应力原理看起来简单，却是土力学中极为重要的原理，灵活应用并不容易。60 多年来，土力学的许多重大进展都是与有效应力原理的推广和应用相联系的。迄今为止，国内外均公认有效应力原理可毫无疑问地应用于饱和土；对于非饱和土，公式（3-40）的应用则还有许多问题尚待研究。

二、饱和土中孔隙水压力和有效应力的计算

既然土的压缩和强度只随有效应力而变化，为了研究土工建筑物或土基的变形与安全度就必须要确定土体中的有效应力。然而有效应力 σ' 作用在土骨架的颗粒之间，很难直接测定，通常都是在求得总应力 σ 和孔隙水压力 u 之后，利用式（3-39）$\sigma'=\sigma-u$，计算得出。总应力 σ 可用前面介绍的土中应力计算方法算出；孔隙水压力 u 可以实测也可以通过计算得出。下面介绍几种不同应力条件下的孔隙水压力和有效应力计算。

（一）自重应力情况

1. 静水位条件下

图 3-45a 为一土层剖面，地下水位位于地面下深度 H_1 处，地下水位以上土的湿容重为 γ_1，地下水位以下为饱和容重 γ_{sat}。现在欲求地下水位以下饱水土层中 A 点竖直方向的总应力 σ、孔隙水压力 u 和有效应力 σ'。

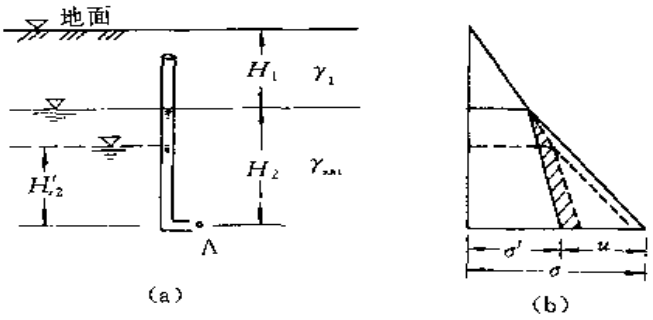


图 3-45　静水条件下的 u 和 σ'

作用在 A 点水平面上的总应力 σ，应等于该点以上的单位土柱和水柱的总重量，故

$$\sigma=\gamma_1 H_1+\gamma_{sat}H_2$$

孔隙水压力 u 应等于该点的静水压强。由于土孔隙互相连通，如果把测压管插入土中，管端在 A 点，则管中水位会慢慢上升至与地下水位齐平处稳定。所以

$$u=\gamma_w H_2$$

根据有效应力原理，A 点处竖向有效应力 σ' 应为

$$\begin{aligned}\sigma'&=\sigma-u=\gamma_1H_1+\gamma_{sat}H_2-\gamma_wH_2\\&=\gamma_1H_1+H_2(\gamma_{sat}-\gamma_w)\\&=\gamma_1H_1+\gamma'H_2\end{aligned}$$

由计算结果可以看出，σ' 就是 A 点的自重应力，所以自重应力是指有效应力。A 点以上土层沿深度的 σ、u、σ' 分布如图 3-45b 中实线所示。

如果地下水位下降至 H'_2 处稳定下来，假设地下水位以上的土容重仍为 γ_1，则有效应力 σ' 和孔隙水压力 u 沿深度分布如图 3-45b 中虚线所示。图中阴影部分表示水位下降至 H'_2 处后，比水位在原 H_2 处时所增加的有效应力。有效应力增加意味着要引起土体压缩，这就是很多城市大量抽水使地下水位下降后，引起地面下沉的原因之一。

当地下水位以上某个高度 h_c 范围内出现毛细饱和区时（图 3-46a），如第二章中所述，毛细区内的水呈张拉状态，故孔隙水压力是负值。毛细水压力分布规律与静水压力分布相同，任一点的 $u_c=-\gamma_w z$，z 为该点至地下水位（自由水面）之间的垂直距离，离开地下水位越高，毛细负孔压绝对值越大，在饱和区最高处 $u_c=-h_c\gamma_w$，至地下水位处 $u_c=0$，其孔隙水压力分布如图 3-46b 所示。由于 u 是负值，按照有效应力原理，毛细饱和区的有效应力 σ' 将会比总应力增大，即 $\sigma'=\sigma-(-u)=\sigma+u$。画出有效应力 σ' 与总应力 σ 分布如图 3-46c，图中实线为 σ' 分布，虚线为 σ 分布。

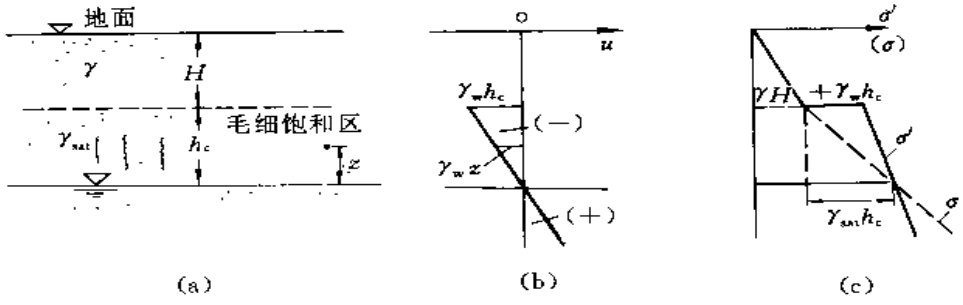


图 3-46　毛细饱和区的 u、σ'、σ 分布图

【例题 3-4】　某土层剖面，地下水位及其相应的容重如图 3-47a 所示。试求：(1) 垂直方向总应力 σ、孔隙水压力 u 和有效应力 σ' 沿深度 z 的分布；(2) 若砂层中地下水位以上 1m 范围内为毛细饱和区时，σ、u、σ' 将如何分布？

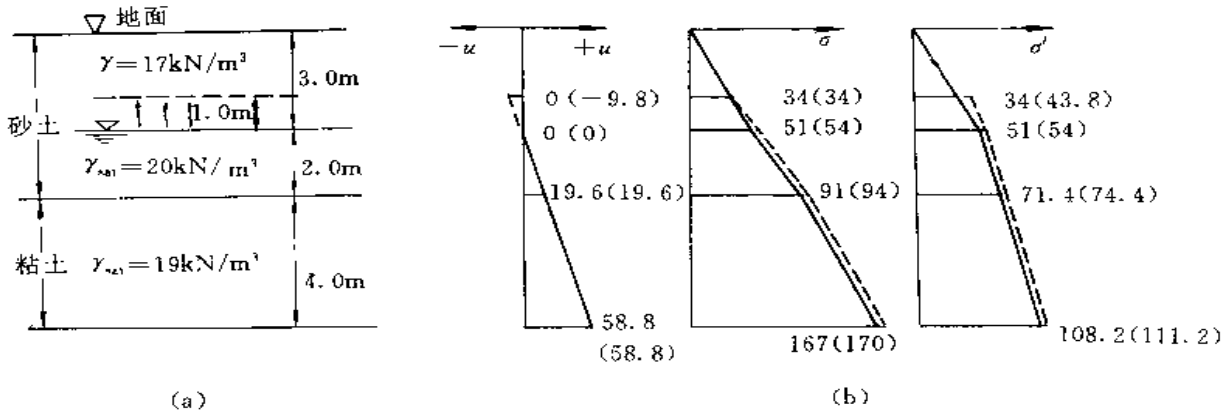


图 3-47　例题 3-4 图

解：

(1) 地下水位以上无毛细饱和区时的 σ、u、σ' 分布值如例表 3-1。

例表　3-1

深度 z(m)	σ(kN/m²)	u(kN/m²)	σ'(kN/m²)
2	2×17=34	0	34
3	3×17=51	0	51
5	(3×17)+(2×20)=91	2×9.8=19.6	71.4
9	(3×17)+(2×20)+(4×19)=167	6×9.8=58.8	108.2

u、σ、σ' 沿深度的分布如图 3-47b 中实线所示。

(2) 当地下水位以上 1m 内为毛细饱和区时，σ、u、σ' 值如例表 3-2。

例表　3-2

深度 z(m)	σ(kN/m²)	u(kN/m²)	σ'(kN/m²)
2	2×17=34	−9.8	43.8
3	2×17+1×20=54	0	54
5	54+2×20=94	19.6	74.4
9	94+4×19=170	58.8	111.2

其 u、σ、σ' 沿深度分布如图 3-47b 中虚线所示。

2. 稳定渗流条件下

现在分析当土中发生向上或向下的稳定渗流时，土中孔隙水压力和有效应力的计算。图3-48a为厚度 H 的饱和粘性土层，地下水位位于粘性土层表面，下面为砂层，砂层中有承压水，在粘性土层与砂层的层界面A处打一测压管，得知稳定水位高出粘性土层面 Δh，所以粘性土层中将有向上的稳定渗流发生。试计算A点 z 方向的 σ、u、σ'。

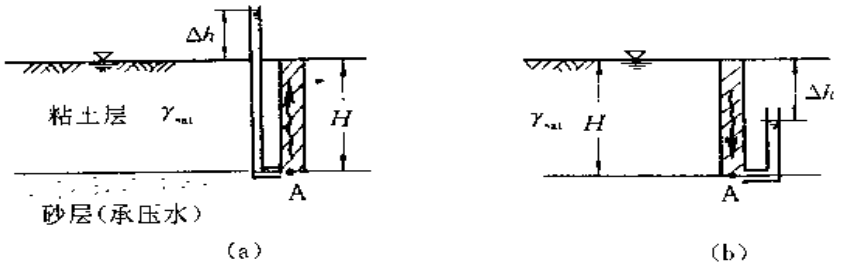


图 3-48 稳定渗流情况下的 u、σ' 计算

按第二章所述，土体受力分析中，取隔离体有两种方法，一种是以土-水整体作为隔离体，另一种是以土骨架作为隔离体。这里也可以按这两种方法进行分析。

(1) 取土-水整体为隔离体

A点的总应力 σ 就是A点处单位面积上土柱的土-水总重量，故

$$\sigma=\gamma_{sat}H \tag{3-42a}$$

A点处的孔隙水压力 u 为：

$$u=\gamma_w(H+\Delta h)=\gamma_wH+\gamma_w\Delta h \tag{3-42b}$$

故A点处的有效应力 σ' 为

$$\begin{aligned}\sigma'&=\sigma-u=\gamma_{sat}H-\gamma_w(H+\Delta h)\\&=H(\gamma_{sat}-\gamma_w)-\gamma_w\Delta h\\&=\gamma'H-\gamma_w\Delta h\end{aligned} \tag{3-42c}$$

将上述结果与静水条件下的 σ'、u 相比较可知，在发生向上渗流时，孔隙水压力 u 多增加了 $\gamma_w\Delta h$，有效应力则相应减少了 $\gamma_w\Delta h$，一般称 $\gamma_w\Delta h$ 为渗透压力。如果发生向下渗流时如图3-48b，Δh 下降，这时A点的总应力不变，仍为

$$\sigma=\gamma_{sat}H \tag{3-43a}$$

A点的孔隙水压力 u 为

$$u=\gamma_w(H-\Delta h)=\gamma_wH-\gamma_w\Delta h \tag{3-43b}$$

则A点的有效应力 σ' 为

$$\begin{aligned}\sigma'&=\gamma_{sat}H-\gamma_wH+\gamma_w\Delta h\\&=\gamma'H+\gamma_w\Delta h\end{aligned} \tag{3-43c}$$

将式(3-43c)与静水条件下的 σ' 相比较可以看出，向下渗流将使有效应力增加，这是抽吸地下水引起地面下沉的又一个原因。因为抽水使地下水位下降，就会在土层中产生向下的渗流，从而使 σ' 增加，导致土层发生压密变形，故也叫渗流压密。

(2) 取土骨架为隔离体

向上渗流时，A点处的孔隙水压力为

$$u=\gamma_w\ (H+\Delta h)\ =\gamma_w H+\gamma_w\Delta h \tag{3-44a}$$

A 点处的有效应力为

$$\sigma'=\gamma' H+J_A$$

J_A 为 A 点以上土柱所受的总渗透力，方向竖直向上，$J_A=-j\times H=-\gamma_w iH=-\gamma_w\frac{\Delta h}{H}H$ $=-\gamma_w\Delta h$，所以

$$\sigma'=\gamma' H-\gamma_w\Delta h \tag{3-44b}$$

故 A 点的总应力 σ 为

$$\begin{aligned}\sigma&=\sigma'+u=\gamma' H-\gamma_w\Delta h+\gamma_w(H+\Delta h)\\&=\gamma_{sat}H\end{aligned} \tag{3-44c}$$

比较式（3-42）和式（3-44）可见，取土骨架为隔离体与取土-水整体为隔离体结果完全一致。

向下渗流时，A 点的孔隙水压力为

$$u=\gamma_w\ (H-\Delta h)\ =\gamma_w H-\gamma_w\Delta h \tag{3-45a}$$

A 点的有效应力为

$$\sigma'=\gamma' H+J_A$$

J_A 为 A 点以上土柱所受的总渗透力，方向竖直向下，即 $J_A=j\times H=\gamma_w\frac{\Delta h}{H}H=\gamma_w\Delta h$，故

$$\sigma=\gamma' H+\gamma_w\Delta h \tag{3-45b}$$

A 点的总应力则为

$$\begin{aligned}\sigma&=\sigma'+u=\gamma' H+\gamma_w\Delta h+\gamma_w(H-\Delta h)\\&=\gamma_{sat}H\end{aligned} \tag{3-45c}$$

比较式（3-43）与式（3-45），同样与取土-水整体为隔离体的结果完全一致。

显然，当向上渗流时，若有效应力 $\sigma'=0$，则土处于悬浮状态，这时也即第二章中所说的流土条件。从式（3-44b）有

$$\gamma' H-\gamma_w\Delta h=0$$

$$\frac{\Delta h}{H}=\frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

或

$$i_{cr}=\frac{\gamma'}{\gamma_w}$$

这就是第二章中的临界水力坡降公式（2-50）。通过以上计算，再次说明渗透力就是作用于土骨架上的有效应力。

以上讨论的静水条件和稳定渗流条件两种情况都是水位不随时间发生变化，所以算出的孔隙水压力 u 也不随时间而变化，即 $\frac{\partial u}{\partial t}=0$，通常称这种不随时间而变化的孔隙水压力为静孔隙水压力，它区别于下面将要讲到的由外荷载引起的超静水压力。

【例题 3-5】 某地基土层剖面如图 3-49 所示，砂层为承压水层，根据测压管中水位可知，承压水头高出砂层顶面 5m 。现在粘土层中开挖基坑深 4m，要求确定防止基坑底板发生流土的水深 h 应为多少？

解：

计算粘土层与砂层界面处 O 点的总应力 σ 和孔隙水压力 u。

$$\sigma=h\gamma_w+(6-4)\gamma$$

$$u=5\gamma_w$$

当流土时，O 点处有效应力 $\sigma'=0$

故

$$h\gamma_w+2\gamma-5\gamma_w=0$$

$$h=\frac{5\gamma_w-2\gamma}{\gamma_w}$$

$$=\frac{5\times9.8-2\times18}{9.8}$$

$$=1.33\text{m}$$

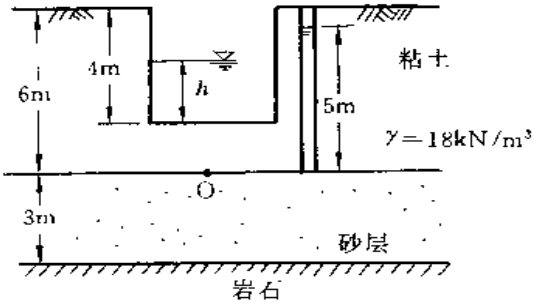


图 3-49　例题 3-5 图

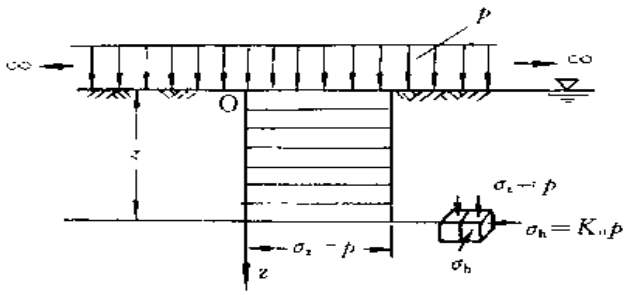


图 3-50　大片均布荷载在地基中引起的 σ_z 分布

（2）附加应力情况——孔压系数概念

为了用有效应力法分析实际工程中的变形和稳定问题，常常需要知道土体在受外荷载作用后，在土中所引起的孔隙水压力值。一种较为简便的方法是利用孔压系数的概念对孔压进行计算。所谓孔压系数是指土体在不排水和不排气的条件下，由外荷载引起的孔隙压力增量与应力增量（以总应力表示）的比值，用以表征孔压对总应力变化的反映。下面将分别对三种不同的加载条件下产生的孔隙压力及孔压系数进行讨论。

1. 侧限应力状态

除了前面讲到的自重应力属于侧限应力状态外，如果地面上作用有大面积连续均布荷载，而土层厚度又相对较薄时，在土层中引起的附加应力 σ_z 也属于侧限应力状态（图 3-50）。这时，由于外荷载 p 在土层中引起的附加应力 σ_z 将沿深度均匀分布，即在 z 轴上任意深度处各点的 σ_z 均等于 p，如图中阴影所示；而且在同一深度 z 处的水平面上各点的竖向附加应力 σ_z 也都等于 p，水平向附加应力也均相等。显然，这种应力条件下土体侧向不能发生变形，属于侧限状态。

为了求出这种荷载条件下，土层中各点在任意时刻的孔隙水压力 u 和有效应力 σ'，需要首先知道 $t=0$ 时的初始孔隙水压力 u_0。知道了 u_0 以后即可根据后面第四章所述的一维渗流固结理论求出任意时刻 t 的 u 和 σ'。下面介绍一个常用的渗流固结模型，用以模拟饱和土体受到连续均布荷载后，在土中所产生的孔隙水压力 u_0 以及 u 与 σ' 随时间 t 的变化规律。图 3-51 为太沙基最早提出的渗压模型，它是由盛满水的钢筒①，带有排水孔的活塞②以及支承活塞的弹簧③所组成。钢筒象征侧限条件；弹簧模拟当成弹性体的土骨架；筒中水模拟骨架四周的孔隙水；活塞上的小孔则代表土的渗透性，用以模拟排水条件。

当活塞板上未加荷载时，钢筒一侧的测压管中水位将与筒中静水位齐平。这时，代表土体受外荷载前的情况，土中各点的孔隙水压力值完全由静水压力确定，而且由于任何深度处

总水头都相等，土中没有渗流发生。

当活塞板上刚加上外荷载的瞬间，即 $t=0$ 时(图 3-51a)，容器内的水来不及排出，相当于活塞上小孔被堵死的不排水状态。水是不可压缩的流体，故模型内体积变化 $\Delta v=0$，活塞不能向下移动，弹簧不受力，外荷载全部由水所承担，测压管中水位将升高 h。它代表这时土中引起高于静水位的初始超静水压力 $u_0=\sigma=\gamma_w h$，而作用于土骨架上的有效应力 $\sigma'=0$。

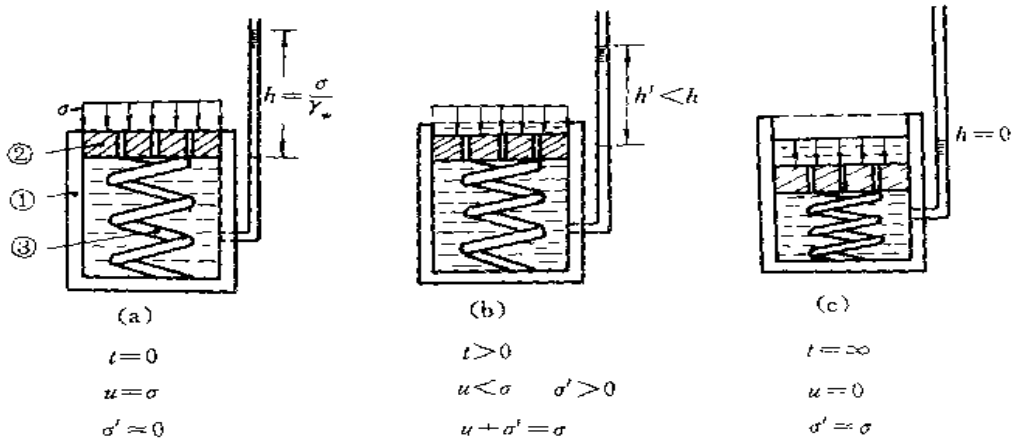


图 3-51 饱和土的渗流固结模型

当 $t>0$ 后(图 3-51b)，由于活塞上下有水头差 h，导致渗流发生。水从活塞小孔中不断排出，容器内水量减少，活塞向下移动，代表土骨架的弹簧逐渐受力，分担部分作用于活塞上的荷载。与此同时，容器内水压力逐渐减小，测压管水位逐渐降低。这一过程持续发展，直至超静水压力全部消散至 $u=0$，测压管水位又降至与容器内静水位齐平时(图 3-51c)，全部外荷载都转移给弹簧承担，活塞稳定到某一位置，渗流停止。这一过程代表饱和土体中的超静水压力逐渐消散，转移到土骨架上，骨架的有效应力逐渐增加，孔隙水压力的减小值等于有效应力的增加值。最后土中水的超静水压力 $u=0$，而土骨架的有效应力 $\sigma'=\sigma$，土体的渗流固结过程结束，简称土体已经固结。

小结上述渗流固结过程，可得如下几点认识：

(1) 整个渗流固结过程中 u 和 σ' 都是在随时间 t 而不断变化着的，即 $u=f(t)$，$\sigma'=f(t)$。渗流固结过程的物理实质就是土中两种不同应力形态的转化过程。

(2) 这里的 u 是指超静水压力。所谓超静水压力，是由外荷载引起的，超出静水位以上的那部分孔隙水压力。它在固结过程中随时间不断变化，固结终了时应等于零。饱水土层中任意时刻的总孔隙水压力应是静孔隙水压力与超静孔隙水压力之和。

(3) 侧限条件下 $t=0$ 时，饱和土体的初始超静水压力 u_0 数值上就等于施加的外荷载强度 σ(总应力)，习惯上用增量表示，写成 $\Delta u=\Delta\sigma$。若用孔压系数表示加压瞬间，或不排水的条件下，饱和土体的孔隙水压力增量与总应力增量之比，则侧限条件下的孔压系数应为 $\frac{\Delta u}{\Delta\sigma}=1$。

2. 轴对称三维应力状态

在三维应力中，最简单的应力状态是轴对称应力状态。这时，在直角坐标上，作用于立方体土样上的应力可表示如图 3-52。其中 $\sigma_1>\sigma_2=\sigma_3$。

如果写成应力矩阵，则表示为

$$\begin{bmatrix}\sigma_1 & & 0\\ & \sigma_2 & \\ 0 & & \sigma_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sigma_3 & & 0\\ & \sigma_3 & \\ 0 & & \sigma_3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\sigma_1-\sigma_3 & & \\ & 0 & \\ & & 0\end{bmatrix}$$

等式右侧的第一项表示土样上三个方向受相同的主应力压缩，称为等向压缩应力状态，或球应力状态；第二项称为偏差应力状态。当求外加荷载在土体中所引起的超静水压力时，土体中的应力是在自重应力的基础上增加一个附加应力，常用增量的形式表示，如图 3-53。图中将轴对称三维应力增量 $\Delta\sigma_1$ 和 $\Delta\sigma_3$ 分解成等向压应力增量 $\Delta\sigma_3$ 和偏差应力增量（$\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3$）。这两种应力增量在加荷的瞬间在土样内所引起的初始孔隙水压力增量，可以分别计算如下。

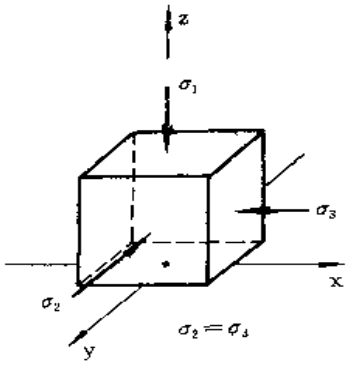


图 3-52　轴对称三维应力状态

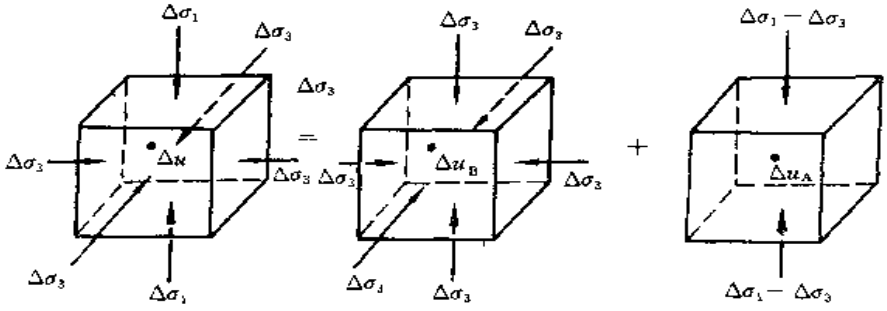


图 3-53　轴对称应力状态下的孔隙压力

（1）等向压缩应力状态——孔压系数 B

设一立方土体的体积为 V_0，孔隙率为 n。若该土体是非饱和土体，则孔隙中既有气又有水，统称之为孔隙流体。当该土体在不排水不排气的条件下，受到三向相等的正主应力增量 $\Delta\sigma_1=\Delta\sigma_2=\Delta\sigma_3$（以后简称为周压力增量 $\Delta\sigma_3$）作用后（图 3-54），土体内会相应产生孔隙水和孔隙气的压力增量 Δu_w 和 Δu_a。由于水气界面上存在着表面张力和弯液面，使得 $\Delta u_a\neq\Delta u_w$。且 $\Delta u_a>\Delta u_w$。但当土的饱和程度较高时，可忽略表面张力影响，认为 $\Delta u_a=\Delta u_w$，因此，下面讨论中不再区分 Δu_a 和 Δu_w，并将等向压力增量 $\Delta\sigma_3$ 作用下产生的孔压增量记为 Δu_B。现在推导 Δu_B 和 $\Delta\sigma_3$ 之间的关系式。

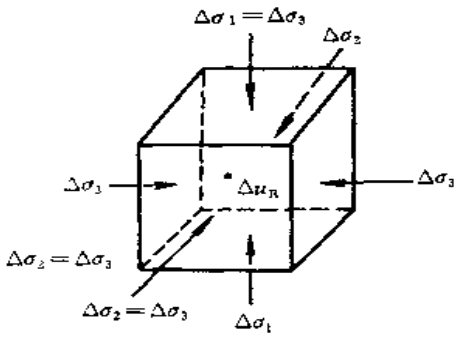


图 3-54　等向压缩应力状态

首先，分析土骨架的体积变化。根据有效应力原理，周压力增量 $\Delta\sigma_3$ 在土体中引起的有效应力增量为 $\Delta\sigma_3'=\Delta\sigma_3-\Delta u_B$。$\Delta\sigma_3'$ 作用于土骨架上，导致土骨架体积压缩 ΔV_s。若土骨架的体积应变为 ε_v，则 $\Delta V_s=\varepsilon_v V_0$。当假设土骨架为弹性体时，根据弹性理论可知：

$$\varepsilon_v=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3 \tag{3-46}$$

式中 ε_1、ε_2、ε_3 分别为三个方向的骨架线应变，且 $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon_3$，若以 ε_3 为代表，则

$$\varepsilon_3=\frac{\Delta\sigma_3-\Delta u_B}{E}-2\nu\frac{\Delta\sigma_3-\Delta u_B}{E}$$

$$=\frac{1-2\nu}{E}(\Delta\sigma_3-\Delta u_B)$$

将此式代入式（3-46）可得

$$\varepsilon_v = \frac{3(1-2\nu)}{E}(\Delta\sigma_3 - \Delta u_B)$$

令

$$C_s = \frac{3(1-2\nu)}{E}$$

则

$$\varepsilon_v = C_s(\Delta\sigma_3 - \Delta u_B)$$

$$\Delta V_s = C_s(\Delta\sigma_3 - \Delta u_B)V_0 \tag{3-47}$$

式中，C_s——土骨架的体积压缩系数，代表单位有效周压力作用下土骨架的体积应变；

E———土的变形模量；

ν———土的泊松比。

其次，分析孔隙流体的体积变化。由于孔隙流体充满于土骨架孔隙中，故孔隙流体体积就是土的孔隙体积 V_v，$V_v=nV_0$，n 为土的孔隙度。由孔压增量 Δu_B 引起的土体中孔隙流体体积变化 ΔV_v 应为：

$$\Delta V_v = C_f \Delta u_B n V_0 \tag{3-48}$$

式中 C_f 为孔隙流体的体积压缩系数，代表单位孔隙压力作用下，单位体积的孔隙流体的体积变化。

当假定土中矿物颗粒是不可压缩时，在不排水、不排气的条件下，土骨架的体积变化必等于孔隙流体的体积变化，即 $\Delta V_s=\Delta V_v$。将式（3-47）、（3-48）代入之得

$$C_s(\Delta\sigma_3-\Delta u_B)V_0 = C_f \Delta u_B n V_0$$

$$\Delta u_B = \frac{1}{1+n\dfrac{C_f}{C_s}}\Delta\sigma_3 \tag{3-49}$$

令

$$B = \frac{1}{1+n\dfrac{C_f}{C_s}} \tag{3-50}$$

则

$$\Delta u_B = B\Delta\sigma_3 \tag{3-51}$$

$$B = \frac{\Delta u_B}{\Delta\sigma_3} \tag{3-52}$$

称 B 为孔压系数 B，它表示单位周压力增量所引起的孔压增量。

对于完全饱和土，孔隙全部被水充满，则 $C_f=C_w$，C_w 为水的体积压缩系数，C_w 远小于 C_s，所以，$C_w/C_s\approx 0$，因而 $B\doteq 1.0$，$\Delta u_B=\Delta\sigma_3$。

对于干土，孔隙中全部为空气，空气的压缩性很大，$C_f/C_s\to\infty$，因而 $B=0$。

对于部分饱和土，B 值介于 0--1 之间。所以 B 值可用作反映土体饱和程度的指标。对于具有不同饱和度的土，可通过室内三轴试验进行 B 值的测定，有关三轴试验方法详见第四章。图 3-55 为一典型的孔压系数 B 值与饱和度 S_r 之间的关系曲线

（2）偏差应力状态——孔压系数 A

当立方土样（体积 V_0）在不排水、不排气的条件下受到轴向偏差应力（$\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3$）作用后，土中将相应产生孔隙压力 Δu_A（图 3-56）则轴向和径向有效应力增量分别为 $\Delta\sigma_1'=(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)-\Delta u_A$ 和 $\Delta\sigma_3'=0-\Delta u_A=-\Delta u_A$。在有效应力作用下，根据广义虎克定律，轴向骨架线应变 ε_1 和径向线应变 ε_2、ε_3 应分别为：

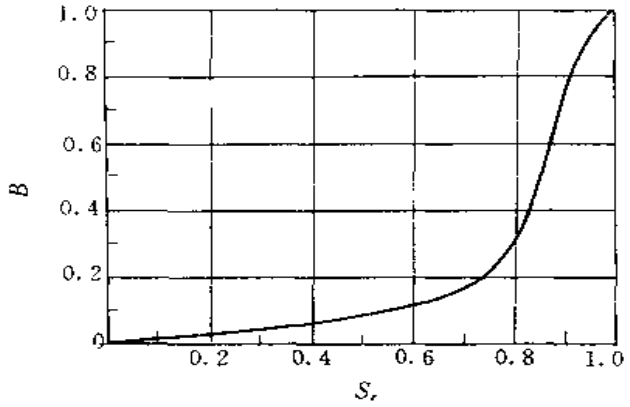


图 3-55　孔压系数 B 与饱和度 S_r 的关系

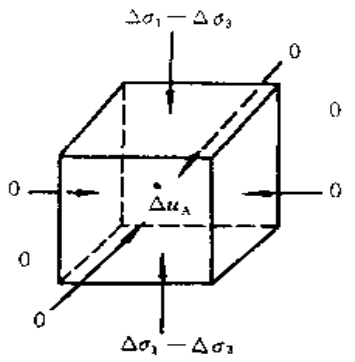


图 3-56　三轴偏差应力状态

$$\varepsilon_1=\frac{(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)}{E}-\frac{\Delta u_A}{E}-2\nu\frac{(-\Delta u_A)}{E} \tag{3-53}$$

$$\varepsilon_2=\varepsilon_3=\frac{-\Delta u_A}{E}-\nu\frac{(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)}{E}-\frac{-\Delta u_A}{E}-\nu\frac{(-\Delta u_A)}{E} \tag{3-54}$$

将式（3-53）（3-54）代入式（3-46）并经整理可得土骨架的体积应变 ε_v 为

$$\begin{aligned}\varepsilon_v&=\frac{1-2\nu}{E}[(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)-3\Delta u_A]\\&=\frac{C_s}{3}[(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)-3\Delta u_A]\\&=C_s\left[\frac{1}{3}(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)-\Delta u_A\right]\end{aligned} \tag{3-55}$$

则 V_0 土体的骨架体积压缩量 $\Delta V_s=\varepsilon_v V_0$，即

$$\Delta V_s=C_s\left[\frac{1}{3}(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)-\Delta u_A\right]V_0 \tag{3-56}$$

同理，孔隙压力增量 Δu_A 将引起孔隙流体体积减少，其体积变化量为 ΔV_v

$$\Delta V_v=C_f\Delta u_A n V_0 \tag{3-57}$$

同理，$\Delta V_s=\Delta V_v$，即

$$C_s\left[\frac{1}{3}(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)-\Delta u_A\right]V_0=C_f\Delta u_A n V_0$$

$$\Delta u_A=\frac{1}{1+n\dfrac{C_f}{C_s}}\left[\frac{1}{3}(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)\right]$$

$$\Delta u_A=B\cdot\frac{1}{3}(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3) \tag{3-58}$$

值得注意的是，上式是把土体当成弹性体所得出的。弹性体的一个重要特点是剪应力只引起受力体形状变化而不引起体积变化。土则不一样，在受剪后，体积要发生膨胀或收缩，称为剪胀性。有关剪胀性的机理将在第五章土的抗剪强度中讲述。因此，式(3-58)中，偏差应力$(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)$前面的系数 1/3 只适用于弹性体而不符合实际土体的情况。经过研究，英国学者司开普顿(A. W. Skempton)首先引入了一个经验系数 A 来替代 1/3，并将式(3-58)改写为

如下形式：

$$\Delta u_A = BA\ (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) \tag{3-59}$$

称式中 A 为孔压系数 A。对于饱和土，因为 $B=1$，故

$$\Delta u_A = A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$A = \frac{\Delta u_A}{\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3} \tag{3-60}$$

所以，孔压系数 A 是饱和土体在单位偏差应力增量 $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$ 作用下产生的孔隙水压力增量，可用来反映土体剪切过程中的胀缩特性，是土的一个很重要的力学指标。

孔压系数 A 值的大小，对于弹性体是常量，$A=1/3$；对于土体则不是常量。它取决于偏差应力增量 $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$ 所引起的体积变化，其变化范围很大，主要与土的类型、状态、过去所受的应力历史和应力状况以及加载过程中所产生的应变量等因素有关，在试验过程中 A 值是变化的。测定的方法也是用第四章所述的三轴压缩试验。如果 $A<1/3$，属于剪胀土，如密实砂和超固结粘性土等。如果 $A>1/3$ 则属于剪缩土，如较松的砂和正常固结粘性土等。表 3-10 是司开普顿等根据试验资料建议的 A 值，可以作为后面要讲的变形计算中和稳定分析中参考。

表 3-10　孔压系数 A 参考值

土类	A(用于计算沉降)	土类	A_f(用于计算土体破坏)
很松的细砂	2～3	高灵敏度软粘土	>1
灵敏性粘土	1.5～2.5	正常固结粘土	0.5～1
正常固结粘土	0.7～1.3	超固结粘土	0.25～0.5
轻度超固结粘土	0.3～0.7	严重超固结粘土	0～0.25
严重超固结粘土	−0.5～0		

这样，土样受图 3-47 所示的轴对称三维应力增量所引起的孔隙水压力增量 Δu 即为等向压缩应力状态所引起的孔压增量 Δu_B 与偏差应力状态所引起的孔压增量 Δu_A 之和，即

$$\Delta u = \Delta u_B + \Delta u_A$$

$$= B\Delta\sigma_3 + AB(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

或

$$\Delta u = B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)] \tag{3-61}$$

因此，只要知道了土体中任一点的大小主应力变化，就可以根据在三轴不排水试验中测出的孔压系数 A、B，利用式(3-61)计算出相应的初始孔隙压力。

如果不是轴对称三维应力状态，而是一般三维应力状态，则主应力增量为 $\Delta\sigma_1 > \Delta\sigma_2 > \Delta\sigma_3$。这种情况下，亨开尔(Henkel；1966)等提出了一个确定饱和土孔隙压力的修正公式为：

$$\Delta u = \frac{1}{3}(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3) + \frac{a}{3}\sqrt{(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)^2 + (\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3)^2 + (\Delta\sigma_3 - \Delta\sigma_1)^2} \tag{3-62}$$

式中 a 称为亨开尔孔压系数。一般认为采用式(3-62)定义的孔压系数 a 除了能反映中主应力影响外，更能反映剪应力所产生的孔隙压力变化的本质，具有更普遍的适用性。

【例题 3-6】 有一圆柱体非饱和试样(见图 3-57)，在不排水条件下(1)先施加周围压力 $\sigma_3 = 100\text{kPa}$，测得孔压系数 $B=0.7$，试求土样内的 u 和 σ_3'；(2)在上述试样上又施加 $\Delta\sigma_3 = 50\text{kPa}$，$\Delta\sigma_1 = 150\text{kPa}$，并测得孔压系数 $A=0.5$，试求此时土样的 σ_1、σ_3、u、σ_1'、σ_3' 各为多少(假设 B 值不变)？

解：

1. 根据式（3-51）

$$\Delta u_1 = B\Delta\sigma_3 = 0.7\times 100 = 70\text{kPa}$$

则

$$\sigma_3' = \sigma_3 - \Delta u_1 = 100 - 70 = 30\text{kPa}$$

2. 当 $\Delta\sigma_3 = 50\text{kPa}$，$\Delta\sigma_1 = 150\text{kPa}$ 时，土样内新增加的孔隙压力 Δu_2，根据式（3-61）：

$$\Delta u_2 = B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$
$$= 0.7[50 + 0.3(150 - 50)]$$
$$= 70\text{kPa}$$

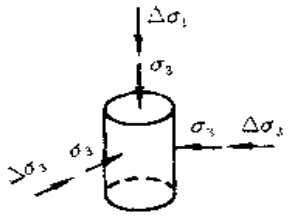


图 3-57　例题 3-6 图

则此时试样内的总孔压 $u = \Delta u_1 + \Delta u_2 = 70 + 70 = 140\text{kPa}$。

$$\sigma_1 = 100 + 150 = 250\text{kPa}$$
$$\sigma_3 = 100 + 50 = 150\text{kPa}$$
$$\sigma_1' = \sigma_1 - u = 250 - 140 = 110\text{kPa}$$
$$\sigma_3' = \sigma_3 - u = 150 - 140 = 10\text{kPa}$$

第六节　应力路径

一、应力路径的概念

试验中的土样或土体中的土单元，在外荷载变化的过程中，应力将随之发生变化。如果是弹性体，应力-应变关系符合广义虎克定律。这种关系只决定于材料本身的特性而不随应力的变化而变化，即应力和应变总是一一相对应。图 3-1 中所表示的像土这类弹塑性材料则不一样。同一种应力因加载、卸载、重新加载或重新卸载的过程不同，所对应的应变以及相应的土的性质都很不一样。所以，研究土的性质，不仅需要知道土的初始和最终应力状态，而且还需要知道它所受应力的变化过程。土在其形成的地质年代中所经受的应力变化情况称为应力历史。在应力变化的过程中达到的最大剪应力与抗剪强度的比值称为剪应力水平，简称应力水平。但应力水平有时也用以表示曾经达到的最大周围应力。有关土的抗剪强度，将在第五章中阐述。

在二维应力问题中，应力的变化过程可以用若干个应力圆表示。例如土试件先受周围压力 σ_3 作用，这时的应力圆表示为图 3-58a 中的一个点 C_0。然后在试件的竖直方向分级增加偏差应力（$\sigma_1 - \sigma_3$），每一级偏差应力可以绘出一个直径为（$\sigma_1 - \sigma_3$）的应力圆。但是这种用若干个应力圆表示应力变化过程的方法显然很不方便，特别是出现应力不是单调增加，而是有时增加，有时减小的情况，用应力圆来表示应力变化过程，不但不方便，而且极易发生混乱。

应力变化过程的较为简易的表示方法就是选择土体中某一个特定的面上的应力变化来表示土单元体的应力变化。因为该面的应力在应力圆上表示为一个点，因此这个面上的应力变化过程即可用该点在应力坐标上的移动轨迹来表示。这个应力点的移动轨迹就称为应力路径。

通常选择与主应力面成 45°的斜面作为代表面最为方便，因为每个应力圆都可以用应力圆圆心的位置 $p = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$ 和应力圆的半径 $q = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ 唯一确定，即表示该斜面的应力的 C 点同时也代表该单元体的应力状态。因而 C 点的变化轨迹 C_1、C_2、…C_n 就代表

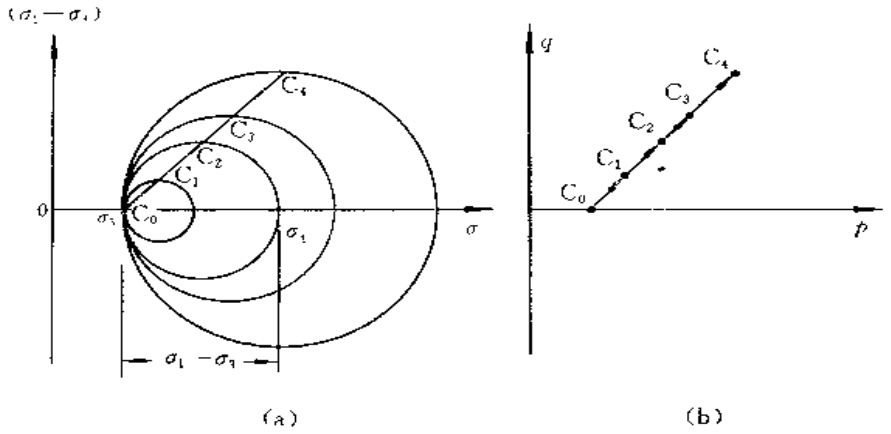


图 3-58　应力路径概念

试件或单元土体的应力路径。当然也可以选用其它面，例如土体的破裂面（位置见第五章）为代表面，但不如45°面方便。因此在绘制试件或单元土体的应力路径时，常把 σ-τ 应力坐标改换成 p q 坐标。p-q 坐标上某一点的横坐标 p 提供该点所代表的应力圆的圆心位置 $\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)$，而纵坐标 q 则表示该应力圆的半径 $\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)$。

如前所述，土体中的应力可以用总应力 σ 表示，也可以用有效应力 σ' 表示。表示总应力变化的轨迹就是总应力路径，表示有效应力的变化轨迹则是有效应力路径。按有效应力计算的 p' 和 q' 与按总应力计算的 p 和 q 有如下的关系。因为 $\sigma'_3=\sigma_3-u$，$\sigma'_1=\sigma_1-u$，故

$$p'=\frac{1}{2}(\sigma'_1+\sigma'_3)=\frac{1}{2}(\sigma_1-u-\sigma_3-u)$$

$$=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)-u=p-u \tag{3-63}$$

而

$$q'=\frac{1}{2}(\sigma'_1-\sigma'_3)=\frac{1}{2}(\sigma_1-u-\sigma_3+u)$$

$$=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)=q \tag{3-64}$$

即单元土体在应力发展过程中的任一阶段，用有效应力表示的应力圆与用总应力表示的应力圆大小相等，但圆心位置相差一个孔隙水压力值，如图 3-59 所示。也就是说，通过单元土体的任意平面，用总应力表示的法向应力 σ_n 比用有效应力表示的 σ'_n 差值也是孔隙水压力值 u。而剪应力则不论是以总应力表示或以有效应力表示，其值不变。因为水不能承受剪应力，所以水压力的大小不会影响土骨架所受的剪应力值。

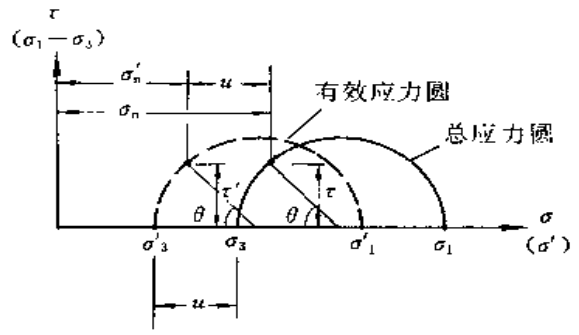


图 3-59　总应力圆与有效应力圆

二、几种典型的加载应力路径

（一）没有孔隙水压力的情况

首先讨论没有孔隙水压力的情况。因为 $u=0$，所以 $\sigma=\sigma'$。为讨论方便，让试件先在某一周围压力 σ_3 作用下排水固结。这时，$p=\sigma_3=C$，C 为常量，然后按下列几种典型的应力路径加载。

1. 增加周围压力 σ_3

这时的应力增量为 $\Delta\sigma_1=\Delta\sigma_2=\Delta\sigma_3$，且 $\Delta\sigma_3$ 不断增加。在图 3-60a 的 p-q 坐标上，表示为应力路径①，其特点是 p 不断增加，q 始终等于零，试件中只有压应力而无剪应力。应力圆恒是一个点圆、其位置在 σ 轴上移动。

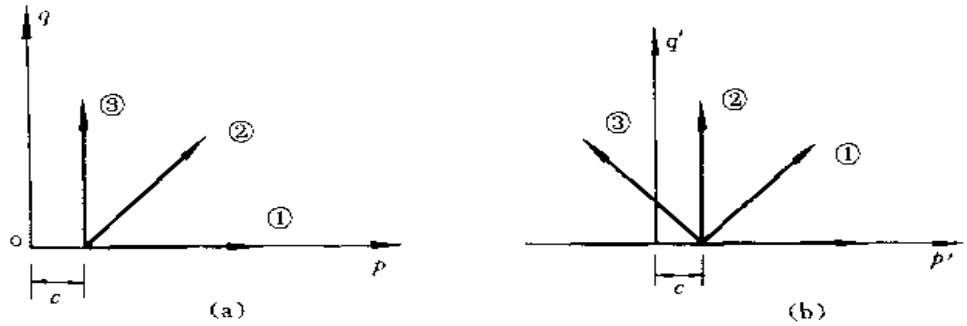


图 3-60　总应力路径与有效应力路径

2. 增加偏差应力 $(\sigma_1-\sigma_3)$

这时 σ_3 不变，周围应力增量 $\Delta\sigma_3=0$，但 σ_1 不断增加。p 的增加可以表示为 $\Delta p=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1)$，$q$ 的增加可表示为 $\Delta q=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1)$。因此应力路径是 45°的斜线，如图 3-60a 中直线②所示，应力圆的变化见图 3-58a。

3. 增加 σ_1 相应减小 σ_3

当试件上 σ_1 的增加等于 σ_3 的减小，即 $\Delta\sigma_3=-\Delta\sigma_1$ 时，p 的增量 $\Delta p=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_3)=0$，而 q 的增量 $\Delta q=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)=\Delta\sigma_1$。显然，这种情况的应力路径是 $p=C$ 的竖直向上发展的直线，如图 3-60a 中直线③。应力圆的变化是圆心位置不动而半径不断增大。

（二）有超静孔隙水压力的情况

如果加载过程中，试件内有超静孔隙水压力产生，则绘制应力路径就比较复杂。首先要区分是总应力路径还是有效应力路径。如果是总应力路径，因为可以不考虑孔隙水压力的作用，只需考虑作用在试件上的总应力，所以应力路径的绘制方法与上述没有孔隙水压力是一样的。如果绘制的是有效应力路径，则需要求出总应力增加时所产生的孔隙水压力 u，再根据 $p'=p-u$，$q'=q$，就可以根据每一计算点的总应力 p、q，计算出相应的有效应力 p'、q'，并绘出有效应力路径。因此，绘制有效应力路径的关键在于求总应力变化所引起的孔隙水压力 u 的变化。饱和土样在体积不能变化的条件下（或称不排水条件），孔隙水压力的变化可以用孔压系数 B 和 A 表示。$B=1.0$，A 则与土的性质、应力历史、应力水平等

因素有关。这了说明孔压系数 A 对有效应力路径的影响，可以观察上述第二种情况，即试件受偏差应力（$\sigma_1-\sigma_3$）作用下的有效应力路径。假定 A 分别等于常数 0、0.5 和1.0。

1. $A=0$

按前述式（3-60），$A=\Delta u/\Delta\sigma_1=0$，$\Delta u=0$ 偏差应力增量 $\Delta\sigma_1$ 不产生孔隙水压力，有效应力路径与总应力路径相同。所以 $\Delta p'=\Delta p=\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$，而 $\Delta q'=\frac{1}{2}\Delta q=\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$，有效应力路径如图 3-60b 中斜线①所示。

2. $A=0.5$

这种情况下，$A=\Delta u/\Delta\sigma_1=0.5$，$\Delta u=0.5\Delta\sigma_1$。故

$$\Delta p'=\Delta p-\Delta u=\frac{1}{2}\Delta\sigma_1-0.5\Delta\sigma_1=0$$

$$\Delta q'=\Delta q=\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$$

即有效应力路径沿平行于 q 轴方向向上发展，如图 3-60b 中竖线②所示。

3. $A=1.0$

这种情况下，$A=\Delta u/\Delta\sigma_1=1.0$，$\Delta u=\Delta\sigma_1$。则

$$\Delta p'=\Delta p-\Delta u=\frac{1}{2}\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_1=-\frac{1}{2}\Delta\sigma_1$$

$$\Delta q'=\Delta q=\frac{1}{2}\Delta\sigma_1。$$

有效应力路径如图 3-60b 中斜线③所示。

可见，试件受偏差应力的条件下，孔压系数 A 值愈大，试件中产生的孔隙水压力愈高，有效应力路径愈向左上方发展，而孔压系数 A 愈小，试件中产生的孔隙水压力愈低，有效应力路径愈向右上方发展。可以推想，若试件在加载的过程中，A 值不断变化，则有效应力路径的方向也应不断变化，成为一根连续发展的曲线。有关应力路径的应用在第五章中讨论土的强度时将进一步阐述。

【例题 3-7】 若土的泊松比 $\nu=0.3$，求侧限压缩条件加载时土体中的应力路径。

解：

根据本章分析，侧限压缩条件加载时，水平向应力增量 $\Delta\sigma_3$ 与竖直向应力增量 $\Delta\sigma_1$ 之比为侧压力系数 K_0。

故 $$K_0=\frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1}=\frac{\nu}{1-\nu}=\frac{0.3}{1-0.3}=0.429$$

$$\Delta\sigma_3=0.429\Delta\sigma_1$$

又 $$\Delta p=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_3)=0.715\Delta\sigma_1$$

$$\Delta q=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)=0.286\Delta\sigma_1$$

则 $$\frac{\Delta q}{\Delta p}=\frac{0.286\Delta\sigma_1}{0.715\Delta\sigma_1}=0.4$$

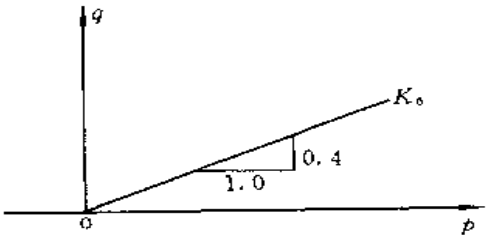


图 3-61 例题 3-7 图

即在 $p-q$ 坐标上的应力路径是通过原点，坡比为0.4 的直线，见图 3-61。

【例题 3-8】 在一饱和土样上先加周围压力 $\sigma_3=100$kPa，让其排水固结（即超静孔隙水压力消散至 $u=0$），然后在不排水条件下加第一级偏差应力 $\Delta\sigma_1=100$kPa，测得孔压系数 $A=0.50$。再在不排水条件下加第二级偏差应力 $\Delta\sigma_1=80$kPa，测得 $A=0.35$。试绘出加载全过程中试件的总应力路径和有效应力路径。

解：

1. 第一级荷载为周围压力 $\sigma_3=100\text{kPa}$。因为饱和试件的孔压系数 $B=1.0$，故加载时产生的孔压 $\Delta u_1=B\cdot\Delta\sigma_3=100\text{kPa}$，这时 p-q 图上的总应力增量 $\Delta p_1=\Delta\sigma_3=100\text{kPa}$，$\Delta q=0$。

有效应力增量 $\Delta p'=\Delta p-\Delta u_1=0$，$\Delta q'=\Delta q=0$。

当试件排水固结后，$\Delta u_1=0$，总应力增量不变，有效应力增量变为 $\Delta p'=\Delta p=100\text{kPa}$。

2. 第二级荷载在试件上加 $\Delta\sigma_1=100\text{kPa}$，孔压系数 $A=0.5$。

孔隙水压力增量 $\Delta u_2=A\Delta\sigma_1=50\text{kPa}$。因为不排水，故压力不消散。

这时，总应力增量 $\Delta p_2=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_3)=\frac{1}{2}\Delta\sigma_1=50\text{kPa}$，$\Delta q_2=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3)=\frac{1}{2}\Delta\sigma_1=50\text{kPa}$，

有效应力增量 $\Delta p_2'=\Delta p_2-\Delta u_2=0$，$\Delta q_2'=\Delta q_2=50\text{kPa}$。

3. 第三级荷载又加 $\Delta\sigma_1=80\text{kPa}$，且 $A=0.35$。

孔隙水压力增量 $\Delta u_3=A\Delta\sigma_1=0.35\times80=28\text{kPa}$。

总应力增量 $\Delta p_3=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1+\Delta\sigma_3)=\frac{1}{2}\times80=40\text{kPa}$，$\Delta q_3=\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1)=40\text{kPa}$。

有效应力增量 $\Delta p_3'=\Delta p_3-\Delta u_3=12\text{kPa}$，$\Delta q_3'=\Delta q_3=40\text{kPa}$。

绘制总应力路径和有效应力路径，如图 3-62。

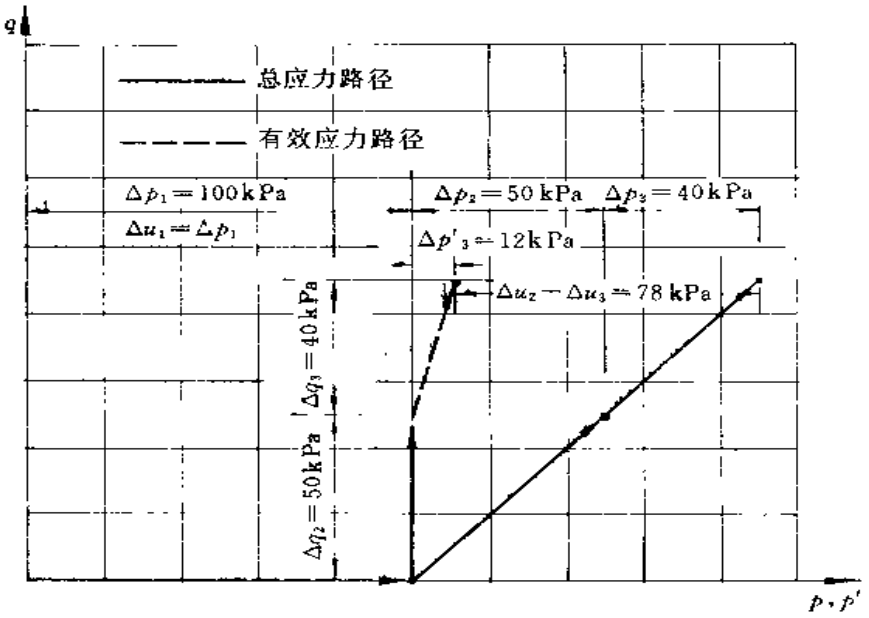


图 3-62　例题 3-8 图

第四章　土的压缩性和地基沉降计算

第一节　概　　述

由于土具有压缩性，地基承受建筑物基础荷载之后，必然发生沉降。沉降的大小，一方面取决于建筑物的重量及其分布情况；另一方面取决于地基土层的种类、各层土的厚度以及土的压缩性的大小。

地基基础的沉降，特别是建筑物各个基础之间由于荷载不同或土层压缩性不同而引起的差异沉降，会使建筑物上部结构（尤其是超静定结构）产生附加应力，影响建筑物结构的安全和建筑物的正常使用。因此，进行地基设计时，必须根据建筑物的情况和勘探试验资料，计算基础可能发生的沉降量和差异沉降，并设法将其控制在建筑物容许范围以内。必要时，尚应采取一些措施，以尽量减小地基沉降可能给建筑物造成的危害。

本章首先讨论土的压缩性及各种压缩性指标的测定方法；其次介绍地基沉降量的计算方法。然后进述土力学中的一个很重要的理论——土体渗流固结理论；在此基础上，研究地基沉降速率（沉降与时间的关系）的估算方法。最后，介绍各种建筑物基础的容许沉降量和容许差异沉降。

第二节　土 的 压 缩 性

土和其他材料一样，受力后要变形，包括体积变形和剪切变形。在建筑物荷载作用下，地基中的土体主要发生压缩变形，表现为建筑物基础的沉降。

一、侧限压缩试验

侧限压缩试验，亦称固结试验，是目前最常用的测定土的压缩性的室内试验方法。用金属环刀（内径 80 mm，高 20 mm）从原状土样切取试件。将试件连同环刀装入侧限压缩仪（亦称固结仪）的内环中，见图 4-1。试件上下面各放一块透水石，并在水槽内充水（当用饱和土样时）。通过传压板施加竖向压力 σ_z，由于试件不能侧向膨胀，处于第三章中所述的侧限应力状态。所以试件侧面同时承受来自环刀的水平向反力 σ_1，亦即周压力 σ_3。σ_z 就是大主应力 σ_1，而且，这里研究的都是作用于土骨架上的有效应力，所以有 $\sigma_1=K_0\sigma_z'$，或 $\sigma_3'=K_0\sigma_1'$。在下面研究侧限压缩问题中，将外加于

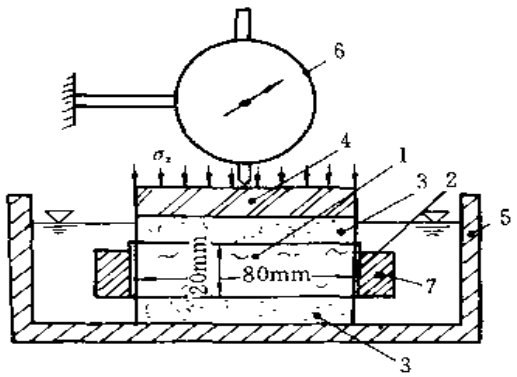


图 4-1　侧限压缩试验装置

1——试件；2——环刀；3——透水石；4——传压板；5——水槽；6——百分表；7——为环。

上样上的有效应力 σ_1' 简单表示为 σ'。

施加竖向应力后，通过百分表测读试件的竖向变形。一般规定每小时变形量不超过0.005mm即认为变形已经稳定。试验时，逐级加大 σ'，测得每级压应力作用下达到稳定时试件的竖向变形量 S，并换算成应变 ε。必要时，可做加载—卸载—再加载试验。

（一）压缩曲线

根据试验结果，可绘制土在侧限条件下的压缩曲线。图 4-2 是竖向应力 σ' 和竖向应变的关系曲线，OA 为初次加载段，AB、CD 为卸载段，BC 为再加载段。通常取曲线上任意一小段的割线斜率作为相应于该段应力范围的土的侧限变形模量 E_s（单位 kPa 或 MPa），亦即

$$E_s=\frac{\Delta\sigma'}{\Delta\varepsilon} \tag{4-1}$$

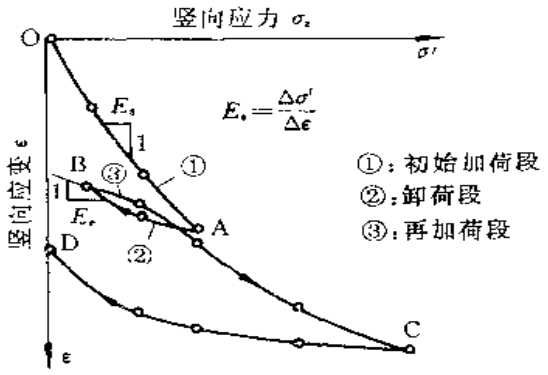


图 4-2　侧限条件下土的应力-应变关系曲线

由图 4-2 可见，土的侧限变形模量 E_s 不是常数，它随应力 σ' 的增大而增大，且增长率逐渐加大。这是因为在侧限条件下，土粒的排列愈来愈紧密，土的刚度也就愈来愈大，最后到土粒的排列已经非常紧密之后，刚度也就很难再提高了。卸载段的割线斜率代表土在侧限条件下的回弹模量 E_r，$E_r \gg E_s$，并且卸载段回不到原点。这是因为土的压缩变形中只有一部分是可恢复的（如粒间应力作用下，土粒接触点的弹性变形、片状颗粒的挠曲变形、粒间结合水膜的变形等），另一部分是不可恢复的（如土粒之间的相互位移、土结构的变化等）。回弹量远小于当初的压缩量。再加载段在压力小于曾经达到过的最大压应力之前，E_s 大，变形小。一旦超过曾经到达过的最大压应力后，E_s 又开始减小，再加载段逐渐与初次加载段的延线重叠，表明土在侧限条件下经过一次加载、卸载后的压缩性要比初次加载时的压缩性小许多。这是因为大部分可能发生的土粒位移（孔隙减小）都已在初次加载时发生过了。由此可见，应力历史对土的压缩性有显著的影响。

土在侧限条件下的压缩性还可以用土的孔隙比 e 和竖向压应力 σ' 的关系曲线表示，如图 4-3a 所示。由于土颗粒在一般压力作用下可以认为是不可压缩的，因而可将土的体积变化看作完全是土的孔隙体积的变化。设施加 σ' 前试件的高度为 H_0，孔隙比为 e_0，施加 σ' 后试件的压缩变形量为 S；从图 4-4 所示三相草图可知，施加 σ' 前试件中的固体体积 V_s 和施加 σ' 后试件中的固体体积 V_s' 分别等于：

$$V_s=\frac{1}{1+e_0}H_0A \tag{a}$$

$$V_s'=\frac{1}{1+e}(H_0-S)A' \tag{b}$$

由于侧向应变为零，$A'=A$；固体体积不变，$V_s'=V_s$，因此

$$\frac{H_0}{1+e_0}=\frac{H_0-S}{1+e}$$

$$\frac{1+e}{1+e_0}=1-\frac{S}{H_0}$$

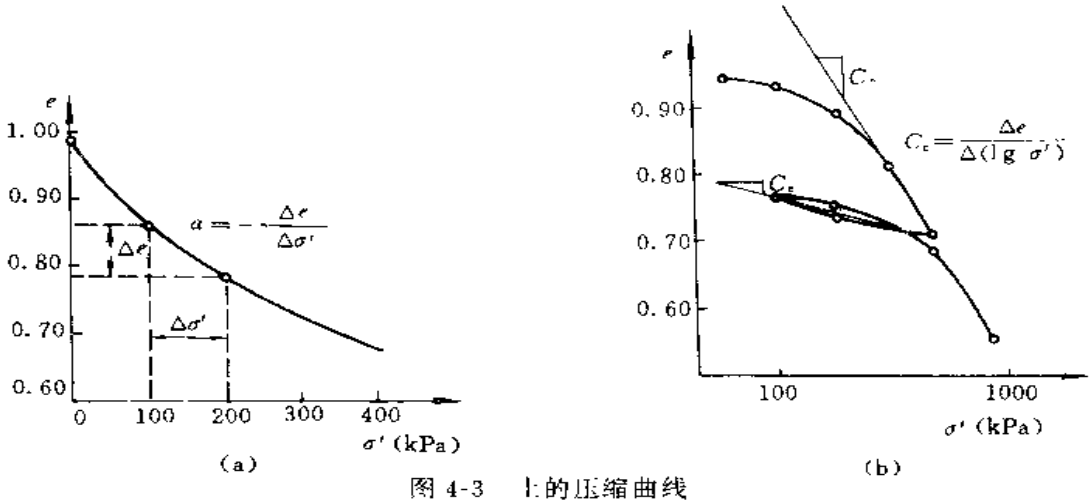


图 4-3　土的压缩曲线

所以

$$e = e_0 - (1+e_0)\frac{S}{H_0} \tag{4-2}$$

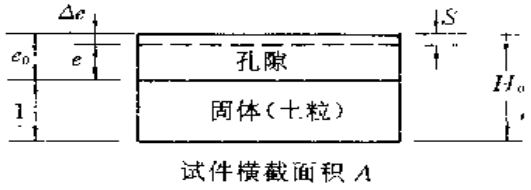


图 1-4　三相草图

利用式（4-2）计算每级 σ' 作用下达到的稳定孔隙比 e，绘制 e-σ' 曲线，如图 4-3a 所示。取曲线的割线斜率作为土在侧限条件下的压缩系数 a（单位：kPa $^{-1}$），亦即

$$a = -\frac{\Delta e}{\Delta \sigma'} \tag{4-3}$$

负值表示孔隙比 e 随压应力的增加而减小。

根据式（4-1）、（4-2）和（4-3），可得

$$E_S = \frac{1+e_0}{a} \tag{4-4}$$

E_S 称为土的侧限压缩模量或侧限变形模量，（单位：kPa），E_S 的倒数称为土的体积压缩系数 m_v，亦即：

$$m_v = \frac{1}{E_S} = \frac{a}{1+e_0} \tag{4-5}$$

m_v 的单位与压缩系数 a 相同。a 表示单位压应力变化引起的孔隙比变化，而 m_v 表示单位压应力变化引起的单位体积变化。

侧限压缩试验的结果还可用 e-lgσ 曲线表示，如图 4-3b 所示。用这种形式表示的优点是，在压力较大部分，e-lgσ' 关系接近直线，其斜率称为土的压缩指数 C_c，它是一个常量，不随 σ' 而变，亦即

$$C_c = -\frac{\Delta e}{\Delta(\lg \sigma')} \tag{4-6}$$

C_c（无量纲）表示压应力 σ' 每变化一个对数周（10 倍）所引起的孔隙比变化。卸载段和再加载段的平均斜率称为土的回弹指数或再压缩指数 C_e，而 $C_e \ll C_c$，一般粘性土 $C_e \approx \frac{1}{5} \sim \frac{1}{10} C_c$。

E_S、a、m_v 和 C_c 都是常用的土力学参数，用以表示侧限条件下土的压缩性，它们之间

可以相互换算。E_S 值愈大，土的压缩性愈小；a、m_v 和 C_c 愈大，土的压缩性愈大。可根据表 4-1 所列数值大致判别土的压缩性大小。

表 4-1　土的压缩性判别参考值

土的类别	参数值*			
	a(MPa^{-1})	m_v(MPa^{-1})	E_S(MPa)	C_c
高压缩性	>0.5	>0.25	<4	>0.167
中等压缩性	0.1—0.5	0.05—0.25	1—20	0.033—0.167
低压缩性	<0.1	<0.05	>20	<0.033

*：相当于 σ 从 100kPa 变化到 200kPa 时的数值

（二）先期固结压力

土层在历史上曾经受过的最大压力（指有效应力）称为先期固结压力 σ_p。如土层目前承受的上覆自重压力 σ_S 等于 σ_p，这种土称为正常固结土；如 σ_p 大于 σ_S，则称为超固结土；如 σ_p 小于 σ_S，则称为欠固结土。

由于冰川融化、覆盖土层剥蚀或地下水位上升等原因，原来长期存在于土层中的竖向压应力减小了，即先期固结应力 σ_p 大于土层目前所受的自重应力 σ_S，此时土层便成为超固结土。超固结土的压缩性要比正常固结土小得多，因为它受载后将要经历的是再压缩，而不是初始压缩。σ_p 与 σ_S 的比值称作超固结比 OCR，亦即

$$OCR=\sigma_p/\sigma_S \tag{4-7}$$

OCR 愈大，土的超固结度愈高，压缩性愈小。

先期固结压力 σ_p 取决于土层的受力历史（长期自然地质作用），一般很难查明，只能根据原状土样的 e-lgσ' 曲线推求。该曲线开始一段通常为平缓曲线，后面一段才是比较陡的直线，如图4-5中的 CmD。这是因为土样从土层中取出之前经历了从 A 到 B 的压缩过程，取出时经历了从 B 到 C 的卸载过程，然后放在仪器内受压，先是再压缩，一旦压力超过原来曾经受过的压力之后，就进入初始压缩直线段。因此，卡萨格兰德(Casagrande，A.）建议采用如下经验作图法确定 B 点，相应于 B 点的压力也就是先期固结压力 σ_p：

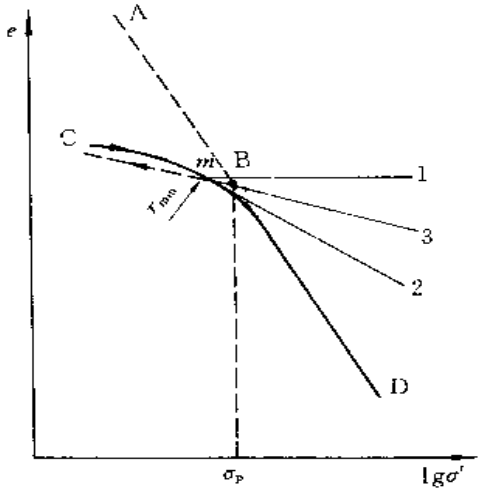


图 4-5　确定 σ_p 的作图法

1. 在 e-lgσ' 曲线上寻找曲率半径最小的点 m；
2. 过 m 作水平线 m1 和切线 m2；
3. 作∠1m2 的平分线 m3；
4. 向上延长 e-lgσ' 曲线的直线段，与 m3 相交，交点即所求 B 点。

按这种经验方法或其它类似的经验方法确定的先期固结压力只能是一种大致估计，因为原状土样往往并不“原状”，取样过程中的扰动会歪曲 e-lgσ' 曲线的形状和位置。土样扰动的程度对试验成果的可靠性和准确度影响很大。

某些结构性强的土的 e-lgσ' 曲线也会有曲率突变的 B 点，但不是由于先期固结压力所

致，而是结构强度的一种反映。当作用压力未超过土的结构强度时，土的压缩性较小，一旦压力超过土的结构强度，亦即 B 点所对应的压力值时，土的结构破坏，压缩性便急剧增大。这时 B 点并不代表先期固结压力 σ_p，而代表土的结构强度。

在超固结土层上修建建筑物时，尽量使压力不超过先期固结压力，沉降就不会很大。

【例题 4-1】 饱和土样，做侧限压缩试验，得下列数据：

压力 σ' (kN/m²)	0	50	100	200	400	800	1600	3200	0
千分表稳定读数 d(mm)	5.000	4.749	4.501	4.119	3.460	2.633	1.696	0.762	1.494

土样初始厚度 $H_0=19.8$mm；土粒密度 $\rho_s=2.75$g/cm³

试验终了时含水量 $w=20.3\%$。要求：

(1) 绘制 e-lgσ' 曲线；

(2) 确定先期固结压力 σ_p；

(3) 确定相应于 $\sigma'=1000-1500$kN/m² 的体积压缩系数 m_v 和压缩指数 C_c。

解：

(1) 试验终了时，孔隙比 $e=w\rho_s=0.203\times2.75=0.558$

试验过程中，土样厚度变化 $S=5.000-1.494=3.506$mm

由式(4-2)知：

$$e_0=\frac{e-S/H_0}{1-S/H_0}=\frac{0.7351}{0.8230}=0.893$$

$$\Delta e=(1+e_0)S/H_0=0.0956S$$

列表计算各级压力下的 Δe 和 e，并在半对数纸上绘制 e-lgσ' 曲线如图 4-6。

σ'(kN/m²)	读数 d(mm)	S(mm)	Δe	e
0	5.000	0	0	0.893
50	4.749	0.251	0.024	0.869
100	4.501	0.499	0.048	0.845
200	4.119	0.881	0.084	0.809
400	3.460	1.540	0.147	0.746
800	2.633	2.367	0.226	0.667
1600	1.696	3.304	0.316	0.577
3200	0.762	4.238	0.405	0.488
0	1.494	3.506	0.335	0.558

(2) 用 Casagrande 作图法从 e-lgσ' 曲线求得 $\sigma_p=288$kN/m²。

(3) 从曲线求得：　$\sigma_1=1000$kN/m² 时，$e_1=0.635$

$\sigma_2=1500$kN/m² 时，$e_2=0.581$

$$\therefore\quad m_v=\frac{1}{1+e_1}\cdot\frac{e_1-e_2}{\sigma_2'-\sigma_1'}=\frac{1}{1.635}\cdot\frac{0.054}{500}=6.6\times10^{-5}\text{m}^2/\text{kN}=0.066\text{MPa}^{-1}$$

$$C_c=\frac{e_1-e_2}{\lg\frac{\sigma_2'}{\sigma_1'}}=\frac{0.054}{\lg(1.5)}=0.31$$

（三）原位压缩曲线和原位再压缩曲线

上述压缩曲线，不论是 e-σ' 形式或 e-lgσ' 形式，都是由室内侧限压缩试验测得的。由于取样中土样受到扰动以及取出地面后应力释放等因素的影响，室内压缩曲线已经不能完全代表地基中原位土体的压缩性状。为了从室内压缩曲线推求原位土体压缩曲线，可利用

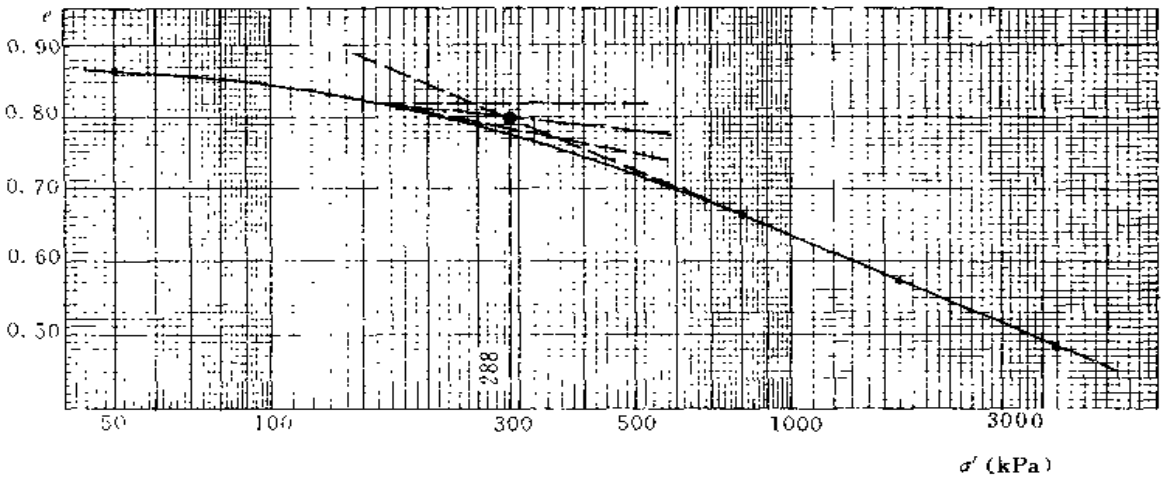


图 4-6　例题 4-1 图

e lgσ' 曲线进行分析。

图 4-7a 表示正常固结土的 e-lgσ 曲线，因为是正常固结土，所以先期固结压力 σ_p 等于取土深度处的自重应力 σ_c。假定土样取出后体积保持不变，则土样的初始孔隙比 e_0 就代表取土深度处土的原位密度，故图中 E 点即表示原位状态土的应力和密度。大量试验结果表明，经受很高压力、密度很大的土样，扰动对土的压缩性质影响很小。总结得出，当 $e=0.42e_0$ 时，可以认为试样不受扰动的影响，这时室内压缩曲线上的 D 点（图 4-7a）可以表示原位状态的 e-σ' 关系。如前所述，正常固结土的 e-lgσ' 曲线成直线变化，因此可以认为，连接 E、D 点的直线就是原位压缩曲线，其线坡 C_c 就是原位土的压缩指数。

对于超固结土，室内试验测得的 e-lgσ 曲线如图 4-7b，试验中进行卸载和重加载，形成滞回圈。滞回圈的平均斜率就是再压缩指数 C_e。

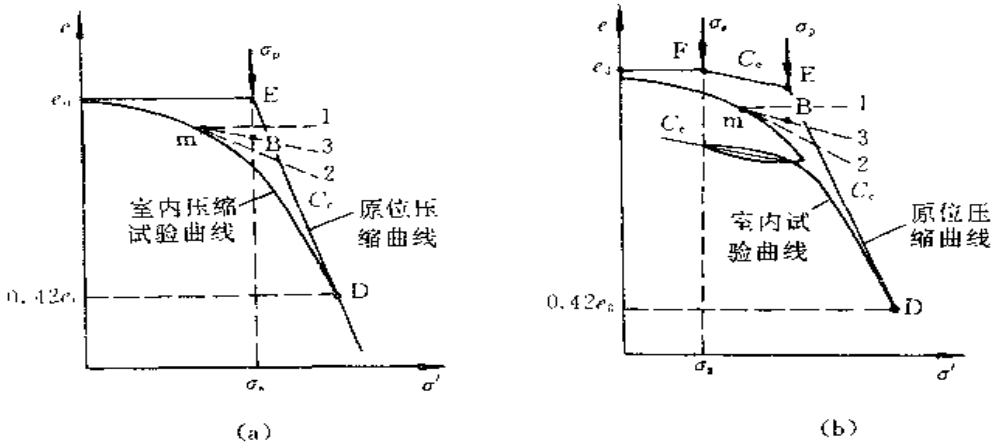


图 4-7　原位压缩曲线和再压缩曲线

超固结土的先期固结压力 σ_p 大于当前取土点的自重应力 σ_c。显然只有当应力增加至等于 σ_p 时，土样才进入正常固结状态。同样假定土样取出地面后体积不变化，测出的初始孔隙比 e_0 就是原位自重应力作用下的孔隙比 e_0，因此曲线中的 F 点代表当前地基中取土处的

e-σ'关系。从F点按再压缩指数C_c的斜率作直线交先期固结压力σ_p的作用线于E点（图4-7b），显然E点代表土体应力恢复到先期固结压力时的e-σ'关系，也就是原位土在正常固结状态的一个代表点。同样，室内压缩曲线上相应于$0.42e_0$的D点也是土体正常固结状态的另一个代表点。这样，直线DE即为原位压缩曲线，而直线EF即为原位再压缩曲线。

要注意到，在这一分析中，把从地基中取出土样测得的初始孔隙比e_0作为原位孔隙比是不准确的，因为实际上由于应力释放，取出地面后土样的体积已发生膨胀。真正原位的孔隙比应小于测得的e_0值。可见，“原位压缩曲线”和“原位再压缩曲线”也并非真正的“原位”。事实上，真正的原位密度尚无法直接测定。显而易见用这种办法求得的原位压缩指数，结果偏大。

二、三轴压缩试验

三轴压缩试验，亦称三轴剪切试验，是测定土的应力-应变关系（压缩性）和强度的一种常用的室内试验方法。与上述侧限压缩试验不同的是土样在三轴压力仪中受压时，侧向可以变形（侧向应变$\varepsilon_3\neq0$），其应力状态即为上章所述的轴对称三维应力状态。三轴压缩试验装置如图4-8所示。试件直径常用的为38—50mm，高75—100mm，用薄橡皮膜套起来，装在密闭压力室里，通过由阀门V_1进来的液体（水或油）使试件各个表面承受周围压力σ_3，

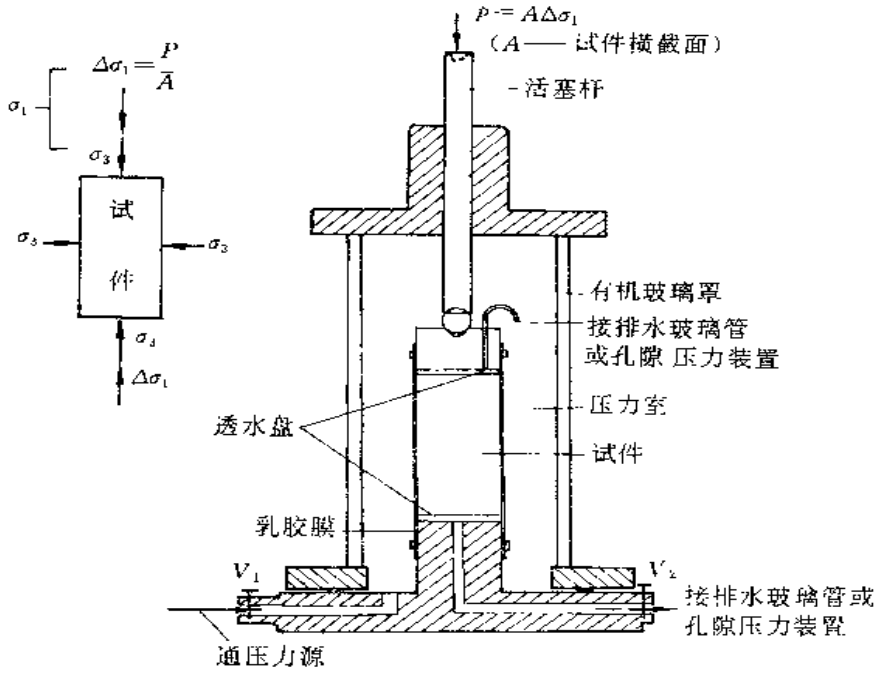


图4-8 三轴压缩试验装置

进行等压固结。然后保持σ_3不变，通过活塞杆对试件顶面分级施加附加竖向压应力$\Delta\sigma_1$，$\frac{P}{A}$，P为作用于活塞杆上的竖向压力，A为试件的截面积。试件的大主应力$\sigma_1=\sigma_3+\Delta\sigma_1$，故$\Delta\sigma_1=\sigma_1-\sigma_3$，亦称为偏差应力。与此同时，测读每级压力作用下的竖向变形，并计算出竖向应变ε_1。对饱和试件，可测读通过阀门V_2流出或进入试件的水量，计算得出每级压力作

用下的体积应变 ε_v，称为排水试验。也可将阀门 V_2 关闭不让试样在受力过程中把水排出，称为不排水试验，这时试件的体应变 $\varepsilon_v=0$。因为不让试件排水，如前所述，试件内将产生超静孔隙水压力，孔隙水压力的大小借安装在试件底座上的孔压传感器（图 4-8 上未示）测读出来。当试件上只施加周围压力 σ_3 时，测定相应产生的孔隙水压力 u，就可算出孔压系数 B 值。而当试件上只施加偏差应力 $\Delta\sigma_1$ 时，测定相应的孔隙水压力增量 Δu，就可算出孔压系数 A 值。

常规三轴压缩排水试验得出的应力-应变关系曲线如图 4-9a 所示。①是密砂的典型曲线。开始段，$\Delta\sigma_1$ 较小时，应变不大，整个试件的体积略微缩小。这表明在这个阶段，土粒主要是被挤得更紧密，没有多大侧向变形。$\Delta\sigma_1$ 再大之后，试件便进入屈服阶段，竖向应变逐渐加快增大，试件体积开始膨胀，表现为竖向压缩而侧向鼓出；$\Delta\sigma_1$ 到达某一峰值后，由于应变已经较大，土的结构松弛，偏差应力无法继续上升，反而开始下降，渐趋某一稳定值。这时，竖向应变 ε_1 和体积应变 ε_v 都已很大，试件进入破坏阶段。由此可见，在围压 σ_3 保持不变的条件下，随着竖向压力的增大，土的模量不是增大而是减小了，应变增长率逐渐加大，土样由屈服进入破坏，这同侧限压缩条件下的情况很不一样。图 4-10 表示侧限和三轴压缩情况下的应力-应变关系曲线的比较。由此可见，土的模量（压缩性）和受力条件有密切关系。②是松砂的典型曲线。松砂的应力-应变关系曲线不象密砂那样有一个峰值，偏差应力基本上随应变的增加而渐趋稳定，达最大值。受力后主要是体积压缩，密度增加。有时随着应变增大，会出现一些侧向膨胀，使体积有一定程度的恢复。

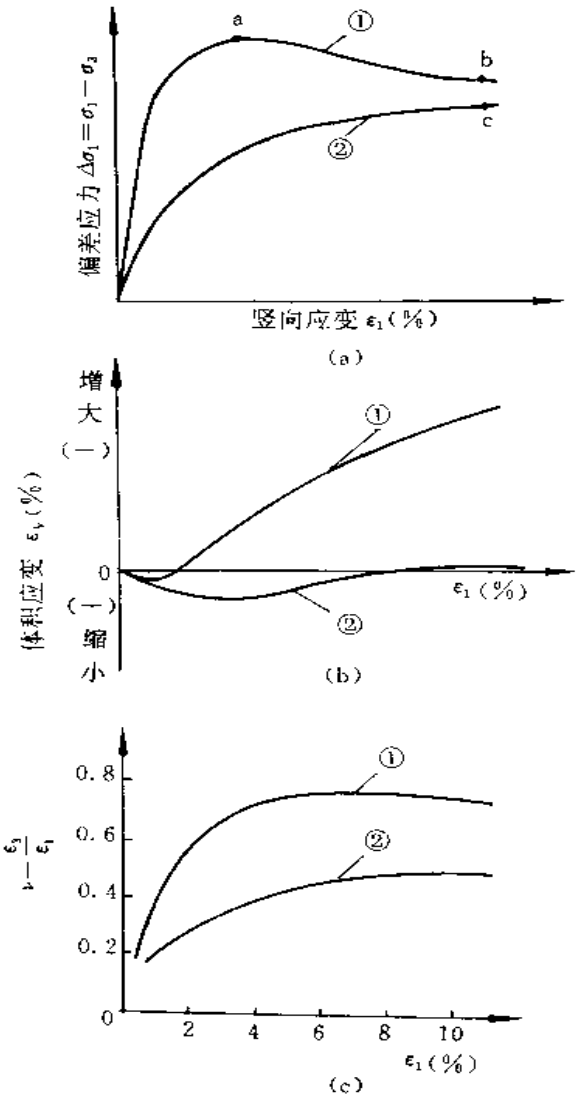


图 4-9　三轴试验应力-应变关系曲线

图 4-9 中(b)和(c)分别表示密砂和

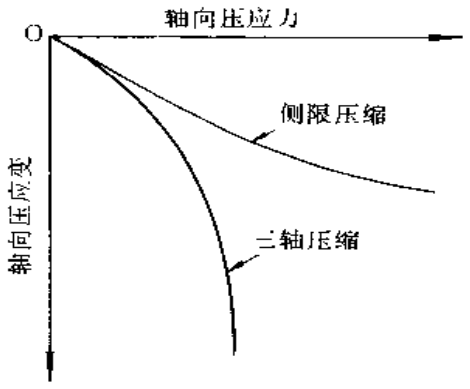


图 4-10　两类试验方法应力-应变关系曲线的对比

松砂的体积应变 ε_v 和泊松比 ν 与轴向应变 ε_1 的关系。试验研究表明，超固结粘性土在三轴试验中的压缩性状与密砂相似，而正常固结粘性土则与松砂相似。

（一）变形模量与泊松比

根据三轴压缩试验得出的应力-应变关系曲线，可以求得土的变形模量 E 和泊松比 ν，它们不是常量，而是随应力水平而变化的参数。

土的变形模量 E 与一般弹性理论中的弹性模量（亦称杨氏模量）E 在定义上是相同的。设在土柱的竖直方向（图 4-11a）施加 $\Delta\sigma_z$，土柱将在竖直方向产生应变 $\Delta\varepsilon_z$；应力增量及其在同一方向所产生的应变增量的比值即变形模量 E。

$$E_z = \frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\varepsilon_z}$$

或

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \text{ 或 } \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\varepsilon} \tag{4-8}$$

土的变形中含有不可恢复的非弹性变形，而且 E 值随应力水平而异，加载时的 E 值又不等于卸载情况下的 E 值，所以土的 E 值不叫弹性模量而称变形模量，以资区别。

可取相应于应力变化范围的某段应力-应变关系曲线的切线斜率作为变形模量，称为切线变形模量 E_t，也可取割线斜率作为变形模量，称为割线变形模量 E_{se}（图 4-11b），一般情况下两者差别不大。可看出，E_t 或 E_{se} 均随应力增大而减小。应力-应变关系曲线初始段的切线斜率最大，称为土的初始变形模量 E_i。它的大小不仅与土的种类、物理状态有关，而且与围压 σ_3 的大小有关（图 4-11c）。为相互比较，可取偏差应力从零变化到 1/2 或 1/3 峰值这段应力-应变关系曲线的割线斜率作为土的变形模量代表值，称为平均变形模量 E（图 4-11b）。这是因为一般地基中的作用应力基本上在这个范围内（地基承载力的设计安全系数通常采用 2—3，见第八章。）

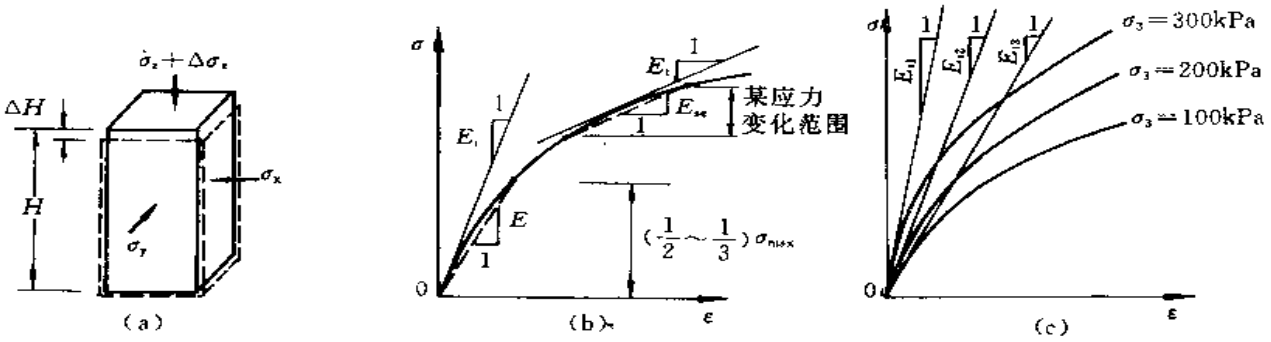


图 4-11　土的各种模量

土柱承受竖向应力增量 $\Delta\sigma_z$ 时，除了产生竖向应变 $\Delta\varepsilon_z$ 之外，同时还产生侧向应变 $\Delta\varepsilon_x$ 和 $\Delta\varepsilon_y$（侧向膨胀）。侧向应变 ε_1 与竖向应变 ε_z 的比值称为泊松比 ν。

$$\nu = \frac{\Delta\varepsilon_x}{\Delta\varepsilon_z} = \frac{\Delta\varepsilon_y}{\Delta\varepsilon_z} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_z} = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_z} \tag{4-9}$$

从常规三轴压缩排水试验资料可求得土的割线变形模量 E_{se} 和泊松比 ν：

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta\sigma_1}{E_{se}} \tag{4-10a}$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_3 = -\nu\varepsilon_1 \tag{4-10b}$$

实测体积应变 ε_v，已知

$$\varepsilon_v=\varepsilon_1+2\varepsilon_3 \tag{4-10c}$$

可从式（4-10a）确定 E_{sc}，再根据式（4-10b）和（4-10c）确定 ν。

从图 4-9c 可看出，土的泊松比在应力水平较低阶段是由小到大随轴向应变的增大而增大，到应变较大、接近破坏时才趋向常量。各类土泊松比 ν 的参考值见表 4-2。

在侧限压缩试验中，侧限变形模量

$$E_s=\frac{\Delta\sigma_z}{\Delta\varepsilon_z},\ \text{或}\ \Delta\varepsilon_z=\frac{\Delta\sigma_z}{E_s} \tag{a}$$

按广义虎克定律

$$\Delta\varepsilon_z=-\frac{\Delta\sigma_z}{E}-\nu\frac{\Delta\sigma_x}{E}-\nu\frac{\Delta\sigma_y}{E} \tag{b}$$

按侧限条件

$$\Delta\sigma_x=\Delta\sigma_y=K_0\Delta\sigma_z \tag{c}$$

及

$$K_0=\frac{\nu}{1-\nu} \tag{d}$$

或

$$\nu=\frac{K_0}{1+K_0} \tag{e}$$

将式(a)(c)(d)代入式(b)就可得到侧限变形模量 E_s 与变形模量 E 的关系：

$$E_s=\frac{1}{\beta}E \tag{4-11}$$

或

$$E=\beta E_s \tag{4-12}$$

其中

$$\beta=1-\frac{2\nu^2}{1-\nu} \tag{4-13}$$

（二）普遍应力-应变关系

在实际工程问题中，土层中各点的受力条件既不完全符合侧限压缩试验中的情况（$\sigma_x=\sigma_y=K_0\sigma_z$），也不同于常规三轴压缩试验中的情况（$\sigma_x=\sigma_y\neq\sigma_z$）。对于更为普遍的三维应力状态（$\sigma_x\neq\sigma_y\neq\sigma_z$），按理应当用第五章第三节中所述的能够模拟实际受力条件的真三轴试验来求土的应力-应变关系。根据所求的应力-应变关系，建立能够比较全面反映土在普遍应力状态下的本构关系数学模型（又称土的本构关系式），再按实际工程中的初始条件和边界条件，应用解析解法或数值解法求解土体中各点的应力、变形或位移。但是因为土在普遍三维应力状态下的变形特性十分复杂：既有体积变形，又有剪切变形；正应力不仅引起体积变形还会引起剪切变形；剪应力不仅引起剪切变形，也能引起体积变形（剪胀性）；变形中有一部分是可恢复的、另一部分是不可恢复的（弹塑性）；应力-应变关系不仅随应力水平而异（非线性），还随应力路径和应力历史甚至随时间而异（流变性）。这就使模型参数十分复杂、从而采用严格的解法，例如弹塑性理论解，比较困难，目前尚在研究之中，不能在一般生产中普遍应用。

迄今生产中采用的方法，通常都是用简化的方法。在地基计算中，应力分布采用上一章所述的弹性理论计算方法，土层的压缩和地基的沉降大多采用下一节将要讲述的由侧限压缩试验提供参数的一些地基沉降计算方法。在土工建筑物，例如土坝的应力计算中，土体中的应力状态远不是侧限状态，这时常根据三轴压缩试验测定的应力-应变关系曲线，简化为非线性弹性模型，用数解法（通常为有限元法）求解。目前采用的有几种非线性弹性模型，限于篇幅，本书只能在附录 I 中简要介绍其中一种常用的模型，称 E-B 模型，供读者参考。

三、载荷试验与旁压试验

测定土的压缩性，除了上述室内试验之外，还可以做现场原位试验。室内试验的做法比较简单；但必须从天然土层中取出结构、含水量基本保持天然状态的原状土样，而这是比较费事的。现场试验的优点是避免了这种麻烦，排除了取样和试件制备过程中由于应力释放和机械扰动对试件造成的影响，而且测试土体较大，有更好的代表性，但试验比较麻烦，试验边界条件比较复杂，分析成果比较困难，并且无法根据研究分析的需要灵活改变试验时的土体受力条件。因此，室内和现场试验各有优缺点，可相互配合应用。有些土很难取得质量较好的原状土样，如饱和砂土和很软的粘土，就只能做现场试验。

（一）载荷试验

载荷试验，又称平板载荷试验，是一种常用的、比较可靠的现场测定土的压缩性（变形模量）和地基承载力的方法。试验装置一般如图 4-12 所示。

在待测土层上挖坑到适当深度，放置一圆形或方形的承压板①（底面积通常为 0.25 或 0.50m²）。坑的宽度应不小于承压板宽度的 3 倍。挖土及放置承压板时，应尽量保护坑底的土少受扰动。在承压板的上方设置刚度足够大的横梁⑤、锚锭装置④、千斤顶③和支柱②，由承压板施加单位面积静压 p 于土层上，测读承压板的相应沉降 S，直至土体到达或接近破坏（沉降急剧增加）。对较松软的土，荷载一般按 10 至 25kPa；对较坚硬的土，按 50kPa 的等级依次增加。每加一级荷载，须等候一段时间，待沉降基本稳定时，再加下一级荷载（这一段时间的长短依土的种类而异，粘土一般要 24 小时或更长些）。

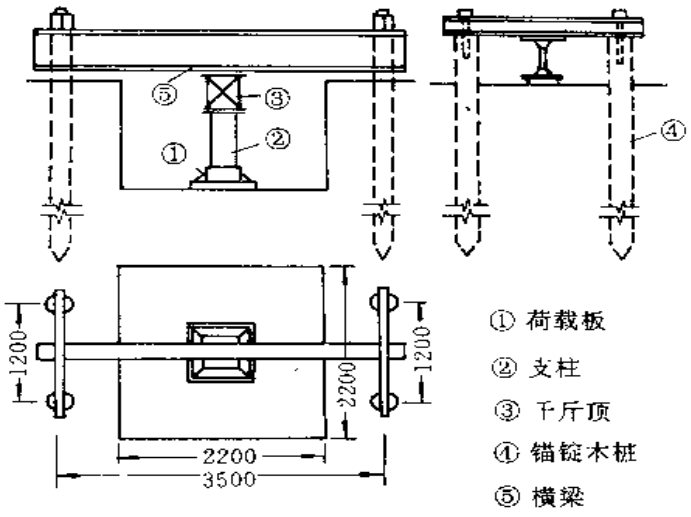


图 4-12　载荷试验装置

另一种常用的做法是直接在承压板上设置加荷台，通过加荷平台上堆放铁块等重物逐级加载。这种方法工作量大，做起来很费劲。

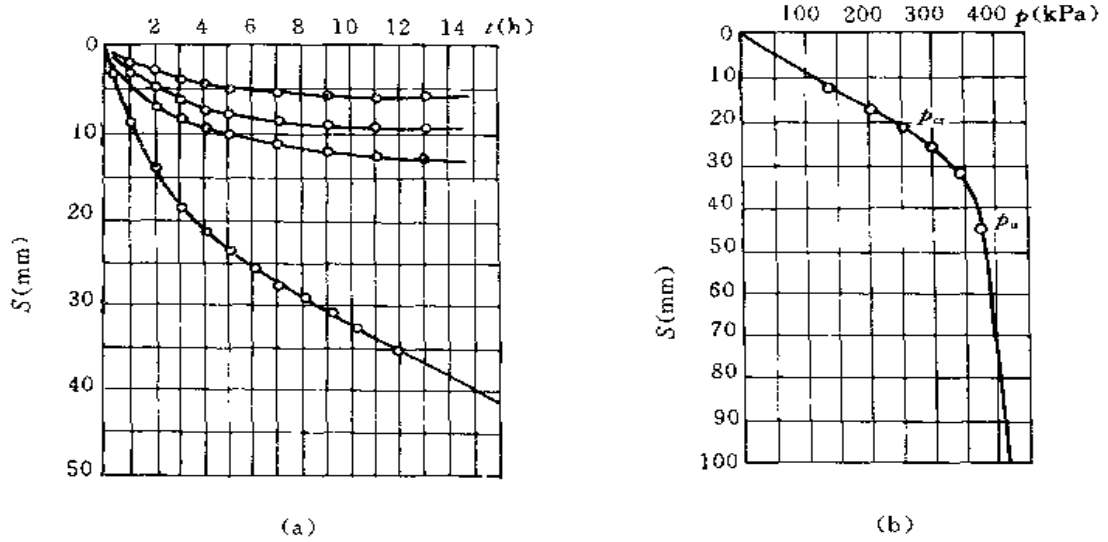
载荷试验结果可以绘成：(1) 各级荷载下的沉降与时间关系曲线（S-t 曲线；图4-13a）和(2)单位面积压力与总沉降量关系曲线（p-S 曲线；图 4-13b）。

从图 4-13b 可见，在逐级加荷情况下，土体的变形（沉降）可以分为三个顺序发生的阶段：

1. 压密阶段　土由于受荷而压实，相当于图中自 0 至 p_{cr} 区段，在这段中，荷载 p 与沉降 S 接近线性关系。

2. 局部剪切阶段　荷载 p 和沉降 S 之间不再保持线性关系，承压板底下的土在发生压实的同时，开始发生侧向位移，土中出现局部剪切破损。

3. 破坏阶段　荷载超过 p_u 值，承压板沉降急剧增大，承压板底下土体中形成连续滑



(a) (b)

图 4-13 载荷试验的沉降曲线

裂面，承压板四周因土体向外上方滑动而出现隆起的土堆。

根据 p-S 曲线的初始段（$0p_{cr}$段），可以求得承压板底下 2—3 B（B 为承压板的边长或直径）深度范围内土层的平均变形模量 E。在这个阶段，承压板底下土体的应力-应变关系基本上保持线性关系，可将承压板底下的土体视作均质各向同性的半空间直线变形体，利用弹性理论解答求得承压板沉降量 S 和土体变形模量 E 之间的关系：

$$S = \frac{\omega p B(1-\nu^2)}{E}$$

或

$$E = \frac{\omega p B(1-\nu^2)}{S} \tag{4-14}$$

式中，ω——与荷载板的刚度和形状有关的系数，对刚性承压板，方形 $\omega=0.88$，圆形 $\omega=0.79$；

B——承压板的边长或直径；

ν——土的泊松比；

p、S——分别为 $0p_{cr}$段曲线上某点的压力值和沉降值。

（二）旁压试验

上述载荷试验一般只适宜于在地表下不深处（<1—2m）进行。如要测定地下深处土层的压缩性，可在钻孔中做旁压试验，又称横压试验（图 4-14）。旁压试验的原理与上述载荷试验差不多，只不过将竖直方向加载改成水平方向加载。在钻孔中某一待测深度处放入一个带有可扩张橡皮囊的圆柱形装置，称为旁压仪，然后从地面气水系统向旁压室内通以压力水，使橡皮囊径向膨胀，从而向孔壁施加径向压力 p_h，并引起四周孔壁的径向变形 S。径向变形可通过压入橡皮囊内水体积 V 的变化间接量测。绘制 p_h-V 关系曲线如图 4-14b。其中 0-p_{oh}段是将橡皮囊撑开，贴紧孔壁的区段；p_{oh}-p_{cr}是模量量测段，压力大于 p_{cr}以后，孔壁周围土体发生局部破坏，到达极限荷载 p_{uh}，土体产生整体破坏。有了 p_h-V 曲线，就可以利用轴对称平面应变问题弹性理论解答，求得土的变形模量 E_h。

应该注意，E_h 是水平向的变形模量，只有当土质均匀时才可以把 E_h 当成土的变形模量 E 使用。对于各向异性土，则应经过修正，才能应用。

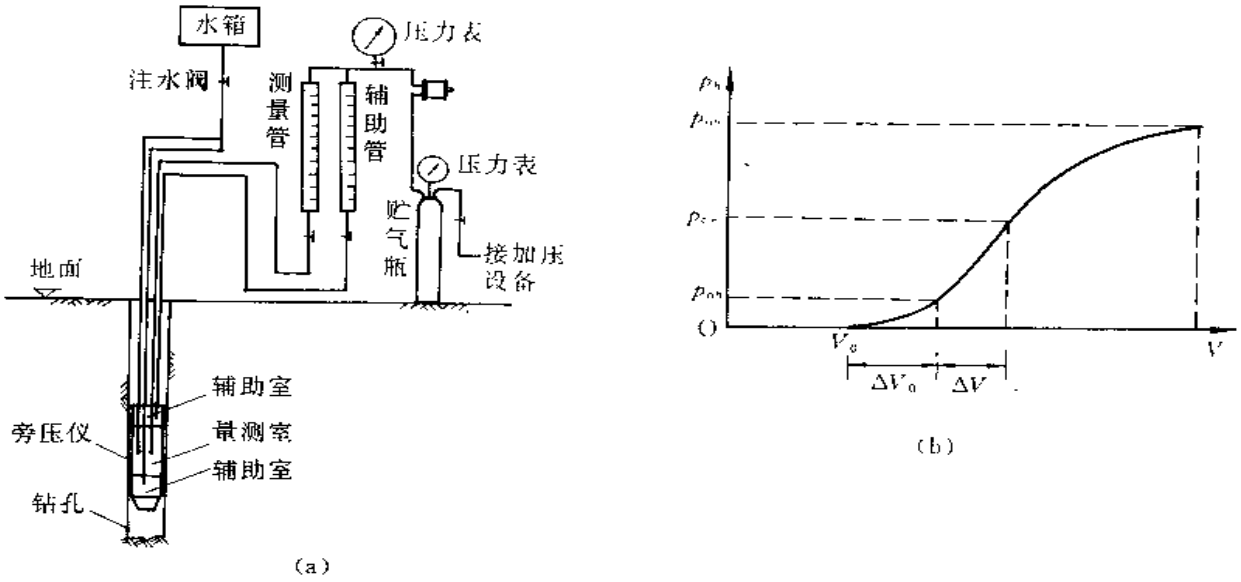


图 1-11　旁压试验装置及试验曲线

目前，旁压仪已在生产中广泛应用，并且有所发展。有一种自钻式旁压仪，在装置下端带有特殊的水冲钻头，可在保持土层的天然结构及应力状态下自钻成孔，并就位于试验深度。这样也就可以避免由于预先钻孔，孔壁天然应力状态发生变化所造成的影响。此外，还有可同时量测原位孔隙水压力和土层波速的多功能自钻式旁压仪。

四、土的压缩性特征

概括起来，土的压缩性有以下几个主要特征：

（一）土的压缩性是指土在静力作用下体积缩小的特性。按有效应力原理就是研究有效应力变化所引起的孔隙比 e 的变化，它不同于含水量变化引起的体积缩小（收缩或湿陷），也不同于动荷载引起的体积缩小（震陷）。

（二）土的压缩性不但与土的组成、状态、结构等土的基本性质有关，也与土的受力条件有关（应力水平、侧限条件等）。与一般材料相比，它具有更为显著的非线性（模量随应力的大小而变化）、弹塑性（压缩变形中既有可恢复的弹性变形又有不可恢复的塑性变形）和剪胀性（剪应力引起体积变化）等特点；而且由于渗流固结作用，变形的发展有一个时间过程。因此，设计中必须针对所研究的问题，采用有代表性的土样，在符合于实际应力状况的条件下进行试验，才能获得较为正确的压缩性计算指标。

（三）细粒土的压缩性特点如下：

1. 土的塑性指数愈大，其压缩性通常也愈大。根据统计资料，粘性土的初始压缩段的压缩指数 C_c 可按下式估算

$$C_c = A(w_L - 10\%) \tag{4-15}$$

式中，　w_L——土的液限，以百分数表示；

A——系数，对原状土，采用 0.009，对重塑土采用 0.007。

这种经验关系只能用以大致估计土的压缩性，不能用于代替实际试验。

2. 同一种土，超固结比 OCR 愈大，其变形模量一般亦愈大。

3. 扰动对土的压缩性有重要影响。尽管组成和密度相同，原状结构粘土和重塑粘土的变形模量相差很多。扰动大大增加土的压缩性。所以，研究天然地基问题时，应从天然土层中取出结构、含水量保持不变的原状土样做室内试验或进行现场原位试验；如果研究的是人工填方问题（如土坝、路堤、填筑地基等），可采取扰动土样，按照实际工程中准备采用的压实标准，制备试件，做室内试验。

（四）粗粒土的压缩性特点

粗粒土的压缩性主要取决于土的颗粒组成、矿物成分、颗粒形状、起始孔隙比、相对密度和作用的压应力等因素。哈定（B. O. Hardin）提出根据这几个因素估计粗粒土侧限压缩模量 E_s 值的方法，可供没有压缩性试验资料时参考。

$$S_D = K_D\left(1+\frac{D_r}{2}\right)\left(1-\frac{700}{n_s^2}\cdot\frac{d_{40}}{d_{90}}\right) \tag{4-16a}$$

$$\frac{1}{e}=\frac{1}{e_0}+\frac{1}{S_D}\left(\frac{\sigma_v}{p_a}\right)^{0.5} \tag{4-16b}$$

式中，K_D——矿物成分因素：正长石取 31，石英取 27，长石取 23，一般可采用 27；

D_r——土的相对密实度；

n_s——颗粒形状因素：角状取 25，圆状取 15，中间状态取内插值；

d_{40}、d_{90}——分别为小于此直径颗粒占全部颗粒质量 40%和 90%的粒径；

S_D——反映土的组成和物理状态的无量纲参数；

σ_v——竖向有效压应力（kPa）；

p_a——大气压力（kPa）；

e_0——σ_v 为零时土的孔隙比，可参照表 4-3 采用；

e——相应于应力 σ_v 时的孔隙比。

计算时，按式(4-16b)分别算出土在自重应力 σ_{v1}作用下的孔隙比 e_1 以及在自重应力与附加应力之和 σ_{v2}作用下的孔隙比 e_2，然后便可按下式求在此压应力变化范围的侧限变形模量 E_s 值：

$$E_s=(1+e_0)\frac{\sigma_{v2}-\sigma_{v1}}{e_1-e_2} \tag{4-17}$$

无论细粒土或粗粒土，侧压力系数 K_0 是影响压缩性的重要指标，且不容易在实验室直接量测，表 4-2 给出各类土的侧压力系数 K_0 和泊松比 ν 的参考值。

表 4-2　土的侧压力系数 K_0 参考值

土的种类	w_L	I_P	K_0	ν
饱和的松砂			0.46	0.32
密砂			0.36	0.26
干的松砂($e=0.8$)			0.64	0.39
密砂($e=0.6$)			0.49	0.33
压实粘性土	—	≈10	0.42	0.30
	—	≈30	0.66	0.40
原状淤泥质粘土	≈70	≈15	0.57	0.36
原状海相粘土	≈40	≈15	0.48	0.32
原状高岭土	≈60	≈23	0.64—0.70	0.39—0.41

表 4-3　砂类土的 e_0 参考值

土的种类	密实度			
	密实	中密	稍密	松
粉砂、细砂	<0.70	0.70—0.85	0.85—0.95	>0.95
中砂、粗砂、砾砂	<0.60	0.60—0.75	0.75—0.85	>0.85

第三节　地基沉降量计算

在讲地基沉降量的具体计算方法之前，首先介绍一维压缩基本课题——均匀土层在连续均布荷载作用下的压缩变形。

一、一维压缩基本课题

在厚度为 H 的土层上面施加连续均布荷载 p（图 4-15a），这时土层只能在竖直方向发生压缩变形，而不可能有侧向变形，这同上述侧限压缩试验中的情况基本一样，属一维压缩问题。

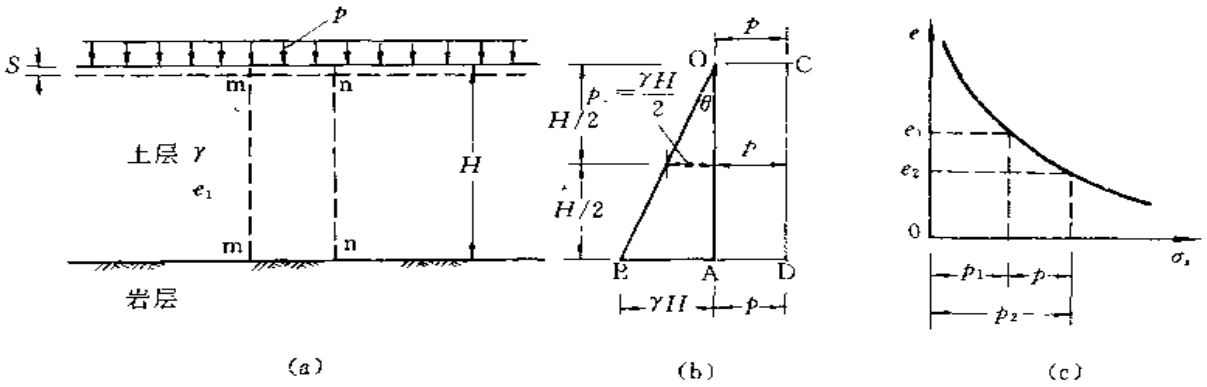


图 4-15　土层一维压缩

施加外荷载 p 之前，土层中的自重应力分布为图 4-15b 中 OBA；施加 p 之后，在土层中引起的附加应力分布为 OCDA。对整个土层来说，施加外荷载前后存在于土层中的平均竖向应力分别为 p_1（$=\gamma H/2$）和 p_2（$=p_1+p$）。从土的侧限压缩试验曲线（图 4-15c）可以看出，竖向应力从 p_1 增加到 p_2，将引起土的孔隙比从 e_1 减小为 e_2。参照式（4-2），可求得一维条件下土层的压缩变形量 S 与土的孔隙比变化之间存在如下关系：

$$S=\frac{e_1-e_2}{1+e_1}H \tag{4-18}$$

这就是土层一维压缩变形量的基本计算公式。不难证明，式（4-18）亦可改写成：

$$S=\frac{a}{1+e_1}(p_2-p_1)H=\frac{a}{1+e_1}pH \tag{4-19}$$

或

$$S=\frac{a}{1+e_1}A \tag{4-20}$$

或

$$S=m_v pH=m_v A \tag{4-21}$$

或
$$S = \frac{pH}{E_s} = \beta \frac{pH}{E} \tag{4-22}$$

或
$$S = C_c \frac{H}{1+e_1} \lg\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \tag{4-23}$$

式中，a 为压缩系数；m_v 为体积压缩系数；E_s 为侧限变形模量；E 为变形模量；C_c 为压缩指数；$\beta = 1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu}$，$\nu$ 为泊松比；H 为土层厚度，p 为作用于土层厚度范围内的平均附加应力，A 为作用于土层厚度范围内的附加应力分布图面积，$A = pH$。

二、沉降计算分层总和法

分层总和法是目前最常用的地基沉降计算方法。现将分层总和法的基本原理和计算步骤介绍如下：

（一）基本原理

1. 分别计算基础中心点下地基中各个分层土的压缩变形量 S_i，认为基础的平均沉降量 S 等于 S_i 的总和，即

$$S = \sum_{i=1}^{n} S_i \tag{4-24}$$

式中，n 为计算深度范围内的分层数（见下面说明）。

2. 计算 S_i 时，假设土层只发生竖向压缩变形（一维课题），没有侧向变形，因此可用上述式（4-18）至（4-23）中的任何一个公式进行计算。

（二）计算步骤

1. 在地质剖面图上绘制基础中心下地基中的自重应力分布曲线和附加应力分布曲线，如图 4-16 所示。自重应力分布曲线由天然地面起算，基底压力 p 由作用于基础上的荷载计算。在一般建筑物施工中，开挖基坑后即砌筑基础，可以认为挖土卸载与砌基础重加载中，如果基础底面因卸载减少的压力 σ_{sD} 与重加载增加的压力相等，地面不产生沉降。因此，基底压力中只有一部分 $p_0 = (p - \sigma_{sD})$ 才是引起沉降的压力，称为基底附加压力。地基中的附加应力分布曲线应根据 p_0 用第三章所讲的方法计算。

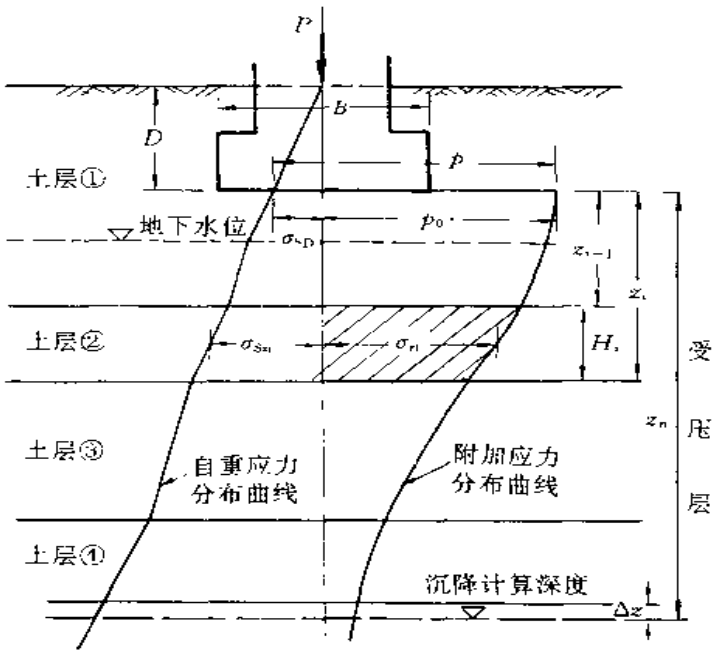


图 4-16　分层总和法计算地基沉降量

2. 确定沉降计算深度（亦称受压层深度）。

从图 4-16 可以看出，附加应力随深度递减，自重应力随深度递增，到了一定深度之后，附加应力相对于该处原有的自重应力已经很小，引起的压缩变形

可以忽略不计，因此沉降算到此深度便可。一般取附加应力与自重应力的比值为 0.2（一般土）或 0.1（软土）的深度处作为沉降计算深度的限界。

对一般房屋基础，亦可按下列经验公式确定沉降计算深度 Z_n：

$$Z_n = B(2.5 - 0.4\ln B) \tag{4-25}$$

式中，B 为基础宽度（m）。

需要注意的是，如果在确定的沉降计算深度以下尚有压缩性较大的土层时，沉降应继续算到该土层底面为止。

3. 确定沉降计算深度范围内的分层界面。沉降计算深度范围内，压缩性不同的天然土层的界面均应取为沉降计算分层面，地下水面上下，上的容重不同，也应取为界面，这是不言而喻的。此外，由于附加应力沿深度的变化是非线性的，为避免沉降计算产生较大的误差，分层厚度不宜过大，一般要求分层厚度不大于基础宽度的 0.4 倍或 4m；遇同一压缩性的天然土层，其厚度超过此值时应将其进一步分薄计算。

4. 计算各分层土的沉降量 S_i。认为各分层上都是在侧限压缩条件下，压力从 $p_1 = \sigma_{sz1}$ 增加到 $p_2 = \sigma_{sz1} + \sigma_{z1}$ 所产生的变形量 S_i，可按式（4-18）至（4-23）中任意一式计算。计算中自重应力 σ_{szi} 和附加应力 σ_{zi} 均可从图 4-16 的曲线直接量取。当采用式（4-20）计算时，A_i 是计算层附加应力分布图的面积，即图 4-17 中阴影线的面积 efdc。可表示为：

$$A_i = \sigma_{zi} H_i$$

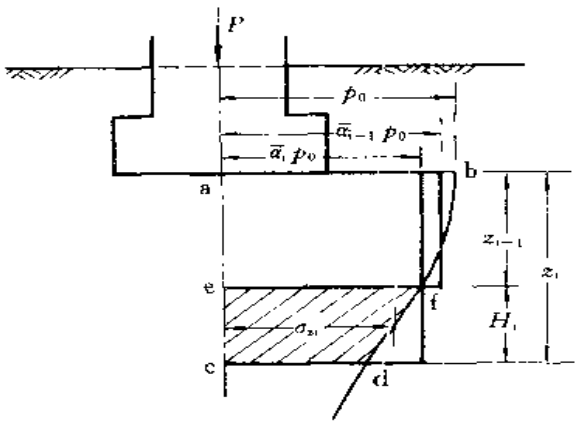


图 4-17　附加应力分布图面积计算

该面积等于 z_i 范围内附加应力分布图 abcd 的面积减去 z_{i-1} 范围内附加应力分布图 abef 的面积。其值可以从应力分布图积分求得。令矩形面积 $\bar{\alpha}_i p_0 \times z_i$ 等于面积 abcd；$\bar{\alpha}_{i-1} p_0 \times z_{i-1}$ 等于面积 abef，则有

$$A_i = \sigma_{zi} H_i = p_0(\bar{\alpha}_i z_i - \bar{\alpha}_{i-1} z_{i-1}) \tag{4-26}$$

式中，$\bar{\alpha}_i$ 和 $\bar{\alpha}_{i-1}$ 称为平均附加应力系数，可按表 4-4 查用；其余符号意义见图 4-16。采用这种计算方法的优点是有现成的表 4-4 可查 $\bar{\alpha}$ 值，而不必计算基础底面下的附加应力分布。

5. 按式（4-24）计算基础的平均沉降。

（三）计算中的几个问题

1. 有相邻荷载作用（其他基础荷载或地面荷载）时，在沉降计算中应将相邻荷载在基础中点下各个深度处引起的附加应力（用第三章介绍的角点法和附加应力计算表）叠加到基础自身引起的附加应力中去。相邻荷载对基础沉降的影响随荷载与基础之间的距离的增加而迅速减小。

2. 经验公式（4-25）只适用于没有邻近荷载或邻近荷载的影响可以忽略不计的情况。对于需要考虑相邻荷载的情况，我国《建筑地基基础设计规范》规定采用下式确定沉降计算深度：

$$\Delta S' \leqslant 0.025S \tag{4-27}$$

式中，$\Delta S'$ —— 由计算深度向上取厚度为 Δz（见图 4-16）的土层沉降计算值；$\Delta z =$

0.3—1.5m，取决于基础宽度 B，按表 4-5 采用；S——计算深度范围内各个分层土的沉降计算值总和。

表 4-4　矩形面积均布荷载作用下，通过中心点竖线上的平均附加应力系数 $\bar{\alpha}$

z/B \ L/B	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.4	2.8	3.2	3.6	4.0	5.0	>10.0（条形）
0.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.2	0.987	0.990	0.991	0.992	0.992	0.992	0.993	0.993	0.993	0.993	0.993	0.993	0.993
0.4	0.936	0.947	0.953	0.956	0.958	0.960	0.961	0.962	0.962	0.963	0.963	0.963	0.963
0.6	0.858	0.878	0.890	0.898	0.903	0.906	0.910	0.912	0.913	0.914	0.914	0.915	0.915
0.8	0.775	0.801	0.810	0.831	0.839	0.844	0.851	0.855	0.857	0.858	0.859	0.860	0.860
1.0	0.698	0.738	0.749	0.764	0.775	0.783	0.792	0.798	0.801	0.803	0.804	0.806	0.807
1.2	0.631	0.663	0.686	0.703	0.715	0.725	0.737	0.744	0.749	0.752	0.754	0.756	0.758
1.4	0.573	0.605	0.629	0.648	0.661	0.672	0.687	0.696	0.701	0.705	0.708	0.711	0.714
1.6	0.524	0.556	0.580	0.599	0.613	0.625	0.641	0.651	0.658	0.663	0.666	0.670	0.675
1.8	0.482	0.513	0.537	0.556	0.571	0.583	0.600	0.611	0.619	0.624	0.629	0.633	0.638
2.0	0.446	0.475	0.499	0.518	0.533	0.545	0.563	0.575	0.584	0.590	0.594	0.600	0.606
2.2	0.414	0.443	0.466	0.484	0.499	0.511	0.530	0.543	0.552	0.558	0.563	0.570	0.577
2.4	0.387	0.414	0.436	0.454	0.469	0.481	0.500	0.513	0.523	0.530	0.535	0.543	0.551
2.6	0.362	0.389	0.410	0.428	0.442	0.455	0.473	0.487	0.496	0.504	0.509	0.518	0.528
2.8	0.341	0.366	0.387	0.404	0.418	0.430	0.449	0.463	0.472	0.480	0.486	0.495	0.506
3.0	0.322	0.346	0.366	0.383	0.397	0.409	0.427	0.441	0.451	0.459	0.465	0.474	0.487
3.2	0.305	0.328	0.348	0.364	0.377	0.389	0.407	0.420	0.431	0.439	0.445	0.455	0.468
3.4	0.289	0.312	0.331	0.346	0.359	0.371	0.388	0.402	0.412	0.420	0.427	0.437	0.452
3.6	0.276	0.297	0.315	0.330	0.343	0.353	0.372	0.385	0.395	0.403	0.410	0.421	0.436
3.8	0.263	0.284	0.301	0.316	0.328	0.339	0.356	0.369	0.379	0.388	0.394	0.405	0.422
4.0	0.251	0.271	0.288	0.302	0.314	0.325	0.342	0.355	0.365	0.373	0.379	0.391	0.408
4.2	0.241	0.260	0.276	0.290	0.300	0.312	0.328	0.341	0.352	0.359	0.366	0.377	0.396
4.4	0.231	0.250	0.265	0.278	0.290	0.300	0.316	0.329	0.339	0.347	0.353	0.365	0.384
4.6	0.222	0.240	0.255	0.268	0.279	0.289	0.305	0.317	0.327	0.335	0.341	0.353	0.373
4.8	0.214	0.231	0.245	0.258	0.269	0.279	0.294	0.306	0.316	0.324	0.330	0.342	0.362
5.0	0.206	0.223	0.237	0.249	0.260	0.269	0.284	0.296	0.306	0.313	0.320	0.332	0.352

注：L、B —矩形的长边与短边；

z— 从荷载作用平面起算的深度。

表 4-5　Δz 值

B（m）	≤2	2<B≤4	4<B≤8	8<B≤15	15<B≤30	>30
Δz（m）	0.3	0.6	0.8	1.0	1.2	1.5

具体应用时采用试算法，先假设一个沉降计算深度，按式（4-27）校核，如不满足，再改变沉降计算深度，直至满足为止。

3. 对于超固结土，应用 e-lgσ' 曲线求先期固结压力 σ_p，然后根据超固结的程度，分下列两种情况进行沉降计算：

（1）当 $\sigma_{szi}+\sigma_{zi}\leqslant\sigma_{pi}$ 时，应用下式计算分层土 i 的沉降量。

$$\Delta S_i = \frac{C_{ei}}{1+e_{0i}}\lg\left(\frac{\sigma_{szi}+\sigma_{zi}}{\sigma_{szi}}\right)H_i \tag{4-28}$$

（2）当 $\sigma_{szi}+\sigma_{zi}>\sigma_{pi}$ 时

$$\Delta S_i = \frac{C_{ei}}{1+e_{0i}}\left(\lg\frac{\sigma_{pi}}{\sigma_{szi}}\right)H_i + \frac{C_{ci}}{1+e_{0i}}\lg\frac{\sigma_{szi}+\sigma_{zi}}{\sigma_{pi}}H_i \tag{4-29}$$

式中，σ_{szi}——第 i 层土 z 深度的自重应力（kPa）；

σ_{zi}——第 i 层土 z 深度的附加应力（kPa）；

σ_{pi}——第 i 层土的先期固结应力（kPa）；

e_{0i}——第 i 层土的初始孔隙比；

C_{ei}——第 i 层土的原位再压缩指数，参见图 4-7；

C_{ci}——第 i 层土的原位压缩指数，参见图 4-7；

H_i——第 i 层土的厚度。

整个地基内可能由正常固结土层和超固结土层组成，应分别计算各层土的沉降量，然后叠加就得到地基总的沉降量。

4. 对于基础面积和埋深均较大的情况，由于基坑开挖保持开敞状态的时间比较长，地基土有足够时间回弹。遇到这种情况，应分别计算地基的回弹量（由于开挖卸载），再压缩量（由于建造基础但加载尚未超过开挖的土重）和压缩量（基础加载超过开挖土重以后）。基础的沉降由再压缩量和压缩量两部分组成。

图 4-18 表示一个基础宽度大、埋置深的开敞基坑。当把基底以上的土挖除时，地基内

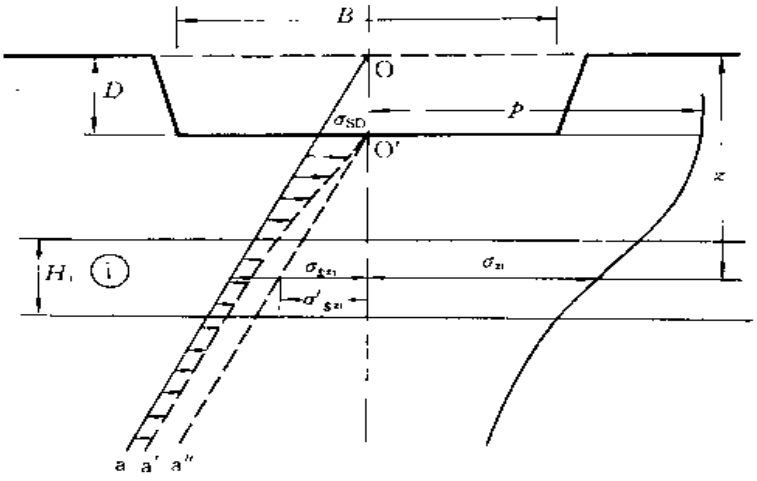


图 4-18　大基坑的沉降计算

土体因卸载而自重应力降低。原来的自重应力分布曲线 Oa 变为 O′a′。图中的阴影面积表示卸载所引起的负值应力分布图，可以用第三章所述的方法计算。当基础的面积很大，可以近似认为深度 D 以上的土层全部挖除时，则挖除后的自重应力分布曲线变成 O′a″。

现在研究土层 i 中点处的应力变化。原先的自重应力 σ_{szi} 可以看成是先期固结压力 σ_{pi}；经过卸载后的自重应力 σ'_{szi} 就是加载前土体中的应力，显然，这种情况下基底的附加应力 p_0 就是基底压力 p，因为基底现在的自重应力 $\sigma_{SD}=0$。根据 p 值绘制地基中的附加应力分布曲线，在土层 i 的中心，附加应力为 σ_{zi}，则加载后土体的应力变力 $\sigma'_{szi}+\sigma_{zi}$。

土层 i 的回弹量或再压缩量，按 e-lgσ' 曲线计算时，用式（4-28）有

$$S_{2i}=\frac{C_{ei}}{1+e_{oi}}H_i\lg\frac{\sigma_{szi}}{\sigma_{szi}}$$

土层 i 的压缩量，为

$$S_{2i}=\frac{C_{ci}}{1+e_{oi}}H_i\lg\frac{\sigma_{szi}+\sigma_{zi}}{\sigma_{szi}}$$

式中，e_{oi}——土层 i 开挖前的原位孔隙比（相当于自重应力 σ_{szi} 时的孔隙比）；

C_{ei} 和 C_{ci}——分别相应于土层 i 的回弹再压缩指数和压缩指数。

土层 i 的总沉降量为

$$S_i=S_{1i}+S_{2i}$$

其它土层的沉降量也可以用同一方法计算，将压缩土层范围内各层土的再压缩量叠加，就得到地基的总再压缩量（或总回弹量）；将各层土的压缩量叠加就得到地基的总压缩量。地基的总沉降量就等于总再压缩量和总压缩量之和。

5. 由于采用基础中点下的附加应力（它大于任何其他点下的附加应力）作为计算依据，沉降计算值会比实际偏大（且不说没有考虑基础刚度和建筑物刚度对均衡沉降的作用）；另一方面，由于假设基础底面以下土层处于完全侧限状态，只产生一维（竖向）压缩，不发生侧向变形，这又会使沉降计算值比实际偏小；再加上许多其他因素造成的误差，如采用的压缩性指标值由于上样扰动或土质不均匀而不能准确代表地基土层的实际性状，用上述分层总和法予计的基础沉降量与建筑物基础的实测沉降量往往并不相符，而有一定差异。这种差异的大小与地基土的种类、基底设计压力的大小以及上的压缩性有关，可以很不一样。目前要从理论上确定由于各种因素造成的这种差异量尚有困难，只能根据建筑物实际观测资料与计算沉降量的比较，统计得出可用于各种不同情况下的沉降经验修正系数 ψ_s。这样，为了使予估沉降量 $\overline{S}$ 更接近实际，可写成：

$$\overline{S}=\psi_s S \tag{4-30}$$

式中，S 为按分层总和法（式 4-24）计算的沉降量。在没有其他资料（如本地区经验统计数据或相类似建筑物地基基础的实测资料）时，沉降经验修正系数 ψ_s 可按表 4-6 采用。表中 f_k 为地基承载力标准值，其意义和确定方法见本书第八章。

表 4-6　沉降经验修正系数 ψ_s 值

土　类	承载力发挥程度	$\overline{E}_S$（MPa）				
		2.5	4.0	7.0	15.0	20.0
粘性土	$p_0\geqslant f_k$	1.4	1.3	1.0	0.4	0.2
	$p_0\leqslant 0.7f_k$	1.1	1.0	0.7	0.4	0.2

注：E_S 为沉降计算深度范围内侧限变形模量的加权平均值，应按下式计算：

$$\overline{E}_S=\frac{\sum A_i}{\sum\frac{A_i}{E_{Si}}}$$

式中，A_i——第 i 层土附加应力分布图的面积；

E_{Si}——相应于该土层 i 的侧限变形模量。

6. 遇下列情况，除了计算基础的平均沉降量外，尚应计算基础的沉降差、倾斜或局部倾斜（如图 4-19）：

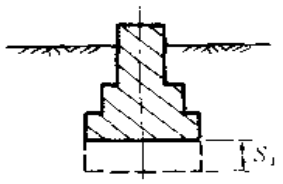
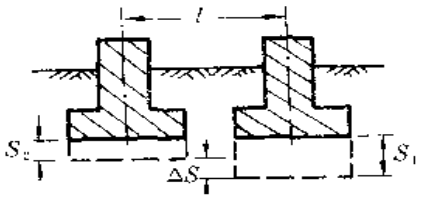
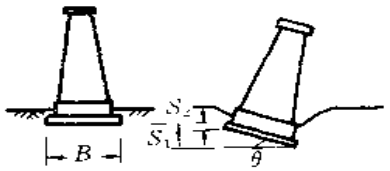
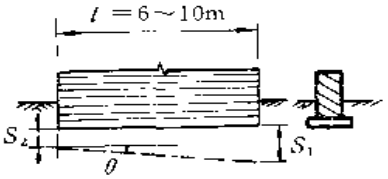
地基变形指标	图　　例	计算方法
沉降量		S_1 基础中点沉降值
沉降差		两相邻独立基础沉降值之差 $\Delta S=S_1-S_2$
倾斜		$\tg\theta=\frac{S_1-S_2}{B}$
局部倾斜		$\tg\theta=\frac{S_1-S_2}{l}$

图 4-19　基础沉降分类

(1) 对框架及排架等结构，应选择可能产生较大沉降差的两相邻柱基作为沉降的计算点，分别算出沉降量 S_1 和 S_2 以及沉降差 $\Delta S=S_1-S_2$。

(2) 对承受较大偏心荷载的独立基础、底面积较大的箱形基础和高耸构筑物(如水塔、烟囱等)基础，应计算基础的整体倾斜 θ。

$$\theta=\tg^{-1}\left(\frac{S_1-S_2}{B}\right) \tag{4-31}$$

式中，S_1 和 S_2 分别为基础两端点的最大和最小沉降量；B 为基础宽度(或两端点之间的水平距离)。

当地基土质不均匀，或在基础附近(一侧)有相邻荷载时，这项计算尤其重要。

(3) 对砖石砌体结构，由于纵墙挠曲所引起的局部挠曲往往是造成结构损害的主要原因。这种局部挠曲可用局部倾斜反映，一般选择在地基土质不均匀、荷载相差较大或建筑物体型复杂的局部段落的纵横墙相交处作为沉降的计算点，求局部倾斜 θ'：

$$\theta'=\tg^{-1}\left(\frac{S_1-S_2}{l}\right) \tag{4-32}$$

式中，S_1 和 S_2 分别为局部段落两端点的沉降量；l 为局部段落的长度，一般取 6－10m 左右。

设计要求上述沉降差 ΔS、整体倾斜 θ 或局部倾斜 θ 均应在地基设计规范容许值范围以内(见第五节)。

【例题 4-2】 已知柱下单独方形基础,基础底面尺寸为 2.5m×2.5m,埋深 2m,作用于基础上(设计地面标高处)的轴向荷载 $N=1250$kN,有关地基勘察资料与基础剖面详见图 4-20,试用分层总和法计算基础中点最终沉降量。

解:

(1) 计算地基上的自重应力

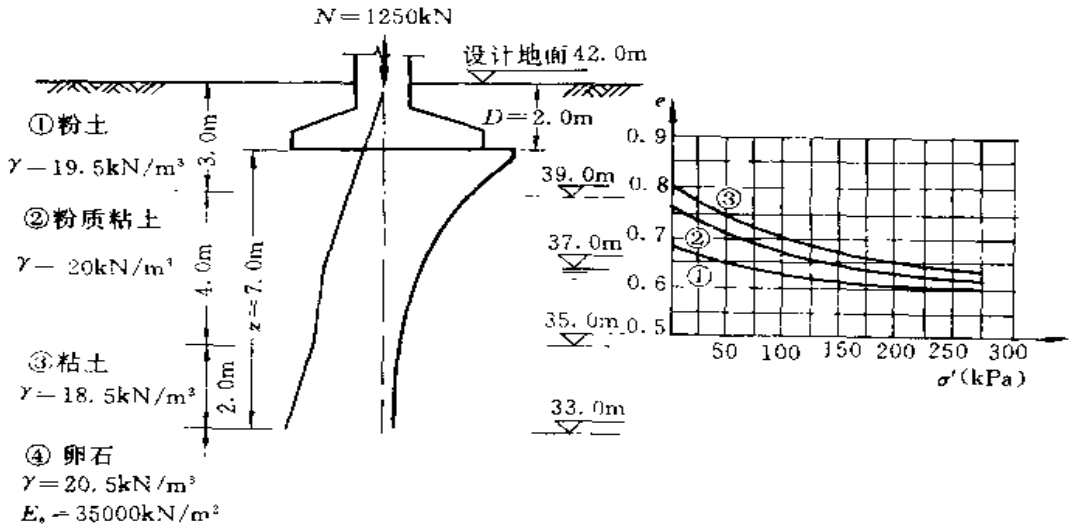


图 4-20 例题 4-2 图

z 自基底标高起算:

当 $z=0$, $\sigma_{sz0}=19.5\times2=39$kPa

$z=1$m, $\sigma_{sz1}=39+19.5\times1=58.5$kPa

$z=2$m, $\sigma_{sz2}=58.5+20\times1=78.5$kPa

$z=3$m, $\sigma_{sz3}=78.5+20\times1=98.5$kPa

$z=4$m, $\sigma_{sz4}=98.5+(20-9.8)\times1=108.7$kPa

$z=5$m, $\sigma_{sz5}=108.7+(20-9.8)\times1=118.9$kPa

$z=6$m, $\sigma_{sz6}=118.9+(18.5-9.8)\times1=127.6$kPa

$z=7$m, $\sigma_{sz7}=127.6+(18.5-9.8)\times1=136.3$kPa

(2) 基底压力计算

基础底面以上,基础和填土的混合容重取 $\gamma_G=20$kN/m³。

$$p=\frac{N+G}{F}=\frac{1250+2.5\times2.5\times20\times2}{2.5\times2.5}=240\text{kPa}$$

(3) 基底附加压力计算

$$p_0=p-\gamma D=240-19.5\times2.0=201\text{kPa}$$

(4) 基础中点下地基中竖向附加应力计算,用角点法计算,$L/B=1$,查表 3-2 $\sigma_z=4K_c\cdot p_0$

(5) 确定沉降计算深度 z_n

考虑第③层土压缩性比第②层土大,经计算后确定 $z_n=7$m。

(6) 计算基础中点最终沉降量利用勘察资料中的 e-σ 曲线,求

$$a_i=\frac{e_{1i}-e_{2i}}{\sigma'_{2i}-\sigma'_{1i}}\text{ 及 }E_{si}=\frac{1+e_{1i}}{a_i}$$

z (m)	$z/\frac{B}{2}$	K_s	σ_z (kPa)	σ_{sz} (kPa)	$\frac{\sigma_z}{\sigma_{sz}}$ (%)	z_n (m)
0	0	0.2500	201	39		
1	0.8	0.1999	160.7	58.5		
2	1.6	0.1123	90.29	78.5		
3	2.4	0.0642	51.62	98.5		
4	3.2	0.0401	32.24	108.7	29.7	
5	4.0	0.0270	21.71	118.9	18.26	
6	4.8	0.0193	15.52	127.6	12.16	
7	5.6	0.0148	11.90	136.3	8.73	按 7m 计

最后按下式求得

$$S=\sum_{i=1}^{n}\frac{\bar{\sigma}_{zi}}{E_{si}}\cdot H_i\text{（见附表）}$$

z (m)	σ_{sz} (kPa)	σ_z (kPa)	H_i (cm)	自重应力平均值 $\bar{\sigma}_{sz}$ (kPa)	附加应力平均值 $\bar{\sigma}_z$ (kPa)	$\bar{\sigma}_{sz}+\bar{\sigma}_z$ (kPa)	e_1	e_2	$a=\frac{e_1-e_2}{\bar{\sigma}_z}$ (kPa^{-1})	$E_s=\frac{1+e_1}{a}$ (kPa)	$\Delta S=\frac{\bar{\sigma}_z}{E_s}H_i$ (cm)	$S=\Sigma\Delta S$ (cm)
0	39	201										
			100	48.75	180.85	229.6	0.65	0.60	0.000276	5978	3.03	
1	58.5	160.7										
			100	68.5	125.50	194	0.70	0.63	0.000558	3046	4.12	7.15
2	78.5	90.29										
			100	88.5	70.96	159.46	0.675	0.64	0.000493	3398	2.09	9.24
3	98.5	51.62										
			100	103.6	41.93	145.53	0.67	0.645	0.000596	2802	1.49	10.73
4	108.7	32.24										
			100	113.8	26.98	140.78	0.665	0.65	0.000556	2944	0.90	11.63
5	118.9	21.71										
			100	123.3	18.62	141.92	0.69	0.68	0.000537	3147	0.59	12.22
6	127.6	15.52										
			100	132.6	13.71	145.71	0.68	0.67	0.000729	2304	0.59	12.81
7	136.3	11.90										

（7）如按《建筑地基基础设计规范 GBJ7-89》计算地基沉降量，则计算如下表：

z (m)	L/B	z/B	$\bar{\alpha}_i$	$\bar{\alpha}_i z_i$	$\bar{\alpha}_i z_i-\bar{\alpha}_{i-1}z_{i-1}$	E_{si} (kPa)	$\Delta S=\frac{p_0}{E_{si}}(\bar{\alpha}_i z_i-\bar{\alpha}_{i-1}z_{i-1})$ (cm)	$S=\sum\Delta S$ (cm)
0	$\frac{1.25}{1.25}=1$	0	1.000	0				
					0.936	5987	3.15	3.15
1.0		0.4	0.936	0.936				
					0.614	3046	4.05	7.20
2.0		0.8	0.775	1.550				
					0.343	3398	2.02	9.22
3.0		1.2	0.631	1.893				
					0.203	2802	1.46	10.68
4.0		1.6	0.524	2.096				
					0.134	2994	0.90	11.58
5.0		2.0	0.446	2.230				
					0.092	3147	0.59	12.17
6.0		2.4	0.387	2.322				
					0.065	2304	0.57	12.74
7.0		2.8	0.341	2.387				
					0.113	35000	0.039	12.78
7.6		3.04	0.329	2.500				

按式（4-25）$Z_n=2.5\ (2.5-0.4\ln 2.5)=5.3$m，下面土层仍软弱，取 $z_n=7.6$m。

（8）验算受压层深度

当 $z_n=7.6$m 时，

$$\Delta S=0.025\times S=0.025\times 12.78=0.319\text{cm}$$

查表 4-5，$\Delta z=0.6$m

相应的沉降量

$$\Delta S=0.6\times0.064=0.039\text{cm}$$

$$\Delta S'<\Delta S$$

故 $z_n=7.6$m 满足受压层深度要求。

（9）按式（1-30）计算予估沉降量

$$\bar{E}_s=\frac{\sum A_i}{\sum\frac{A_i}{E_{si}}}$$

$$=\frac{100(180.85+125.5+70.96+41.93+26.98+18.62+13.71)}{\left[\frac{100\times180.85}{5978}+\frac{100\times125.5}{3016}+\frac{100\times70.96}{3398}+\frac{100\times41.93}{2802}+\frac{100\times26.98}{2994}+\frac{100\times18.62}{3147}+\frac{100\times13.71}{2304}\right]}$$

$$=\frac{100\times478.55}{3.025+4.120+2.088+1.496+0.901+0.592+0.595}$$

$$=\frac{17835}{12.817}=3734\text{ kPa}$$

查表 4-6，设 $f_k=p_0$，则

$$\psi_s=1.32$$

得

$$S=\psi_s S=1.32\times12.78=16.87\text{cm}$$

三、粘性土地基的沉降计算

上述分层总和法是当前生产中最广泛采用的沉降计算方法，也是《建筑地基基础设计规范 GBJ7-89》中规定采用的沉降计算方法。对一般粘性土地基，通过做室内压缩试验或现场载荷试验求得上的压缩性指标后，可以用上述分层总和法计算地基的沉降。

然而，根据对粘性土地基在局部（基础）荷载作用下的实际变形特征的观察和分析，粘性土地基的沉降 S 可以认为是由机理不同的三部分沉降组成（图 4-21），亦即：

$$S=S_d+S_c+S_s \qquad (4\text{-}33)$$

式中，S_d——瞬时沉降（亦称初始沉降）；

S_c——固结沉降（亦称主固结沉降）；

S_s——次固结沉降（亦称蠕变沉降）。

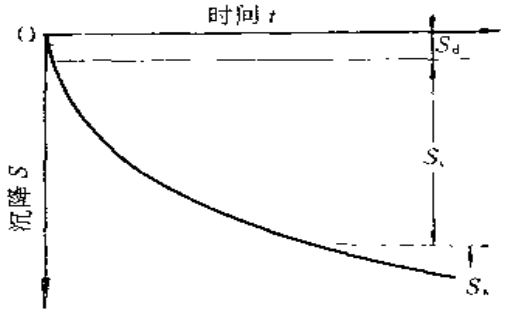


图 4-21　地基沉降类型

瞬时沉降是指加载后地基瞬时发生的沉降。由于基础加载面积为有限尺寸，加载后地基中会有剪应变产生，特别是在靠近基础边缘应力集中部位。对于饱和或接近饱和的粘性土，加载瞬间土中水来不及排出，在不排水和恒体积状况下，剪应变引起侧向变形而造成瞬时沉降。固结沉降是指饱和与接近饱和的粘性土在基础荷载作用下，随着超静孔隙水压力的消散，土骨架产生变形所造成的沉降（固结压密）。固结沉降速率取决于孔隙水的排出

速率。次固结沉降是指主固结过程（超静孔隙水压力消散过程）结束后，在有效应力不变的情况下，土的骨架仍随时间继续发生变形，这种变形的速率已与孔隙水排出的速率无关，而是取决于土骨架本身的蠕变性质。次固结沉降既包括剪应变，也包括体积变化。

上述三部分沉降实际上并非在不同时间截然分开发生的，如次固结沉降实际上在固结过程一开始就产生了，只不过数量相对很小而已，而主要是主固结沉降。但超静孔隙水压力消散得差不多后，主固结沉降很小了，而次固结沉降愈来愈显著，逐渐上升成为主要的。根据上海市 33 幢建筑物沉降观测统计，建成十年后的沉降速率为 0.007～0.008mm/day，可见固结过程可能持续很长时间，很难将主固结和次固结过程分清。但为讨论和计算的方便，通常将它们分别对待。

以上三部分沉降的相对大小随土的种类、基础尺寸和荷载水平而异。下面分别介绍这三部分沉降的计算方法。

（一）瞬时沉降计算

瞬时沉降 S_d 的计算一般采用弹性理论，按式(4-14)计算，但注意这时是在不排水条件下没有体积变形所产生的沉降，所以泊松比 $\nu=0.5$，并采用不排水变形模量 E_u 和基底附加压力 p_0，故

$$S_d=\omega\frac{p_0 B}{E_u}(1-\nu^2) \tag{4-34}$$

沉降系数 ω 值可从表 4-7 查用。

土的不排水变形模量 E_u 值须通过做室内或现场试验测定。一般先将原状土样在天然应力状态下固结，然后按基础荷载引起的附加应力做三轴不排水试验，得不排水条件下土的应力应变关系。经验表明，土样扰动对 E_u 值的影响相当大，而且试验前的固结形式（等向

表 4-7　沉降系数 ω 值

受荷面形状	L/B	中　点	矩形角点，圆形周边	平均值*	刚性基础
圆　形	—	1.00	0.64	0.85	0.79
正方形	1.00	1.12	0.56	0.95	0.88
矩　形	1.5	1.36	0.68	1.15	1.08
	2.0	1.52	0.76	1.30	1.22
	3.0	1.78	0.89	1.52	1.44
	4.0	1.96	0.98	1.70	1.61
	6.0	2.23	1.12	1.96	—
	8.0	2.42	1.21	2.12	—
	10.0	2.53	1.27	2.25	2.12
	30.0	3.23	1.62	2.88	—
	50.0	3.54	1.77	3.22	—
	100.0	4.00	2.00	3.70	—

* 平均值指柔性基础面积范围内各点瞬时沉降系数的平均值

固结或非等向固结）、试验时采用的应变速率等均有影响，不易控制，因此有些人主张做现场试验来测定 E_u 值。目前用得较多的是本章第二节中所讲述的旁压试验，由于测试的是原位土、而且体积大、测得的 E_u 值比较可靠。如果有现场十字板试验（详见第五章第三节）测得的不排水抗剪强度 C_u 值的资料，也可以根据下列 C_u 和 E_u 的经验关系式求得 E_u 值，如：

$$E_u = (300 \sim 1250)\, C_u \tag{4-35}$$

上式中的低值适用于较软的、高塑性有机土，高值适用于一般较硬的粘性土；由于换算系数的数值范围太大，具体选用时要有一定的经验。

瞬时沉降 S_d 除了取决于 E_u 外，还与基础作用荷载的水平 p_0/p_u 值的大小有关（p_u 为地基土极限承载力，见本书第 8 章）。因为荷载水平愈高，土中产生的塑性变形区会愈大，S_d 也就会愈大。为考虑这个因素的影响，应对式（4 34）算出的 S_d 除以小于 1 的修正系数 k_1，得到修正后的瞬时沉降 S'_d，亦即

$$S'_d = \frac{S_d}{k_1} \tag{4-36}$$

式中，k_1 可根据 p_0/p_u 值和土的初始剪应力比 f' 从图 4-22 查得。初始剪应力比 f' 按下式计算：

$$f' = \frac{\sigma_v - \sigma_h}{2C_u} \tag{4-37}$$

式中，σ_v、σ_h ——初始有效竖向应力与水平应力（kPa）；

C_u——土的不排水抗剪强度（kPa）。

由此可见，瞬时沉降 S_d 的绝对值或其在总沉降量中所占的相对比例，在某些情况下可能较大，如在厚软粘土层上、基础面积小而荷载水平高的情况，不能忽略不计。

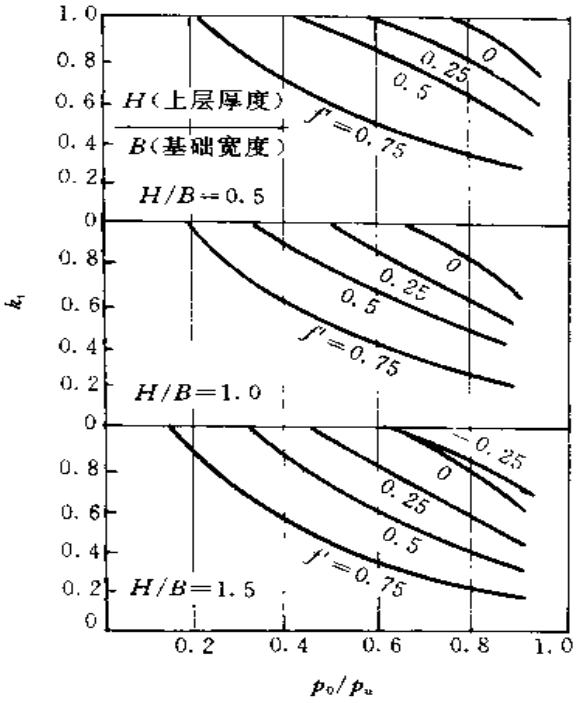


图 4-22 瞬时沉降修正系数 k_1

（二）固结沉降计算

固结沉降是粘性土地基沉降的最主要的组成部分。

固结沉降量可以用上述分层总和法计算，但在上述分层总和法中采用的是一维课题的假设，这同一般基础荷载（有限分布面积）作用下的地基实际性状不尽相符。换句话说，地基中由于基础荷载所引起的附加应力 $\sigma_x = \sigma_y \neq K_0\sigma_z$ 或 $\sigma_x \neq \sigma_y \neq K_0\sigma_z$，侧向应变 $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq 0$ 或 $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq 0$，实际上是二维或三维课题。但严格按二维或三维课题考虑，会使计算和压缩性指标的确定复杂得多。为了不使计算过于复杂而又能较好地反映实际情况，司开普顿（Skempton，A. W.）和贝伦（Bjerrum，L.）建议根据有侧向变形条件下产生的超静孔隙水压力计算固结沉降量 S'_c，它与无侧向变形情况下的固结沉降量 S_c 之间存在如下关系

$$C_\beta = \frac{S'_c}{S_c} \tag{4-38}$$

C_p 为比例系数，其值取决于土的孔压系数 A（见第三章第五节）、基础形状以及土层厚度 H 与基础宽度 B 之比，可自图 4-23 查得。

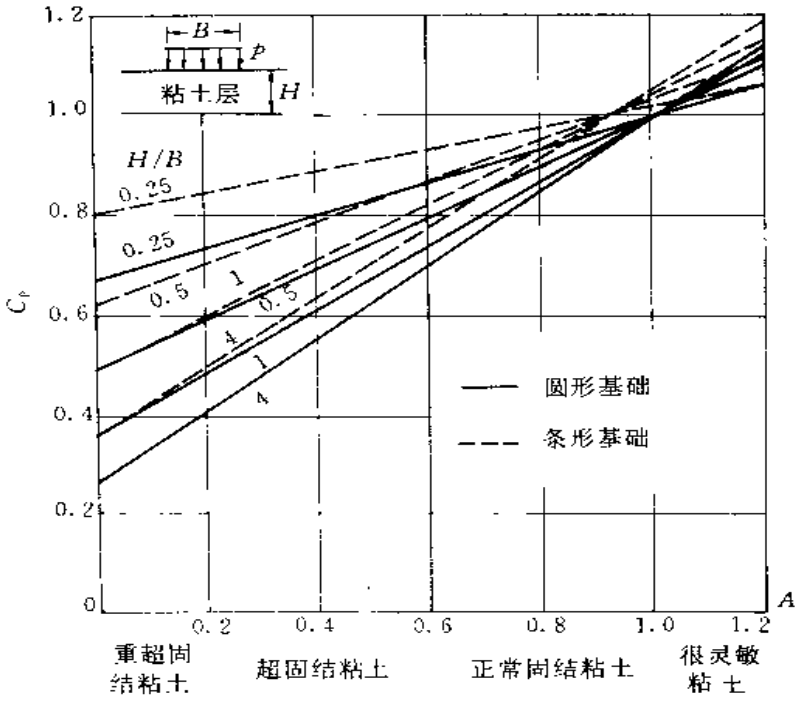


图 4-23　固结沉降修正系数 C_p

这样，只要按照上述分层总和法计算得出无侧向变形（一维课题）情况下的 S_c，乘以比例系数 C_p，也就可以得出考虑侧向变形的固结沉降量 S_c'。在这里，需要注意的是，如果固结沉降量考虑的是有侧向变形情况下的 S_c'，一定要加上在不排水情况下由于侧向变形引起的瞬时沉降 S_d；基础的沉降量 S（不考虑次固结沉降的话）等于两者之和。如果固结沉降量考虑的是无侧向变形（一维）情况下的 S_c，在这种情况下没有瞬时沉降，基础的沉降量 S（不考虑次固结沉降的话）也就等于 S_c，但要乘以沉降经验修正系数 ψ_s（见前面），亦即

$$S = S_c' - S_d \tag{4-39}$$

或

$$S = \psi_s S_c \tag{4-40}$$

二者择其一。

（三）次固结沉降计算

前面讲过，有些土在超静孔隙水压力全部消散、主固结过程已经结束之后，还会由于土骨架本身的蠕变特性，在基础荷载作用下长时间继续缓慢沉降。这部分沉降称为次固结沉降 S_s，对一般粘性土来说，数值不大，但如果是塑性指数较大的、正常固结的软粘土，尤其是有机土，S_s 值有可能较大，不能不予考虑。

对次固结沉降，可以采用流变学理论或其他力学模型进行计算，但比较复杂，而且有关参数不易测定。因此，目前在生产中主要使用下述半经验的方法估算土层的次固结沉降。

图 4-24 为室内压缩试验得出的变形 S 与时间对数 $\lg t$ 的关系曲线，取曲线反弯点前后

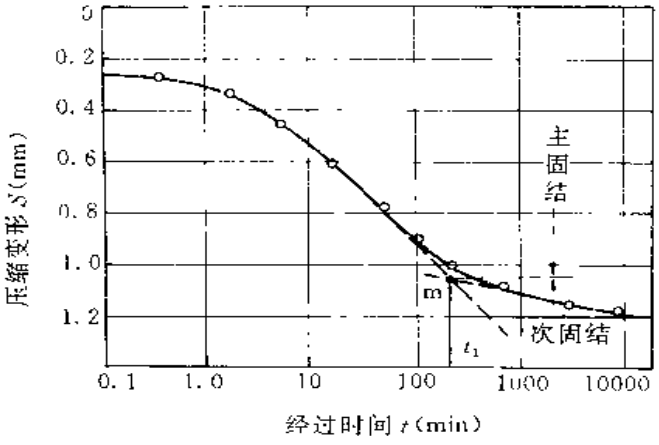


图 4-24　土的 s-lg$t$ 曲线

两段曲线的切线的交点 m 作为主固结段与次固结段的分界点；设相当于分界点的时间为 t_1；次固结段（基本上是一条直线）的斜率反映土的次固结变形速率，一般用 C_s 表示，称为土的次固结指数。知道 C_s，也就可以按下式计算土层的次固结沉降 S_s：

$$S_s=\frac{H}{1+e_1}C_s\lg\frac{t_2}{t_1} \qquad (4\text{-}41)$$

式中，H 和 e_1 分别为土层的厚度和初始孔隙比；t_2 为欲求次固结沉降量的那个时间；其余符号意义同前。

从式（4-41）可以看出，地基土层的次固结沉降量 S_s 主要取决于土的次固结指数 C_s。研究表明，土的 C_s 与下列因素有关：（1）土的种类：塑性指数愈大，C_s 愈大，尤其是对有机土而言；（2）含水量 w 愈大，C_s 愈大；（3）温度愈高，C_s 愈大。C_s 值的一般范围如表 4-8 所示。

表 4-8　次固结指数 C_s 值

土　　类	C_s
正常固结粘土	0.005～0.020
高塑性粘土、有机土	≥0.03
超固结粘土（OCR>2）	<0.001

四、无粘性土地基的沉降计算

无粘性土地基的沉降，从绝对量来说，一般不很大，但不均匀沉降可能造成建筑物损害，而不均匀沉降的大小是和沉降的绝对量成正比的，所以估算和限制无粘性土地基的沉降量仍然有重要意义。无粘性土的渗透系数比较大，相当于在排水条件下加载，所以在一般情况下，大部分沉降在施工期间已经完成。

计算无粘性土地基的沉降，原则上可用上述分层总和法，但困难在于极难取得有代表性的原状土样。在室内即使将砂压实达到与现场相同的密实度，也得不到正确的应力-应变关系，因为在室内无法再现与现场同样的结构。目前，国外为取得砂的原状土样，采用直径 30cm 的大型取土器取土，然后在现场套切若干个小直径土样，用液氮冻结再送试验室，在试验室内用 X 光透视，舍弃已扰动或不纯的土样。这种做法相当麻烦，而且不易做好，因此目前在实际工程中主要靠做现场试验来确定砂土的变形模量 E 值。常用的几种现场原位试验方法有：载荷试验、标准贯入试验和静力触探试验等。

有关载荷试验的做法已在前面讲过。在这里需要指出的是，无粘性土的变形模量受约束应力的影响很大，E 值通常随所在深度的增加而增大，可是载荷板的面积比较小，受压层的深度有限，测得的 E 值只反映载荷板底下较浅范围土的变形模量，不能反映整个地基的情况。因此，理想的做法是在地面下不同深度做载荷试验，但这样做比较麻烦，遇到地下水就更为困难。目前生产中愈来愈倾向于采用比较简便的触探方法测定不同深度土的变形模量，常用的有标准贯入试验和静力触探试验。

（一）标准贯入试验

标准贯入试验简称 S P T 试验(Standard Penetration Test)，是很早一种用于现场测试土的密实度的动力触探方法。使用一定重量（63.5kg）的锤，按照规定的落距（76cm），将标准贯入器（外径 51mm，内径 35mm，长 70cm，见图 4-25a）打入土中，根据贯入土中一定距离（30cm）所用击数 N 可以判定土的密实度，而无粘性土的变形模量 E 与土的密实度

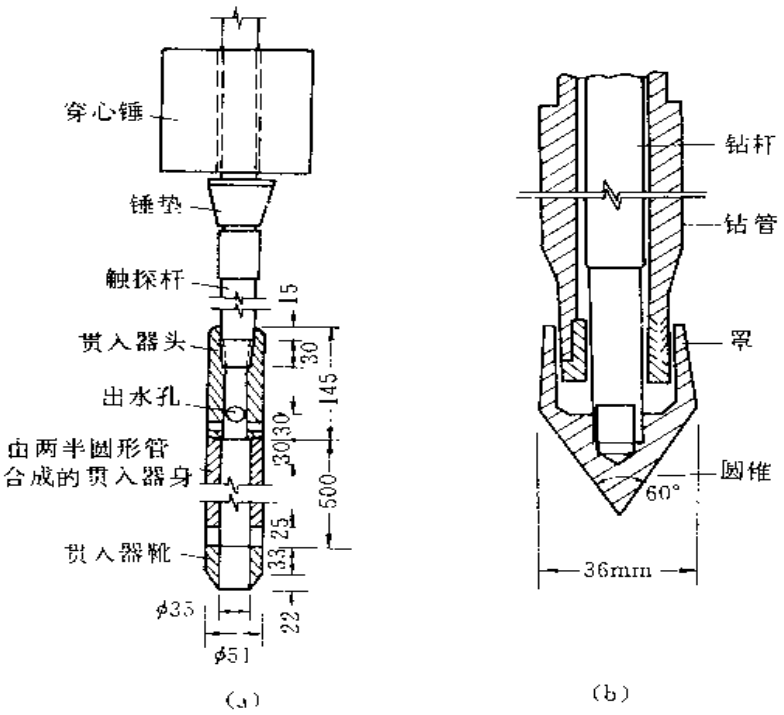


图 4-25　标准贯入试验装置和静力触探探头

直接有关。这样，只要建立击数 N 与变形模量 E 的经验统计关系，也就可以根据标准贯入试验资料估计土的变形模量值。

下面是达波罗尼亚（D'Appolonia，D. J.）提出的经验关系式，可供参考：

$$E\ (\text{kPa}) = 54000 + 1350N \quad \text{（予压过的砂）} \tag{4-42}$$

$$E\ (\text{kPa}) = 21600 + 1060N \quad \text{（正常受压的砂）} \tag{4-43}$$

式中，N 为基础底面下 $\sqrt{B\,L}$ 深度范围内的平均 N 值，B、L 分别为基础的宽度和长度；对所测得的 N 值不作任何修正，并认为地下水位的影响已考虑在内。

（二）静力触探试验

静力触探试验简称 C P T 试验（Cone Penetration Test），是将一定规格的探头（圆锥形，锥角 60°，锥底截面积 10cm²，见图 4-25b）按一定速率（20mm/s）用静力压入土中，通过传感器可分别测出锥尖阻力 q_c 和侧面摩阻力 f_s，也可以测出包括两者在内的比贯入阻力 p_s。p_s 等于总贯入阻力 P 被锥底截面积 A_c 除，亦即

$$p_s = \frac{P}{A_c} \tag{4-44}$$

通过建立 q_c 或 p_s 与变形模量 E 的经验统计关系，也就可以根据静力触探试验资料估计土的变形模量值。例如，薛迈脱曼（J. H. Schmertmann）建议：

$$E=2q_c \tag{4-45}$$

上述根据标准贯入试验或静力触探试验成果估计无粘性土变形模量的方法，无疑是经验性的，比较粗略，但不失为一种简单易行、可靠有效的测试手段。实践表明，标贯击数 N 和比贯入阻力 p_s（或锥尖阻力 q_c）确实同土层的变形模量 E 之间存在比较良好的相关关系。

（三）薛迈脱曼沉降计算方法

针对无粘性土地基的特点，根据地基中竖向应变 ε_z 的分布规律，薛迈脱曼提出下述计算方法。

根据半无限弹性体理论，在其表面作用圆形均布荷载 p_0 时，圆心以下深度 z 处的竖向应变 ε_z 为：

$$\varepsilon_z=\frac{p_0}{E}I_z \tag{4-46}$$

式中，I_z 为竖向应变影响系数，它是泊松比 ν 和 z/B 的函数，B 是加荷面积的直径。I_z 沿深

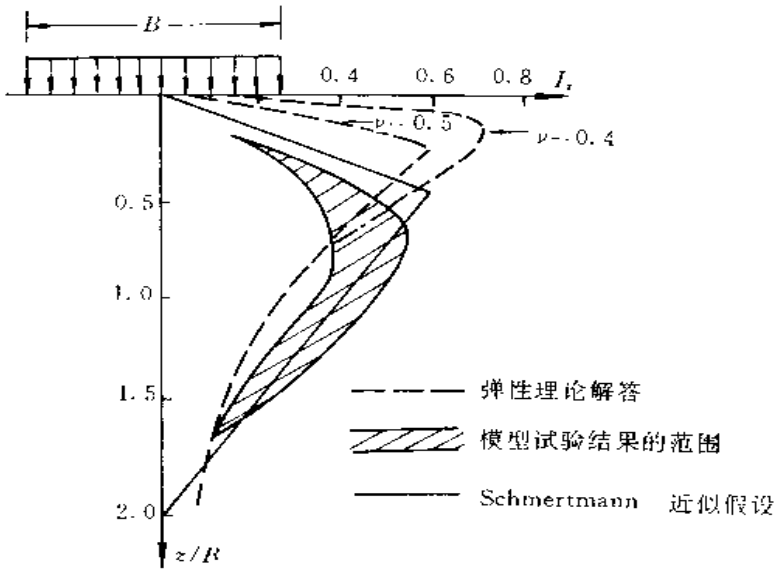


图 4-26 砂基竖向变形影响系数 I_z

度的理论分布，如图4-26中的虚线所示。此外，根据模型试验结果得出的 I_z 分布范围在图4-26中用影线区域表示。根据这些材料，薛迈脱曼建议可近似假设竖向应变影响系数 I_z 分布为三角形，假设 $I_{z\max}=0.6$，出现在 $z/B=0.5$ 处；$z/B\geqslant 2$ 后，I_z 便可忽略不计，如图4-26中的实线所示。

无粘性土地基的沉降等于竖向应变沿深度的积分：

$$S=\int_0^{z_\infty}\varepsilon_z\mathrm{d}z$$

亦即
$$S = p_0 \int_0^{2B} \frac{I_z}{E} \mathrm{d}z \tag{4-47}$$

或
$$S = C_1 C_2 p_0 \sum_1^n \left(\frac{I_z}{E} \right)_i \Delta z_i \tag{4-48}$$

式中，p_0——作用于基础底面的附加压力（kPa）；

n——2B 深度内的分层数目；

Δz_i——分层厚度（cm）；

I_z——分层中点处的竖向应变影响系数，由图 4-26 中的实线确定；

E——分层土的变形模量（kPa），可按式（4-45）估计；

C_1——埋深修正系数，$C_1 = 1 - 0.5\left(\frac{\sigma_{SD}}{p_0}\right) \geqslant 0.5$；$\sigma_{SD}$为基础底面处土的有效自重应力（kPa）

C_2——蠕变修正系数，考虑到由于混杂在砂层中的粘性土以及下卧层有粘性土层等因素所引起的沉降随时间的增长，$C_2 = 1 + 0.2\lg\left(\frac{t}{0.1}\right)$，$t$ 以年计。

竖向应变影响系数 I_z 是基于圆形基础推导得出的，应用于矩形或长条形基础时，若采用 B 为基础宽度，则计算结果可能偏小。

总之，准确估计无粘性土地基的沉降量比较困难，需要有一定的经验。不过，正如前面所述，无粘性土的透水性比较大，大部分沉降在施工期间便告完成，因此对建筑物的影响较小。

第四节　饱和土体渗流固结理论

前面提到，饱和土体受载后，一般都要经历缓慢发生的渗流固结过程，压缩变形才能逐渐达到终止（见第三章第五节）。上述固结沉降计算方法得出的是渗流固结终了时达到的最终沉降量。工程设计中，除了要知道最终沉降量之外，往往还需要知道沉降随时间的变化（增长）过程，亦即沉降与时间的关系。此外，在研究土体的稳定性时，还需要知道土体中孔隙水压力有多大，特别是超静孔隙水压力。这两个问题需依赖土体渗流固结理论方能得以解决。渗流固结理论是土力学的一个很重要的理论。下面首先考察最简单的一维渗流固结情况。

一、一维渗流固结课题

在厚度为 H 的饱和土层上面施加无限宽广的均布荷载 p（图 4-27），这时土中的附加应力沿深度为均匀分布（如面积 abcd 所示），土层只在与外载作用方向相一致的竖直方向发生渗流和变形（一维课题）。渗流固结过程中，附加应力由孔隙水和土粒（骨架）共同承担，面积 bedb 表示时间为 t 时由孔隙水分担的超静水压力 u，面积 abeca 表示由骨架分担的粒间有效应力 σ'。曲线 be 的位置随时间而缓慢变化，当 $t=0$ 时，be 与 ac 重叠，亦即全部附加应力由水承担；$t=\infty$时，be 与 bd 重叠，亦即全部附加应力由骨架承担。在整个渗流固结过程中，土中的超静水压力 u 和附加有效应力 σ' 是深度 z 和时间 t 的函数。可以在下列基本假设前提下，建立渗流固结微分方程，然后根据具体的起始条件和边界条件求解土层中

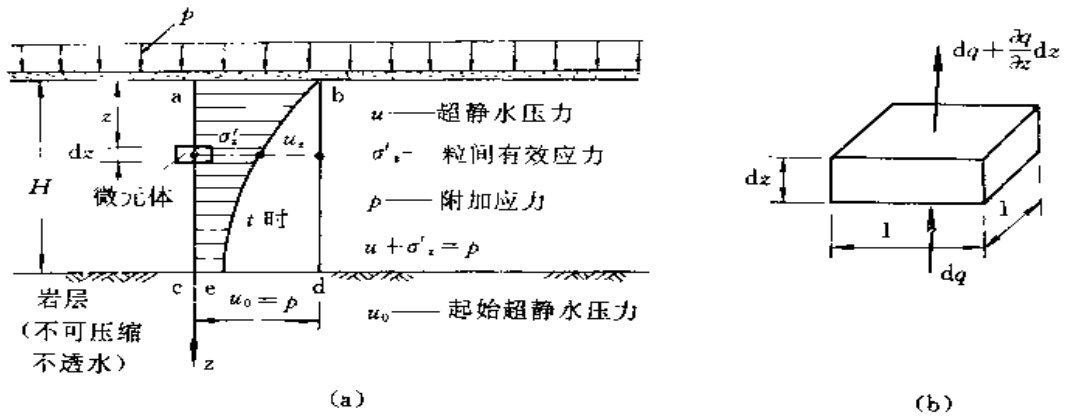


图 4-27　一维渗流固结过程

任意点在任意时刻的 u 或 σ'，进而求得整个土层在任意时刻达到的固结度（土层中总应力转化成粒间有效应力的百分比）。这就是渗流固结理论所要解决的主要问题。

（一）基本假设（一维课题）

1. 土层是均质的、完全饱和的；
2. 土粒和水是不可压缩的；
3. 水的渗出和土层的压缩只沿一个方向（竖向）发生；
4. 水的渗流遵从达西定律（式 2-9），且渗透系数 k 保持不变；
5. 孔隙比的变化与有效应力的变化成正比，即 $-\mathrm{d}e/\mathrm{d}\sigma'=a$，且压缩系数 a 保持不变。
6. 外荷载一次瞬时施加。

（二）微分方程的建立

现从土层中深度 z 处取一微元体（断面积＝1×1，厚度＝$\mathrm{d}z$），在此微元体中，

$$\text{固体体积}\quad V_1=\frac{1}{1+e_1}\mathrm{d}z=\text{常量} \tag{a}$$

$$\text{孔隙体积}\quad V_2=eV_1=e\left(\frac{1}{1+e_1}\mathrm{d}z\right) \tag{b}$$

在 $\mathrm{d}t$ 时间内，微元体中孔隙体积的变化（减小）等于同一时间内从微元体中流出的水量，亦即

$$\frac{\partial V_2}{\partial t}\mathrm{d}t=\frac{\partial q}{\partial z}\mathrm{d}z\,\mathrm{d}t \tag{c}$$

式中，q 代表单位时间内流过单位横截面积的水量。

从式（b）：

$$\frac{\partial V_2}{\partial t}\mathrm{d}t=\left(\frac{\mathrm{d}z}{1+e_1}\right)\frac{\partial e}{\partial t}\mathrm{d}t$$

代入（c），得：

$$\frac{1}{1+e_1}\frac{\partial e}{\partial t}=\frac{\partial q}{\partial z} \tag{4-49}$$

这是饱和土体渗流固结过程的基本关系式。由公式（4-3），得 $\Delta e=-a\Delta\sigma'$

则

$$\frac{\partial e}{\partial t}=-a\frac{\partial \sigma'}{\partial t}=a\frac{\partial u}{\partial t} \tag{d}$$

根据达西定律

$$q = ki = \frac{k}{\gamma_w}\frac{\partial u}{\partial z} \tag{e}$$

将式(d)和(e)代入式(4-49)，得

$$\frac{k(1+e_1)}{a\gamma_w}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

或

$$C_v\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \tag{4-50}$$

式中，

$$C_v = \frac{k(1+e_1)}{a\gamma_w} \tag{4-51}$$

称为土的固结系数（m^2/年或cm^2/年）。

式中，e_1——渗流固结前土的孔隙比；

a——土的压缩系数；

k——土的渗透系数。

（三）固结微分方程的解析解

式（4-50）一般称为一维渗流固结微分方程，可以根据不同的起始条件和边界条件求得它的特解。对图 4-27 所示的情况，

$$\text{当} t = 0 \text{ 和 } 0 \leqslant z \leqslant H \quad u = u_0 = p$$

$$0 < t \leqslant \infty \text{ 和 } z = 0 \quad u = 0$$

$$0 \leqslant t \leqslant \infty \text{ 和 } z = H \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

$$t = \infty \quad \text{和 } 0 \leqslant z \leqslant H \quad u = 0$$

应用傅立叶级数，可求得满足上述边界条件的解答如下：

$$u_{z,t} = \frac{4p}{\pi}\sum_{m=1}^{m=\infty}\frac{1}{m}\sin\frac{m\pi z}{2H}e^{-m^2(\frac{\pi^2}{4})T_v} \tag{4-52}$$

式中，m——奇数正整数（1，3，5，…）；

e——自然对数底数；

H——排水最长距离（cm），当土层为单面排水时，H 等于土层厚度；当上层上下双面排水时，H 采用一半土层厚度；

T_v——时间因数（无量纲）按下式计算：

$$T_v = \frac{C_v}{H^2}t \tag{4-53}$$

式中，C_v 为土层的固结系数（cm^2/年），t 为固结历时（年）。

按式（4-52），可以绘制不同 t 值时土层中的超静孔隙水压力分布曲线（u-z 曲线），如图 4-28 所示。从 u-z 曲线随 t（或 T_v）的移动情况可看出渗流固结过程的进展情况。u-z 曲线上某点的切线斜率反映该点处的水力梯度和水流方向。

（四）固结度

图 4-27a 中表示在附加应力 p 的作用下，历时 t，土层中的有效应力 σ'_t 和超静孔隙水压力 u_t 的分布。对某一深度 z 处，有效应力 σ'_{zt} 对总应力 p 的比值，也即超静孔隙水压力的消

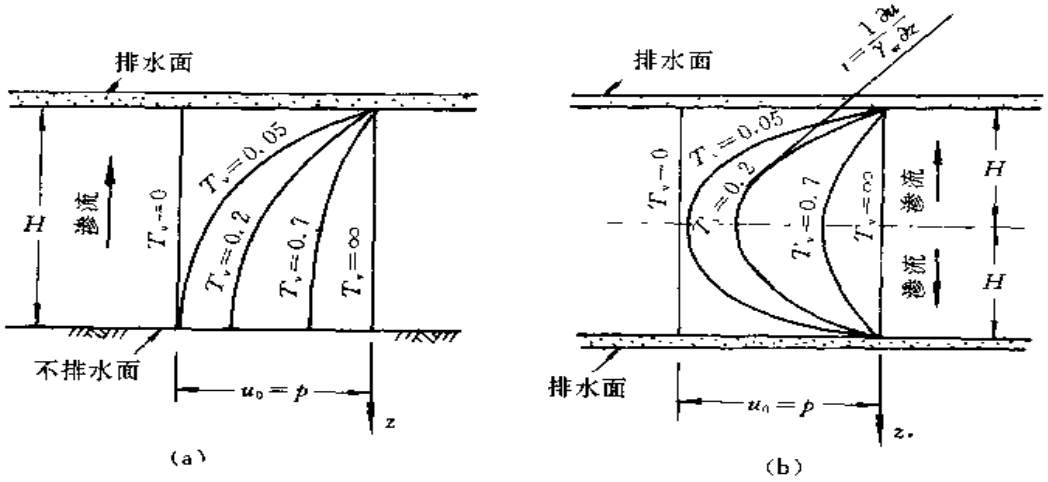


图 4-28　土层在固结过程中超静孔隙水压力的分布

散部分 u_0-u_{zt} 对起始孔隙水压力的比值，称为该点土的固结度，表示为

$$U_{zt}=\frac{\sigma'_{zt}}{p}=\frac{u_0-u_{zt}}{u_0} \tag{4-54}$$

对工程而言，更有意义的是土层的平均固结度。土层的平均固结度等于时间 t 时，土层骨架已经承担起来的有效压应力对全部附加压应力的比值。表示为

$$U_t=\frac{\text{面积 abec}}{\text{面积 abdc}}$$

亦即

$$U_t=\frac{\int_0^H u_0\mathrm{d}z-\int_0^H u_{zt}\mathrm{d}z}{\int_0^H u_0\mathrm{d}z}=1-\frac{\int_0^H u_{zt}\mathrm{d}z}{\int_0^H u_0\mathrm{d}z} \tag{4-55}$$

将上面求得的式（4-52）代入，积分化简后便得：

$$U_t=1-\frac{8}{\pi^2}\sum_{m=1}^{m=\infty}\frac{1}{m^2}e^{-m^2\left(\frac{\pi^2}{4}\right)T_v} \tag{4-56}$$

或

$$U_t=1-\frac{8}{\pi^2}\left(e^{\left(\frac{\pi^2}{4}\right)T_v}+\frac{1}{9}e^{9\left(\frac{\pi^2}{4}\right)T_v}+\cdots\right) \tag{4-57}$$

由于括号内是快收敛级数，通常为实用目的，采用第一项已经足够，因此，式（4-57）亦可近似写成：

$$U_t=1-\frac{8}{\pi^2}e^{\left(\frac{\pi^2}{4}\right)T_v} \tag{4-58}$$

式（4-57）给出的 U_t 和 T_v 之间的关系可用图 4-29 中的曲线①表示。为计算简便，曲线①或式（4-57）亦可用下列近似公式表达：

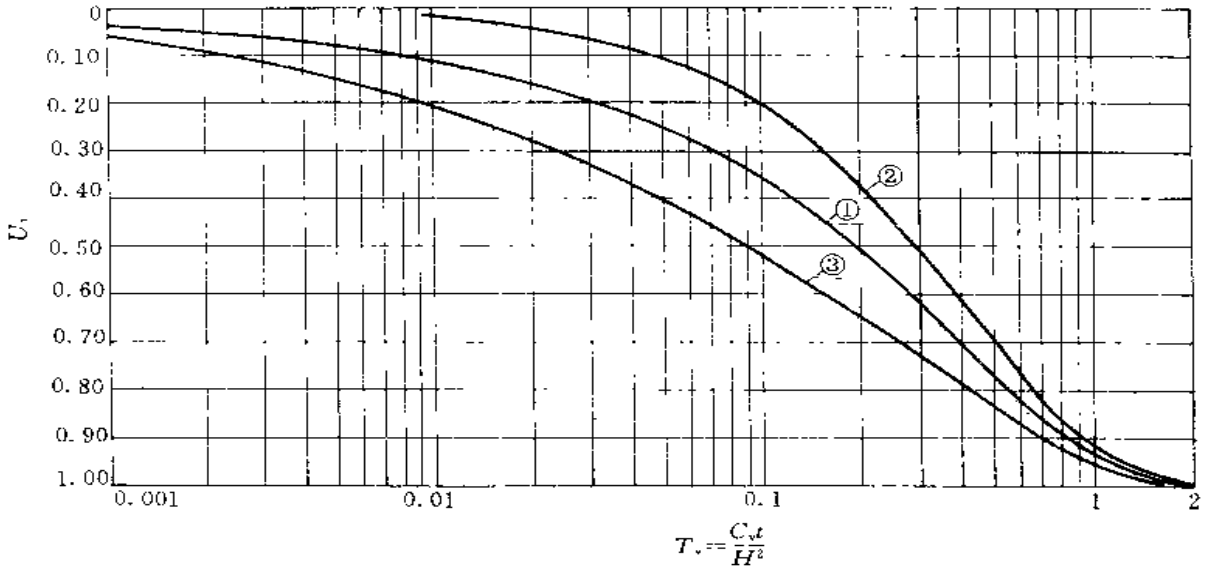


图 4-29 U_t-T_v 关系曲线

$$T_v=\frac{\pi}{4}U_t^2 \qquad (U_t<0.60) \tag{4-58a}$$

$$T_v=-0.933\lg(1-U_t)-0.085 \qquad (U_t>0.60) \tag{4-58b}$$

$$T_v\approx 3U_t \qquad (U_t=1.0) \tag{4-58c}$$

对于起始超静水压力 u_0 沿土层深度为线性变化的情况（图 4-30 中的情况 2 和 3），可根据此时的边界条件，解微分方程（4-50），并积分式（4-55），分别得：

情况 2：
$$U_{t2}=1-1.03\left(e^{-(\frac{\pi^2}{4})T_v}-\frac{1}{27}e^{-9(\frac{\pi^2}{4})T_v}+\cdots\right) \tag{4-59}$$

情况 3：
$$U_{t3}=1-0.59\left(e^{-(\frac{\pi^2}{4})T_v}-0.37e^{-9(\frac{\pi^2}{4})T_v}+\cdots\right) \tag{4-60}$$

这两种情况下的 U_t-T_v 关系曲线如图 4-29 中的曲线②和曲线③所示。可利用表 4-9 查相应于不同固结度的 T_v 值。

实际工程中，作用于饱和土层中的起始超静水压力分布要比图 4-30 所示的三种情况复杂，但实用上可以足够准确地把实际上可能遇到的起始超静水压力分布近似地分为五种情况处理（图 4-31）。

情况 1：基础底面积很大而压缩土层较薄的情况。

情况 2：相当于无限宽广的水力冲填土层，由于自重压力而产生固结的情况。

情况 3：相当于基础底面积较小，在压缩土层底面的附加应力已接近零的情况。

情况 4：相当于地基在自重作用下尚未固结就在上面修建建筑物基础的情况。

情况 5：与情况 3 相似，但相当于在压缩土层底面的附加应力还不接近于零的情况。

情况 4 和情况 5 的固结度 U_{t4}、U_{t5} 可以根据土层平均固结度的物理概念，利用情况

表 4-9　U_t-T_v 对照表

固结度 U_t(%)	时间因数 T_v		
	T_{v1}[曲线①]	T_{v2}[曲线②]	T_{v3}[曲线③]
0	0	0	0
5	0.002	0.024	0.001
10	0.008	0.047	0.003
15	0.016	0.072	0.005
20	0.031	0.100	0.009
25	0.048	0.124	0.016
30	0.071	0.158	0.024
35	0.096	0.188	0.036
40	0.126	0.221	0.048
45	0.156	0.252	0.072
50	0.197	0.294	0.092
55	0.236	0.336	0.128
60	0.287	0.383	0.160
65	0.336	0.440	0.216
70	0.403	0.500	0.271
75	0.472	0.568	0.352
80	0.567	0.665	0.440
85	0.676	0.772	0.544
90	0.848	0.940	0.720
95	1.120	1.268	1.016
100	∞	∞	∞

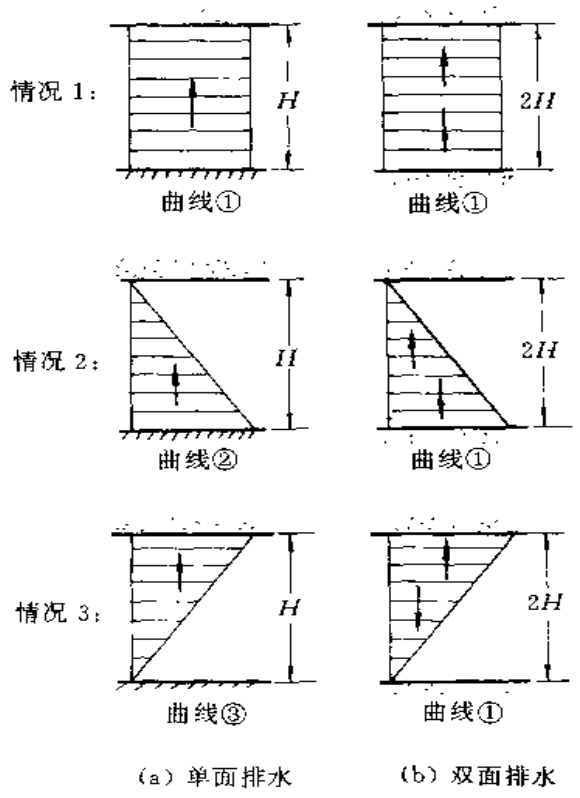


图 4-30　一维渗流固结的三种基本情况

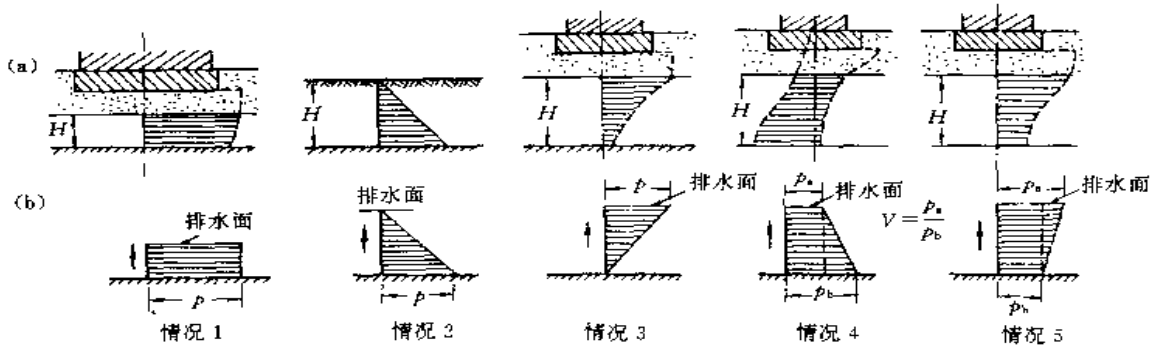


图 4-31　固结土层中的起始压应力分布

(a) 实际分布图；(b) 简化分布图。(箭头表示水流方向)

1，2，3 的 U_t-T_v 关系式推算。按式 (4-55) 的意义，土层在某时刻 t 的固结度等于该时刻土层中有效应力分布图的面积与总应力分布图面积之比。用虚线将图 4-32a 情况 4 的总应力分布图（亦即起始孔隙水压力分布图），分成两部分，第一部分即为情况 1，第二部分为情况 2。经 t 时刻，第一部分的固结度 U_{t1} 可用式 (4-58) 计算，该时刻土层中的有效应力分布面积应为

$$A_1=U_{t1}p_a H \tag{a}$$

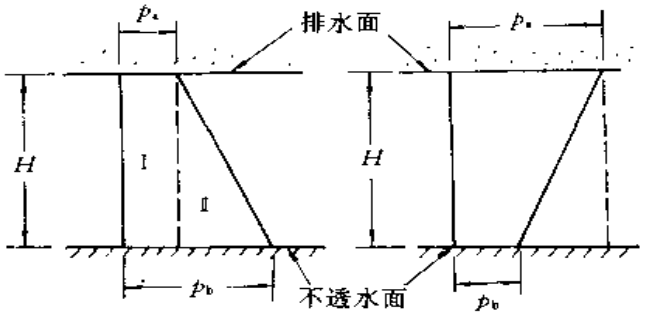
同一时刻第二部分，即情况 2 的固结度 U_{t2} 可用式(4-59)求得，该时刻土层中的有效应力面积应为

$$A_2=U_{t2}\cdot\frac{1}{2}H\ (p_b-p_a) \quad (b)$$

因而 t 时刻土层中有效应力面积之和为 A_1+A_2。按上述固结度定义，这时情况 4 的固结度为

$$U_{t4}=\frac{A_1+A_2}{A_0} \quad (c)$$

式中 A_0 为土层中总应力分布图面积，即 $A_0=\frac{H}{2}(p_a+p_b)$。将(a)、(b)、(c)代入式(4-55)，得



(a) 情况 4　　(b) 情况 5

图 4-32　固结度的合成计算方法

$$U_{t4}=\frac{U_{t1}p_aH+\frac{1}{2}U_{t2}(p_b-p_a)H}{\frac{1}{2}H(p_a+p_b)}$$

$$=\frac{2U_{t1}+U_{t2}(\alpha-1)}{1+\alpha} \quad (4\text{-}61)$$

式中 $\alpha=p_b/p_a$。

同样的方法可以推出情况 5 的固结度。

$$U_{t5}=\frac{1}{1+\alpha}[2U_{t1}-(1-\alpha)U_{t2}] \quad (4\text{-}62)$$

或

$$U_{t5}=\frac{1}{1+\alpha}[2\alpha U_{t1}+(1-\alpha)U_{t3}] \quad (4\text{-}63)$$

应当注意，在式 (4-61)，(4-62) 和 (4-63) 中，p_a 恒表示排水面的应力，p_b 恒表示不透水面的应力而不是应力分布图的上边和下边的应力。

如果压缩上层上下两面均为排水面，则无论压力分布为哪一种情况，和情况 1 一样，只要在式 (4-53) 中以 $H/2$ 代替 H，就可按式 (4-57) 或 (4-58)，亦即情况 1，计算固结度。

(五) 沉降与时间关系的计算

以时间 t 为横坐标，沉降 S_t 为纵坐标，可以绘出沉降与时间关系曲线，如图 4-33 所示。比较建筑物不同点的沉降与时间关系曲线，就可以求出建筑物各点在任一时间的沉降差。

1. 一层土的沉降与时间关系计算

按土层平均固结度的定义

$$U_t=\frac{\int_0^H\sigma_{zt}'\mathrm{d}H}{pH}=\frac{\frac{a}{1+e_1}\int_0^H\sigma_{zt}'\mathrm{d}H}{\frac{a}{1+e_1}pH}=\frac{S_t}{S_\infty}$$

故

$$S_t=U_tS_\infty \quad (4\text{-}64)$$

即知道土层的最终沉降量 S_∞ 和固结度 U_t，就可以求得基础在时间 t 达到的沉降量 S_t。

2. 分层地基的沉降与时间关系的计算

以上讨论限于地基为均匀土层或地基中只有一层透水性很小（沉降过程缓慢）的压缩土层的情况。砂层、砾石层等无粘性土层由于透水性大，渗流固结过程进行迅速，在建筑物修建期即已稳定，因此，计算基础的沉降与时间关系一般只考虑粘性土层。如果在分层地基中受压层范围以内有两层粘性土层、而这两层中间隔有一层砂层(连续分布)的话，可以按照上述方法分别计算每一层的沉降时间关系曲线，最后叠加起来。但在不少实际问题中可能遇到两层或两层以上粘性土层直接上下叠在一起的情况，这时，应用上述方法就有困难。因为底下一层对于上面一层来说，既不是不透水层，也不是完全透水层（如砂层）。对这个问题，目前一般采用近似解法，将分层地基用一个假想的均匀土层（等值层）代替，这个均匀土层的厚度 H_e 等于受压层厚度 z_n，等值层的渗透系数 k_e 就是第二章中多层土竖直向渗流的等值渗透系数，即

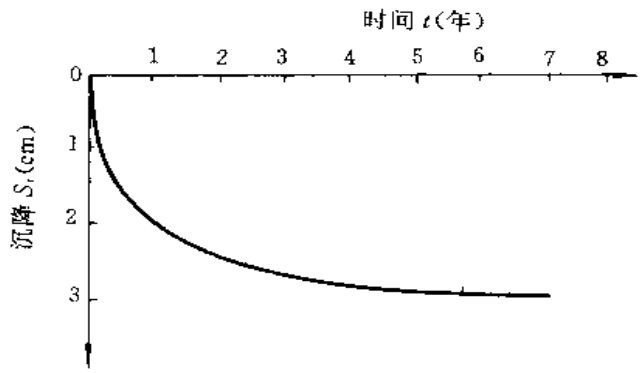


图 4-33　S_t-t　曲线

$$k_e=\frac{H_e}{\sum_1^n \frac{H_i}{k_i}} \tag{2-27}$$

等值层的体积压缩系数 m_{ve}可以推导如下：按一维压缩课题，等值层的变形量为

$$S=\frac{1}{2}m_{ve}\,p_0 H_e \tag{a}$$

在等值层内，假定附加应力为倒三角形分布（图 4-34），则各层土的变形量总和为

$$S=\sum_1^n m_{vi}\sigma_{zi}H_i=\sum_1^n m_{vi}p_0\frac{H_e-z_i}{H_e}H_i \tag{b}$$

等值体积压缩系数就是指用该系数时等值层的变形量等于等值层内各土层变形量的总和。这样由式(a)和(b)可以求得

$$m_{ve}=\frac{2}{H_e^2}\sum_1^n m_{vi}H_i(H_e-z_i) \tag{4-65}$$

以上两式中，H_i、k_i、m_{vi}和 z_i 分别为实际地基各分层土的厚度、渗透系数、体积压缩系数和该分层中点至基础底面的距离（图 4-32）；n 为受压层范围内的分层数目。

知道 m_{ve}和 k_e，也就可以求得此假想均匀土层的固结系数 C_{ve}：

$$C_{ve}=\frac{k_e}{m_{ve}\gamma_w} \tag{4-66}$$

式中，γ_w 为水的容重。

计算固结度时，如果受压层以下土层的透水性比上面土层的透水性小或相似，则按情况 3 处理；如果受压层位于水能自由排出的透水层中，则按情况 1 处理，在式（4-53）中采用$\frac{1}{2}$受压层厚度作为排水最长距离 H。

这样，分层地基的沉降时间关系计算就可简化成单层土进行。

3. 沉降与时间关系曲线的修正（考虑荷载非一次全部加上去）

在上述讨论中，均假定基础荷载是一次全部加到地基土上去的，而实际上，建筑物荷载是在整个修建期间逐步加上去的。因此，按上述方法求得的沉降与时间关系曲线需作相应修正。

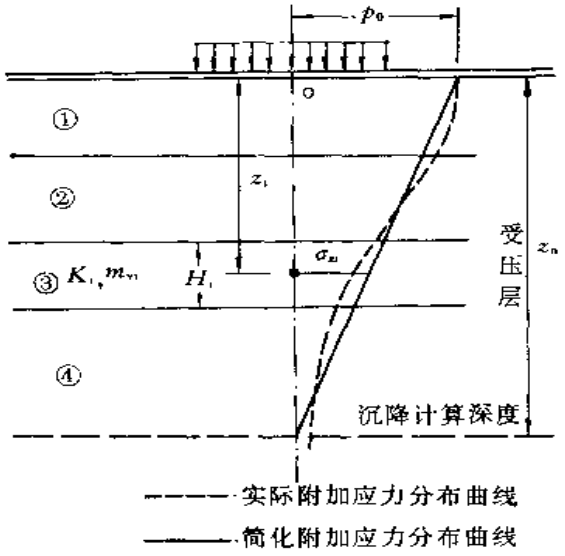


图 4-34　分层地基 S_t-t 的计算

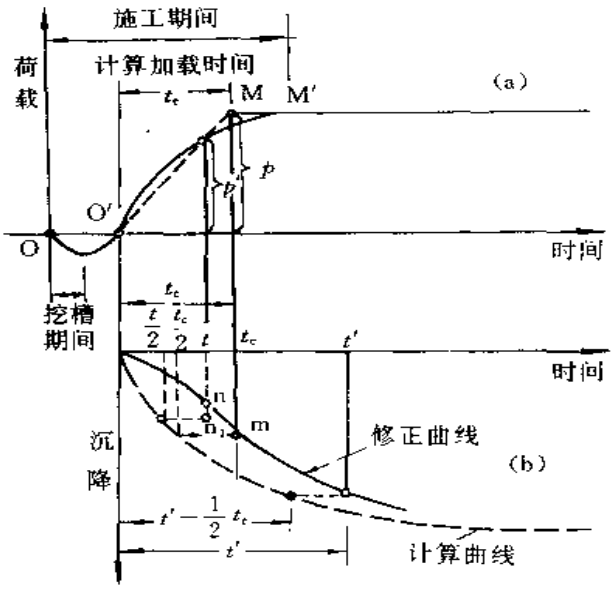


图 4-35　沉降-时间关系曲线的修正

图 4-35a 为加载曲线，通常用直线段 O′M 代替曲线段 O′M′。假设加载期间 t_c 内荷载按线性增长，并忽略 O′以前开挖基坑引起的土的变形。图 4-35b 中的虚线为按荷载一次加上去计算求得的沉降与时间关系曲线。

修正方法假定：

(1) 在加载期间 t_c 终了时达到的沉降量等于荷载一次加上去经过 $t_c/2$ 时间达到的沉降量，根据这个假定，得点 m (图 4-35b)；

(2) 加载期间内某一时间 t 达到的沉降量(这时荷载为 p')等于全部荷载 p 一次加上去经过 $t/2$ 时间达到的沉降量乘以 p'/p 值，在图 4-35b 中，沉降量为 $tn=(tn_1)p'/p$；

(3) 在加载期间以后任一时间 t' 达到的沉降量等于荷载一次加上去经过 $\left(t-\frac{t_c}{2}\right)$ 时间达到的沉降量。

修正后的沉降与时间关系曲线如图 4-33b 中实线所示。可以看出，随着时间的增长，荷载逐步加上去（施工期间）对沉降值的影响逐渐减小。这种修正方法虽是近似的，但与实际观测结果比较，可以认为在实用上已够准确。

【例题 4-3】　地质剖面如图 4-36，基础的计算最终沉降量为 21.7cm（砂层及砾石层的沉降变形忽略不计），已知粘土层的固结系数 $C_v=3.47\times10^{-4}\text{cm}^2/\text{s}$，建筑物施工期为 18 个月。试绘制基础的沉降-时间关系曲线，并加施工期修正。

解：粘土层为两面排水，$H=\frac{760}{2}=380\text{ cm}$

$$T_v=\frac{C_vt}{H^2}$$

$$\therefore \quad t = \left(\frac{380 \times 380}{3.47 \times 10^{-4} \times 3600 \times 24 \times 365} \right) T_v = 13.2 T_v (\text{年})$$

绘制“S-t 曲线”及“修正 S-t 曲线”如：图 4-37。

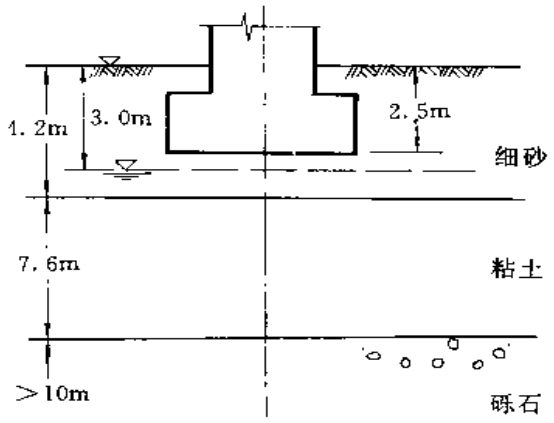


图 4-36　例题 4-3 地质剖面

设 $U_t=0\%$	查表 4-9 $T_v=0$	$t=13.2T_v$(年)	$S=2.17U_t$(cm)
10	0.008	0.106	2.17
20	0.031	0.409	4.34
30	0.071	0.937	6.51
40	0.126	1.663	8.68
50	0.197	2.600	10.85
60	0.287	3.788	13.02
80	0.567	7.484	17.36
90	0.848	11.194	19.53
95	1.120	14.784	20.61

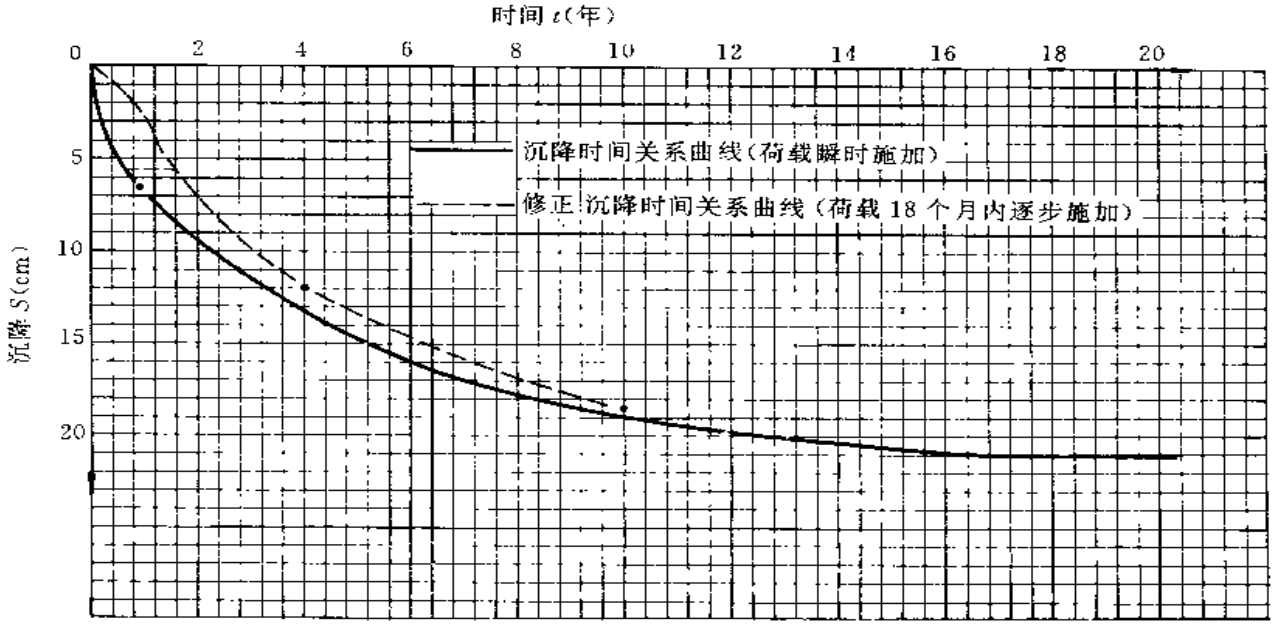


图 4-37　例题 4-3 计算结果

（六）固结系数的测定

应用饱和土体渗流固结理论求解实际工程问题时，固结系数 C_v 是关键性参数，它直接

影响孔压 u 的消散速率和地基的沉降与时间关系。C_v 值愈大，在其他条件相同的情况下，土体完成固结所需的时间愈短。

一般可根据侧限压缩试验结果确定饱和土体的 C_v 值。在侧限压缩试验中，试件厚度小，渗流固结时间短，在此期间产生的次固结可以忽略不计。因此，每级荷载作用下测得的变形与时间关系曲线（如图 4-24）的主固结段可认为只包括固结沉降和试验中不可避免产生的初始压缩，包括试件表面不平与加压板接触不良等原因产生的压缩。消除初始压缩的影响后，即符合一维渗流固结理论解。目前常采用下述两种半经验方法，即时间平方根法和时间对数法，将试验曲线与理论曲线进行拟合以确定 C_v 值。

1. 时间平方根法

从式（4-58a）可知，当 $U_t \leqslant 0.6$ 时

$$U_t = \sqrt{\frac{1}{\pi} T_v} = C\sqrt{T_v} \tag{4-67}$$

上式表明，把试验固结曲线绘在 S-$\sqrt{t}$ 坐标上，如图 4-38 所示，当变形量在稳定变形量的 60% 以前，试验点应落在一根直线上。但是因为试验开始时有初始压缩，起始的试验点必定偏离理论的直线段。在试验曲线上找出直线段①，延伸直线段①交 S 坐标于 S_0，S_0 应该就是主固结段的起点，dS 就是试验中的初始压缩量。

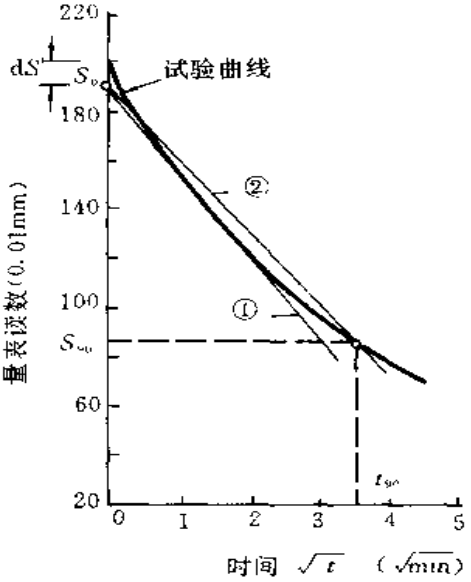


图 4-38 时间平方根法

当 $U_t > 60$ 以后式（4-58a）的固结曲线与式（4-57）的固结曲线相互分开。计算表明，当 $U_t = 90\%$ 时，式（4-57）的 T_v 值为式（4-58a）的 1.15 倍，因此，在图 4-38 中，从 S_0 引直线②，其横坐标为直线①的 1.15 倍，交试验曲线于一点，该点即认为是主固结达 90% 的试验点。其相应的坐标即为固结度达 90% 的变形量 S_{90} 和时间 t_{90}。已知 t_{90} 后，从表 4-9 查得情况 1 $U_t = 90\%$ 时的 T_v 为 0.848，便可按式（4-53）计算土的固结系数 C_v（单位为 cm^2/s）：

$$C_v = \frac{0.848H^2}{t_{90}} \tag{4-68}$$

式中，H 为土样在该级荷载作用下的平均厚度的 $\frac{1}{2}$。

2. 时间对数法

将试验测得的变形量和时间关系，绘制在半对数坐标上，如图 4-39 所示。如前所述，取曲线下反弯点前后两段曲线的切线的交点 m 作为主固结段和次固结段的分界点，也即 $U_t = 100\%$ 渗流固结的结束点。根据固结曲线前段符合抛物线的规律，在前段任选两点 a、b，其时间比值为 1∶4，（例如 1 分钟和 4 分钟），固结曲线上 a、b 间的变形量为 ΔS，则在 a 上再加上一个 ΔS，该点的变形量就是主固结开始的变形量 S_0。S_0 至 m 间的变形量就是主固结段的总变形量，S_0 至 m 竖直距离中点 c 的坐标，即为渗流固结完成 50% 的变形量 S_{50} 和时间 t_{50}。由表 4-9，查得相应于 $U_t = 50\%$ 时的 $T_v = 0.198$，因此

$$C_v = \frac{0.198}{t_{50}} H^2 \tag{4-69}$$

式中 H 的意义同前。

采用时间平方根法，有时会遇到试验曲线的直线段不明显的情况，采用时间对数法，$U_t=0$ 点的确定不如时间平方根法方便。目前在生产实践中，两种方法都采用。但要注意，无论采用哪一种方法得出的 C_v 值都只能作为近似值，因为这两种方法都是半经验法，而且试验土样不一定能够完全代表天然土层的情况（如天然土层中可能夹有很薄的砂层），试验条件也不完全符合实际条件（如土样薄、水力坡降太大，因而应变速率太大等）。此外，土在固结过程中密度不断变化，渗透系数 k、压缩系数 a、孔隙比 e 值都在改变，C_v 值也在改变，因而选用 C_v 值时，还应考虑实际的荷载增量级。

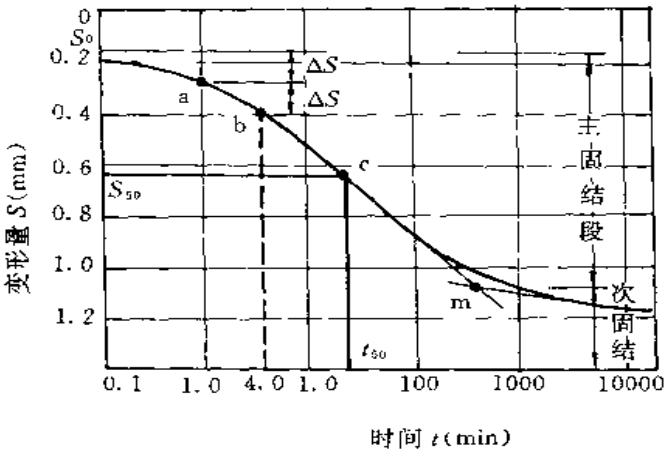


图 4-39　时间对数法

【例题 4-4】　饱和土样做侧限压缩试验，当压力从 200 增加到 400kN/m² 时，测得的千分表读数如下：

时间(分)	0	0.25	0.5	1.0	2.0	4.0	9.0	16.0	25.0	36.0	49.0	60.0	90.0	120.0	210.0	300.0	1440
读数(mm)	5.00	4.82	4.77	4.64	4.51	4.32	4.00	3.72	3.49	3.31	3.19	3.10	2.98	2.89	2.78	2.72	2.60

经过 24 小时（1440 分）后，土样厚度为 14.10mm。试用时间对数法确定固结系数 C_v。

解：相应于本级荷载增量，

土样厚度变化　　$S=5.00-2.60=2.40$ mm

固结过程中土样的平均厚度　$(2H)=14.10-\frac{2.40}{2}=15.30$ mm

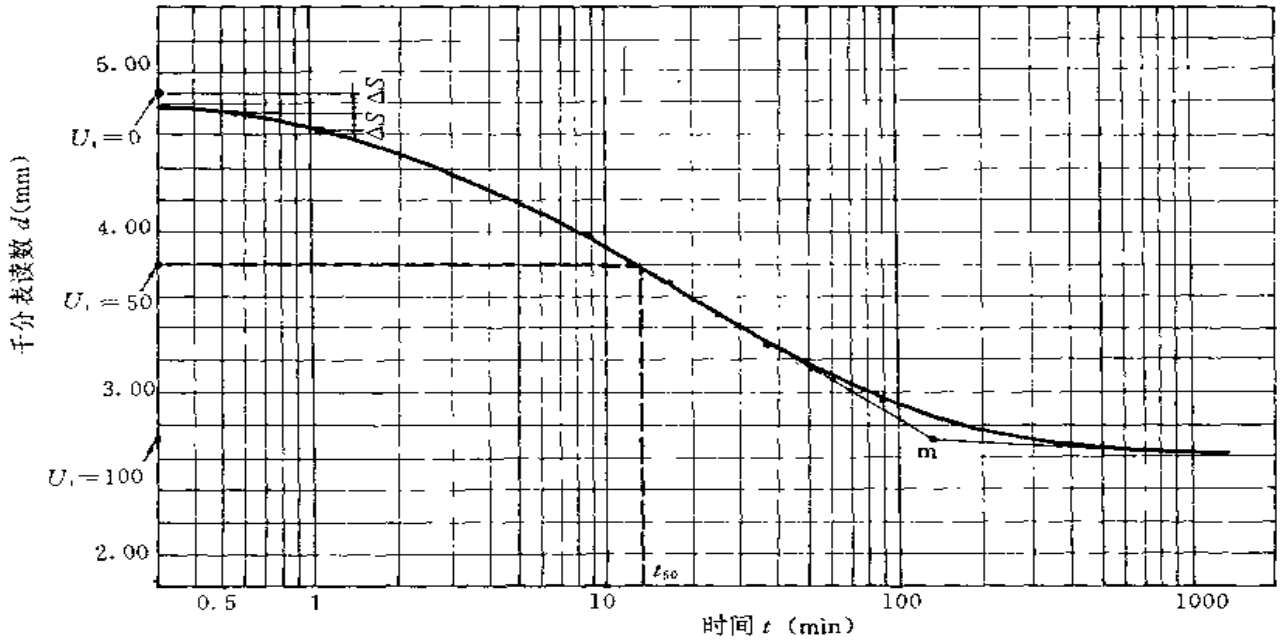


图 4-40　例题 4-4 d-lg$t$ 曲线

最长渗径　　$H=\frac{15.30}{2}=7.65\,mm$　　绘制 $d=\lg t$ 曲线如图 4-40

从曲线上求得：

$$t_{50}=13.0\text{分}$$

$$\therefore\quad C_v=\frac{0.197(0.765)^2}{13\times 60}=1.47\times 10^{-4}\text{cm}^2/\text{s}$$

二、二维、三维渗流固结课题

上述一维渗流固结课题应用很广，但严格说来，在工程实际问题中遇到的有许多是二维、三维问题。在比较厚的上层上面作用局部基础荷载时，土层中的应力为非均匀分布，既有竖向也有水平方向的变形和孔隙水渗流，属三维问题。如果荷载是长条形分布，如堤坝荷载，则属二维固结平面应变问题。还有，为加速较厚粘土层的固结过程而在土层中设置排水砂井时（见基础工程教材），除竖向渗流外，还有水平方向的轴对称渗流，属三维固结轴对称课题。

对这些二维、三维渗流固结课题，同样可以推导得出渗流固结微分方程，但公式比较复杂，参数较难测定、应用比较麻烦，大多数情况下只有数值解。

（一）拟三维固结理论

考虑饱和土层中的微元体 $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$（图 4-41）

1. 根据连续性原理（假设土是完全饱和的，土粒和水都是不可压缩的），$\mathrm{d}t$ 时间内微元体的体积变化必等于同一时间内流出微元体的水量，亦即：

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}=\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}+\frac{\partial q_z}{\partial z}\qquad\text{(a)}$$

式中，ε_v——体积应变；

q——单位时间内流过单位横截面积的水量。

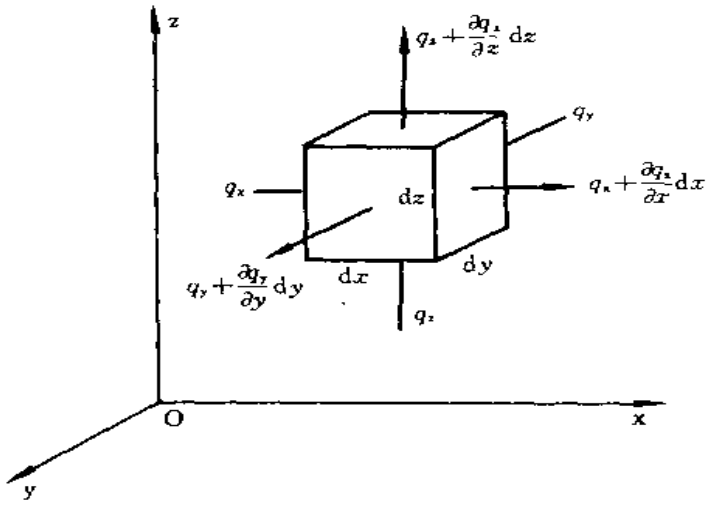


图 4-41　三维渗流固结

2. 根据达西定律（假定水的渗流符合达西定律），可写：

$$\left.\begin{aligned}q_x&=k_x i_x=-\frac{k_x}{\gamma_w}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}\\ q_y&=k_y i_y=-\frac{k_y}{\gamma_w}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}\\ q_z&=k_z i_z=-\frac{k_z}{\gamma_w}\cdot\frac{\partial u}{\partial z}\end{aligned}\right\}\qquad\text{(b)}$$

式中，k——土的渗透系数；　　i——水力坡降；

u——超静孔隙水压力；　　γ_w——水的容重。

若流量 q 随坐标正方向递增，则孔隙水压力 u 随坐标正方向而递减，故取负值。

将式（b）代入式（a），如果 $k_x=k_y=k_z=k$，则

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}=-\frac{k}{\gamma_w}\nabla^2 u\qquad(4\text{-}70)$$

3. 根据广义虎克定律（假设土是完全弹性体），可写：

$$\varepsilon_v=\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z=\frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x+\sigma'_y-\sigma'_z) \tag{c}$$

式中，ε_x、ε_y、ε_z——应变；

σ'_x、σ'_y、σ'_z——有效应力；

E——变形模量；

ν——泊松比。

4. 根据有效应力原理，式（c）可写成：

$$\varepsilon_v=\frac{1-2\nu}{E}(\theta-3u)=\frac{-3(1-2\nu)}{E}\left(u\to\frac{\theta}{3}\right) \tag{d}$$

式中，$\theta=\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z$，总应力之和；$u$——孔隙水压力。从而，

$$\frac{\partial\varepsilon_v}{\partial t}=\frac{-3(1-2\nu)}{E}\left(\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{1}{3}\frac{\partial\theta}{\partial t}\right) \tag{e}$$

将式（e）代入式（4-70），得，

$$\frac{1}{C_{v3}}\left(\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{1}{3}\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)=\nabla^2u \tag{4-71}$$

$$C_{v3}=\frac{Ek}{3\gamma_w(1-2\nu)} \tag{4-72}$$

式中，C_{v3}称为三维固结系数，∇^2为拉普拉斯算子。

5. 假设渗流固结过程中，总应力之和保持不变（θ=const），则式（4-71）成为：

$$\frac{1}{C_{v3}}\frac{\partial u}{\partial t}=\nabla^2u \tag{4-73}$$

这就是拟三维固结理论公式，一般文献中称之为太沙基-伦杜立克（K. Terzaghi，L. Rendulic）固结理论，它的主要特点是假设作用于土层中任意点的总应力之和θ在固结过程中不变。这个假定使问题简化许多，但并不符合三维中的实际情况，因为在三维情况下，即使外载不变，土中各点的总应力在固结过程中是变化的。原因在于，三维情况下外载在土中各点引起的总应力是不一样的，土单元体表面上除了附加正应力之外，还有附加剪应力的作用。在这种情况下，土中各点的起始超静水压力不一样，固结过程中各点的变形或位移也不一样，某点的变形或位移和该点的有效正应力、剪应力有关、同时又和该点的u消散了多少有关，而各点的变形或位移不能自行其是，必须满足连续性条件，相互协调。也就是说，土骨架与孔隙水间有相互影响。这就造成固结过程中土中有一个“变形相互制约、应力自动调整”的过程，要求某些点的总应力暂时部分转移给周围一些点，以保证σ'、u和变形或位移之间的相互一致。所以，对土中任意点来说，即使在外载恒定条件下，$\frac{\partial\theta}{\partial t}\neq0$。现在，为使问题简化，假设$\frac{\partial\theta}{\partial t}=0$，不符三维实际情况，故称“拟”三维固结理论。

对于二维情况，类似可得：

$$\frac{1}{C_{v2}}\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2u}{\partial z^2} \tag{4-74}$$

$$C_{v2}=\frac{Ek}{2\gamma_w(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{4-75}$$

式中，C_{v2}称为二维固结系数。式（4-74）可用于平面应变条件，亦可推广用于轴对称三维情况。不难证明，C_{v2}、C_{v3}与土的固结系数C_v之间存在如下关系：

$$C_{v2}=\frac{1}{2(1-\nu)}C_v \tag{4-76}$$

$$C_{v3}=\frac{1+\nu}{3(1-\nu)}C_v \tag{4-77}$$

（二）比奥（Biot，M. A.）固结理论

比奥 Biot 三维固结理论与拟三维固结理论的本质差别在于它不作$\frac{\partial\theta}{\partial t}=0$的假设，则式（4-71）中孔隙水压力$u$以及$\sigma_x$、$\sigma_y$、$\sigma_z$都是变量，因此，仅有式（4-71）一个固结方程，无法求解四个变量。比奥提出考虑骨架与孔隙水之间的耦合作用，取σ_x、σ_y、σ_z、τ及超静水压力u均为未知数，建立平衡方程和连续方程。然后与固结方程一起，根据初始条件和边界条件求解这些方程组便可得出随时间及位置坐标而异的总应力、孔隙水应力和位移。有关比奥理论的简要介绍，见本书附录Ⅱ。

拟三维固结理论，除轴对称问题有解析解外，一般可用差分法，也可用有限元法求解。比奥固结理论则必须用有限元法求解。需要指出的是，应用式（4-76）、（4-77）计算C_{v2}、C_{v3}值是不准确的，因为土不是完全弹性体，ν值随应力状态而异，而且在固结过程中是变化的，最好做有效应力路径三轴排水试验来直接测定C_{v2}、C_{v3}，但难度较大。

第五节　地基容许沉降量与减小沉降危害的措施

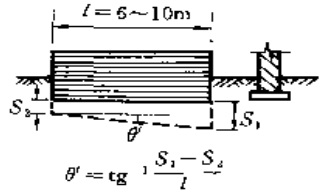
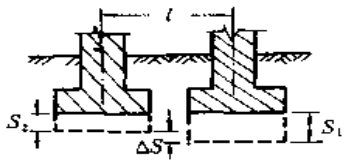
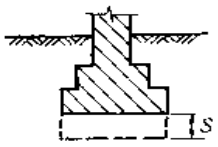
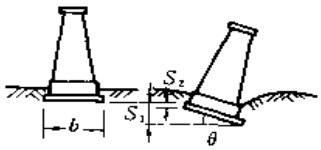
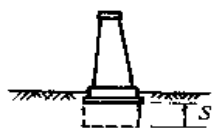
沉降计算的目的是为了预测建筑物建成后基础的沉降量（包括差异沉降）会不会太大，是否超过建筑物安全和正常使用所容许的数值。如果计算结果表明，基础的沉降量有可能超出容许值，那就要改变基础设计，并考虑采取一些工程措施以尽量减小基础沉降可能给建筑物造成的危害。

一、容许沉降量

地基容许沉降量的确定比较困难，因为这牵涉到上部结构、基础、地基之间的相互作用问题，而结构类型、材料性质以及地基土的性状又是多种多样的；同时，除了从结构安全的角度考虑之外，尚应满足建筑物的使用功能、生产工艺以及人们心理感觉等方面的要求。目前，确定地基容许沉降量主要有两条途径，一是理论分析法，二是经验统计法。

理论分析法的实质是进行结构与地基相互作用分析，计算上部结构中由于地基差异沉降可能引起的次应力或拉应变，然后在保证次应力或拉应变不超出结构承受能力的前提下，综合考虑其他方面的要求，确定地基容许沉降量。这方面的理论分析研究工作虽然已有相当大的进展，但仍存在不少困难，如结构、构件的性状、地基土的本构关系、土性参数以及现场的边界条件等都不容易确定。因此，从工程实用角度，目前主要还是依靠经验统计法。

表 4-10　容许沉降量和容许差异沉降值（GBJ-7-89）

变形特征	定义	容许值	
		中、低、压缩性土	高压缩性土
砌体承重结构基础的局部倾斜 θ'	 $\theta'=\mathrm{tg}^{-1}\frac{S_1-S_2}{l}$	0.002	0.003
工业与民用建筑相邻柱基的沉降差 ΔS （1）框架结构 （2）砖石墙填充的边排柱 （3）当基础不均匀沉降时不产生附加应力的结构	 $\Delta S=S_1-S_2$	0.002l 0.0007l 0.005l	0.003l 0.001l 0.005l
单层排架结构（柱距 6m）柱基的沉降量 S(mm)		(120)	200
桥式吊车轨面的倾斜 θ （按不调整轨道考虑） 纵　向 横　向		0.004 0.003	
多层和高层建筑基础的倾斜 θ　$H_g\leqslant24$	 $\theta=\mathrm{tg}^{-1}\frac{S_1-S_2}{b}$	0.004	
$24<H_g\leqslant60$		0.003	
$60<H_g\leqslant100$		0.002	
$H_g>100$		0.0015	
高耸结构基础的倾斜 θ　$H_g\leqslant20$		0.008	
$20<H_g\leqslant50$		0.006	
$50<H_g\leqslant100$		0.005	
$100<H_g\leqslant150$		0.004	
$150<H_g\leqslant200$		0.003	
$200<H_g\leqslant250$		0.002	
高耸结构基础的沉降量 S(mm) $H_g\leqslant100$ $100<H_g\leqslant200$ $200<H_g\leqslant250$		(200)	400 300 200

注：① 有括号者仅适用于中压缩性土；

② H_g——自地面算起的建筑物高度（m）。

经验统计法是对大量的各类已建建筑物进行沉降观测和使用状况调查，然后结合地基地质情况，分类归纳整理，提出容许沉降量控制值。表 4-10 是我国《建筑地基基础设计规范(GBJ 7-89)》中列出的容许沉降量和容许差异沉降值。它是用经验统计方法得出的，可供一般参考。

二、减小沉降危害的措施

实践表明，绝对沉降量愈大，差异沉降往往亦愈大。因此，为减小地基沉降对建筑物可能造成的危害，除采取措施尽量减小差异沉降外，尚应设法尽可能减小基础的绝对沉降量。

目前，对可能出现过大沉降或差异沉降的情况，通常从以下几个方面采取措施。

1. 采用轻型结构、轻型材料，尽量减轻上部结构自重；减少填土，增设地下室，尽量减小基础底面附加压力。

2. 妥善处理局部软弱土层，如暗浜、墓穴、杂填土、吹填土和建筑垃圾、工业废料等。

3. 调整基础形式、大小和埋置深度；必要时采用桩基或深基础。

4. 尽量避免复杂的平面布置，并避免同一建筑物各组成部分的高度以及作用荷载相差过多。

5. 加强基础的刚度和强度，如采用十字交叉形基础、箱形基础。

6. 在可能产生较大差异沉降的位置或分期施工的单元连接处设置沉降缝。

7. 在砖石承重结构墙体内设置钢筋混凝土圈梁（在平面内呈封闭系统，不断开）。

8. 预留吊车轨道高程调整余地。

9. 防止施工开挖、降水不当恶化地基土的工程性质。

10. 对高差较大、重量差异较多的建筑物相邻部位采用不同的施工进度，先施工荷重大的部分，后施工荷重轻的部分。

11. 控制大面积地面堆载的高度、分布和堆载速率。

以上措施，有的是设法减小地基沉降量，尤其是差异沉降量，有的是设法提高上部结构对沉降和差异沉降的适应能力。设计时，应从具体工程情况出发，因地制宜，选用合理、有效、经济的一种或几种措施。

第五章　土的抗剪强度

第一节　概　　述

土体的破坏通常都是剪切破坏，例如堤坝的边坡太陡时，要发生滑坡，如图 5-1。滑坡就是边坡上的一部分土体相对于坝体发生剪切破坏。地基土受过大的荷载作用，也会出现部分土体沿着某一滑动面挤出，导致建筑物严重下陷，甚至倾倒，如图 5-2 所示。土体中滑动面的产生就是由于滑动面上的剪应力达到土的抗剪强度所引起的。

土的抗剪强度指土体抵抗剪切破坏的极限能力，其数值等于剪切破坏时滑动面上的剪应力，抗剪强度是土的主要力学性质之一。土是否达到剪切破坏状态，除了决定于它本身的性质外，还与所受的应力组合密切相关。这种破坏时的应力组合关系就称为破坏准则。土的破坏准则是一个十分复杂的问题，可以说，目前还没有一个被认为能完满适用于土的理想的破坏准则。本章在这方面主要介绍目前被认为比较能拟合试验结果，因而为生产实践所广泛采用的破坏准则，即莫尔-库伦破坏准则。

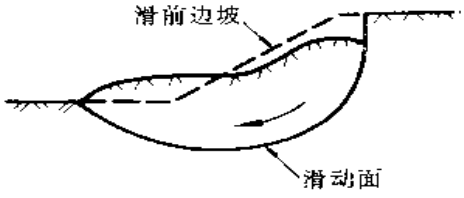


图 5-1　土坡滑动

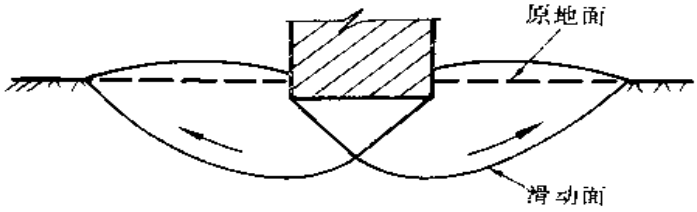


图 5-2　地基失稳

土的抗剪强度，首先决定于它本身的基本性质，那就是土的组成、土的状态和土的结构，这些性质又与它形成的环境和应力历史等因素有关；其次还决定于它当前所受的应力状态。要认识土的抗剪强度的实质，需要开展对土的微观结构的研究。目前已能够通过电子显微镜、X 射线的透视和衍射、差热分析等新技术研究土的物质成分、颗粒形状、排列、接触和连结方式，从而阐明强度的实质。这是近代土力学研究所开拓的新领域之一，关于这方面的发展，限于教科书的范围，本章不予阐述。

土的抗剪强度主要依靠室内试验和原位测试确定，试验中，仪器的种类和试验方法对确定强度值有很大的影响。本章除介绍主要的测试仪器和常规的试验方法外，将着重阐明试验过程中土样的排水固结条件对测得的强度指标的影响。不清楚这个问题，就无法理解同一种土用相同的仪器。在不同的实验条件下，得出的抗剪强度指标差别可以十分悬殊，因而也就无法根据实际的工程条件来选择合适的指标。

几十年来，在土力学这门学科中，对土的抗剪强度已经进行了大量的试验研究工作。但是由于土是一种十分复杂的材料，这个问题至今仍然是土力学的一个主要的研究课题。本

章只能介绍这一课题的最基本的理论和分析方法。

第二节　土的抗剪强度和破坏理论

一、土的屈服与破坏

在研究土的屈服与破坏之前，先讨论一种理想弹塑性材料的应力-应变关系，以及屈服和破坏的概念。图 5-3 中曲线①表示这种材料的应力-应变关系曲线，即 $(\sigma_1-\sigma_3)$ -ε_1 曲线。它是由一根斜直线和一根水平线所组成。斜直线表示线弹性材料的应力-应变特性，其特点是：(1) 应力-应变成直线关系；(2) 变形是完全弹性的，即应力增加，应变沿这一直线按比例增加，应力减少，应变也沿这根直线按同样的比例减小。所以应力与应变的关系是唯一的，不受应力路径和应力历史影响的。水平线段表示理想塑性材料的应力-应变关系，其特点是：(1) 应变都是不可恢复的塑性应变；(2) 一旦发生塑性应变，应力不再继续增加，塑性应变持续发展，直至材料破坏。两段直线的交点 C 所对应的应力是开始发生塑性应变的应力，称为屈服应力 $(\sigma_1-\sigma_3)_y$，同时又是导致材料破坏的应力，所以也是破坏应力 $(\sigma_1-\sigma_3)_f$。因此 C 点既是屈服点又是破坏点。

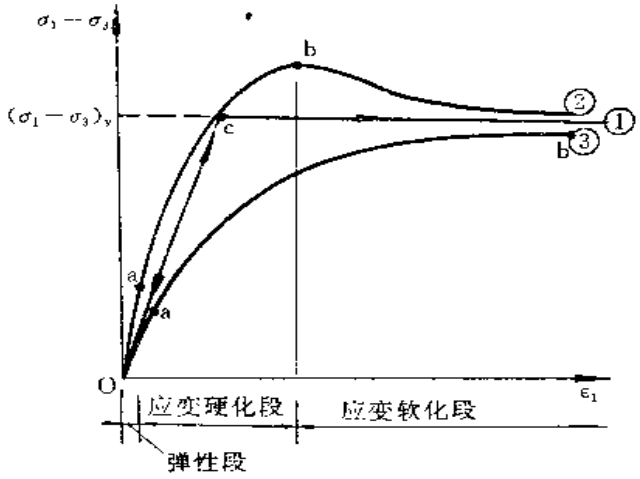


图 5-3　土的应力-应变关系曲线

在上章中讨论土的压缩性时提到，土不是理想的弹性材料，也不是理想的塑性材料，而是一种弹塑性材料。受应力作用，弹性变形和塑性变形几乎同时发生。将图 4-9a 三轴试验测得的 $(\sigma_1-\sigma_3)$ -ε_1 关系曲线绘制在图 5-3 中，曲线②表示超固结土或密砂的应力-应变关系曲线，曲线③表示正常固结土或松砂的应力-应变关系曲线。与理想的弹塑性材料相比，不但曲线的形状不同，性质也有很大差异。有的学者研究结果认为，土开始发生屈服的应力很小，在 $(\sigma_1-\sigma_3)$ -ε_1 关系曲线的起始一小段$\overline{oa}$，可以认为接近于线弹性材料的性状。以后，应力增加所产生的应变中，既包括有可恢复的弹性应变，也包括有显著的不可恢复的塑性应变。由于出现显著的塑性变形，表明土已进入屈服阶段；但是与理想塑性材料不同，塑性应变增加了土对继续变形的阻力，所以开始屈服以后，不是应力保持不变，而是能够承受更大的应力，屈服点的位置不断提高。这种现象称为应变硬化或加工硬化。屈服点提高到极限值 b 点，土体才发生破坏。$\overline{ab}$段为土的应变硬化阶段，该段上的每一点都可认为是土的屈服点。此外属于曲线②类型的土，到达峰值 b 点以后，应变再继续发展，应力反而下降，这一阶段，土的强度随应变的增加而降低，称为应变软化或加工软化。在应变软化阶段，土体处于破坏状态。所以对于超固结土或密砂，土的抗剪强度并不是一个单一值，而是与应变的发展程度有关。相当于峰值点的强度称为峰值强度；相当于应变很大，应力衰减至稳定值时的强度称为残余强度。在工程计算中，一般采用土的峰值强度，但是如果土体的历史上受过反复剪切作用，应变累积很大（例如古滑坡体中滑动面上的土），则应考虑

采用残余强度。对于属于曲线③类型的土，则只有一种强度。

另外，有的学者则认为，土的应力-应变关系曲线不存在完全弹性段。从一开始，应力引起的应变中就包含有弹性应变和显著的塑性应变，所以坐标的原点就是第一个屈服点。这两种不同的看法，可能是反映不同类型的土具有不同的变形特性。例如颗粒间胶结较强的土，因为粒间的胶结力来自化学键，在胶结被破坏以前，变形一般很小且基本上可以恢复，故具有一定范围的弹性段，而粒间没有胶结的土，则没有弹性段。

由此看来，土的屈服和强度，概念既不相同，数值也相迥异。本章只研究土的抗剪强度，通常取 $(\sigma_1-\sigma_3)$-ε_1 曲线的峰值应力，或者 ε_1 达到 15～20%时的应力作为土的抗剪强度值，不再深入研究曲线的发展过程。实际上因为土的弹性变形和塑性变形的发展过程很复杂，不但与材料的性质有关，而且还决定于应力路经和应力历史，很难准确预测。所以，在古典土力学理论中，只能把土简化成曲线①的理想弹塑性材料。在第三章地基附加应力计算中，就是把土当成线弹性体，用弹性理论公式求解。在以后数章中，研究土压力、土坡稳定和地基极限承载力等有关土体破坏的问题时，则把土体当成理想的塑性材料，一旦剪应力达到土的抗剪强度即产生无限发展的变形而破坏。这些假定都与土的实际性状有所差异。随着土力学理论、土工试验技术以及数值计算方法的发展，国内外学者已在逐步建立按照土的真实弹塑性应力-应变关系特征进行土体应力、变形的发展及至破坏的理论分析方法。所以读者对土的弹塑性应力-应变关系特征、屈服和破坏等基本概念应有一个简要的了解，才能进一步吸收近代土力学的新理论和新知识。

二、莫尔-库伦破坏理论

（一）土的破坏理论

图 5-3 中所示的应力-应变关系曲线是在某一种周围压力 σ_3 作用下测得的。改变几种不同的周围压力 σ_3，将测得一组形状类似的曲线，如图 5-4 所示。对应于每一种 σ_3 就有一个相应的抗剪强度值。所以，土的抗剪强度，不论是峰值强度或残余强度都不是一个固定不变的数值，而是与土的应力状态有关。这也是土区别于其它连续性材料的重要特点。

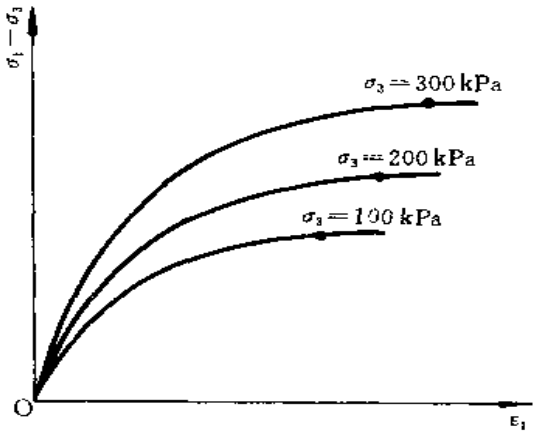


图 5-4　土的应力-应变关系曲线

长期以来，人们根据对材料破坏现象的分析，提出各种各样的假设，也就出现各种不同的破坏理论。在古典的强度理论中，可用于土的主要有如下三种：

1. 广义特莱斯卡（Tresca）理论

特莱斯卡理论认为材料中一点的剪应力达到某一极限值时，该点即进入破坏状态，故又称为最大剪应力强度理论。可表示为下式

$$\sigma_1-\sigma_3=2S_f \tag{5-1}$$

式中，S_f 代表材料所能承受的剪应力的极限值，是一个试验常量。对于土，S_f 值与土体所受的主应力之和 $I_1(=\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)$有关。将 S_f 值表示为 I_1 的函数后，把特莱斯卡理论用之于土，就称为广义特莱斯卡理论。

2. 广义密色斯（Von Mises）理论

这种理论认为材料的应变能达到极限值时就进入破坏状态，故又称最大畸变形理论，可表示为：

$$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2=\frac{6E}{1+\nu}W_f \tag{5-2}$$

式中，E ——材料的弹性模量；

ν——材料的泊松比；

W_f——畸变能的极限值，是一个试验常数。对于土，同样是主应力之和 $I_1=\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3$ 的函数。将 W_f 表示为 I_1 的函数后，把密色斯理论用之于土，就称为广义密色斯理论。

由于这两种理论在工程上不常用，因此 S_f 和 W_f 的具体表达式，不再详细说明。本节主要讨论下面的莫尔-库伦（Mohr-Coulomb）破坏理论。

3. 莫尔-库伦破坏理论

图 5-5 所示，将一块土样装在有开缝的上、下刚性金属盒内，上盒固定，推动下盒，让土样在预定的（虚线所示）横截面进行剪切，直至土样破坏。破坏时，剪切面上的剪应力就是土的抗剪强度。试验结果表明，土的抗剪不是常量，而是随作用在剪切面上的法向应力 σ 的增加而增加。

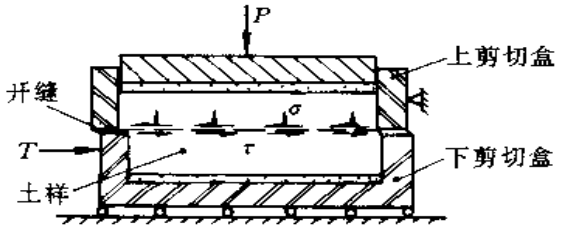


图 5-5　固定剪切面的剪切试验

1776 年法国科学家库伦（C. A Coulomb）总结土的破坏现象和影响因素，提出土的破坏公式为：

$$\tau_f=c+\sigma\mathrm{tg}\phi \tag{5-3}$$

式中，τ_f ——剪切破裂面上的剪应力，即土的抗剪强度；

σ——破坏面上的法向应力；

c——土的粘聚力，对于无粘性土，$c=0$；

ϕ——土的内摩擦角。

c 中 ϕ 是决定土的抗剪强度的两个指标，称为抗剪强度指标，对于同一种土，在相同的试验条件下为常数，但是试验方法不同则会有很大的差异。这点将在本章第五节中详细讨论。

以后，由于有效应力原理的发展，人们认识到只有有效应力的变化才能引起强度的变化，因此上述库伦公式改写为

$$\tau_f=c'+\sigma'\mathrm{tg}\phi'=c'+(\sigma-u)\mathrm{tg}\phi' \tag{5-4}$$

式中，σ'——剪切破裂面上的有效法向应力；

u——土中的超静孔隙水压力；

c'——土的有效粘聚力；

ϕ'——土的有效内摩擦角。

c' 和 ϕ' 称为土的有效抗剪强度指标，对于同一种土，其值理论上与试验方法无关，应接近于常数。

为了区别式（5-3）和式（5-4），前者称为总应力抗剪强度公式，后者称为有效应力抗剪强度公式。有关这两种方法的区别和应用范围，将在第五节中阐述。

莫尔（Mohr）继续库伦的早期研究工作，提出材料的破坏是剪切破坏的理论，认为在

破裂面上，法向应力 σ 与抗剪强度 τ_f 之间存在着函数关系，即

$$\tau_f = f(\sigma) \tag{5-5}$$

这个函数所定义的曲线，如图 5-6 所示，称为莫尔破坏包线，或抗剪强度包线。如果代表土单元体中某一个面上法向应力 σ 和剪应力 τ 的点子落在破坏包线下面，如 A 点，它表明在该法向应力 σ 下，该面上的剪应力 τ 小于土的抗剪强度 τ_f，土体不会沿该面发生剪切破坏。如果点子正好落在曲线上，如 B 点，表明剪应力等于抗剪强度，土单元体处于临界破坏状态。代表应力状态的点子如果落在曲线以上的区域，如点 C，表明土体已经破坏。实际上这种应力状态是不会存在的，因为剪应力 τ 增加到抗剪强度 τ_f 值时，就不可能再继续增长。当然，土单元体中只要有一个面发生剪切破坏，该土单元体就进入破坏状态，或称为极限平衡状态。实验证明，一般土，在应力变化范围不很大的情况下，莫尔破坏包线可以用库伦强度公式(5-3)或式(5-4)来表示，即土的抗剪强度与法向应力成线性函数的关系。这种以库伦公式作为抗剪强度公式，根据剪应力是否达到抗剪强度作为破坏标准的理论就称为莫尔-库伦破坏理论。

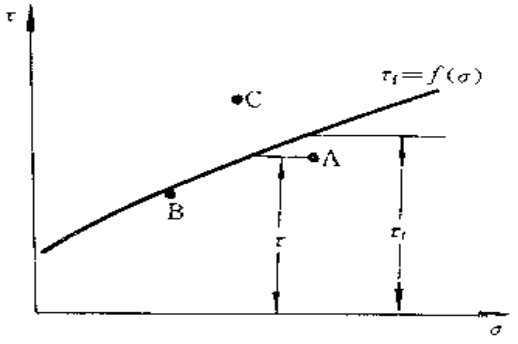


图 5-6　莫尔-库伦破坏包线

（二）莫尔-库伦破坏准则——极限平衡条件

如果可能发生剪切破坏面的位置已经预先确定，只要算出作用于该面上的应力(包括剪应力和正应力)，就可判别剪切破坏是否发生。但是在实际问题中，可能发生剪切破坏的平面一般不能预先确定。土体中的应力分析只能计算各点垂直于坐标轴平面上的应力（正应力和剪应力）或各点的主应力，故尚无法直接判定土单元体是否破坏。因此，需要进一步研究莫尔-库伦破坏理论如何直接用主应力表示，这就是莫尔-库伦破坏准则，也称土的极限平衡条件。

首先分析土体中剪切破坏面的位置。在三轴剪切试验中，试样周围的压力为 σ_3，破坏时的轴向应力为 σ_{1f}，它等于 $\sigma_3+(\sigma_1-\sigma_3)_f$，$(\sigma_1-\sigma_3)_f$ 就是土样达到破坏时的偏差应力。在 τ-σ 坐标上绘制土样破坏时的应力圆，如图 5-7 所示，按照莫尔-库伦破坏理论，破坏圆必定与破坏包线相切。显然，切点所代表的平面满足 $\tau=\tau_f$ 的条件，因此，这就是试样的破裂面。从图 5-7 的几何关系，有

$$2\alpha = 90^\circ + \phi$$

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\phi}{2} \tag{5-6}$$

即破裂面与大主应力面成 $45^\circ+\frac{\phi}{2}$ 的夹角。

由此可见，土与一般连续性材料（如钢、混凝土等）不同，是一种具有内摩擦强度的材料，这种材料的破裂面不产生于最大剪应力面，而与最大剪应力面成 $\frac{\phi}{2}$ 的夹角。如果土质均匀，且试验中能保证试件内的应力、应变均匀分布，则试件内将会出现两组完全对称的破裂面，如图 5-7 所示。

进一步分析试样达到破坏状态的应力条件，从图 5-7 的几何关系：

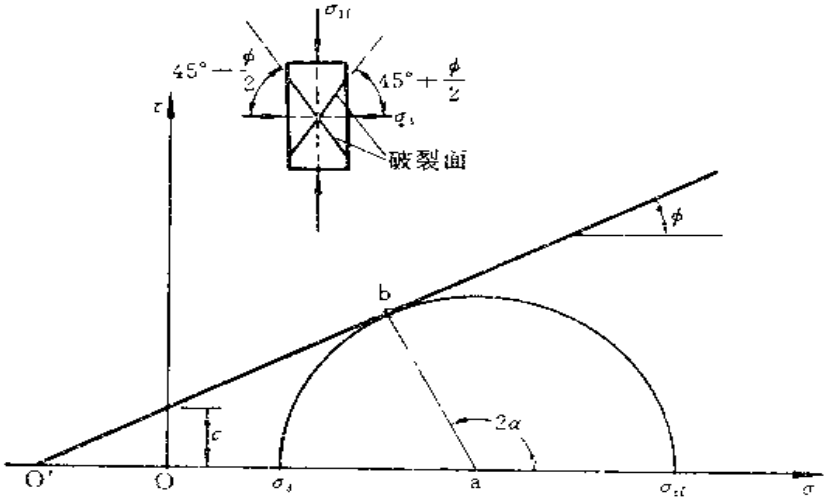


图 5-7　土的破裂面确定

$$\sin\phi=\frac{ab}{o'a}=\frac{ab}{o'o+oa}$$

$$oo'=c\cdot\operatorname{ctg}\phi$$

代入上式，

$$\sin\phi=\frac{\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}+c\cdot\operatorname{ctg}\phi}=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3+2c\cdot\operatorname{ctg}\phi} \tag{5-7}$$

对式（5-7）进行整理，

$$\sigma_1-\sigma_3=(\sigma_1+\sigma_3)\sin\phi+2c\cdot\cos\phi$$

得

$$\sigma_1=\sigma_3\cdot\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}+2c\cdot\frac{\cos\phi}{1-\sin\phi} \tag{5-8}$$

进一步整理

$$\sigma_1=\sigma_3\cdot\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}+2c\cdot\sqrt{\left(\frac{\cos\phi}{1-\sin\phi}\right)^2}=\sigma_3\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}+2c\cdot\sqrt{\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}}$$

$$=\sigma_3\frac{1-\cos(90°+\phi)}{1+\cos(90°+\phi)}+2c\sqrt{\frac{1-\cos(90°+\phi)}{1+\cos(90°+\phi)}}$$

$$=\sigma_3\frac{2\sin^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)}{2\cos^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)}+2c\cdot\sqrt{\frac{2\sin^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)}{2\cos^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)}}$$

$$\sigma_1=\sigma_3\operatorname{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)+2c\cdot\operatorname{tg}\left(45°+\frac{\phi}{2}\right) \tag{5-9}$$

同样的方法可以推导出

$$\sigma_3=\sigma_1\operatorname{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)-2c\cdot\operatorname{tg}\left(45°-\frac{\phi}{2}\right) \tag{5-10}$$

式（5-7）至（5-10）都是表示土单元体达到破坏时主应力的关系，就是莫尔-库伦理论

的破坏准则，也是土体达到极限平衡状态的条件，故也称之为极限平衡条件。显然，只知道一个主应力，并不能确定土体是否处于极限平衡状态，必需知道一对主应力 σ_1、σ_3，才能进行判断。实际上，是否达到极限平衡状态，取决于 σ_1 与 σ_3 的比值。当 σ_1 一定时，σ_3 愈小，土愈接近于破坏；反之，当 σ_3 一定时，σ_1 愈大，土愈接近于破坏。

对于粗粒土，粘聚力 $c=0$，则极限平衡条件的表达式可简化为

$$\sin\phi=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3} \tag{5-11}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3}=\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi} \tag{5-12}$$

$$\sigma_1=\sigma_3\mathrm{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right) \tag{5-13}$$

$$\sigma_3=\sigma_1\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right) \tag{5-14}$$

如前所述，同一种土样的几个试件，在三轴剪切试验中，分别加以不同的周围压力 σ_3，可以得到不同的应力-应变关系曲线和相应的破坏应力；也就可以绘出各自的极限状态应力圆。这组应力圆都必定与莫尔破坏包线相切。反过来说，若用几种周围压力 σ_3，做一组三轴剪力试验，在 τ-σ 坐标上绘出相应的极限应力圆，这些圆的公切线就应是莫尔破坏包线。莫尔破坏包线与 σ 轴的倾角就是土的内摩擦角 ϕ，与 τ 轴的截距，就是土的粘聚力 c。这就是用三轴剪切试验测定土的抗剪强度指标 c 和 ϕ 的理论依据。

归纳莫尔-库伦破坏理论，可表达为如下三个要点：

1. 破裂面上，材料的抗剪强度是法向应力的函数，可表达为：

$$\tau_f=f(\sigma)$$

2. 当法向应力不很大时，抗剪强度可简化为法向应力的线性函数，即表示为库伦公式：

$$\tau_f=c+\sigma$$

3. 土单元体中，任何一个面上的剪应力大于该面上土的抗剪强度，土单元体即发生破坏，用破坏准则表示，即为式（5-7）至式（5-10）的极限平衡条件。

尽管前人通过很多试验研究的结果认为，无论是粗粒土或细粒土，试件破坏时的应力组合都比较接近于莫尔-库伦破坏准则，但是也还存在着一些差别，引起差别的原因中，很重要的是没有考虑中主应力 σ_2 的影响。在三维问题中，土单元体的主应力为 σ_1、σ_2、σ_3。用每对主应力作应力圆，可绘成三个应力圆，如图 5-8 所示。根据莫尔-库伦破坏准则，破坏

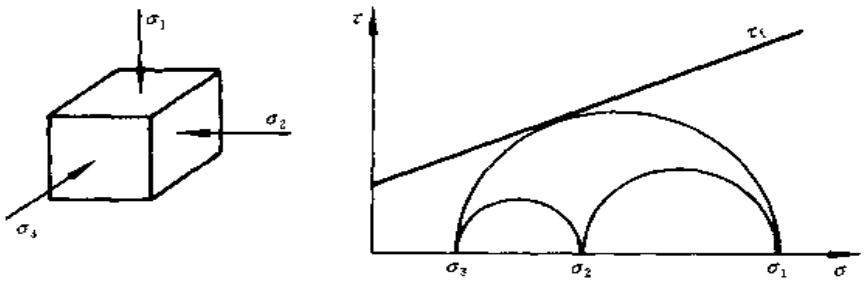


图 5-8　三维应力状态

包线只决定于大主应力 σ_1 和小主应力 σ_3，而与中主应力 σ_2 的大小无关。但试验资料表明，σ_2 对土的抗剪强度值有影响。常规三轴剪切试验是在 $\sigma_2=\sigma_3$ 的轴对称应力状态下，增加 σ_1 直至试件破坏的一种试验方法。如果改用另一种称为平面应变三轴试验方法（见下节土的抗剪强度试验方法），试件在 $\sigma_1>\sigma_2>\sigma_3$ 的状态下剪切破坏，用砂做试验，两种试验结果得出的抗剪强度指标 ϕ 有明显的差别，见图 5-9 所示，这种差别就是 σ_2 不同所引起的。由于莫尔-库伦理论存在着这种缺点，所以更完善的土的破坏理论尚在不断研究与探索之中。

（三）极限平衡条件的应用

式（5-7）至式（5-10）都是细粒土达到极限平衡状态的应力表达式。式（5-11）至式（5-14）则是粗粒土达到极限平衡状态的应力表达式。利用这些表达式，知道土单元体实际上所受的应力和土的抗剪强度指标 c、ϕ，可以很容易判断该单元体是否产生剪切破坏。例如已知粗粒土的土体内某一点 M 的主应力为 σ_{1m}、σ_{3m}，土的内摩擦角为 ϕ，要判断该点土体是否破坏，可以利用式（5-11）。将该点的主应力代入式（5-11）等号的右侧，求相应于这种应力下土体达到极限平衡所要求的内摩擦角 ϕ_m

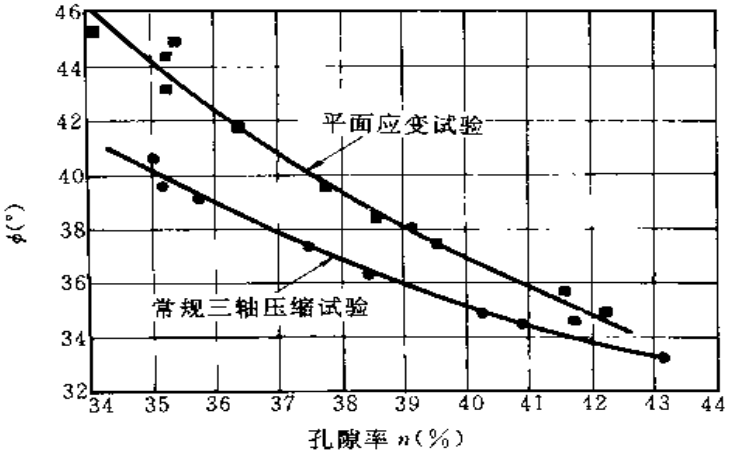


图 5-9　平面应变状态和常规三轴状态的内摩擦角 φ

$$\phi_m=\sin^{-1}\frac{\sigma_{1m}-\sigma_{3m}}{\sigma_{1m}+\sigma_{3m}}$$

如果 $\phi_m>\phi$，表示保持土单元体不发生破坏所需的内摩擦角大于土的实际内摩擦角。显然，实际土单元体必已破坏。反之 $\phi_m<\phi$，土单元体处于稳定状态，或称处于弹性平衡状态。当 $\phi_m=\phi$，则表示土单元体正好处于极限平衡状态，或称塑性平衡状态。

也可以利用其它公式进行判断。如用公式（5-13），将土单元体的实际应力 σ_{3m}，和内摩擦角 ϕ 代入公式等号的右侧，求处在极限平衡状态的大主应力

$$\sigma_1=\sigma_{3m}\mathrm{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$$

如果计算得到的 $\sigma_1>\sigma_{1m}$，表示达到极限平衡状态要求的大主应力大于实际的大主应力，土体处于弹性平衡状态。反之 $\sigma_1<\sigma_{1m}$，土体已发生破坏。

【例题 5-1】 图 5-10（a）所示地基表面作用条形均布荷载 p，在地基内 M 点引起应力为 $\sigma_z=94\mathrm{kPa}$，$\sigma_x=45\mathrm{kPa}$，$\tau_{xz}=51\mathrm{kPa}$。地基为粉质粘土，容重 $\gamma=19.6\mathrm{kN/m^3}$，$c=19.6\mathrm{kPa}$，$\phi=28°$，侧压力系数 $k_0=0.5$，试求作用于 M 点的土应力值，大主应力面方向并判断该点土体是否破坏。

解：

1. 计算 M 点应力

$$\bar{\sigma}_z=\sigma_z+\sigma_{sz}=94-0.5\times19.6=103.8\mathrm{kN/m^2}$$

$$\bar{\sigma}_x=\sigma_x+k_0\sigma_{sz}=45+0.5\times0.5\times19.6=49.9\mathrm{kN/m^2}$$

$$\tau_{zx}=\tau_{xz}=51.0\mathrm{kN/m^2}$$

按第三章应力符号规定，单元体应力如图 5-10b。

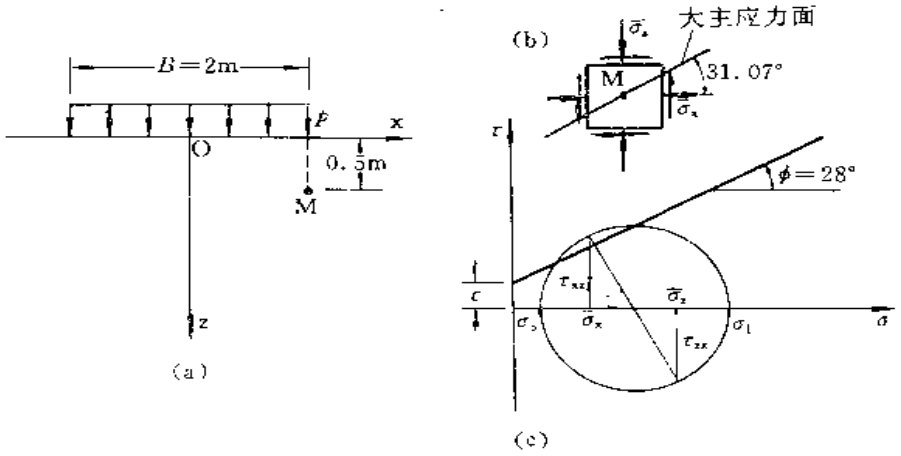


图 5-10　例题 5-1 图

2. 求 M 点主应力值

$$\sigma_3^1=\frac{\bar{\sigma}_z+\bar{\sigma}_x}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_z-\bar{\sigma}_x}{2}\right)^2-\tau^2}$$

$$=\frac{103.8-49.9}{2}=\sqrt{\left(\frac{103.8-49.9}{2}\right)^2+(51)^2}$$

$$=76.85\pm57.68$$

$$\sigma_1=134.53\text{kPa}\qquad\sigma_3=19.17\text{kPa}$$

3. 求大主应力面方向

根据图 5-10b 绘莫尔圆，如图中 5-10c，注意这时 τ_{xz} 为负值。

$$\text{tg}2\alpha=\frac{\tau}{\frac{\bar{\sigma}_z-\bar{\sigma}_x}{2}}=\frac{51}{26.95}$$

$$2\alpha=62.14°\qquad\alpha=31.07°$$

大主应力面方向如例图 5-10b 所示

4. 破坏可能性判断

用式(5-9)

$$\sigma_{1f}=\sigma_{3m}\text{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)+2c\cdot\text{tg}\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$$

$$=19.17\text{tg}^2\left(45+\frac{28}{2}\right)-2\times19.6\times\text{tg}\left(45°+\frac{28}{2}\right)$$

$$=53.1+65.24=118.34\text{kPa}<\sigma_{1m}=134.53\text{kPa}$$

故 M 点土体已破坏

若改用式(5-10)

$$\sigma_{3f}=\sigma_{1m}\text{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)-2c\cdot\text{tg}\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)$$

$$=134.53\text{tg}^2\left(45-\frac{28}{2}\right)-2\times19.6\text{tg}\left(45-\frac{28}{2}\right)$$

$$=48.57-23.55=25.02\text{kPa}>\sigma_{3m}=19.17\text{kPa}$$

即实际的小主应力低于维持极限平衡状态所要求的小主应力，故土体破坏。

第三节　土的抗剪强度试验方法

工程上常用的测定土的抗剪强度的试验方法有如下几种：

一、三轴剪切试验

（一）常规三轴剪切试验方法

三轴剪切试验也称三轴压缩试验，试验设备和试验方法见第四章第二节。试件在压力室内装好后，加周围压力 σ_3（即小主应力），让试件排水固结（也可不固结），然后分级加偏差应力 $\Delta\sigma_1=\sigma_1-\sigma_3$，对试件进行剪切，直至试件破坏。剪切方法分两类，一类称为排水试验，即剪切过程中始终打开排水阀门，让试件中的孔隙流体（水和气）能及时排出或吸入，试件体积随之发生变化，试验结果见图 4-9。另一类试验称为不排水试验，即剪切过程中始终关闭排水阀门，不让孔隙流体排出或吸入。由于剪切过程中试件的体积不能变化（对于饱和土）或不能充分变化（对于非饱和土，气体虽不能排出，但体积因孔隙压力的变化而变化），试件内的孔隙压力要发生变化。孔隙水压力 u 可由孔压量测装置（传感器或水银零位计）直接测定。不排水试验的典型曲线。见图 5-11。有关这两类试验曲线的特点，将在本章五节进一步阐明。

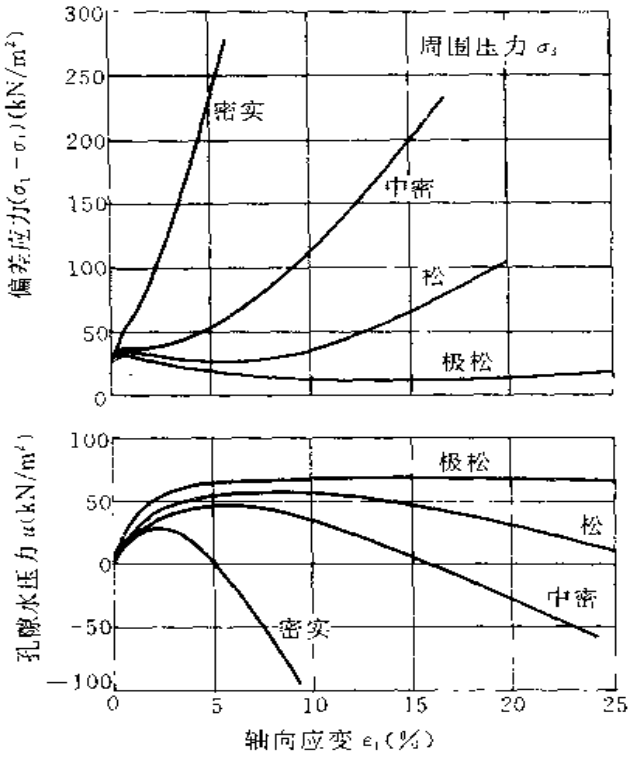


图 5-11　不排水剪切的应力-应变-孔压关系曲线

（二）破坏包线和抗剪强度指标

不论是排水试验或是不排水试验，得出应力-应变关系曲线，即 $(\sigma_1-\sigma_3)$-ε_1 曲线。从应力-应变关系曲线寻找破坏时的偏差应力 $(\sigma_1-\sigma_3)_f$ 的方法有如下三种：第一种是取曲线的最大偏差应力值作为 $(\sigma_1-\sigma_3)_f$，当需要用土的残余强度时则取试验曲线的终值 $(\sigma_1-\sigma_3)_r$ 作为 $(\sigma_1-\sigma_3)_f$；第二种取法是以最大有效主应力比 $(\sigma_1'/\sigma_3')_{max}$ 处的偏差应力值作为 $(\sigma_1-\sigma_3)_f$，这种取法需要根据试件中孔隙水压力的发展，计算有效主应力 σ_1' 和 σ_3' 的变化，再求出 (σ_1'/σ_3') 的最大值所相应的偏差应力；第三种取法是取规定的轴向应变值（例如 15%～20%）所相应的偏差应力作为 $(\sigma_1-\sigma_3)_f$ 值。$(\sigma_1-\sigma_3)_f$ 确定后，破坏时的最大主应力为 $\sigma_{1f}=\sigma_3+(\sigma_1-\sigma_3)_f$。这样用周围应力 σ_3 和相应于这种周围应力的 σ_{1f} 就可以绘制一个极限状态应力圆。改变几种周围应力 σ_3，就可绘制几个极限状态的应力圆。按极限平衡条件，极限状态应力圆的公切线就是莫尔-库伦破坏包线。从破坏包线就可定出土的内摩擦角 ϕ 和粘聚力 c，如图 5-12 所示。

（三）三轴试验中的应力路径和破坏主应力线

σ_3	0.5	1.0	1.5
$\sigma_1-\sigma_3$	1.3	2.2	3.1

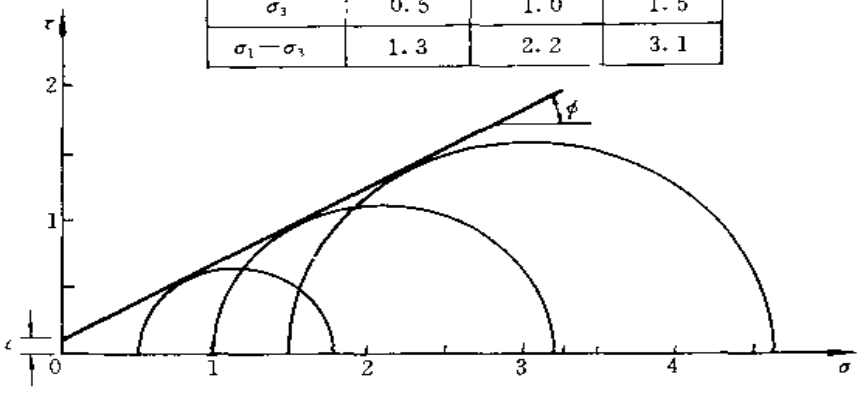


图 5-12　莫尔-库伦破坏包线

在第三章第六节中已经论及应力的变化过程用 p（或 p'）、q 坐标上的应力路径表示最为方便，其中 $p=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)$，$p'=p-u$，$q=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)$，$q'=q$。在三轴排水试验中，增加偏差应力 $\Delta\sigma_1$ 时：试件内不产生孔隙水压力，p-q 图上的应力路径如图 3-60a 所示，是与 p 轴成 45°的直线向上发展直至试件破坏。破坏点的连线，就是 p-q 图上的破坏包线，称为破坏主应力线，简称 k_f 线，如图 5-13 所示。如果是三轴不排水试验，当试件上作用以偏差应力 $\Delta\sigma_1$ 时，试件内相应地要产生孔隙水压力 Δu，对于饱和土，$\Delta u=A\Delta\sigma_1$，A 为土的孔隙水压力系数。对于这种试验，可以在 $p-q$ 坐标上绘制应力路径。这时，p 中不考虑孔隙水压力 u 的影响，应力路径仍然是与 p 轴成 45°向上发展的直线，直至试件破坏，破坏点的连线是 k_f 线，如图 5-14 所示。也可以在 p'-q 坐标上绘制应力路径，这时 $p'=p-u$；$q'=q$，由于孔隙压力系数 A 在试验过程中不断变化，所以有效应力路径与总应力路径不一样，不是直线，而成各种不同形状的曲线，如图 5-14 中虚线所示。有效应力路径在接近于破坏时，曲线常出现反向弯曲，然后沿破坏包线发展，因此很容易顺着反弯点后的应力路径连成 p'-q 图上的破坏包线，即为 k_f' 线。因为 $q_f'=q_f$ 所以当孔隙水压力是正值时，k_f' 线总是在 k_f 线以上。

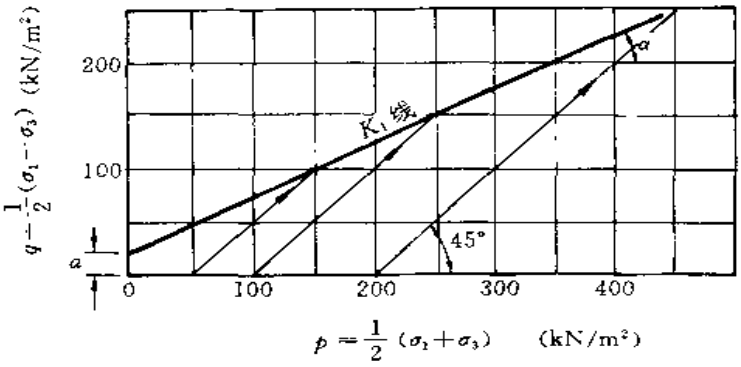


图 5-13　排水剪切的应力路径

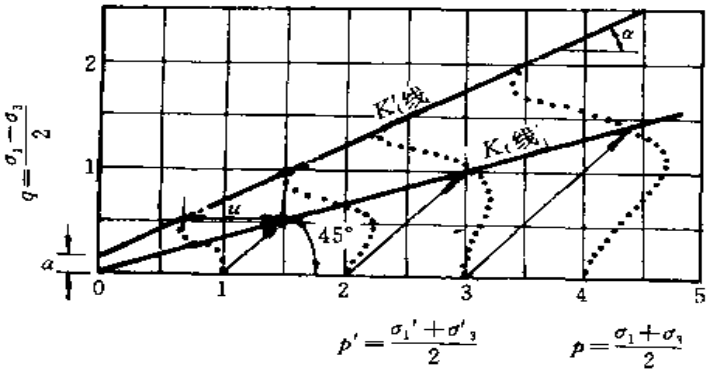


图 5-14　不排水剪切应力路径

破坏主应力线与 p 轴的倾角为 α，与 q 轴的截距为 a，α 和 a 与 ϕ 和 c

的关系可以从图 5-15 的应力圆推导如下。

图中应力圆为极限状态应力圆，若破坏包线（τ_f 线）已知，则破坏包线必与应力圆相切，切点为 B。破坏主应力线是几个极限状态应力圆的最大剪应力面，即图中 C 点的连线。每一个应力圆都有 B 和 C 两点。当应力圆的半径无限缩小而趋于零时，变成聚焦于 O′的点圆，也就是说 τ_f 线和 k_f 线都通过 O′点，于是有

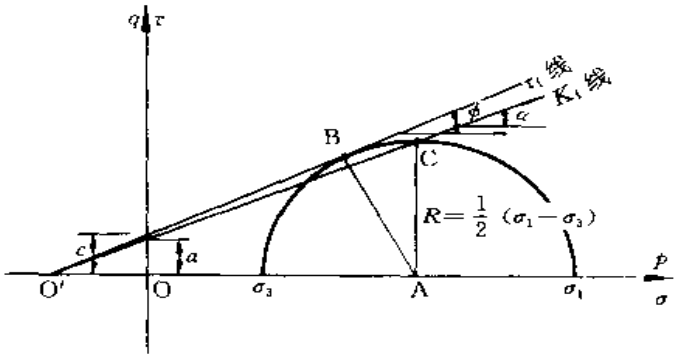


图 5-15　破坏包线和破坏主应力线

$$R=\overline{O'A}\,\mathrm{tg}\alpha=\overline{O'A}\sin\phi$$

故
$$\alpha=\mathrm{tg}^{-1}\sin\phi \tag{5-15}$$

又
$$\overline{OO'}=\frac{a}{\mathrm{tg}\alpha}=\frac{c}{\mathrm{tg}\phi}$$

故
$$a=\mathrm{tg}\alpha\,\frac{c}{\mathrm{tg}\phi}=\sin\phi\,\frac{c}{\frac{\sin\phi}{\cos\phi}}=c\cdot\cos\phi \tag{5-16}$$

因此从应力路径图做出 k_f 线后，利用式（5-15）和式（5-16）即可直接求得抗剪强度指标 c 和 ϕ，绘出莫尔破坏包线。

（四）三轴试验的发展

前面所述的常规三轴剪切试验仪是土工实验室中最主要的仪器。它的主要缺点是试件所受的力是轴对称的，也即试件所受的三个主应力中，有两个是相等的。三轴压缩试验是 $\sigma_1>\sigma_2=\sigma_3$，而三轴伸长试验则是增加周围压力使试件伸长，直至破坏，其应力状态为 $\sigma_1=\sigma_2>\sigma_3$，若以另一参数 b 表示三个主应力的关系，

$$b=\frac{\sigma_2-\sigma_3}{\sigma_1-\sigma_3} \tag{5-17}$$

则用这种仪器时，b 值或者等于零（对三轴压缩情况），或者等于 1.0（对三轴伸长情况）。因此测得的土的力学性质只能代表这种特定应力状态下土的性质。实际上，土体的应力状态十分广泛，如第三章第一节所述，可以是侧限应力状态、轴对称应力状态、平面应变状态和 $\sigma_1>\sigma_2>\sigma_3$ 的各种真三维应力状态，而且土是各向异性的材料，主应力作用的方向不同，土的力学性质也不一样，实际土体中的主应力方向远不是竖直和水平向，而是与坐标轴成各种不同的角度。为了模拟更广泛的应力状态，现代的土工实验室还发展如下几种新型的三轴剪力设备。

1. 平面应变试验仪

这种仪器用以测定平面应变状态下土的剪切特性。试件一般如图 5-16a 所示。带阴影线的两个侧面受限制不能移动，相当於第二主应力 σ_2 的作用平面。前后面可通过橡皮囊施加某一大小的主应力，相当於 σ_3。然后加竖向主应力 σ_1 直至试件破坏。试验中主应力 σ_1、σ_2、σ_3 以及 ε_1、ε_3 均可测出（$\varepsilon_2=0$），并可求出破坏包线。如前所述，由于 $\sigma_2>\sigma_3$，所以测得的抗剪强度指标高于三轴压缩试验测得的指标，如图 5-9 所示。

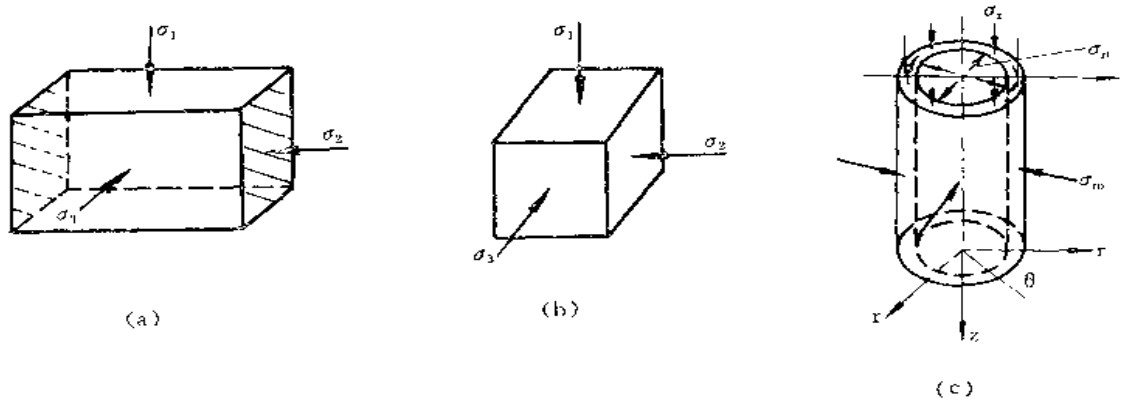


图 5-16　新型三轴仪试件应力状态

2. 真三轴试验仪

真三轴试验仪是一种能独立施加三个方向主应力的仪器。试件一般为正立方体如图 5-16b 所示。仪器通过刚性板或橡皮囊分别向试件施加 σ_1、σ_2、σ_3，并可独立测定三个主应力方向的变形量。用这种仪器就能控制在不同的 b 值下测定土的力学特性，但是，为了要保证三个方向能独立施加应力而变形不互相干扰，使仪器的构造十分复杂，有时仍难以完全避免这种干扰，因此目前这种设备只用于研究性的试验中。

3. 空心圆柱扭剪试验仪

前面两种仪器虽然可用以进行比轴对称更复杂的应力状态，但是主应力的方向在试验过程中是固定的。空心扭剪仪的试件是如图 5-16c 所示的空心圆柱。通过设备可以对试件独立施加竖向应力 σ_z，圆柱内外壁径向应力 σ_{ri} 和 σ_{r0}，圆周向应力 σ_θ 可以根据 σ_{ri} 和 σ_{r0} 算出。另外可通过加于活塞杆上的扭矩对试件端面施加剪应力 τ。因此，这种仪器除了能独立改变三个方向的应力 σ_z，σ_r 和 σ_θ 外，还可以施加剪应力使主应力的方向偏转成任意角度，以模拟实际土体中主应力的方向。故可用以研究各向异性时土的力学性质。

二、直接剪切试验

直剪试验是发展较早的一种测定土的抗剪强度的方法，由于其设备简单，易于操作，在我国应用较广。

（一）试验设备和试验方法

图 5-17 是直接剪力仪的构造示意图。它的主要部分是剪切盒。剪切盒分上下盒，上盒通过量力环固定于仪器架上，下盒放在能沿滚珠槽滑动的底盘上。试件通常是用环刀切出的一块厚为 20mm 的圆形土饼，试验时，将土饼推入剪切盒内。先在试件上加垂直压力 P、然后通过推进螺杆推动下盒，使试件沿上下盒间的平面直接受剪切。剪力 T 由量力环测定。剪切变形 S 由百分表测定。在施加每一种法向压应力后（$\sigma_n=P/A$，A 为试件面积），逐级增加剪切面上的剪应力 τ（$\tau=T/A$），直至试件破坏。将试验结果绘制成剪应力 τ 和剪变形 S 的关系曲线如图 5-18。一般曲线的峰值作为该级法向应力 σ_n 下相应的抗剪强度 τ_f。必要时也可取终值作为抗剪强度，详见下节“土的残余强度”中的说明。

变换几种法向应力 σ，测出相应的几个抗剪强度 τ_f。在 σ-τ 坐标上，绘制 σ-τ_f 曲线，即为土的抗剪强度曲线，也就是莫尔-库伦破坏包线，如图 5-19 所示。

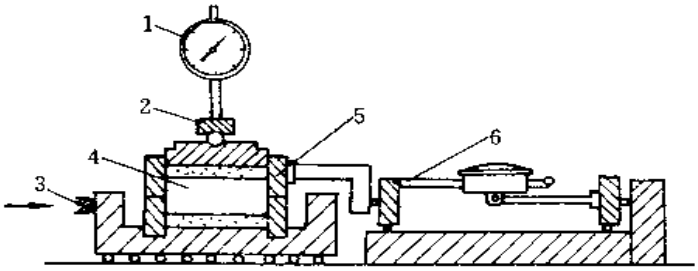


图 5-17　应变控制式直接剪切仪

1——垂直变形量表；2——垂直加荷框架；
3——推动座；4——试样；5——剪切盒；6——量力环。

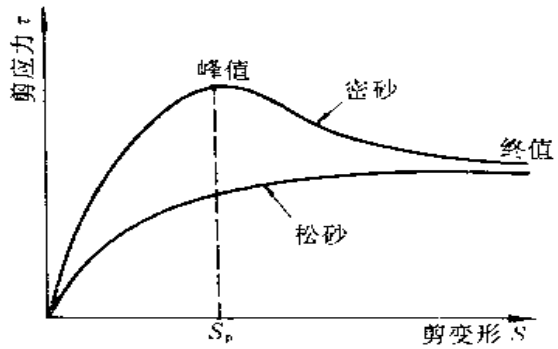


图 5-18　剪应力-剪变形关系曲线

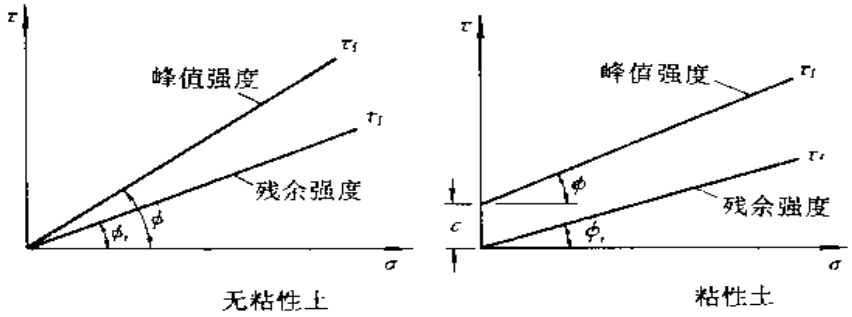


图 5-19　峰值强度和残余强度曲线

（二）优缺点和新发展

直剪试验已有百年以上的历史，由于仪器简单，操作方便，至今在工程实践中仍广泛应用。这种试验，试件的厚度薄，固结快，试验的历时短，特别是对于粘性大的细粒土，用三轴试验需要固结的时间很长，剪切中为了使试件中孔隙水压力分布均匀，剪切速率要求很慢，这种情况下用直剪试验有着突出的优点。另外仪器盒的刚度大，试件没有侧向膨胀的可能，根据试件的竖向变形量就能直接算出试验过程中试件体积的变化，也是这种仪器的优点之一。但是这种仪器有不少缺点，主要的有如下两方面：

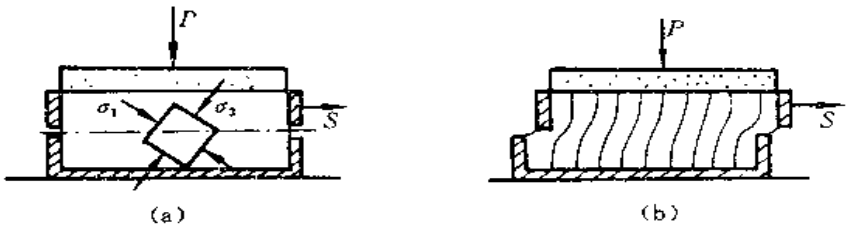


图 5-20　直剪仪内试件的应力和应变

其一是试件内的应力状态复杂，应变分布不均匀。这种试验在加剪应力以前，大主应力 σ_1 就是作用于试件上的竖向应力 σ_m。试件处于侧限状况，所以 $\sigma_2=\sigma_3=k_0\sigma_1$。加剪应力 τ 后，

主应力的方向产生偏转，如图 5-20a 中所示。剪应力愈大，偏转角也愈大，所以试验过程中主应力的方向是不断变化的。另外，在试验资料的分析中，假定试件中的剪应力均匀分布，但事实上并非如此。当试件被剪破时，靠近剪力盒边缘的应变最大，而试件的中间部分的应变相对要小得多，剪切面附近的应变又大于试件顶部和底部的应变，如图 5-20b 所示。所以，在剪切过程中，特别是在剪切破坏时，试件内的应力和应变，既非均匀又难确定。

其二是这种试验方法不能控制试件的排水，不能量测试验过程中试件内孔隙水压力的变化。只能根据剪切速率，大致模拟实际工程中土体的工作情况。

此外，土往往都是不均匀的，被剪力盒所固定的剪切面上土的性质不一定具有代表性。由于这些原因，用它来研究土的力学性状有较大的缺点。不过，因为它已广泛用于工程中，积累了很多宝贵的经验数据，给出的抗剪强度仍然很有实用价值。

为了保持直剪仪简单易行的优点而克服上述的缺点，直剪仪正在向图 5-21 所示的单剪仪发展。其中（a）是多环式单剪仪，（b）是侧板式单剪仪。试件均装于橡皮膜内，所以能控制排水条件和测定试件在试验中产生的孔隙水压力。剪切时，保持两个侧面平行移动，因而使试件内的应力和应变较为均匀。国外有逐渐以单剪仪替代直剪仪的趋势。不过，对于改用这种仪器后，试件中的应力和应变分布能否均匀，仍然有着争议。

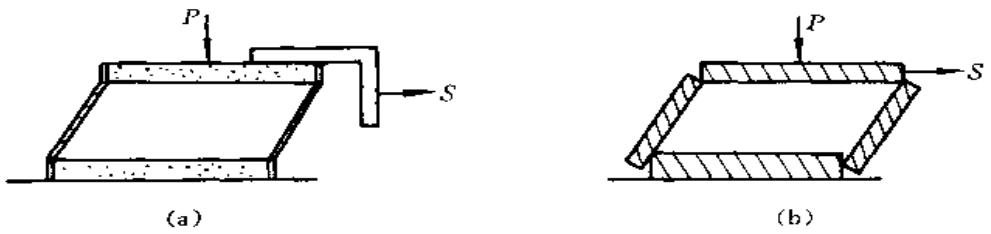


图 5-21　单剪仪装置

三、无侧限压缩试验

无侧限压缩试验实际上是三轴压缩试验的一种特殊情况，即周围压力 $\sigma_3=0$ 的三轴试验。其设备如图 5-22a 所示。试件 1 直接放在仪器的底座 2 上，摇动手轮 3，使底座缓慢上升，顶压上部量力环 4，从而产生轴向压力 q 至试件产生剪切破坏，破坏时的轴向压应力以 q_u 表示，称为无侧限抗压强度，由于不能改变周围压力 σ_3，所以只能测得一个通过原点的极限应力圆如图 5-22b，得不到破坏包线。

然而，正如本章最后一节所要讨论的，饱和粘土在不固结不排水的剪切试验中，破坏包线就是一根水平线，即 $\phi_u=0$。对于这种情况，就可用无侧限抗压强度 q_u 来换算土的不固结不排水强度 c_u。即

$$\tau_f=\frac{q_u}{2}=c_u \tag{5-18}$$

但是在使用这种方法时应该注意到，由于取样过程中土样受到扰动，原位应力被释放，用这种土样测得的不排水强度并不能够完全代表土样的原位不排水强度。一般而言，它低于原位不排水强度。

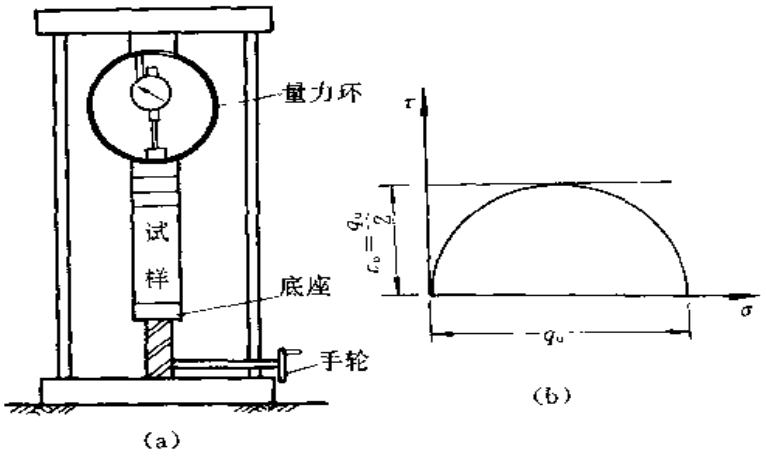


图 5-22　无侧限压缩试验

四、十字板剪切试验

十字板剪切仪是一种使用方便的原位测试仪器，通常用以测定饱和粘性土的原位不排水强度，特别适用于均匀饱和软粘土中。因为这种土常因取样操作和试件成形过程中不可避免地受到扰动而破坏其天然结构，致使室内试验测得的强度值明显地低于原位土的强度。

十字板仪由板头，加力装置和量测装置三部分所组成。设备装置简图见图 5-23。板头是两片正交的金属板，厚 2mm，刃口成 60°，常用尺寸为 D（宽）$\times H$（高）$=50\text{mm}\times100\text{mm}$。

试验通常在钻孔内进行，先将钻孔钻进至要求测试的深度以上 75cm 左右。清理孔底后，将十字板头压入土中至测试的深度。然后通过安放在地面上的施加扭力装置，旋转钻杆以扭转十字板头，这时十字板周围的土体内形成一个直径为 D，高度为 H 的圆柱形剪切面。剪切面上的剪应力随扭矩的增加而增加，直到最大扭矩 M_{max}时，土体沿圆柱面破坏，剪应力达到土的抗剪强度 τ_f。

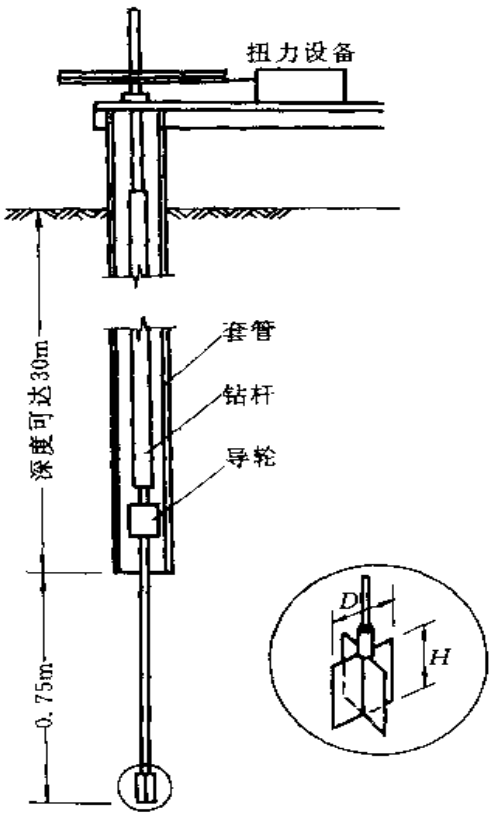


图 5-23　十字板试验装置

分析土的抗剪强度和扭矩的关系。实际上抗扭力矩是由 M_1 和 M_2 两部分所组成。

即　　$M_{max}=M_1+M_2$　　(5-19)，

M_1 是柱体的上下面的抗剪强度对圆心所产生的抗扭力矩。其值为

$$M_1=2\left(\frac{\pi D^2}{4}\times l\times\tau_{fh}\right)\qquad(5\text{-}20)$$

其中，l ——上、下面剪应力对圆心的平均力臂，取

$$l=\frac{2}{3}\left(\frac{D}{2}\right)=\frac{D}{3};$$

τ_{fh}——水平面上的抗剪强度。

M_2 是圆柱面上的剪应力对圆心所产生的抗扭力矩，其值为：

$$M_2=\pi DH\times\frac{D}{2}\times\tau_{fv} \tag{5-21}$$

τ_{fv}——竖直面上土的抗剪强度。

假定土体为各向同性体，即 $\tau_{fh}=\tau_{fv}$，将式（5-20）和式（5-21）代入式（5-19），

$$M_{max}=M_1+M_2=\frac{\pi D^2}{2}\times\frac{D}{3}\times\tau_f+\frac{1}{2}\pi D^2H\tau_f$$

$$\tau_f=\frac{M_{max}}{\frac{\pi D^2}{2}\left(\frac{D}{3}+H\right)} \tag{5-22}$$

通常认为在不排水条件下，饱和软粘土的内摩擦角 $\phi_u=0$，因此十字板剪切试验所测得的抗剪强度也就相当于下一节将讲述的土的不排水强度 c_u 或上述无侧限抗压强度 q_u 的一半。

试验时，当扭矩达到 M_{max}，土体剪切破坏，这时土所发挥的抗剪强度 τ_f 也就是图 5-24 中的峰值剪应力 τ_p。剪切破坏后，扭矩即不断减小，也即剪切面上的剪应力不断下降，最后趋于稳定，如图 5-24 所示。稳定时的剪应力称为剩余剪应力 τ_r。剩余剪应力代表土的结构完全彻底破坏后的抗剪强度，所以 τ_p/τ_r 有时也可以代替式（1-23），表示土的灵敏度。

十字板剪切试验因为直接在原位进行试验，不必取土样，故地基土体所受的扰动较小，被认为是比较能反映土体原位强度的测试方法。但是，是否能测得满意的结果与下列几个因素有关：

1. 土的各向异性

实际土体在不同程度上是各向异性的，τ_{fv}不等于 τ_{fh}，而且往往不但峰值的绝对值不同，而且达到峰值所需的变位（即扭转角）也不同。有时需要采用不同 D/H 比的十字板头，在邻近位置进行多次测定，以便区分 τ_{fv}和 τ_{fh}。

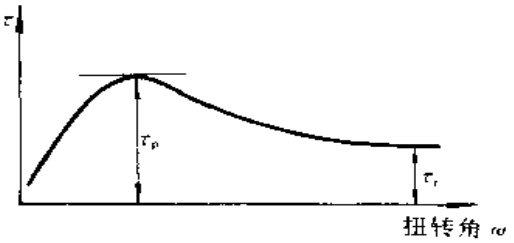


图 5-24　十字板试验 ε-ω 曲线

2. 扭转速率

试验结果表明，扭转速率对测试结果的影响很大。由于颗粒之间存在着粘滞阻力，旋转越快，测得的强度越高。特别是在塑性高的粘土中，这种效应尤其明显。目前国内外一般都采用 0.1°/s 的速率，这种速率测得的强度与模拟实际工程加载速率很慢、扭转速度接近于零时的强度基本相同。

3. 插入深度对土的扰动的影响

清孔能扰动试验点的土质，故插入深度原则上不应小于所用套管直径的 5 倍。各国采用的插入深度范围为 46—92cm。我国通常采用 75cm。

4. 逐渐破坏效应

十字板旋转时两端和周围各点的应力分布不均匀、相应地，其应变分布也不均匀，这就使得在整个剪切面上不能同时达到峰值抗剪强度。特别在高灵敏度的粘土中，常常在某些产生应力集中的部位先出现局部破坏，然后逐渐发展，直至整体破坏，故测得的平均强度实际上低于峰值强度。

原位十字板剪切试验已经经历了半个多世纪的工程实践与发展，试验方法和仪器本身

已基本标准化。这种试验方法用于正常固结饱和粘性土较为有效。尽管目前它的测试结果在理论上尚难做严格的解释，上述各种因素的影响也难一一予以确切的修正，但在实用上，仍不失为一种简便可行和有效的解决工程问题的方法。今后应在工程实践的过程中，进一步提高理论水平以促进这种原位测试技术的发展。

【例题 5-2】 某饱和砂样在周围压力 $\sigma_3=98\text{kN/m}^2$ 下固结，然后增加轴向应力 $\Delta\sigma_1$ 直至试件破坏时的偏差应力 $\Delta\sigma_{1f}=(\sigma_1-\sigma_3)_f=440\text{kN/m}^2$。破坏时的孔压系数 $A_f=-0.16$，试在 p-q 图上作出有效应力路径（ESP）和总应力路径（TSP），并求出破坏主应力线和破坏包线。

解：

1. 求试件破坏时的孔隙水压力 Δu_f

$$\Delta u_f=A_f(\sigma_1-\sigma_3)_f=-0.16\times440=-70.4\text{kN/m}^2$$

2. 求破坏时试件的有效应力 p'_f、q'_f

$$p'_f=\frac{1}{2}(\sigma_{1f}+\sigma_3)\quad \Delta u_f=\frac{1}{2}(440+98+98)-(-70.4)$$

$$=388.4\text{kN/m}^2$$

$$q'_f=q_f=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)_f=220\text{kN/m}^2$$

3. 有效应力路径

固结前：$p'=0$，$q'=0$，在原点。

固结后：$p'=\sigma'_3=98\text{kN/m}^2$，在 p_0 点。

剪切破坏时：$p'_f=388.4\text{kN/m}^2$

$q'_f=220\text{kN/m}^2$，即 E 点。

故应力路径为图 5-25 中 O—p_0—E。

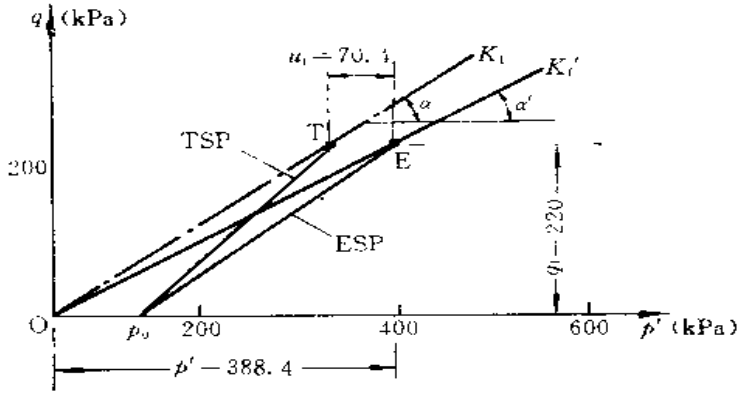


图 5-25 例题 5-2 图

4. 总应力路径

固结前：$p_0=0$，$q=0$，在原点

固结后：$u=0$，故 $p_0=p'_0$，$q=0$，在 p_0 点

剪切破坏时：$\Delta u_f=-70.4\text{kN/m}^2$

故 $p=p'_f+\Delta u_f=388.4-70.4=318\text{kN/m}^2$

$q_f=q'_f=220\text{kN/m}^2$，即 T 点。

总应力路径为 O—p_0—T。

5. 有效应力破坏主应力线 k'_f 和破坏包线

有效应力破坏主应力线 k'_f 即为 OE 线，其倾角为 α'，$\alpha'=\text{tg}^{-1}\frac{q'_f}{p'_f}=\text{tg}^{-1}\frac{220}{388.4}=\text{tg}^{-1}0.566=29.5°$

破坏包线的倾角为有效内摩擦角 ϕ'

$$\phi' = \sin^{-1}\mathrm{tg}\alpha' = \sin^{-1}0.566 = 34.47°$$

6. 总应力破坏主应力线和破坏包线

总应力破坏主应力线 k_f 即为 OT 线，其倾角为 α，

$$\alpha = \mathrm{tg}^{-1}\frac{q_f}{p_f} = \mathrm{tg}^{-1}\frac{220}{318} = 34.68°$$

破坏包线的倾角为总应力内摩擦角 ϕ，

$$\phi = \sin^{-1}\mathrm{tg}\alpha = \sin^{-1}0.692 = 43.77°$$

计算结果表明，由于破坏时为负孔隙水压力，所以总应力内摩擦角 ϕ 大于有效应力内摩擦角 ϕ'。

【例题 5-3】 在某饱和粉质粘土中进行十字板剪切试验，十字板头尺寸为 50mm×100mm，测得峰值扭矩 $M_{max}=0.0103\mathrm{kN\cdot m}$，终值扭矩 $M_r=0.0041\mathrm{kN\cdot m}$。求该土的抗剪强度和灵敏度。

解：

通常抗剪强度指峰值强度。用式（5-22）

$$\tau_f = \frac{M_{max}}{\frac{\pi D^2}{2}\left(\frac{D}{3}+H\right)} = \frac{0.0103}{\frac{\pi\times 0.05^2}{2}\left(\frac{0.05}{3}+0.1\right)}$$

$$= 22.48\mathrm{kN/m^2}$$

灵敏度：

$$S = \frac{\tau_p}{\tau_r} = \frac{M_{max}}{M_r} = \frac{0.0103}{0.0041} = 2.51$$

第四节　土的抗剪强度机理和影响因素

库伦抗剪强度公式 $\tau_f = c + \sigma\mathrm{tg}\phi$ 表明，土的抗剪强度是由两部分所组成，即摩擦强度 $\sigma\mathrm{tg}\phi$ 和粘聚强度 c。通常认为，粗粒土颗粒间没有粘聚强度，即 $c=0$。

一、摩擦强度

摩擦强度决定于剪切面上的正应力 σ 和土的内摩擦角 ϕ。粗粒土的内摩擦涉及颗粒之间的相对移动，其物理过程包括如下两个组成部分：一是颗粒之间滑动时产生的滑动摩擦；另一是颗粒之间脱离咬合状态而移动所产生的咬合摩擦。

滑动摩擦是由于颗粒接触面粗糙不平所引起，与颗粒的形状，矿物组成，级配等因素有关。土粒间的滑动摩擦可用滑动摩擦角 ϕ_μ 表示。以石英砂为例。ϕ_μ 值与颗粒组成的关系如图 5-26 所示。图中曲线表明，随着粒经增大，滑动摩擦角 ϕ_μ 反而减小，其原因可能是粗颗粒的重心离剪切面远，受剪切作用，容易产生部分滚动摩擦的缘故。

咬合摩擦是指相邻颗粒对于相对移动的约束作用。图 5-27a 表示相互咬合着的颗粒排列。当土体内沿某一剪切面产生剪切破坏时，相互咬合着的颗粒必须从原来的位置被抬起（如图 5-27b 中颗粒 A），跨越相邻颗粒（颗粒 B），或者在尖角处将颗粒剪断（颗粒 C），然后才能移动。总之先要破坏原来的咬合状态，一般表现为体积胀大，即所谓“剪胀”现象，才能达到剪切破坏。剪胀需要消耗部分能量，这部分能量需要由剪切力做功来补偿，即表现为内摩擦角的增大。土愈密，磨圆度愈小，咬合作用愈强，则内摩擦角愈大。此外，在剪切过程中，土体中的颗粒重新排列，也要消耗掉或释放出一定的能量，对内摩擦角也有影响。

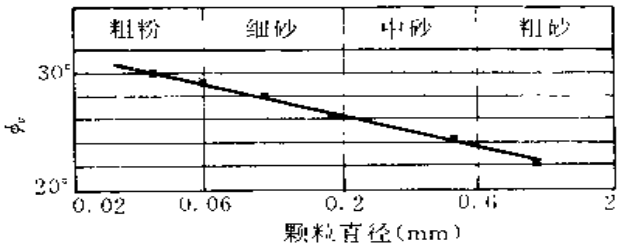


图 5-26　砂的滑动摩擦角

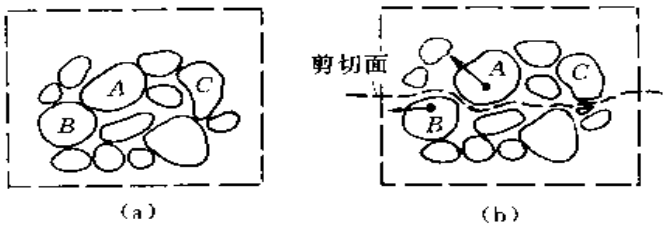


图 5-27　土内的剪切面

综合以上分析，可以认为影响粗粒土内摩擦角的主要因素是（1）密度，（2）粒径级配，（3）颗粒形状，（4）矿物成分。图 5-28 综合表示这些因素对粗粒土内摩擦角 ϕ 的影响及一般的变化范围，可供参考。

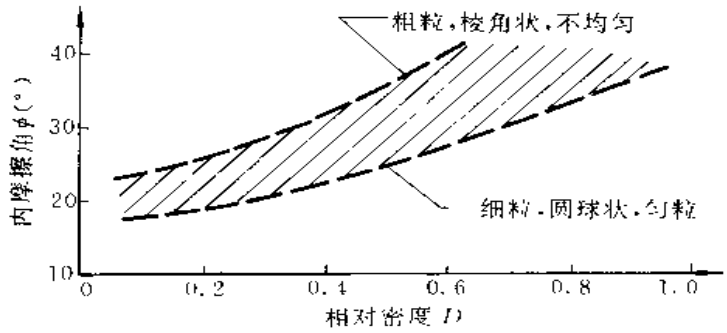


图 5-28　土的相对密度和内摩擦角

细粒土的颗粒细微，颗粒表面存在着吸附水膜，颗粒间可以在接触点处直接接触，也可以通过吸附水膜而间接接触，所以它的摩擦强度要比粗粒土复杂。除了由于相互移动和咬合作用所引起的摩擦强度外，接触点处的颗粒表面，因为物理化学作用而产生吸引力，对土的摩擦强度也有影响。

二、粘聚强度

细粒土的粘聚力 c 取决于土粒间的各种物理化学作用力，包括库伦力（静电力）、范德华力、胶结作用力等等。对粘聚力的微观研究是一个很复杂的问题，目前还存在着各种不同的见解。苏联学者把粘聚力区分成两部分，即原始粘聚力和固化粘聚力。原始粘聚力来源于颗粒间的静电力和范德华力。颗粒间的距离愈近，单位面积上土粒的接触点愈多，则原始粘聚力愈大。因此，同一种土，密度愈大，原始粘聚力就愈大。当颗粒间相互离开一定距离以后，原始粘聚力才完全丧失。固化粘聚力决定于存在于颗粒之间的胶结物质的胶结作用，例如土中的游离氯化物、铁盐、碳酸盐和有机质等。固化粘聚力除了与胶结物质的强度有关外，还随着时间的推移而强化。密度相同的重塑土的抗剪强度与原状土的抗剪强度往往有较大的差别，而且沉积年代愈老的土，强度愈高，很重要的原因就是固化粘结力所起的作用。

图 5-29 表示两个地区伦敦粘土层的原位抗剪强度和经过彻底扰动膨胀后的抗剪强度

的试验结果。图中曲线1、2、3分别表示土的塑限、天然含水量和液限随深度的变化；曲线4表示天然状态下土的抗剪强度随深度的变化；曲线5则表示膨胀后，含水量较天然含水量提高5%～8%时土的抗剪强度随深度的变化。值得注意的是，土层是相当均匀的，则液、塑限和天然含水量随深度变化很小，而土的天然强度则随深度有很明显的增加。分析其原因，可能是这种土的塑性指数高，粘性大，当沉积的速度较缓慢时，重力克服不了粘聚力所产生的阻力，所以表现为土层的密度随深度很少变化，而固化粘聚力随沉积时间的增加而增加，所以土的抗剪强度随深度而提高，但一旦土体受扰动，发生膨胀以后，固化粘聚力消失，土的抗剪强度显著降低，而且不再随深度而变化，因为这时只剩下原始粘聚力，它仅决定于土的密度。

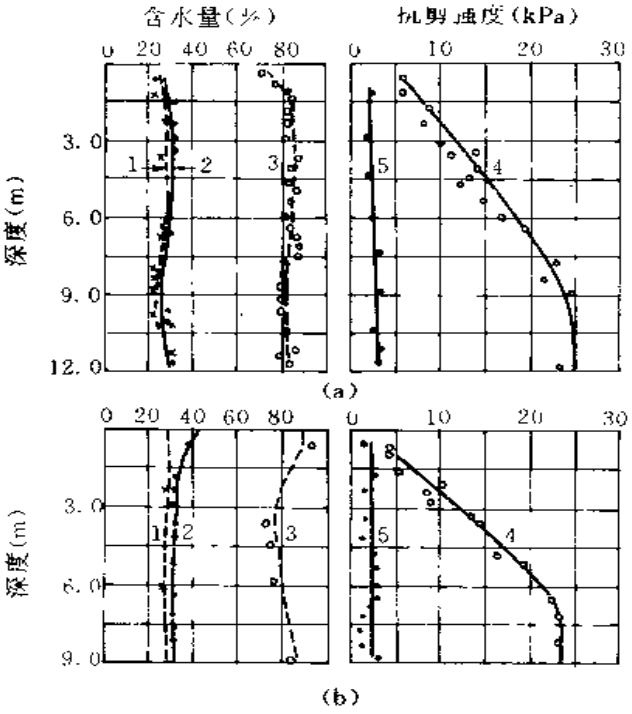


图 5-29　天然土层的原状强度和扰动强度

1——塑限；2——天然含水量；3——流限；

4——天然状态抗剪强度；5——膨胀后抗剪强度。

此外，如前所述，地下水位以上的土，由于毛细水的张力作用，在土骨架间引起毛细压力。毛细压力也有连结土颗粒的作用。颗粒愈细，毛细压力愈大。在粘性土中，毛细压力可达到一个大气压以上。

粗粒土的粒间分子力与重力相比可以忽略不计，故一般认为是无粘性土，不具有粘聚强度。但有时粗粒土间也有胶结物质存在而具有一定的粘聚强度。另外，非饱和的砂土，粒间受毛细压力，含水量适当时也有明显的粘聚作用，可以捏成团。但因为是暂时性的，工程中不能作为粘聚强度考虑。

三、摩擦强度和粘聚强度的内在连系

前面把土的抗剪强度从物理概念上区分为摩擦强度和粘聚强度，似乎概念清晰，易于为人们所接受。但若进一步研究，按照固体摩擦的现代理论，摩擦的实质也是一种分子现象。任何固体间的接触面，放大后观察都粗糙不平，接触仅局限于一些点上。接触点的面积很小，应力很集中，往往超过材料的屈服应力，产生塑性变形如图5-30b所示。接触点的面积为

$$A_i=\frac{N_i}{\sigma_y} \tag{5-23}$$

式中，N_i——接触点i处的法向压力；

σ_y——材料的屈服强度。

当物体相对移动时，接触面积上的分子引力阻碍物体相对移动，这就是摩擦现象的微观实质。接触面上所能承受的剪应力，也即抗剪强度τ_f，与接触面积A_i成正比，可表达为

$$\tau_f = sA_i \qquad (5\text{-}24)$$

式中，s ——单位面积上分子引力所提供的粘聚力。

把式（5-23）代入式（5-24），得

$$\tau_f = s\frac{N_i}{\sigma_y} = N_i\frac{s}{\sigma_y} = N_i f \qquad (5\text{-}25)$$

式中 f 可看成摩擦系数，$f=\mathrm{tg}\phi$。

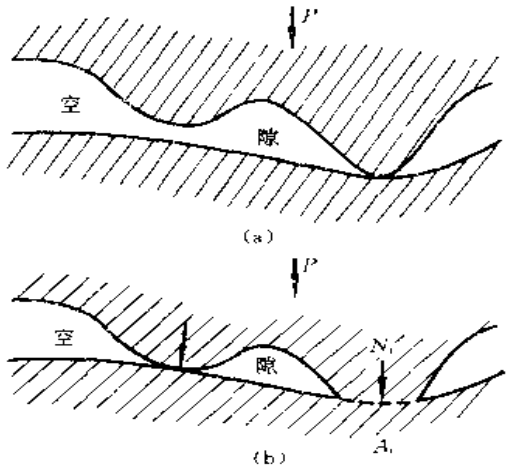


图 5-30　土颗粒的微观接触
（a）荷载较小时；
（b）荷载增加，接触点屈服。

从形式上看，式（5-25）表示抗剪强度与剪切面上的法向压力成正比，显然是传统概念中的摩擦。但从物理实质上分析，摩擦系数 f 来源于接触面积上的分子引力，与粘聚力很相似。由此可见，土的抗剪强度，虽然形式上可以区分为摩擦强度和粘聚强度，而其物理实质则难以截然区分。在后面对土的抗剪强度指标的进一步讨论中将要看到，同一种土的 c、ϕ 值，依试验方法的不同而有很大的变化。而且有时摩擦强度体现为粘聚强度的一部分（在后面讨论的 $\phi=0$ 法中），有时粘聚强度又以摩擦强度的形式表现（在后面讨论的正常固结粘性土 $c=0$ 中）。所以有些研究者认为，与其把土的抗剪强度指标 c、ϕ 当成具有物理实质的指标，不如当成是两个计算土的抗剪强度的参数更为确切。在学习土的抗剪强度中，既要看到摩擦强度和粘聚强度间有区别的一面，又要看到它们之间有相同的一面。

四、密度对抗剪强度的影响——密度-有效应力 抗剪强度的唯一性关系

从以上的分析可知，影响土的抗剪强度的因素很多，特别是对于粘性土更是复杂，其中最主要的因素是土的组成、土的密度、土的结构以及所受的应力状态。对于同一种土，组成和结构相同，则抗剪强度取决于密度和应力，而这两者之间又是密切相关的。

如前所述，抗剪强度包线（τ_f 线）或破坏主应力线（k_f 线）上一点，代表一个破坏时的应力圆。每一个应力圆，破坏面上的应力就是土的抗剪强度 τ_f 和正应力 σ'_f；圆的半径为 q_f，平均有效应力为 p'_f（角标 f 表示破坏时的应力）。另外，每个应力圆还表示土样在一定的固结应力 σ_3 下固结，在一定的偏差应力 $\Delta\sigma_{1f}$ 剪切至破坏，显而易见，每个圆所对应的土的密度也是一定的。若以孔隙比 e_f 代表破坏时的密度，则可以说，每一个应力圆代表一种固定的 τ_f-σ'_f-e_f，或者是 q_f-p'_f-e_f 关系。破坏包线上的每一个点，都有一组这样的对应关系。这种关系是唯一的，与应力路径无关，称为密度-有效应力-抗剪强度的唯一性关系。

为了证明 q_f-p'_f-e_f 的唯一性关系与应力路径无关，可以进行如下两个试验。第一个试验让饱和试体在周围压力 σ_3 作用下固结，孔隙比为 e_0，然后进行排水剪切，加偏差应力 $\Delta\sigma_{1f}$ 直至试件破坏。测得破坏时的孔隙比为 e_f。其应力路径是与 p' 轴成 45°的斜线，交破坏主应力线 k'_f 于 A 点，如图 5-31 中①所示，A 点的坐标为 q_f 和 p'_f。第二个试验用初始状态完全相同的另一个试件，选择某一适当的周围压力 σ_3 固结，使固结后的密度与第一个试件破坏时的密度 e_f 相同，然后进行不排水剪切，直至试件破坏。饱和试件在不排水剪切中密度不变，但孔隙水压力 u 不断发展。测出孔隙水压力，绘制剪切过程的有效应力路径，直至试

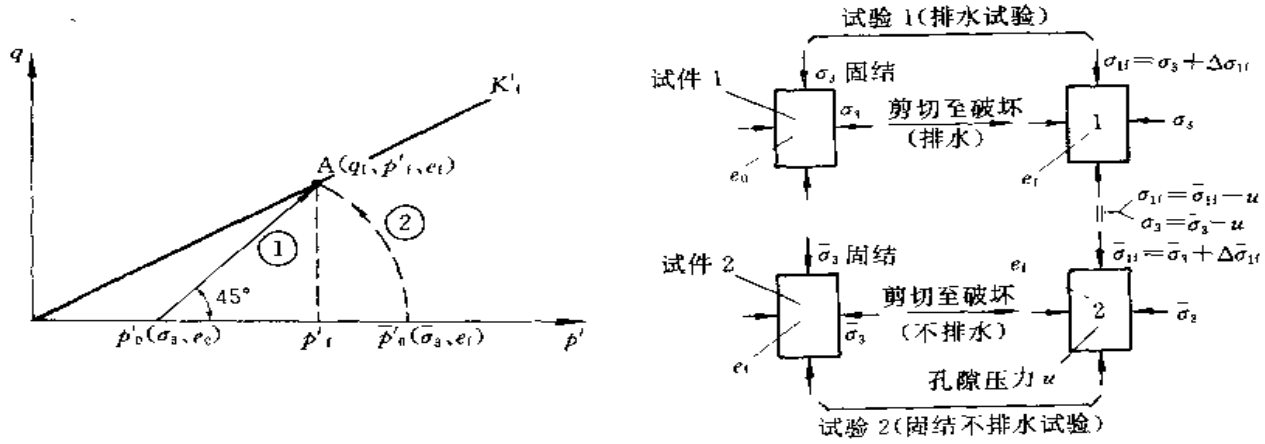


图 5-31　q_f-p_f-e_f 唯一性试验验证

件破坏，如图 5-31 中②所示。试验结果表明，应力路径与破坏主应力线 k'_f 的交点正好是第一个试验的破坏点 A。也就是说，两种试验虽然方法不同，应力路径不一样，但是破坏时的 q_f，p'_f 和 e_f 是一样的。这就证明 q_f-p'_f-e_f 的唯一性关系不受加载应力路径的影响。经过很多试验验证，这种唯一性关系对于正常固结土恒成立。进一步的研究还表明，对于超固结土，只要应力历史相同，q_f-p'_f-e_f 唯一性关系的原则也仍然可以适用。因此可以得出结论，应力历史相同的一种土，密度愈高，抗剪强度愈大；有效应力愈高，抗剪强度也愈大。

第五节　土在剪切中的性状和各类抗剪强度指标

确定土的抗剪强度指标，即内摩擦角 ϕ 和粘聚 c 是研究土的抗剪强度中的关键问题。这两个指标可用本章第三节所述的三轴试验或直剪试验在室内测定。但是应该着重指出，同一种土，用同一台仪器做试验，如果采用的试验方法，特别是排水条件不一样，测得的结果往往差别很大，有时甚至相差十分悬殊，这是土有别于其它材料的一个很重要的特点。因此，如果不理解土在剪切过程中的性状以及测得的指标的物理含义，就随便用之于工程实践中，可能或者因为低估土的抗剪强度造成浪费，或者因为不恰当地高估土的抗剪强度，导致地基或土工构筑物破坏，造成工程事故。因此阐明土在剪切中的性状以及各类试验方法测得的指标的物理意义，对正确选用土的抗剪强度指标甚为重要。

一、土在排水和不排水条件下的剪切性状

土与弹性材料相比，有一个很重要的区别，就是受剪切时不仅产生形状的变化，还要产生体积的变化，称为剪胀性，实际上是包括体积剪胀和体积剪缩的性质。土颗粒的体积相对于孔隙流体（水和气）而言，可以认为是不可压缩的，因此土体积的变化完全是由于孔隙流体体积的变化。剪胀时，体积增大，孔隙流体的体积增加，土变松；剪缩时，体积缩小，孔隙流体的体积减小，土变密。如果土体是非饱和的，孔隙流体体积的变化首先表现为气体的体积变化。土的透气性很大，一般气体的排出和吸入不需要很长的时间，不过，如果气体中还存在着密闭气体，它的体积的变化就需要一定时间。如果是饱和土，土中水

是不可压缩的流体，这时要使土体体积变化就得把部分水挤出或吸入。土中水的流出或吸入受土的渗透性的限制，需要相当时间。粗粒土的渗透系数很大，需要的时间短，很容易在加剪切荷载的过程中完成。细粒土，特别是粘土，渗透性很小，需要的时间很长，如果想在加剪切荷载的过程中完成，则加剪切荷载的速率就得很慢。所以，剪切过程中的体积变化能否在加载中完成，决定于体积变化量（即剪胀性），渗透系数和试验中的剪切速率。要对每种具体的情况分别进行研究，工作量十分浩繁。因此，试验中区分为截然不同的两种情况进行研究，这就是排水剪切和不排水剪切。前者指剪切中因体积变化而引起的孔隙水流动，有充分的时间排出或吸入；后者则指剪切中水完全不能流出或吸入，体积保持恒定。

上章图 4-9 表示第一类情况，即排水剪切情况。图中以粗粒土的两种典型状态，密砂和松砂为例，绘制试验记录曲线。密砂受剪切作用，当轴向应变 ε_1 很小时，体积先收缩，变得更为密实。由于密砂能承受很大的剪应力，表现为 $(\sigma_1-\sigma_3)$-ε_1 曲线的前段偏差应力升值很快。但这一阶段很短，随即变成剪胀状态，体积膨胀，密度降低，因此应力增长的速度随之减缓。当体积膨胀到一定程度后，承受剪应力的能力反而降低，于是在 $(\sigma_1-\sigma_3)$-ε_1 曲线上出现峰值，称为土的峰值强度。再继续剪切，体积仍然不断膨胀，密度不断减小，剪应力不断松驰，最后趋于稳定，就是土的残余强度。

松砂则表现为另一种性状，在剪切的整个过程中，都处于剪缩状态，体积一直不断缩小，密度不断增加，$(\sigma_1-\sigma_3)$-ε_1 曲线类似于双曲线，最后也趋于一个稳定值。

如果这两种不同密实状态的砂的组成相同，则剪应变很大时两种砂的密度和残余强度都将趋于一致。简言之，在排水条件下受剪切作用，松砂要变密，而密砂则变松，最后趋向于一种稳定不变的密度和强度。相应于这种密度的孔隙比，称为临界孔隙比 e_{cr}。它表示土处于这种密实状态时，受剪切作用只产生剪应变而不产生体应变。

细粒土在排水条件下受剪切所表现的性状与粗粒土类似。正常固结土和轻度超固结土类似于松砂和中密砂，而重度的超固结土则类似于密砂。

不排水剪切是另一种类型的试验，即剪切中不让土样排水，控制体积固定不变。因为剪切要引起体积变化是土的基本特性，人为控制排水条件，不让试件体积发生变化，并不能改变这种特性。即“体变势”仍然存在，但表现为土样中孔隙水压力的变化，如图 5-11 所示，当土的体积有膨胀的趋势但受限制不让其膨胀时，其内在的机制是土中产生负值的孔隙水压力，使作用于骨架上的有效应力增加，从而土体不能膨胀。相反，当土体有收缩的趋势而控制不让其收缩时，则土体内要产生正值的孔隙水压力，其结果减小作用于骨架上的有效应力，从而使土体不发生收缩。根据这种内在的机制，密砂在不排水条件下受剪切，初始时产生正的孔隙水压力，很快变成负值孔隙水压力。负值孔隙水压力增加土骨架的有效应力，使土样承受剪应力的能力提高，所以 $(\sigma_1-\sigma_3)$-ε_1 曲线几乎是直线上升直至破坏。极松砂在剪切中都是体缩的趋势，孔隙水压力不断增加直至稳定值。相应地，土样中的有效应力不断减小，强度不断降低，很松的砂或粉土最后可以达到接近于零的很低的强度，甚至发生流动。海底中极松散的沉积物或很松散的水力冲填土体，如尾矿坝，粉煤灰坝等，都有可能因为发生过大的变形，导致土体内累积很高的孔隙水压力，结果产生流动性滑坡就是这个道理。简言之，土体在不排水条件下受剪切，体变的趋势转化为孔隙水压

力的变化。密砂产生负值孔隙水压力，增加土的抗剪强度。松砂则产生正值孔隙水压力，降低土的抗剪强度。其它不同密度状态的砂，u-ε_1 和 $(\sigma_1-\sigma_3)$ ε_1 曲线如图5-11所示。

细粒土在不排水条件下的剪切性状，也和排水剪切相似，正常固结土和轻度超固结土，类似于松砂和中密砂，重度超固结土类似于密砂。不过由于有粘聚力的存在，剪切中的强度变化，不像砂那么强烈。

二、总应力抗剪强度指标和有效应力抗剪强度指标

为了更直观阐明问题，图5-32中对单剪试验的一个砂样进行分析。该砂样在法向应力 σ 固结后受不排水剪切，施加剪应力 τ 至破坏。试验中测得破坏时的抗剪强度为 τ_f，孔隙水压力为 u。如果用总应力写出抗剪强度公式，应为

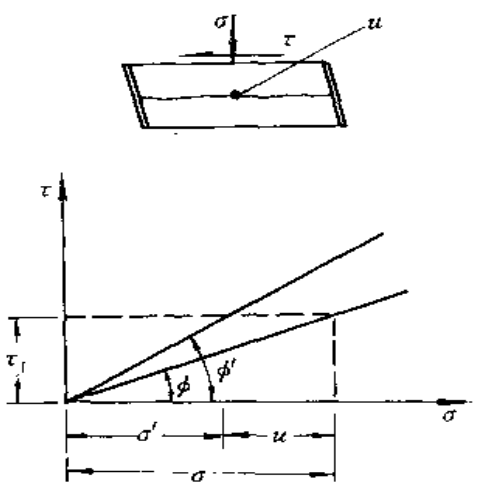


图 5-32　有效应力破坏包线和总应力破坏包线

$$\tau_f=\sigma\mathrm{tg}\phi \tag{5-26}$$

若改用有效应力写出抗剪强度公式，则为

$$\tau_f=\sigma'\mathrm{tg}\phi'=(\sigma-u)\mathrm{tg}\phi' \tag{5-27}$$

式中，ϕ ——总应力内摩擦角；

ϕ' ——有效应力内摩擦角。

同一个试件，用同一种试验方法，测得的抗剪强度只有一个值，但却可以表达为（5-26）和（5-27）两种形式。若土样是松砂或正常固结土，孔隙水压力 $u>0$，$\sigma'<\sigma$，则 $\phi'>\phi$。若土很松，u 很大，则 $\phi'\gg\phi$。反之，若土样是密砂或重度超固结土，$u<0$ 则 $\phi'<\phi$。可见有效应力强度指标与总应力强度指标的差别，实质上是反映试件中孔隙水压力对土的抗剪强度的影响。

按有效应力原理，只有有效应力才能引起土的抗剪强度的变化。σ' 是真正作用在土骨架上的应力，因而 ϕ' 才是真正反映土的内摩擦特性的指标。所以，从理论上说，用有效应力法才能确切表示土的抗剪强度的实质，比较合理，也是今后发展的方向。但是，用这种方法分析实际土体的抗剪强度时，除总应力外，还必须知道土体中的孔隙水压力；而土体中的孔隙水压力并不是任何情况下都能求得。以土坡稳定分析为例，在渗流稳定期，土坡中的孔隙水压力能从流网中较为准确求得；在地震期间，因震动产生的孔隙水压力就较难准确计算；而土坡在剪切破坏过程中所产生的孔隙水压力，目前还难以预估。由于工程上有许多情况，孔隙水压力难以估算，所以有效应力法就难以完全代替总应力法获得普遍使用。

抗剪强度总应力法则是用试验方法模拟原位土体的工作条件。剪切过程中所产生的孔隙水压力虽无法得知，但其影响可以在强度指标 c、ϕ 中得到反映。如果试件中的孔隙水压力比 u/σ 与原位土体的孔隙水压力比相同（σ 为滑动面上的法向应力），则用总应力法与有效应力法得到的抗剪强度就能相互一致。例如，试件中孔隙水压力比 $u/\sigma=0.2$。在总应力法中，总应力 σ 保持不变，将内摩擦角适当降低，使 $\mathrm{tg}\phi$ 减小20%；而在有效应力法中则内摩擦角 ϕ' 保持不变而将有效应力 σ' 降低20%，其效果是一样的。同样道理，如果原位土

体中的 u/σ 也等于 0.2，则用试验测得的总应力内摩擦角 ϕ 计算土体的原位抗剪强度，与用有效应力法计算也一定会得到相同的结果。但是，实际的工程问题中，原位土体中的孔隙水压力往往无法得知，因此一般不能用试验方法直接模拟试件和原位土体的孔隙水压力，使两者的孔隙水压力 u 相同，而只能控制试件的排水条件，使其与原位土体的排水条件相似，从而使土在剪切中的性状相同。例如原位土体在剪切中排水很困难，就用不排水剪切试验；原位土体排水很容易，就采用排水剪切试验。这样测得的总应力指标也能在一定程度上模拟孔隙水压力的影响。显然，原位土体的工作条件往往介于排水和不排水之间。所以总应力法所提供的指标只能是近似的，近似的程度决定于所选择的试验方法在多大程度上能够反映原位土体的工作状况，这就决定于经验和判断。原则上是对于孔隙水压力能够较为可靠确定的问题，都应该采用有效应力法，而对于孔隙水压力不能确定的问题，采用总应力法时，应该选择与原位土体工作条件相同或相近的试验方法来测定土的总应力抗剪强度指标。

下面将详细阐述按试件在试验过程中的固结和排水条件不同区分为三类常用的试验方法，它们是不固结不排水试验（UU 试验）或快剪试验，固结排水试验（CD 试验）或慢剪试验，以及固结不排水试验（CU 试验）或固结快剪试验。每类试验的前者是在三轴仪中进行，后者则在直剪仪中进行。

三、三轴不固结不排水剪切试验和直剪快剪试验

从固结和排水条件而言，这两种试验方法是属于同一种类型的试验。

（一）三轴不固结不排水剪切试验（UU 试验）

三轴不固结不排水剪切试验简称为不排水剪。从地基中或土工构筑物内取出或由实验室制备的土样放在三轴仪的压力室内，在排水阀门关闭的情况下施加周压力 σ_3，不让试件固结，即试件不压密，σ_3 所引起的孔隙水压力不让消散。然后，增加轴向应力 $\Delta\sigma_1$，即偏差应力（$\sigma_1-\sigma_3$），进行剪切，在这一过程中也关闭排水阀门不让试件排水。这种试验就称为不固结不排水试验，简称 U U 试验。分析这种试验方法中试件的工作状态。如果试件是饱和的，由于整个试验过程中，孔隙比 e 和含水量 ω 保持不变，根据“密度-有效应力-抗剪强度”唯一性关系，不论试件上所加的周围压力 σ_3 多大，破坏时土的抗剪强度和有效应力必定相同。试验结果如图 5-33 所示，它表明尽管周围压力 σ_3 不同，但抗剪强度相同，所以极限应力圆的直径（$\sigma_1-\sigma_3$）相等，因此抗剪强度包线是一根与各个应力圆相切的水平线。即饱和土 UU 试验的内摩擦角 $\phi_u=0$，粘聚力 $c_u=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)$，称为不排水强度。不排水强度 c_u 的大小决定于土样所受的先期固结压力。先期固结压力愈高，土的孔隙比愈小，不排水强度 c_u 愈大。

由于饱和土的孔隙水压力系数 $B=1.0$，σ_3 所产生的孔隙水压力 $u=\sigma_3$，因此若扣去孔隙水压力，则所有的总应力圆集中为唯一的一个有效应力圆，即图 5-33 中的虚线圆。因为只能得到一个有效应力圆，所以无法绘制有效应力强度包线。应该指出，$\phi_u=0$，$c_u=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)$，并不意味着土不具有摩擦强度，因为剪切面上存在有效应力就应该有摩擦强度，只不过是这种试验方法，摩擦强度隐含于粘聚强度内，两者难以区分。

图 5-33　饱和土不固结不排水强度包线

非饱和土由于土样中含有空气，试验过程中，虽然不让试件排水，但在加载中，气体能压缩或部分溶解于水中，使土的密度有所提高，抗剪强度也随之增长，故破坏包线的起始段为曲线，直至土样完全饱和后才趋于水平线，如图5-34所示。

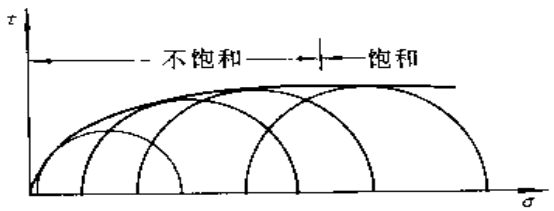


图 5-34　非饱和土不固结不排水强度包线

饱和土的三轴不固结不排水试验，因为实验中所施加的有效周围压力 $\sigma'_3=0$，近似于前面提到的无侧限压缩试验（无侧限压缩试验忽略

至接近完全排水固结。则这种方法测得的抗剪强度指标与三轴不排水试验测得的强度指标就会有较大的差别。

四、三轴固结排水试验和直剪慢剪试验

从固结排水条件而言，这两种试验方法也是属于同一种类型的试验。

（一）三轴固结排水试验

固结排水试验是指在三轴试验中，排水阀门始终打开，试件先在周围压力 σ_3 作用下充分固结。稳定后缓慢增加轴向偏差应力 $\Delta\sigma_1$，让剪切过程中充分排水。这样，试件中恒不出现超静孔隙水压力，总应力恒等于有效应力。用这种试验方法测得的抗剪强度称为排水强度。相应的抗剪强度指标为排水强度指标 c_d 和 ϕ_d。因为试件内的应力始终为有效应力，所以 c_d 和 ϕ_d 也可视为就是有效应力抗剪强度指标 c' 和 ϕ'。

实验室将加在试件上的固结周围压力 σ_3 作为试件的当今有效应力，以此划分土样属于正常固结状态或超固结状态。当 σ_3 大于或等于土的先期固结压力 σ_p 时，土样处于正常固结状态，而当 σ_3 小于 σ_p 时，则处于超固结状态。按这一标准，天然土不论是正常固结土或超固结土，在试验中都可能是正常固结状态或超固结状态，取决于试验中所加的有效固结压力 σ_3 大于或小于天然状态下的先期固结压力。这一点与地基中的正常固结土与超固结土的定义略有差别。按照密度-有效应力-抗剪强度唯一性关系，破坏包线上的一点代表一种密度，一种有效应力和一种抗剪强度。实验室中恒处于正常固结状态的土，当 $\sigma_3=0$ 时，必然 $\sigma_p=0$，表示这种土历史上从未受过任何应力的固结，必定处于很软弱的泥浆状态，抗剪强度 $\tau_f=0$。这就是说实验室正常固结土的抗剪强度包线应该通过原点，如图 5-35 所示，不论是粗粒土或细粒土都如此。因此，正常固结土的抗剪强度可表示为

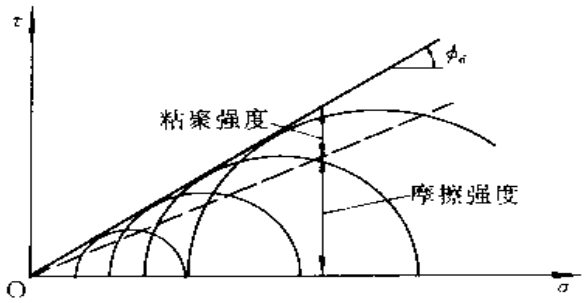


图 5-35　正常固结土强度包线

$$\tau_f=\sigma\mathrm{tg}\phi_d \tag{5-28}$$

从公式看，粘聚强度 $c_d=0$，但并不意味着这种土不具有粘聚强度，而是因为正常固结状态的土，其粘聚强度也如摩擦强度一样与压应力 σ 成正比，两者区分不开，粘聚强度实际上隐含于摩擦强度内。这也就更易于理解，在实际应用中，抗剪强度指标往往失去其物理概念，而变成计算参数的含义。正常固结粘性土的排水剪内摩擦角 ϕ_d 与塑性指数的关系见图 5-36。

天然土都曾经受过某一先期固结压力 σ_p 的固结。当 $\sigma_p>\sigma_3$ 时土样处于超固结状态。在超固结段内，试件的实际密度大于正常固结时的密度。按密度大，抗剪强度高的道理，超固结段的抗剪强度曲线应在正常固结状态的抗剪强度曲线之上，并且是一段曲线。为便于计算，用直线段 ab 代替。当 $\sigma_p<\sigma_3$ 后，变为正常固结土，其抗剪强度回到正常固结土的强度包线 oc 上，因此天然状态的粘性土在实验室中所测得的强度包线是两段折线 ab 和 bc，其折点在 $\sigma_3=\sigma_p$ 的破坏圆的切线上，如图 5-37 所示。由于两段折线不便于工程应用，在实用上再简化成点划线 de，这样，强度包线就又回复到库伦抗剪强度公式：

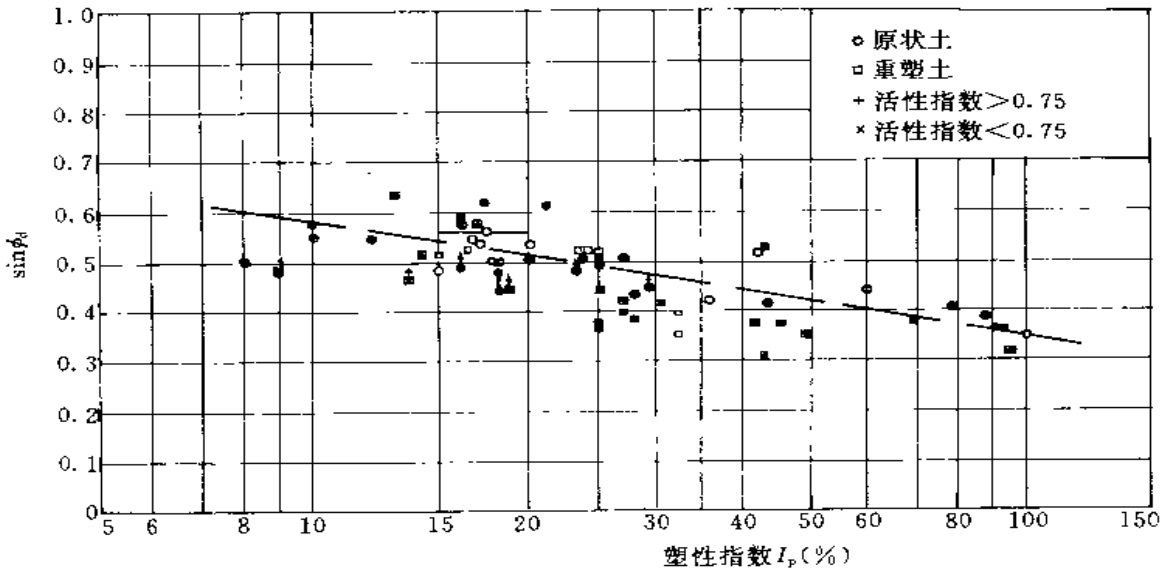


图 5-36　正常固结土的 ϕ_d-I_p 关系曲线

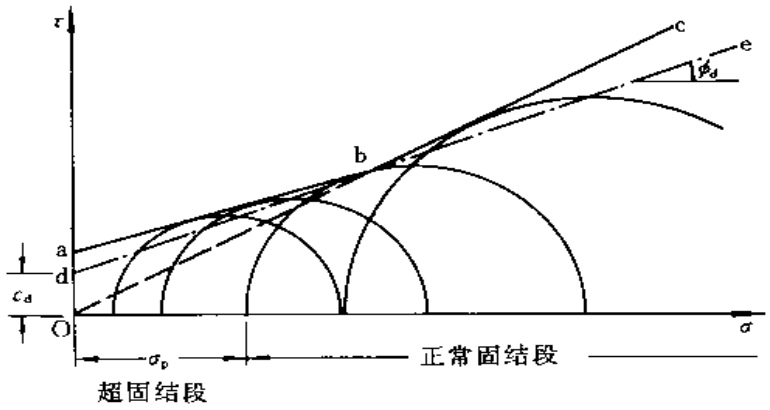


图 5-37　天然土的抗剪强度包线

$$\tau_f = c_d + \sigma \mathrm{tg}\phi_d \tag{5-29}$$

式中，c_d ——排水试验的粘聚力；

ϕ_d——排水试验的内摩擦角。

排水强度是指加载过程中，孔隙水压力全部并及时消散，密度不断增加情况下的强度。工程中，当建筑物的施工速度较慢，而地基土的粘性小，或无粘性，透水性大，排水条件良好时，在地基极限承载力的计算中可用排水试验的抗剪强度指标。

（二）慢剪试验

与三轴排水试验方法相对应，在直剪试验中为慢剪试验。慢剪试验的要点是为了保证试验中试件能充分固结排水，试件的上下面垫以可以透水的滤纸代替不透水的腊纸。加垂直应力 σ_v 后，让试件充分固结，待变形稳定后再加剪应力。加剪应力的速率也很缓慢，让剪切过程中孔隙水压力完全消散。用这种试验方法测得的指标称为慢剪强度指标，标为 c_s 和 ϕ_s，由于试件中没有孔隙水压力，总应力就是有效应力，所以这种指标与有效应力强度指

标相当。经验表明，由于试验仪器和方法的不同，c_s、ϕ_s 一般略高于有效强度指标 c'、ϕ'。所以，作为有效强度指标应用时，常乘以 0.9 的系数。

五、三轴固结不排水试验和直剪固结快剪试验

同样地，从固结和排水条件而言，这两种试验方法也属于同一类型的试验。

（一）三轴固结不排水试验

从不固结不排水试验中得知，土样经受某种先期固结应力，不排水试验将得出一种相应的不排水强度。因此，如果让几个试件分别在几种不同的周围应力 σ_3 作用下固结，将固结后的试件进行不排水剪切试验，就得到几种不同的不排水强度，或者说，得出几个直径不同的极限应力圆，如图 5-38 所示。这几个应力圆的公切线就是固结不排水试验的破坏包线。这根包线与 σ 轴的倾角为 ϕ_{cu}，与 τ 轴的截距为 c_{cu}。ϕ_{cu} 和 c_{cu} 称为固结不排水抗剪强度指标。ϕ_{cu} 值一般在 10°- 25°之间。

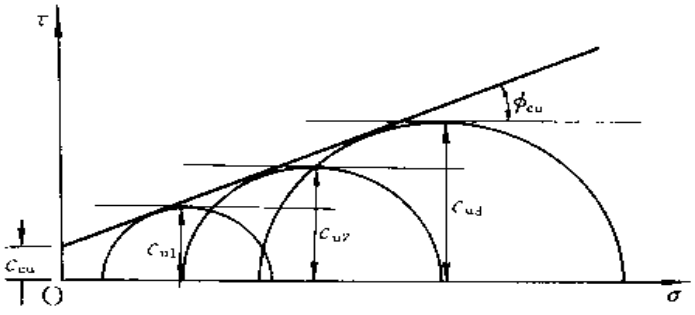


图 5-38　固结不排水强度包线

和固结排水试验一样，正常固结状态的试件，其固结不排水强度包线是通过原点的直线，即 $c_{cu}=0$，如图 5-39a 所示。可表达为：

$$\tau_f=\sigma\mathrm{tg}\phi_{cu} \tag{5-30}$$

天然土试件的强度包线也是分成超固结和正常固结两段相交的折线，如图 5-39b。实用上也简化为一根破坏包线，并表达为

$$\tau_f=c_{cu}-\sigma\mathrm{tg}\phi_{cu} \tag{5-31}$$

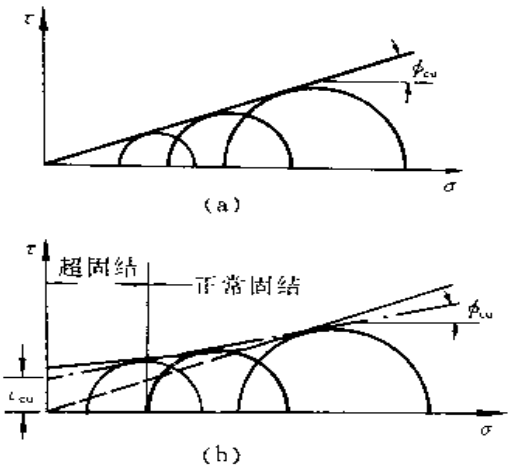


图 5-39　正常固结土和天然土的固结不排水强度包线

固结不排水试验是在不排水条件下加偏应力 $\Delta\sigma_1$ 进行剪切，剪切中试件内将出现一定数值的孔隙水压力，其值可从孔压量测系统中测定。若将总应力 σ 坐标改换成有效应力 σ' 坐标，则每个极限应力圆将沿 σ 轴平移一段距离，其值等于孔隙水压力的大小。正孔压向左移，负孔压则向右移。有效应力极限应力圆的公切线就是有效应力强度包线，其抗剪强度指标即为有效强度指标 c'、ϕ'。对于正常固结状态的试件，同样是 $c'=0$。处于正常固结状态和轻度超固结状态的试件，剪切时产生正孔隙水压力，严重超固结状态的试件，剪切时则产生负孔隙水压力。因此，将总应力圆改绘成有效应力圆时，靠近坐标原点的应力圆，因为固结压力 σ_3 往往小于先期固结压力 σ_p，试件处于超固结状态，应力圆将向右侧移动；而远离坐标原点的应力圆，则相反向左侧移动，其结果出现 $\phi'>\phi_{cu}$ 而 $c'<c_{cu}$，如图 5-40 所示。

工程中，加载总是同时在土体内引起应力 σ 和 τ。即便是水平场地内的土体也是 K_0 固

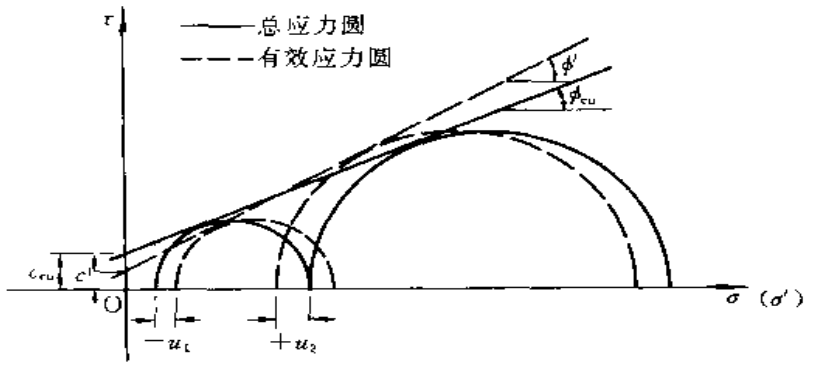


图 5-40　总应力强度包线和有效应力强度包线

结状态而非等向压缩应力状态。因此，很难确切说明固结不排水方法对应于什么样的实际工程问题。一般说，如果粘性土先在某种应力下固结，例如地基土在建筑物的固定荷载作用下固结，坝体内土体在其自重应力下固结等等，然后比较迅速加载，例如作用于建筑物上的可变荷载在地基内引起的应力不可忽略，且加载速度较快，土坝因水位骤降或其它原因骤然加载等，这些情况下，若用总应力法分析土体的稳定性时，就可采用固结不排水试验以测定土的抗剪强度指标。从某种意义上说，这种试验方法反映土体已部分固结，但又不完全固结时的抗剪强度。工程上如果土体在加载过程中既非完全不排水，又非完全排水，而处于两者之间时也常用这种抗剪强度指标。因此，虽然难以说明它确切反映哪一种工程情况，但实际上较前两种方法更为常用。

（二）固结快剪试验

与三轴固结不排水方法相对应，在直剪试验中为固结快剪试验。其要点是试件上下面垫以可透水的滤纸使试件的上下面可以排水。加垂直应力 σ 后，让试件充分固结，待变形稳定后再加剪应力。加剪应力的速率按快剪处理，即要求试件在 3—5 分钟内剪坏，不让排水。这种方法测得的指标称为固结快剪指标，标为 c_{cq}、ϕ_{cq}。

要注意到，直剪试验是用加载速率控制试样的排水固结条件。但实际上试样的排水固结状况不但与加荷速率有关，而且还决定于土的渗透性和土样的厚度。因此，各类试验方法所测得的指标的差别与土的性质关系很大。表 5-1 表示几种塑性指数不同的粘性土在直剪仪用三种不同方法测得的抗剪强度指标的差别。对于塑性指数高的土，各种指标有明显的区别，而且比较符合三轴试验同类指标的变化规律。但是对于塑性指数较低的粘性土，不同方法所测得的内摩擦角已经没有多大的差别。这说明，在选用试验方法和分析试验成果时，应特别注意土的性质。

表 5-1　粘性土直剪强度指标比较

土样编号	塑性指数 I_p	快　剪		固结快剪		慢　剪	
		c_q(kPa)	ϕ_q(°)	c_{cu}(kPa)	ϕ_{cq}(°)	c_s(kPa)	ϕ_s(°)
1	15.4	90	2°30′	33	18°30′	23	24°30′
2	9.1	66	24°30′	14	29°00′	20	36°30′
3	5.8～8.5	51	34°50′	37	36°00′	15	38°30′

六、土的残余强度

图 5-3 中三轴试验的$(\sigma_1-\sigma_3)$-ε_1 曲线和图 5-18 中直剪试验的 τ-S 曲线均表明，密砂受排水剪切，应力-应变关系曲线有峰值。峰值后，若变形继续发展，偏应力将不断降低。当变形很大时，趋于稳定值，称为残余强度。松砂受排水剪切，偏应力一直升高，不出现峰值，所以虽然最后也达到同样的稳定值，但就不称为残余强度。

如前所述，出现残余强度的孔隙比为临界孔隙比。它表示这时砂粒间的咬合作用已被完全破坏，结构已被彻底松动而成为一种强度不变的摩擦流体，在相当于残余强度的剪应力作用下，发生体积恒定的连续剪切变形，试验表明，砂土的临界孔隙比值不但与其组成有关，而且决定于土样所受的固结应力，在三轴试验中，即为周围压力 σ_3'。图 5-41 表示一种土的 e_{cr}-$\lg\sigma_3'$ 关系曲线。

图 5-11 中不排水剪切试验曲线表明，与排水剪切不同，密砂、中密砂，乃至松砂，在应变较大时均呈剪胀趋势而产生负值孔隙水压力。$(\sigma_1-\sigma_3)$-ε_1 曲线为上升曲线，不存在残余强度。极松砂在不排水剪切中则一直呈剪缩状态，孔隙水压力 u 不断上升，有效应力不断减小。将图 5-11 中极松砂的$(\sigma_1-\sigma_3)$-ε_1 和 u-ε_1 曲线绘于图 5-42a 中，同时计算出不排水剪切中每级偏差应力所对应的 p'、q' 值，绘制有效应力路径如图 5-42b 所示。应力路径交破坏主应力线 k_f' 于 A′点，这时 $q_f'=\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)_f=\tau_r$，$\tau_r$ 为残余强度。

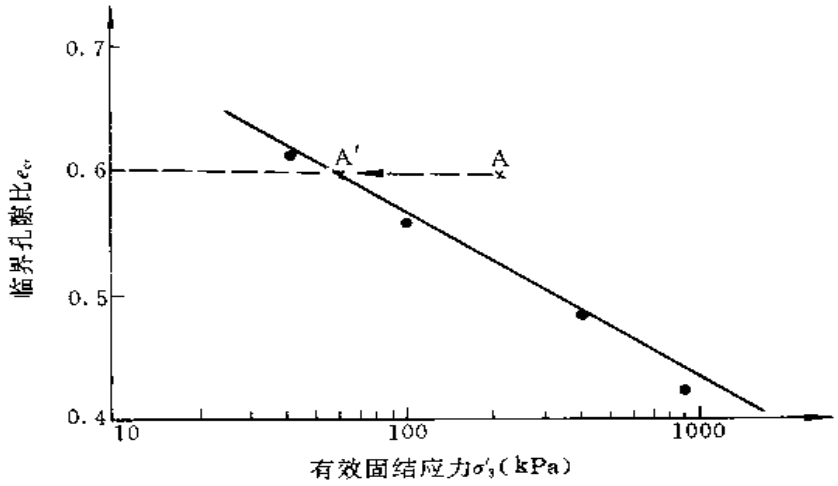


图 5-41　e_{cr}-σ_3 关系曲线

另外，将剪切前土样的孔隙比 e 和周围压力 σ_3' 点绘在图 5-41 上，得曲线右侧的 A 点。在不排水剪切中，孔隙比 e 不变，有效周围压力 σ_3' 因孔隙水压力升高而不断减小，A 点向左水平移动直至交曲线于 A′点，这时 e 值就成为临界孔隙比 e_{cr}，土样在这种应力下处于摩擦流体状态，产生体积不变的连续剪切变形。作用在试件上的应力 p' 和 q' 就是 p'-q' 图上 A′点的坐标。显然，因为有效周围压力 σ_3' 很小，孔隙比 e 很大，残余强度 τ_r 很低，这种状态下的连续剪切变形就相当于粘滞流动。工程上，在饱和疏松的粉细砂中开挖基坑或用这类土冲填堤坝，因为这类土排水不畅，施工中土体处在类似于不排水剪切状态，所以孔隙水压力迅速上升，抗剪强度急剧下降，最后在很低的剪应力下产生流动，这就是流砂和流动滑坡的内在机理。

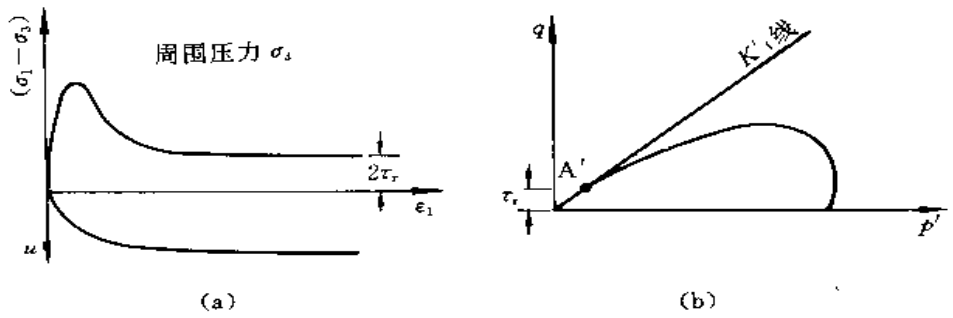


图 5-42　不排水试验的残余强度

粘性土的残余强度机理与砂土有所不同，它的强度的降低主要是由于在剪切中土的结构起变化所致。在剪切面附近，剪应力使片状颗粒沿剪切面平行定向排列，成为分散结构，强度降低。在直剪试验中，由于固定剪切面，更容易由于上述原因而造成强度降低。所以，不但超固结土，而且正常固结土也往往出现有峰值的 τ-S 曲线，如图 5-43 所示。

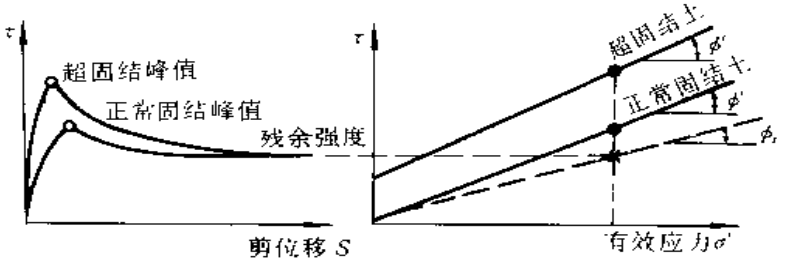


图 5-43　粘性土的剪切试验曲线

无论是砂土或粘性土，大变形完全破坏了土的结构强度和咬合作用，所以与正常固结状态的土一样，残余强度的破坏包线也是通过原点的直线，而且残余强度内摩擦角 ϕ_r 只决定于土的矿物成分，与其所受的应力历史等因素无关。在一般情况下，由石英、长石、方解石等组成的土，其残余内摩擦角略高于 30°，云母类矿物（如伊利石）的残余内摩擦角约为 15°—26°之间，蒙特石矿物的内摩擦角则可小于 10°。

天然滑坡的滑动面或断层面，土体往往因多次滑动而经历相当大的变形。在分析其稳定性时，应该采用残余强度。某些裂隙粘土中，常发生渐进性的破坏，即部分土体因应力集中，先达到峰值强度，而后应力减退，从面引起四周土体应力增加，也相继达到峰值强度，如此破坏区逐步扩展。这种情况下，破坏的土体的变形都很大，也应该采用残余强度进行分析。

七、抗剪强度指标的选用

土体稳定分析成果的可靠性，在很大程度上决定于对抗剪强度试验方法和强度指标的正确选择。因为试验方法所引起的抗剪强度的差别往往超过不同稳定分析方法之间的差别。

与有效应力分析法和总应力分析法相对应，应分别采用土的有效应力强度指标或总应力强度指标。当土体内的孔隙水压力能通过计算或其它方法确定时，宜采用有效应力法。当难以确定时才用总应力法。采用总应力法时应按土体可能的排水固结情况分别用不固结不排水强度（快剪强度）或固结不排水强度（固结快剪强度）。固结排水强度实际上就是有效

应力抗剪强度，用于有效应力分析法中。

在地基稳定分析也即极限承载力的计算中，考虑到近年来建筑物的建筑周期日益缩短，结构荷载增长速度较快，所以验算峻工期的承载力时宜用不排水强度指标以保证工程安全。对于实际上固结度较高的工程情况，则可采用固结不排水强度。粗粒土地基在不考虑地震荷载的情况下，各阶段均可采用排水强度。

对于碾压土石坝等高质量填方的边坡静力稳定分析，各控制阶段所用的试验方法和强度指标，根据《碾压式土石坝设计规范（SDJ218-84）》可按表 5-2 选用。

地震期的边坡稳定分析，可按《水工建筑物抗震设计规范（SDJ10-78）》的规定，有条件时应采用动力试验，求土的动力抗剪强度指标（详见第九章）。没有动力设备时也可采用静力三轴饱和固结不排水试验，测定土的抗剪强度，并按规范规定的方法选定强度指标以代替动力抗剪强度指标。具体方法，参阅规范。

在选用试验仪器上，由于三轴剪力仪有上述的诸多优点，应优先采用，特别是在重要的工程中。直剪仪因其设备简单，易于试验，且已有较长的应用历史，积累了大量的工程数据，仍然是目前测定土的抗剪强度的普遍使用的仪器，但应了解其特点和缺点，以便能够按照不同土类和不同的固结排水条件，合理选用指标。

表 5-2　抗剪强度指标的测定和应用

控制稳定的时期	强度计算方法	土类		使用仪器	试验方法与代号	强度指标	试样起始状态
施工期	有效应力法	无粘性土		直剪仪	慢剪	c' ϕ'	填土用填筑含水量和填筑密度的土，地基用原状土
				三轴仪	排水剪（CD）		
		粘性土	饱和度<80%	直剪仪	慢剪		
				三轴仪	不排水剪测孔隙压力（UU）		
			饱和度>80%	直剪仪	慢剪		
				三轴仪	固结不排水剪测孔隙压力（CU）		
	总应力法	粘性土	渗透系数<10^{-7}cm/s	直剪仪	快剪	c_u，ϕ_u	
			任何渗透系数	三轴仪	不排水剪（UU）		
稳定渗流期和水库水位降落期	有效应力法	无粘性土		直剪仪	慢剪	c' ϕ'	同上，但要预先饱和
				三轴仪	排水剪（CD）		
		粘性土		直剪仪	慢剪		
				三轴仪	固结不排水剪测孔隙压力（CU）		
水库水位降落期	总应力法	粘性土				c_{cu}，ϕ_{cu}	

在整理抗剪强度包线，从 $(\sigma_1-\sigma_3)$-ε_1 曲线选取强度值时，如果曲线有峰值，一般取峰值强度，没有峰值时采用某一规定应变时的强度，只有当分析的土体会发生大变形或受多次剪切而累积大变形量时才应该选用残余强度。

【例题 5-4】 某场地地质剖面如图 5-44 所示。表层 3m 为粗砂，以下为正常固结粘性土，静止侧压力系数 $K_0=0.7$。在 M 点取土进行固结不排水试验，测得试件破坏时的数据如下表。

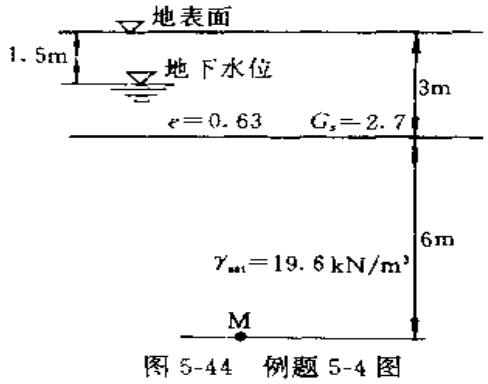


图 5-44 例题 5-4 图

周压力 (kN/m^2)	偏差应力 (kN/m^2)	孔隙水压力 (kN/m^2)
490	286	271
686	400	379

求：(1) 粘性土的总应力强度指标和有效应力强度指标。(2) 破坏时的孔隙水压力系数 A_f。(3) 估算该标高处土的无侧限抗压强度 q_u。

解：

(1) 根据$\sigma_3=490kN/m^2$ $\sigma_1=\sigma_3+\Delta\sigma_1=490+286=776kN/m^2$

$\sigma_3=686kN/m^2$ $\sigma_1=686+400=1086kN/m^2$

绘总应力圆如图 5-45 曲线①，得总应力抗剪强度指标。

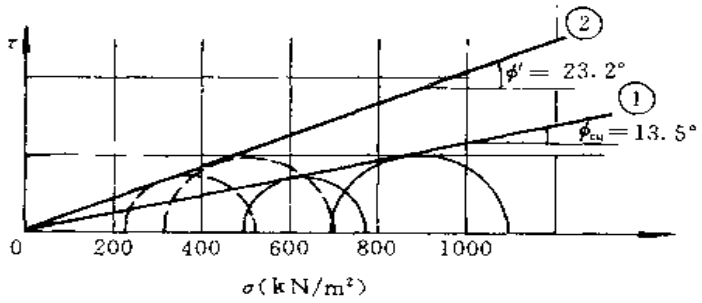


图 5-45 例题 5-4 曲线

$c_{cu}=0$ $\phi_{cu}=13.5°$

根据 $\sigma_3=\sigma_3-u=490-217=219kN/m^2$

$\sigma_1'=\sigma_1-u=776-271=505kN/m^2$

及 $\sigma_3'=686-379=307kN/m^2$

$\sigma_1'=1086-379=707kN/m^2$

绘有效应力圆如图 5-45 曲线②，得有效应力抗剪强度指标。

$c'=0$ $\phi'=23.2°$

(2) 孔隙水压力系数

$$A_{f1}=\frac{\Delta u_f}{\Delta\sigma_{1f}}=\frac{271}{286}=0.948$$

$$A_{f2}=\frac{\Delta u_f}{\Delta\sigma_{1f}}=\frac{379}{400}=0.948$$

(3) 作用于 M 点上的有效自重应力 σ_{cz} 计算

砂土的干容重 $\gamma_d=\dfrac{G_s\gamma_w}{1+e}=\dfrac{2.7\times9.8}{1+0.63}=16.2kN/m^2$

饱和容重 $\gamma_{sat}=\dfrac{(G_s+e)\gamma_w}{1+e}=\dfrac{(2.7+0.63)\times9.8}{1+0.63}=20.0kN/m^3$

砂土浮容重 $\gamma'=20-9.8=10.2kN/m^3$

粘性土的浮容重　$\gamma'=19.6-9.8=9.8\text{kN/m}^3$

$$\sigma_{sv}=1.5\times16.2+1.5\times10.2+6\times9.8=98.4\text{kN/m}^2$$

$$\sigma_{sh}=k_0\sigma_v=0.7\times98.4=68.9\text{kN/m}^2$$

平均固结应力　$\sigma'=\frac{1}{3}(\sigma_{sv}+2\sigma_{sh})=\frac{1}{3}(98.4+2\times68.9)=78.73\text{kN/m}^2$

σ'相当于三轴试验的固结应力σ_3

正常固结土的强度包线通过原点，因此应力圆的直径与固结应力成正比。故当$\sigma_3'=78.73$时的主应力差：

$$\Delta\sigma_1'=\frac{78.73}{490}\times286=46\text{kN/m}^2$$

或

$$\Delta\sigma_1'=\frac{78.73}{686}\times400=46\text{kN/m}^2$$

这就是M点上样做不排水试验应该得到的应力圆直径，也就是无侧限抗压强度q_u，即$q_u=46\text{kN/m}^2$。

【例题5-5】 某饱和正常固结粘土，由固结不排水剪试验测得其k_f线的坡角$\alpha=20°$，如图5-46。问当固结压力$\sigma_3=196\text{kN/m}^2$时的不排水强度$c_u$为多大？若试件剪破时的孔隙水压力$u_f=100\text{kN/m}^2$，问土的有效内摩擦角和有效粘聚力各多大。

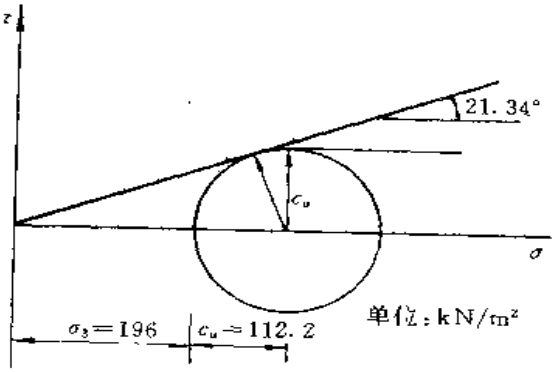


图5-46　例题5-5图

解：

(1)为了便于用应力圆进行分析，将α角化成ϕ角。则正常固结粘土的$c_{cu}=0$，$\phi_{cu}=\sin^{-1}\text{tg}\alpha=21.34°$

(2)当固结压力$\sigma_3=196\text{kN/m}^2$时，破坏圆的半径即为不排水强度$c_u$，故有

$$\frac{c_u}{\sigma_3+c_u}=\sin\phi_{cu}=0.364$$

$$(1-0.364)c_u=0.364\sigma_3$$

$$c_u=\frac{0.364\times196}{0.636}=112.2\text{kN/m}^2$$

(3)求$u_f=100\text{kN/m}^2$时土的有效内摩擦角。因为有效应力圆的直径与总应力圆一样，故半径仍为$c_u=112.2\text{kN/m}^2$，则有

$$\sin\phi'=\frac{c_u}{(\sigma_3+c_u-u)}=\frac{112.2}{196+112.2-100}=0.539$$

$$\phi'=32.6°$$

正常固结土$c'=0$

第六章　挡土结构物上的土压力

第一节　概　　述

在土木、水利、交通等工程中，经常会遇到修建挡土结构物的问题，它是用来支撑天然或人工斜坡不致坍塌，以保持上体稳定性的一种建筑物，俗称挡土墙。图6-1为几种典型的挡土墙类型。从图中不难看出，不论哪种型式的挡土墙，都要承受来自墙后填土的侧向压力——土压力。因此，土压力是设计挡土结构物断面及验算其稳定性的主要荷载。

本章将主要讨论作用在挡土结构物上的土压力性质及土压力计算，包括土压力的大小、方向、分布和合力作用点。然而，根据研究知道，土压力的计算是个比较复杂的问题，影响因素很多。土压力的大小和分布，除了与土的性质有关外，还和墙体的位移方向、位移量、土体与结构物间的相互作用以及挡土结构物类型有关。

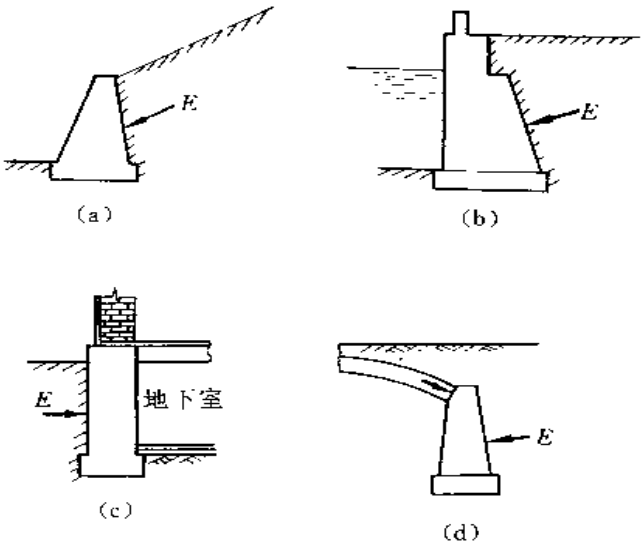


图6-1　挡土墙的几种类型
(a) 支撑土坡的挡土墙；(b) 堤岸挡土墙；
(c) 地下室侧墙；(d) 拱桥桥台。

一、挡土结构类型对土压力分布的影响

挡土墙按其刚度及位移方式可分为刚性挡土墙、柔性挡土墙和临时支撑三类。

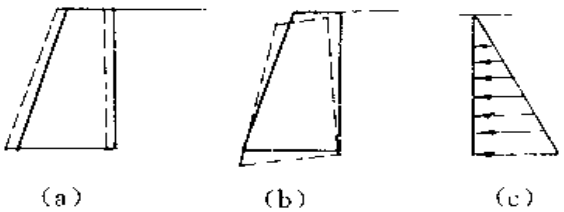


图6-2　刚性挡土墙背上的土压力分布
(a) 墙向前移动；(b) 墙围绕墙跟转动；
(c) 作用在墙背上的土压力分布。

(一) 刚性挡土墙

一般指用砖、石或混凝土所筑成的断面较大的挡土墙。由于刚度大，墙体在侧向土压力作用下，仅能发生整体平移或转动，墙身的挠曲变形则可忽略。对于这种类型的挡土墙，墙背受到的土压力呈三角形分布，最大压力强度发生在底部，类似于静水压力分布见图6-2。

（二）柔性挡土墙

当挡土结构物自身在土压力作用下发生挠曲变形时，则结构变形将影响土压力的大小和分布，称这种类型的挡土结构物为柔性挡土墙。例如在深基坑开挖中，为支护坑壁而打入土中的板桩墙即属于柔性挡土墙。这时作用在墙身上的土压力为曲线分布，计算时可简化为直线分布，如图 6-3 所示。

（三）临时支撑

基坑的坑壁围护有时还可采用由横板、立柱和横撑组成的临时支撑系统，见图 6-4a。

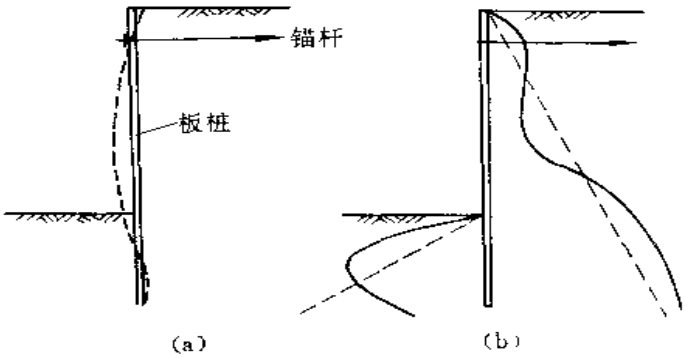


图 6-3　柔性挡土墙上的土压力分布
(a) 固定端锚着板桩墙的变形；
(b) 板桩墙上的土压力分布（实线——实际土压力，虚线——计算土压力）。

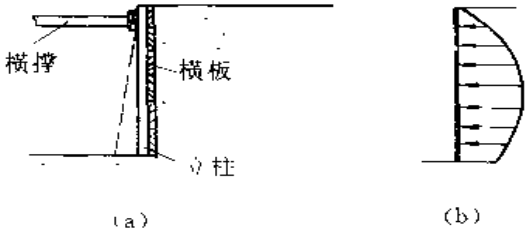


图 6-4　基坑支撑上的土压力
(a) 支撑系统及其位移（虚线）；
(b) 作用于支撑上的土压力分布。

受其施工过程和变位条件的影响，作用于支撑上的土压力分布与前述两种类型的挡墙又有所不同。由于支撑系统的铺设都是在基坑开挖过程中自上而下，边挖、边铺、边撑，分层进行的，因此，当在挖坑顶部放置了第一根横撑后，再向下开挖，至第二根横撑安置以前，在侧向土压力作用下，立柱的变位受顶部横撑的限制，只能发生绕顶部向坑内的转动。这种变位条件使得支撑上部的土压力要增加，而下部土压力要降低。作用在支撑上的土压力分布呈抛物线型，最大土压力不是发生在基底，而是在中间某一高度处，见图 6-4b。

本章将主要介绍刚性墙土压力计算。因为它是土压力计算的基础，其它类型挡土结构物上作用的土压力大都以刚性墙土压力计算为根据。此外，还讨论埋管的土压力。

二、墙体位移与土压力类型

在影响土压力的诸多因素中，墙体位移条件是最主要的因素。墙体位移的方向和位移量决定着所产生的土压力性质和土压力大小。

（一）静止土压力

当挡土墙具有足够的截面，并且建立在坚实的地基上（例如岩基），墙在墙后填土的推力作用下，不产生任何移动或转动时（图 6-5a），墙后土体没有破坏，处于弹性平衡状态，这时，作用于墙背上的土压力称为静止土压力 E_0。

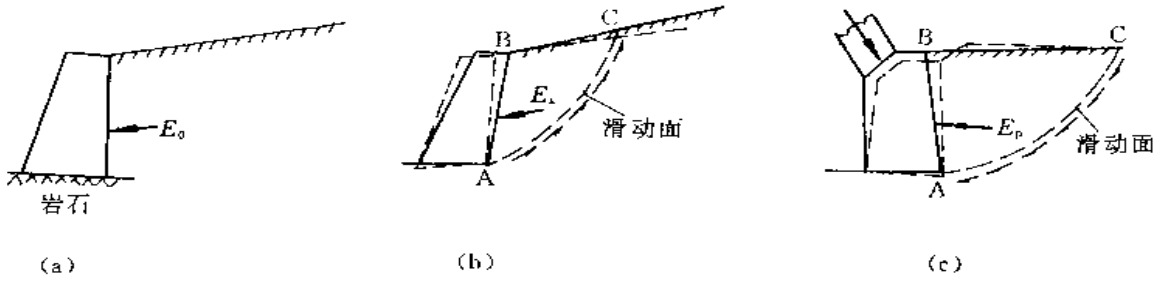
（二）主动土压力

如果墙基可以变形，墙在土压力作用下产生向着离开填土方向的移动或绕墙跟的转动

时（图 6-5b），墙后土体因侧面所受限制的放松而有下滑趋势。为阻止其下滑，土内潜在滑动面上剪应力增加，从而使作用在墙背上的土压力减少。当墙的移动或转动达到某一数量时，滑动面上的剪应力等于土的抗剪强度，墙后土体达到主动极限平衡状态，发生一般为曲线形的滑动面 AC，这时作用在墙上的土推力达到最小值，称为**主动土压力** E_a。

（三）被动土压力

当挡土墙在外力作用下向着填土方向移动或转动时（如拱桥桥台），墙后土体受到挤压，有上滑趋势（图 6-5c）。为阻止其上滑，土内剪应力反向增加，使得作用在墙背上的土压力加大。直到墙的移动量足够大时，滑动面上的剪应力又等于抗剪强度，墙后土体达到被动极限平衡状态，土体发生向上滑动，滑动面为曲面 AC，这时作用在墙上的土抗力达到最大值，称为**被动土压力** E_p。



(a)　　(b)　　(c)

图 6-5　作用在挡土墙上的三种土压力

(a) 静止土压力；(b) 主动土压力；(c) 被动土压力。

综上所述，可将墙体位移对土压力的影响概括为两点：

第一，挡土墙所受的土压力类型，首先取决于墙体是否发生位移以及位移的方向，可分为 E_0、E_a 和 E_p。

第二，挡土墙所受土压力大小并不是一个常数，随着位移量的变化，墙上所受土压力值也在变化。根据对中密以上的砂所进行的试验和数值计算的结果，墙的移动量与土压力的关系如图 6-6 所示。图中横坐标 $\frac{\Delta}{H}$ 代表墙的移动量（或转动量）与墙高之比，$+\frac{\Delta}{H}$ 代表墙向离开填土方向移动，$-\frac{\Delta}{H}$ 则代表墙朝向填土方向移动；纵坐标 E 代表作用在墙上的土压力。从图中可以看出：为使墙后土体达到主动极限平衡状态，从而产生主动土压力 E_a，所需的墙体位移量很小，对密砂或中密砂来说其 $\frac{\Delta}{H}$ 值只需 (1--5)‰，这样大小的位移在一般挡土墙中是容易发生的。因此，设计这种位移形式的挡土墙所受的土压力时，可以用主动土压力 E_a。从图中也可看出，产生被动土压力 E_p 则要比产生主动土压力 E_a 困难得多，其所需的位移量很大，$\frac{\Delta}{H}$ 大致要达 (1--5)%，比达主动土压力状态的位移量约大 10 倍。显然，这样大的位移量在一般工程建筑中是不容许发生的，因为在墙后土体发生破坏之前，结构物可能已先破坏。因此，在估计挡土墙能抵抗多大外力作用而不发生滑动时（如图6-5c），只能利用被动土压力的一部分，例如 $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)E_p$，或以静止土压力 E_0 代替。

本章将主要介绍图 6-6 曲线上的三个特定点的土压力计算，即 E_0，E_a 和 E_p。其中 E_0 属

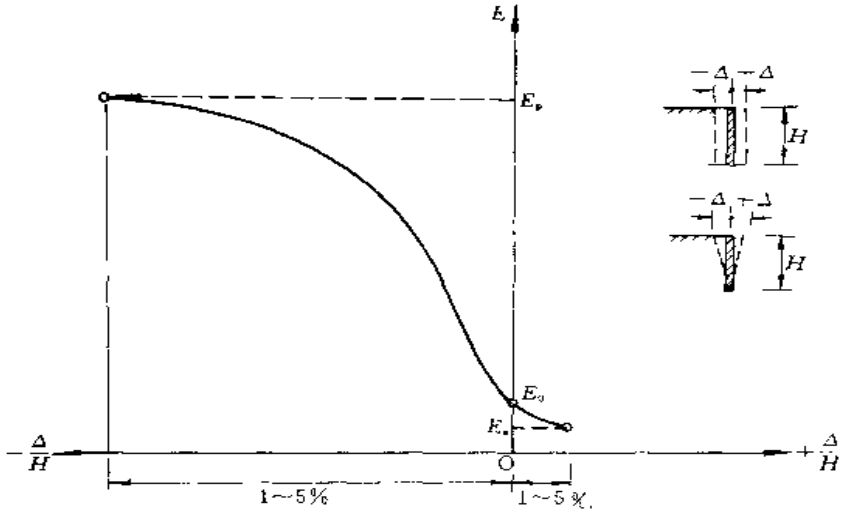


图 6-6　墙体位移与土压力关系曲线

于弹性状态土压力，可用弹性理论计算；E_a 和 E_p 则属于极限平衡状态土压力，目前对 E_a 和 E_p 的计算方法仍是以抗剪强度和极限平衡理论为基础的古典土压力理论，也就是后面将要重点介绍的朗肯土压力理论和库伦土压力理论。然而，实际工程中不少挡土结构的位移量并未达到土体发生主动或被动极限平衡状态所需的位移量，因而作用于挡土墙上的土压力可能是介于主动与被动之间的某一数值，这种任意位移下的土压力计算比较复杂，涉及墙、土和地基三者的变形、强度特性和共同作用。不过，由于计算技术的发展，目前已可以根据土的实际应力-应变关系，利用有限元法来确定墙体位移量与土压力大小的定量关系，对于一些重要的挡土建筑物就应该这样。

第二节　静止土压力计算

如前所述，当挡土墙完全没有侧向位移、偏转和自身弯曲变形时，作用在其上的土压力即为静止土压力，做在岩石地基上的重力式挡土墙，或上下端有顶、底板固定的重力式挡土墙（图 6-1c），实际变形极小，就会产生这种土压力。这时，墙后土体应处于侧限压缩应力状态，与土的自重应力状态相同，因此可用第三章计算自重应力的方法来确定静止土压力的大小。

一、静止土压力 p_0

图 6-7a 表示半无限土体中 z 深度处一点的应力状态，已知其水平面和竖直面都是主应力面，所以，作用于该土单元上的竖直向主应力就是自重应力 $\sigma_v=\gamma z$，水平向自重应力 $\sigma_h=K_0\sigma_v=K_0\gamma z$。设想用一堵墙代替墙背左侧的土体，若该墙的墙背垂直光滑（无摩擦剪应力），则代替后，右侧土体中的应力状态并没有改变，墙后土体仍处于侧限应力状态（图6-7b）；σ_v 仍然是土的自重应力，只不过 σ_h 由原来表示土体内部的应力，现在变成土对墙的压力，按定义即为静止土压力的强度 p_0，故

$$p_0 = K_0 \gamma z \tag{6-1}$$

式中 K_0 为侧压力系数，在这里称为静止土压力系数，一般设为常数。

若将处在静止土压力时土单元的应力状态用摩尔圆表示在 τ-σ 坐标上，则如图 6-7d 所示。可以看出，这种应力状态离破坏包线还很远，属于弹性平衡应力状态。

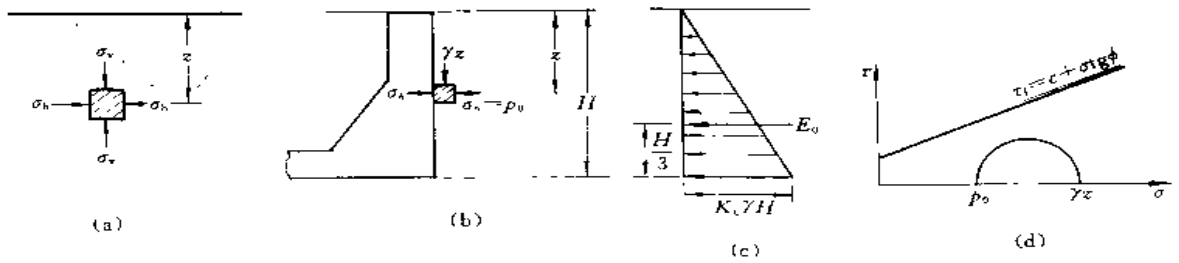


图 6-7　静止土压力计算

二、静止土压力分布及总土压力

由式（6-1）可知，p_0 沿墙高呈三角形分布；若墙高为 H，则作用于单位长度墙上的总静止土压力 E_0 为

$$E_0 = \frac{1}{2} K_0 \gamma H^2 \tag{6-2}$$

E_0 的作用点应在墙高的 $\frac{1}{3}$ 处，见图 6-7c。

三、关于静止土压力系数 K_0

K_0 值的大小可根据试验测定，也可根据经验公式计算。研究证明，K_0 除了与土性及密度有关外，粘性土的 K_0 值还与应力历史很有关系。下列经验公式可供估算 K_0 值之用：

对于无粘性土及正常固结粘性土

$$K_0 = 1 - \sin\phi' \tag{6-3}$$

式中 ϕ' 为土的有效内摩擦角。显然，对这类土，K_0 值均小于 1.0。

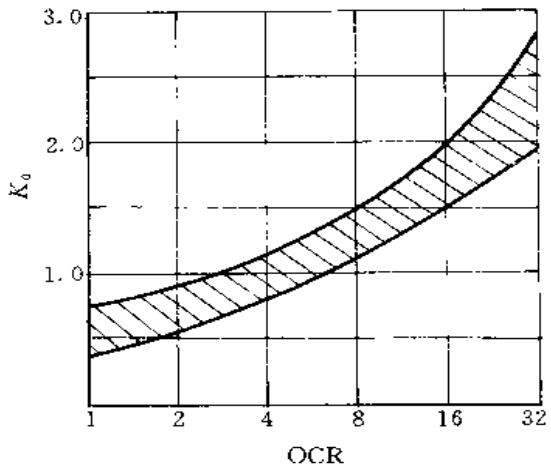


图 6-8　K_0 与超固结比 OCR 的关系

对于超固结粘性土

$$(K_0)_{O.C} = (K_0)_{N.C} \cdot (\mathrm{OCR})^m \tag{6-4}$$

式中，$(K_0)_{O.C}$——超固结土的 K_0 值；

$(K_0)_{N.C}$——正常固结土的 K_0 值；

OCR ——超固结比；

m ——经验系数，一般可用 $m=0.41$。图 6-8 代表超固结比 OCR 与 K_0 值范围的关系，可以看出，对于 OCR 较大的超固结土，K_0 值大于 1.0。

第三节　朗肯土压力理论

朗肯土压力理论是土压力计算中两个著名的古典土压力理论之一，由英国学者朗肯（Rankine，W·J·M）于1857年提出。由于其概念明确，方法简便，至今仍被广泛应用。

一、基本原理

朗肯研究自重应力作用下，半无限土体内各点的应力从弹性平衡状态发展为极限平衡状态的条件，提出计算挡土墙土压力的理论，其分析方法如下。图6-9a和图6-10a表示具有水平表面的半无限土体。如前所述，当土体静止不动时，深度z处土单元体的应力为$\sigma_v=\gamma z$，$\sigma_h=K_0\gamma z$；可用图6-9b和6-10b的应力圆①表示。若以某一竖直光滑面mn代表挡

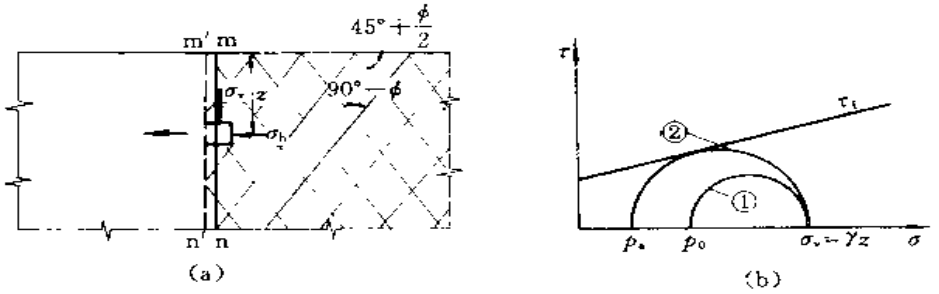


图6-9　朗肯主动极限平衡状态

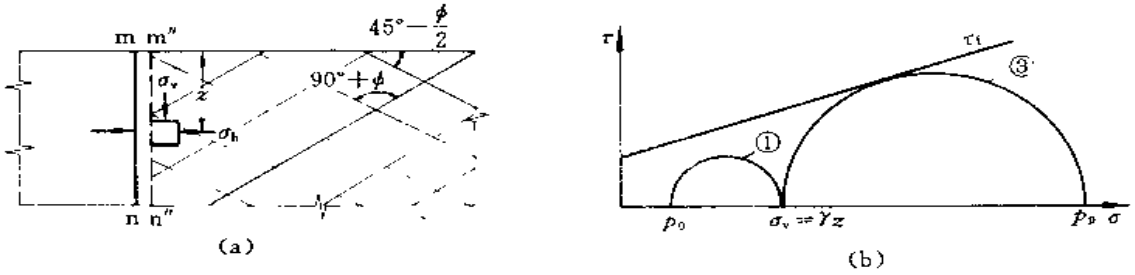


图6-10　朗肯被动极限平衡状态

土墙墙背，用以代替mn左侧的土体而不影响右侧土体中的应力状态，则当mn面向外平移时，右侧土体中的水平应力σ_h将逐渐减小，而σ_v保持不变。因此，应力圆的直径逐渐加大，当侧向位移至m′n′，其量已足够大，以至应力圆与土体的抗剪强度包线相切，如图6-9b中圆②，表示土体达到主动极限平衡状态。这时m′n′后面的土体进入破坏状态（图6-9a），土体中的抗剪强度已全部发挥出来，使得作用在墙上的土压力σ_h达到最小值，即为主动土压力p_a。以后，即使墙再继续移动，土压力也不会进一步减少。

相反，若mn面在外力作用下向填土方向移动，挤压土体，σ_h将逐渐增加，土中剪应力最初减小，后来又逐渐反向增加，直至剪应力增加到土的抗剪强度时，应力圆又与强度包线相切，达到被动极限平衡状态，如图6-10b中的圆③所示。这时，作用在m″n″面上的土压力达到最大值，即为被动土压力p_p，土体破坏后，即使m″n″面再继续移动，土压力也不会进一步增大。

以上两种极限平衡状态又称朗肯主动状态和朗肯被动状态。下面讨论符合朗肯理论边界条件的两种挡土墙土压力的计算方法。

二、水平填土面的朗肯土压力计算

若忽略墙背与填土之间的摩擦作用，即假定墙背与填土之间的摩擦角 $\delta=0$，对于挡土墙墙背垂直，墙后填土面水平的情况，相当于图 6-9 和 6-10 中的 mn 面，作用于其上的土压力大小可用朗肯理论计算。

（一）主动土压力

根据前述分析可知，当墙后填土达主动极限平衡状态时，作用于任意 z 深度处土单元上的竖直应力 $\sigma_v=\gamma z$ 应是大主应力 σ_1，而作用在墙背的水平向土压力 p_a 应是小主应力 σ_3。因此，利用第五章所述的极限平衡条件下 σ_1 与 σ_3 的关系，即可直接求出主动土压力的强度 p_a

1. 无粘性土

已知土的抗剪强度为 $\tau_f=\sigma\mathrm{tg}\phi$，根据极限平衡条件式（5-14），$\sigma_3=\sigma_1\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)$，将 $\sigma_3=p_a\times\sigma_1=\gamma z$ 代入，可得

$$p_a=\gamma z\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)=\gamma zK_a \tag{6-5}$$

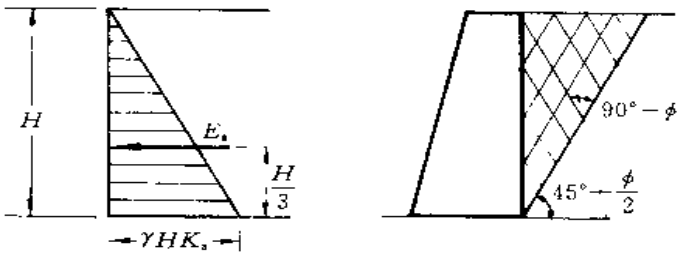
式中 $K_a=\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)$，称为朗肯主动土压力系数。

p_a 的作用方向垂直于墙背，沿墙高呈三角形分布。若墙高为 H，则作用于单位墙长度上的总土压力 E_a 为：

$$E_a=\frac{\gamma H^2}{2}K_a \tag{6-6}$$

E_a 垂直于墙背，作用点在距墙底 $\frac{H}{3}$ 处，见图 6-11a。

当墙绕墙跟发生向离开填土方向的转动，达到主动极限平衡状态时，墙后土体破坏，形成如图 6-11b 所示的滑动楔体，滑动面与大主应力作用面（水平面）夹角 $\alpha=45°+\frac{\phi}{2}$。滑动楔体内，土体均发生破坏，两组破裂面之间的夹角为 $90°-\phi$。滑动楔体以外的土则仍处于弹性平衡状态。



(a)主动土压力分布　　(b)墙后破裂面形状

图 6-11　无粘性土主动土压力

2. 粘性土

粘性土的抗剪强度 $\tau_f=c+\sigma\mathrm{tg}\phi$，达到主动极限平衡状态时，$\sigma_1$ 与 σ_3 的关系应满足式（5-10），即 $\sigma_3=\sigma_1\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)-2c\mathrm{tg}\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)$。将 $\sigma_3=p_a$，$\sigma_1=\gamma z$ 代入，得：

$$p_a=\gamma z\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)-2c\mathrm{tg}\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)=\gamma zK_a-2c\sqrt{K_a} \tag{6-7}$$

式(6-7)说明，粘性土的主动土压力由两部分组成：第一项为土重产生的土压力 $\gamma z K_a$，是正值，随深度呈三角形分布；第二项为粘结力 c 引起的土压力 $2c\sqrt{K_a}$，是负值，起减少土压力的作用，其值是常量，不随深度变化，见图 6-12b。两项之和使得墙后土压力在 z_0 深度以上出现负值，即拉应力，但实际上墙和填土之间没有抗拉强度，故拉应力的存在会使填土与墙背脱开，出现 z_0 深度的裂缝，如图 6-12d 所示。因此，在 z_0 以上可以认为土压力为零；z_0 以下，

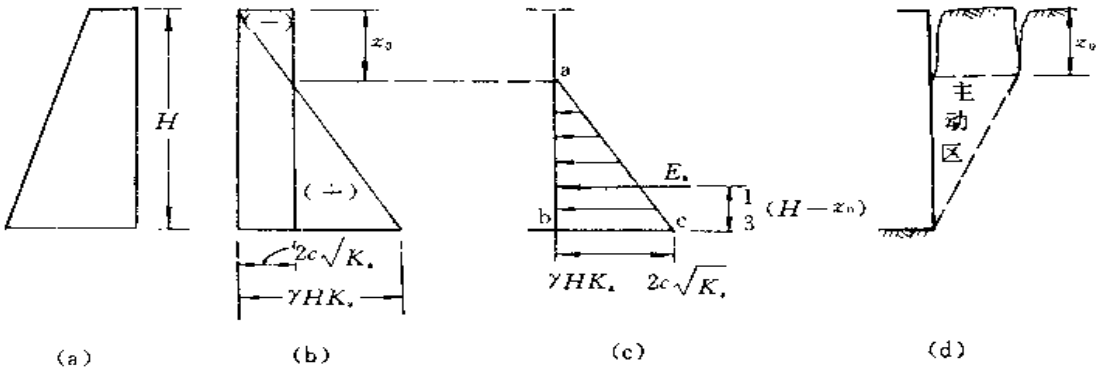


图 6-12　粘性土主动土压力分布

土压力强度按三角形 abc 分布(图 6-12c)。z_0 位置可自式(6-7)中令 $p_a=0$ 求出，即

$$\gamma z_0 K_a - 2c\sqrt{K_a} = 0$$

$$z_0 = \frac{2c}{\gamma\sqrt{K_a}} \tag{6-8}$$

总主动土压力 E_a 应为三角形 abc 之面积，即

$$E_a = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_a - 2cH\sqrt{K_a} + \frac{2c^2}{\gamma} \tag{6-9}$$

E_a 作用点则位于墙底以上 $\frac{1}{3}(H-z_0)$ 处。

(二) 被动土压力

当墙桥土，使墙后土体达到被动极限平衡状态时，水平压力比竖直压力大，故此时竖直应力 $\sigma_v=\gamma z$ 应为小主应力 σ_3，作用在墙背的水平土压力 p_p 则为大主应力 σ_1。

1. 无粘性土

根据极限平衡条件式(5-13)，$\sigma_1=\sigma_3 \mathrm{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$，将 $p_p=\sigma_1$，$\gamma z=\sigma_3$ 代入，可得

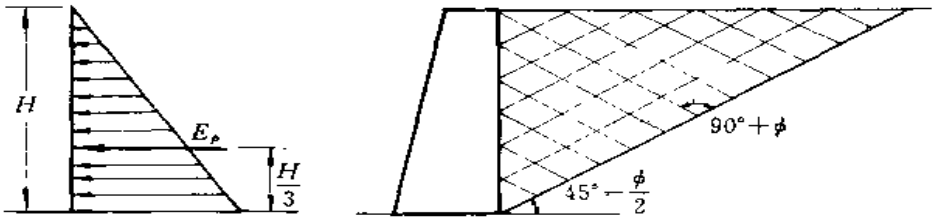
$$p_p = \gamma z \mathrm{tg}^2\left(45° + \frac{\phi}{2}\right) = \gamma z K_p \tag{6-10}$$

式中 $K_p=\mathrm{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$，称为朗肯被动土压力系数。

p_p 沿墙高的分布及单位长度墙体上土压力合力 E_p 作用点的位置均与主动土压力相同，见图 6-13a，E_p 值则为：

$$E_p = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_p \tag{6-11}$$

到达被动极限平衡状态时，墙后土体破坏，形成的滑动楔体如图 6-13b，滑动面与小主



(a)被动土压力分布　　(b)墙后破裂面形状

图 6-13　无粘性土被动土压力

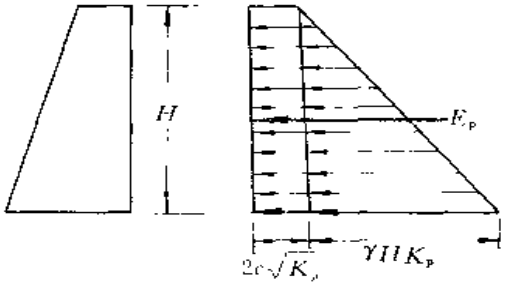
应力作用面(水平面)之间的夹角 $\alpha=45°-\frac{\phi}{2}$，两组破裂面之间的夹角则为 $90°+\phi$。

2. 粘性土

将 $p_p=\sigma_1$，$\gamma z=\sigma_3$ 代入极限平衡条件式(5-9)，$\sigma_1=\sigma_3 tg^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)+2c tg\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$，可得粘性填土作用于挡土墙②背上的被动土压力强度 p_p，

$$p_p=\gamma z tg^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)+2c\cdot tg\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$$

$$=\gamma z K_p+2c\sqrt{K_p} \qquad (6\text{-}12)$$



(a)　　(b)

图 6-14　粘性土被动土压力分布

由式(6-12)可知，粘性填土的被动土压力也由两部分组成，叠加后，其压力强度 p_p 沿墙高呈梯形分布如图 6-14b。总被动土压力为

$$E_p=\frac{1}{2}\gamma H^2 K_p+2cH\sqrt{K_p} \qquad (6\text{-}13)$$

E_p 的作用方向垂直于墙背，作用点位于梯形面积重心上。

【例题 6-1】　某重力式挡土墙②高 $H=5m$，墙背垂直光滑，墙后填无粘性土，填土面水平，填土性质指标如图 6-15 所示。试分别求出作用于墙上的静止、主动及被动土压力的大小及分布。

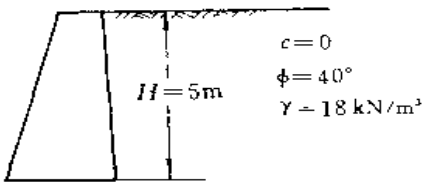


图 6-15　例题 6-1 图

解：

1. 计算土压力系数 K：

静止土压力系数　$K_0=1-\sin\phi'=1-\sin 40°=0.357$

主动土压力系数　$K_a=tg^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)=tg^2(45°-20°)$

$=0.217$

被动土压力系数　$K_p=tg^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)=tg^2(45°+20°)$

$=4.6$

2. 计算墙底处土压力强度 p

静止土压力 $p_0=\gamma HK_0=18\times5\times0.357=32.13kPa$

主动土压力 $p_a=\gamma HK_a=18\times5\times0.217=19.53kPa$

被动土压力 $p_p=\gamma HK_p=18\times5\times4.6=414kPa$

3. 计算单位墙长度上的总土压力 E

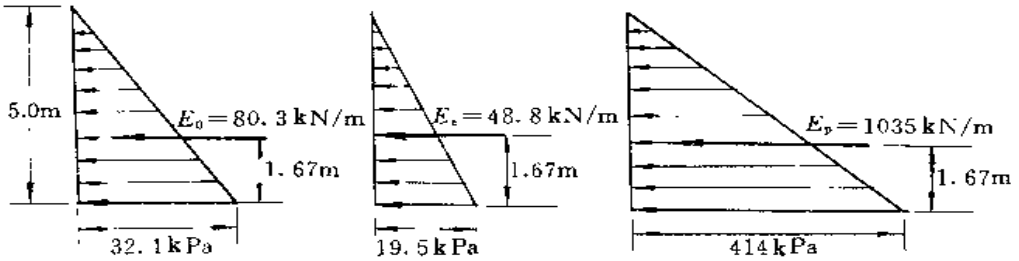
静止土压力　$E_0=\frac{1}{2}\gamma H^2K_0=\frac{1}{2}\times18\times5^2\times0.357=80.33\ kN/m$

主动土压力　$E_a=\frac{1}{2}\gamma H^2K_a=\frac{1}{2}\times18\times5^2\times0.217=48.8\ \mathrm{kN/m}$

被动土压力　$E_p=\frac{1}{2}\gamma H^2K_p=\frac{1}{2}\times18\times5^2\times4.6\cdot\ 1035\ \mathrm{kN/m}$

三者比较可以看出 $E_p>E_0>E_a$。

4. 土压力强度分布见图 6-16。总土压力作用点均在距墙底 $\frac{H}{3}=\frac{5}{3}=1.67\mathrm{m}$ 处 。



(a)静止土压力　(b)主动土压力　(c)被动土压力

图 6-16　例题 6-1 土压力强度分布

三、无限斜坡面的朗肯土压力计算

朗肯土压力理论也可用于求解具有斜坡填土面时作用于竖直墙背上的土压力。其推导思路与前述具有水平填土面条件的思路基本相同，区别仅在于把分析具有水平地表面半无限土体中一点的应力状态改为分析具有倾斜表面的半无限土体中一点的应力状态，求出该点达到极限平衡状态时的应力条件，即可得出作用于竖直墙背上的土压力。

(一) 土中一点应力状态的分析

假设半无限土体具有与水平面成 β 角的倾斜表面，如图 6-17a 所示 。今以竖直面 mn 代表挡土墙墙背，以代替 mn 左侧土体而不改变右侧土体中的应力状态，则土体在竖直面上的应力即为作用于挡土墙背 mn 上的土压力。现分析紧靠 mn 面的土中任意 z 深度处一菱形土单元的应力状态。该土单元由两个与地表平行的斜面 ac、bd 和两个竖直面 ab、cd 所组成，两组平面间夹角为 $90°-\beta$，见图6-17 b。由于是半无限土体，在自重作用下，地表下相同深度 z 处，这种土单元的应力状态都应是一样的：即在其斜面上作用有相等的竖直应力 σ_z，其数值等于单位斜面积上土柱的重量 $\gamma z\cos\beta$；在土单元的竖直面上则作用有大小相等的应力 σ。分析单元体的静力平衡条件，作用于单元体上的竖向应力大小相等，方向相反，相互平衡，因而作用于单元两个侧面上的应力 σ 的方向必定平行于坡面。由于 σ_z 和 σ 并不垂直于其作用面，故它们不是主应力。这样，作用于该土单元上的应力 ，除了侧向应力 σ 的大小待求外，其余均已确定。当墙向外离开填土方向移动时，σ 不断减少，直至土单元达到主动极限平衡状态，这时的 σ 即为主动土压力 p_a。同样地、当墙向里朝填土方向移动时，σ 不断

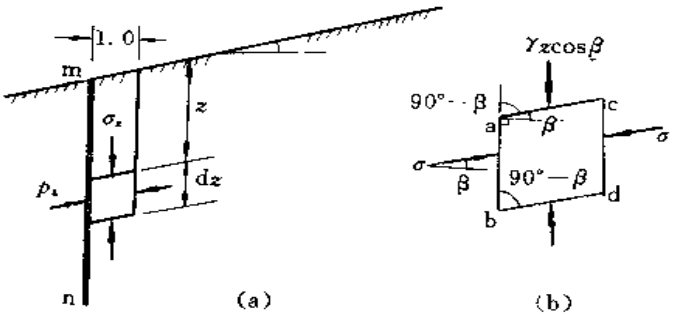


图 6-17　具有倾斜表面的半无限土体中一点的应力状态

增大，直至达到被动极限平衡状态，这时的 σ 即为 被动土压力 p_p。朗肯用分析方法建立了当土单元达到主动和被动极限平衡状态时，竖直应力 σ_z 与侧向应力 σ 的关系，从而得出了作用于竖直墙背上的土压力强度 p_a 和 p_p 的公式，但公式推导较繁。下面将介绍一种图解法，可以得出同样的土压力计算结果，但却比分析法来得简便。

（二）应力圆法求解无粘性土主动土压力

根据代表一点应力状态的摩尔圆，在到达极限平衡状态时应与土的抗剪强度包线 $\tau_f=\sigma\mathrm{tg}\phi$ 相切的原理，即可求出主动土压力强度 p_a。其具体作图步骤如下：

1. 在水平 σ 轴的上下两侧分别画出与水平轴成 $\pm\beta$ 的直线 OL 与 OL′，如图 6-18；

2. 在 OL 线上取线段 $\mathrm{OA}=\sigma_z=\gamma z\cos\beta$，则 A 点代表图 6-17 中土单元单位斜面上的应力，包含法向应力和剪应力。因此 A 点必定在代表该单元应力状态的应力圆上。

3. 在 σ 轴上找圆心 E，作应力圆，令其既通过 A 点，又与抗剪强度包线相切，见图 6-16，这个应力圆就是该单元体处于极限平衡状态时的应力圆。

4. 应力圆交 OL′线于 B 点，图中 $\triangle\mathrm{AOD}$ 为等腰三角形，圆周角 $\angle\mathrm{ODA}=90°-\beta$。因此 B 点代表单元竖直面上的应力 σ，也即土压力 p_a，其值等于图 6-16 中$\overline{\mathrm{OB}}$线段长度。

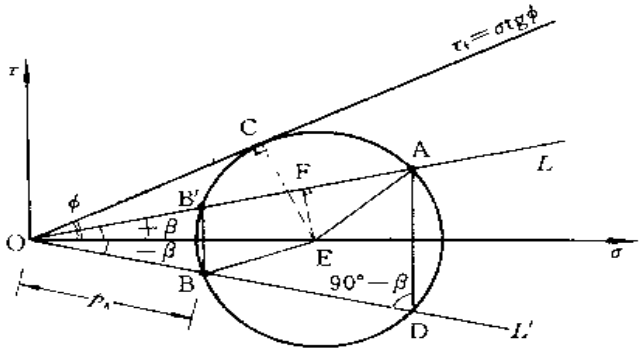


图 6-18　用应力圆法推求朗肯土压力公式

根据图 6-18 所示的应力圆几何关系，不难推求主动土压力 p_a 与 σ_z 的关系式。从图中可知：

$$\frac{p_a}{\sigma_z}=\frac{\mathrm{OB}}{\mathrm{OA}}=\frac{\mathrm{OB'}}{\mathrm{OA}}=\frac{\mathrm{OF}-\mathrm{B'F}}{\mathrm{OF}+\mathrm{AF}}$$

而　　$\mathrm{OF}=\mathrm{OE}\cos\beta$

又　　$\mathrm{B'F}=\mathrm{AF}=\sqrt{\mathrm{AE}^2-\mathrm{EF}^2}=\sqrt{\mathrm{CE}^2-\mathrm{EF}^2}$

$$=\mathrm{OE}\sqrt{\sin^2\phi-\sin^2\beta}=\mathrm{OE}\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}$$

则

$$\frac{p_a}{\sigma_z}=\frac{\cos\beta-\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}}{\cos\beta+\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}}$$

已知 $\sigma_z=\gamma z\cos\beta$，故

$$p_a=\gamma z\cos\beta\,\frac{\cos\beta-\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}}{\cos\beta+\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}}\qquad(6\text{-}14)$$

令

$$K_a'=\cos\beta\,\frac{\cos\beta-\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}}{\cos\beta+\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}}\qquad(6\text{-}15)$$

则

$$p_a=\gamma z K_a'\qquad(6\text{-}16)$$

可以看出，当 $\beta=0$ 时，$K_a'=\dfrac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi}=\mathrm{tg}^2\left(45°-\dfrac{\phi}{2}\right)=K_a$

若墙高为 H，则作用于墙上的总主动土压力 $E_a=\dfrac{1}{2}\gamma H^2K_a'$。

用同样方法也可得出被动土压力强度 p_p 为：

$$p_p=\gamma z\cos\beta\frac{\cos\beta+\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}}{\cos\beta-\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}} \tag{6-17}$$

令

$$K_p'=\cos\beta\frac{\cos\beta+\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}}{\cos\beta-\sqrt{\cos^2\beta-\cos^2\phi}} \tag{6-18}$$

则

$$p_p=\gamma z K_p' \tag{6-19}$$

作用于墙高为 H 的挡土墙背上的总被动土压力 $E_p=\frac{1}{2}\gamma H^2K_p'$。

上述公式只适用于 $c=0$ 的无粘性土，且 $\beta<\phi$。对于 $c\neq0$ 的粘性土，虽然也可用图解法求 p_a 和 p_p，但得不出象式（6-14）和（6-17）这样简单的结果。

应该指出，由于墙背不是滑裂面，而土压力的方向平行于斜坡面，因此，墙背与土之间的摩擦角 δ 必须大于 β。

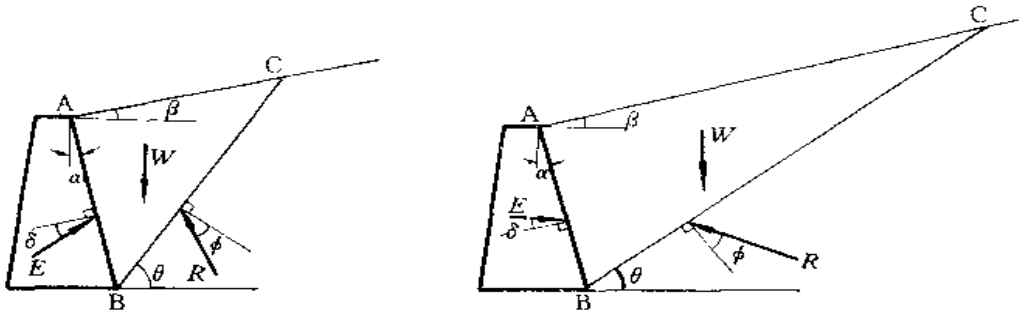
第四节　库伦土压力理论

1776 年法国的库伦(C. A. Coulomb)根据墙后土楔处于极限平衡状态时的力系平衡条件，提出了另一种土压力分析方法，称为库伦土压力理论，它能适用于各种填土面和不同的墙背条件，且方法简便，有足够的计算精度，至今也仍然是一种被广泛采用的土压力理论。

一、方法要点

（一）库伦公式推导的出发点

与朗肯理论相比较有两点区别：首先，在挡土墙及填土的边界条件上，库伦理论考虑的挡土墙，可以是墙背倾斜，具有倾角 α；墙背粗糙，与填土之间存在摩擦力，摩擦角为 δ；墙后填土面有倾角 β，如图 6-19 所示。其次，库伦不是从研究墙后土体中一点的应力状态出发，从而求出作用在墙背上的土压力强度 p，而是从考虑墙后某个滑动楔体的整体平衡条件出发，直接求出作用在墙背上的总土压力 E。



(a)主动状态　　(b)被动状态

图 6-19　库伦土压力理论

（二）库伦假设条件

库伦土压力公式最早是从填土为无粘性土条件得出的，研究中作了如下几点基本假设：

与 R 之间的夹角，按图 6-21 的几何关系应为 $\theta-\phi$。利用正弦定律可得：

$$\frac{E}{\sin(\theta-\phi)}=\frac{W}{\sin[180^\circ-(\theta-\phi+\psi)]}$$

则

$$E=\frac{W\sin(\theta-\phi)}{\sin(\theta-\phi+\psi)} \tag{6 20}$$

由于式（6-20）中的土楔自重 W 也是 θ 的函数，故当 ϕ 和 ψ 值为定值后，E 就只是 θ 的单值函数，即 $E=f(\theta)$。令 $\frac{dE}{d\theta}=0$，用数解法解出 θ 值，再代回式（6-20），即可得出最后作用于墙背上的总主动土压力 E_a 的大小。其表达式为：

$$E_a=\frac{1}{2}\gamma H^2K_a \tag{6-21}$$

其中

$$K_a=\frac{\cos^2(\phi-\alpha)}{\cos^2\alpha\cdot\cos(\alpha+\delta)\left[1+\sqrt{\frac{\sin(\phi+\delta)\cdot\sin(\phi-\beta)}{\cos(\alpha+\delta)\cdot\cos(\alpha-\beta)}}\right]^2} \tag{6-22}$$

K_a 称为库伦主动土压力系数。可以看出，K_a 只与 α、β、δ、ϕ 有关，而与 γ、H 无关，因而可编成相应表格（表 6-1），供计算时查用。上式中的其它符号意义分别为：

γ、ϕ ——填土的容重与内摩擦角；

α ——墙背与竖直线之间的夹角，以竖直线为准，逆时针为正（如图 6-21），称为俯斜墙背；顺时针为负，称为仰斜墙背；

β ——填土面与水平面之间的夹角，水平面以上为正（如图 6-21），水平面以下为负；

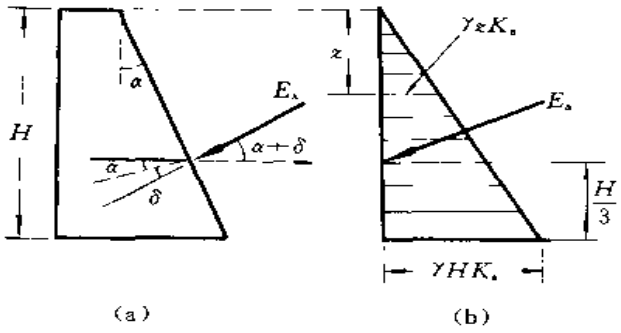


图 6-22　库伦主动土压力强度分布

δ ——墙背与填土之间的摩擦角，其值可由试验确定。无试验资料时，一般取为 $\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\right)\phi$，也可参考表 6-2 中的数值。

可以证明，当 $\alpha=0$，$\delta=0$，$\beta=0$ 时，由式（6-21）可得出 $E_a=\frac{1}{2}\gamma H^2\mathrm{tg}^2\left(45^\circ-\frac{\phi}{2}\right)$ 的表达式，与前述的朗肯总主动土压力公式（6-6）完全相同，说明在这种条件下，库伦与朗肯理论的结果是一致的。

关于土压力强度沿墙高的分布形式，可通过对式（6-21）求导得出，即

$$p_{az}=\frac{dE_a}{dz}=\frac{d}{dz}\left(\frac{1}{2}\gamma z^2K_a\right)=\gamma zK_a \tag{6-23}$$

式（6-23）说明 p_{az} 沿墙高成三角形分布，见图 6-22b。值得注意的是：这种分布形式只表示土压力大小，并不代表实际作用于墙背上的土压力方向。上压力合力 E_a 的作用方向仍在墙背法线上方，并与法线成 δ 角或与水平面成 $\alpha+\delta$ 角，如图 6-22a 所示；E_a 作用点在距墙底 $\frac{1}{3}H$ 处。

表 6-1　主动土压力系数 K_a 值

$\delta=0°$

α	β \ ϕ	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
0°	0°	0.589	0.490	0.406	0.333	0.271	0.217	0.172	0.132
	5°	0.635	0.524	0.431	0.352	0.284	0.227	0.178	0.137
	10°	0.704	0.569	0.462	0.374	0.300	0.238	0.186	0.142
	15°	0.933	0.639	0.505	0.402	0.319	0.251	0.194	0.147
	20°		0.883	0.573	0.441	0.344	0.267	0.204	0.154
	25°			0.821	0.505	0.379	0.288	0.217	0.162
	30°				0.750	0.436	0.318	0.235	0.172
	35°					0.671	0.369	0.260	0.186
	40°						0.587	0.303	0.206
	45°							0.500	0.242
	50°								0.413
10°	0°	0.652	0.560	0.478	0.407	0.343	0.288	0.238	0.194
	5°	0.705	0.601	0.510	0.431	0.362	0.302	0.249	0.202
	10°	0.784	0.655	0.550	0.461	0.384	0.318	0.261	0.211
	15°	1.039	0.737	0.603	0.498	0.411	0.337	0.274	0.221
	20°		1.015	0.685	0.548	0.444	0.360	0.291	0.231
	25°			0.977	0.628	0.491	0.391	0.311	0.245
	30°				0.925	0.566	0.433	0.337	0.262
	35°					0.860	0.502	0.374	0.284
	40°						0.785	0.437	0.316
	45°							0.703	0.371
	50°								0.614
20°	0°	0.736	0.648	0.569	0.498	0.434	0.375	0.322	0.274
	5°	0.801	0.700	0.611	0.532	0.461	0.397	0.340	0.288
	10°	0.896	0.768	0.663	0.572	0.492	0.421	0.358	0.302
	15°	1.196	0.868	0.730	0.621	0.529	0.450	0.380	0.318
	20°		1.205	0.834	0.688	0.576	0.484	0.405	0.337
	25°			1.196	0.791	0.639	0.527	0.435	0.358
	30°				1.169	0.740	0.586	0.474	0.385
	35°					1.124	0.683	0.529	0.420
	40°						1.064	0.620	0.469
	45°							0.990	0.552
	50°								0.904
−10°	0°	0.540	0.433	0.344	0.270	0.209	0.158	0.117	0.083
	5°	0.581	0.461	0.364	0.284	0.218	0.164	0.120	0.085
	10°	0.644	0.500	0.389	0.301	0.229	0.171	0.125	0.088
	15°	0.860	0.562	0.425	0.322	0.243	0.180	0.130	0.090
	20°		0.785	0.482	0.353	0.261	0.190	0.136	0.094
	25°			0.703	0.405	0.287	0.205	0.144	0.098
	30°				0.614	0.331	0.226	0.155	0.104
	35°					0.523	0.263	0.171	0.111
	40°						0.433	0.200	0.123
	45°							0.344	0.145
	50°								0.262
−20°	0°	0.497	0.380	0.287	0.212	0.153	0.106	0.070	0.043
	5°	0.535	0.405	0.302	0.222	0.159	0.110	0.072	0.044
	10°	0.595	0.439	0.323	0.234	0.166	0.114	0.074	0.045
	15°	0.809	0.494	0.352	0.250	0.175	0.119	0.076	0.046
	20°		0.707	0.401	0.274	0.188	0.125	0.080	0.047
	25°			0.603	0.316	0.206	0.134	0.084	0.049
	30°				0.498	0.239	0.147	0.090	0.051
	35°					0.396	0.172	0.099	0.055
	40°						0.301	0.116	0.060
	45°							0.215	0.071
	50°								0.141

$\delta=5°$ **续表 6-1**

α	ϕ / β	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
	0°	0.556	0.465	0.387	0.319	0.260	0.210	0.166	0.129
	5°	0.605	0.500	0.412	0.337	0.274	0.219	0.173	0.133
	10°	0.680	0.547	0.444	0.360	0.289	0.230	0.180	0.138
	15°	0.937	0.620	0.488	0.388	0.308	0.243	0.189	0.144
	20°		0.886	0.558	0.428	0.333	0.259	0.199	0.150
0°	25°			0.825	0.493	0.369	0.280	0.212	0.158
	30°				0.753	0.428	0.311	0.229	0.168
	35°					0.674	0.363	0.255	0.182
	40°						0.589	0.299	0.202
	45°							0.502	0.388
	50°								0.415
	0°	0.622	0.536	0.460	0.393	0.333	0.280	0.233	0.191
	5°	0.680	0.579	0.493	0.418	0.352	0.294	0.243	0.199
	10°	0.767	0.636	0.534	0.448	0.374	0.311	0.255	0.207
	15°	1.060	0.725	0.589	0.486	0.401	0.330	0.269	0.217
	20°		1.035	0.676	0.538	0.436	0.354	0.286	0.228
10°	25°			0.996	0.622	0.484	0.385	0.306	0.242
	30°				0.943	0.563	0.428	0.333	0.259
	35°					0.877	0.500	0.371	0.281
	40°						0.801	0.436	0.314
	45°							0.716	0.371
	50°								0.626
	0°	0.709	0.627	0.553	0.485	0.424	0.368	0.318	0.271
	5°	0.781	0.682	0.597	0.520	0.452	0.391	0.335	0.285
	10°	0.887	0.755	0.650	0.562	0.484	0.416	0.355	0.300
	15°	1.240	0.866	0.723	0.614	0.523	0.445	0.376	0.316
	20°		1.250	0.835	0.684	0.571	0.480	0.402	0.335
20°	25°			1.240	0.794	0.639	0.525	0.434	0.357
	30°				1.212	0.746	0.587	0.474	0.385
	35°					1.166	0.689	0.532	0.421
	40°						1.103	0.627	0.472
	45°							1.026	0.559
	50°								0.937
	0°	0.503	0.406	0.324	0.256	0.199	0.151	0.112	0.080
	5°	0.546	0.434	0.344	0.269	0.208	0.157	0.116	0.082
	10°	0.612	0.474	0.369	0.286	0.219	0.164	0.120	0.085
	15°	0.850	0.537	0.405	0.308	0.232	0.172	0.125	0.087
	20°		0.776	0.463	0.339	0.250	0.183	0.131	0.091
−10°	25°			0.695	0.390	0.276	0.197	0.139	0.095
	30°				0.607	0.321	0.218	0.149	0.100
	35°					0.518	0.255	0.166	0.108
	40°						0.428	0.195	0.120
	45°							0.341	0.141
	50°								0.259
	0°	0.437	0.352	0.267	0.199	0.144	0.101	0.067	0.041
	5°	0.496	0.376	0.282	0.208	0.150	0.104	0.068	0.042
	10°	0.557	0.410	0.302	0.220	0.157	0.108	0.070	0.043
	15°	0.787	0.466	0.331	0.236	0.165	0.112	0.073	0.044
	20°		0.688	0.380	0.259	0.178	0.119	0.076	0.045
−20°	25°			0.586	0.300	0.196	0.127	0.080	0.047
	30°				0.484	0.228	0.140	0.085	0.049
	35°					0.386	0.165	0.094	0.052
	40°						0.293	0.111	0.058
	45°							0.209	0.068
	50°								0.137

$\delta=10°$ **续表 6-1**

α	β \ ϕ	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
0°	0°	0.533	0.447	0.373	0.309	0.253	0.204	0.163	0.127
	5°	0.585	0.483	0.398	0.327	0.266	0.214	0.169	0.131
	10°	0.664	0.531	0.431	0.350	0.282	0.225	0.177	0.136
	15°	0.947	0.609	0.476	0.379	0.301	0.238	0.185	0.141
	20°		0.897	0.549	0.420	0.326	0.254	0.195	0.148
	25°			0.834	0.487	0.363	0.275	0.209	0.156
	30°				0.762	0.423	0.306	0.226	0.166
	35°					0.681	0.359	0.252	0.180
	40°						0.596	0.297	0.201
	45°							0.508	0.238
	50°								0.420
10°	0°	0.603	0.520	0.448	0.384	0.326	0.275	0.230	0.189
	5°	0.665	0.566	0.482	0.409	0.346	0.290	0.240	0.197
	10°	0.759	0.626	0.524	0.440	0.369	0.307	0.253	0.206
	15°	1.089	0.721	0.582	0.480	0.396	0.326	0.267	0.216
	20°		1.064	0.674	0.534	0.432	0.351	0.284	0.227
	25°			1.024	0.622	0.482	0.382	0.304	0.241
	30°				0.969	0.564	0.427	0.332	0.258
	35°					0.901	0.503	0.371	0.281
	40°						0.823	0.438	0.315
	45°							0.736	0.374
	50°								0.644
20°	0°	0.695	0.615	0.543	0.478	0.419	0.365	0.316	0.271
	5°	0.773	0.674	0.589	0.515	0.448	0.388	0.334	0.285
	10°	0.890	0.752	0.646	0.558	0.482	0.414	0.354	0.300
	15°	1.298	0.872	0.723	0.613	0.522	0.444	0.377	0.317
	20°		1.308	0.844	0.687	0.573	0.481	0.403	0.337
	25°			1.298	0.806	0.643	0.528	0.436	0.360
	30°				1.268	0.758	0.594	0.478	0.388
	35°					1.220	0.702	0.539	0.426
	40°						1.155	0.640	0.480
	45°							1.074	0.572
	50°								0.981
−10°	0°	0.477	0.385	0.309	0.245	0.191	0.146	0.109	0.078
	5°	0.521	0.414	0.329	0.258	0.200	0.152	0.112	0.080
	10°	0.590	0.455	0.354	0.275	0.211	0.159	0.116	0.082
	15°	0.847	0.520	0.390	0.297	0.224	0.167	0.121	0.085
	20°		0.773	0.450	0.328	0.242	0.177	0.127	0.088
	25°			0.692	0.380	0.268	0.191	0.135	0.093
	30°				0.605	0.313	0.212	0.146	0.098
	35°					0.516	0.249	0.162	0.106
	40°						0.426	0.191	0.117
	45°							0.339	0.139
	50°								0.258
−20°	0°	0.427	0.330	0.252	0.188	0.137	0.096	0.064	0.039
	5°	0.466	0.354	0.267	0.197	0.143	0.099	0.066	0.040
	10°	0.529	0.388	0.286	0.209	0.149	0.103	0.068	0.041
	15°	0.772	0.445	0.315	0.225	0.158	0.108	0.070	0.042
	20°		0.675	0.364	0.248	0.170	0.114	0.073	0.044
	25°			0.575	0.288	0.188	0.122	0.077	0.045
	30°				0.475	0.220	0.135	0.082	0.047
	35°					0.378	0.159	0.091	0.051
	40°						0.288	0.108	0.056
	45°							0.205	0.066
	50°								0.135

$\delta=15°$ **续表 6-1**

α	β \ ϕ	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
0°	0°	0.518	0.434	0.363	0.301	0.248	0.201	0.160	0.125
	5°	0.571	0.471	0.389	0.320	0.261	0.211	0.167	0.130
	10°	0.656	0.522	0.423	0.343	0.277	0.222	0.174	0.135
	15°	0.966	0.603	0.470	0.373	0.297	0.235	0.183	0.140
	20°		0.914	0.546	0.415	0.323	0.251	0.194	0.147
	25°			0.850	0.485	0.360	0.273	0.207	0.155
	30°				0.777	0.422	0.305	0.225	0.165
	35°					0.695	0.359	0.251	0.179
	40°						0.608	0.298	0.200
	45°							0.518	0.238
	50°								0.428
10°	0°	0.592	0.511	0.441	0.378	0.323	0.273	0.228	0.189
	5°	0.658	0.559	0.476	0.405	0.343	0.288	0.240	0.197
	10°	0.760	0.623	0.520	0.437	0.366	0.305	0.252	0.206
	15°	1.129	0.723	0.581	0.478	0.395	0.325	0.267	0.216
	20°		1.103	0.679	0.535	0.432	0.351	0.284	0.228
	25°			1.062	0.628	0.484	0.383	0.305	0.242
	30°				1.005	0.571	0.430	0.334	0.260
	35°					0.935	0.509	0.375	0.284
	40°						0.853	0.445	0.319
	45°							0.763	0.380
	50°								0.668
20°	0°	0.690	0.611	0.540	0.476	0.419	0.366	0.317	0.273
	5°	0.774	0.673	0.588	0.514	0.449	0.389	0.336	0.287
	10°	0.904	0.757	0.649	0.560	0.484	0.416	0.357	0.303
	15°	1.372	0.889	0.731	0.618	0.526	0.448	0.380	0.321
	20°		1.383	0.862	0.697	0.579	0.486	0.408	0.341
	25°			1.372	0.825	0.655	0.536	0.442	0.365
	30°				1.341	0.778	0.606	0.487	0.395
	35°					1.290	0.722	0.551	0.435
	40°						1.221	0.609	0.492
	45°							1.136	0.590
	50°								1.037
−10°	0°	0.458	0.371	0.298	0.237	0.186	0.142	0.106	0.076
	5°	0.503	0.400	0.318	0.251	0.195	0.148	0.110	0.078
	10°	0.576	0.442	0.344	0.267	0.205	0.155	0.114	0.081
	15°	0.850	0.509	0.380	0.289	0.219	0.163	0.119	0.084
	20°		0.776	0.441	0.320	0.237	0.174	0.125	0.087
	25°			0.695	0.374	0.263	0.188	0.133	0.091
	30°				0.607	0.308	0.209	0.143	0.097
	35°					0.518	0.246	0.159	0.104
	40°						0.428	0.189	0.116
	45°							0.341	0.137
	50°								0.259
−20°	0°	0.405	0.314	0.240	0.180	0.132	0.093	0.062	0.038
	5°	0.445	0.338	0.255	0.189	0.137	0.096	0.064	0.039
	10°	0.509	0.372	0.275	0.201	0.144	0.100	0.066	0.040
	15°	0.763	0.429	0.303	0.216	0.152	0.104	0.068	0.041
	20°		0.667	0.352	0.239	0.164	0.110	0.071	0.042
	25°			0.568	0.280	0.182	0.119	0.075	0.044
	30°				0.470	0.214	0.131	0.080	0.046
	35°					0.374	0.155	0.089	0.049
	40°						0.284	0.105	0.055
	45°							0.203	0.065
	50°								0.133

$\delta=20°$ **续表 6-1**

α	ϕ / β	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
0°	0°			0.357	0.297	0.245	0.199	0.160	0.125
	5°			0.384	0.317	0.259	0.209	0.166	0.130
	10°			0.419	0.340	0.275	0.220	0.174	0.135
	15°			0.467	0.371	0.295	0.234	0.183	0.140
	20°			0.547	0.414	0.322	0.251	0.193	0.147
	25°			0.874	0.487	0.360	0.273	0.207	0.155
	30°				0.798	0.425	0.306	0.225	0.166
	35°					0.714	0.362	0.252	0.180
	40°						0.625	0.300	0.202
	45°							0.532	0.241
	50°								0.440
10°	0°			0.438	0.377	0.322	0.273	0.229	0.190
	5°			0.475	0.404	0.343	0.289	0.241	0.198
	10°			0.521	0.438	0.367	0.306	0.254	0.208
	15°			0.586	0.480	0.397	0.328	0.269	0.218
	20°			0.690	0.540	0.436	0.354	0.286	0.230
	25°			1.111	0.639	0.490	0.388	0.309	0.245
	30°				1.051	0.582	0.437	0.338	0.264
	35°					0.978	0.520	0.381	0.288
	40°						0.893	0.456	0.325
	45°							0.799	0.389
	50°								0.699
20°	0°			0.543	0.479	0.422	0.370	0.321	0.277
	5°			0.594	0.520	0.454	0.395	0.341	0.292
	10°			0.659	0.568	0.490	0.423	0.363	0.309
	15°			0.747	0.629	0.535	0.456	0.387	0.327
	20°			0.891	0.715	0.592	0.496	0.417	0.349
	25°			1.467	0.854	0.673	0.549	0.453	0.374
	30°				1.434	0.807	0.624	0.501	0.406
	35°					1.379	0.750	0.569	0.448
	40°						1.305	0.685	0.509
	45°							1.214	0.615
	50°								1.109
−10°	0°			0.291	0.232	0.182	0.140	0.105	0.076
	5°			0.311	0.245	0.191	0.146	0.108	0.078
	10°			0.337	0.262	0.202	0.153	0.113	0.080
	15°			0.374	0.284	0.215	0.161	0.117	0.083
	20°			0.437	0.316	0.233	0.171	0.124	0.086
	25°			0.703	0.371	0.260	0.186	0.131	0.090
	30°				0.614	0.306	0.207	0.142	0.096
	35°					0.524	0.245	0.158	0.103
	40°						0.433	0.188	0.115
	45°							0.344	0.137
	50°								0.262
−20°	0°			0.231	0.174	0.128	0.090	0.061	0.038
	5°			0.246	0.183	0.133	0.094	0.062	0.038
	10°			0.266	0.195	0.140	0.097	0.064	0.039
	15°			0.294	0.210	0.148	0.102	0.067	0.040
	20°			0.344	0.233	0.160	0.108	0.069	0.042
	25°			0.566	0.274	0.178	0.116	0.073	0.043
	30°				0.468	0.210	0.129	0.079	0.045
	35°					0.373	0.153	0.087	0.049
	40°						0.283	0.104	0.054
	45°							0.202	0.064
	50°								0.133

$\delta = 25°$ **续表 6-1**

α	ϕ / β	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
0°	0°				0.296	0.245	0.199	0.160	0.126
	5°				0.316	0.259	0.209	0.167	0.130
	10°				0.340	0.275	0.221	0.175	0.136
	15°				0.372	0.296	0.235	0.184	0.141
	20°				0.417	0.324	0.252	0.195	0.148
	25°				0.494	0.363	0.275	0.209	0.157
	30°				0.828	0.432	0.309	0.228	0.168
	35°					0.741	0.368	0.256	0.183
	40°						0.647	0.306	0.205
	45°							0.552	0.246
	50°								0.456
10°	0°				0.379	0.325	0.276	0.232	0.193
	5°				0.408	0.346	0.292	0.244	0.201
	10°				0.443	0.371	0.311	0.258	0.211
	15°				0.488	0.403	0.333	0.273	0.222
	20°				0.551	0.443	0.360	0.292	0.235
	25°				0.658	0.502	0.396	0.315	0.250
	30°				1.112	0.600	0.448	0.346	0.270
	35°					1.034	0.537	0.392	0.295
	40°						0.944	0.471	0.335
	45°							0.845	0.403
	50°								0.739
20°	0°				0.488	0.430	0.377	0.329	0.284
	5°				0.530	0.463	0.403	0.349	0.300
	10°				0.582	0.502	0.433	0.372	0.318
	15°				0.648	0.550	0.469	0.399	0.337
	20°				0.740	0.612	0.512	0.430	0.360
	25°				0.894	0.699	0.569	0.469	0.387
	30°				1.553	0.846	0.650	0.520	0.421
	35°					1.494	0.788	0.594	0.466
	40°						1.414	0.721	0.532
	45°							1.316	0.647
	50°								1.201
−10°	0°				0.228	0.180	0.139	0.104	0.075
	5°				0.242	0.189	0.145	0.108	0.078
	10°				0.259	0.200	0.151	0.112	0.080
	15°				0.281	0.213	0.160	0.117	0.083
	20°				0.314	0.232	0.170	0.123	0.086
	25°				0.371	0.259	0.185	0.131	0.090
	30°				0.620	0.307	0.207	0.142	0.096
	35°					0.534	0.246	0.159	0.104
	40°						0.441	0.189	0.116
	45°							0.351	0.138
	50°								0.267
−20°	0°				0.170	0.125	0.089	0.060	0.037
	5°				0.179	0.131	0.092	0.061	0.038
	10°				0.191	0.137	0.096	0.063	0.039
	15°				0.206	0.146	0.100	0.066	0.040
	20°				0.229	0.157	0.106	0.069	0.041
	25°				0.270	0.175	0.114	0.072	0.043
	30°				0.470	0.207	0.127	0.078	0.045
	35°					0.374	0.151	0.086	0.048
	40°						0.284	0.103	0.053
	45°							0.203	0.064
	50°								0.133

表 6-2　土对挡土墙墙背的摩擦角

挡 土 墙 情 况	摩 擦 角 δ
墙背平滑、排水不良	$(0\sim 0.33)\phi$
墙背粗糙、排水良好	$(0.33\sim 0.5)\phi$
墙背很粗糙、排水良好	$(0.5\sim 0.67)\phi$
墙背与填土间不可能滑动	$(0.67\sim 1.0)\phi$

注：ϕ 为墙背填土的内摩擦角。

（二）无粘性土的被动土压力

用同样方法可得出总被动土压力 E_p 值为

$$E_p = \frac{1}{2}\gamma H^2 K_p \tag{6-24}$$

其中

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi+\alpha)}{\cos^2\alpha\cdot\cos(\alpha-\delta)\left[1-\sqrt{\dfrac{\sin(\phi+\delta)\cdot\sin(\phi+\beta)}{\cos(\alpha-\delta)\cdot\cos(\alpha-\beta)}}\right]^2} \tag{6-25}$$

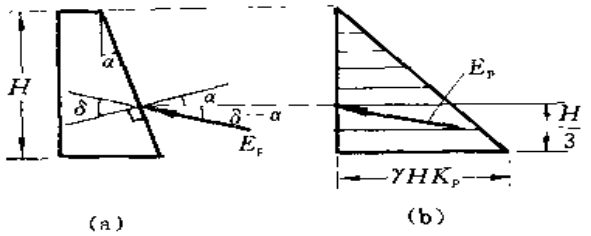


图 6-23　库伦被动土压力强度分布

K_p 称为库伦被动土压力系数。式中其它符号意义同前。

被动土压力强度 p_{pz} 沿墙也呈三角形分布，见图 6-23b。合力 E_p 作用方向在墙背法线下方，与法线成 δ 角，与水平面成 $\delta-\alpha$ 角，如图 6-23a 所示，作用点在距墙底 $\frac{1}{3}H$ 处。

【例题 6-2】　某重力式挡土墙高 $H=4.0$m，$\alpha=10°$，$\beta=5°$，墙后回填砂土，$c=0$，$\phi=30°$，$\gamma=18$ kN/m³。试分别求出当 $\delta=\frac{1}{2}\phi$ 和 $\delta=0$ 时，作用于墙背上的总主动土压力 E_a 的大小、方向及作用点。

解：1. 求 $\delta=\frac{1}{2}\phi$ 时的 E_{a1}：

用库伦土压力理论，根据 $\alpha=10°$，$\beta=5°$，$\delta=\frac{1}{2}\phi=15°$，查表 6-1 得 $K_{a1}=0.405$。

则
$$E_{a1}=\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{a1}=\frac{1}{2}\times 18\times 4^2\times 0.405$$
$$=58.3\ \text{kN/m}$$

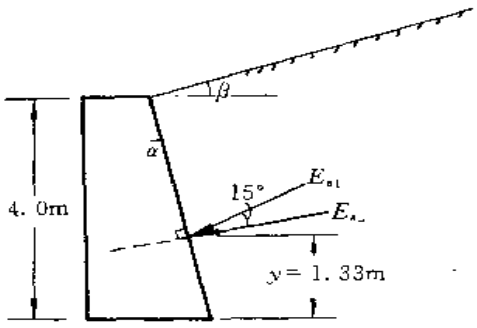


图 6-24　例题 6-2 图

E_{a1} 作用点位置在距墙底 $\frac{H}{3}$ 处，即 $y=\frac{4}{3}=1.33$m。E_{a1} 作用方向与墙背法线夹角成 $\delta=15°$，如图 6-24 所示。

2. 求 $\delta=0$ 时的 E_{a2}：

根据 $\alpha=10°$，$\beta=5°$，$\delta=0$ 查表 6-1 得 $K_{a2}=0.431$，

则
$$E_{a2}=\frac{1}{2}\gamma H^2 K_{a2}=\frac{1}{2}\times 18\times 4^2\times 0.431=62.06\ \text{kN/m}$$

E_{a2} 作用点同 E_{a1}；作用方向与墙背垂直。

3. 经上述计算比较得知，当墙背与填土之间的摩擦角 δ 减小时，作用于墙背上的总主动土压力将增大。

三、图解法

库伦理论本来只讨论了 $c=0$ 的砂性土的土压力问题，而且要求填土面为平面，所以当填土为 $c\neq0$ 的粘性土或填土面不是平面，而是任意折线或曲线形状时，前述库伦公式就不能应用，这种情况下可用图解法求解土压力。

（一）基本方法

设挡土墙及其填土条件如图 6-25a。根据数解法已知，若在墙后填土中任选一与水平面夹角为 θ_1 的滑裂面 AC_1，则可求出土楔 ABC_1 重量 W_1 的大小及方向，以及反力 E_1 及 R_1 的方向，从而可绘制闭合的力三角形，并进而求出 E_1 的大小，见图 6-25b。然后再任选多个不同的滑裂面 AC_2、AC_3、…AC_n；用同样方法可连续绘出多个闭合的力三角形，并得出相应的 E_2、E_3、…E_n 值。将这些力三角形的顶点连成曲线$\overset{\frown}{m_1m_n}$，作曲线$\overset{\frown}{m_1m_n}$的竖直切线（平行于 W 方向），得到切点 m，自 m 点作 E 方向的平行线交 oW 线于 n 点，则 mn 所代表的 E 值为诸多 E 值中的最大值，即为主动土压力 E_a 值。

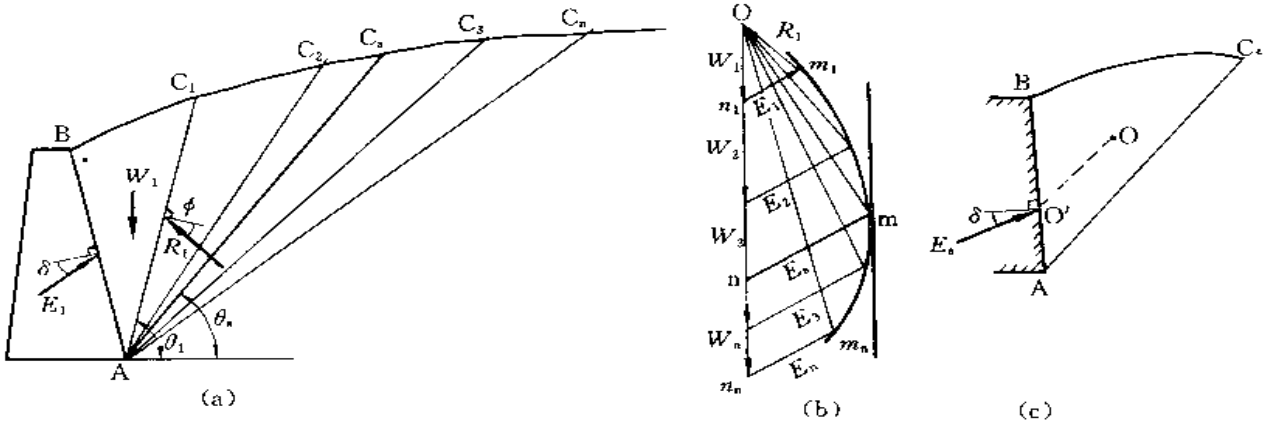


图 6-25　图解法求主动土压力的原理

为找出填土中真正滑裂面的位置，考虑图 6-25b 中的力三角形 omn，根据前面图 6-21b 可知，对应于土压力 E_a 的 R_a(om)与 W_a(on)之间的夹角应为 $\theta_a-\phi$，土的内摩擦角 ϕ 已知，故可求出 θ_a 角，从而可在图 6-25a 中确定出滑裂面$\overline{AC_a}$。

值得提出的是，由图解法只能确定总土压力 E_a 的大小和滑裂面位置，而不能求出 E_a 的作用点的位置。为此，太沙基（1943）建议可用下述近似方法确定。如图 6-25c 所示，在得出滑裂面位置$\overline{AC_a}$后，再找出滑裂体 ABC_a 的重心 O，过 O 点作滑裂面$\overline{AC_a}$的平行线，交墙背于 O′点可以认为 O′点就是 E_a 的作用点。

（二）库尔曼图解法

库尔曼（C・Culmann）图解法是对上述基本方法的一种改进与简化，因此在工程中得到广泛应用。其简化之处在于库尔曼把图 6-25b 中的闭合三角形的顶点 o 直接放在墙跟 A 处，并使之逆时针方向旋转 $90°+\phi$ 角度，使得力三角形中矢量 R 的方向与所假定的滑裂面相一致，如图 6-26a 所示。这时矢量 W 的方向与水平线之间的夹角应为 ϕ；W 与 E 之间夹角应为 ψ，均为常数。然后沿 W 方向即可画出图 6-26b 所示的一系列闭合的三角形，从而

使上述基本图解法得到简化。下面介绍库尔曼图解法的具体步骤（图 6-26b）。

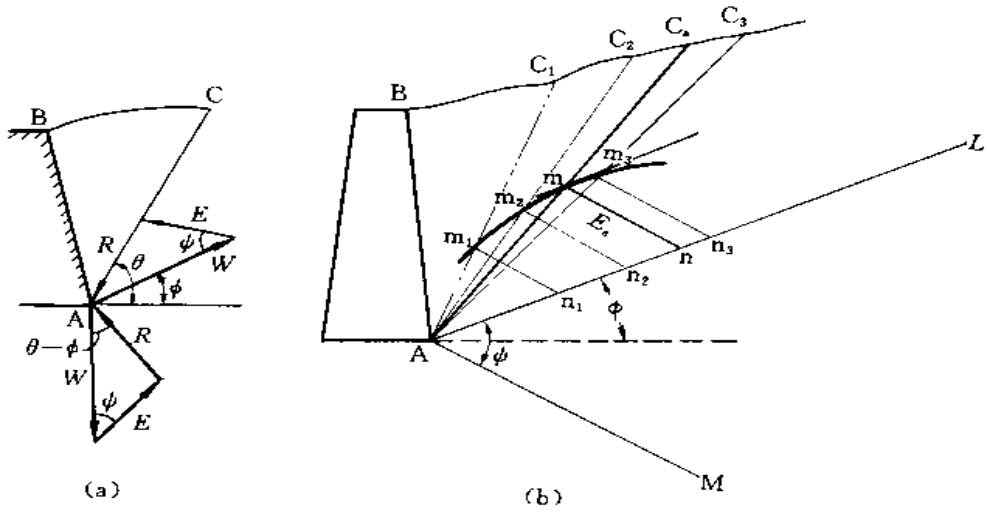


图 6-26　库尔曼图解法求主动土压力

（1）过 A 点作两条辅助线，一条为 AL，令其与水平线成夹角 ϕ，代表矢量 W 的方向；另一条为 AM，与 AL 线成夹角 ψ，代表矢量 E 的方向。

（2）任意假定一破裂面 AC_1，算出滑裂体 ABC_1 的重量 W_1，并按一定比例在 AL 线上截取 An_1 代表 $W1$，自 n_1 点作 AM 的平行线交破裂面于 m_1 点，则 $\triangle m_1n_1A$ 即为滑动土体 ABC_1 的闭合的力三角形，m_1n_1 的长度就等于破裂面为 AC_1 时的土压力 E_1。

（3）同理，再任意假定其它破裂面 AC_2，AC_3，……求得 n_2、n_3 各点，并得出 m_2n_2、m_3n_3 等线。

（4）连接 m_1、m_2、m_3 各点得一曲线，此线即称为库尔曼线。作该曲线与 AL 平行的切线，得切点 m，过切点 m 引 AM 平行线交 AL 于 n，线段$\overline{mn}$就是所求的主动土压力 E_a。

（5）连接$\overline{Am}$，并延长与填土面交于 C_a，则$\overline{AC_a}$即为真正的破裂面。

（三）粘性填土的土压力

当墙后填土为粘性土时，也可考虑用图解法求解主动土压力，见图 6-27。此种情况下，滑动楔体的破裂面上以及墙背与填土的接触面上，除了有摩擦力外还有粘聚力 c 的作用。根据前述朗肯理论已知，在无荷载作用的粘性土半无限体表层 z_0 深度内，由于存在拉应力，将导致裂缝出现（图 6-27a），故在 z_0 深度内的墙背面上和破裂面上无粘聚力 c 的作用。$z_0=\dfrac{2c}{\gamma\sqrt{K_a}}$，该表达式不因地表倾角不同而变化。

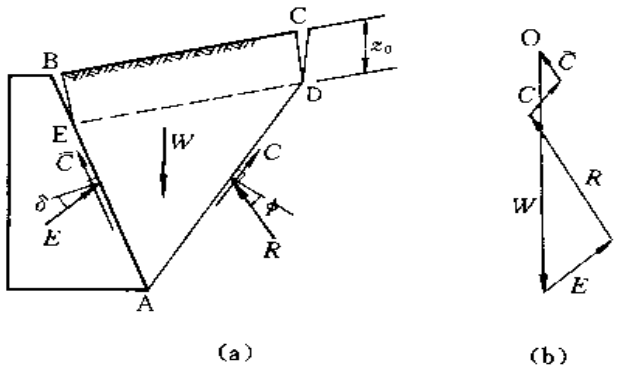


图 6-27　用图解法求粘性土主动土压力

假定破裂面为 ADC 时，作用在滑

动楔体上的力有：

（1）滑动土楔 BEADC 的重量 W；

（2）墙背对填土的反力 E；

（3）沿墙背 AE 的总粘聚力 $\overline{C}=\bar{c}\cdot\overline{AE}$，其中 $\bar{c}$ 为墙与填土接触面上单位面积粘聚力，方向沿接触面，如图 6-27 所示。

（4）破裂面 AD 上的反力 R；

（5）破裂面 AD 上的总粘聚力 $C=c\cdot\overline{AD}$，c 为填土内单位面积上的粘聚力，方向沿破裂面 AD。

这样，上述 5 个力的作用方向均为已知，且 W、$\overline{C}$ 和 C 的大小也已知，根据力系平衡时力多边形闭合的条件，即可确定出 E 的大小，如图 6-27b 所示。

用与无粘性土同样的方法，试算多个破裂面，根据矢量 E 与 R 的交点的轨迹，画出一条光滑曲线，找到最大 E 值即为主动土压力 E_a。

第五节　朗肯理论与库伦理论的比较

朗肯和库伦两种土压力理论都是研究土压力问题的一种简化方法，它们却各有其不同的基本假定、分析方法与适用条件，在应用时必须注意针对实际情况合理选择，否则将会造成不同程度的误差。本节将从分析方法、应用条件以及误差范围等方面将这两个土压力理论作一简单比较。

一、分析方法的异同

朗肯与库伦土压力理论均属于极限状态土压力理论。就是说，用这两种理论计算出的土压力都是墙后土体处于极限平衡状态下的主动与被动土压力 E_a 和 E_p，这是它们的相同点。但两者在分析方法上存在着较大的差别，主要表现在研究的出发点和途径的不同。朗肯理论是从研究土中一点的极限平衡应力状态出发，首先求出的是作用在土中竖直面上的土压力强度 p_a 或 p_p，及其分布形式，然后再计算出作用在墙背上的总土压力 E_a 或 E_p，因而朗肯理论属于极限应力法。库伦理论则是根据墙背和滑裂面之间的土楔，整体处于极限平衡状态，用静力平衡条件，先求出作用在墙背上的总土压力 E_a 或 E_p，需要时再算出土压力强度 p_a 或 p_p 及其分布形式，因而库伦理论属于滑动楔体法。

在上述两种研究途径中，朗肯理论在理论上比较严密，但只能得到如本章所介绍的理想简单边界条件下的解答，在应用上受到限制。库伦理论显然是一种简化理论，但由于其能适用于较为复杂的各种实际边界条件，且在一定范围内能得出比较满意的结果，因而应用更广。

二、适用范围

（一）坦墙的土压力计算

朗肯和库伦两种土压力理论的适用范围显然与填土面的形状、墙背的倾角和粗糙度等因素有关。为了阐明如何根据这些边界条件来选用计算理论，本节先选用坦墙进行分析。

1. 什么是坦墙

按照前述库伦假定，当墙移动直至墙后土楔体破坏时，有两个滑裂面产生。一个是墙的背面，另一个是土中某一平面（图 6-19）。无疑，这种假定在 $\delta \ll \phi$ 时是比较合理的，但是当墙背粗糙度较大，$\delta \approx \phi$ 时，就可能出现两种情况：一种情况是若墙背较陡，倾角 α 较小，则上述假定仍可成立；另一种情况是，如果墙背较平缓，倾角 α 较大，则墙后土体破坏时滑动土楔可能不再沿墙背 AB 滑动，而是沿如图 6-28 所示的 BC 和 BD 面滑动，两个滑裂面将均发生在土中。这时，称 BD 为第一滑裂面，BC 为第二滑裂面。工程中常把出现第二滑裂面的挡土墙定义为坦墙。在这种情况下，滑动土楔 BCD 乃处于极限平衡状态，而位于第二滑裂面与墙体之间的棱体 ABC 则尚未达到极限平衡状态，它将贴附于墙背 AB 上与墙一起移动，故可将其视为墙体的一部分。

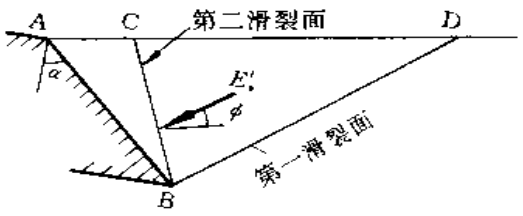


图 6-28　坦墙与第二滑裂面

显然，对于坦墙，库伦公式不能用来直接求出作用在墙背 AB 面上的土压力，但却可用其求出作用于第二滑裂面 BC 上的土压力 E_a'。要注意的是，由于破裂面 BC 也存在于土中，是土与土之间的摩擦，E_a' 与 BC 面法线的夹角不是 δ 而应是 ϕ。这样，最终作用于墙背 AB 面上的主动土压力 E_a 就是 E_a' 与三角形土体 ABC 重力的合力。

根据前述可知，产生第二滑裂面的条件应与墙背倾角 α，墙背与土摩擦角 δ，土的内摩擦角 ϕ，以及填土坡角 β 等因素有关，一般可用临界倾斜角 α_{cr} 来判别：当墙背倾角 $\alpha > \alpha_{cr}$ 时，认为能产生第二滑裂面，应按坦墙进行土压力计算。研究表明，$\alpha_{cr} = f(\delta \cdot \phi \cdot \beta)$。可以证明，当 $\delta = \phi$ 时，α_{cr} 可用下式表达：

$$\alpha_{cr} = 45° - \frac{\phi}{2} + \frac{\beta}{2} - \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\beta}{\sin\phi} \tag{6-26}$$

若填土面水平，$\beta = 0$，则

$$\alpha_{cr} = 45° - \frac{\phi}{2}。 \tag{6-27}$$

2. 坦墙土压力计算方法

对于填土面为平面的坦墙（$\alpha > \alpha_{cr}$），朗肯与库伦两种土压力理论均可应用。下面以图 6-29 所示的 $\beta = 0$，$\delta = \phi$ 的坦墙为例，说明其土压力计算方法。

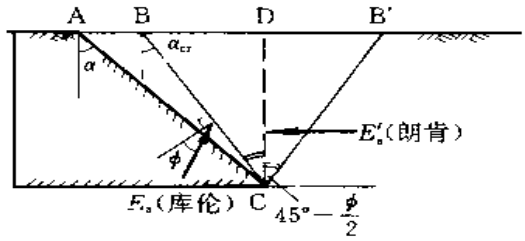


图 6-29　坦墙的土压力计算

按库伦理论计算：

根据式（6-27），$\alpha_{cr} = 45° - \frac{\phi}{2}$，则墙后滑裂土楔将以过墙踵 C 点的竖直面 CD 面为对称面下滑，二个滑裂面 BC，和 B'C 与 CD 夹角都应是 $45° - \frac{\phi}{2}$，从而两个滑裂面位置均为已知，根据库伦理论即可求出作用于第二滑裂面 BC 上的库伦土压力 E_a' 的大小和方向（与 BC 面的法线成夹角 ϕ）。最后作用于 AC 墙背上的土压力 $\vec{E}_a$ 就是土压力 $\vec{E}_{a(库伦)}'$ 与三角形土体 ABC 的重力 $\vec{W}$（竖向）的向量和。

按朗肯理论计算：

由于滑动楔体 BCB′以垂直面 CD 为对称面，故 CD 面可视为无剪应力的光滑面，符合朗肯的竖直光滑墙背条件。当填土面水平时，可按前述朗肯理论，用公式(6-6)求出作用于 CD 面上的朗肯土压力 E_a'(方向水平)。最后作用在 AC 墙背上的土压力 $\vec{E}_a$ 应是土压力 $\vec{E}_{a(朗肯)}'$ 与三角形土体 ACD 的重力 $\vec{W}$ 之向量和。

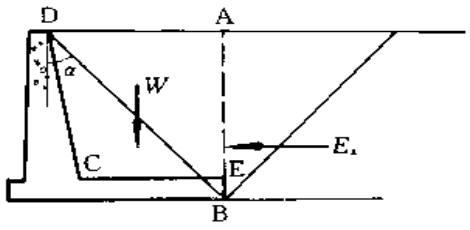


图 6-30　L 形挡土墙土压力计算

同样理由，对于工程中经常采用的一种 L 形的钢筋混凝土挡土墙(图 6-30)，当墙底板足够宽，使得由墙顶 D 与墙踵 B 的连线形成的夹角 α 大于 α_{cr} 时，作用在这种挡土墙上的土压力也可按坦墙方法进行计算。通常可用朗肯理论求出作用在经过墙踵 B 点的竖直面 AB 上的土压力 E_a。在对这种挡土墙进行稳定分析时，底板以上 DCEA 范围内的土重 W，可作为墙身重量的一部分来考虑。

【例题 6-3】 某悬臂式钢筋混凝土挡土墙如图 6-31 所示，已知墙后填土的 $c=0$，$\phi=40°$，$\gamma=17\ \text{kN/m}^3$；墙底板与土的摩擦角 $\delta=30°$；墙身混凝土单位重 $\gamma_c=23.5\text{kN/m}^3$。试求挡土墙的抗滑稳定安全系数 F_s。

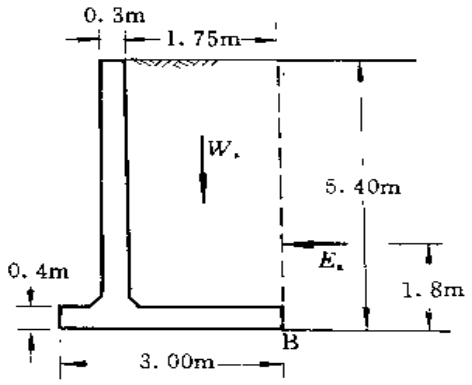


图 6-31　例题 6-3 图

解：

1. 用朗肯理论计算作用于 AB 面上的主动土压力 E_a。

$$K_a=\text{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)=\text{tg}^2(45°-20°)=0.217$$

$$E_a=\frac{1}{2}\gamma H^2K_a=\frac{1}{2}\times 17\times 5.4^2\times 0.217$$

$$=53.8\ \text{kN}$$

2. 计算墙底板以上土重 W_1

$$W_1=1.75\times 5.0\times 17=148.8\ \text{kN}$$

3. 计算挡土墙自重 W_c

$$W_c=(0.3\times 5.0+3\times 0.4)\times 23.5=63.5\ \text{kN}$$

4. 求挡土墙抗滑稳定安全系数 F_s

$$F_s=\frac{\sum R_v\cdot\text{tg}\delta}{R_h}=\frac{(W_1+W_c)\cdot\text{tg}30°}{E_a}$$

$$=\frac{(148.8-63.5)\times 0.577}{53.8}=2.28$$

(二) 朗肯理论的应用范围

1. 墙背与填土面条件

综合前面所述可知，只有当墙背条件不防碍第二滑裂面形成时，才能出现朗肯状态，因而才能采用朗肯公式，故朗肯公式可用于图 6-32 所示的如下四种情况：

(1) 墙背垂直、光滑、墙后填土面水平，即 $\alpha=0$，$\delta=0$，$\beta=0$ (图 6-32a)；

(2) 墙背垂直，填土面为倾斜平面，即 $\alpha=0$，$\beta\neq 0$，但 $\beta<\phi$ 且 $\delta>\beta$ (图 6-32b)；

(3) 坦墙，$\alpha>\alpha_{cr}$，计算面如图 6-32c 所示；

(4) L 形钢筋混凝土挡土墙，计算面如图 6-32d 所示。

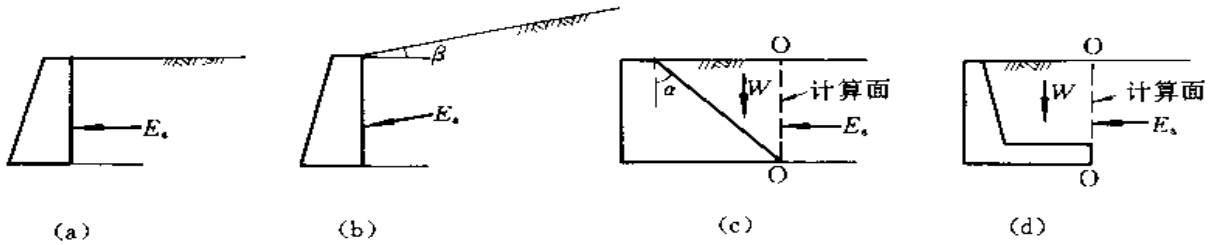


图 6-32　用朗肯公式求解的适用范围

2. 土质条件

无粘性土与粘性土均可用。除情况（2）且填土为粘性土外，均有公式直接求解。

（三）库伦理论的应用范围

1. 墙背与填土面条件

（1）可用于包括朗肯条件在内的各种倾斜墙背的陡墙（$\alpha<\alpha_{cr}$），填土面不限（图 6-33a），即 α、β、δ 可以不为零，但也可以等于零，故较朗肯公式应用范围更广。

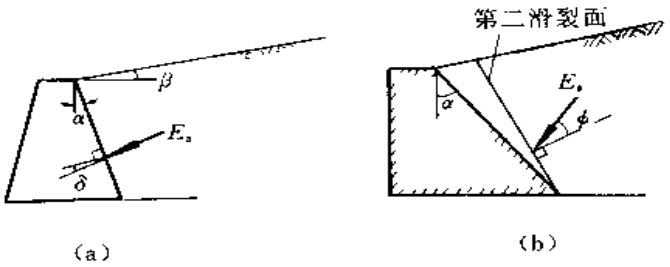


图 6-33　用库伦公式求解的适用范围

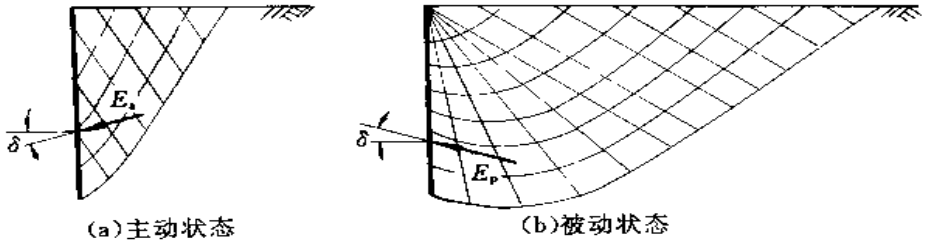
（2）坦墙，填土形式不限，计算面为第二滑裂面如图 6-33b 所示。

2. 土质条件

数解法一般只用于无粘性土，粘性土的数解法由于表达式过于复杂，目前还很少用。图解法则对于无粘性土或粘性土均可方便应用。

三、计算误差

如前所述，朗肯和库伦土压力理论都是建立在某些人为假定的基础上，例如对于竖直墙背和水平填土面的挡土墙，朗肯假定墙背为理想的光滑面，忽略了墙与土之间的摩擦对土压力的影响；库伦理论虽计及墙背与填土的摩擦作用，但却假定土中的滑裂面是通过墙踵的平面，因此计算结果都有一定的误差。比较严格的挡土墙土压力解，可以采用本书第八章中所述的极限平衡理论求得。按极限平衡理论，考虑墙背与填土之间的摩擦角 δ，土体内的滑裂面是由一段平面和一段对数螺线曲面所组成的复合滑动面，如图 6-34 所示。苏联学者索科洛夫斯基（B. B. Соколовский，1960）用极限平衡理论对水平填土面的挡土墙，求出理论解的主动土压力系数 K_a 和被动土压力系数 K_p，如表 6-3，可供计算时查用。以下分别将朗肯理论与库伦理论与极限平衡理论解相对比，从而说明这两种古典土压力理论可能引起多大的误差。



(a)主动状态　　(b)被动状态

图 6-34　墙背有摩擦时的曲面滑裂面

表 6-3　索科洛夫斯基解的主动与被动土压力系数值

ϕ	δ	$\alpha=0°$		$\alpha=10°$		$\alpha=20°$	
		K_a	K_p	K_a	K_p	K_a	K_p
10°	0°	0.70	1.42	0.72	1.31	0.73	1.18
	5°	0.67	1.56	0.70	1.43	0.70	1.29
	10°	0.65	1.66	0.68	1.52	0.70	1.35
20°	0°	0.49	2.04	0.54	1.77	0.58	1.51
	10°	0.45	2.55	0.50	2.19	0.54	1.83
	20°	0.44	3.04	0.50	2.57	0.54	2.13
30°	0°	0.33	3.00	0.40	2.39	0.46	1.90
	15°	0.30	4.62	0.37	3.62	0.43	2.79
	30°	0.31	6.55	0.38	5.03	0.45	3.80
40°	0°	0.22	4.60	0.29	3.37	0.35	2.50
	20°	0.20	9.69	0.27	6.77	0.34	4.70
	40°	0.22	18.2	0.29	12.3	0.38	8.23

（一）朗肯理论

朗肯假定墙背与土无摩擦，$\delta=0$，因此计算所得的主动土压力系数 K_a 偏大，而被动土压力系数 K_p 偏小。以填土面坡角 $\beta=0$，墙背倾角 $\alpha=0$ 的情况为例，朗肯理论与极限平衡理论的土压力系数对比如表 6-4 所示。

表 6-4　朗肯土压力系数与极限平衡理论土压力系数的比较

计算土压力系数方法	ϕ	10°			20°			30°			40°		
	δ	0	5°	10°	0	10°	20°	0	15°	30°	0	20°	40°
极限平衡理论	K_a	0.70	0.67	0.65	0.49	0.45	0.44	0.33	0.30	0.31	0.22	0.20	0.22
	K_p	1.42	1.56	1.66	2.04	2.55	3.04	3.00	4.62	6.55	4.60	9.69	18.2
朗肯理论	K_a	0.704			0.49			0.333			0.217		
	K_p	1.420			2.03			3.00			4.60		

表中数据表明，对于主动土压力，朗肯理论的系数偏大，但差别不大。对于被动土压

力，忽略墙背与填土的摩擦作用，会带来相当大的误差。特别是当 δ 和 ϕ 都比较大时，朗肯的被动土压力系数较之严格的理论解可以小 2—3 倍以上。

（二）库伦理论

库伦理论考虑了墙背与填土的摩擦作用，边界条件是正确的，但却把土体中的滑动面假定为平面，与实际情况和理论解不符。这种平面滑裂面的假定使得破坏楔体平衡时所必须满足的力系对任一点的力矩之和等于零（$\sum M = 0$）的条件得不到满足，这是用库伦理论计算土压力，特别是被动土压力存在很大误差的重要原因。对主动土压力而言，最容易滑动的面就是产生土压力最大的真正滑动面，沿平面滑动比沿理论复合面滑动困难，因而算得的主动土压力稍偏小。相反的，对于被动土压力最容易滑动的面就是能够承受推力最小的真正滑动面，假定为平面滑动，使阻力增加，推力加大，所以库伦的被动土压力偏高。表 6-5 列举常用的 δ 和 ϕ 下，极限平衡理论和库伦理论得到的主动土压力系数 K_a 和被动土压力系数 K_p 的对比。表中数据表明，对于主动土压力，这两种理论计算结果差别很小，对于被动土压力，当 δ 和 ϕ 较小时，两者的差别也在工程计算所允许的范围内，但是当 δ 和 ϕ 值都较大时，两种方法的差别很大，这时库伦理论就不宜应用。

表 6-5　库伦土压力系数与极限平衡理论土压力系数的比较

计算方法	土压力系数	ϕ	10°			20°			30°			40°		
		δ	0	5°	10°	0	10°	20°	0	15°	30°	0	20°	40°
极限平衡理论	K_a		0.70	0.67	0.65	0.49	0.45	0.44	0.33	0.30	0.31	0.22	0.20	0.22
	K_p		1.42	1.56	1.66	2.04	2.55	3.04	3.00	4.62	6.55	4.60	9.69	18.2
库伦理论	K_a		0.70	0.66	0.64	0.49	0.45	0.43	0.33	0.30	0.30	0.22	0.20	0.21
	K_p		1.42	1.57	1.73	2.04	2.63	3.52	3.00	4.98	10.1	4.60	11.77	92.6

综前所述，对于计算主动土压力，各种理论的差别都不大。朗肯土压力公式简单，且能建立起土体处于极限平衡状态时理论破裂面形状和概念。这一概念对于分析许多土体破坏问题，如板桩墙的受力状态，地基的滑动区等都很有用，所以得到工程人员的喜爱，不过在具体实用中，要注意边界条件是否符合朗肯理论的规定，以免得到错误的结果。库伦理论可适用于比较广泛的边界条件，包括各种墙背倾角、填土面倾角和墙背与土的摩擦角等，在工程中应用更广。至于被动土压力的计算、当 δ 和 ϕ 较小时，这两种古典土压力理论尚可应用；而当 δ 和 ϕ 较大时，误差都很大，均不宜采用。

第六节　几种常见情况的主动土压力计算

工程上所遇到的挡土墙及填土的条件，要比朗肯和库伦理论所假定的条件复杂得多。例如填土本身可能是性质不同的成层土，墙后有地下水位存在，墙背不是直线而是折线以及填土面上有荷载作用等。对于这些情况，只能在前述理论基础上作些近似处理。本节将介绍几种常见情况的主动土压力计算方法。

一、成层土的土压力

墙后填土由性质不同的土层组成时，土压力将受到不同填土性质的影响，当墙背竖直、填土面水平时，为简单起见，常用朗肯理论计算。现以图 6-35 所示的双层无粘性填土为例，按两种情况说明其计算方法 。

（一）若 $\phi_1=\phi_2$，$\gamma_1<\gamma_2$

在这种条件下，两层填土的主动土压力系数 K_a 应相同，只是填土的容重 γ 不同，因而按照公式 $p_a=\gamma z K_a$ 可知，两层填土的土压力分布线将表现为在土层分界面处斜率发生变化的折线分布，如图 6-35b 所示。

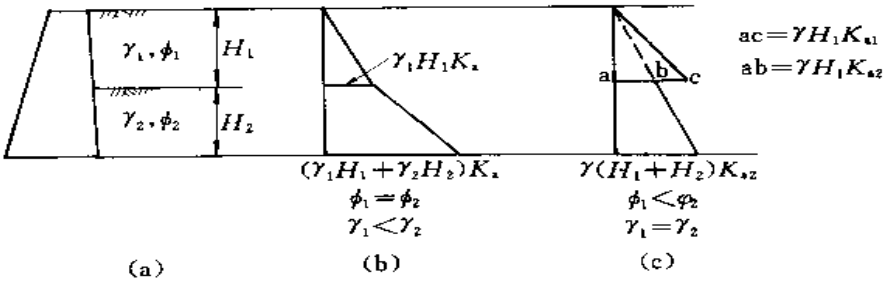


图 6-35　成层土的土压力计算

（二）若 $\gamma_1=\gamma_2$，$\phi_1<\phi_2$，

按照 $K_a=\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)$ 可知，两层填土的主动土压力系数 K_a 不同，分别为 K_{a1} 和 K_{a2}，且 $K_{a1}>K_{a2}$。相应的，两层土的土压力分布斜率不同，且在交界面处发生突变：在界面处上方，土压力 $p_a=\gamma H_1 K_{a1}$，如图 6-35c 中的 ac 段；在界面处下方，土压力 $p_a=\gamma H_1 K_{a2}$，如图中的 ab 段。

二、墙后填土中有地下水位

此时要考虑地下水位对土压力的影响，具体表现在（1）地下水位以下填土重量将因受到水的浮力而减小，计算土压力时应用浮容重 γ'；（2）地下水对填土的强度指标 c、ϕ 的影响。一般认为对砂性土的影响可以忽略；但对粘性填土，地下水将使 c、ϕ 值减小，从而使土压力增大；（3）地下水对墙背产生静水压力作用。

以图 6-36 所示的挡土墙为例，若墙后填土为均一的无粘性土，地下水位在填土表面下 H_1 处，则土压力计算与前面不同容重的双层填土情况相同，土压力分布在地下水位界面处发生转折，如图 6-36 所示。作用在墙背上的水压力 $E_w=\frac{1}{2}\gamma_w H_2^2$，其中 γ_w 为水的容重，H_2 为地下水位以下的墙高。作用在挡

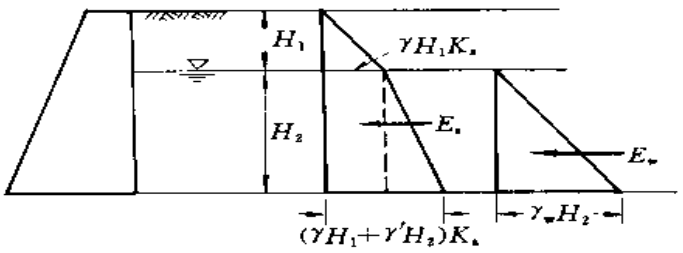


图 6-36　墙后有地下水位时土压力计算

土墙上的总压力应为总土压力 E_a 与水压力 E_w 之和。

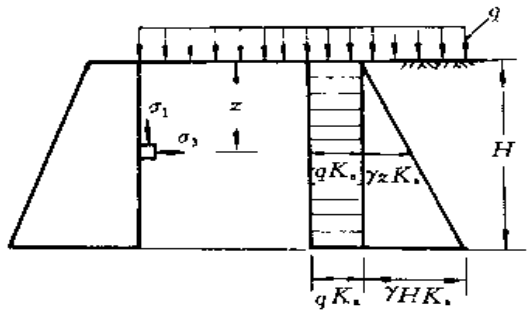
三、填土表面有荷载作用

（一）连续均布荷载作用

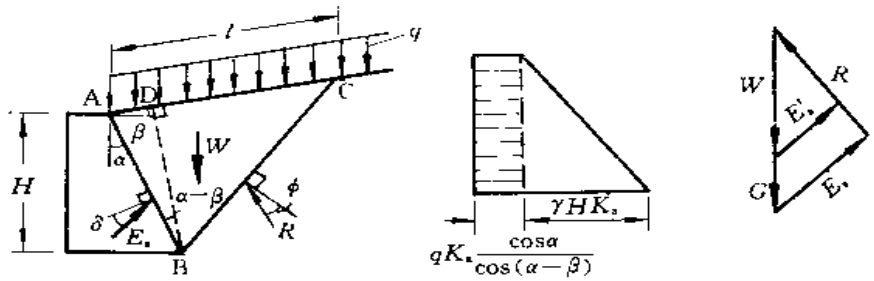
若挡土墙墙背垂直，在水平填土面上有连续均布荷载 q 作用时（图 6-37a），也可用朗肯理论计算主动土压力。此时填土面下，墙背面 z 深度处土单元所受的应力 $\sigma_1=q+\gamma z$，则 $\sigma_3=p_a=\sigma_1 K_a$，即

$$p_a = qK_a + \gamma z K_a \tag{6-28}$$

由式（6-28）可看出，作用在墙背面的土压力 p_a 由两部分组成：一部分由均布荷载 q 引起，是常数，其分布与深度 z 无关；另一部分由土重引起，与深度 z 成正比。总土压力 E_a 即为图 6-37a 所示的梯形分布图的面积。



(a)



(b)　　(c)　　(d)

图 6-37　填土面上有连续均布荷载作用

若挡土墙墙背及填土面均为倾斜平面，如图 6-37b 所示时，为了求解作用在墙背上的总土压力 E_a，可以采用库伦图解法。这时可认为滑裂面位置不变，仍与没有 q 荷载作用时相同，只是在计算每一滑动楔体重量 W 时，应将该滑动楔体范围内的总荷载重 $G=ql$ 考虑在内（图 6-37d），然后即可按前述第四节的方法求出总主动土压力 E_a。此外，也可用数解法，直接由库伦理论在计入作用于滑动楔体上的荷载 $G=ql$ 后，推导出计算总土压力 E_a 的公式。在图 6-37d 中，设 E_a' 为填土表面没有荷载作用时的总土压力，E_a 为计入填土表面均布荷载后的总土压力，根据三角形相似原理，应有：

$$\frac{E_a}{E_a'}=\frac{W+G}{W}$$

故
$$E_a=E_a'\left(1+\frac{G}{W}\right) \tag{6-29}$$

若令
$$\Delta E_a=E_a'\frac{G}{W} \tag{6-30}$$

则
$$E_a=E_a'+\Delta E_a \tag{6-31}$$

由式(6-31)可以看出，等号右边第一项 E_a' 为土重引起的总土压力，根据式(6-21)知 $E_a'=\frac{1}{2}\gamma H^2K_a$；第二项即为填土表面上均布荷载 q 引起的土压力增量 ΔE_a。下面推求 ΔE_a：

从图 6-37b 所示的几何关系可知：

$$W=\frac{l\cdot\overline{BD}}{2}\gamma \tag{6-32}$$

$$\overline{BD}=\overline{AB}\cdot\cos(\alpha-\beta)=\frac{H}{\cos\alpha}\cdot\cos(\alpha-\beta) \tag{6-33}$$

将式（6-21）、(6-32)、(6-33）代入式（6-30），并经化简即可得出

$$\Delta E_a=qHK_a\frac{\cos\alpha}{\cos(\alpha-\beta)} \tag{6-34}$$

于是，作用在挡土墙上的总土压力 E_a 的计算公式应为

$$E_a=E_a'+\Delta E_a=\frac{1}{2}\gamma H^2K_a+qHK_a\frac{\cos\alpha}{\cos(\alpha-\beta)} \tag{6-35}$$

土压力沿墙高的分布如图 6-37c 所示。

（二）局部荷载作用

若填土表面有局部荷载 q 作用时(图 6-38a)，则 q 对墙背产生的附加土压力强度值仍可用朗肯公式计算，即 $p_{aq}=qK_a$，但其分布范围缺乏在理论上的严格分析。一种近似方法认为，地面局部荷载产生的土压力是沿平行于破裂面的方向传递至墙背上的。在如图 6-38a 所示的条件下，荷载 q 仅在墙背 cd 范围内引起附加土压力 p_{aq}，c 点以上和 d 点以下，认为不受 q 的影响，c、d 两点分别为自局部荷载 q 的两个端点 a、b 作与水平面成 $45°+\frac{\phi}{2}$ 的斜线至墙背的交点。作用于墙背面的总土压力分布如图 6-38b 中所示的阴影面积。

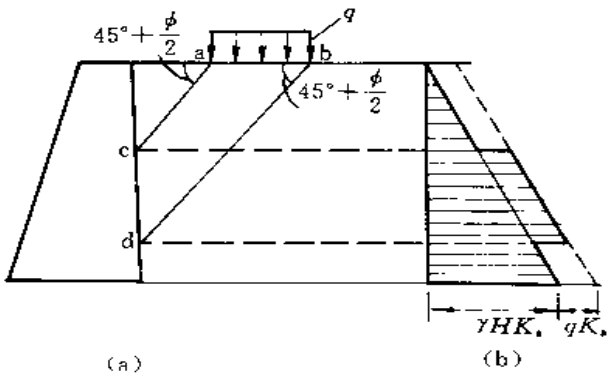


图 6-38　填土表面有局部荷载作用

【例题 6-4】 某挡土墙的墙壁光滑($\delta=0$)，墙高7.0m，墙后两层填上，性质如图 6-39a 所示，地下水位在填土表面下 3.5m 处与第二层填土面齐平。填土表面作用有 $q=100$ kPa 的连续均布荷载。试求作用在墙

上的总主动土压力 E_a、水压力 E_w 及其作用点位置。

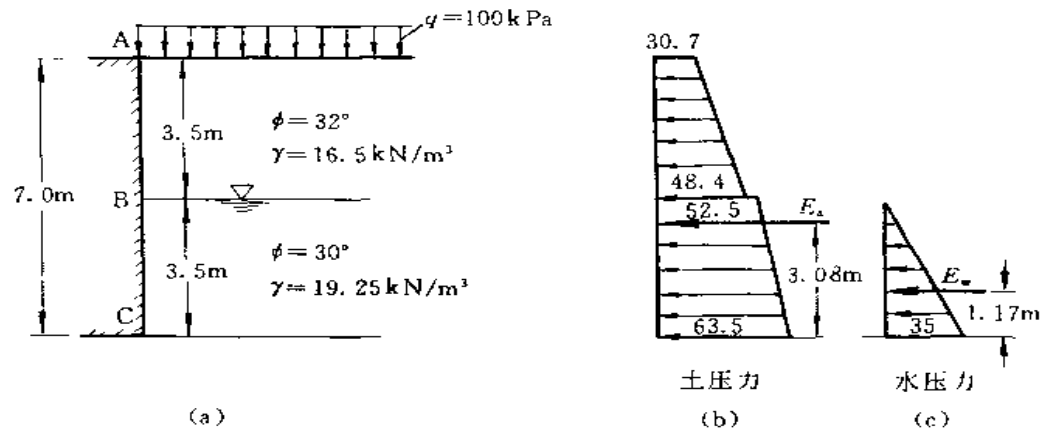


图 6-39　例题 6-4 图

解：依本题所给条件，可按朗肯理论计算。

1. 先求二层土的主动土压力系数 K_{a1}和 K_{a2}。

$$K_{a1}=\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{32°}{2}\right)=0.307$$

$$K_{a2}=\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{30°}{2}\right)=0.333$$

2. 沿墙高求 A、B、C 三点的土压力强度

根据式 (6-28) $p_a=(q+\gamma Z)K_a$ 可知：

A 点：$Z=0$，$p_{aA}=qK_{a1}=100\times0.307=30.7$ kPa；

B 点：分界面以上，$H_1=3.5$m，$\gamma_1=16.5$ kN/m³，

$$p_{aB}=qK_{a1}+\gamma_1H_1K_{a1}=30.7+16.5\times3.5\times0.307$$

$$=30.7+17.7=48.4\ \text{kPa}$$

分界面以下：

$$p_{aB}'=(q+\gamma_1H_1)K_{a2}=(100+16.5\times3.5)\times0.333=52.5\ \text{kPa}$$

C 点：$H_2=3.5$m，$\gamma'=19.25-9.81=9.44$ kN/m³，

$$p_{aC}=(q+\gamma_1H_1+\gamma_2'H_2)K_{a2}=(100+16.5\times3.5+9.44\times3.5)\times0.333$$

$$=63.5\ \text{kPa}$$

A、B、C 三点土压力分布图示于例图 6-39b。作用于挡土墙上的总土压力，即为土压力分布面积之和，故

$$E_a=\frac{1}{2}(30.7+48.4)\times3.5+\frac{1}{2}(52.5+63.5)\times3.5$$

$$=341.4\ \text{kN}$$

3. 求水压力 E_w

$$E_w=\frac{1}{2}\gamma_wH_2^2=\frac{1}{2}\times9.8\times3.5^2=60.0\ \text{kN}$$

水压力的分布见图 6-39c，E_w 作用于距墙底$\frac{3.5}{3}=1.17$m 处。

4. 求 E_a 的作用点位置

设 E_a 作用点距墙底高度为 H_c，则

$$H_c=\Big[30.7\times3.5\times5.25+\frac{1}{2}(48.4-30.7)\times3.5\times4.67+52.5\times3.5\times1.75+\frac{1}{2}(63.5-52.5)\times3.5\times1.17\Big]/341.4$$

$$=3.08\ \text{m}$$

四、墙背形状有变化的情况

（一）折线形墙背

当挡土墙墙背不是一个平面而是折面时(图 6-40a)，可用墙背转折点为界，分成上墙与下墙，然后分别按库伦理论计算主动土压力 E_a。

首先将上墙 AB 当作独立挡土墙，计算出主动土压力 E_{a1}，这时不考虑下墙的存在。然后计算下墙的土压力。计算时，可将下墙背 BC 向上延长交地面线于 D 点，以 DBC 作为假想墙背，算出墙背土压力分布如图 6-40b 中 DCE 所示。再截取与 BC 段相应的部分，即 BCEF 部分，算出其合力，即为作用于下墙 BC 段的总主动土压力 E_{a2}。

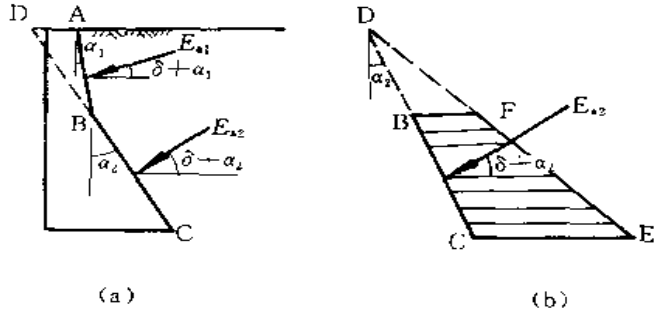


图 6-40　折线墙背土压力计算

（二）墙背设置卸荷平台

为了减少作用在墙背上的主动土压力，有时采用在墙背中部加设卸荷平台的办法，见图 6-41a。此时，平台以上 H_1 高度内，可按朗肯理论，计算作用在 AB 面上的土压力分布如图 6-41b 所示。由于平台以上土重 W 已由卸荷台 BCD 承担，故平台下 C 点处土压力变为零，从而起到减少平台下 H_2 段内土压力的作用。减压范围，一般认为至滑裂面与墙背交点 E 处为止。连接图 6-41b 中相应的 C′和 E′，则图中阴影部分即为减压后的土压力分布。显然卸荷平台伸出越长，则减压作用越大。

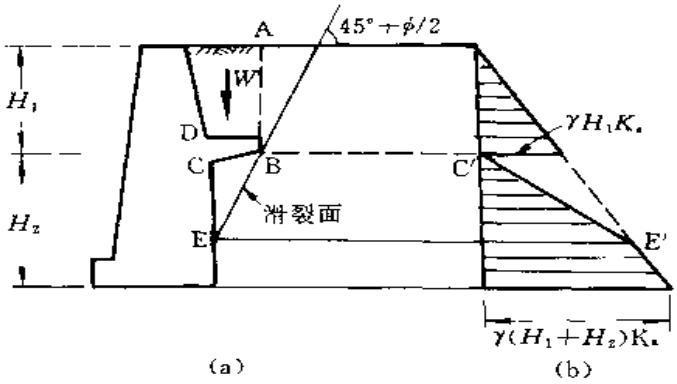


图 6-41　带卸荷台的挡土墙土压力

五、地震土压力计算

地震时作用在挡土墙上的土压力称为动土压力，由于受地震时的动力作用，墙背上的动土压力不论其大小或分布形式，都不同于无振动情况下的静土压力。动土压力的确定，不仅与地震强度有关，还受地基土、挡土墙及墙后填土等的振动特性所影响，是一个比较复杂的问题。目前国内外工程实践中仍多用拟静力法进行地震土压力计算，即从静力条件下

的库伦土压力理论为基础，考虑竖向和水平方向地震加速度的影响，对原库伦公式加以修正，其中物部-冈部（Mononobe-okabe，1926）提出的分析方法使用较为普遍，通称为物部-冈部法，下面对该法作一简要介绍。

图 6-42a 表示一具有倾斜墙背 α，和倾斜填土面 β 的挡土墙，ABC 为无地震情况下的滑动楔体，楔体重量 W。地震时，墙后土体受地震加速度作用，产生惯性力。地震加速度可分为水平方向和竖直方向两个分量，方向可正可负，取其不利方向。水平地震惯性力 $K_h \cdot W$ 取朝向挡土墙，竖向地震惯性力 $K_v \cdot W$ 取竖直向上，见图 6-42b，其中

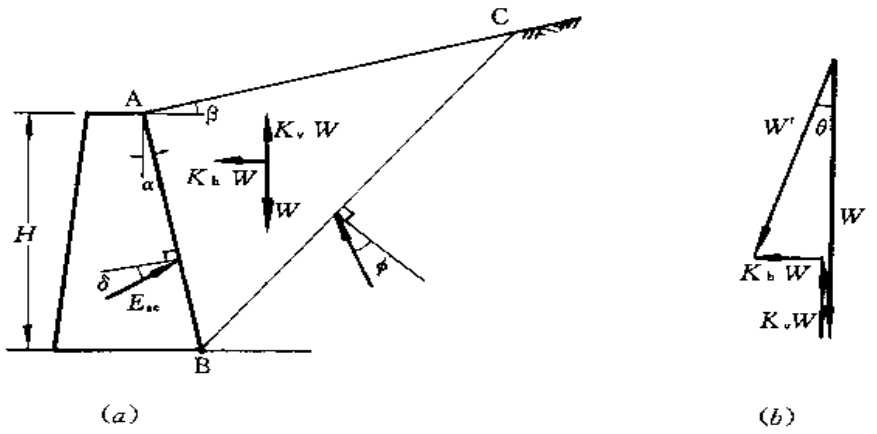


图 6-42　地震时滑动楔体受力分析

$$K_h = \frac{\text{地震加速度的水平分量}}{\text{重力加速度 g}}$$，称之为水平向地震系数；

$$K_v = \frac{\text{地震加速度的竖直分量}}{\text{重力加速度 g}}$$，称之为竖向地震系数。

将这两个惯性力当成静载与土楔体重量 W 组成合力 W'，则 W' 与铅直线的夹角为 θ，称 θ 为地震偏角。显然，

$$\theta = \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{K_h}{1 - K_v}\right) \tag{6-36}$$

$$W' = (1 - K_v)W \cdot \mathrm{Sec}\theta \tag{6-37}$$

这样，若假定在地震条件下，土的内摩擦角 ϕ 与墙背摩擦角 δ 均不改变，则墙后滑动楔体的平衡力学如图 6-43a 所示。可以看出，该平衡力系图与原库伦理论力系图的差别仅在于 W' 方向与垂直方向倾斜了 θ 角。为了直接利用库伦公式计算 W' 作用下的土压力 E_{ae}，物部-冈部提出了将墙背及填土均逆时针旋转 θ 角的方法，（见图 6-43b），使 W' 仍处于竖直方向。由于这种转动并未改变平衡力系中三力间的相互关系，即没有改变图 6-43c 中的力三角形 $\triangle edf$，故这种改变不会影响对 E_{ae} 的求算，但需将原挡土墙及填土的边界参数加以改变，成为

$$\left.\begin{aligned} \beta' &= \beta + \theta \\ \alpha' &= \alpha + \theta \\ H' &= \mathrm{AB} \cdot \cos(\alpha + \theta) = H \cdot \frac{\cos(\alpha + \theta)}{\cos\alpha} \end{aligned}\right\} \tag{6-38}$$

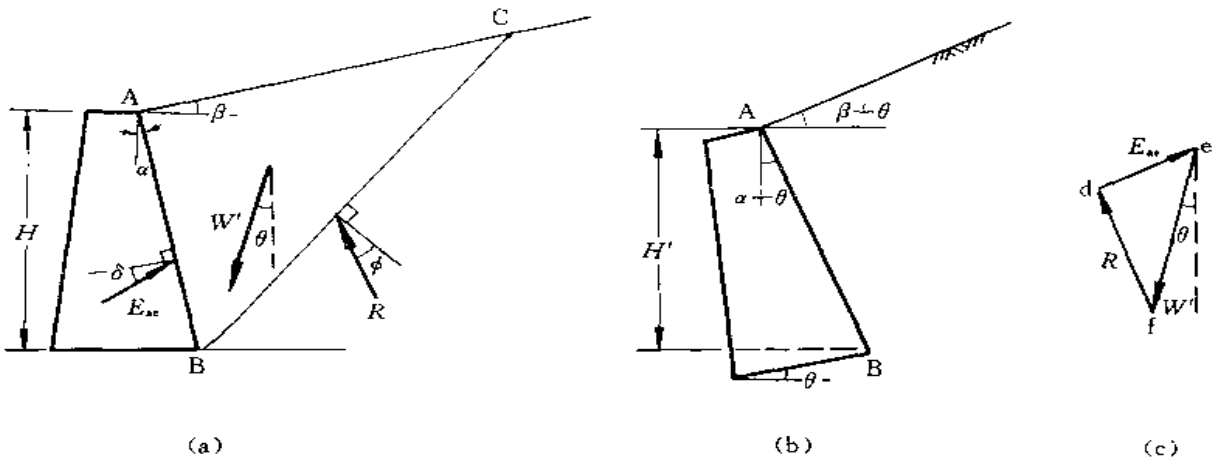


图 6-43　物部-冈部法求地震土压力

另外由式（6-37），土楔体的容重变为 $\gamma'=\gamma(1-K_v)\mathrm{Sec}\theta$。用这些变换后的新参数 β'、α'、H'、γ' 代替库伦主动土压力公式（6-21）中的 β、α、H 和 γ，整理后得出地震条件下的动主动土压力 E_{ae}

$$E_{ae}=(1-K_v)\frac{\gamma H^2}{2}K_{ae} \tag{6-39}$$

其中

$$K_{ae}=\frac{\cos^2(\phi-\alpha-\theta)}{\cos\theta\cdot\cos^2\alpha\cdot\cos(\alpha+\theta+\delta)\left[1+\sqrt{\dfrac{\sin(\phi+\delta)\cdot\sin(\phi-\beta-\theta)}{\cos(\alpha-\beta)\cdot\cos(\alpha+\theta+\delta)}}\right]^2}$$

K_{ae}即为考虑了地震影响的主动土压力系数。通常称式(6-40)为物部-冈部主动土压力公式。

从式（6-39）可看出，若（$\phi-\beta-\theta$）<0，则 K_{ae}没有实数解，意味着不满足平衡条件。因此，根据平衡要求，回填土的极限坡角应为 $\beta\leqslant\phi-\theta$。

按物部-冈部公式，墙后动土压力分布仍为三角形，作用点在距墙底$\frac{1}{3}H$ 处，但有些理论分析和实测资料表明，作用点的位置高于$\frac{1}{3}H$，约在$\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)H$ 之间，随水平地震作用的加强而提高。

除上述方法外，还有不少其它求动土压力的简化方法，例如将土的内摩擦角 ϕ 适当减少后，仍按静土压力公式计算的方法，或将静土压力增加一个百分数，作为地震作用下的动土压力。我国《水工建筑物抗震设计规范》SDJ10-78，建议的计算公式，就属于后者，在水平向地震力作用下其建议公式为：

$$E_{ae}=(1+K_hC_zC_e\cdot\mathrm{tg}\phi)E_a \tag{6-40}$$

式中，E_{ae}——动总主动土压力；

E_a——静总主动土压力；

C_z——综合影响系数，一般取$\frac{1}{4}$；

C_e ——地震动土压力系数，与填土坡度 β 及内摩角 ϕ 有关，其值可按表 6-6 选用。

表 6-6　地震动主动土压力系数 C_e 值

β \ C_e \ ϕ	21°—25°	26°—30°	31°—35°	36°—40°	41°—45°
0°	4.0	3.5	3.0	2.5	2.0
10°	5.0	4.5	3.5	3.0	2.5
20°	—	5.0	4.0	3.5	3.0
30°	—	—	—	4.0	3.5

六、填土性质指标与填土材料的选择

（一）填土的性质指标

土压力计算的可靠与否，不仅取决于计算理论和方法的准确性，而且还要看计算中采用的土的性质指标是否符合实际情况。计算用的土的性质指标一般包括土的容重 γ，土的强度指标 c、ϕ，以及墙与土的摩擦角 δ。在土压力计算中所采用的上述指标的大小，应尽量通过试验确定。当无试验资料时，也可参考一些经验值。其中 δ 值可按表 6-2 中选用。以下只对 γ、c、ϕ 等指标作一简单讨论。

1. 无粘性土

对于砂、砾等无粘性土，其容重值大约为 $\gamma=17.0$—$19.0\ kN/m^3$，可进行实测。其内摩擦角 ϕ，一般比较稳定，可用三轴排水剪试验值 ϕ_d 或直剪试验的慢剪值 ϕ_s。表 6-7 为交通部《港口工程技术规范》(1987) 推荐的松散无粘性填料的指标值，可供无试验资料时参考采用。

表 6-7　填料容重 γ 和内摩擦角 ϕ 的计算值

填料名称	容重 $\gamma(kN/m^3)$		由摩擦角 $\phi(°)$	
	水上(湿容重)	水下(浮容重)	水上	水下
细砂	18.0	9.0	30	28
中砂	18.0	9.5	32	32
粗砂	18.0	9.5	35	35
砾砂	18.5	10.0	36	36
碎石	17.0	11.0	38—40	38—40
煤渣	10.0—12.0	4.0—5.0	35—39	35—39
块石	17.0—18.0	10.0—11.0	45	45

注：表中砂类土的数值适用于粒径 $d=0.1mm$ 以下的细颗粒含量不超过 10% 的情况。当细颗粒含量超出此范围时，应另行试验测定 γ、ϕ 值。

2. 粘性土

粘性土的容重应根据填筑时的含水量实测，其范围约为 $\gamma=17.0$ —$19.0\ kN/m^3$，。粘性土强度 c、ϕ 值的选择，要比无粘性土复杂，这是因为当墙后用粘性土回填时，填土的自重和超载的作用，将在填土中引起孔隙水压力，如果能较准确得知孔压值，则用有效应力法，采用有效强度指标 c'、ϕ' 进行土压力计算是合理的。但工程中要做到这一点往往比较困难，

故根据实践经验，对高度5m左右的一般挡土墙，设计中可采用三轴固结不排水剪的总强度指标 ϕ_{cu}，c_{cu}，或直剪试验的固结快剪指标 ϕ_{cq}，c_{cq}。对一些高度较大，填土速度较快的重要挡土墙，则宜用三轴不排水剪指标 ϕ_{uu}，c_{uu}。

（二）填土材料的选择

挡土墙后填土的质量，对土压力大小有很大的影响，在设计回填料时，应尽量考虑减小土压力。良好的回填料应具有高的长期强度和大的透水性。一般说来，粒状材料是一种最好的回填料，因为它们除了有较高的 ϕ 值外，还能长期保持着主动应力状态，而且具有大的透水性。粘性土则有蠕变趋势，而且透水性很低；蠕变趋势能使主动土压力向静止状态发展，从而引起侧压力随时间而增加。因此，《地基规范》GBJ 7-89 建议，墙后填土宜选择透水性较强的无粘性土。对于高度低于5～6m的挡土墙，填土往往是就地取材的，若填土采用粘性土料时，宜掺入适量的块石。一定要避免用成块的硬粘土作填料，因为这种土浸湿后，将产生很大的膨胀力。在季节性冻土地区，墙后填土应选用非冻胀性填料，如炉渣，碎石，粗砾等。

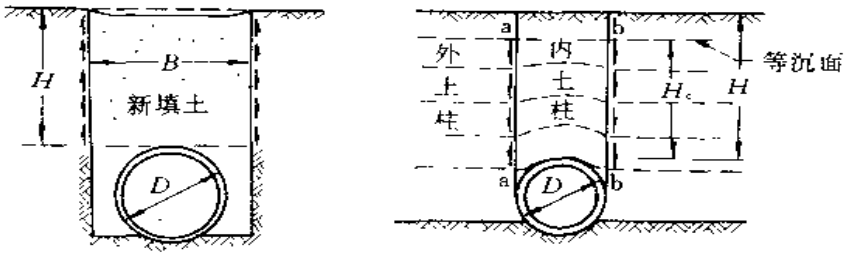
土的强度特性，通常会随密度的增加而得到改善，因此填土时应注意填筑质量，对填土应进行分层压密。

第七节　埋管土压力

地下埋管用途广泛，如水利工程中的坝下埋管，市政工程和能源工程中的给排水管、煤气管、输油管等。为了分析地下埋管的内力，从而选择合理的设计断面，必须首先计算作用于埋管上的各种外荷载，其中，埋管四周填土作用于埋管上的土压力，是设计中的主要荷载。本节将简要介绍埋管土压力的类型及其计算原理。

一、埋管的垂直土压力计算

埋管所受土压力大小与许多因素有关，例如埋置方式，埋置深度，管道刚度，管周填土性质以及管座与基础形式等。在上述诸因素中，埋置方法是首先要考虑的因素，埋置方法不同，受力特点不同，则作用于埋管上的垂直土压力计算方法也不相同。涵管的埋置方法主要有沟埋式与上埋式两种，见图6-44。



(a)沟埋式　　(b)上埋式

图6-44　涵管的埋置方式

沟埋式是先在天然场地中开挖沟槽至设计高程，放置涵管后，再用土回填沟槽至地面

高程。分析这类埋管所受的竖直向土压力时，沟槽外原有的土体，可以认为不再发生变形，而沟内管顶上回填的新土，在自重及外荷载作用下要产生沉降变形。因此，槽壁将对新填土的下沉产生摩阻力，方向向上，如图 6-44a 所示。这样，沟内回填土的一部分重量将被两旁沟壁的摩阻力所抵消，从而使得作用于管顶上的竖直土压力 σ_z，一般均小于涵管之上沟内回填土柱的重量，即 $\sigma_z<\gamma H$。这是沟埋式埋管上上压力的一个重要特点。

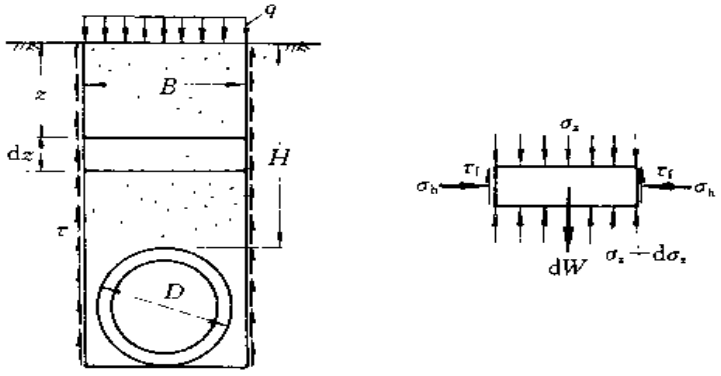
上埋式是将管道直接敷设在天然地面或浅沟内，然后再在上面回填土至设计地面。这时，作用在管顶的土压力特点与沟埋式不同。由于地面以上都是新填土，在自重及外荷载作用下，都要产生沉降。但管道直径（或宽度）以外的填土厚度大于管顶填土厚度，且涵管填土的压缩性又较刚性管本身的压缩性大得多，因而使得直接位于涵管上部土柱的沉降量小于涵管以外土柱的沉降量。在土柱界面 aa，bb 上就要产生向下的摩擦力如图 6-44b 所示。由于这种向下的摩擦力，使得埋管所受到的垂直土压力，除了管顶以上的土柱重量外，还应包括靠近 aa，bb 面以外的部分土重通过摩擦力传到管顶上的附加压力。因此，竖直土压力 σ_z 将大于管上回填土柱的重量，即 $\sigma_z>\gamma H$。这是上埋式埋管上压力的重要特点。

应该指出，管顶填土与其四周填土沉降的差异，是随填土厚度的增加而逐渐减小的。当填土厚度到达某一界限值 H_e 后，这种沉降差异已可忽略，H_e 以上，土体的沉降均一，相应于 H_e 的平面，称为等沉面。因此，在计算管顶土压力时，只需考虑等沉面以下，aa，bb 范围内的摩擦力（图 6-44b）。

（一）沟埋式竖直土压力计算

马斯顿（A·Marston）1913 年利用散体极限平衡条件提出一个计算沟内埋管上竖直土压力的简单模型，在各国广泛使用，马氏公式被认为是计算埋管土压力的一般通用公式，下面对其作简要介绍。

图 6-45 表示一沟埋式埋管，沟槽宽度为 B，填土表面作用有均布荷载 q，填土在自重和外荷载 q 作用下向下沉陷，在两侧沟壁处产生向上的剪切力 τ，它等于土的抗剪强度 τ_f。现考虑填土面下 z 深度处，dz 厚度土层的受力情况，见图 6-45b。土层重量 $dW=\gamma B\cdot dz$，侧向土压力 $\sigma_h=K\sigma_z$，则沟壁抗剪强度 $\tau_f=c+\sigma_h\cdot tg\phi$。根据竖向力的平衡条件可得：



(a) (b)

图 6-45 马式埋管上压力分析模型

$$dW+B\sigma_z=B(\sigma_z+d\sigma_z)+2\tau_f\cdot dz$$

则 $$\gamma B\mathrm{d}z-B\mathrm{d}\sigma_z-2c\mathrm{d}z-(2K\sigma_z\cdot\mathrm{tg}\phi)\mathrm{d}z=0 \tag{6-41}$$

式中，γ——沟中填土容重；

c、ϕ——填土与沟壁之间的粘聚力与内摩擦角；

B——沟槽宽度；

K——土压力系数，介于主动土压力系数 K_a 与静止土压力系数 K_0 之间，马斯顿采用主动土压力系数 K_a。

由式（6-41）可得：

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_z}{\mathrm{d}z}=\gamma-\frac{2c}{B}-2K\sigma_z\frac{\mathrm{tg}\phi}{B} \tag{6-42}$$

式（6-42）为一个一阶常微分方程，根据边界条件 $z=0$ 时，$\sigma_z=q$，解上述微分方程，即可得出深度 z 处竖直向土压力 σ_z 为：

$$\sigma_z=\frac{B\left(\gamma-\frac{2c}{B}\right)}{2K\mathrm{tg}\phi}(1-e^{-2K\frac{Z}{B}\mathrm{tg}\phi})+qe^{-2K\frac{Z}{B}\mathrm{tg}\phi} \tag{6-43}$$

若 $\phi=0$，则 $$\sigma_z=\left(\gamma-\frac{2c}{B}\right)z+q \tag{6-44}$$

根据 σ_z 可知，作用在管顶的竖直向总土压力 G 为：

$$G=\sigma_zD=D\frac{\gamma B-2c}{2K\mathrm{tg}\phi}(1-e^{-2K\frac{H}{B}\mathrm{tg}\phi})+qe^{-2K\frac{H}{B}\mathrm{tg}\phi} \tag{6-45}$$

式中，D——埋管的直径；

H——由地表到埋管顶部的填土深度。

值得提出的是，沟宽 B 值的大小，对作用于埋管上的土压力影响较大。显然，随着 $\frac{B}{D}$ 值的增大，沟壁摩阻力 τ 对埋管上的计算荷载影响将逐渐减少。当 $\frac{B}{D}$ 达某一值时，作用于埋管上的土压力就等于 γH。若 B 值再增大，沟埋式就将变成上埋式。

（二）上埋式垂直土压力计算

图 6-46a 表示上埋式管道。马斯顿假定：管上土体与周围土体发生相对位移的滑动面为竖直平面 aa′、bb′。采用与沟埋式管道受力分析相同的方法，即可导出作用于上埋式涵管顶部的竖直向土压力公式，所不同的只是作用于假定滑动面 aa′、bb′上的剪切力 τ_f 方向向下。其 σ_z 表达式为：

$$\sigma_z=\frac{D\left(\gamma+\frac{2c}{D}\right)}{2K\mathrm{tg}\phi}(e^{2K\frac{H}{D}\mathrm{tg}\phi}-1)+qe^{2K\frac{H}{D}\mathrm{tg}\phi} \tag{6-46}$$

同样，根据式（6-46）可求出作用在埋管顶部的总土压力 $G=\sigma_zD$。

式（6-46）适用于埋管顶部填土厚度较小的情况。若填土厚度 H 较大，等沉面将在填土面以下，即发生相对位移的土层厚度 $H_e<H$，滑动面为 aa′和 bb′如图 6-46b 所示。这时，作用于埋管上的垂直土压力 σ_z 应为

$$\sigma_z=\frac{D\left(\gamma+\frac{2c}{D}\right)}{2K\mathrm{tg}\phi}(e^{2K\frac{H_e}{D}\mathrm{tg}\phi}-1)+[q+\gamma(H-H_e)]e^{2K\frac{H_e}{D}\mathrm{tg}\phi} \tag{6-47}$$

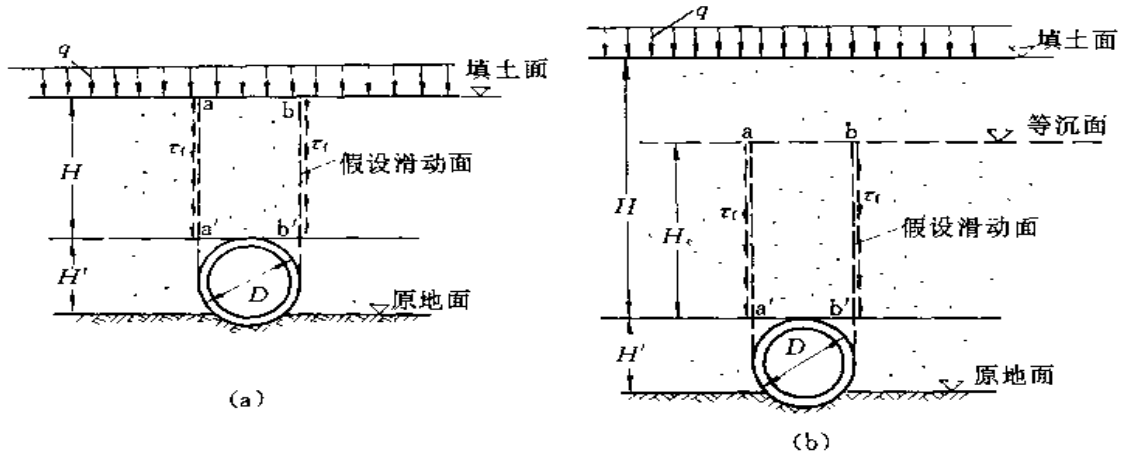


图 6-46　上埋式垂直土压力计算模型

式中，　H_e 可按下式计算：

$$e^{2K\frac{H_e}{D}\zeta\mathrm{tg}\phi} - 2K\mathrm{tg}\phi\frac{H_e}{D} = 2K\mathrm{tg}\phi\gamma_{sd}\zeta + 1 \tag{6-48}$$

式中，　γ_{sd}——沉降比，为一实验系数，对于埋设在一般土基上的刚性管，可取 0.5～0.8；

ζ——突出比，指埋管顶部突出于原地面以上的高度 H' 与埋管外径 D 之比，即 $\zeta=\dfrac{H'}{D}$。

需要指出的是，由于上述马斯顿土压力公式是建立在管顶两侧发生竖直滑动面的假设的基础上推导出来的，与实际情况并不完全符合。因而用马氏公式计算出的 σ_z 大小和分布常常带来误差，一般要比实测值偏大，故在使用时，可结合具体情况进行一定修正，可参阅有关规程。对于重要的工程设计，还可用有限元法进行较为精确的计算。

二、埋管的侧向土压力计算

作用在埋管侧向的土压力 σ_h，与管顶的竖直土压力 σ_z 是密切相关的。因此，在求出了埋管竖直土压力 σ_z 后，可直接代入 $\sigma_h=K\sigma_z$ 中，即可得出侧向土压力 σ_h。马斯顿建议：对于刚性埋管土压力系数 K 可采用 K_a。则对于沟埋式与上埋式埋管的侧向土压力 σ_h 应分别表示为：

沟埋式：
$$\sigma_h=\frac{B\left(\gamma-\dfrac{2c}{B}\right)}{2\mathrm{tg}\phi}(1-e^{-2K\frac{Z}{B}\mathrm{tg}\phi})+Kqe^{-2K\frac{Z}{B}\mathrm{tg}\phi} \tag{6-49}$$

上埋式：
$$\sigma_h=\frac{D\left(\gamma+\dfrac{2c}{D}\right)}{2\mathrm{tg}\phi}(e^{2K\frac{Z}{D}\mathrm{tg}\phi}-1)+Kqe^{2K\frac{Z}{B}\mathrm{tg}\phi} \tag{6-50}$$

由于精确计算埋管侧向土压力比较困难，在工程实际的应用中也常用另一种简化方法，即不论对沟埋式或上埋式刚性埋管，均近似按朗肯主动土压力计算。这样，对于直壁涵管的侧向土压力 σ_h 的分布如图 6-47a 所示。

管顶处
$$\sigma_{h1}=\gamma H\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right) \tag{6-51}$$

管底处
$$\sigma_{h2}=\gamma(H+h)\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right) \tag{6-52}$$

式中 h 为埋管高度，其余符号同前。

对于圆形涵管（图 6-47b），由于曲线型管壁的影响，其侧压力 σ_h 不按直线分布，上部要比用朗肯公式计算值大；下部则要比朗肯计算值小。为简化计算，通常假定圆形涵管侧压力按矩形均布分布，其侧压力强度 σ_h 值取涵管中心处的 σ_h 值，即

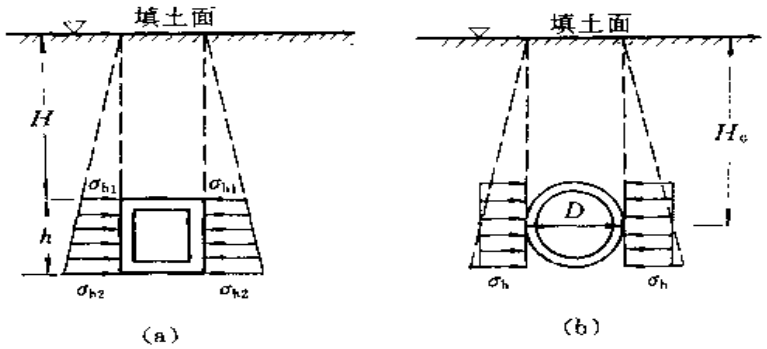


图 6-47　埋管的侧向土压力

$$\sigma_h=\gamma H_0\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right) \tag{6-53}$$

式中 H_0 为填土表面至涵管中心距离。

【例题 6-5】　已知某输水渠道涵管如图 6-48 所示，管子外径 $D=0.8$m，采用沟埋式施工方法，槽宽 $B=2.0$m，回填稍湿砂土，$c=0$，$\phi=30°$，$\gamma=16.5$kN/m³。试求当管顶填土厚度分别为 $H=2.0$、3.0、4.0m 时，作用于管顶上的竖直土压力 σ_z 及总土压力 G。

解：用已给条件，按式（6-43）和式（6-45）可得

$$\sigma_z=\frac{B\gamma}{2K\mathrm{tg}\phi}(1-e^{-2K\frac{H}{B}\mathrm{tg}\phi})$$

$$G=\sigma_z D$$

采用 $K=K_a=\mathrm{tg}^2(45°-\frac{\phi}{2})=\mathrm{tg}^2(30°)=0.333$

下面分别算出 $H=2.0$、3.0、4.0m 时的 σ_z 及 G

1. $H=2.0$m 时

$$\sigma_z=\frac{2\times16.5}{2\times0.333\times\mathrm{tg}30°}(1-e^{-2\times0.333\times\frac{2.0}{2.0}\times\mathrm{tg}30°})$$

$$=\frac{16.5}{0.192}(1-e^{-0.384})$$

$$=\frac{16.5}{0.192}(1-0.681)=27.4\ \mathrm{kN/m^2}$$

$$G=27.4\times0.8=21.9\ \mathrm{kN/m}$$

2. $H=3.0$m 时

$$\sigma_z=\frac{16.5}{0.192}(1-e^{-2\times0.333\times\frac{3.0}{2.0}\times0.577})$$

$$=\frac{16.5}{0.192}(1-e^{-0.576})$$

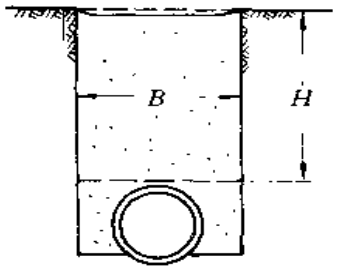


图 6-48　例题 6-5 图

$$=\frac{16.5}{0.192}(1-0.562)=37.64\ \text{kN/m}^2$$

$$G=37.64\times0.8=30.11\ \text{kN/m}$$

3. $H=4.0$m 时

$$\sigma_z=\frac{16.5}{0.192}(1-e^{-2\times0.333\times\frac{4.0}{5.0}\times0.577})$$

$$=\frac{16.5}{0.192}(1-e^{-0.769})$$

$$=\frac{16.5}{0.192}(1-0.464)=46.1\ \text{kN/m}^2$$

$$G=46.1\times0.8=36.9\ \text{kN/m}$$

若将上述不同 H 填土厚度下的 σ_z 与沟槽内相同 H 处的填土柱重量 $\overline{\sigma_z}=\gamma H$ 进行比较（见例表），可以看出：沟埋式管顶的 σ_z 均小于 $\overline{\sigma_z}$，且在本例范围内，随着埋管深度 H 的增加，沟壁向上的摩阻力对管顶上土压力的卸荷作用也随之加大。

表 6-8　例题 6-5 计算表

H(m)	σ_z(kN/m²)	$\overline{\sigma_z}$(kN/m²)	$\sigma_z/\overline{\sigma_z}$
2.0	27.4	33.0	0.83
3.0	37.6	49.5	0.76
4.0	46.1	66	0.70

【例题 6-6】　若例题 6-5 中的涵管采用上埋式施工方法铺设，且填土性质相同时，求 $H=3.0$m 时，涵管顶上的竖直土压力 σ_z 和总土压力 G。

解：根据式（6-46），得上埋式管顶土压力 σ_z 应为

$$\sigma_z=\frac{D\gamma}{2K\text{tg}\phi}(e^{2K\frac{H}{D}\text{tg}\phi}-1)$$

$$=\frac{0.8\times16.5}{2\times0.333\times0.577}(e^{2\times0.333\times\frac{3.0}{0.8}\times0.577}-1)$$

$$=34.3(e^{1.14}-1)=34.3(4.22-1)$$

$$=110.4\ \text{kN/m}^2$$

$$G=\sigma_z\cdot D=110.4\times0.8=88.3\ \text{kN/m}$$

计算结果表明，当 $H=3.0$m 时，上埋式涵管上的土压力 σ_z 不仅远远大于沟埋式管顶土压力，而且也比相同深度处填土柱重量 $\overline{\sigma_z}$ 大很多。

第七章　土坡稳定分析

第一节　概　　述

土坡就是具有倾斜坡面的土体，它的简单外形和各部位名称如图 7-1 所示。由自然地质作用所形成的土坡，如山坡、江河的岸坡等，称为天然土坡。由人工开挖或回填而形成的土坡，如基坑、渠道、土坝、路堤等的边坡，则称为人工土坡。土体重量以及渗透力等在坡体内引起剪应力，如果剪应力大于土的抗剪强度，就要产生剪切破坏。如果靠坡面处剪切破坏的面积很大，则将产生一部分土体相对于另一部分土体滑动的现象，称为滑坡。

滑坡的形状各色各样，大致可以分为半无限长的滑坡和有限长的滑坡。前者坡面的长度与滑坡深度相比大很多，成大平板的形状滑动如图 7-2a，而后者滑动面长度与滑坡深度之比是很有限的数值，如图 7-2b。对滑坡的实际调查表明，粗粒土中的滑坡，深度浅而形状接近于平面，或者由两个以上的平面所组成的折线形滑动面。粘性土中的滑坡则深入坡体内。均质粘性土坡滑动面的形状按塑性理论分析为对数螺线曲面，它很接近于圆弧面，故在计算中通常以圆弧面代替，如图 7-3。

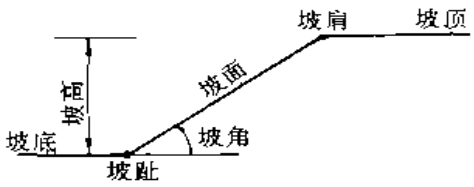


图 7-1　土坡各部位名称

土石坝是常见的大型人工土坡。由于它用当地材料填筑，富有柔性，比较能适应各种地形和地质条件，是近代坝工建筑中得到广泛采用的一种坝型。目前土石坝的坝高已达到 300m 以上。图 7-4 为苏联的努列克坝、图 7-5 是美国的奥罗维尔坝，都是闻名于世界的近代土石坝。

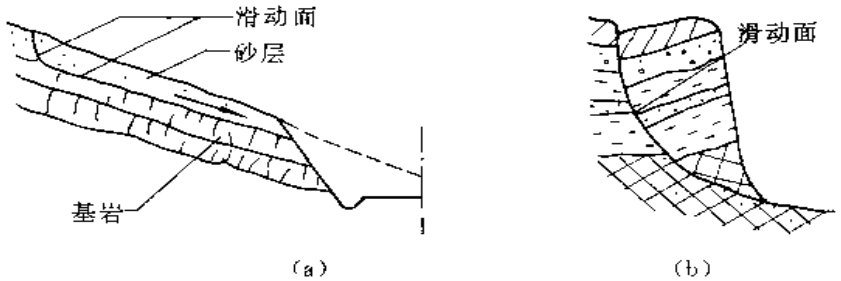


图 7-2　滑坡的类型

高土石坝的土石方量浩大，因此选择安全可靠而又经济合理的断面就是一个十分重要的问题。图 7-6 表示一座高 100m 的土坝，如果上、下游坝坡能从 1∶2.5 减小到 1∶2.0，每

一延米断面可节省土方量 5000m³。一公里坝长就可节省土方 500 万 m³，这是一个巨大的工程量。是否能节省，决定于边坡是否能保持稳定。因此，土坝边坡稳定分析是土石坝设计中的一项很重要的内容。

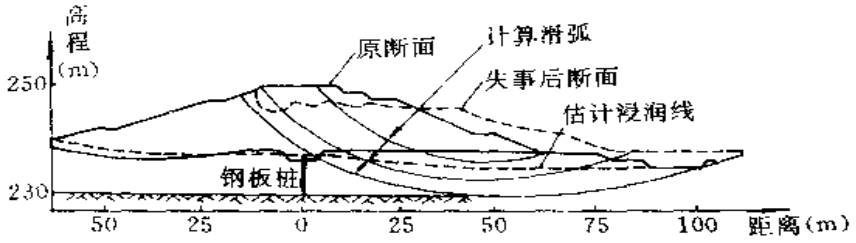


图 7-3　马歇尔溪坝滑坡（美国 1988）

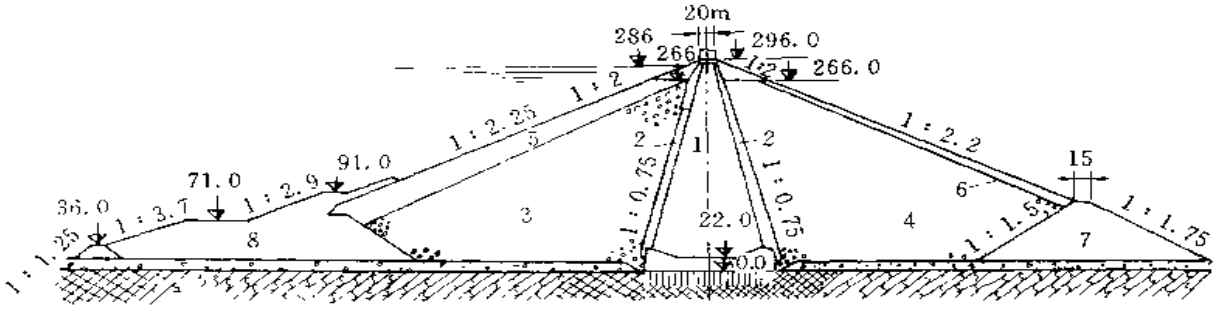


图 7-4　努列克坝（苏联）

1——砂壤土；2——砂砾石过渡层；3、4——漂砾石坝壳；5.6——干块石压坡护面；7——下游块石排水棱体；8——上游围堰

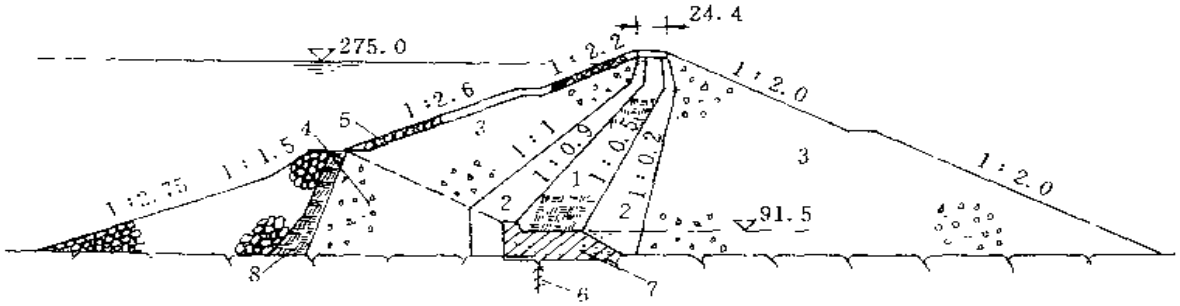


图 7-5　奥罗维尔坝（美国）

1——漂石粘土斜心墙；2——过渡区；3——砂砾石和漂砾石土坝壳；4——上游围堰；5——0.9m 块石护面；6——防渗帷幕；7——溢水混凝土块；8——干围堰心墙。

如前所述，土体塑性破坏的分析方法有极限平衡法、极限分析法和有限元法等。在边坡稳定分析中，极限分析法和有限元法都不成熟，因此目前工程实践中基本上都是采用极限平衡法。极限平衡法的一般步骤是先假定破坏是沿土体内某一确定的滑裂面滑动。根据滑裂土体的静力平衡条件和摩尔-库伦破坏准则可以计算沿该滑裂面滑动的可能性，即安全

系数的大小，或破坏概率的高低，然后系统选取许多个可能的滑动面，用同样方法计算稳定安全系数或破坏概率。安全系数最低或破坏概率最高的滑动面就是可能性最大的滑动面。

本章主要讨论极限平衡法在边坡稳定分析中的应用，对于有限元法只介绍简要的概念。

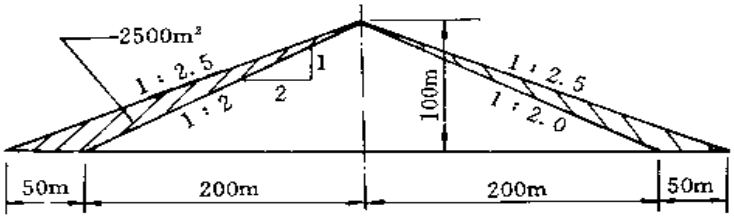


图 7-6　土坝简化剖面

第二节　无粘性土坡的稳定分析

由粗粒土所堆筑的土坡称无粘性土坡。无粘性土坡的稳定分析比较简单，分如下三种情况讨论。

一、均质干坡和水下坡

均质干坡和水下坡指由一种土组成、完全在水位以上或完全在水位以下，没有渗透水流作用的无粘性土坡。这两种情况只要坡面上的土颗粒在重力作用下能够保持稳定，整个土坡就处于稳定状态。

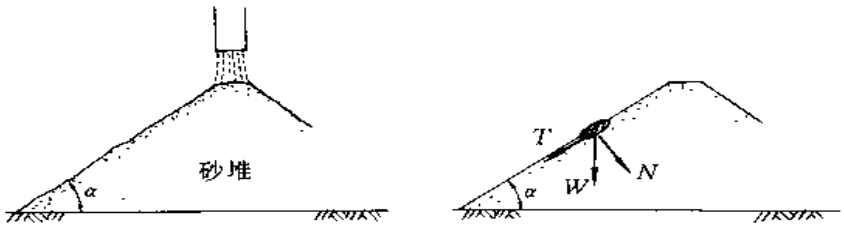


图 7-7　无粘性土坡

图 7-7a 表示通过漏斗在地面上堆砂堆，无论砂堆多高，所能形成的最陡的坡角总是一定的，就是土坡处于极限平衡状态时的坡角。

现从坡面上取一小块土体来分析它的稳定条件。设小土体的重量为 W，W 沿坡面的滑动力 $T=W\sin\alpha$。垂直于坡面的正压力 $N=W\cos\alpha$，正压力产生摩擦阻力，阻抗土体下滑，称抗滑力，其值为 $R=N\mathrm{tg}\phi=W\cos\alpha\mathrm{tg}\phi$。定义土体的稳定安全系数 F_s 为：

$$F_s=\frac{\text{抗滑力}}{\text{滑动力}}=\frac{R}{T}=\frac{W\cos\alpha\mathrm{tg}\phi}{W\sin\alpha}=\frac{\mathrm{tg}\phi}{\mathrm{tg}\alpha} \tag{7-1}$$

式中，ϕ——土的内摩擦角（°）；

α——土坡的坡角（°）。

很显然，分析的土体无论在坡面上哪一个高度，都能得到式（7-1）的结果，因此安全系数 F_s 代表整个边坡的安全度。

当 $F_s=1$ 时，$\alpha=\phi$，α 称为天然休止角，其值等于砂在松散状态时的内摩擦角。如果是经过压密后的无粘性土，内摩擦角增大，稳定坡角也随之增大。

二、有渗透水流的均质土坡

挡水土堤内形成渗流场，如果浸润线在下游坡面逸出，这时在浸润线以下，下游坡内的土体除受重力作用外，还受渗透力的作用，因而会降低下游边坡的稳定性。先分析浸润线逸出点以下部分边坡的稳定性。图7-8表示渗透水流从土堤的下游坡逸出。如果水流的方向与水平面成夹角 θ，则沿水流方向的渗透力 $j=\gamma_w i$。在坡面上取土体 V 中的土骨架为隔离体，其有效重量为 $\gamma' V$。分析这块土骨架的稳定性，作用在土骨架上的渗透力为 $J=jV=\gamma_w iV$。沿坡面的全部滑动力，包括重力和渗透力，为

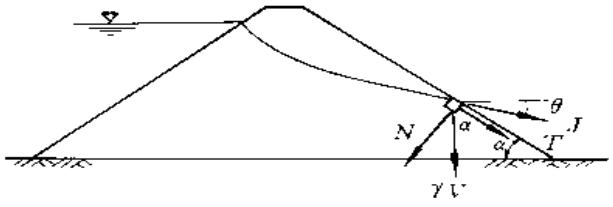


图 7-8　渗透水流逸出的土坡

$$T=\gamma' V\sin\alpha+\gamma_w iV\cos(\alpha-\theta)$$

坡面的正压力为

$$N=\gamma' V\cos\alpha-\gamma_w iV\sin(\alpha-\theta)$$

土体沿坡面滑动的稳定安全系数

$$F_s=\frac{N\mathrm{tg}\phi}{T}=\frac{[\gamma' V\cos\alpha-\gamma_w iV\sin(\alpha-\theta)]\mathrm{tg}\phi}{\gamma' V\sin\alpha+\gamma_w iV\cos(\alpha-\theta)} \tag{7-2}$$

式中，i——渗透坡降；

γ'——土体的浮容重；

γ_w——水的容重；

ϕ　　土的内摩擦角。

若水流在逸出段顺坡面流动，即 $\theta=\alpha$. 这时，流经途径 $\mathrm{d}s$ 的水头损失为 $\mathrm{d}h$，故有

$$i=\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}s}=\sin\alpha \tag{7-3}$$

代入式（7-2），得

$$\begin{aligned}F_s&=\frac{\gamma' V\cos\alpha\mathrm{tg}\phi}{\gamma' V\sin\alpha+\gamma_w V\sin\alpha}\\&=\frac{\gamma'\cos\alpha\mathrm{tg}\phi}{\gamma_{sat}\sin\alpha}=\frac{\gamma'}{\gamma_{sat}}\frac{\mathrm{tg}\phi}{\mathrm{tg}\alpha}\end{aligned} \tag{7-4}$$

由此可见，当逸出段为顺坡渗流时，安全系数降低 $\frac{\gamma'}{\gamma_{sat}}$，通常 $\frac{\gamma'}{\gamma_{sat}}$ 约为 0.5，即安全系数降低一半。因此要保持同样的安全度，有渗流逸出时的坡角比没有渗流逸出时要平缓得多。为了使设计经济全理，工程上一般要在下游坝址处设置排水棱体，使渗透水流不直接从下

游坡面逸出，如图 7-9 所示。这时下游坡面虽然没有浸润线逸出，但下游坡内，浸润线以下的土体仍然受渗透力的作用。这种渗透力是一种滑动力，它将降低从浸润线以下通过的滑动面的稳定性。这时深层滑动面（如图 7-9 中虚线所示）的稳定性可能比下游坡面的稳定性差，即危险的滑动面向深层发展。这种情况下，除了要按前述方法验算坡面的稳定性外，还应该用圆弧滑动法验算深层滑动的可能性。有关圆弧滑动法的计算原理，详见下节“粘性土坡的稳定分析”。

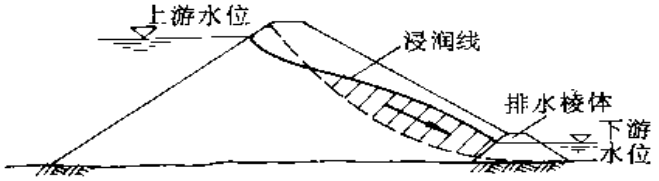


图 7-9　渗透水流未逸出的土坡

三、部分浸水土坡

当水库部分蓄水时，水位以上是干坡，水位以下则是浸水坡。水位上下，土的容重从天然容量变成浮容重。按前面分析，如果水位上下土的内摩擦角不变，则整个坡面土体的稳定性相同。但是对于深入坡内的滑动面，例如图 7-10a 中的 ADC 面，由于滑动土体上部的容重大，滑动力大，下部的容重小，抗滑力小，显然稳定性比干坡或完全水下坡差，也就是说，危险滑动面可能向坡内发展。这种情况也必需验算表面滑动和深层滑动。工程上这种部分浸水坡的稳定分析，常假定滑动面为两段直线组成的折线形滑动面。折点的高程常定在水位处，如图 7-10a 中所示。

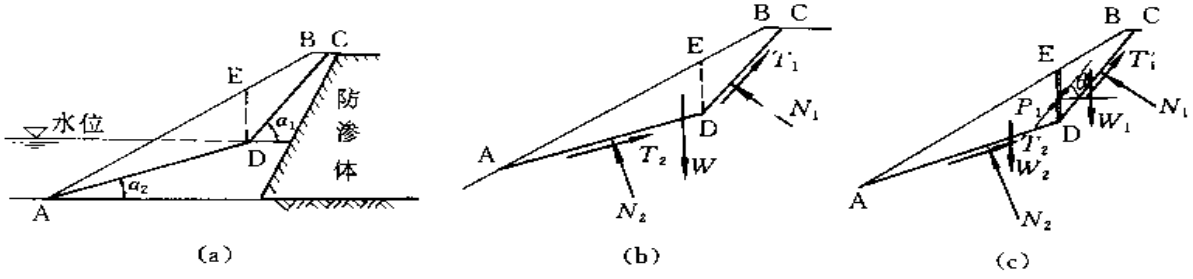


图 7-10　部分浸水土坡

分析折线形滑坡体的稳定性通常采用力平衡法。力平衡法是极限平衡法的一种，其特点是静力平衡条件中只考虑土体是否移滑而不考虑是否转动。这时作用在滑动土体上的力系只须满足主向量等于 0 的平衡条件，即 $\sum F_x = 0$ 和 $\sum F_z = 0$；而不考虑是否满足力矩平衡条件。

图 7-10b 表示作用在折线滑动面上的正压力分别为 N_1、N_2，滑动面上的抗剪力分别为 $T_1 = \frac{N_1 \mathrm{tg}\phi_1}{F_s}$ 和 $T_2 = \frac{N_2 \mathrm{tg}\phi_2}{F_s}$。因此，待定的未知量为 N_1、N_2 和安全系数 F_s，而滑动土体力的平衡方程只有两个，是一个超静定的课题。

将块体从折点处竖直切开，如图 7-10c 所示，变成两个块体，这样可以建立 4 个力的平衡方程。但是原来 DE 面上的内力 P_1，当块体切开后变成外力，因而又增加两个未知量，即 P_2 和 P_1 的方向 θ，仍然是超静定问题。为使问题可解，必须做某种假定以减少未知量的数

目。通常的做法是假定 P_1 的方向。有几种选择，可以假定 P_1 的方向是水平向，或者平行于内坡 DC，或者平行于外坡 BE，还可假定 ED 也是滑裂面，则 P_1 与 ED 的法线成夹角 ϕ，ϕ 为土的内摩擦角。

今假定 P_1 与内坡 DC 平行。考虑块体 BCDE 的平衡，有

$$P_1=W_1\sin\alpha_1-\frac{1}{F_s}(W_1\cos\alpha_1\cdot\operatorname{tg}\phi_1) \tag{7-5}$$

式中，W_1—— 块体 BCDE 的重量；

ϕ_1——水位以上土的内摩擦角。

然后分析块体 EDA 沿 AD 面滑动的稳定性，将 P_1 和重力 W_2 分别沿 AD 面分解为切向力和法向力，算出滑动力和抗滑力，从而得到安全系数的表达式为

$$F_s=\frac{[P_1\sin(\alpha_1-\alpha_2)+W_2\cos\alpha_2]\operatorname{tg}\phi_2}{P_1\cos(\alpha_1-\alpha_2)+W_2\sin\alpha_2} \tag{7-6}$$

式中 ϕ_2 为水位以下土的内摩擦角，其它符号见图 7-10c。

用迭代法解式（7-5）和式（7-6），求安全系数 F_s，就是沿 CD 和 DA 面滑动的安全系数。但是滑动面 CD 和 DA 是任意假定的，因此得到的安全系数不能代表整个边坡的稳定性。还必须假定各种不同的水位以及各种折角 α_1、α_2，进行许多个滑动面计算，以确定最危险的水位高程和最不利的滑动面位置，得到最小的安全系数，才是边坡真正的稳定安全系数。计算工作十分浩繁。可以编成计算程序，在微机上计算。

【例题 7-1】 一无限长土坡与水平面成 α 角，土的容重 $\gamma=19\text{kN/m}^3$，土与基岩面的抗剪强度指标 $c=0$，$\phi=30°$。求安全系数 $F_s=1.2$ 时的 α 角容许值。

解：从无限长坡中截取单宽土柱进行稳定分析，单宽土柱的安全系数与全坡相同。

土柱重量　　$W=\gamma H$

沿基面滑动力　　$T=W\sin\alpha$

沿基面抗滑力　　$R=W\cos\alpha\operatorname{tg}\phi$

土柱两侧的作用力，大小相等，方向沿坡面，对稳定无影响。

故

$$F_s=\frac{W\cos\alpha\operatorname{tg}\phi}{W\sin\alpha}=\frac{\operatorname{tg}\phi}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\operatorname{tg}\phi}{F_s}=\frac{0.577}{1.2}=0.48$$

$$\alpha=25.7°$$

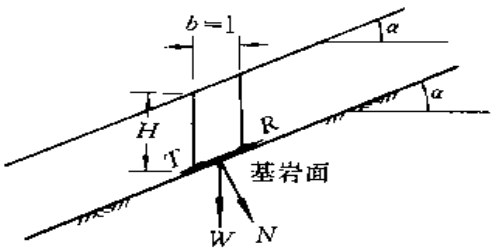


图 7-11　例题 7-1 图

【例题 7-2】 上题中，若地下水位沿土坡表面，土的比重 $G_s=2.65$，含水量 $w=20\%$，问安全系数为 1.2 时 α 角的容许值。

解：按图 7-12 中的三相草图求土的饱和容重

$$\gamma_{sat}=\frac{2.65(1+0.2)}{1+e}\times9.8=20.4\text{kN/m}^3$$

土的浮容重　　$\gamma'=\gamma_{sat}-\gamma_w=20.4-9.8=10.6\text{kN/m}^3$

渗透坡降

$$i=\frac{\Delta h}{\Delta s}=\frac{b\operatorname{tg}\alpha}{b/\cos\alpha}=\sin\alpha$$

单位渗透力　　$j=\gamma_w i=9.8\sin\alpha$

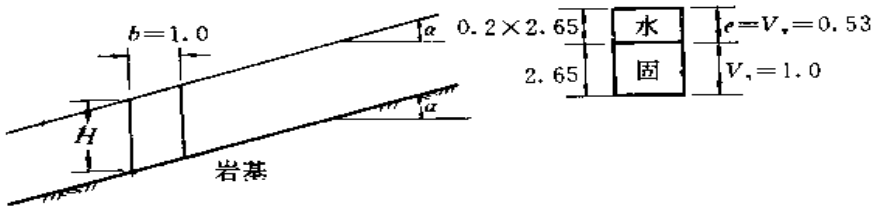


图 7-12　例题 7-2 图

土柱总渗透力　　$J=A_j=H\gamma_w i-9.8H\sin\alpha$

安全系数

$$F_s=\frac{W'\cos\alpha\,\mathrm{tg}\phi}{W'\sin\alpha+J}=\frac{\gamma' H\cos\alpha\,\mathrm{tg}\phi}{\gamma' H\sin\alpha+9.8H\sin\alpha}=\frac{\gamma'}{(\gamma'+\gamma_w)}\frac{\mathrm{tg}\phi}{\mathrm{tg}\alpha}=\frac{10.6\mathrm{tg}\phi}{(10.6+9.8)\mathrm{tg}\alpha}$$

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{10.6\times0.577}{1.2(10.6+9.8)}=\frac{6.12}{24.48}=0.25$$

$$\alpha=14.0^\circ$$

与上题比较，可见有渗流时稳定坡角要平缓得多。

四、非线性强度指标的影响

按上述的边坡稳定方法，对于粘聚力 $c=0$ 的无粘性土，通常最危险的滑动面是沿边坡表面或者是很浅的滑动弧面，但实际的滑裂面则往往发生于坡内一定深度处，其原因是粗粒土的内摩擦角，低应力时大，高应力时小，即强度指标呈非线性特征，坡内应力大，强度指标低，故危险的滑动面向坡内发展。

邓肯（J. M. Ducan　1978）提出粗粒土的内摩擦角可表达为式（7-7）：

$$\phi=\phi_0-\Delta\phi\lg\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right) \tag{7-7}$$

式中 σ_3 为小主应力，p_a 为大气压，ϕ_0 为起始内摩擦角，$\Delta\phi$ 为内摩擦角增量。由试验确定上的 ϕ_0 和 $\Delta\phi$ 后，就可以根据滑动面上各点的应力，由式（7-7）确定相应的内摩擦角，然后进行边坡稳定分析。这时，分析方法可采用下节所述的有限元法。由于滑裂面上各处的 ϕ 值不同，且最危险滑动面待定，计算工作量甚大，通常要编制程序，用计算机进行计算。

第三节　粘性土坡的稳定分析

粘性土的抗剪强度包括摩擦强度和粘聚强度两个组成部分。由于粘聚力的存在，粘性土坡不会像无粘性土坡一样沿坡面表面滑动。也如图 7-7b 一样，在坡面上取一薄片土体进行稳定性分析。如果这片土体有一定的面积，但厚度是一个微量，则重量和由此而产生的滑动力也是一个微量。在抗滑力中，摩擦力虽然是微量，而粘聚力则因为有一定的面积，并非微量。因此，稳定安全系数很大，说明不会沿边坡表面滑动。危险的滑动面必定深入土体内部。根据第八章所述的土体极限平衡理论，可以推导出均质粘性土坡的滑动面为对数

螺线曲面，形状近似于圆柱面，在断面上即为圆弧面。观察现场滑坡体的形态，也与圆弧面相似。因此，在工程设计中常假定滑动面为圆弧面。建立在这一假定上的稳定分析方法称为圆弧滑动法，是极限平衡法的一种常用分析方法。

一、整体圆弧滑动法

1915 年瑞典彼得森（K. E. Petterson）用圆弧滑动法分析边坡的稳定性，以后此法在各国得到广泛应用，称为瑞典圆弧法。

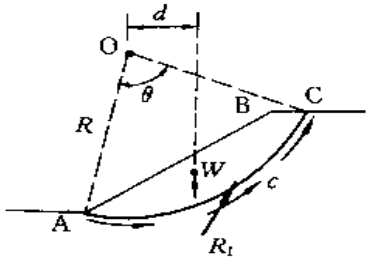


图 7-13　整体滑动弧面

图 7-13 表示一个均质的粘性土坡。$\overset{\frown}{AC}$为滑动圆弧，O 为圆心，R 为半径。认为边坡失去稳定就是滑动土体绕圆心发生转动。把滑动土体当成一个刚体，滑动土体的重量 W 将使土体绕圆心 O 旋转，转动力矩为 $M_s=Wd$，d 为过滑动土体重心的竖直线与圆心 O 的水平距离。抗滑力矩 M_R 由两部分组成：一是滑动面 $\overset{\frown}{AC}$上粘聚力产生的抗滑力矩，其值为 $c\cdot\overset{\frown}{AC}\cdot R$，$c$ 为土的粘聚力；另一项是滑动土体重量在滑动面上的反力所产生的抗滑力矩。反力的大小和方向应该与土的内摩擦角 ϕ 值有关。但是因为滑动面上反力的分布无法确定，因此对于 $\phi>0$ 的土，必须用后面将讲述的条分法，才能求得摩擦力所产生的抗滑力矩。对于 $\phi=0$ 时，滑动面是一个光滑面，反力的方向必垂直于滑动面，即通过圆心 O，不产生力矩，因此抗滑力矩只有 $c\cdot\overset{\frown}{AC}\cdot R$ 一项。这时稳定安全系数可用下式定义：

$$F_s=\frac{\text{抗滑力矩}}{\text{滑动力矩}}=\frac{M_R}{M_s}=\frac{c\cdot\overset{\frown}{AC}\cdot R}{Wd} \tag{7-8}$$

这就是整体圆弧滑动法计算边坡稳定的公式，它只适用于 $\phi=0$ 的情况。

二、条分法的基本概念

为了将圆弧滑动法应用于 $\phi>0$ 的粘性土，通常采用条分法。条分法就是将滑动土体竖直分成若干土条，把土条当成刚体，分别求作用于各土条上的力对圆心的滑动力矩和抗滑力矩，然后按式（7-8）求土坡的稳定安全系数。

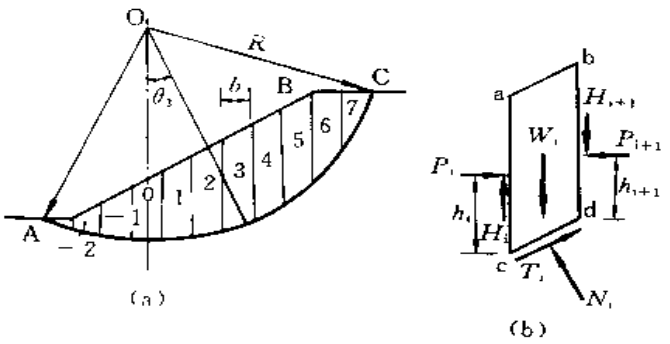


图 7-14　条块的作用力

把滑动土体分成若干土条后，土条的两个侧面存在着条块间的作用力，如图 7-14 所示。作用在条块 i 的力，除重力 W_i 外，条块侧面 ac 和 bd 作用有法向力 P_i，P_{i+1}，切向力 H_i、H_{i+1}，前者力的作用点离弧面为 h_i、h_{i+1}。滑弧段 $\overset{\frown}{cd}$ 的长度为 l_i，其上作用着法向力 N_i 和切向力 T_i，T_i 中包括粘聚阻力 c_il_i 和摩擦阻力 $N_i\text{tg}\phi_i$。由于条块的宽度不大，W_i

和 N_i 可以看成作用于弧段 $\overset{\frown}{cd}$ 的中点。在这些力中，P_{i-1}、H_{i-1} 和 h_{i-1} 在分析前一土条时已经出现，可视为已知量，因此待定的未知量有 P_{i+1}、H_{i+1}、h_{i-1}、N_i 和 T_i 5 个。每个土条可建立三个力的平衡方程，即 $\sum F_{xi}=0$，$\sum F_{zi}=0$ 和 $\sum M_i=0$ 和一个极限平衡方程 $T_i=\frac{N_i\mathrm{tg}\phi_i+c_il_i}{F_s}$。

如果把滑动土体分成 n 个条块，则条块间的分界面有（$n-1$）个。界面上力的未知量为 3（$n-1$），滑动面上力的未知量为 $2n$，加上待求的安全系数 F_s，总计未知量个数为（$5n-2$）。可以建立的静力平衡方程和极限平衡方程为 $4n$ 个。待求未知量与方程数之差为（$n-2$）。一般用条分法计算中，n 在 10 以上，因此是一个高次的超静定问题。要使问题得解，必须建立新的条件方程。有两个可能的途径，一是抛弃刚体平衡的概念，把土当成变形体，通过对土坡进行应力变形分析，可以计算出滑动面上的应力分布，因而可以不必用条分法，这就是本节后面将要讲述的有限元法。另一种途径是仍以条分法为基础，但对条块间作用力加上一些可以接受的简化假定，以减少未知量或增加方程数。目前有许多种不同的条分法，其差别都在于采用不同的简化假定上。各种简化假定，大体上分为三种类型：（1）不考虑条块间作用力或仅考虑其中的一个，下述的瑞典条分法和简化毕肖甫法属于此类；（2）假定条间力的作用方向或规定 P_i 和 H_i 的比值，前述的折线滑动面分析方法属于这一类；（3）假定条块间力的作用位置，即规定 h_i 的大小，例如等于侧面高度的 1/2 或1/3，下述的普遍条分法属于这一类。

三、瑞典条分法

瑞典条分法是条分法中最简单最古老的一种。该法假定滑动面是一个圆弧面。并认为条块间的作用力对边坡的整体稳定性影响不大，可以忽略，或者说，假定条块两侧的作用力大小相等，方向相反且作用于同一直线上。图 7-15 中取条块 i 进行分析，由于不考虑条块间的作用力，根据径向力的平衡条件，有

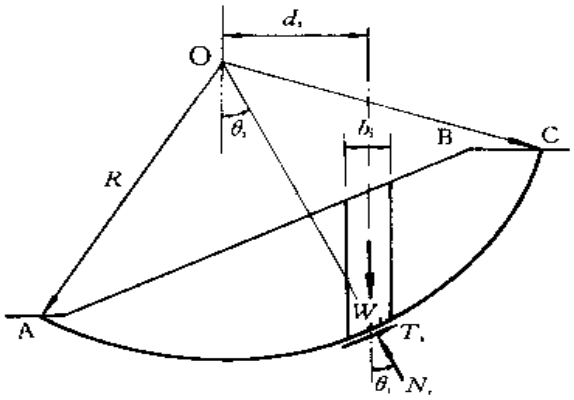


图 7-15　瑞典条分法

$$N_i=W_i\cos\theta_i \tag{7-9}$$

根据滑弧面上极限平衡条件，有

$$T_i=\frac{T_{fi}}{F_s}=\frac{c_il_i+N_i\mathrm{tg}\phi_i}{F_s} \tag{7-10}$$

式中，T_{fi}——条块 i 在滑动面上的抗剪强度；

F_s——滑动圆弧的安全系数。

式（7-10）中，$T_i\neq W_i\sin\theta_i$，因此条块的力多边形不闭合，即本法不满足条块的静力平衡条件。按整体力矩平衡条件，外力对圆心力矩之和为零。在条块的三个作用力中，法向力 N_i 过圆心不引起力矩。重力 W_i 产生滑动力矩为

$$\sum W_id_i=\sum W_iR\sin\theta_i \tag{7-11}$$

滑动面上抗滑力产生的抗滑力矩为

$$\sum T_i R = \sum \frac{c_i l_i + N_i \mathrm{tg}\phi_i}{F_s} \cdot R \tag{7-12}$$

因为整体力矩平衡，即 $\sum M_i = 0$

故
$$\sum W_i d_i = \sum T_i R \tag{7-13}$$

将式(7-11)和式(7-12)代入式(7-13)，并进行简化，

$$\sum W_i R \sin\theta_i = \sum \frac{c_i l_i + W_i \cos\theta_i \mathrm{tg}\phi_i}{F_s} R$$

$$F_s = \frac{\sum (c_i l_i + W_i \cos\theta_i \mathrm{tg}\phi_i)}{\sum W_i \sin\theta_i} \tag{7-14}$$

这就是最简单的条分法的计算公式，因为是瑞典人首先提出的，所以称为瑞典条分法。

如果将条块 i 的重力 W_i 沿滑动面分解成切向力 $T_i = W_i \sin\theta_i$，和法向力 $N_i = W_i \cos\theta_i$，切向力对圆心产生滑动力矩 $M_s = T_i R$，法向力引起摩擦力，与滑动面上的粘聚力一起组成抗滑力，产生抗滑力矩 M_R，引用式(7-8)

$$F_s = \frac{M_R}{M_s} = \frac{\sum (c_i l_i + W_i \cos\theta_i \mathrm{tg}\phi_i)}{\sum W_i \sin\theta_i}$$

得到与式(7-14)完全相同的结果。

由此看来瑞典条分法就是忽略条块间力影响的一种简化方法，它只满足滑动土体整体力矩平衡条件而不满足条块的静力平衡条件，这是它区别于后面将要讲述的其它条分法的主要特点。此法应用的时间很长，积累了丰富的工程经验，一般得到的安全系数偏低，即误差偏于安全方面，故目前仍然是工程上常用的方法。

四、毕肖甫法

毕肖甫(A. N. Bishop)于1955年提出一个考虑条块侧面力的土坡稳定分析方法，称毕肖甫法。图7-16中从圆弧滑动体内取出土条 i 进行分析。作用在条块 i 上的力，除了重力 W_i 外，滑动面上有切向力 T_i 和法向力 N_i，条块的侧面分别有法向力 P_i、P_{i+1} 和切向力 H_i、H_{i+1}。若条块处于静力平衡状态，根据竖向力平衡条件，应有

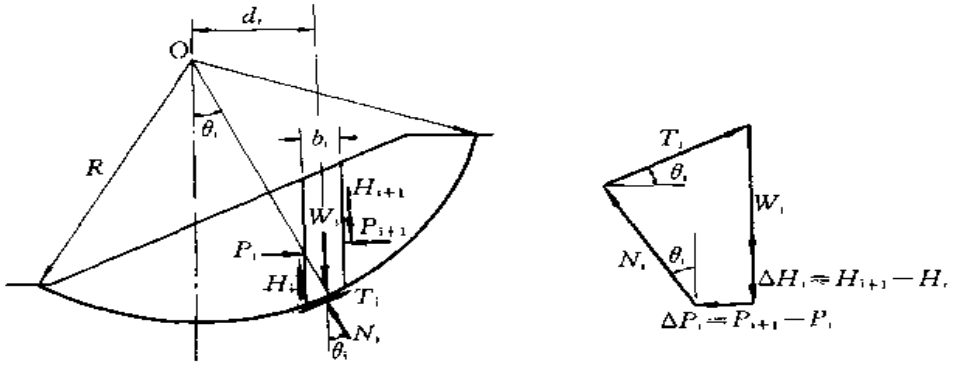


图 7-16　毕肖甫法条块作用力分析

$$\sum F_z = 0 \qquad W_i + \Delta H_i = N_i \cos\theta_i + T_i \sin\theta_i$$

$$N_i \cos\theta_i = W_i + \Delta H_i - T_i \sin\theta_i \tag{7-15}$$

根据满足安全系数为 F_s 时的极限平衡条件，

$$T_i = \frac{1}{F_s}(c_i l_i + N_i \mathrm{tg}\phi_i) \tag{7-10}$$

将式(7-10) 代入式(7-15)，整理后得

$$N_i = \frac{W_i + \Delta H_i - \frac{c_i l_i}{F_s}\sin\theta_i}{\cos\theta_i + \frac{\sin\theta_i \mathrm{tg}\phi_i}{F_s}} = \frac{1}{m_{\theta_i}}\left(W_i + \Delta H_i - \frac{c_i l_i}{F_s}\sin\theta_i\right) \tag{7-16}$$

式中

$$m_{\theta_i} = \cos\theta_i + \frac{\sin\theta_i \mathrm{tg}\phi_i}{F_s} \tag{7-17}$$

考虑整个滑动土体的整体力矩平衡条件，各土条的作用力对圆心力矩之和为零。这时条间力 P_i 和 H_i 成对出现，大小相等，方向相反，相互抵消，对圆心不产生力矩。滑动面上的正压力 N_i 通过圆心，也不产生力矩。因此，只有重力 W_i 和滑动面上的切向力 T_i 对圆心产生力矩。按式(7-13)

$$\sum W_i d_i = \sum T_i R$$

将式(7-10) 代入上式，得

$$\sum W_i R\sin\theta_i = \sum \frac{1}{F_s}(c_i l_i + N_i \mathrm{tg}\phi_i)R$$

代入式(7-16)N_i 值，简化后，得

$$F_s = \frac{\sum \frac{1}{m_{\theta_i}}[c_i b_i + (W_i + \Delta H_i)\mathrm{tg}\phi_i]}{\sum W_i \sin\theta_i} \tag{7-18}$$

这就是毕肖甫法的土坡稳定一般计算公式。式中 $\Delta H_i = H_{i+1} - H_i$，仍然是未知量。如果不引进其它的简化假定，式(7-18) 仍然不能求解。毕肖甫进一步假定 $\Delta H_i = 0$，实际上也就是认为条块间只有水平作用力 P_i 而不存在切向力 H_i。于是式(7-18) 进一步简化为

$$F_s = \frac{\sum \frac{1}{m_{\theta_i}}[c_i b_i + W_i \mathrm{tg}\phi_i]}{\sum W_i \sin\theta_i} \tag{7-19}$$

称为简化毕肖甫公式。式中，参数 m_θ 包含有安全系数 F_s。因此不能直接求出安全系数，而需要采用试算的办法，迭代求算 F_s 值。为便于迭代计算，已编制成 m_θ-θ 关系曲线，如图 7-17。

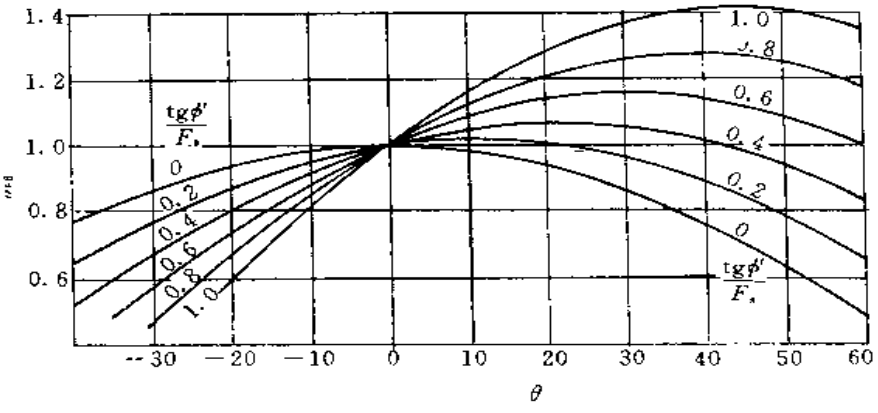


图 7-17　m_θ 值曲线图

试算时，可先假定 $F_s=1.0$，由图 7-17 查出各 θ_i 所相应的 $m_{\theta i}$ 值。代入式（7-19）中，求得边坡的安全系数 F'_s。若 F'_s 与 F_s 之差大于规定的误差，用 F'_s 查 $m_{\theta i}$，再次计算出安全系数 F''_s，如是反复迭代计算，直至前后两次计算的安全系数非常接近，满足规定精度的要求为止。通常迭代总是收敛的，一般只要 3～4 次就可满足精度的要求。

与瑞典条分法相比，简化毕肖甫法是在不考虑条块间切向力的前提下，满足力多边形闭合条件，就是说，隐含着条块间有水平力的作用，虽然在公式中水平作用力并未出现。所以它的特点是：（1）满足整体力矩平衡条件；（2）满足各条块力的多边形闭合条件，但不满足条块的力矩平衡条件；（3）假设条块间作用力只有法向力没有切向力；（4）满足极限平衡条件。由于考虑了条块间水平力的作用，得到的安全系数较瑞典条分法略高一些。很多工程计算表明，毕肖甫法与严格的极限平衡分析法，即满足全部静力平衡条件的方法（如下述的简布法）相比，结果甚为接近。由于计算不很复杂，精度较高，所以是目前工程中很常用的一种方法。

五、普遍条分法（简布法，N. Janbu）

普遍条分法的特点是假定条块间水平作用力的位置。在这一前提下，每个条块都满足全部静力平衡条件和极限平衡条件，滑动土体的整体力矩平衡条件也自然得到满足，而且它适用于任何滑动面而不必规定滑动面是一个圆弧面，所以称为普遍条分法，是简布提出的，又称简布法。

从图 7-18a 滑动土体 ABC 中取任意条块 i 进行静力分析。作用在条块上的力及其作用点见图 b 所示。按静力平衡条件，

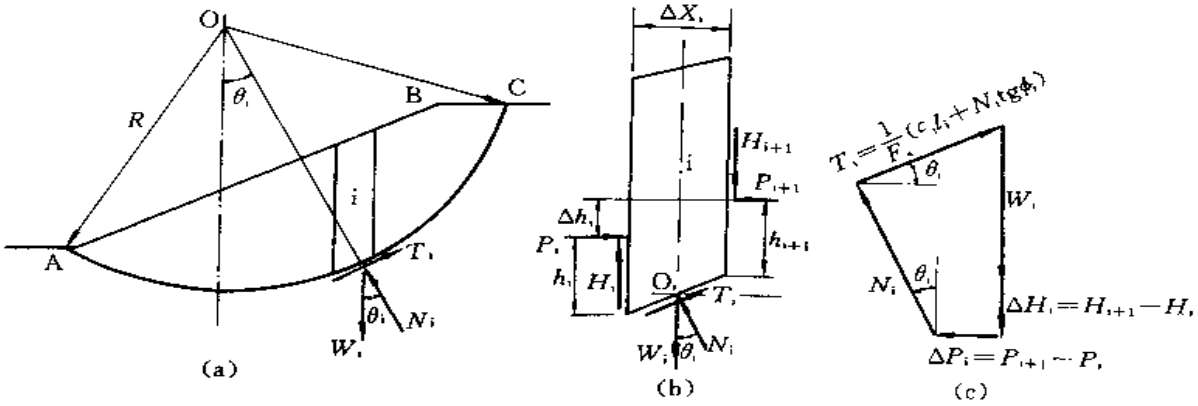


图 7-18　简布法条块作用力分析

$\sum F_z=0$，得

$$W_i+\Delta H_i=N_i\cos\theta_i+T_i\sin\theta_i$$

$$N_i\cos\theta_i=W_i+\Delta H_i-T_i\sin\theta_i \tag{7-15}$$

$\sum F_x=0$，得

$$\Delta P_i=T_i\cos\theta_i-N_i\sin\theta_i \tag{7-20}$$

将式(7-15) 代入式(7-20) 整理后得

$$\Delta P_i=T_i\left(\cos\theta_i+\frac{\sin^2\theta_i}{\cos\theta_i}\right)-(W_i+\Delta H_i)\mathrm{tg}\theta_i \tag{7-21}$$

根据极限平衡条件，考虑安全系数 F_s

$$T_i = \frac{1}{F_s}(c_i l_i + N_i \mathrm{tg}\phi_i) \tag{7-10}$$

由式(7-15)得

$$N_i = \frac{1}{\cos\theta_i}(W_i + \Delta H_i - T_i \sin\theta_i) \tag{7-22}$$

代入式(7-10)，整理后得

$$T_i = \frac{\frac{1}{F_s}\left[c_i l_i + \frac{1}{\cos\theta_i}(W_i + \Delta H_i)\mathrm{tg}\phi_i\right]}{1 + \frac{\mathrm{tg}\theta_i \, \mathrm{tg}\phi_i}{F_s}} \tag{7-23}$$

将式(7-23)代入式(7-21)，得

$$\Delta P_i = \frac{1}{F_s} \frac{\sec^2\theta_i}{1 + \frac{\mathrm{tg}\theta_i \, \mathrm{tg}\phi_i}{F_s}}[c_i l_i \cos\theta_i + (W_i + \Delta H_i)\mathrm{tg}\theta_i] - (W_i + \Delta H_i)\mathrm{tg}\theta_i \tag{7-24}$$

图 7-19 表示作用在条块侧面的法向力 P，显然有 $P_1 = \Delta P_1$，$P_2 = P_1 + \Delta P_2 = \Delta P_1 + \Delta P_2$，依此类推，有

$$P_i = \sum_{i=1}^{i} \Delta P_i \tag{7-25}$$

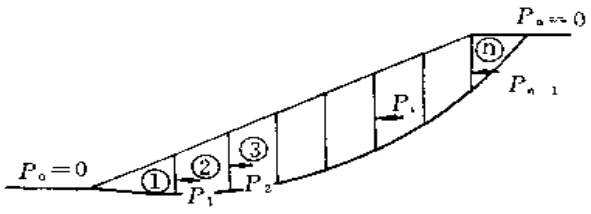


图 7-19　条块侧面法向力

若全部条块的总数为 n，则有

$$P_n = \sum_{i=1}^{n} \Delta P_i = 0 \tag{7-26}$$

将式(7-24)代入式(7-26)，得

$$\sum \frac{1}{F_s} \frac{\sec^2\theta_i}{1 + \frac{\mathrm{tg}\theta_i \cdot \mathrm{tg}\phi_i}{F_s}}[c_i l_i \cos\theta_i + (W_i + \Delta H_i)\mathrm{tg}\phi_i] - \sum (W_i + \Delta H_i)\mathrm{tg}\theta_i = 0$$

整理后得

$$F_s = \frac{\sum [c_i l_i \cos\theta_i + (W_i + \Delta H_i)\mathrm{tg}\phi_i] \frac{\sec^2\theta_i}{1 + \mathrm{tg}\theta_i \, \mathrm{tg}\phi_i / F_s}}{\sum (W_i + \Delta H_i)\mathrm{tg}\theta_i}$$

$$= \frac{\sum [c_i b_i + (W_i + \Delta H_i)\mathrm{tg}\phi_i] \frac{1}{m_{\theta i}}}{\sum (W_i + \Delta H_i)\sin\theta_i} \tag{7-27}$$

比较毕肖甫公式（7-18）和简布公式（7-27），两者很相似，但分母有差别，毕肖甫公式是根据滑动面为圆弧面，滑动土体满足整体力矩平衡条件推导出的。简布公式则是利用力的多边形闭合和极限平衡条件，最后从 $\sum_{1}^{n} \Delta P_i = 0$ 得出。显然这些条件适用于任何形式的滑动面而不仅限于圆弧面，在式(7-27)中，ΔH_i 仍然是待定的未知量。毕肖甫没有解出 ΔH_i，而让 $\Delta H_i = 0$ 成为简化毕肖甫公式。而简布则利用条块的力矩平衡条件，因而整个滑动土体的整体力矩平衡也自然得到满足。

将作用在条块上的力对条块滑弧段中点 O_i 取矩(图 7-18b)，并让 $\sum M_{Oi} = 0$。重力 W_i 和

滑弧段上的力 N_i 和 T_i 均通过 O_i，不产生力矩。条块间力的作用点位置已确定，并如图7-18b所示，故有：

$$H_i\frac{\Delta X_i}{2}+(H_i+\Delta H_i)\frac{\Delta X_i}{2}-(P_i+\Delta P_i)\left(h_i+\Delta h_i-\frac{1}{2}\Delta X_i\mathrm{tg}\theta_i\right)+P_i\left(h_i-\frac{1}{2}\Delta X_i\mathrm{tg}\theta_i\right)=0$$

略去高阶微量整理后得

$$H_i\Delta X_i-P_i\Delta h_i-\Delta P_i h_i=0$$

$$H_i=P_i\frac{\Delta h_i}{\Delta X_i}+\Delta P_i\frac{h_i}{\Delta X_i} \tag{7-28}$$

$$\Delta H_i=H_{i+1}-H_i \tag{7-29}$$

式(7-28)表示条块间切向力与法向力之间的关系。式中符号见图 7-18。

由公式(7-24)、(7-25)、(7-26)、(7-27)、(7-28)和(7-29)，利用迭代法可以求得普遍条分法的边坡稳定安全系数。其步骤如下：

(1) 假定 $\Delta H_i=0$，利用式(7-27)，迭代求第一次近似的安全系数 F_{s1}。

(2) 将 F_{s1} 和 $\Delta H_i=0$ 代入式(7-24)，求相应的 ΔP_i(对每一条块，从 1 到 n)。

(3) 用式(7-25)$P_i=\sum_{j=1}^{i}\Delta P_j$ 求条块间的法向力(对每一条块，从 1 到 n)。

(4) 将 P_i 和 ΔP_i 代入式(7-28)和(7-29)，求条块间的切向作用力 H_i(对每一条块，从 1 到 n)和 ΔH_i。

(5) 将 ΔH_i 重新代入式(7-27)，迭代求新的稳定安全系数 F_{s2}。

如果 $F_{s2}-F_{s1}>\Delta$，Δ 为规定的安全系数计算精度，重新按上述步骤(2)—(5)进行第二轮计算。如是反复进行，直至 $F_{s(k)}-F_{s(k-1)}\leqslant\Delta$ 为止。$F_{s(k)}$ 就是该假定滑动面的安全系数。边坡的真正安全系数还要计算很多滑动面，进行比较，找出最危险的滑动面，其安全系数才是真正的安全系数。工作量相当浩繁。一般要排成程序在计算机上计算。用普遍条分法计算一个滑动面安全系数的流程如图 7-20。

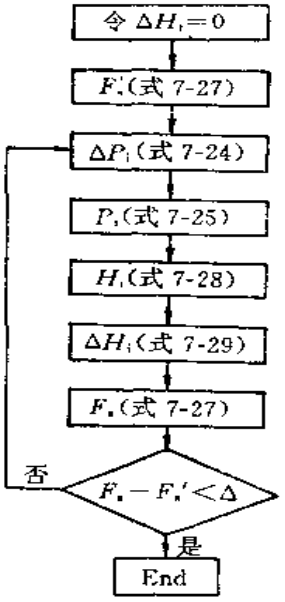


图 7-20　简布法计算程序流程

六、有限元法

从瑞典条分法到普遍条分法的基本思路都是把滑动土体切成有限宽度的土条，把土条当成刚体，根据静力平衡条件和极限平衡条件求得滑动面上的力的分布，从而可计算出稳定安全系数。但是因为土体是变形体并不是刚体。用分析刚体的办法，不满足变形协调条件，因而计算出滑动面上的应力状态不可能是真实的。有限元法就是把土坡当成变形体，按照土的变形特性，计算出土坡内的应力分布，然后再引入圆弧滑动面的概念，验算滑动土体的整体抗滑稳定性。

将土坡划分成许多单元体如图 7-21 所示。用有限元法可以计算出每个单元的应力、应变和每个结点的结点力和位移。这种计算目前已经成为土石坝应力变形分析的常用方法，有各种现成的程序可供应用。图 7-22 表示一座土坝用有限元法分析所得竣工时坝体的剪应变

分布图，可以清楚看出坝坡在重力的作用下剪切变形的轨迹类似于滑弧面。

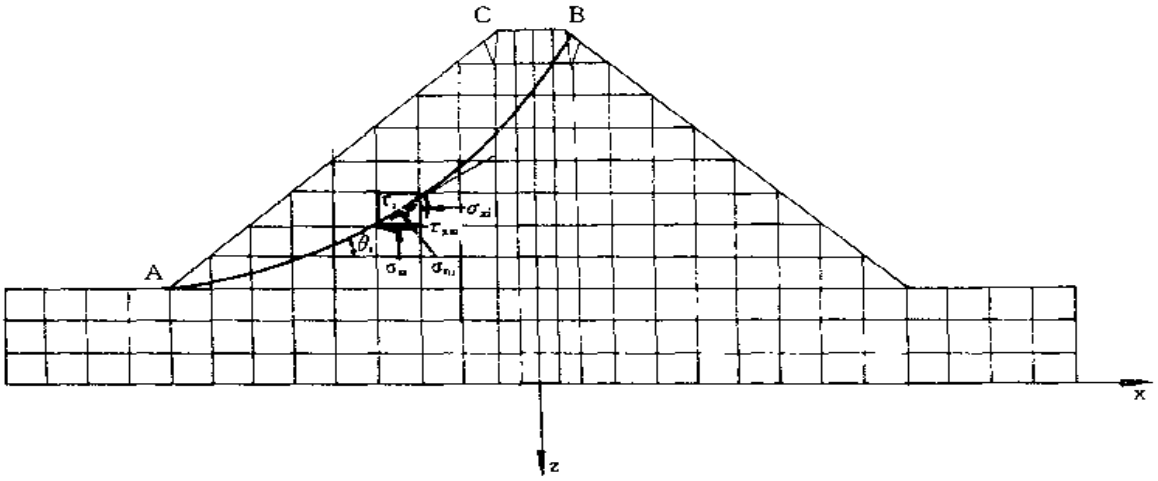


图 7-21　土坝的有限元网格和滑弧面

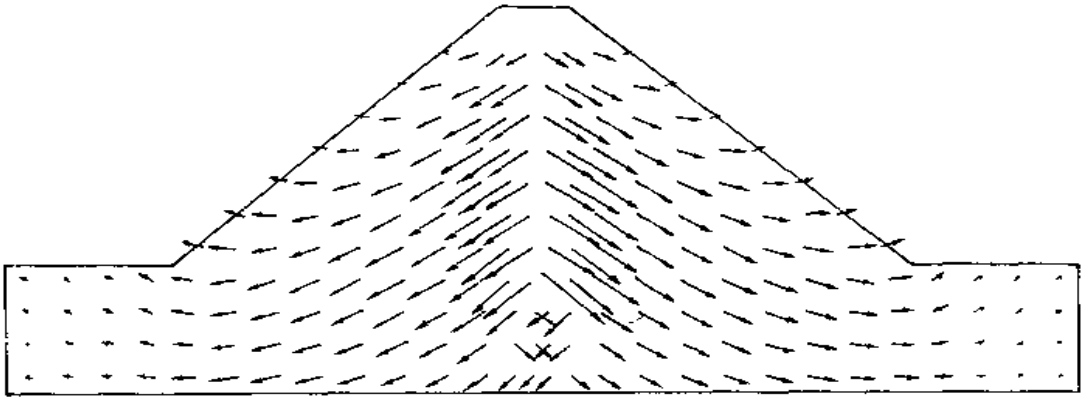


图 7-22　某坝竣工后的剪应变分布(有限元法分析)

土坡的应力计算出来以后，再引入圆弧滑动面的概念，图 7-21 中表示一个可能的圆弧滑动面。把滑动面划分成若干小弧段 Δl_i，小弧段 Δl_i 上的应力用弧段中点的应力代表，其值可以按有限元法应力分析的结果，根据弧段中点所在的单元的应力确定，表示为 σ_{xi}，σ_{zi}，τ_{xzi}。如果小弧段 Δl_i 与水平线的倾角为 θ_i，则作用在弧段上的法向应力和剪应力分别为

$$\sigma_{ni} = \frac{1}{2}(\sigma_{xi} + \sigma_{zi}) - \frac{1}{2}(\sigma_{xi} - \sigma_{zi})\cos 2\theta_i + \tau_{xzi}\sin 2\theta_i \tag{7-30}$$

$$\tau_i = -\tau_{xzi}\cos 2\theta_i - \frac{1}{2}(\sigma_{xi} - \sigma_{zi})\sin 2\theta_i \tag{7-31}$$

根据摩尔－库伦强度理论，该点土的抗剪强度为

$$\tau_{fi} = c_i + \sigma_{ni}\mathrm{tg}\phi_i$$

将滑动面上所有小弧段的剪应力和抗剪强度分别求出后，累加求沿着滑动面的总的剪切力 $\sum \tau_i \Delta l_i$ 和抗剪力 $\sum \tau_{fi}$。边坡稳定安全系数为

$$F_s = \sum_{i=1}^{n}(c_i + \sigma_{ni}\mathrm{tg}\phi_i)\Delta l_i \Big/ \sum_{i=1}^{n}\tau_i \Delta l_i \tag{7-32}$$

显然，这种分析方法的优点是把边坡稳定分析与坝体的应力和变形分析结合起来。这时，滑动土体自然满足静力平衡条件而不必如条分法那样引入人为的假定。但是当边坡接近失稳时，滑裂面通过的大部分土单元处于临近破坏状态，这时，用有限元法分析边坡内的应力和变形所需要的土的基本特性，如变形特性，强度特性等均变得十分复杂，要提出一种能反映土体实际状况的计算模型很不容易。如果说在边坡稳定分析中极限平衡分析法是当前工程上主要应用的方法，则有限元法是一种潜在的具有很大发展前景的方法。

【例题 7-3】 简单粘性土坡，高 25m，坡比 1∶2，辗压土的容重 $\gamma = 20\text{kN/m}^3$，内摩擦角 $\phi = 26.6°$（相当于 $\text{tg}\phi = 0.5$），粘结力 $c = 10\text{kN/m}^2$，滑动圆心 O 点如图 7-23 所示，试分别用瑞典条分法和简化毕肖甫法求该滑动圆弧的安全系数，并对结果进行比较

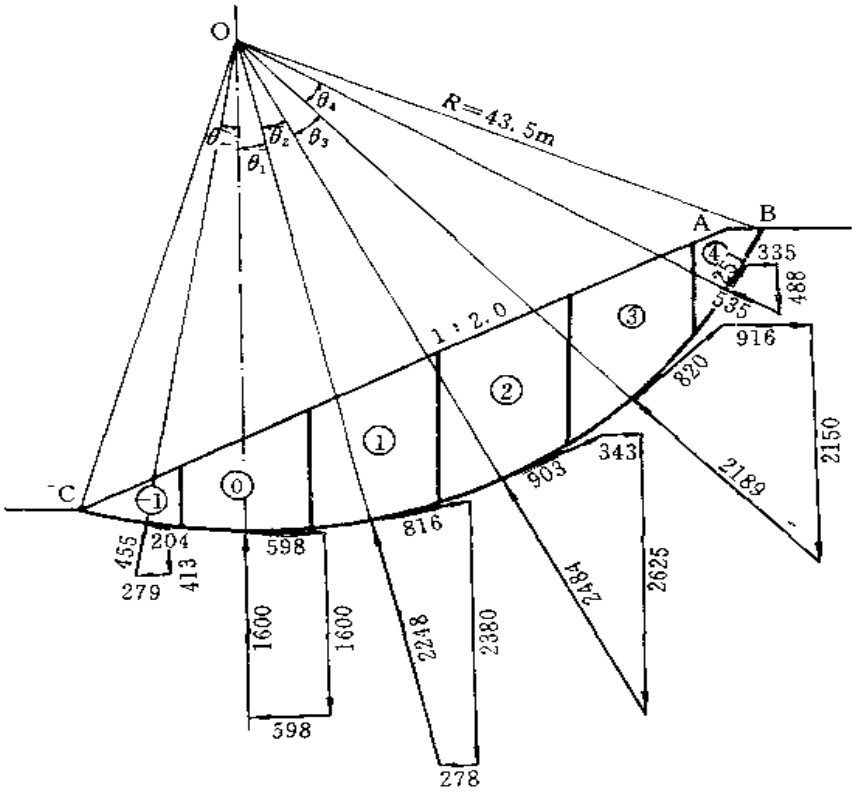


图 7-23　例题 7-3 图

解：为使例题计算简单，将滑动土体只分成 6 个条块，分别计算各条块的重量，滑动面长度 l_i，滑动面中心与过圆心铅垂线的圆心角 θ_i，然后按瑞典条分法和简化毕肖甫法进行稳定分析计算。

1. 瑞典条分法

瑞典条分法分项计算见表 7-1。

$$\sum W_i\sin\theta_i = 3584\text{kN} \qquad \sum W_i\cos\theta_i\text{tg}\phi_i = 4228\text{kN} \qquad \sum c_i l_i = 650$$

安全系数

$$F_s = \frac{\sum (W_i\cos\theta_i\text{tg}\phi_i + c_i l_i)}{\sum W_i\sin\theta_i} = \frac{4228 + 650}{3584} = 1.36,$$

2. 简化毕肖甫法

根据瑞典条分法计算结果 $F_s = 1.36$，毕肖甫法安全系数稍高于瑞典条分法。设 $F_{s1} = 1.55$，按简化毕肖甫法列表分项计算如表 7-2。

表 7-1

条块编号	θ_i (°)	W_i (kN)	$\sin\theta_i$	$\cos\theta_i$	$W_i\sin\theta_i$ (kN)	$W_i\cos\theta_i$ (kN)	$W_i\cos\theta_i\mathrm{tg}\phi_i$ (kN)	l_i (m)	c_il_i (kN)
−1	−9.93°	412.5	−0.172	0.985	−71.0	406.3	203	8.0	80
0	0	1600	0	1.0	0	1600	800	10.0	100
1	13.29°	2375	0.230	0.973	546	2311	1156	10.5	105
2	27.37°	2625	0.460	0.888	1207	2331	1166	11.5	115
3	43.60°	2150	0.690	0.724	1484	1557	779	14.0	140
4	59.55°	487.5	0.862	0.507	420	247	124	11.0	110

表 7-2

编号	$\cos\theta_i$	$\sin\theta_i$	$\sin\theta_i\mathrm{tg}\phi_i$	$\frac{\sin\theta_i\mathrm{tg}\phi_i}{F_s}$	M_{θ_i}	$W_i\sin\theta_i$	c_ib_i	$W_i\mathrm{tg}\phi_i$	$\frac{c_ib_i+W_i\mathrm{tg}\phi_i}{m_{\theta_i}}$
−1	0.985	−0.172	−0.086	−0.055	0.93	−71	80	206.3	307.8
0	1.00	0	0	0	1.00	0	100	800	900
1	0.973	0.230	0.115	0.074	1.047	546	100	1188	1230
2	0.888	0.460	0.230	0.148	1.036	1207	100	1313	1364
3	0.724	0.690	0.345	0.223	0.947	1484	100	1075	1241
4	0.507	0.862	0.431	0.278	0.785	420	50	243.8	374.3

$$\sum\frac{c_ib_i+W_i\mathrm{tg}\phi_i}{m_{\theta_i}}=5417\mathrm{kN}$$

安全系数
$$F_{s2}=\frac{\sum\frac{1}{m_{\theta_i}}(c_ib_i+W_i\mathrm{tg}\phi_i)}{\sum W_i\sin\theta_i}=\frac{5417}{3586}=1.51$$

毕肖甫法安全系数公式中的滑动力$\sum W_i\sin\theta_i$与瑞典条分法相同，$F_{s1}-F_{s2}=0.04$，误差较大。按$F_{s2}=1.51$，进行第二次迭代计算，结果如表7-3。

表 7-3

编号	$\cos\theta_i$	$\sin\theta_i$	$\sin\theta_i\mathrm{tg}\theta_i$	$\frac{\sin\theta_i\mathrm{tg}\theta_i}{F_s}$	m_{θ_i}	$W_i\sin\theta_i$	c_ib_i	$W_i\mathrm{tg}\phi_i$	$\frac{c_ib_i+W_i\mathrm{tg}\phi_i}{m_{\theta_i}}$
−1	0.985	−0.172	−0.086	−0.057	0.928	−71	80	206.3	308.5
0	1.00	0.0	0	0	1.00	0	100	800	900
1	0.973	0.230	0.115	0.076	1.045	546	100	1188	1232.5
2	0.888	0.460	0.230	0.152	1.040	1207	100	1313	1358.6
3	0.724	0.690	0.345	0.228	0.952	1484	100	1075	1234.2
4	0.507	0.862	0.431	0.285	0.792	420	50	243.8	371

$$\sum\frac{c_ib_i+W_i\mathrm{tg}\phi_i}{m_{\theta_i}}=5404.8$$

安全系数
$$F_{s3}=\frac{\sum\frac{1}{m_{\theta_i}}(c_ib_i+W_i\mathrm{tg}\phi_i)}{\sum W_i\sin\theta_i}=\frac{5404.8}{3586}=1.507$$

$F_{s2}-F_{s3}=0.003$，十分接近，可以认为$F_s=1.51$。

计算结果表明，简化毕肖甫法的安全系数较瑞典条分法高，约大0.15，与一般结论相同。

七、最危险滑裂面的确定方法和容许安全系数

（一）最危险滑裂面的位置

以上是计算某个位置已确定的滑动面的稳定安全系数的几种方法。这一安全系数并不代表边坡的真正稳定性，因为滑动面是任意取的。假设一个滑动面，就可计算其相应的安全系数。真正代表边坡稳定程度的安全系数是安全系数中的最小值。相应于最小的安全系数的滑动面称为最危险滑动面，它才是真正的滑动面。

确定最危险滑动面圆心的位置和半径大小是稳定分析中最繁琐、工作量最大的工作。需要通过多次的计算才能完成。这方面费伦纽斯（W. Fellenius）提出的经验方法，对于较快地确定最危险滑动面很有帮助。

费伦纽斯认为，对于均匀粘性土坡，最危险滑动面一般通过坡脚。在 $\phi=0$ 法的边坡稳定分析中，最危险滑弧圆心位置可以由图 7-24a 中 β_1 和 β_2 夹角的交点确定。β_1、β_2 的值与坡角 α 大小的关系，可由表 7-4 查用。

表 7-4　各种坡角的 β_1、β_1 值

坡角 α	坡度 1∶m	β_1	β_2
60°	1∶0.58	29°	40°
45°	1∶1.0	28°	37°
33°41′	1∶1.5	26°	35°
26°34′	1∶2.0	25°	35°
18°26′	1∶3.0	25°	35°
14°02′	1∶4.0	25°	36°
11°19′	1∶5.0	25°	39°

对于 $\phi>0$ 的土坡，最危险滑动面的圆心位置可能在图 7-24b 中 DE 线的延长段上。DE 线的位置按图 7-24b 中所示的方法确定。自 E 点向 DE 延线上取圆心 O_1、O_2…，通过坝脚

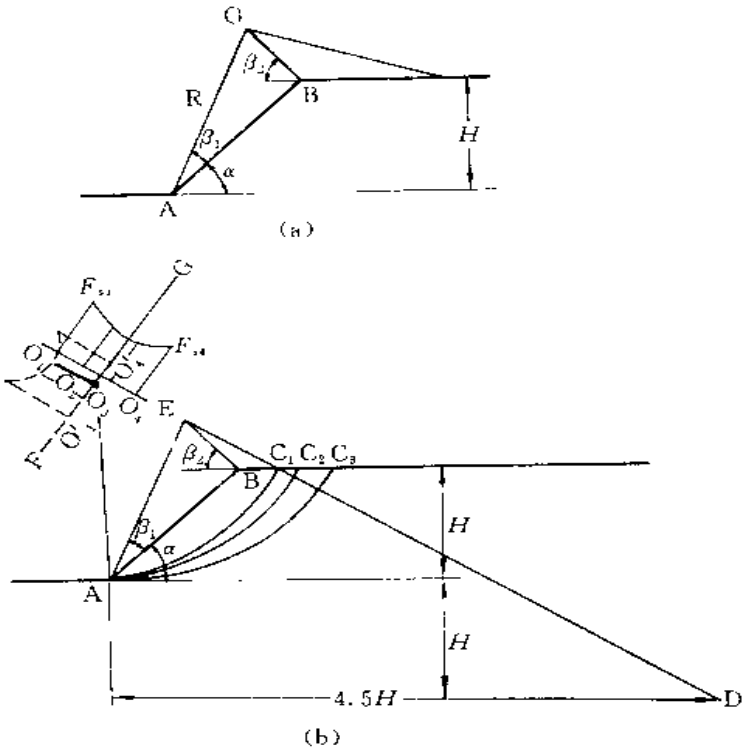


图 7-24　最危险滑动圆心的确定方法

A 分别作圆弧，$\overset{\frown}{AC_1}$、$\overset{\frown}{AC_2}$、…，并求出相应的安全系数 F_{s1}、F_{s2}…。然后用适当的比例尺标在相应圆心点上，并连成安全系数 F_s 随圆心位置的变化曲线。曲线的最低点即为圆心在 DE 线上时安全系数的最小值。但是真正的最危险滑弧圆心并不一定在 DE 线上。通过这个最低点，引 DE 的垂直线 FG，在 FG 线上，在 DE 延线的最小值前后再定几个圆心 O'_1，O'_2，…，用类似步骤确定圆心在 FG 线上时的最小安全系数的圆心，这个圆心才认为是通过坡脚滑出时的最危险滑动圆弧的中心。

当地基土层性质比填土软弱，或者坝坡不是单一土坡，或者坝体填土种类不一、强度互异时，最危险滑动面不一定从坡脚滑出。这时寻找最危险滑动面位置就更为繁琐。实际上，对于非均质的、边界条件较为复杂的土坡，用上述方法寻找最危险滑动面的位置将是十分困难的。随着计算机技术的发展和普及，目前可以采用最优化方法，通过随机搜索，寻找最危险的滑动面的位置。国内已有这方面的程序可供使用。

（二）边坡容许安全系数

在土坡稳定分析中，从土料的强度指标到计算方法，很多因素都无法准确确定。因此如果计算得到的安全系数等于 1 或稍大于 1，并不表示边坡的稳定性能得到可靠的保证。安全系数必须满足一个最起码的要求，称为容许安全系数。容许安全系数值是以过去的工程经验为依据并以各种规范的形式确定。因为采用不同的抗剪强度试验方法和不同的稳定分析方法所得到的安全系数差别甚大，所以在应用规范所给定的容许安全系数时，一定要注意它所规定的试验方法和计算方法。

表 7-5 和表 7-6 是 1984 年水电部颁布的《碾压土石坝设计规范》(SDJ218-84) 和交通部 1987 年颁布的《港口工程技术规范》第六篇《地基、基础》中边坡容许安全系数表。表中除注明者外，均适用于瑞典圆弧法。对Ⅰ、Ⅱ级的中、高土石坝以及一些复杂的情况，应同时采用毕肖甫法或其它更严格的方法（如普遍条分法等）进行计算。此时安全系数的容

表 7-5　碾压式土石坝坝坡容许稳定安全系数

运用条件	工程等级			
	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ、Ⅴ
正常运用条件	1.30	1.25	1.20	1.15
非常运用条件Ⅰ	1.20	1.15	1.10	1.05
非常运用条件Ⅱ	1.10	1.05	1.05	1.00

注：正常运用条件系指：

（1）水库水位处于正常高水位（或设计洪水位）与死水位之间的各种水位下的稳定渗流期；

（2）水库水位在上述范围内的经常性的正常降落；

（3）抽水蓄能电站的水库水位的经常性变化和降落。

非常运用条件Ⅰ系指：

（1）施工期；

（2）校核洪水位下有可能形成稳定渗流的情况；

（3）水库水位的非常降落，如自校核洪水位降落、降落至死水位以下、大流量快速泄空等；

（4）正常运用条件遇地震。

非常运用条件Ⅱ系指以上非常运用条件(1)—(3)再遇地震的情况。

许值，应比表 7-5 中所规定的值适当提高 10%左右。对于 I 级土石坝在正常应用条件下，安全系数应不少于 1.5。

表 7-6　港口工程边坡容许安全系数

抗剪强度指标	容许安全系数	说　明
固结快剪	1.1—1.3	瑞典条分法
有效剪	1.3—1.5	简化毕肖甫法
十字板剪	1.1—1.3	整体圆弧滑动($\phi=0$)法
快　剪	1.0—1.2	使用期考虑因固结而增长的强度，F_s 可增加 10%

注：校核施工期稳定性，安全系数可取表中低值，但校核打桩前岸坡的稳定性，宜取较高值。

八、边坡稳定分析图解法

以上所讲的粘性土坡稳定分析方法，即便是最简单的瑞典条分法，由于要找到最危险的滑动圆弧，都需要大量的计算工作。为简化计算工作量，曾有不少学者根据他们所掌握的大量计算资料，整理出坡高 H、坡角 α、与土的抗剪强度指标 c、ϕ 和容重 γ 等参数之间的关系，并绘成图表供直接查用。其中较简便实用的如图 7-25 所示的苏联学者洛巴索夫（П.Д.Лобасов）的土坡稳定计算图。

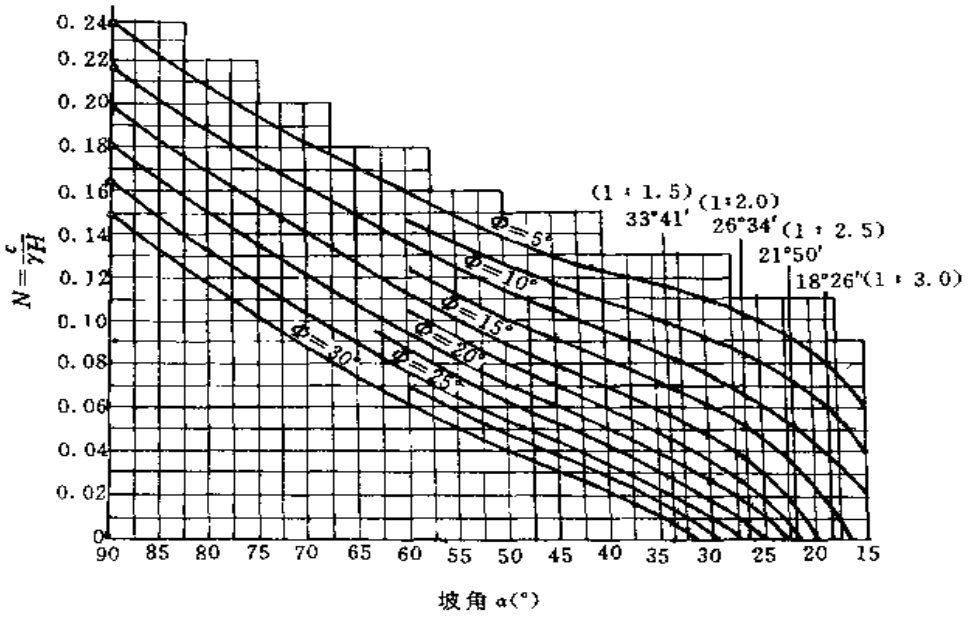


图 7-25　计算简单土坡稳定用图表（П.Д.Лобасов）

对于均质的简单土坡，高度在 10m 以内时可以直接查用。对于更高的土坡，也有参考价值。图中 $N=\frac{c}{\gamma H}$ 称为稳定数，其中 c 为粘聚力以 kPa 计，γ 为土的容重，以 kN/m³ 计，H 为土坡的高度，以 m 计。利用这张图表，可以很快地解决下列两个主要的土坡稳定问题。

（1）已知坡角 α、土的内摩擦角 ϕ、粘聚力 c、容重 γ，求土坡的许可高度 H。

（2）已知土的性质指标 c、ϕ、γ 以及坡高 H，求许可的坡角 α。

【例题 7-4】 已知坡角 $\alpha=33°41'$，土的内摩擦角 $\phi=20°$，粘聚力 $c=4.9\text{kPa}$，容重 $\gamma=15.7\text{kN/m}^3$，求土坡的容许高度 H（安全系数已包括在强度指标中）。

解： 按坡角 α 和内摩擦角 ϕ，由图 7-22 查得稳定数 $N=0.035$。

$$\text{又}\quad N=\frac{c}{\gamma H}$$

$$\text{故}\quad H=\frac{c}{\gamma N}=\frac{4.9}{15.7\times0.035}=8.9\text{m}$$

【例题 7-5】 土的性质同例题 7-4，若坡高 $H=15\text{m}$，求土坡的稳定坡角 α。

解： 求稳定数

$$N=\frac{c}{\gamma H}=\frac{4.9}{15.7\times15}=0.0208$$

按稳定数 N 和内摩擦角 ϕ，由图 7-25 查得稳定坡角 $\alpha=28°$。

第四节　边坡稳定分析的总应力法和有效应力法

一、基本概念

无论是天然土坡还是人工土坡，在许多情况下土体内存在着孔隙水压力，例如渗流所引起的渗透压力或者填土所引起的超静孔隙水压力，孔隙水压力的大小有些情况下容易确定，有些情况下则较难确定或确定不了。例如稳定渗流引起的渗透压力一般可以根据流网比较准确地确定，而在施工期，水位骤降期以及地震时产生的孔隙水压力就较难确定；而土坡在滑动过程中的孔隙水压力变化目前几乎还没有办法确定。显然，在前节所讨论的边坡稳定计算方法中，作用于滑动土体上的力是用总应力表示还是用有效应力表示是一个十分重要的问题。

图 7-26 表示土坡中因某种原因存在着孔隙水压力。作用在滑动弧面$\overset{\frown}{AC}$上的孔隙水压力也和一般的水压力一样垂直于作用面，也就是说，作用方向垂直于滑动弧面、指向圆心。取土条 i 进行力的分析。将土条重力 W_i 分解成法向力 N_i 和切向力 T_i。T_i 是滑动力，对圆心产生滑动力矩 M_{si}。N_i 是法向力，如果将其扣去孔隙水压力 u_il_i，剩余部分 $(N_i-u_il_i)$ 在滑动弧面上产生摩擦阻力 $T_{fi}=(N_i-u_il_i)\text{tg}\phi'$，摩擦阻力对于圆心产生抗滑力矩 M_{Ri}。这样的分析方法就称为有效应力法。因为这时孔隙水压力已被扣除，摩阻力完全由有效应力计算。当然抗剪强度指标应用有效强度指标 ϕ'。

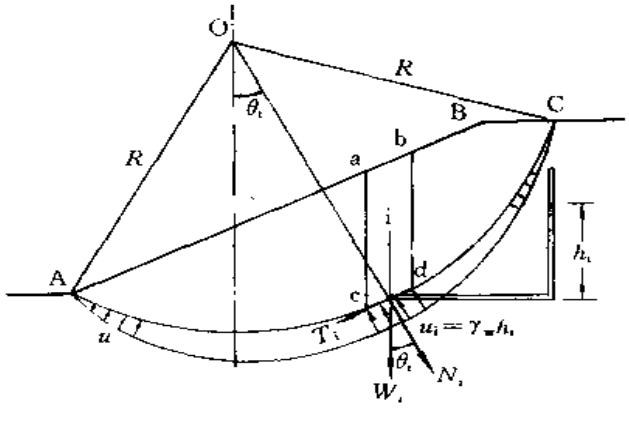


图 7-26　滑动面上孔隙水压力的作用

另一种分析方法是计算摩阻力时不扣除孔隙水压力。摩擦阻力直接用式 $T_{fi}=N_i\text{tg}\phi_i$ 计

算。这就是总应力法。

同一种情况用两种计算方法得到的摩擦阻力应该是一样的。为了得出这一结果必须是$\phi_t < \phi'$。ϕ_t就是总应力强度指标。正确的ϕ_t值必须能恰当地反映u所起的作用，使两种方法算得的摩擦阻力一样大。这种依靠不同的试验方法得出适当的强度指标c、ϕ值以代替该具体情况下土体中孔隙水压力对强度的影响，就是总应力法的实质。

显然，如果孔隙水压力u能够比较容易地计算出来，应该采用有效应力法，这样概念清楚，结果可靠。但是许多情况下，孔隙水压力难以准确计算，就只能采用总应力法。目前在工程界中这两种方法均有应用。但在强度指标的配合选用上，常常存在模糊不清的概念而引起差错。因此，正确使用总应力法或有效应力法以及选择相应的合适的抗剪强度指标，是土坡稳定分析中的关键问题。

如前所述，总应力法是通过控制试验方法，得到合适的强度指标，间接反应孔隙水压力的影响。例如对于边坡土体已经完全固结了的情况，土体内没有超静孔隙水压力时，总应力与有效应力相同，试验方法就应该用直剪试验的慢剪或三轴试验的排水剪，得出的指标与有效强度指标相同，这时总应力法与有效应力法没有什么差别。又如，饱和粘性土施工期的稳定分析，情况就不一样。这时土体内可能产生较大的超静孔隙水压力且来不及消散，用总应力法时，抗剪强度试验就应该在不固结不排水条件下进行，即采用直剪试验的快剪指标或三轴试验的不排水剪指标。但是，实验室控制的实验条件是很有限的。常规的做法只有三种，即慢剪（排水剪）、固结快剪（固结不排水剪）和快剪（不固结不排水剪）。用有限的几种试验条件去模拟千变万化的孔隙水压力状态，显然是很粗糙的，有时还可能会有较大的误差。这就是总应力法的缺点。

有效应力法物理概念明确，困难在于孔隙水压力的计算上。采用此法时，在取滑动土体进行力的平衡分析上又有两种方法。第一种方法是把土体（包括土骨架和孔隙中的流体——水和气）作为整体取隔离体，滑动面是隔离体的边界面。边界面上受水压力的作用，水压力的大小就是边界面上各点的孔隙水压力值，方向垂直于滑动面。图 7-26 中所表示的就是这种方法。在工程上应用较多。另一种方法则是把滑动土体中的土骨架作为研究的对象，孔隙中的流体作为存在于土骨架中的连续介质。分析滑动土体中土骨架的力的平衡时要考虑流体与土骨架间的相互作用力，即浮力和渗透力。这种取土骨架为隔离体的方法在第二章图 2-23 中已经做了分析。这种方法，工程中采用较少，只用于已绘制出渗透流网的情况。在下面稳定渗流期边坡稳定分析中将作进一步阐述。

以下就土石坝边坡稳定分析的几个控制时期如何应用总应力法和有效应力法作较详细的探讨。为阐述简便，在计算方法中均采用瑞典条分法。对于复杂一些的方法，如毕肖甫法和简布法等，同样可以适用。

二、稳定渗流期土坡稳定分析

稳定渗流期指坝体内施工期间由于填筑土体所产生的超静孔隙水压力已经全部消散，水库长期蓄水，上下游水位差在坝体内已形成稳定渗流，坝体内的渗透流网得以唯一确定，而且不随时间而变化。这种情况下，坝体内各点的孔隙水压力均能由流网确定。因此，原则上应该用有效应力法分析而不用总应力法。因为没有一种实验方法能够模拟这种状态下土体中有效应力和孔隙水压力的分配。

如前所述，根据取隔离体的方法不同，又可分以下两种计算方法。

（一）方法一：将土骨架与孔隙流体（水与气）一起当成整体取隔离体，进行力的平衡分析。

图 7-27 中从滑动土体 ABC 内取出条块 i 进行分析。由于将土骨架与孔隙流体当成一

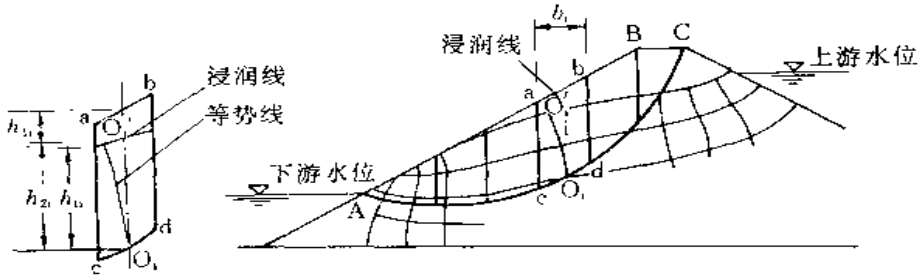


图 7-27　渗流期分析（取立体为隔离体）

个整体，因此浸润线以上的土重取为压实土的压实容重 γ_1，浸润线以下的土体处于饱水状态，取为饱和容重 γ_{sat}。土条 i 处于渗流场中，弧面 $\overset{\frown}{cd}$ 受渗透压力 P_w 的作用。渗透压力值用如下办法确定。通过弧段 $\overset{\frown}{cd}$ 的中点 O_i 作等势线与浸润线交于 O'_i。$O_i-O'_i$ 的竖直高度 h_{ti} 即为 $\overset{\frown}{cd}$ 段上的平均渗压水头。作用于 $\overset{\frown}{cd}$ 段上的总渗透压力为 $P_{wi}=\gamma_w h_{ti} l_i$。$l_i$ 为弧段 $\overset{\frown}{cd}$ 的长度。土条 i 的重量 $W_i=(\gamma_1 h_{1i}+\gamma_{sat} h_{2i})b_i$，$b_i$ 为土条的宽度。弧面 $\overset{\frown}{cd}$ 上的切向滑动力为 $T_i=W_i\sin\theta_i$，弧面上的总法向力为 $N_i=W_i\cos\theta_i$，有效法向力为 $N'_i=W_i\cos\theta_i-\gamma_w h_{ti} l_i$。圆弧稳定安全系数为

$$F_s=\frac{\sum_1^n[(W_i\cos\theta_i-\gamma_w h_{ti} l_i)\mathrm{tg}\phi'_i+c'_i l_i]}{\sum_1^n W_i\sin\theta_i} \tag{7-33}$$

式中符号见图 7-26 和图 7-27。因为是有效应力法，所以用有效内摩擦角 ϕ'_i 和有效粘聚力 c'_i。

当滑弧面深入下游水位，条块中部分土体浸没在下游水位以下时，这部分土体的容重可作如下处理。图 7-28 中弓形阴影部分的水体本身处于静力平衡状态，可以认为这部分水体对边坡的稳定安全性不起影响。就是说只要将这一面积内的土改成浮容重就相当于考虑了下游水位的影响。这时作用于弧段 $\overset{\frown}{cd}$ 上的渗压水头 h_{ti} 应该修改为 O'_i 点至下游水位的垂直高度。土条的重量为 $W_i=(\gamma_1 h_{1i}+\gamma_{sat} h_{2i}+\gamma' h_{3i})b_i$，边坡稳定安全系数仍为式(7-33)

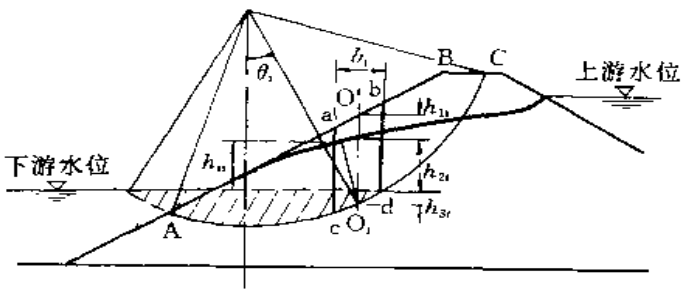


图 7-28　稳定分析中下游水位的作用

不变，只是 W_i 和 h_{ui} 作了上述相应的修改。

假定圆心角 θ_i 不大，则 $b_i\cos\theta_i \cong b_i\sec\theta_i = l_i$，如果浸润线的坡度平缓，则 $h_{ui} \cong h_{2i}$（图7-28）。这种情况下

$$\begin{aligned}&(\gamma_1 h_{1i}+\gamma_{sat}h_{2i}+\gamma' h_{3i})b_i\cos\theta_i-\gamma_w h_{ui}l_i\\&=(\gamma_1 h_{1i}+\gamma_w h_{2i}+\gamma' h_{2i}+\gamma' h_{3i})b_i\cos\theta_i-\gamma_w h_{2i}b_i\cos\theta_i\\&=(\gamma_1 h_{1i}+\gamma' h_{2i}+\gamma' h_{3i})b_i\cos\theta_i=W'_i\cos\theta_i\end{aligned}$$

于是式(7-33)可以简化成

$$F_s=\frac{\sum_1^n[W'_i\cos\theta_i\mathrm{tg}\phi'_i+c'_i l_i]}{\sum_1^n W_i\sin\theta_i} \tag{7-34}$$

与式(7-33)相比，式(7-34)中，分子中土体的重量改用 W'_i，而渗透压力不再出现。就是说，渗透压力对滑弧稳定性的作用，可以用近似的方法替换，即计算抗滑力时，浸润线至下游水位之间这一部分土柱重量用有效容重代替饱和容重，而在滑动力的计算中则仍用饱和容重不变。这种方法称为替代容重法。所以式(7-34)是式(7-33)的近似表达式。就实质而言仍然是有效应力法，因此抗剪强度指标都应采用有效强度指标 c'，ϕ'。其优点是计算中只要知道坝体内浸润线的位置，而可以不必计算滑弧面上各点的渗透压力，也即不必绘流网，从而使计算得以简化。这种方法常用于中小型水利工程的设计中。但是如果滑动圆弧的圆心角过大，式(7-33)与式(7-34)的计算结果就会有较大的差别。这时为了正确考虑渗流作用的影响，还是以采用式(7-33)为宜。

(二)方法二：将土骨架作为稳定分析的隔离体，渗透水流当成在土骨架孔隙中流动的连续介质，两者都是独立的相互作用的传力体系。分析图 7-29 中滑动土体 ABC 内土骨架的平衡。它除了受重力和滑动面的反力外，还受水流的拖曳作用，后者用渗透力表示。今取滑动块体中的第 i 条块来分析。因为土骨架置于渗流的水中，受水的浮力和渗透力的作用，所以计算条块的重量时，水位以下均用浮容重，$W_i=(\gamma_1 h_{1i}+\gamma' h_{2i})b_i$。渗透力作用于渗透水流流过的全部体积中，取一延米计算，即图 7-29 中的阴影部分面积为 A。单位体积的渗透力 $j=\gamma_w i$、渗透坡降 i 可以从等势线的分布求得。渗透力 j 的方向就是流线的方向。作用于条块的总渗透力 $J=\gamma_w iA$，方向取为该面积渗流的平均方向。作用点取在渗流面积的形心处。根据

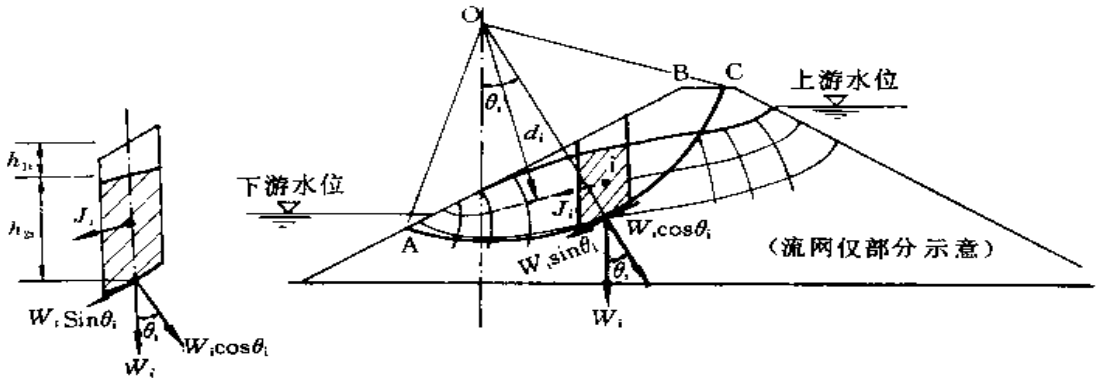


图 7-29　渗流期稳定分析(取土骨架为隔离体)

作用点和渗流方向可以定出渗透力的力臂 d_i。通常只考虑渗透力的滑动作用而不考虑渗透力增加(或减小)骨架压力，从而影响沿滑动面的抗滑力。这样，以土骨架为隔离体的滑动圆弧安全系数可表示为

$$F_s=\sum_1^n\left[W_i\cos\theta_i\mathrm{tg}\phi'_i+c'_iL_i\right]\Big/\left[\sum_1^n W_i\sin\theta_i+\sum_1^n\frac{J_id_i}{R}\right] \tag{7-35}$$

这种分析方法既然是以土骨架为隔离体，力作用在骨架上，当然是有效应力法，强度指标应采用有效内摩擦角 ϕ' 和有效粘聚力 c'。

由于隔离体的取法不同，滑弧稳定安全系数的表达式(7-33)和式(7-35)的形式不一样，但都是有效应力法，计算结果应很相近。由于取土骨架为隔离体的办法须用流网分块计算渗透力，计算较为繁琐，故较少应用。

【例题 7-6】 若例题 7-3 中上坡为均质坝坝坡，断面和土的特性不变（$\phi'=26.6°$　$c'=10\mathrm{kN/m^2}$），填土压实容重 $\gamma=20\mathrm{kN/m^3}$，饱和容重 $\gamma_{sat}=20.7\mathrm{kN/m^3}$，浮容重 $\gamma'=10.7\mathrm{kN/m^3}$。上下游水位和渗透流网如图 7-30a 所示，试用有效应力法分析下游坡的稳定性。

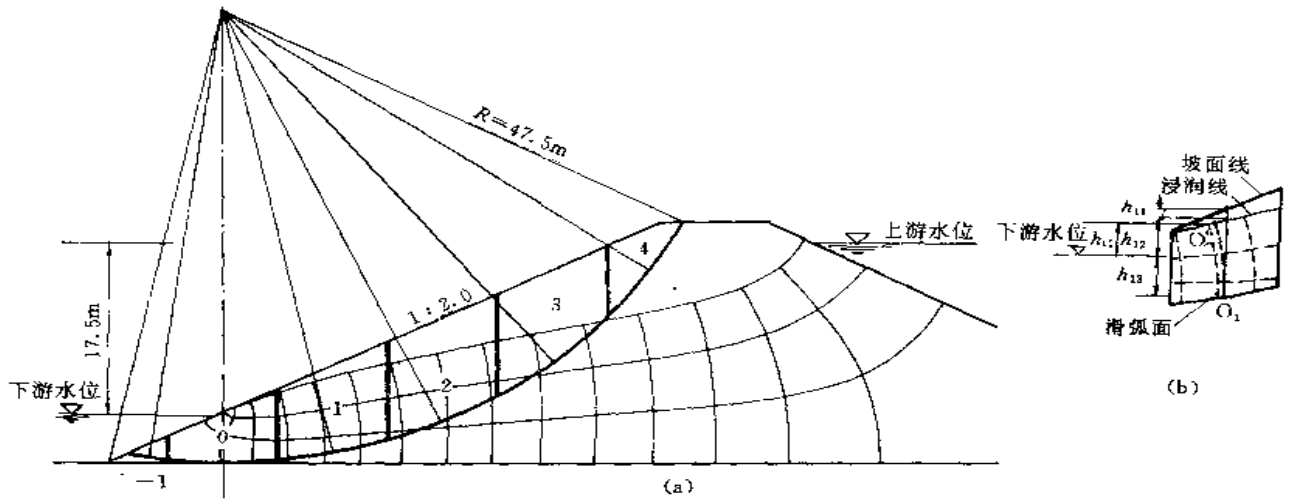


图 7-30　例题 7-6

解：

1. 采用瑞典条分法求解，取滑弧面内土体（土骨架与孔隙流体一起）为隔离体。作为例题，为计算简单，将滑动土体分成 6 块。以 1# 条块为例（见图 7-30b），将土条沿高度分成三段，即浸润线至坡面高度 $h_{11}=1.2\mathrm{m}$，下游水位至浸润线高度 $h_{12}=4.0\mathrm{m}$，下游水位以下高度 $h_{13}=4.0\mathrm{m}$，条块的重量为

$$W_1=(\gamma h_{11}+\gamma_{sat}h_{12}+\gamma' h_{13})\,b$$

计算滑弧面上的渗透压力时，从弧段中点 O_1 作邻近等势线的平行线，交浸润线于 O'_1，量得 O'_1 与下游水位的铅直距离为 h_{11}，即渗透压力 $P_{w1}=\gamma_w h_{11}$。

按式（7-33）求边坡稳定安全系数 F_s，分项计算结果如例表 7-7，$F_s=0.834$。

2. 若改用替代容重法，采用式（7-34）计算，结果见表 7-8。安全系数 $F_s=1.005$。

显然，两种方法算得的安全系数有相当大的差别。比较每一条块的抗滑力，第三条块差别较大，其它条块差别不大，这是因为当 θ 较大时，$b_i\cos\theta_i$ 小于 $b_i\sec\theta_i$ 较多所致。通过这一算例，说明替代法常得到偏高的安全系数。

表 7-7

编号	土条高度(m) h_1	h_2	h_3	$W_i=b(\gamma h_{1i}+\gamma_{sat}h_{2i}+\gamma' h_{3i})$ (kN)	θ_i (°)	$\sin\theta_i$	$\cos\theta_i$	$W_i\sin\theta_i$	$W\cos\theta_i$	l_i	P_{wi}	$P_{wi}l_i$	c_il_i	$(W_i\cos\theta_i-P_{wi}l_i)\times\mathrm{tg}\varphi+c_il_i$
−1	0	0	0.5	53.5	−8.3	−0.144	0.990	−7.7	53.0	4.0	0	0	40	66.5
0	0	折算	5.5	588.5	0	0	1.0	0	588	10.0	1.0	100	100	344
1	1.2	4.0	4.0	1496	12.3	0.213	0.977	319	1462	10.1	39	394	101	635
2	3.5	6.5	1.0	2153	24.9	0.421	0.907	906	1953	11.0	65	715	110	729
3	6.2	3.5	0	1965	39.3	0.633	0.774	1244	1521	12.0	85	1020	120	370.5
4	2.63	0	0	525	54.8	0.817	0.576	423	302	11.5	0	0	115	266

$\sum 2884.3$ $\sum 2411$

$$F_s=\frac{2411}{2884.3}=0.834$$

表 7-8

编号	土条高度(m) h_1	h_2	h_3	$W_i=b(\gamma h_1+\gamma_{sat}h_2+\gamma' h_3)$ (kN)	$W'_i=b(\gamma h_1+\gamma' h_2+\gamma' h_3)$ (kN)	θ_i (°)	$\sin\theta_i$	$\cos\theta_i$	$W_i\sin\theta_i$	$W'_i\cos\theta_i$	c_il_i	$W'_i\cos\theta_i\mathrm{tg}\varphi+c_il_i$
−1	0	0	0.5	53.5	53.5	−8.3	−0.144	0.990	−7.7	53	40	66.5
0	0	折算	5.5	588.5	588.5	0	0	1.0	0	588.5	100	394
1	1.2	4.0	4.0	1496	1096	12.3	0.213	0.977	319	1071	101	636.5
2	3.5	6.5	1.0	2153	1503	24.9	0.421	0.907	906	1363	110	791.5
3	6.2	3.5	0	1965	1615	39.3	0.633	0.774	1244	1250	120	745
4	2.63	0	0	525	525	54.8	0.817	0.576	423	3024	115	266.2

$\sum 2884.3$ $\sum 2899.7$

$$F_s=\frac{2899.7}{2884.3}=1.005$$

三、施工期的边坡稳定分析

土石坝在施工期坝体填土逐渐加高，下部粘性填土受到上部填土的压力作用，往往来不及固结，因而出现超静孔隙水压力。特别是对于粘性大、含水量高或接近饱和的土更是如此。这种情况下，边坡高度增加，剪应力不断加大，填土的有效应力和抗剪强度却增加不多，因而易于导至土坡失稳。在刚峻工时达到最不利的程度，因而是边坡稳定的一种控制情况。

土石坝施工期的稳定分析，可以分别采用总应力法和有效应力法。

（一）总应力法

不直接考虑孔隙水压力的影响，边坡稳定安全系数用式（7-14）：

$$F_s=\frac{\sum_{i}^{n}(W_i\cos\theta_i\operatorname{tg}\phi_i+c_il_i)}{\sum_{i}^{n}W_i\sin\theta_i} \tag{7-14}$$

式中土条的重量 W_i 应用压密后填土的总重量。抗剪强度指标 c_i、ϕ_i，对于粘性填土，认为自重压力作用下来不及发生渗流固结，压密只是由于未充水部分孔隙体积的缩小，应该采用直剪试验的快剪指标或三轴试验的不排水剪指标。直剪试验因为试件薄、排水条件得不到严格控制，对于渗透系数 $k>1.0\times10^{-7}$cm/s 的土难以保证不排水条件，故要慎重使用。三轴试验对排水条件能严格控制，对各种渗透性的土均可采用。对于无粘性土，渗透系数很大，应认为在填筑的过程中，土已基本完成固结过程，式（7-14）中的 c、ϕ 值应用直剪试验的慢剪或三轴试验的排水剪指标。

总应力法可以不必计算施工期填土内的孔隙水压力变化和分布情况，比较简便。

（二）有效应力法

有效应力法必须先计算施工期填土内孔隙水压力的发生和发展情况，然后才能进行稳定计算。施工期孔隙水压力的估算包括两部分内容。一是估算不排水条件下孔隙水压力的发生，称之谓起始孔隙水压力的计算。一是估算施工期间孔隙水压力的消散，即孔隙水压力随时间的发展。对于粘性填土，如果体积大、渗透性小、施工速度又快，孔隙水压力在施工期间可以认为不消散，则只要进行第一项估算。一般若渗透系数 $k>1\times10^{-7}$cm/s 时，就需要进行第二项计算。

施工期坝体填土是非饱和的，严格地说，应分别确定孔隙气压力和孔隙水压力，才能比较精确定出土的抗剪强度。但是，大多数土石坝填土的饱和度均在 80%～85%以上。这种情况下，孔隙间的空气以封闭气体的形式分布于土中，只计算孔隙水压力，并按有效应力强度的公式 $\tau_f=c'+(\sigma-u)\operatorname{tg}\phi'$ 估算土的强度，就已经具有与其他环节相适应的精度。

施工期坝体应力状态变化所产生的起始孔隙水压力，可以用下式计算：

$$\begin{aligned}\Delta u&=B\left[\Delta\sigma_3+A\left(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_3\right)\right]\\&=B\Delta\sigma_1\left[\frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1}+A\left(1-\frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1}\right)\right]\\&=B\Delta\sigma_1\left[A+(1-A)\frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1}\right]=\overline{B}\Delta\sigma_1\end{aligned} \tag{7-36}$$

$$\overline{B}=\frac{\Delta u}{\Delta\sigma_1}=B\left[A+(1-A)\frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1}\right] \tag{7-37}$$

B 称为全孔隙水压力系数。$\frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1}$为加载过程中主应力变化的比值。研究坝体应力变化的规律表明，坝体填筑过程中，主应力增量的比值。$\Delta\sigma_3/\Delta\sigma_1$ 近似于常量。$\overline{B}$ 值可以从三轴不排水试验求之。其方法是让试件在一定的 $\Delta\sigma_3/\Delta\sigma_1$ 比值下增加荷载，测出相应的孔隙水压力 Δu，变化不同的 $\Delta\sigma_3/\Delta\sigma_1$ 值进行系列试验。然后绘制各种加载比例 $\Delta\sigma_3/\Delta\sigma_1$ 下的 u-σ_1 关系曲线，如图 7-31 所示。根据曲线的斜率就可以求出全孔压系数 $\overline{B}$。图 7-31 曲线表明，在整个应力范围内 $\overline{B}$ 不是一个常数。应根据实际的应力变化范围，采用其平均值。为简化计算，滑动面上的 σ_1 值，可以近似地用该点以上土柱的自重应力 γh 来代替，则土条滑动面上的起始孔隙水压力就可表达为

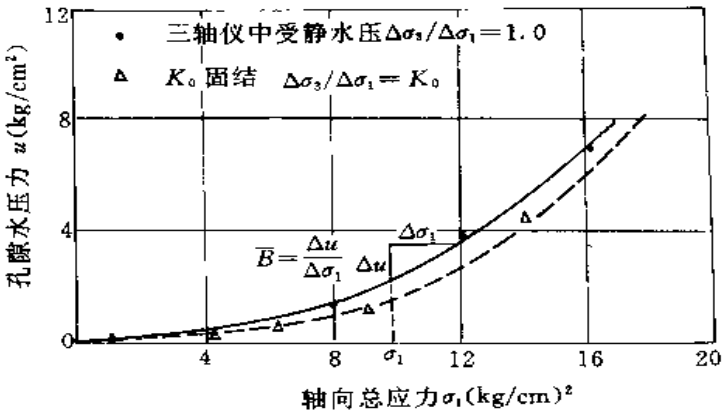


图 7-31　两种$\frac{\Delta\sigma_3}{\Delta\sigma_1}$的 σ_1-u 曲线

$$u=\overline{B}\gamma h \tag{7-38}$$

如果填土的渗透系数较大，$k>1\times10^{-7}$cm/s，需要考虑施工期间孔隙水压力的消散。则要按照土的渗流固结理论，计算土坝在施工过程中，一方面坝体在加高，压力在加大，孔隙水压力在发展；另一方面，随着时间的推移，坝体在固结，孔隙水压力在消散。这一过程的计算可参阅有关文献。计算结果可绘制出某一阶段坝体内孔隙水压力等值线图，如图 7-32 所示。

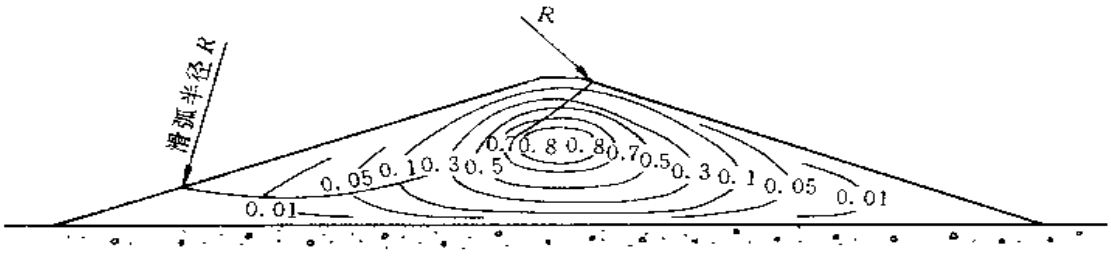


图 7-32　坝体孔隙水压力等值线图

坝体内孔隙水压力分布确定后，就可以用上节中所述的任何一种方法，用有效应力法计算边坡的稳定性。计算时将土骨架和孔隙流体一起取隔离体。滑弧面上的孔隙水压力按孔隙水压力等值线图上条块滑弧段中点处的孔隙水压力计算。方向垂直于滑动面。用瑞典条分法时，稳定安全系数为

$$F_s=\frac{\sum_1^n\left[(W_i\cos\theta_i-u_il_i)\ \mathrm{tg}\phi'_i+c'_il_i\right]}{\sum_1^n W_i\sin\theta_i} \tag{7-39}$$

四、地震期边坡稳定分析

地震对边坡稳定的影响有两种作用：一是在边坡土体上附加作用一个随时间变化的加速度，因而产生随时间变化的惯性力，促使边坡滑动；另一种作用是振动使土体趋于变密，引起孔隙水压力上升，即产生振动孔隙水压力，从而减小土的抗剪强度。对于密实的粘性土，惯性力是主要的作用，而对于饱和、松散的无粘性土和低塑性粘性土，则第二种作用的影响更大。振动孔隙水压力的影响因素很复杂，需要进行系列的振动试验，配合坝体动力反应分析才能进行预估，目前尚处在研究的阶段，就是说，用有效应力法进行地震边坡稳定分析尚有一定的难度，只有对于地震区内重要的土石坝工程才进行这类分析。一般情况下，均采用总应力法。计算时将随时间而变化的惯性力等价成一个静的地震惯性力，作用于滑动土体上，所以称为拟静力法。

（一）地震惯性力

地震惯性力由垂直分量和水平分量组成，作用于质点上。在条分法中即作用于条块的重心。水平惯性力可按下式计算。

$$Q_i = K_H C_z \alpha_i W_i \tag{7-40}$$

式中，K_H——水平向地震系数。是地面水平最大加速度的设计平均值与重力加速度的比值。按表 7-9 采用；

C_z——综合影响系数，取 1/4；

α_i——地震加速度分布系数。

表 7-9　水平向地震系数 K_H

设计烈度	7°	8°	9°
K_H	0.1	0.2	0.4

表 7-10　地震加速度分布系数 α_i

碾压式土坝、堆石坝	竖向	水平向	
	$H \leqslant 150$m	$H \leqslant 40$m	40m$< H \leqslant 150$m
	2.5, α_i, H, H_i, 1.0	2.5, α_i, 1.5, H, H_i, $\frac{3}{5}H$, 1.0	

地基处振动引起的惯性力为 $K_H W_i C_z$。坝体有一定弹性，在振动过程中，沿坝体不同高程，加速度要放大，一般坝顶达最大值。按理论分析和原型观测的统计结果，沿坝高的放大倍数如表 7-10 所示。

对土石坝，地震惯性力的计算，一般只考虑水平向的地震作用，但对于设计烈度为 8、9 度的大型工程，则应同时考虑水平向和垂直向的地震作用。垂直向的地震系数 K_V 取为水平向 K_H 的 2/3。但是水平向的最大地震力与垂直向的最大地震力很少可能同时发生。因此对于垂直向的地震力 Q'_i，规范建议要乘以 0.5 的遇合系数。故地震垂直向惯性力为：

$$Q'_i = 0.5 K_V C_z \alpha_i W_i = \frac{1}{3} Q_i \tag{7-41}$$

（二）拟静力法边坡稳定计算

将动态的地震力用一个静的惯性力代替，作用于条块的重心，如图 7-33 所示。然后，就可按一般的边坡稳定分析方法进行地震情况下的边坡稳定分析，称为拟静力法。按拟静力法，用瑞典条分法计算地震时边坡的稳定安全系数为

$$F_s=\frac{\sum_1^n\{[(W_i\pm Q'_i)\cos\theta_i-Q_i\sin\theta_i]\operatorname{tg}\phi_i+c_il_i\}}{\sum_1^n(W_i\pm Q'_i)\sin\theta_i+\frac{M_C}{R}} \tag{7-42}$$

式中，M_C 为各个条块的水平地震惯性力 Q_i 对圆心的力矩之和，即 $M_C=\sum_1^n Q_id_i$，d_i 为 Q_i 的力臂。Q'_i 为作用于条块重心处的竖向地震惯性力，作用方向取向上（“－”号）或向下（“＋”号），应以不利于稳定为准则。

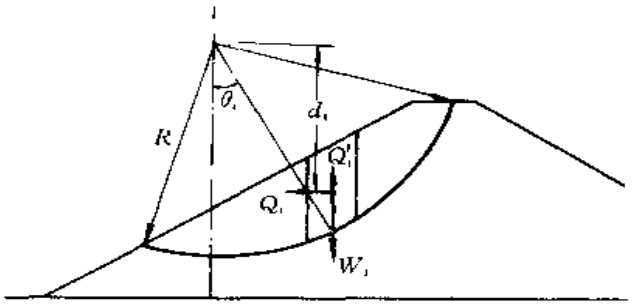


图 7-33　滑动土体上的地震惯性力

当有渗流时，条块重量 W_i 和渗透压力 p_{wi} 的计算方法按稳定渗流期的情况处理。但应注意，在地震惯性力 Q_i 和 Q'_i 的计算中，条块的重量均按实际的总重量计算，即浸润线以下的饱和土体均按饱和容重计算。

式中 c_i 和 ϕ_i 为考虑地震动荷载作用下土体的粘聚力和内摩擦角。原则上应用振动三轴仪或振动单剪仪通过试验测定。特别是对于Ⅰ、Ⅱ级坝或筑坝土料的抗震性能差、动荷载作用下会产生较大振动孔隙水压力而导至动力强度大幅度降低的情况。但是当没有动力设备时，对于压实粘性土可以采用三轴饱和固结不排水剪静力试验的抗剪强度指标代替。而对于紧密的砂和砂砾土，可以采用直剪试验的固结快剪指标乘以 0.7—0.8 的折减系数。

采用拟静力法进行土石坝抗震稳定分析已有四十多年的历史。通过几十年来实际地震中土石坝性状的观察表明，对于在地震力作用下不发生强度明显降低（降低率不大于 15%）的土石坝（包括碾压的粘性土、干的或潮湿的无粘性土以及非常密实的饱和无粘性土填筑的坝），拟静力法是一种比较简易而适用的分析方法，而对于因振动作用会发生抗剪强度较大降低的土料所填筑的土石坝，采用拟静力法有时会得出错误的偏于不安全的判断。

在拟静力法的计算中，地震惯性力引进一个综合影响系数 $C_z=1/4$。显然说明这种计算方法具有很强的经验性。它意味着按照实测的地震惯性力及其放大倍数计算，很多土石坝边坡都可能是不稳定的，但是实际上却都能安全工作，因此才有必要引入一个远小于 1 的综合影响系数降低荷载以抵消拟静力法计算和实测资料之间的重大差异。已修建的土石坝多是碾压式土坝，筑坝土料多是受动荷载作用下强度损失较小的土料。因此，规范中的综合影响系数也是从这类土石坝的经验总结出来的，当然拟静力法比较适用于这类土石坝。

从计算理论的角度分析，拟静力法中把地震反复作用的不规则荷载用一个等价地震惯性力即静力代替，并应用静力极限平衡条件作为土体的破坏准则。按这一破坏准则，滑动面上的静剪应力达到土的抗剪强度时，土体就沿滑动面发生很大的足以引起土体破坏的移滑，移滑需要一个时间的过程，在这一过程中静荷载自始至终保持不变，故移滑能够产生。动荷载则不然，它的幅值随时间而往复变化。当达到应力峰值时，滑动面上的总剪应力可能等于或超过土的抗剪强度，在这一瞬间土体可以产生移滑，但立即荷载就变小，土体又恢复稳定状态，直至下一个峰值可能又开始移滑。因此，动荷载产生的移滑往往是间断性的，而且是有限度的，当地震一结束，滑移也就停止。这种破坏方式显然与长期作用着的静荷载有所不同。

振动荷载引起土坡的破坏形式，因土的性质不同而有所不同。对于饱和、松散的无粘性土或低塑性粘性土（粉土类土）。振动有使颗粒相互挤密产生强烈体积收缩的趋势，由于地震荷载的作用时间很短，若土的渗透性不是特别大，孔隙水不能及时排走，就要产生孔隙水压力的迅速增长，使土的强度明显降低。有时孔隙水压力可以达到限制压力，即土的周围压力或土柱的重力，强度丧失殆尽，发生流动性滑坡。如前所述，对于这类土，不宜采用拟静力法进行土坡的抗震稳定分析，往往需要做更复杂的动力反应分析以评估坝坡的稳定性。

对于一般的碾压土坝，土体振动压密的量很小，不会因为孔隙水压力升高而导致强度的大幅度降低。振动引起的破坏表现为坝体发生永久变形的积累。永久变形过大时，造成坝体开裂，影响坝的正常使用。这种情况虽然可以采用拟静力法以评估边坡的稳定性，但是因为静力和动力的破坏机制不一样，拟静力法的实际安全度多大，难以确切评定。因此有些学者建议，判断这类土石坝的地震安全度最好是计算地震所引起的间断式移滑的累积值，看它是否为边坡所容许。这类方法称为滑动面位移分析法，是一种发展中的方法，尚不十分成熟，可参阅有关参考文献。

五、抗剪强度指标的选用

土坡稳定分析成果的可靠性，在很大程度上决定于土的抗剪强度指标的正确选择，因为对任何一种给定的土来说，试验方法不同，抗剪强度变化幅值之大远超过静力计算方法间的差别。

首先要注意的就是区别有效应力法或总应力法。采用有效应力法时，计算指标比较简单，就是有效强度指标 c'、ϕ'。而用总应力法时，就要根据计算阶段土体中孔隙水压力可能发展的状态，分别采用快剪（不排水剪）或固结快剪（固结不排水剪）等强度指标。土石坝不同控制时期建议采用的试验方法和强度指标可参阅第五章表 5-2。

第五节　天然土体上的边坡稳定问题

天然土体由于形成的自然环境、沉积时间以及应力历史等因素不同，性质比人工填土要复杂得多，边坡稳定分析仍然可按上述方法进行，但在强度指标的选择上要更为慎重。

一、裂隙硬粘土的边坡稳定

硬粘土通常为超固结土，其应力-应变关系曲线属应变软化型曲线，如图 7-34 所示。这类土如果也按一般的天然土坡稳定分析办法，认为剪切过程中密度不变，故宜采用不固结不排水强度指标。用 $\phi_u=0$ 法计算，得到的安全系数一般过大，造成偏于不安全的结果。表 7-11 是 5 个已发生滑坡的这类土的天然土坡或挖方的稳定分析实例。

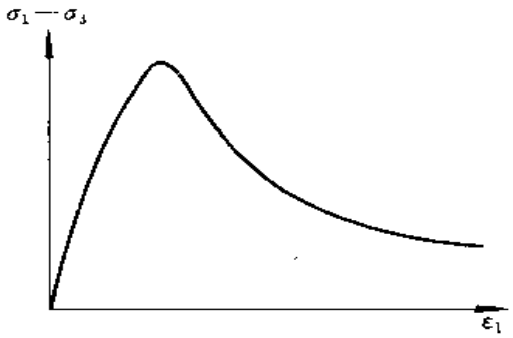


图 7-34　硬粘土的应力-应变关系曲线

表中数据表明，用 $\phi_u=0$ 法分析时，安全系数均很大，但实际上都发生了稳定破坏。其原因是土坡内滑动面上的剪应力分布不均匀，各点不能同时达到破坏。破坏过程是在某些部位剪应力首先达到峰值，其它部位的土尚未破坏，于是随着应变不断加大，已破坏的部位的强度不断减小，直至变成残余强度。其它点子也会相继发生这种情况，形成所谓渐进性的破坏现象。这种情况边坡破坏的时间持续很长，面滑裂面的强度降至很低。有些天然滑坡体以及断层带，在其历史年代上发生过多次的滑移，经受很大的应变，土的强度下降很多，这种情况下，验算其稳定性时需注意取其残余强度。

表 7-11　几个超固结土滑坡的实例

边坡类型	粘土资料					(按 $\phi_u=0$ 法分析) 安全系数 F_s	备注
	w	w_L	w_P	I_P	$\frac{w-w_P}{I_P}$		
挖方	24	57	27	30	−0.10	3.2	
天然土坡	20	45	20	25		4.0	超固结
挖方	30	86	30	56		4.0	裂隙硬粘土
挖方	30	81	28	33		3.8	
天然土坡	28	110	20	90	0.09	6.3	

二、软土地基上土坡的稳定分析

在软弱地基上修筑堤坝或路基，其破坏常由地基不稳定所引起。当软土比较均匀，厚度较大时，实地勘测和试验表明其滑动面是一个近似圆柱面，切入地基一定深度如图 7-35 中$\overset{\frown}{ABC}$所示。$\overset{\frown}{AB}$部分通过地基，$\overset{\frown}{BC}$部分通过坝体。根据瑞典圆弧法式 (7-8)，$F_s=M_R/M_s$。抗滑力矩 M_R 由两部分组成。一是$\overset{\frown}{AB}$段上抗滑力所产生的抗滑力矩 M_{R1}；另一是$\overset{\frown}{BC}$段上抗滑力所产生的抗滑力矩 $M_{R\text{I}}$。考虑到在软土地基上的堤坝破坏时，在形成滑动面之前坝体一般已发生严重裂缝，或者软土地基已经破坏而坝体部分的抗剪强度尚未完全发挥。因此，如果全部计算 M_{R1} 和 $M_{R\text{I}}$，求得的安全系数偏大。为安全计，工程中有时建议对高度在 5　6m 以下的堤防或路堤，可以不考虑坝体部分的抗滑力矩。即让 $M_{R\text{I}}=0$，进行稳定分析（滑动力矩则应包括坝体部分的 $M_{s\text{I}}$，而且是最主要的部分）。而对于中等高度的堤坝，则可考虑采用部分的 $M_{R\text{I}}$，可根据具体工程情况并参照当地经验，采用适当折减系数，例如用 0.5。

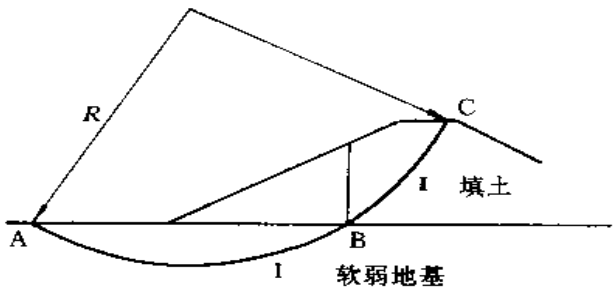


图 7-35　软弱地基上的土坡滑动

对于坝基内深度不大处有软弱夹层时，滑动面将不是连续的圆弧面而是由两段不同的圆弧和一段沿软弱夹层的直线所组成的复合滑动面 ABCD（图 7-36）。这种情况下，土坡的稳定分析可采用如下的近似方法计算。

图 7-36 中滑动土体由不同圆心和半径的两段圆弧$\overset{\frown}{AB}$和$\overset{\frown}{CD}$以及沿软弱夹层面$\overline{BC}$组成。

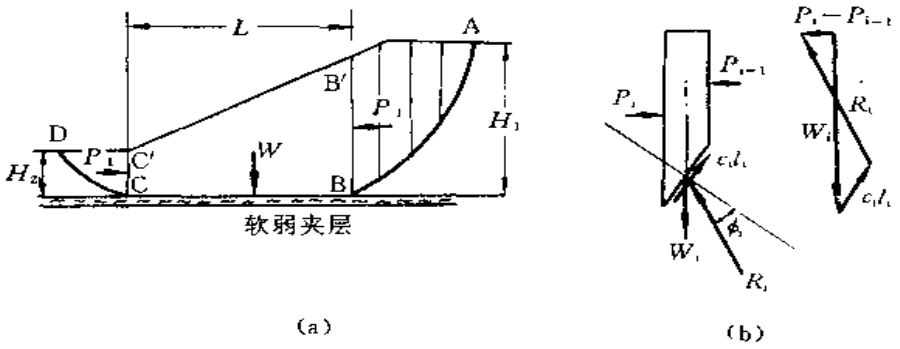


图 7-36　复合滑动面

用竖直线$\overline{BB'}$和$\overline{CC'}$将滑动土体分成 ABB′、B′BCC′和 C′CD 三部分。第Ⅰ部分对中间第Ⅱ部分作用以推力 P_1，第Ⅲ部分对中间第Ⅱ部分提供以抗力 P_t。今分析中间部分土体 $B'BCC'$ 的抗滑稳定性。稳定安全系数可表达为：

$$F_s=\frac{(cl+W\mathrm{tg}\phi)+P_t}{P_1} \tag{7-43}$$

式中，　c 和 ϕ 为软弱夹层土的抗剪强度指标；

W——土体 $B'BCC'$ 的重量；

L——滑动面在软弱夹层上的长度；

P_1——土体 ABB′作用于土体 B′BCC′的滑动力，假定为水平方向；

P_t——土体 CC′D 对土体 B′BCC′所提供的抗力，假定为水平方向。

P_1 和 P_t 是两个待定的力，可用如下的作图法求之。

将圆弧段的滑动土体按条分法分成若干条块，并假定条块间的作用力为水平方向。取任意条块进行力的平衡分析。作用在条块上的力有两个侧面上的水平力 P_i 和 P_{i-1}，重力 W_i 和滑动弧段上的反力 R_i 以及粘聚力 c_il_i。其中 W_i 和 c_il_i 的大小和方向均已知。R_i 和 $\Delta P_i=P_i-P_{i-1}$ 的方向已知，大小待定。根据平衡力系力的多边形闭合的道理，R_i 和 ΔP_i 可由图解法确定。这样从上而下，逐个土条进行图解分析。第一个土条的条间力 $P_1=\Delta P_1$，第二土条的条间力 $P_2=P_1+\Delta P_2=\sum_1^2\Delta P_i$。依此类推就可以求出 BB′面上的作用力 P_1。同理可以求得 CC′面上的作用力 P_t。P_1 和 P_t 算出后，就可以代入式（7-43）求复合滑动面 ABCD 的稳定安全系数。

将这种简化的计算方法与本章第二节中的折线滑动面安全系数计算方法进行对比，可以看出，这种方法算得的安全系数 F_s 并不代表 整个复合滑动面 ABCD 的安全系数，而是假定图 7-36 中圆弧滑块 ABB′和 C′CD 的安全系数 $F_s=1.0$ 的情况下，中部块体 B′BCC′的安全系数。要计算整个块体 ABCD 的安全系数，必须在条块的内力分析求条间水平作用力 P_i 时，将图 7-36b 中滑弧段 l_i 上的粘聚力改成 c_il_i/F_s，将反力 R_i 与弧面法线的夹角改成 $\bar{\phi}_i=\mathrm{tg}^{-1}\frac{\mathrm{tg}\phi}{F_s}$。这样用式（7-43）求安全系数 F_s 时就必须采用迭代法，即先假定一个安全系数 F_{s0}，

用图解法求 P_1 和 P_1，然后代入式（7-43），求安全系数 F_{s1}。当 F_{s1} 与 F_{s0} 之差大于允许误差时，用 F_{s1} 代替 F_{s0} 重新用图解法求 P_1 和 P_1，再次由式（7-43）计算安全系数 F_{s1}。如是重复进行直至由式（7-43）算得的安全系数与计算 P_1 和 P_1 时用的安全系数差别小于允许误差为止，这时的安全系数 F_s 就是复合滑动面 ABCD 的真正安全系数。

另外，本法中$\overset{\frown}{AB}$、$\overline{BC}$和$\overset{\frown}{CD}$都是任意假定的，得到的安全系数只代表一个特定滑动面上的安全系数。还必须假定很多个可能的滑动面进行系统计算，得到最小的安全系数，才是真正代表边坡稳定性的安全系数。计算工作量十分浩繁。为简化计算，可把 B′和 C′定在坡肩和坡脚处。并把 BB′和 CC′当成光滑挡土墙的墙面。于是 P_1 变为朗肯的主动土压力 E_a

$$E_a=\frac{1}{2}\gamma H_1^2K_a-2cH_1\sqrt{K_a}+\frac{\gamma z_0^2}{2}K_a \tag{6-9}$$

式中，z_0 是粘性填土中主动土压力为 0 的深度，按第六章的推导，$z_0=\dfrac{2c}{\gamma\sqrt{K_a}}$；$K_a$ 为朗肯主动土压力系数，其值为 $K_a=\mathrm{tg}^2\left(45°-\dfrac{\phi}{2}\right)$；$c$ 和 ϕ 为填土的抗剪强度指标，而 P_1 则是朗肯的被动土压力 E_P。

$$E_P=\frac{1}{2}\gamma H_2^2K_P+2cH_2\sqrt{K_P} \tag{6-13}$$

K_P 为朗肯被动土压力系数，其值为 $K_P=\mathrm{tg}^2\left(45°+\dfrac{\phi}{2}\right)$。

P_1 和 P_1 求出后，就可用式（7-43）直接求土坡沿复合滑动面的安全系数 F_s。

【例题 7-7】 估算图 7-37 中土沿复合滑动面滑动的安全系数 F_s（设 BB′和 CC′可以当成光滑的挡土墙墙背，按朗肯公式计算土压力）。填土的容重 $\gamma=19\mathrm{kN/m^3}$，抗剪强度指标 $c=10\mathrm{kN/m^2}$，$\phi=30°$。软弱夹层的抗剪强度指标 $c_u=12.5\mathrm{kN/m^2}$，$\phi_u=0$。

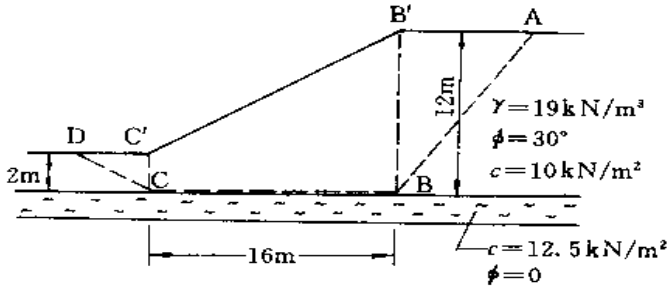


图 7-37　例题 7-7 图

解：求作用于 BB′面上的朗肯主动土压力

$$E_a=\frac{1}{2}\gamma H_1^2K_a-2cH_1\sqrt{K_a}+\frac{1}{2}\gamma z_0^2K_a$$

式中

$$K_a=\mathrm{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)=\mathrm{tg}^230°=0.333$$

$$z_0=\frac{2c}{\gamma\sqrt{K_a}}=\frac{2\times10}{19\times\sqrt{0.333}}=\frac{20}{19\times0.577}=1.82\mathrm{m}$$

$$E_a=\frac{1}{2}\times19\times12^2\times0.333-2\times10\times12\times0.577+\frac{1}{2}\times19\times1.82^2\times0.333$$

$$=455.5-138.5+10.5=327.5\mathrm{kN}$$

求作用于 CC′面上的朗肯被动土压力

$$E_P=\frac{1}{2}\gamma H_2^2K_P+2cH_2\sqrt{K_P}$$

式中 $K_P = \mathrm{tg}^2\left(45° + \frac{\phi}{2}\right) = \mathrm{tg}^2 60° = 3.0$

$$E_P = \frac{1}{2} \times 19 \times 2^2 \times 3.0 + 2 \times 10 \times 2 \times \sqrt{3.0} = 183.2\mathrm{kN}$$

沿复合滑动面滑动的稳定安全系数

$$F_s = \frac{cl + E_P}{E_a} = \frac{12.5 \times 16 + 183.2}{327.5} = \frac{383.2}{327.5} = 1.17$$

第八章　地基承载力

第一节　概　　述

地基承受建筑物荷载的作用后，内部应力发生变化。一方面附加应力引起地基内土体变形，造成建筑物沉降。有关这方面的问题，已在第四章中阐述。另一方面，引起地基内土体的剪应力增加。当某一点的剪应力达到土的抗剪强度时，这一点的土就处于极限平衡状态。若土体中某一区域内各点都达到极限平衡状态，就形成极限平衡区，或称为塑性区。如荷载继续增大，地基内极限平衡区的发展范围随之不断增大，局部的塑性区发展成为连续贯穿到地表的整体滑动面。这时，基础下一部分土体将沿滑动面产生整体滑动，称为地基失去稳定。如果这种情况发生，建筑物将发生严重的塌陷、倾倒等灾害性的破坏。图8-1就是地基失稳破坏的一个实例。

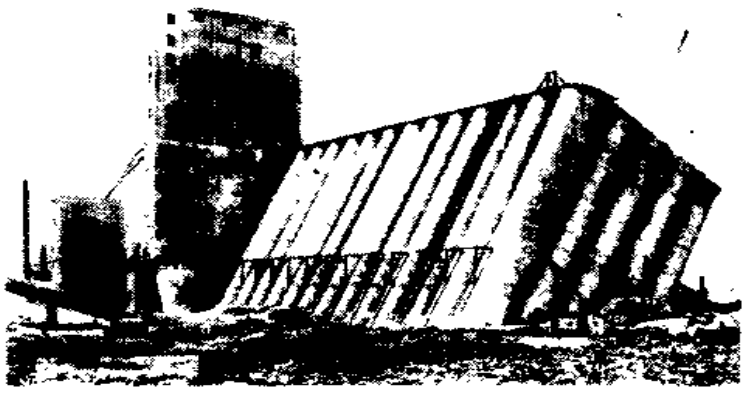


图 8-1　地基失稳实例

地基承受荷载的能力称为地基的承载力。通常区分为两种承载力，一种称为极限承载力，它是指地基即将丧失稳定性时的承载力。另一种称为容许承载力，它是指地基稳定有足够的安全度并且变形控制在建筑物容许范围内时的承载力。影响地基极限承载力的因素很多，除地基土的性质外，还与基础的埋置深度、宽度、形状有关。容许承载力则还与建筑物的结构特性等因素有关。因此，地基承载力与通常所说的材料的“容许强度”或构件的“承载力”的概念有很大的区别。

本章研究地基的极限承载力和容许承载力的分析方法和影响因素。在研究中，也和以前一样，把地基土当成理想弹塑性体，即当应力小于破坏应力时，或者是应力状态达到极限平衡条件之前，土为线弹性体，而在达到破坏应力后，或达到极限平衡条件后，则当成理想的塑性体。

第二节　地基的变形和失稳

一、临塑荷载 p_{cr} 和极限承载力 p_u

地基从开始发生变形到失去稳定（即破坏）的发展过程，可用第四章所述的现场载荷

试验进行研究。图 8-2a 表示由载荷试验测得的 p-S 曲线。典型的 p-S 曲线可以分成顺序发生的三个阶段：即压密变形阶段（Oa）、局部剪损阶段（ab）和整体剪切破坏阶段（b 以后）。三个阶段之间存在着两个界限荷载。第一个界限荷载，标志着地基土从压密阶段进入局部剪损阶段。当荷载小于这一界限荷载时，地基内各点土体均未达到极限平衡状态。在第四章中讨论用载荷试验的结果求地基土的变形模量 E，就是利用 p-S 曲线的 Oa 段。当荷载大于这一界限荷载时，直接位于基础下的局部土体，通常是基础边缘下的土体，首先达到极限平衡状态，于是地基内开始出现弹性区和塑性区同时并存。这一界限荷载，称为临塑荷载，用 p_{cr} 表示。第二个界限荷载标志着地基土从局部剪损破坏阶段进入整体破坏阶段。这时基础下，滑动边界范围内的全部土体都处于塑性破坏状态，地基丧失稳定，称为极限荷载，也称为地基的极限承载力，用 p_u 表示。这两个界限荷载对于研究地基的稳定性有很重要的意义。详细的分析和计算方法将在后面阐述。

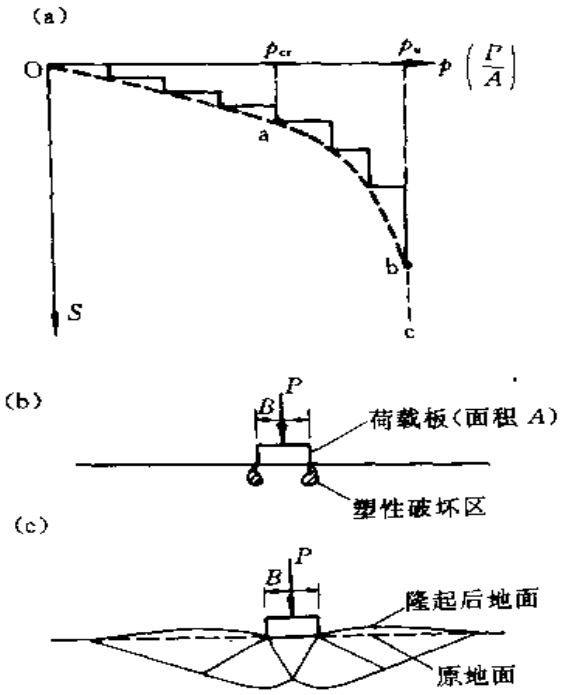


图 8-2　地基从变形到失稳的发展阶段

二、竖直荷载下地基的破坏形式

以上所描述的地基从压密到失稳过程的 p-S 曲线，仅仅是载荷试验所归纳的一类常见的 p-S 曲线，它所代表的破坏形式，称为整体剪切破坏。但是它并不是地基破坏的唯一形式。在松、软的土层中，或者荷载板的埋置深度较大时，经常会出现图 8-3a 中所示的 b 型和 c 型的 p-S 曲线。b 型曲线的特点是板底的压应力 p 与变形量 S 的关系，从一开始就呈现非线性变化，且随着 p 的增加，变形加速发展，但是直至地基破坏，仍然不会出现曲线 a 那样明显的变形突然急剧增加的现象。相应于 b 型曲线，荷载板下土体的剪切破坏也是从基础边缘开始，且随着基底压应力 p 的增加，极限平衡区在相应扩大。但是荷载进一步增大，极限平衡区却限制在一定的范围内，不会形成延伸至地面的连续破裂面，如图 8-3 中 c

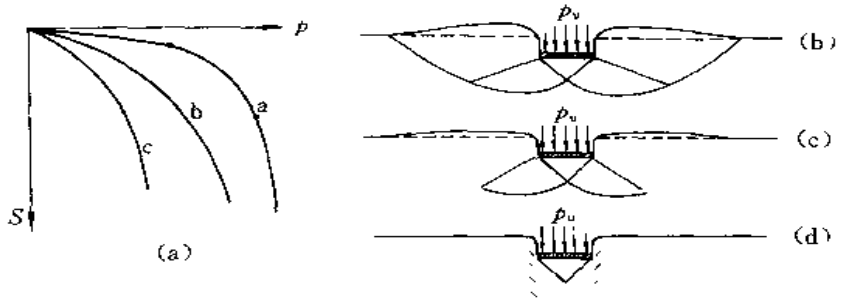


图 8-3　竖直荷载下地基的破坏形式

所示。地基破坏时，荷载板两侧地面只略为隆起，但变形速率加大，总变形量很大，说明地基也已破坏，这种破坏形式称为局部剪切破坏。局部剪切破坏的发展是渐进的，即破坏面上的抗剪强度未能同时发挥出来，所以地基承载的能力较低。b 型曲线由于没有明显的转折点，只能根据曲线上坡度变化比较强烈处，定为极限荷载 p_u。图 8-3a 中的 c 型曲线表示地基的第三种破坏形式，它与 b 型曲线相类似，但是变形的发展速率更快。试验中，荷载板几乎是垂直下切，两侧不发生土体隆起，地基土沿板侧发生垂直的剪切破坏面，这种破坏形式称为冲剪破坏。

整体剪切破坏，局部剪切破坏和冲剪破坏是竖直荷载作用下地基失稳的三种破坏形式。实际产生哪种形式的破坏取决于许多因素，主要的是地基土的特性和基础的埋置深度。概括而言，土质比较坚硬、密实，基础埋深不大时，通常将出现整体剪切破坏。如地基土质松软则容易出现局部剪切破坏和冲剪破坏。随着基础埋深增加，局部剪切破坏和冲剪破坏变得更为常见。埋入砂土很深的基础，即使砂土很密实也不会出现整体剪切破坏现象。

对于地基土破坏形式的定量判别，魏西克（Vesic，A. B）提出用刚度指标 I_r 的方法。地基土的刚度指标，可用下式表示

$$I_r=\frac{E}{2(1+\nu)(c+q\mathrm{tg}\phi)} \tag{8-1}$$

式中，E ——地基土的变形模量；

ν ——地基土的泊松比；

c ——地基土的粘聚力；

ϕ ——地基土的内摩擦角；

q ——基础的侧面荷载，$q=\gamma D$，D 为基础埋置深度，γ 为埋置深度以上土的容重。

式（8-1）表明，土愈硬，基础埋深愈小，刚度指标愈高。魏氏还提出判别整体剪切破坏和局部剪切破坏的临界值，称为临界刚度指标 $I_{r(cr)}$。$I_{r(cr)}$ 可用下式表示

$$I_{r(cr)}=\frac{1}{2}\exp\left[\left(3.30-0.45\frac{B}{L}\right)\mathrm{ctg}\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)\right] \tag{8-2}$$

式中，B ——基础的宽度；

L ——基础的长度。

当 $I_r>I_{r(cr)}$ 时，地基将发生整体剪切破坏，反之则发生局部剪切破坏或冲剪破坏。

【例题 8-1】 条形基础宽 1.5m，埋置深度 1.2m，地基为均匀粉质粘土，土的容重 $\gamma=17.6\mathrm{kN/m^3}$，$c=15\mathrm{kPa}$，$\phi=24°$，$E=10\ \mathrm{MPa}$，$\nu=0.3$，试判断地基的失稳形式。

解：

1. 用式（8-1）求地基的刚度指标 I_r：

$$I_r=\frac{E}{2(1+\nu)(c+q\mathrm{tg}\phi)}=\frac{10000}{2(1+0.3)(1.5+17.6\times1.2\times\mathrm{tg}24°)}=157.6$$

2. 用式（8-2）求临界刚度指标 $I_{r(cr)}$：

$$I_{r(cr)}=\frac{1}{2}\exp\left[\left(3.30-0.45\frac{B}{L}\right)\mathrm{ctg}\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)\right]$$

因为是条形基础 $B/L=0$，代入得

$$I_{r(cr)}=\frac{1}{2}\exp[3.30\times\mathrm{ctg}33°]=80.5$$

3. 判断：$I_r>I_{r(cr)}$

故地基将发生整体剪切破坏。

三、倾斜荷载下地基的破坏形式

以上所述的地基破坏形式是指只受竖直荷载作用。挡水和挡土结构物的地基，除承受竖直荷载 P_v 外，还受水平荷载 P_h 的作用。P_v 和 P_h 的合力就成为倾斜荷载。当倾斜荷载较大而引起地基失稳时，其破坏形式有两种。一种是沿基底产生表层滑动，如图 8-4a 所示。这是土基上挡水或挡土建筑物常见的失稳形式。如果水平分量 P_h 不大而垂直分量 P_v 较大导致地基失稳时，则表现为深层整体滑动破坏，如图8-4b 所示。

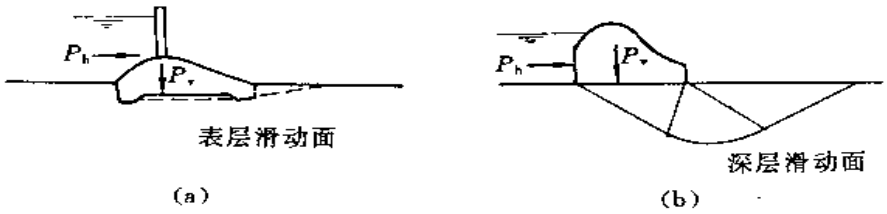


图 8-4　倾斜荷载下地基的破坏形式

在水工建筑物教科书中，提出用式（8-3）作为表层滑动和深层滑动的差别式，可以作为参考：

$$\overline{p}_{cr}=A\gamma B\mathrm{tg}\phi+2c(1+\mathrm{tg}\phi) \tag{8-3}$$

式中，$\overline{p}_{cr}$——基底临界竖向压应力，当实际竖向压应力低于此值时，地基失稳受表层滑 动所控制，高于此值时，则受深层滑动控制；

A——经验常数，一般取 3～4；

γ——地基土的容重，水下取浮容重；

B——基础宽度；

c、ϕ——地基土的粘聚力和内摩擦角。

当判定属于表层滑动时，可用式（8-4）计算失稳的可能性：

$$F_s=\frac{f\sum P_v}{\sum P_h} \tag{8-4}$$

式中，F_s——表层滑动安全系数，可根据建筑物等级查有关设计规范，一般为 1.2～1.4；

$\sum P_v$——基底竖向压力总和；

$\sum P_h$——基底水平推力总和；

f——基础与地基土的摩擦系数，可参考表 8-1 采用

当判定地基失稳形式属于深层滑动时，可用本章后面所述的方法，验算地基失稳的可能性。

表 8-1　基础与地基土的摩擦系数

土的类别		摩擦系数 f
粘性土	可　塑	0.25～0.30
	硬　塑	0.30～0.35
	坚　硬	0.35～0.45
粉　土	$S_r\leqslant 0.5$	0.30～0.40
中砂、粗砂、砾砂		0.40～0.50
碎石土		0.40～0.60
软质岩石		0.40～0.60
表面粗糙的硬质岩石		0.65～0.75

第三节　极限平衡理论求地基的极限承载力

一、极限平衡理论的原理

极限平衡理论是研究土体处于理想塑性状态时的应力分布和滑裂面轨迹的理论。它不仅用来求解地基的极限承载力和地基的滑裂面轨迹，也可以求挡土墙土压力、边坡的滑裂面轨迹等有关土体失稳所涉及的问题。但是由于这种理论分析方法解题复杂，所以工程上计算土压力和分析边坡稳定时，通常采用前两章所讲述的方法，很少采用极限平衡理论方法。而对于求解地基极限承载力，这种方法则是主要的理论基础。

在理想弹-塑性模型中，当土体中的应力小于屈服应力时，应力和变形用弹性理论求解，这时土体中每一点都应该满足静力平衡条件和变形协调条件。当土体处于塑性状态时，静力平衡条件仍然应该满足，但是塑性变形的结果，土体发生滑裂，不再保持其连续性，不能满足变形协调条件，然而应该满足极限平衡条件。极限平衡理论就是根据静力平衡条件和极限平衡条件建立起来的理论。

在弹性力学中，平面问题的静力平衡微分方程式表达为：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}&=Z\\ \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}&=X\end{aligned}\right\}\tag{8-5}$$

式中，σ_z、σ_x 和 τ_{xz}为微元体的法向应力和剪应力，如图 8-5 所示。Z、X 为作用在微元体上 z 轴方向和 x 轴方向的体力，如重力和惯性力等。如果只有土的自重，则方程（8-5）可写为：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}&=\gamma\\ \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}&=0\end{aligned}\right\}\tag{8-6}$$

式中 γ 为土的容重。

当土体处在极限平衡状态时，作用于微元土体上的应力应该满足极限平衡条件，对无粘性土和粘性土可分别表示为

$$\left.\begin{aligned}\sin\phi&=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3}\\ \text{和}\quad \sin\phi&=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3+2c\cdot \operatorname{ctg}\phi}\end{aligned}\right\}\tag{8-7}$$

式中 σ_1、σ_3 为大小主应力，c、ϕ 为土的抗剪强度指标。以下为简明起见，先研究无粘性土（$c=0$）的极限平衡理论。图 8-6 表示土体中某一微元体的应力。大主应力 σ_1 与 z 轴的交角为 α，根据极限平衡条件，破坏时两组滑裂面 S_1 和 S_2 的方向对称于 σ_1，其夹角为$(90°-\phi)$。

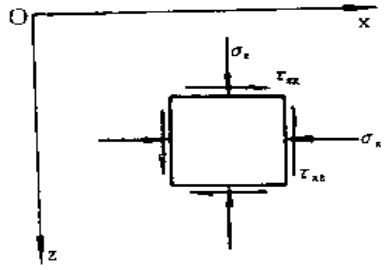


图 8-5　土微元体的应力

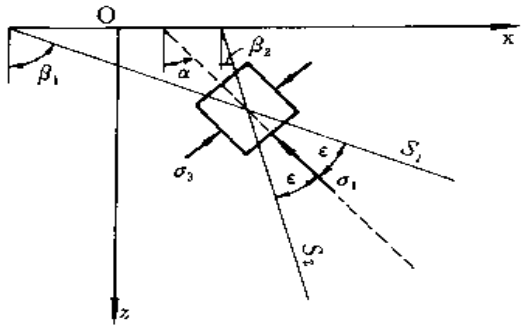


图 8-6　土微元体的滑裂线

将式（8-6）中的应力 σ_z、σ_x、τ_{xz}用主应力表示：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_z &= \frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}+\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\cos 2\alpha\\ \sigma_x &= \frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}-\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\cos 2\alpha\\ \tau_{xz} &= \frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\sin 2\alpha\end{aligned}\right\} \tag{8-8}$$

令：$\sigma_0=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)$ 表示平均主应力。将式(8-7)中第一式代入式（8-8），并进行简化，得

$$\left.\begin{aligned}\sigma_z &= \sigma_0(1+\sin\phi\cos 2\alpha)\\ \sigma_x &= \sigma_0(1-\sin\phi\cos 2\alpha)\\ \tau_{xz} &= \sigma_0\sin\phi\sin 2\alpha\end{aligned}\right\} \tag{8-9}$$

分别对 σ_z、σ_x、τ_{xz}取偏导数：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_z}{\partial z} &= \frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+\sin\phi\cos 2\alpha\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}-2\sigma_0\sin\phi\sin 2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial z}\\ \frac{\partial\sigma_x}{\partial x} &= \frac{\partial\sigma_0}{\partial x}-\sin\phi\cos 2\alpha\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}+2\sigma_0\sin\phi\sin 2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial x}\\ \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z} &= \sin\phi\sin 2\alpha\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+2\sigma_0\sin\phi\cos 2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial z}\\ \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} &= \sin\phi\sin 2\alpha\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}+2\sigma_0\sin\phi\cos 2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial x}\end{aligned}\right\} \tag{8-10}$$

将式（8-10）代入式（8-6），简化后得到：

$$\left.\begin{aligned}(1+\sin\phi\cos 2\alpha)\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+\sin\phi\sin 2\alpha\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}-2\sigma_0\sin\phi\left(\sin 2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial z}-\cos 2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial x}\right) &= \gamma\\ (1-\sin\phi\cos 2\alpha)\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}+\sin\phi\sin 2\alpha\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+2\sigma_0\sin\phi\left(\sin 2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial x}+\cos 2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right) &= 0\end{aligned}\right\} \tag{8-11}$$

式(8-11)是平面问题无粘性土体处在极限平衡状态时的基本偏微分方程组。未知函数

σ_0 和 α 可以根据所研究问题的边界条件，解方程组得到解答，当地基中各点的 σ_0 和 α 求出以后，从极限平衡条件 $\sigma_1-\sigma_3=2\sigma_0\sin\phi$ 和 $\sigma_0=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)$，可以求出处在极限平衡状态时各点的主应力 σ_1 和 σ_3。α 给出了大主应力 σ_1 的方向，而滑裂面的方向与 σ_1 的方向成夹角 $\varepsilon=\pm\left(45-\frac{\phi}{2}\right)$。因此求出了角 α 后，滑裂面的方向自然也就得到。把各点的滑裂面方向用线段连接起来，就得到整个极限平衡区域内的滑裂线网。基底处接触面上的应力就是地基的极限承载力 p_u。图 8-7 表示地基土向一侧挤出时的滑裂线网。

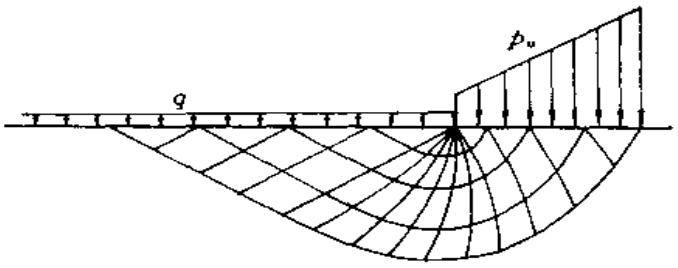


图 8-7　地基的滑裂线网

根据课题的边界条件求偏微分方程组(8-11)的解析解，往往有很大的困难。注意到这组偏微分方程组属于双曲线型方程组，存在着两组特征线。特征线也就是滑裂线，因此方程组 (8-11) 常用特征线法求解。即便如此，求解的过程也甚为复杂，下面通过比较简单的课题来讨论如何用特征线法解方程组 (8-11)，并求出地基的极限承载力 p_u。

二、无重介质地基的极限承载力——普朗德尔 (L. Prandtl 1920)-瑞斯纳(H. Reissner 1924)课题

(一) 普朗德尔-瑞斯纳课题的基本假定

在用极限平衡理论求解地基的极限承载力时，如果对问题作如下三个简化假定，就可以把复杂的问题大为简化。这三个假定是 (1) 把地基土当成无重介质，就是说，假设基础底面以下，土的容重 $\gamma=0$。(2) 基础底面是完全光滑面。因为没有摩擦力，所以基底的压应力垂直于地面。(3) 对于埋置深度 D 小于基础宽度 B 的浅基础，可以把基底平面当成地基表面，滑裂面只延伸到这一假定的地基表面。在这个平面以上基础两侧的土体，当成作用在基础两侧的均布荷载 $q=\gamma D$，D 表示基础的埋置深度。经过这样简化后，地基表面的荷载如图 8-8 所示。

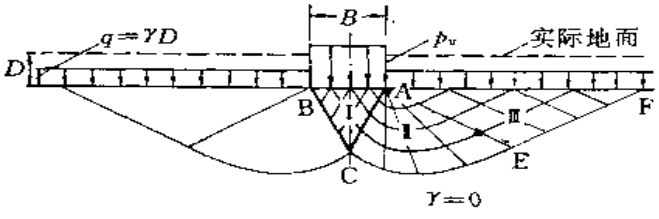


图 8-8　无重介质地基的滑裂线网

(二) 普朗德尔-瑞斯纳课题的解答

根据上述的基本假定，用特征线法解偏微分方程组，式 (8-11)，即可得到普朗德尔-瑞斯纳课题的解答。解题方法和步骤，参见本书附录 Ⅲ。主要结果如下：

1. 当荷载达到极限荷载 p_u 时，地基内出现连续的滑裂面。滑裂土体可以分成三个区域如图 8-8 所示。其中 Ⅰ 区为朗肯主动区，Ⅲ 区为朗肯被动区，Ⅱ 区为过渡区。朗肯主动区的滑裂线与水平面成 $\pm\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$ 的夹角，朗肯被动区的滑裂线则与水平面成 $\pm\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)$ 的夹角。过渡区 Ⅱ 的两组滑裂线，一组是自荷载边缘 A 点和 B 点引出的射线；另一组是连接

Ⅰ、Ⅲ区滑裂线为对数螺线，对数螺线可表示为：

$$r=r_0e^{\psi\operatorname{tg}\phi} \tag{8-12}$$

式中 ϕ 为土的内摩擦角；r_0 为Ⅱ区的起始半径，其值等于Ⅰ区的边界长度$\overline{AC}$，ψ 为射线 r 与 r_0 的夹角，见图 8-9。

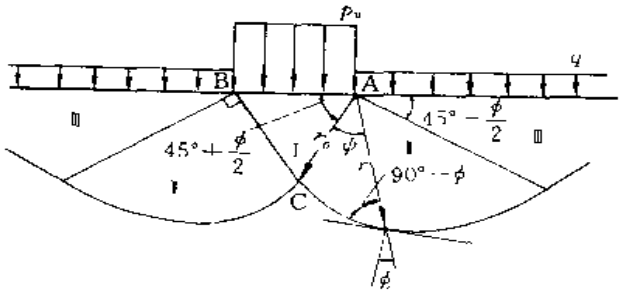


图 8-9　滑裂体的过渡区

2. 地基的极限承载力 p_u 可表示为式(8-13)：

$$\begin{aligned}p_u&=q\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}e^{\pi\operatorname{tg}\phi}+c\\&\quad\cdot\operatorname{ctg}\phi\left(\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}e^{\pi\operatorname{tg}\phi}-1\right)\\&=q\operatorname{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)e^{\pi\operatorname{tg}\phi}+c\cdot\operatorname{ctg}\phi\left[\operatorname{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)e^{\pi\operatorname{tg}\phi}-1\right]\\&=qN_q+cN_c\end{aligned} \tag{8-13}$$

式中 N_q 和 N_c 称为承载力系数，是土的内摩擦角 ϕ 的函数：

$$N_q=\operatorname{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)e^{\pi\operatorname{tg}\phi} \tag{8-14}$$

$$N_c=(N_q-1)\cdot\operatorname{ctg}\phi \tag{8-15}$$

通过理论分析，地基滑裂面的形状已确定，如图 8-8 所示。在这一前提下，采用刚体平衡方法，同样可以求出用式（8-13）所表示的极限承载力 p_u。分析方法如下：

将图 8-8 所示的地基中的滑裂土体沿Ⅰ区和Ⅲ区的中线切开。取上体 OCEGO 作为隔离体，如图 8-10 所示。该隔离体周边的作用力为

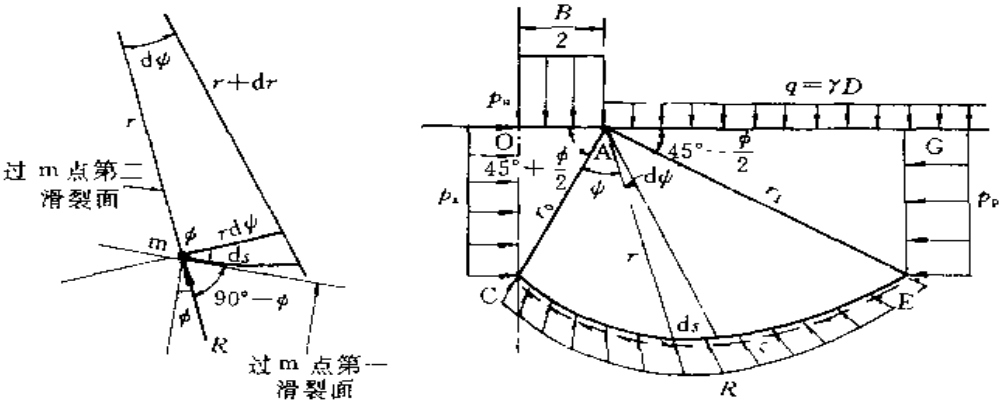


图 8-10　力平衡法求极限承载力

$\overline{OA}$：待求的极限承载力 p_u；

$\overline{AG}$：侧荷载、$q=\gamma D$；

$\overline{OC}$：朗肯主动土压力 p_a，　$p_a=p_aK_a-2c\sqrt{K_a}$，$K_a=\operatorname{tg}^2\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)$；

$\overline{GE}$：朗肯被动土压力 p_p，　$p_p=qK_p+2c\sqrt{K_p}$，$K_p=\operatorname{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$；

$\overset{\frown}{CE}$：作用有两种力，一是粘聚力 c，粘聚力沿$\overset{\frown}{CE}$面均匀分布；另外还有反力 R，反力 R 的方向指向螺线的极点 A，见图 8-10。

根据图 8-10 的几何关系，各边界线的长度为：

$$\overline{OA}=\frac{B}{2};\ \overline{OC}=\frac{B}{2}\mathrm{tg}\left(45°+\frac{\phi}{2}\right);\ r_o=\frac{B}{2\cos\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)};$$

$$r_1=r_o e^{\frac{\pi}{2}\mathrm{tg}\phi};\ \overline{GE}=r_1\sin\left(45°-\frac{\phi}{2}\right);\ \overline{AG}=r_1\cos\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)。$$

因为隔离体处于静力平衡状态，各边界面上的作用力对极点 A 取矩，应有 $\sum M_A=0$，则

$$p_u\frac{B^2}{8}+p_a\frac{\overline{OC}^2}{2}=q\frac{\overline{AG}^2}{2}+p_p\frac{\overline{GE}^2}{2}+M_c \tag{8-16}$$

式中，M_c 为弧面$\overset{\frown}{CE}$上粘聚力对极点 A 的力矩，可由式（8-17）求之：

$$M_c=\int c\cdot \mathrm{d}s\cdot\cos\phi\cdot r \tag{8-17}$$

式中，c——土的粘聚力；

ϕ——土的内摩擦角；

$\mathrm{d}s$——与 $\mathrm{d}\psi$ 对应的滑裂面上的弧长，$\mathrm{d}s=\frac{r\mathrm{d}\psi}{\cos\phi}$；

r——对应于 ψ 角的对数螺线半径。

代入式（8-17），得

$$M_c=\int_0^{\frac{\pi}{2}}cr^2\mathrm{d}\psi=c\int_0^{\frac{\pi}{2}}(r_o e^{\psi\mathrm{tg}\phi})^2\mathrm{d}\psi=cr_o^2\frac{1}{2\mathrm{tg}\phi}(e^{\pi\mathrm{tg}\phi}-1) \tag{8-18}$$

将（8-18）和各个边界长度以及作用力代入式（8-16），整理后，也可以得到普朗德尔-瑞斯纳课题的地基极限承载力的表达式，该式与用特征线法求得的极限承载力公式（8-13）完全一致。

对于粘性大、排水条件差的饱和粘土地基，可按 $\phi_u=0$ 法求极限承载力。这时，按式（8-14），$N_q=1.0$，N_c 为不定解，可以用数学中的罗彼塔法则求之。对式(8-15)应用罗彼塔法则，得

$$\lim_{\phi\to 0}N_c=\lim_{\phi\to 0}\frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\phi}\left\{\left[\mathrm{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)\right]e^{\pi\mathrm{tg}\phi}-1\right\}}{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\phi}(\mathrm{tg}\phi)}=\pi+2=5.14 \tag{8-19}$$

这时地基的极限荷载为

$$p_u=q+5.14c \tag{8-20}$$

【例题 8-2】 粘性土地基上条形基础的宽度 $B=2\mathrm{m}$，埋置深度 $D=1.5\mathrm{m}$，地基土的天然容重 $\gamma=17.6\mathrm{kN/m^3}$，$c=10\ \mathrm{kPa}$，$\phi=20°$按普朗德尔-瑞斯纳课题，求地基的极限承载力，并绘出地基滑裂线网的轮廓。

解：

1. 按式(8-13)，求极限承载力 p_u：

$$p_u=qN_q+cN_c$$

$$q=\gamma D=17.6\times 1.5=26.4\mathrm{kN/m^2}$$

$$N_q=\mathrm{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)\cdot e^{\pi\mathrm{tg}\phi}=\mathrm{tg}^2\left(45°+\frac{20°}{2}\right)\cdot e^{\pi\mathrm{tg}20°}=6.4$$

$$N_c=(N_q-1)\mathrm{ctg}\phi=(6.4-1)\mathrm{ctg}20°=14.8$$

故

$$p_u=26.4\times6.4+10\times14.8=317\ \mathrm{kN/m^2}$$

2. 绘制滑裂线网轮廓

$$\theta_1=45°+\frac{\phi}{2}=55°\qquad \theta_2=45°-\frac{\phi}{2}=35°$$

$$\because\ r_0\cos\theta_1=\frac{B}{2}=1\qquad \therefore\ r_0=\frac{1}{\cos\theta_1}=1.74\mathrm{m}$$

按式（8-12） $r_1=r_0e^{\phi\mathrm{tg}\phi}=r_0e^{\frac{\pi}{2}\mathrm{tg}20°}=3.08\mathrm{m}$

绘出地基滑裂线如图 8-11 所示。

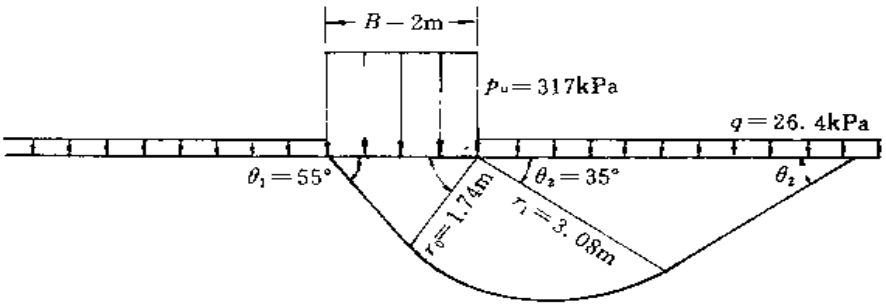


图 8-11 例题 8-2 图

【例题 8-3】 基础尺寸和埋置深度同上，但地基土为饱和软粘土，天然容重 $\gamma=18.6\mathrm{kN/m^3}$，不排水强度 $c_u=15\mathrm{kPa}$，$\phi_u=0$，求地基极限承载力和滑裂线纲轮廓。

解：

1. 根据式(8-20)求地基极限承载力 p_u：

$$q=\gamma D=18.6\times1.5=27.9\mathrm{kPa}$$

$$p_u=q+5.14c=\gamma D+5.14c=27.9+5.14\times15=105\mathrm{kPa}$$

2. 绘制滑裂线网轮廓

因为 $\phi=0$，故 $\theta_1=\theta_2=45°$

因为 $r_0\cos\theta_1=\frac{B}{2}=1$ 故 $r_0=\frac{1}{\cos\theta_1}=1.41\mathrm{m}$

按式(8-12) $r_1=r_0e^{\phi\mathrm{tg}\phi}=r_0e^{\frac{\pi}{2}\mathrm{tg}0°}=r_0=1.41\mathrm{m}$

即当 $\phi_u=0$ 时，第Ⅱ区从对数螺线变为圆弧，滑裂线网轮廓如图 8-12 所示。

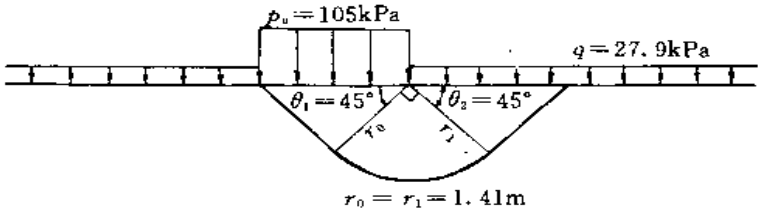


图 8-12 例题 8-3 图

三、极限承载力的一般计算公式

实际上，地基土并非无重介质，考虑地基土的重量以后，极限承载力的理论解很难求得。索科洛夫斯基(B. B. Соколовский)把地基土当成两种介质的总和，分别求地基的极限承载力，然后叠加，得到实际地基的极限承载力。这两种介质是：(1)理想散粒体，即$c=0$，$\phi\neq0$和$\gamma\neq0$的土体。(2)无重的纯粘性土体，即$c\neq0$，$\phi=0$，$\gamma=0$的无重介质。对于图8-13所示的条形分布的倾斜荷载，地基极限荷载的垂直分量p_{uv}可写成如下表达式。

$$p_{uv}=qN_q+cN_c+\gamma xN_\gamma \quad (8\text{-}21)$$

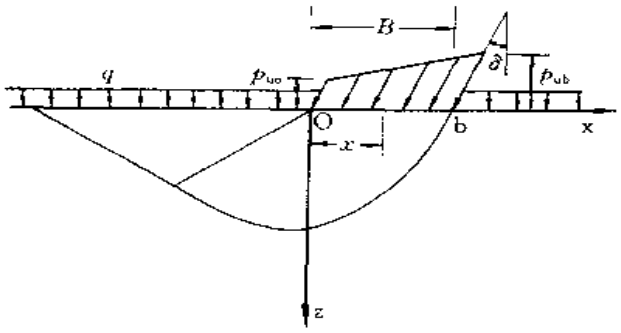


图 8-13 倾斜荷载的极限承载力

式中，q——基础侧面的均布荷载；

c——地基土的粘聚力；

γ——地基土的容重；

x——计算点的位置；

N_q、N_c、N_γ——极限承载力系数，其值决定于土的内摩擦角ϕ和荷载的倾斜角δ。可以从表8-2查用。

表 8-2 索科洛夫斯基地基承载力系数

倾斜角(°)	承载力系数	内摩擦角(°) 0	5	10	15	20	25	30	35	40
0	N_γ	0.00	0.17	0.56	1.40	3.16	6.92	15.32	35.19	86.46
	N_q	1.00	1.57	2.47	3.94	6.40	10.70	18.40	33.30	64.20
	N_c	5.14	6.49	8.34	11.00	14.90	20.70	30.20	46.20	75.30
5	N_γ	—	0.09	0.38	0.99	2.31	5.02	11.10	24.38	61.38
	N_q	—	1.24	2.16	3.44	5.56	9.17	15.60	27.90	52.70
	N_c	—	2.72	6.56	9.12	12.50	17.50	25.40	38.40	61.60
10	N_γ	—	—	0.17	0.62	1.51	3.42	7.64	17.40	41.78
	N_q	—	—	1.50	2.84	4.65	7.65	12.90	22.80	42.40
	N_c	—	—	2.84	6.88	10.00	14.30	20.60	31.10	49.30
15	N_γ	—	—	—	0.25	0.89	2.15	4.93	11.34	27.61
	N_q	—	—	—	1.79	3.64	6.13	10.40	18.10	33.30
	N_c	—	—	—	2.94	7.27	11.00	16.20	24.50	38.50
20	N_γ	—	—	—	—	0.32	1.19	2.92	6.91	16.41
	N_q	—	—	—	—	2.09	4.58	7.97	13.90	25.40
	N_c	—	—	—	—	3.00	7.68	12.10	18.50	29.10
25	N_γ	—	—	—	—	-	0.38	1.50	3.85	9.58
	N_q	—	—	—	—	-	2.41	5.67	10.20	18.70
	N_c	—	—	—	—	—	3.03	8.09	13.20	21.10
30	N_γ	—	—	—	—	—	—	0.43	1.84	4.96
	N_q	—	—	—	—	—	—	2.75	6.94	13.10
	N_c	—	—	—	—	—	—	3.02	8.47	14.40
35	N_γ	—	—	—	—	—	—	—	0.47	2.21
	N_q	—	—	—	—	—	—	—	3.08	8.43
	N_c	—	—	—	—	—	—	—	2.97	8.86
40	N_γ	—	—	—	—	—	—	—	—	0.49
	N_q	—	—	—	—	—	—	—	—	3.42
	N_c	—	—	—	—	—	—	—	—	2.88

地基极限承载力的水平分量p_{ul}可用下式计算：

$$p_{ub}=p_{uv}\mathrm{tg}\delta \tag{8-22}$$

δ 为荷载的倾斜角。倾斜荷载作用下，地基土向荷载倾斜方向的一侧移滑。基底的极限承载力值随坐标 x 值的增加而增加，在坐标原点处，$x=0$，极限承载力为

$$p_{u0}=qN_q+cN_c \tag{8-23}$$

而当 $x=B$ 时，极限承载力为

$$p_{ub}=qN_q+cN_c+\gamma BN_\gamma \tag{8-24}$$

式中 B 为基础的宽度，其它符号同前。

平均极限承载力

$$p_{uv}=\frac{1}{2}(p_{u0}+p_{ub})=\frac{1}{2}\gamma BN_\gamma+qN_q+cN_c \tag{8-25}$$

式（8-25）是地基极限承载力的最为通用的表达式。如下面所述，所有各种不同的极限承载力分析方法，其最终表达式均采用式（8-25）的形式，但承载力系数 N_γ、N_q、N_c 各不相同。

四、用极限平衡理论求地基极限承载力方法讨论

（一）影响极限承载力的因素

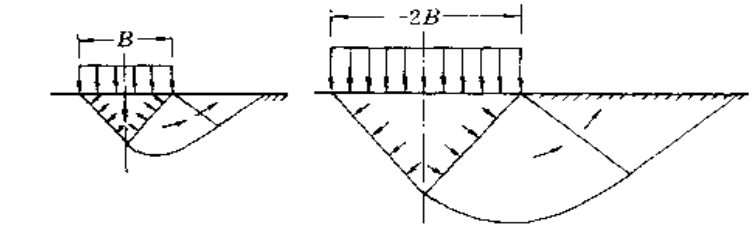
地基极限承载力的普遍公式（8-25）表明，地基极限承载力由如下三部分所组成。

（1）滑裂土体自重所产生的抗力；

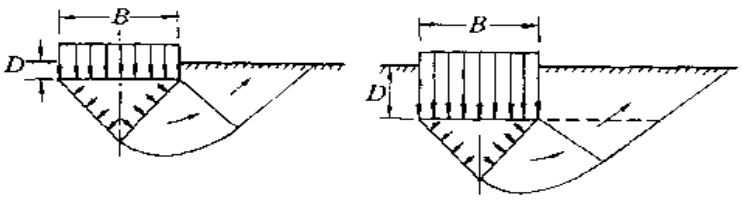
（2）基础两侧均布荷载 q 所产生的抗力；

（3）滑裂面上粘聚力 c 所产生的抗力。

第一种抗力的大小、除了决定于土的容重 γ 和内摩擦角 ϕ 以外，还决定于滑裂土体的体积。图 8-14a 表明，基础的宽度 B 增加 1 倍时，滑裂土体的长度和深度都跟着成倍增长。对于平面问题，体积将增加 3 倍。或者说滑裂土体的体积与基础的宽度大体上是平方的关系。由此可以推论，极限承载力将随基础宽度 B 的增加而线性增加，即极限承载力 p_u 是 B 的线性函数。



（a）宽度对挤出土体体积的影响



（b）埋深对挤出土体体积的影响

图 8-14 极限承载力的影响因素

第二种抗力的大小，除决定于侧面荷载 q 外，还与滑裂体内 q 的分布范围有关，也就是受滑裂面形状的影响。因此系数 N_q 也是内摩擦角 ϕ 的函数。此外滑裂面内荷载 q 的分布长度大体上也是随基础宽度 B 的增加而线性增加，因此侧荷载所引起的极限承载力 p_u 与基础的宽度无关。

第三种抗力的大小；首先决定于土的粘聚力 c。其次决定于滑裂面的长度。滑裂面的长度也就是滑裂面的形状，它与土的内摩擦角有关，因此系数 N_c 是 ϕ 值的函数。另外，从图 8-14a 分析，滑裂面的尺度大体上与基础宽度按相同的比例增加。因此，由粘聚力 c 所引起的极限承载力，不受基础宽度的影响。

综合以上的分析，地基的极限承载力值不但决定于土的强度特性 c、ϕ 值，而且还与基础的宽度 B，基础的埋置深度 D 有密切的关系。宽度 B 和埋置深度 D 愈大，地基的极限承载力也愈高。承载力系数 N_γ、N_q、N_c 值，则仅与滑裂面的形状有关，所以只决定于 ϕ 值的大小。

（二）关于承载力系数

分析表 8-2 中承载力系数 N_γ、N_q、N_c 的变化，可以得到如下几点有意义的结论：（1）N_γ、N_q、N_c 随土的内摩擦角 ϕ 的增加变化很大，特别是 N_γ 值。当 ϕ 值较小时，N_γ 小于 N_q 和 N_c 很多；而当 ϕ 值较大时，N_γ 可大于 N_q 和 N_c，这说明对于内摩擦角 ϕ 大的无粘性土，采用普朗德尔理论，忽略地基内滑裂土体重量的阻抗作用，计算所得的极限承载力会有较大的误差。而对于内摩擦角 ϕ 较小的粘性土，采用普朗德尔的无重地基的假定可能引起的误差不大；（2）粘性高的土，c 大而 ϕ 小，这时承载力系数 N_c 比 N_q 和 N_γ 都大得多，即地基的极限承载力主要决定于土的粘聚强度；（3）对于无粘性土，$c=0$，这时基础的埋深，对极限承载力起重要的作用。这种情况下，基础埋深太浅（$D<0.5B$），地基的极限承载力会显著下降。

（三）极限平衡理论的缺点

应该指出，用极限平衡理论求地基的极限承载力在理论上并不是很完善、很严格的。其原因有二：第一，这种理论认为地基土由滑移边界线截然分成塑性破坏区和弹性变形区。基础以下，滑移边界线以内的土体都处于塑性破坏状态。在塑性破坏区内，土体各点可以沿滑移面产生无限制的变形。实际上大量试验证明，由于基底与土的摩擦作用，在基础底面下存在着压密的弹性区域。弹性区域的存在对地基极限承载力的影响将在下节详述。此外土的应力-应变关系并不象理想弹塑性模型所表示的那样，不是理想弹性体就是理想塑性体。实际的土体是一种非线性弹塑性体。显然，用理想化的弹塑性理论不完全能反映地基土的破坏特征，更无法描述地基土从变形发展到破坏的真实过程。第二，这种理论只考虑土体的静力平衡而不涉及塑性位移的速率。按塑性理论中的极限分析方法可以证明，用极限平衡理论求得的极限承载力，不一定就是唯一的解，可能还有其它解。但是所有的解都不会大于真正的极限承载力。这就是说，即使得到的极限承载力不是真值，但都小于真值。所以工程上应用是安全的，但理论上却不够严格、已经证明普朗德尔-瑞斯纳课题的解是地基极限承载力的真解，而 B. B. Соколовский 课题的解，是否是真解，目前尚未能得到证明。

此外，用极限平衡理论方法求地基的极限承载力，解题方法十分繁冗，难适用于边界稍为复杂一些的课题。作为建立地基极限承载力和滑裂面的基本物理概念和分析途径，无疑地很有作用，但对解决具体工程问题，则只能限于简单的边界条件和均匀的地基。

【例题 8-4】 已知条形基础宽 $B=3.0\text{m}$，埋深 $D=1.2\text{m}$，地基土为粉质粘土，土的容重 $\gamma=18\text{kN/m}^3$，粘聚力 $c=10\text{kN/m}^2$，内摩擦角 $\phi=25°$，基底荷载倾角 $\delta=10°$，求地基的极限承载力。如图 8-15。

解：

1. 求基础底面的侧面均布荷载 q：

$$q=\gamma D=18\times1.2=21.6\text{kN/m}^2$$

2. 根据粘聚力 c、内摩擦角 ϕ 和荷载倾角 δ，由表 8-2 求得承载力系数：

$$N_\gamma=3.42,\ N_q=7.65,\ N_c=14.30$$

3. 基础一侧，$x=0$ 处的竖直向极限承载力。

$$p_{u0}=2N_q+cN_c=21.6\times7.65+10\times14.30=308.24\text{kN/m}^2$$

基础另一侧，$x=B$ 处的竖直向极限承载力：

$$p_{ub}=\gamma BN_\gamma+qN_q+cN_c$$
$$=18\times3.0\times3.42+308.24=492.92\text{kN/m}^2$$

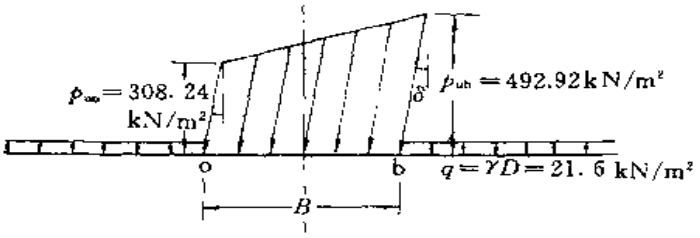


图 8-15 例题 8-4 图

4. 竖直向极限承载力平均值

$$p_{uv}=\frac{p_{u0}+p_{ub}}{2}=\frac{308.24+492.92}{2}=400.6\text{kN/m}^2$$

5. 极限承载力水平分量

$$p_{vh}=p_{uv}\text{tg}\delta=400.6\times\text{tg}10°=70.6\text{kN/m}^2$$

第四节 地基极限承载力的其它分析方法

一、基础下形成刚性核时地基的极限承载力——太沙基（K. Terzaghi）课题

实际上基础底面并不完全光滑，与地基表面之间存在着摩擦力。摩擦力阻碍直接位于基底下那部分土体的变形，使它不能处于极限平衡状态。图 8-16 的地基模型试验表明，在荷载作用下基础向下移动时，基底下的土体形成一个刚性核（或称弹性核），与基础成为整体，竖直向下移动。下移的刚性核，挤压两侧土体，使地基土破坏，形成滑裂线网。由于刚性核的存在，地基中部分土体不处于极限平衡状态。这种情况边界条件复杂，难以直接解极限平衡偏微分方程组求地基的极限承载力。这时，通常先假定刚性核和滑裂面的形状，再应用极限平衡概念和隔离体的平衡条件求极限承载力的近似解。这类半理论半经验方法的公式甚多。最广泛应用的是太沙基公式。

（一）刚性核和滑裂面形状的确定

太沙基在分析基底下刚性核的形状时，认为基础完全粗糙，刚性核与基础成为一个整体沿竖直方向下沉，因此在刚性核的尖端 C 点处，左右两侧的曲线滑裂面必定与铅垂线 CM

相切，如图 8-17a 所示。如果刚性核的两个侧面 AC 和 BC 也是滑裂面，则按极限平衡理论，两组滑裂线的交角∠ACM 为 $(90°+\phi)$。根据几何条件，不难看出 AC 和 BC 面与基础底面的交角 $\overline{\psi}=\phi$。但是如果基底的摩擦力不足以完全限制土体 ABC 的侧向变形，则 $\overline{\psi}$ 将介于 ϕ 与 $\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$ 之间。

刚性核代替了普朗德尔解的朗肯主动区（即 I 区），于是地基滑裂面的形状只由两个极限平衡区即朗肯被动区和对数螺线过渡区所构成，如图 8-17a 所示。



图 8-16　压板下的刚性核形状

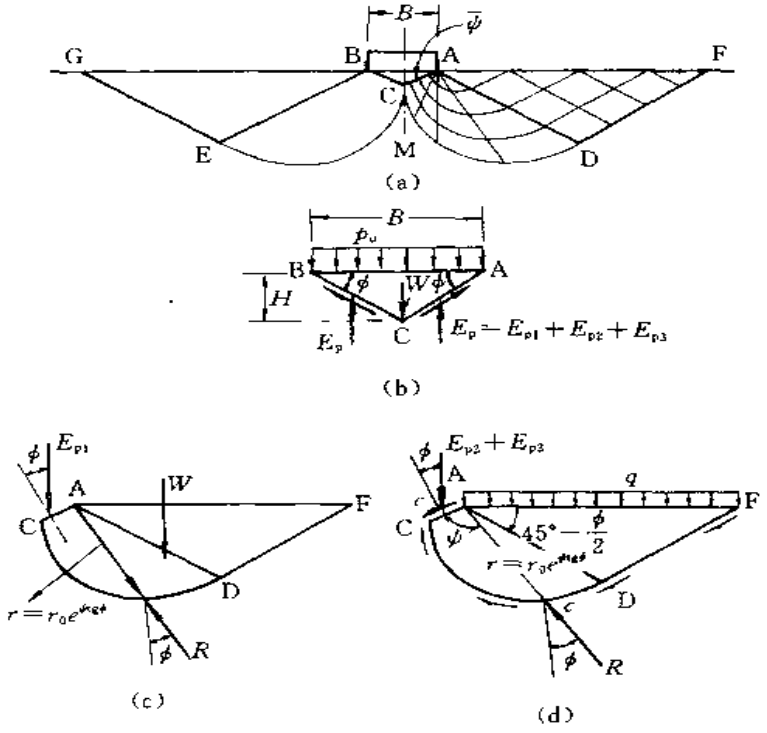


图 8-17　太沙基地基极限承载力

（二）从刚性核的静力平衡条件求地基的极限承载力

刚性核的形状确定以后，太沙基把它取为隔离体，将两个侧面 AC 和 BC 当成挡土墙的墙背。基底压应力 p_u 促使刚性核向下移动，AC 和 BC 面挤压两侧土体，直至土体破坏。这时基底的压应力就是极限承载力 p_u。根据图 8-17b 的几何条件，当 $\overline{\psi}=\phi$ 时，被动土压力 E_p 的方向必定是竖直向。E_p 求得以后，就可以根据刚性核本身的静力平衡条件，求地基的极限承载力，如下式

$$p_uB=2E_p+cB\mathrm{tg}\phi-\frac{\gamma B^2}{4}\mathrm{tg}\phi \tag{8-26}$$

式中，$\frac{\gamma B^2}{4}\mathrm{tg}\phi$ 为刚性核的自重，$cB\mathrm{tg}\phi$ 为 AC 和 BC 面上粘聚力的竖直分量，因此用式(8-26)求极限承载力的关键在于计算刚性核两个侧面上的被动土压力 E_p。

（三）被动土压力 E_p 的确定

对于浅埋基础（$D\leqslant B$），可以不考虑基础底面以上土体的抗剪强度，而把它当成基础两侧作用着均布荷载 $q=\gamma D$，因此总的被动土压力 E_p 可以看成由图 8-17c 中滑裂土体 CD

FAC 的重量所产生的抗力 E_{p1}，和图 8-17d 中滑裂面$\overset{\frown}{CF}$和$\overline{AC}$上的粘聚力 c 所产生的抗力 E_{p2}以及均布侧荷载 q 所产生的抗力 E_{p3}所构成。

土体中真正滑裂面的形状决定于这三种抗力共同作用的结果，但很难确切求得。太沙基为了简化计算，先把地基土当成无侧荷载的无粘性土，即 $q=0$，$c=0$，$\phi>0$，$\gamma>0$，求由于滑裂土体 CDFAC 的重量所产生的土抗力 E_{p1}，如图 8-17c。再把地基土当成有侧荷载的无重粘性土，即 $q>0$，$c>0$，$\phi>0$，$\gamma=0$，计算粘结力 c 和侧荷载 q 所产生的土抗力 E_{p2}和 E_{p3}，如图 8-17d。然后三者叠加起来就得到总的被动土压力 E_p。

$$E_p=E_{p1}+E_{p2}+E_{p3} \tag{8-27}$$

无粘性土的被动土压力可按库伦土压力理论计算，表达为

$$E_{p1}=\frac{1}{2}\gamma H^2\frac{K_{p1}}{\cos\bar{\psi}\sin\alpha} \tag{8-28}$$

无重粘性土由粘聚力 c 和侧荷载 q 引起的被动土压力，分别表示为

$$E_{p2}=H\frac{cK_{p2}}{\cos\bar{\psi}\sin\alpha} \tag{8-29}$$

$$E_{p3}=H\frac{qK_{p3}}{\cos\bar{\psi}\sin\alpha} \tag{8-30}$$

式中，H——刚性核的竖直高度，$H=\frac{1}{2}B\mathrm{tg}\bar{\psi}$；

$\bar{\psi}$——刚性核的底角；

α——刚性核的外侧倾角，即 $\alpha=180-\bar{\psi}$；

K_{p1}、K_{p2}、K_{p3}——分别为由于滑裂土体重量、滑裂面上粘聚力和侧荷载所产生的被动土压力系数。

当 $\bar{\psi}=\phi$ 时，

$$E_p=\frac{1}{8}\gamma B^2\frac{K_{p1}}{\cos^2\phi}\mathrm{tg}\phi+\frac{B}{2}\frac{cK_{p2}}{\cos^2\phi}+\frac{B}{2}\frac{qK_{p3}}{\cos^2\phi} \tag{8-31}$$

将式（8-31）代入式（8-26），经过整理后得：

$$p_u=\frac{\gamma B}{2}\left[\frac{\mathrm{tg}\phi}{2}\left(\frac{K_{p1}}{\cos^2\phi}-1\right)\right]+c\left(\frac{K_{p2}}{\cos^2\phi}+\mathrm{tg}\phi\right)+q\frac{K_{p3}}{\cos^2\phi}$$

$$=\frac{\gamma B}{2}N_\gamma+cN_c+qN_q \tag{8-32}$$

式（8-32）是太沙基的极限承载力公式。它与极限平衡理论推导的极限承载力公式（8-25）形式相同，也是其它各类地基极限承载力计算方法的统一表达式。不同计算方法的差异表现在承载力系数 N_γ、N_c、N_q 的数值上。

对于太沙基公式，当取 $\bar{\psi}=\phi$ 时，有

$$N_\gamma=\frac{\mathrm{tg}\phi}{2}\left(\frac{K_{p1}}{\cos^2\phi}-1\right) \tag{8-33}$$

$$N_c=\frac{K_{p2}}{\cos^2\phi}+\mathrm{tg}\phi \tag{8-34}$$

$$N_q = \frac{K_{p3}}{\cos^2\phi} \tag{8-35}$$

显然这三个承载力系数是在不同假定的条件下推出的。太沙基经过计算分析后指出，这样处理对极限承载力所带来的误差不很大，工程上可以允许。

倾斜墙背的无粘性土被动土压力系数 K_{p1}较容易用现有的土压力理论计算，而倾斜墙背的无重粘性土的被动土压力系数 K_{p2}和 K_{p3}则尚无现成的计算方法。但是图 8-17d 边界条件下的承载力系数 N_c 和 N_q 已由普朗德尔和瑞斯纳给出，可用式（8-36）和式（8-37）表示：

$$N_c = \cot\phi\left[\frac{e^{\left(\frac{3}{2}\pi-\phi\right)\tan\phi}}{2\cos^2\left(45^\circ+\frac{\phi}{2}\right)}-1\right] \tag{8-36}$$

$$N_q = \frac{e^{\left(\frac{3}{2}\pi-\phi\right)\tan\phi}}{2\cos^2\left(45^\circ+\frac{\phi}{2}\right)} \tag{8-37}$$

地基承载力系数 N_γ、N_c、N_q 的值只决定于土的内摩擦角 ϕ。太沙基将其绘制成曲线如图 8-18，可供直接查用。

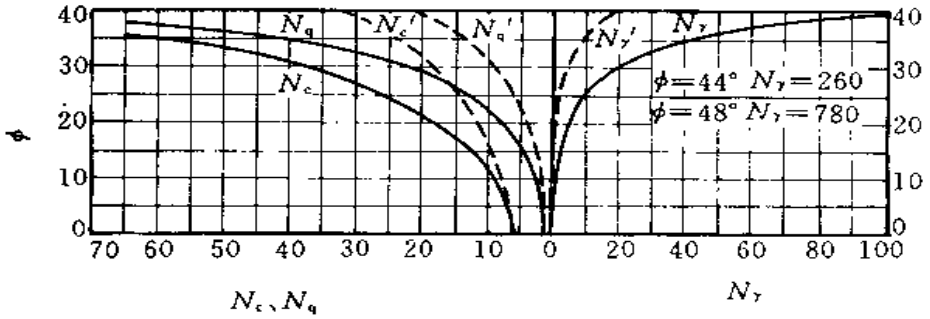


图 8-18　太沙基地基承载力系数

对于不排水条件下的饱和粘土，$\phi_u=0$。按式（8-36）和式（8-37），用罗彼塔法则，求得

$$N_q = \frac{1}{2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = 1$$

$$N_c = \frac{3}{2}\pi + 1 = 5.7 \tag{8-38}$$

故

$$p_u = q + 5.7c \tag{8-39}$$

比较式（8-39）和式（8-20），可见形成刚性核以后，地基的极限承载力略有提高。

（四）局部剪切破坏时地基的极限承载力

上述计算地基极限承载力的太沙基公式，只适用于地基土发生整体剪切破坏的情况，不适用于局部剪切破坏。由于局部剪切破坏时地基的变形量较大，承载力有所降低，太沙基建议仍然可以采用式（8-32）计算极限承载力，但是要把抗剪强度指标适当折减，具体计算

时可用 $\bar{c}=\frac{2}{3}c$，$\mathrm{tg}\,\bar{\phi}=\frac{2}{3}\mathrm{tg}\phi$。于是式（8-32）变为

$$p_u=\frac{\gamma B}{2}N'_\gamma+\frac{2}{3}cN'_c+q\,N'_q \tag{8-40}$$

由于降低了内摩擦角 ϕ，因此承载力系数 N'_γ、N'_q和 N'_c 小于相应的 N_γ、N_q 和 N_c。修改后的数值见图 8-18 中虚线所示。在使用图 8-18 时要注意，当用 ϕ 时，应查图中的虚线，但若用降低后的$\bar{\phi}$时，则应查图中的实线。

二、考虑基底以上土体抗剪强度时地基的极限承载力——梅耶霍夫课题（Meyerhof，G. G. 1951）

梅耶霍夫和太沙基一样，认为基础底面存在着摩擦力，基底下的土体形成刚性楔 ABC，如图 8-19 所示。AC 和 BC 是破裂面，底角 $\bar{\varphi}$ 界于 ϕ 与$\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)$之间。但在推导极限承载力时，假定 $\bar{\varphi}=45°+\frac{\phi}{2}$。

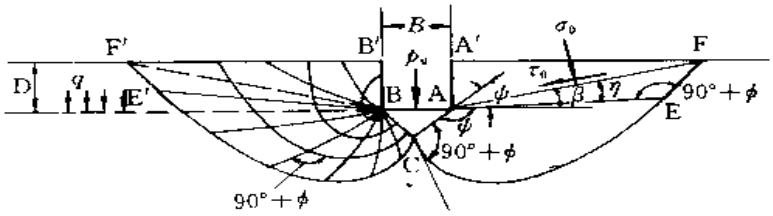


图 8-19　梅耶霍夫地基极限承载力分析法

在荷载作用下，刚性核与基础形成整体向下移动。挤压两侧土体达到破坏时，两侧土体形成对数螺线的破裂面。与太沙基不同之处在于考虑基底以上土的抗剪强度。梅耶霍夫假定破裂面延伸至地面，并在 F 和 F′处滑出如图 8-19。F 和 F′点是自基础边缘 A、B 处引一与水平面成 β 角的斜线与地面的交点。β 角的确定方法，后面再进一步说明。以$\overline{AF}$和$\overline{BF'}$作为等代自由表面。将$\overline{AF}$和$\overline{BF'}$以上的土重以及基础侧面$\overline{AA'}$和$\overline{BB'}$上的摩擦力化引为作用在自由表面$\overline{AF}$和$\overline{BF'}$上的法向应力 σ_0 和剪应力 τ_0。$\overset{\frown}{CE}$、$\overset{\frown}{CE'}$为对数螺线。$\overline{FE}$、$\overline{F'E'}$为对数螺线的切线。梅耶霍夫根据图 8-19 所示的破裂面的形状，推导出地基极限承载力的计算式，同样简化为

$$p_u=\frac{1}{2}\gamma BN_\gamma+qN_q+cN_c$$

但是式中的承载力系数 N_γ、N_c、N_q 与极限平衡理论公式或太沙基公式均有不同。它们不仅决定于土的内摩擦角 ϕ，而且还与 β 值有关，可从图 8-20 中曲线查用。图中曲线以 β 角为参数，β 值是基础埋深和形状的函数，因此用梅耶霍夫公式求极限承载力前，必须找到确定破裂面滑出点 F 和 F′的 β 角。其法简述如下：

1. 先任意假设一个 β 角，求作用于等代自由面上的法向应力 σ_0 和剪应力 τ_0。按下式计算

$$\sigma_0=\frac{1}{2}\gamma D\left(K_0\sin^2\beta+\frac{K_0}{2}\mathrm{tg}\delta\sin 2\beta+\cos^2\beta\right) \tag{8-41}$$

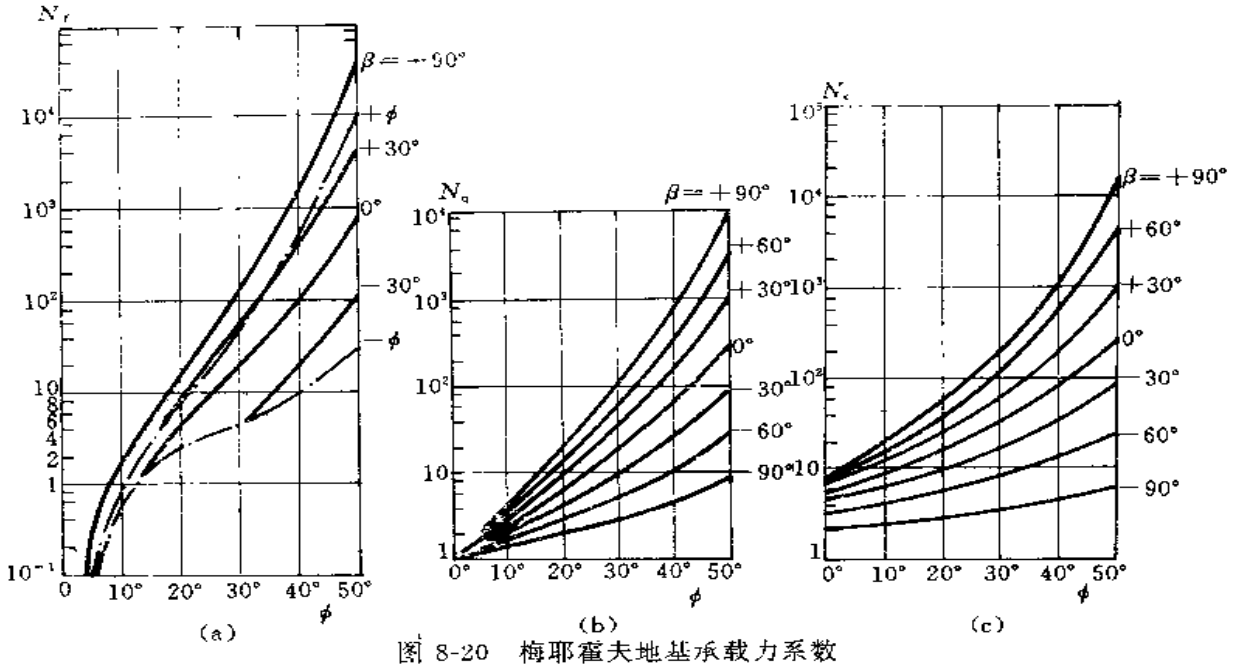


图 8-20　梅耶霍夫地基承载力系数

$$\tau_0 = \frac{1}{2}\gamma D\left[\frac{1-K_0}{2}\sin 2\beta + K_0 \operatorname{tg}\delta \sin^2\beta\right] \tag{8-42}$$

式中，δ ——地基土与基础侧面的摩擦角；

K_0 ——静止土压力系数；

D ——基础埋置深度；

γ ——基础底面以上土的容重。

2. 等代自由面$\overline{AF}$和$\overline{BF'}$并不是滑裂线，与等代自由面向下成夹角η的直线$\overline{AE}$和$\overline{BE'}$才是一根滑裂线。η角可以用作图法求之，见图8-21。先在σ-τ坐标上取E点，其应力值为σ_0，τ_0，E点即代表$\overline{AF}$面的应力。然后在σ轴上找圆心C。作应力圆，使该应力圆过E点并与破坏包线相切，切点为T。切点代表该面上土的剪应力等于抗剪强度，也即被裂面的位置。

故：圆心角　$\angle ECT = 2\eta$

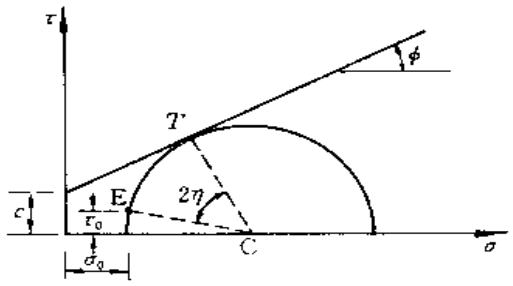


图 8-21　η角的图解法

3. 按梅耶霍夫推导，角β和η与基础砌置深度D的关系为：

$$D = \frac{\sin\beta\cos\phi \cdot e^{\phi \operatorname{tg}\phi}}{2\sin\left(45° - \frac{\phi}{2}\right)\cos(\eta+\phi)} \tag{8-43}$$

$$\psi = 135° + \beta - \eta - \frac{\phi}{2} \tag{8-44}$$

ψ为$\overline{AC}$和$\overline{AE}$间对数螺旋滑裂线的中心角，如图8-19所示。根据假设的β，由式（8-41）和

(8-42) 求 σ_0 和 τ_0，并由应力圆求 η 角，然后代入式 (8-44) 求 ψ，再将 ψ 和 η 代入式(8-43) 求 β，计算的 β 若与假设的 β 不一致，要进行迭代，直至假设值与计算值相符就得 β 的真值。有关公式 (8-41)、(8-42)、(8-43)、(8-44) 的证明，从略。

β 求出后就可以从图 8-20 图中查出承载力系数 N_γ、N_c、N_q，再由地基的极限承载力公式求极限承载力 p_u。

三、汉森（Hansen，J. B.）极限承载力公式

前面所述的极限承载力 p_u 和承载力系数 N_γ、N_q、N_c 均按条形竖直均布荷载推导得到的。汉森在极限承载力上的主要贡献就是对承载力进行数项修正，包括非条形荷载的基础形状修正，埋深范围内考虑土抗剪强度的深度修正，基底有水平荷载时的荷载倾斜修正，地面有倾角 β 时的地面修正以及基底有倾角 $\bar{\eta}$ 时的基底修正，每种修正均需在承载力系数 N_γ、N_q、N_c 上乘以相应的修正系数。加修正后汉森的极限承载力公式为：

$$p_u=\frac{1}{2}\gamma BN_\gamma s_\gamma d_\gamma i_\gamma g_\gamma b_\gamma+qN_q s_q d_q i_q g_q b_q+cN_c s_c d_c i_c g_c b_c \tag{8-45}$$

式中，N_q、N_c、N_γ ——地基承载力系数；在汉森公式中取 $N_q=\mathrm{tg}^2\left(45°+\frac{\phi}{2}\right)e^{\pi\mathrm{tg}\phi}$，

$N_c=(N_q-1)\mathrm{ctg}\phi$，　$N_\gamma=1.8(N_q-1)\mathrm{tg}\phi$；

s_γ、s_q、s_c ——相应于基础形状修正的修正系数；

d_γ、d_q、d_c ——相应于考虑埋深范围内土强度的深度修正系数；

i_γ、i_q、i_c ——相应于荷载倾斜的修正系数；

g_γ、g_q、g_c ——相应于地面倾斜的修正系数；

b_γ、b_q、b_c ——相应于基础底面倾斜的修正系数。

汉森提出上述各系数的计算公式如表 8-3。

表 8-3　汉森（Hansen）承载力公式中的修正系数

形状修正系数	深度修正系数	荷载倾斜修正系数	地面倾斜修正系数	基底倾斜修正系数
$s_c=1+\frac{N_q B}{N_c L}$	$d_c=1+0.4\frac{D}{B}$	$i_c=i_q-\frac{1-i_q}{N_q-1}$	$g_c=1-\beta°/14.7°$	$b_c=1-\bar{\eta}°/14.7°$
$s_q=1+\frac{B}{L}\mathrm{tg}\phi$	$d_q=1+2\mathrm{tg}\phi(1-\sin\phi)^2\frac{D}{B}$	$i_q=\left(1-\frac{0.5P_h}{P_v+A_f\ c\mathrm{ctg}\phi}\right)^5$	$g_q=(1-0.5\mathrm{tg}\beta)^5$	$b_q=\exp(-2\bar{\eta}\mathrm{tg}\phi)$
$s_\gamma=1-0.4\frac{B}{L}$	$d_\gamma=1.0$	$i_\gamma=\left(1-\frac{0.7P_h}{P_v+A_f\ c\ \mathrm{ctg}\phi}\right)^5$	$g_\gamma=(1-0.5\mathrm{tg}\beta)^5$	$b_\gamma=\exp(-2\bar{\eta}\mathrm{tg}\phi)$

表中符号

A_f ——基础的有效接触面积 $A_f=B'\cdot L'$

B' ——基础的有效宽度 $B'=B-2e_B$

L' ——基础的有效长度 $L'=L-2e_L$

D ——基础的埋置深度

e_B、e_L ——相对于基础面积中心而言的荷载偏心矩

B ——基础的宽度

L ——基础的长度

c ——地基土的粘聚力

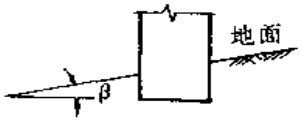
ϕ ——地基土的内摩擦角

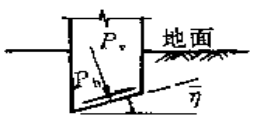
P_h ——平行于基底的荷载分量

P_v ——垂直于基底的荷载分量

β ——地面倾角

$\bar{\eta}$ ——基底倾角





说明：此表综合 Hansen(1970)，De Beer(1970)，及 Vesic，A. S. (1973)的资料所组成。

四、圆弧滑动法验算地基的稳定性

上述各类求地基极限荷载的方法目前还只能用以检验均匀地基的稳定性。对于地基土层比较复杂以及存在渗透力和孔隙水压力等复杂情况就难以应用。对于复杂情况，工程上通常把滑裂面简化成圆弧面，用圆弧滑动法验算地基土沿深层滑动的稳定性。虽然这种方法并不是求地基的极限承载力 p_u，但是与求极限承载力的目的相同，都是用于分析地基的稳定性。

地基的圆弧滑动法与边坡圆弧滑动法相似，一般采用条分法。图 8-22 表示建筑物宽度 B，埋深 D，作用在基底上的垂直总荷载和水平总荷载分别为 P_v 和 P_h。按圆弧滑动法，设地基土体围绕圆心为 O，半径为 R 通过基础边点 C 的圆弧滑动。将圆弧内的土体条分，不考虑条块间的作用力，则沿此滑动圆弧发生滑动的安全系数为：

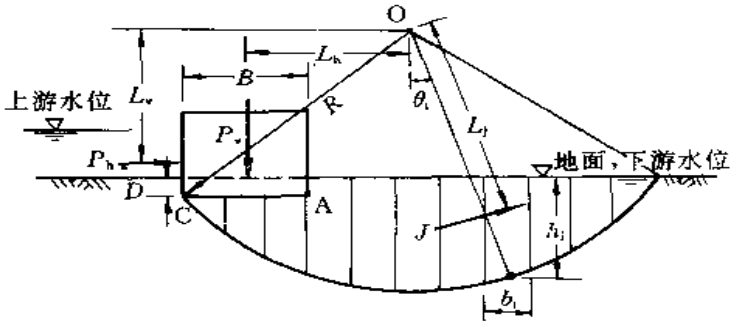


图 8-22　地基圆弧滑动分析法

$$F_s=\frac{R(\sum\gamma_i b_i h_i\cos\theta_i\mathrm{tg}\phi_i+\sum c_i l_i)}{(P_v-\gamma DB)L_h+P_hL_v+JL_j} \tag{8-46}$$

式中，　J ——作用于滑裂土体内总的渗透力；

L_h、L_v、L_j——分别为垂直荷载 P_v，水平荷载 P_h 和渗透力 J 对圆心的力臂，其它符号如图 8-22 所示。

同样地，式（8-46）的安全系数仅表示某一圆弧的抗滑动安全度。必须找出最危险的滑动圆弧的位置，相应的安全系数才是地基的稳定安全系数。目前这种求最小安全系数的大量繁琐计算工作，大都编成程序，由计算机完成。

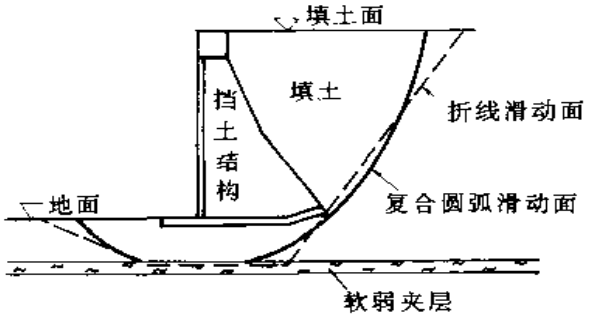


图 8-23　地基复合滑动面

当地基中有软弱的土层时，注意要使滑裂面尽量多地通过软弱土层的层面。要做到这一点，滑裂面往往就不再是圆弧，而是折线滑裂面，或两段圆弧加一段直线的复合滑裂面，如图8-23所示。有关复合滑动面的稳定分析方法，与第七章中所述相似，不再详述。

【例题 8-5】　基础和地基情况如例题 8-1，试用太沙基极限承载力公式求地基的极限承载力。

解：按题意已知：$q=\gamma D=17.6\times1.2=21.12\mathrm{kN/m^2}$，$c=15\mathrm{kN/m^2}$，$B=1.5\mathrm{m}$，$\phi=24°$。例题 8-1 证明，地基应产生整体剪切破坏，按太沙基极限承载力公式

$$p_u=\frac{\gamma B}{2}N_\gamma+CN_c+qN_q$$

查图 8-18　$N_\gamma=8.0$，$N_q=12$，$N_c=23.5$

代入上式

$$p_u=\frac{17.6}{2}\times 1.5\times 8.0+15\times 23.5+21.12\times 12$$
$$=711.54\ \text{kN/m}^2$$

【例题 8-6】　上述例题中若基础埋深改为 3m，地基土的物理力学特性指标为 $\gamma=17.6\text{kN/m}^3$，$c=8\ \text{kN/m}^2$，$\phi=24°$，$E=5\text{MPa}$，$\nu=0.35$，按太沙基公式求地基的极限承载力。

解：

1. 验算地基破坏形式

刚度指示

$$I_r=\frac{E}{2(1+\nu)(c+q\text{tg}\phi)}$$
$$=\frac{5000}{2(1+0.35)(8+17.6\times 3\text{tg}24°)}$$
$$=58.8$$

临界刚度指标

$$I_{r(cr)}=\frac{1}{2}\exp\left[3.3\times\text{ctg}\left(45°-\frac{\phi}{2}\right)\right]$$
$$=\frac{1}{2}e^{3.3\times\text{ctg}33°}=80.5$$

因 $I_r<I_{r(cr)}$，故地基产生局部剪切破坏。

2. 用太沙基公式计算地基极限承载力

$$p_u=\frac{\gamma B}{2}N'_\gamma+\bar{c}N'_c+qN'_q$$

$$\bar{c}=\frac{2}{3}c=\frac{2}{3}\times 8=5.3\text{kN/cm}^2$$

按　$\phi'=24°$查图 8-20 虚线，得

$$N'_\gamma=1.5,\quad N'_q=5.2\quad N'_c=14$$

代入上式

$$p_u=\frac{17.6}{2}\times 1.5\times 1.5+5.3\times 14+17.6\times 3\times 5.2$$
$$=19.8+74.2+316.8=367\text{kN/m}^2$$

也可以先求出　$\tilde{\phi}$，$\text{tg}\,\bar{\phi}=\frac{2}{3}\text{tg}\phi$　$\bar{\phi}=16.53°$，用$\bar{\phi}$查图 8-20 实线也得到相同的承载力系数。

第五节　地基的容许承载力

一、地基容许承载力的概念

地基极限承载力是从地基稳定的角度研究地基土体所能够承受的最大荷载。但是虽然地基尚未失稳，若变形太大，引起上部建筑物破坏或者不能正常使用也是不允许的。所以正确的地基设计，既要保证满足地基稳定性的要求，也要保证满足地基变形的要求，称之谓“两种极限状态设计”。也就是说，要求作用在基底的压应力不超过地基的极限承载力，并且有足够的安全度，而且所引起的变形不能超过建筑物的容许变形，满足以上两项要求，地基单位面积上所能承受的荷载就称为地基的容许承载力。

显然，地基的容许承载力不仅决定于地基土的性质，而且受其他很多因素的影响。除基础宽度、基础埋置深度外，建筑物的容许沉降也起重要的作用。所以，地基的“容许承载力”与材料的“容许强度”的概念差别很大。材料的容许强度一般只决定于材料的特性，例如钢材的容许强度[σ]很少与构件断面的大小和形状有关。而地基的容许承载力就远远不只是决定于地基土的特性。这是研究地基容许承载力问题时所必须建立的一个基本概念。

由于地基的容许承载力牵涉到建筑物的容许变形，因此要确切地确定它就很困难。一般的求法是先保证地基稳定的要求，即按极限承载力除以安全系数（通常取 2—3），或者是控制地基内极限平衡区的发展范围，或者采用某种经验数值，例如由地基规范提供的承载力表等作为容许承载力的初值（或称为承载力设计值）。根据这个初值设计基础，然后再进行沉降验算，如果沉降也满足要求，则这时的基底压力就是地基的容许承载力。

二、按控制地基中极限平衡区（塑性区）发展范围的方法确定地基的容许承载力

（一）基本概念

图 8-2 中的现场载荷试验表明，基础上的荷载达到临塑荷载时，地基土中就开始发生极限平衡区。极限平衡区最先发生于基础的边侧，随着荷载的增加而继续扩展。最后当荷载达到极限承载力时，地基产生稳定破坏。设计中往往选用临塑荷载 p_{cr} 或比临塑荷载稍大的临界荷载 $p_{1/4}$ 和 $p_{1/3}$ 作为地基容许承载力的初值。$p_{1/4}$ 和 $p_{1/3}$ 代表基础下极限平衡区发展的最大深度等于基础宽度 B 的 1/4 和 1/3 时所相应的荷载。临塑荷载 p_{cr} 和临界荷载 $p_{1/4}$ 和 $p_{1/3}$ 具有如下的特性：

（1）地基即将产生或已产生局部破坏，但尚未发展成整体失稳，这时地基土的强度已经比较充分发挥，但距离丧失稳定则尚有足够的安全系数。

（2）极限平衡区的范围不大，因此整个地基仍然可以近似地当成弹性半空间体，有可能近似用弹性理论计算地基中的应力，以便计算变形量。

由于这两个特点，p_{cr}、$p_{1/4}$ 和 $p_{1/3}$ 常用以作为初步确定的地基容许承载力。

（二）极限平衡区（塑性区）发展范围的一般计算方法

在均布荷载 p 作用下，地基中是否发生极限平衡区，或者极限平衡区发展的范围有多大，可以按下述方法近似计算。

1. 在地基中，靠近基础底面一定范围内，选定若干点，如图 8-24 中水平线和竖直线的交点。以 M 点为例，分别计算各点的自重应力和附加应力，叠加后为：

$$\left.\begin{aligned}\bar{\sigma}_z &= \sigma_z + \gamma(z + D)\\ \bar{\sigma}_x &= \sigma_x + K_0\gamma(z + D)\\ \bar{\tau}_{xz} &= \tau_{xz}\end{aligned}\right\} \quad (8\text{-}47)$$

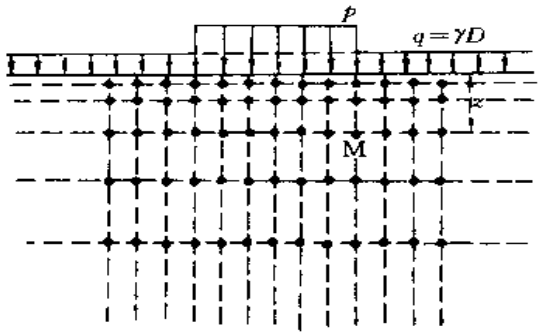


图 8-21　计算地基内极限平衡区的网点

式中，σ_z、σ_x、τ_{xz}——用弹性理论计算得的计算点的附加应力；

γ——土的容重，设地基土质均匀；

z——计算点在基底以下的深度；

D——基础的埋置深度；

K_0——静止土压力系数。

2. 根据式(8-47)的应力，求各计算点的主应力：

$$\sigma_1 = \frac{\bar{\sigma}_z + \bar{\sigma}_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_x}{2}\right)^2 + \bar{\tau}_{zx}^2}$$

$$\sigma_3 = \frac{\bar{\sigma}_z + \bar{\sigma}_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_x}{2}\right)^2 + \bar{\tau}_{zx}^2} \tag{8-48}$$

3. 根据 σ_1 和 σ_3，选择式(5-7)至式(5-14)中任一合适的公式，判断计算点是否处于极限平衡状态(见第五章第二节)。

4. 按照处于极限平衡状态点子的分布，绘出地基内土体处于极限平衡状态区域的范围。

应该指出，用上述方法求得的极限平衡区的范围，实际上是不完全正确的。因为首先，当土体中部分区域达到极限平衡状态以后，土中的应力分布便发生了变化，这时地基中的应力分布很复杂，是一个弹塑性混合课题，不再符合弹性理论解，而式(8-47)中的附加应力却是按弹性理论求得的。其次，在计算中认为基底压力是均匀分布的，但是通常的情况是基础的刚度远大于地基土的刚度，因而基底的压力分布并非均匀，而是如第三章中所分析的那样，一般呈边缘大中间小的马鞍形分布，基底压力非均匀分布的程度直接影响到极限平衡区的发展范围。一般说，按弹性理论计算附加应力得到的极限平衡区范围偏大，而假定基底压应力均匀分布则使计算得的极限平衡区范围偏小。虽然极限平衡区发展范围的计算方法理论上不够严格。但在实用上，由于用这种方法已积累了很多工程经验，目前仍然是确定地基容许承载力的一种常用方法。

(三) 长条均布荷载下极限平衡区的发展和界限荷载的计算方法。

1. 极限平衡区的界线方程式和最大发展深度

上述确定极限平衡区的一般计算方法当然也适用于长条均布荷载。但用这一方法时，须要逐点进行计算，工作量大。长条荷载属平面问题，可以直接推导出极限平衡区的界线方程，使计算工作得以简化。

根据弹性力学解，条形均布荷载作用下，地基中任一点 M 由于荷载$(p-\gamma D)$所引起的主应力为：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{p-\gamma D}{\pi}(2\beta + \sin 2\beta)\\ \sigma_3 &= \frac{p-\gamma D}{\pi}(2\beta - \sin 2\beta)\end{aligned}\right\} \tag{8-49}$$

式中，2β 为 M 点与长条荷载边缘连线$\overline{MA}$、$\overline{MB}$之间的夹角，以弧度表示。大主应力 σ_1 的方向在角$\angle AMB$的分角线上，如图 8-25 所示。

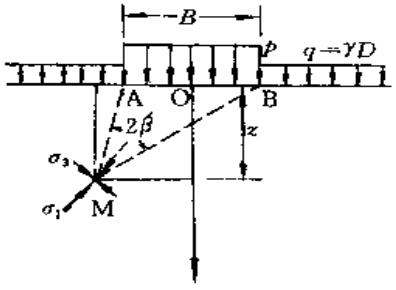


图 8-25 条形均布荷载下地基内应力的计算

若假定静止土压力系数 $K_0=1$，则土自重所引起的应力各个方向均相等，因此任意点 M 由于外荷载及土的

自重所产生的主应力总值为：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{p-\gamma D}{\pi}(2\beta+\sin 2\beta)+\gamma(D+z)\\ \sigma_3 &= \frac{p-\gamma D}{\pi}(2\beta-\sin 2\beta)+\gamma(D+z)\end{aligned}\right\} \tag{8-50}$$

将公式(8-50)代入极限平衡条件公式(5-7)中，整理后，可以得到如下表示极限平衡区界线的方程式：

$$z=\frac{p-\gamma D}{\pi\gamma}\left(\frac{\sin 2\beta}{\sin\phi}-2\beta\right)-\frac{c\cdot\operatorname{ctg}\phi}{\gamma}-D \tag{8-51}$$

当土的特性指标 γ、c、ϕ 已知，式(8-51)直接表示极限平衡区边界点的深度与视角 β 的关系，也就决定了极限平衡区的轨迹。

在工程应用中，往往只要知道极限平衡区最大的发展深度就足够，而不需要绘出整个区域的轨迹。因此，将式(8-51)对 β 求导，并让 $\frac{dz}{d\beta}=0$，得

$$\frac{dz}{d\beta}=\frac{p-\gamma D}{\pi\gamma}\cdot 2\left(\frac{\cos 2\beta}{\sin\phi}-1\right)=0$$

故

$$\cos 2\beta=\sin\phi$$

得

$$2\beta=\frac{\pi}{2}-\phi \tag{8-52}$$

将式(8-52)代入式(8-51)，整理后就得到极限平衡区的最大发展深度的计算公式。

$$z_{max}=\frac{p-\gamma D}{\gamma\pi}\left(\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi\right)-\frac{c\cdot\operatorname{ctg}\phi}{\gamma}-D \tag{8-53}$$

2. 临塑荷载 p_{cr}和临界荷载 $p_{1/4}$、$p_{1/3}$。

式(8-53)表示基底压应力 p 作用下，极限平衡区的最大发展深度。当 $z_{max}=0$ 时，由式(8-53)得到的压应力 p 就是地基开始发生局部剪损，但极限平衡区尚未得到扩展时的荷载，也就是临塑荷载 p_{cr}。同理，令 $z_{max}=B/4$ 或 $z_{max}=B/3$ 代入式(8-53)，整理后得到的压应力 p 就是相应于极限平衡区的最大发展深度为基础宽度的 1/4 和 1/3 时的荷载，称为临界荷载 $p_{1/4}$和 $p_{1/3}$。故

$$p_{cr}=\gamma D\left(1+\frac{\pi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}\right)+c\left(\frac{\pi\operatorname{ctg}\phi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}\right) \tag{8-54}$$

$$p_{1/4}=\gamma B\frac{\pi}{4\left(\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi\right)}+\gamma D\left(1+\frac{\pi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}\right)+c\left(\frac{\pi\operatorname{ctg}\phi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}\right) \tag{8-55}$$

$$p_{1/3}=\gamma B\frac{\pi}{3\left(\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi\right)}+\gamma D\left(1+\frac{\pi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}\right)+c\left(\frac{\pi\operatorname{ctg}\phi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}\right) \tag{8-56}$$

式(8-54)、(8-55)、(8-56)同样可以写成如下的形式：

$$p=\frac{1}{2}\gamma BN_\gamma+qN_q+cN_c \tag{8-57}$$

式中 $N_c=\frac{\pi\cdot\operatorname{ctg}\phi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}$；$N_q=1+\frac{\pi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}=1+N_c\operatorname{tg}\phi$；相应于 p_{cr}、$p_{1/4}$、$p_{1/3}$的 N_γ 分

别等于 0、$\frac{\pi}{2\left(\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi\right)}$和$\frac{2\pi}{3\left(\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi\right)}$；$q=\gamma D$；即承载力系数 N_c、N_q 和 N_γ 也是内摩擦角 ϕ 的函数。对于分层地基在应用上述公式计算侧面均布荷载 q 时，土的容重应采用基础底面以上土的容重，而第一项$\frac{1}{2}\gamma BN_\gamma$中的容重则为基础下土的容重。所有容重，地下水位以上均用天然容重，而地下水位以下则用浮容重。

比较式(8-57)和地基极限承载力公式(8-25)，两者形式完全一样。当然由于公式的推导前提和计算方法不一样，承载力系数 N_γ、N_q 和 N_c 会有很大的差别。式(8-25)是地基的极限承载力，它表示荷载达到这一强度时，基础下的极限平衡区已形成连续并与地面贯通的滑裂面，这时，地基已丧失整体稳定性。而式(8-54)至式(8-56)则表示地基中极限平衡区刚开始发展(临塑荷载 p_{cr})或发展范围不大(临界荷载 $p_{1/4}$和 $p_{1/3}$)时的荷载。显然，对于地基破坏而言，前者已经没有任何安全储备，或者说，安全系数 $F_s=1$，而后者则有相当大的安全储备，可以作为地基容许承载力的初值。

三、按地基规范承载力表确定地基容许承载力

《建筑地基基础设计规范》(GBJ 7-89)在上述理论基础上，总结我国丰富的工程实践经验，提出一套根据地基土的物理力学指标、或原位测试试验的结果，确定地基承载力的表格，如表 8-4 至表 8-13。其中表 8-6 至表 8-10 给出的是承载力的基本值 f_0，其它各表给出的是承载力的标准值 f_k。基本值乘以反应土工试验离散性的修正指标回归修正系数后，就成为标准值。

表 8-4　碎石土承载力标准值(kPa)

土的名称 \ 密实度	稍　密	中　密	密　实
卵　石	300--500	500—800	800—1000
碎　石	250—400	400--700	700--900
圆　砾	200—300	300～500	500～700
角　砾	200--250	250--400	400--600

注：① 表中数值适用于骨架颗粒空隙全部由中砂、粗砂或硬塑、坚硬状态的粘性土或稍湿的粉土所充填；

② 当粗颗粒为中等风化或强风化时，可按其风化程度适当降低承载力，当颗粒间呈半胶结状时，可适当提高承载力。

回归修正系数 ψ_f 按如下公式计算：

$$\psi_f=1-\left(\frac{2.884}{\sqrt{n}}+\frac{7.918}{n^2}\right)\delta \tag{8-58}$$

式中，δ——变异系数；

n——参加统计的土指标样本数。

变异系数可按下式计算：

$$\delta=\frac{\sigma}{\mu} \tag{8-59}$$

式中 σ 为标准差，可按下式计算，

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\mu_i^2-n\mu^2}{n-1}} \tag{8-60}$$

μ 为某种土性指标的平均值，按下式计算，

$$\mu=\frac{\sum_{i=1}^{n}\mu_i}{n} \tag{8-61}$$

μ_i 为某种指标的第 i 个实测值。

当计算得到的回归修正系数 $\psi_f<0.75$ 时，应分析变异系数过大的原因，并适当增加试样的数量。当用两种指标查容许承载力时（例如表 8-5、表 8-6），计算回归修正系数应采用两种指标的变异系数折算后的综合变异系数。

$$\delta=\delta_1+\xi\delta_2 \tag{8-62}$$

式中 δ_1 和 δ_2 分别对应于第一指标和第二指标的变异系数。ξ 为第二项指标的折算系数，其值见有关承载力表的注。

表 8-5　粉土承载力基本值（kPa）

第一指标孔隙比 e ＼ 第二指标含水量 w(%)	10	15	20	25	30	35	40
0.5	410	390	(365)				
0.6	310	300	280	(270)			
0.7	250	240	225	215	(205)		
0.8	200	190	180	170	(165)		
0.9	160	150	145	140	130	(125)	
1.0	130	125	120	115	110	105	(100)

注：① 有括号者仅供内插用；

② 折算系数 ξ 为 0；

③ 在湖、塘、沟、谷与河漫滩地段新近沉积的粉土，其工程性质一般较差，应根据当地实践经验取值。

表 8-6　粘性土承载力基本值（kPa）

第一指标孔隙比 e ＼ 第二指标液性指数 I_L	0	0.25	0.50	0.75	1.00	1.20
0.5	475	430	390	(360)		
0.6	400	360	325	295	(265)	
0.7	325	295	265	240	210	170
0.8	275	240	220	200	170	135
0.9	230	210	190	170	135	105
1.0	200	180	160	135	115	
1.1		160	135	115	105	

注：① 有括号者仅供内插用；

② 折算系数 ξ 为 0.1；

③ 在湖、塘、沟、谷与河漫滩地段新近沉积的粘性土，其工程性能一般较差；第四纪晚更新世（Q_3）及其以前沉积的老粘性土，其工程性能通常较好，这些土均应根据当地实践经验取值。

经过查表及修正后的承载力标准值 f_k 是指基础宽度小于 3m，埋置深度等于 0.5m 时

的承载力。承载力的设计值是由标准值经宽度和深度修正后得到。宽度和深度的修正公式为

$$f=f_k+\eta_B\gamma_1(B-3)+\eta_d\gamma_0(D-0.5) \tag{8-63}$$

式中，f——地基承载力设计值；

f_k——地基承载力标准值；

γ_1——基底以下土的天然容重，地下水位以下用浮容重；

γ_0——基底以上土的加权平均容重，地下水位以下取浮容重；

B——基础宽度（m），当宽度小于 3m 时按 3m 计，大于 6m 时按 6m 计；

D——基础埋置深度（m）。

η_B、η_d——相应于基础宽度和埋置深度的承载力修正系数，按表 8-14 查用。

可以认为，承载力的设计值就是地基容许承载力的初值。按 f 设计基础，经过地基变形验算若满足要求，它就是地基的容许承载力。由于规范所给的地基承载力表是根据多年来大量建筑物经验的总结，一般情况下都能满足地基变形的要求。所以规范还规定，除一些重要性大，层楼很高，荷载很大，地基复杂，或体型复杂等建筑物外，一般可以不进行地基变形验算。这时承载力的设计值就是地基的容许承载力。具体规定，参见规范条文。

表 8-7　沿海地区淤泥和淤泥质土承载力基本值

天然含水量 w（%）	36	40	45	50	55	65	75
f_0（（kPa）	100	90	80	70	60	50	40

注：对于内陆淤泥和淤泥质土，可参照使用。

表 8-8　红粘土承载力基本值（kPa）

土的名称	第一指标含水比 $a_w=\frac{w}{w_L}$ / 第二指标液塑比 $I_r=\frac{w_L}{w_p}$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
红粘土	≤1.7	380	270	210	180	150	140
	≥2.3	280	200	160	130	110	100
次生红粘土		250	190	150	130	110	100

注：① 本表仅适用于定义范围内的红粘土；

② 折算系数 ξ 为 0.4。

表 8-9　素填土承载力基本值

压缩模量 $E_{s_{1-2}}$（MPa）	7	5	4	3	2
f_c（kPa）	160	135	115	85	65

注：① 本表只适用于堆填时间超过 10 年的粘性土以及超过 5 年的粉土；

② 压实填土地基的承载力，可按本规范第 6·3·2 条采用。

表 8-10　砂土承载力标准值（kPa）

土类 \ $N_{63.5}$	10	15	30	50
中、粗砂	180	250	340	500
粉、细砂	140	180	250	340

表 8-11　粘性土承载力标准值

$N_{63.5}$	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
f_k(kPa)	105	145	190	235	280	325	370	430	515	600	680

表 8-12　粘性土承载力标准值

N_{10}	15	20	25	30
f_k (kPa)	105	145	190	230

注：N_{10}指锤重为 10kg 的轻便触探试验贯入击数

表 8-13　素填土承载力标准值

N_{10}	10	20	30	40
f_k (kPa)	85	115	135	160

注：本表只适用于粘性土与粉土组成的素填土。

表 8-14　承载力修正系数

土的类别		η_b	η_d
淤泥和淤泥质土	f_k<50kPa	0	1.0
	f_k≥50kPa	0	1.1
人工填土 e 或 I_L 大于等于 0.85 的粘性土 e≥0.85 或 S_r>0.5 的粉土		0	1.1
红粘土	含水比 a_w>0.8	0	1.2
	含水比 a_w≤0.8	0.15	1.4
e 及 I_L 均小于 0.85 的粘性土		0.3	1.6
e<0.85 及 S_r≤0.5 的粉土		0.5	2.2
粉砂、细砂(不包括很湿与饱和时的稍密状态)		2.0	3.0
中砂、粗砂、砾砂和碎石土		3.0	4.4

注：① 强风化的岩石，可参照所风化成的相应土类取值；

② S_r 为土的饱和度，S_r≤0.5，稍湿；0.5<S_r≤0.8，很湿；S_r>0.8，饱和。

四、原位试验求地基的容许承载力

以上各种容许承载力的求法，都必须先测定地基原状土的物理或力学性质指标。取原状土样都要经过钻探取样、运输、制备等过程。在这一过程中，要完全保证土样不受扰动，很不容易。在饱和软粘土或砂、砾等粗粒土中，取原状土样就更为困难。为避免取原状土样，地基容许承载力的另一种确定方法就是用原位试验。主要方法有下列几种：

（一）载荷试验

载荷试验的装置和试验方法已在第四章中介绍。试验测得的 p-S 曲线除用以求地基的变形模量 E 外，还常用以确定地基的承载力。通常将曲线上的极限荷载 p_u 除以安全系数，或取临塑荷载 p_{cr}作为地基承载力的基本值。每层土的试验个数应不少于 3，取各个试验结

果的平均值作为承载力的标准值，再经过基础的宽度和深度修正后就得到地基承载力的设计值。

（二）静力触探试验

静力触探方法已在第四章中介绍，试验时测得将探头贯入土中时所受的阻力 p_s，用下列诸式确定地基承载力的设计值。

1. 梅耶霍夫公式

$$f = \frac{Bp_s}{36}\left(1 + \frac{D}{B}\right) \tag{8-64}$$

式中，p_s——静力触探试验的贯入阻力（kPa）；

B——基础宽度（m）；

D——基础埋置深度（m）。

2. 国内建议公式

$$f_k = 58\sqrt{p_s} - 46 \qquad (\text{kPa}) \tag{8-65}$$

式中 p_s 的单位为 kg/cm²，式（8-65）的标准值 f_k 再用公式（8-63）修正后即得到承载力的设计值。

（三）标准贯入试验

标准贯入试验方法已在第四章中介绍，根据试验测得的标准贯入击数 $N_{63.5}$，用下列方法评价地基的承载力：

1. GBJ 7-89 规范

由表 8-10，表 8-11 确定地基土的承载力标准值。

2. 太沙基和皮克（R. Peek）公式

太沙基和皮克按控制建筑物总沉降量不超过 25mm 的前提下，建议根据标准贯入击数用下列公式求地基的容许承载力。

当基础宽度

$$\left.\begin{aligned} B \leqslant 1.3\text{m 时} \quad & f = \frac{N_{63.5}}{8} \\ B > 1.3\text{m 时} \quad & f = \frac{N_{63.5}}{12}\left(1 + \frac{0.3}{B}\right) \end{aligned}\right\} \tag{8-66}$$

显然，因为对沉降量控制很严格，所以式(8-66)将给出过于安全的结果。

3. 梅耶霍夫公式

$$f = \frac{N_{63.5}}{10}\left(1 + \frac{D}{B}\right) \tag{8-67}$$

以上公式中，f 以 kg/cm² 为单位，埋置深度 D 和基础宽度 B 均以 m 为单位。

（四）旁压试验

旁压试验的装置和试验方法已在第四章中介绍，根据试验测得的 p-V 曲线(图 4-14)可以确定旁压器深度处周围土体的横向(水平向)极限承载力 p_{uh}。由于地基土体往往有明显的不等向性，竖直方向和水平方向的强度和刚度不一样。此外，作用在地基上的荷载也与钻孔内土体所受的荷载不同，所以用旁压试验测得的横向极限承载力 p_{uh} 必须经过修正，并除以安全系数 F_s 后，才能作为地基承载力的设计值 f。

故

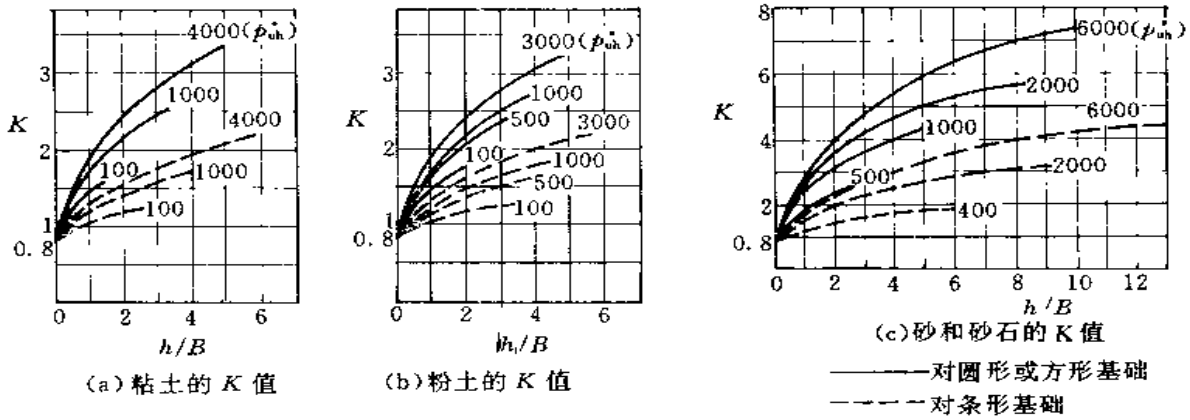
$$f = \frac{1}{F_s}[K(p_{uh} - p_0) + q] \tag{8-68}$$

式中，p_0——试验高程处的静止土压力；

q——基础埋置深度处的侧面荷载；

K——与土的性质、基础形状和埋深有关的系数，可从图 8-26 中查用。

图 8-26 中横坐标为相对埋深 h/B，h 为测试点的深度，B 为基础宽度。纵坐标为系数 K。图中每一条曲线，对应于一种实际的环向极限应力 $p'_{uh}=p_{uh}-p_0$，以 kPa 为单位。



(a)粘土的 K 值　(b)粉土的 K 值　(c)砂和砂石的 K 值

图 8-26　承载力换算系数 K 值

【例题 8-7】 粘性土地基上条形基础的宽度 $B=2$m，埋置深度 $D=1.5$m，地下水位在基础埋置高程处。地基土的比重 $G_s=2.70$，孔隙比 $e=0.70$，水位以上饱和度 $S_r=0.8$，土的强度指标 $c=10$kPa，$\phi=20°$。求地基土的临塑荷载 p_{cr}，临界荷载 $p_{1/4}$，$p_{1/3}$并与太沙基极限荷载 p_u 相比较。

解：

1. 求土的天然容重和饱和容重

地下水位以上土的天然容重

$$\gamma_0=\frac{G_s+S_re}{1+e}\times 9.8=\frac{2.7+0.8\times 0.7}{1+0.7}\times 9.8$$
$$=18.79\text{kN/m}^3$$

地下水位下土的浮容重

$$\gamma_1'=\left(\frac{G+e}{1+e}-1\right)\times 9.8=9.8\text{kN/m}^3$$

2. 求公式（8-57）中承载力系数

$$N_c=\frac{\pi\operatorname{ctg}\phi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}=\frac{3.14\times\operatorname{ctg}20°}{\operatorname{ctg}20°-\frac{\pi}{2}+\frac{20}{360}\times 2\pi}$$
$$=\frac{3.14\times 2.75}{2.75-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{9}\right)\times 3.14}=\frac{8.635}{1.529}=5.65$$

$$N_q=\left[1+\frac{\pi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}\right]=1+\frac{3.14}{\operatorname{ctg}20°-\frac{\pi}{2}+\frac{20}{360}2\pi}$$
$$=1+\frac{3.14}{2.75-1.222}=1+\frac{3.14}{1.528}=1+2.06$$
$$=3.06$$

$$N_{\gamma\left(\frac{1}{4}\right)}=\frac{1}{2}\frac{\pi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}=\frac{1}{2}\times 2.06=1.03$$

$$N_\gamma\left(\tfrac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}\frac{\pi}{\operatorname{ctg}\phi-\frac{\pi}{2}+\phi}=\frac{2}{3}\times 2.06=1.37$$

3. 求 p_{cr}、$p_{1/4}$、$p_{1/3}$

$$p_{cr}=\gamma_0 DN_q+cN_c=18.79\times 1.5+3.06+10\times 5.65$$
$$=142.75\text{kN/m}^2$$
$$p_{1/4}=\frac{\gamma_1 B}{2}N_\gamma\left(\tfrac{1}{4}\right)+p_{cr}=\frac{9.8\times 20}{2}\times 1.03+142.75$$
$$=152.8\text{kN/m}^2$$
$$p_{1/3}=\frac{\gamma_1 B}{2}\times N_\gamma\left(\tfrac{1}{3}\right)+p_{cr}=\frac{9.8\times 2.0}{2.0}\times 1.37+142.75$$
$$=156.2\text{kN/m}^2$$

4. 用太沙基法求极限荷载

$$p_u=\frac{\gamma_1 B}{2}N_\gamma+\gamma_0 DN_q+cN_c$$

用 $\phi=20°$ 查用图 8-18 得

$$N_\gamma=4.5\qquad N_q=8\qquad N_c=18$$
$$p_u=\frac{9.8\times 2}{2}\times 4.5+18.79\times 1.5\times 8+10\times 18$$
$$=449.6\text{kN/mm}^2$$

对比 p_{cr}、$p_{1/4}$、$p_{1/3}$与 p_u，可见容许承载力的稳定安全系数大约在 3 左右。

【例题 8-8】 地基为均匀中砂，容重 $\gamma=16.7\text{kN/m}^3$，条形基础宽 2.0m，埋深 1.2m，基底下滑裂面范围内土的平均标准贯入击数 $N_{63.5}=20$，静力触探试验的贯入阻力 $p_s=3500$ kPa，试估算地基的容许承载力。

解：

1. 根据标准贯入击数 $N_{63.5}=20$，求地基的容许承载力。

(1) 用规范承载力表

查表 8-10，求承载力标准值

$$f_k=250+(340-250)\frac{20-15}{30-15}=280\text{kN/m}^2$$

按式(8-63)求承载力设计值

$$f=f_k+\eta_d\gamma_0(D-0.5)$$
$$=280+4.4\times 16.7\times(1.2-0.5)=331.4\text{kN/m}^2$$

(2) 太沙基公式 (8-66)

$$f=\frac{N_{63.5}}{12}\left(1+\frac{0.3}{B}\right)=\frac{20}{12}\left(1+\frac{0.3}{2.0}\right)=1.92\text{kg/cm}^2$$
$$=187.8\text{kN/m}^2$$

(3) 用梅耶霍夫公式 (8-67)

$$f=\frac{N_{63.5}}{10}\left(1+\frac{D}{B}\right)=2\times\left(1+\frac{1.2}{2}\right)=3.2\text{kg/cm}^2$$
$$=313.6\text{kN/m}^2$$

根据三种方法计算结果，GBJ 7-89 规范与梅耶霍夫公式比较接近，太沙基公式偏低很多，因为它对沉降量控制很严格。

2. 根据贯入阻力 p_s 求地基容许承载力

(1) 用梅耶霍夫公式 (8-67)

$$f=\frac{Bp_s}{36}\left(1+\frac{D}{B}\right)=\frac{2\times 3500}{36}\left(1+\frac{1.2}{2.0}\right)=311.1\text{kN/m}^2$$

（2）国内建议公式

$$f_k = 58\sqrt{p_s} - 16 = 58\sqrt{\frac{3500}{98}} - 46 = 300.6\text{kN/m}^2$$

按式（8-63），求承载力设计值

$$f = f_k + \eta_d\gamma_0(D - 0.5) = 300.6 + 4.4 \times 16.7(1.2 - 0.5)$$
$$= 352.0\text{kPa}$$

根据上述两个公式计算结果相差不是很大。

综合以上结果，除太沙基公式因对沉降要求比较严格，故承载力偏低外，其它计算公式，结果比较接近。综合考虑，地基容许承载力可取为 300kN/m²。

【例题 8-9】 地基为砂砾石层，在地表下 1m 处进行旁压试验，得到如图 8-27 所示的旁压曲线。若中细砂的侧压力系数 $K_0=0.6$，容重 $\gamma=17.6\text{kN/m}^3$，条形基础宽 2m，埋深 1.2m，要求安全系数 $F_s=3.0$，求地基的容许承载力。

解：

用式（8-68）求容许承载力

$$f = \frac{1}{F_s}[K(p_{uh} - p_0) + q]$$

$$p_0 = K_0\gamma h = 0.6 \times 17.6 \times 1.0 = 10.56\text{kN/m}^2$$

$$q = \gamma D = 17.6 \times 1.2 = 21.12\text{kN/m}^2$$

$$p_{uh} - p_0 = p'_{uh} = 1660 - 10.56 \doteq 1650\text{kN/m}^2$$

$$h/B = \frac{1}{2} \quad (h \text{ 为测试点的深度})$$

根据 p'_{uh} 和 h/B，查图 8-26c 中条形基础曲线，得 $K=1.05$。

代入上式

$$f = \frac{1}{3}[1.05(1650) + 21.12] = 584.5\text{kN/m}^2$$

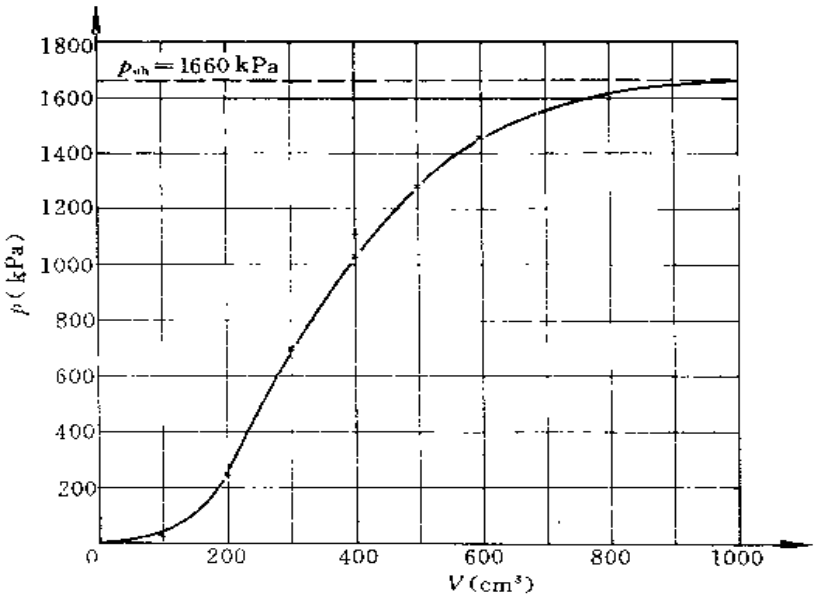


图 8-27　例题 8-9 旁压曲线

第九章　土的动力特性

第一节　概　　述

在本章以前所研究的问题，不论是土体的变形问题或稳定问题，都认为荷载是静止的，不随时间而变化，称为静力问题。即使在土压力和边坡稳定分析中，考虑地震力作用时，也是把惯性力当成静力处理。严格地说，大多数实际荷载都不是静止不变的，只是它对被作用体系所引起的动力效应很小，可以忽略不计。动荷载则是指荷载的大小、方向、作用位置随时间而变化，而且对作用体系所产生的动力效应不能忽略。一般情况下，当荷载变化的周期为结构自振周期的 5 倍以上时，就可以简化为静荷载计算。

作用在地基或土工建筑物上的动荷载种类很多，如机器运转的惯性力，车辆行驶的移动荷载，爆破引起的冲击荷载，风荷载，波浪荷载以及地震荷载等都是。这些荷载中，有的是荷载变化的速率很大，有的则是循环作用的次数很多，可以分成如下三种类型：

1. 周期荷载

以同一振幅和周期往复循环作用的荷载称为周期荷载，其中最简单的是简谐荷载（图 9-1）。简谐荷载随时间 t 的变化规律可用正弦或余弦函数表示：

$$P(t)=P_0\sin(\omega t+\theta) \qquad (9\text{-}1)$$

式中，P_0——简谐荷载的单幅值；

ω——圆频率（rad/s）；

θ——初相位角。

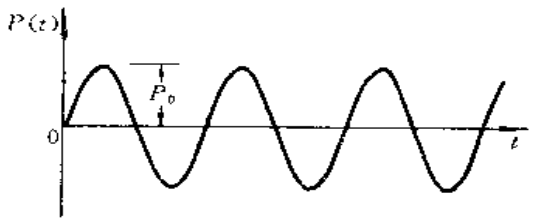


图 9-1　简谐荷载

2π 弧度相当于一个加载循环。单位时间内所完成的循环数 $f=\dfrac{\omega}{2\pi}$，称为频率，即每秒内的循环次数，单位为赫兹（Hz）。完成一个循环所需的时间，称为周期，以 T 表示。

$$T=\frac{1}{f}=\frac{2\pi}{\omega} \qquad (9\text{-}2)$$

简谐荷载是工程中常用的荷载，许多机械振动（电机，汽轮机等）以及一般波浪荷载都属于这种荷载，所以实验室中的动力试验也常采用这种荷载。

若干个振幅和周期各不相同的简谐荷载相叠加，组成后虽然不再是简谐荷载，但其变化仍然是周期性的，属于一般性的周期荷载，如图 9-2 所示。反过来说，一般的周期荷载可以通过富氏级数展开，分解成若干个简谐荷载的叠加，如式（9-3）：

$$\begin{aligned}P(t)=&\frac{a_0}{2}+a_1\cos\omega t+a_2\cos 2\omega t+\cdots+a_i\cos i\omega t\\&+\cdots+b_1\sin\omega t+b_2\sin 2\omega t+\cdots+b_i\sin i\omega t\\&+\cdots\end{aligned} \qquad (9\text{-}3)$$

式中，a_i，b_i 称为富氏系数，也即为各个简谐荷载的幅值。

2. 冲击荷载

这种荷载的强度很大，持续的时间很短，如图 9-3 所示。例如爆破荷载，打桩时的冲击荷载等，可表示为

$$P(t)=P_0\phi\left(\frac{t}{t_0}\right) \tag{9-4}$$

式中，P_0 是冲击荷载的峰值，

$\phi\left(\frac{t}{t_0}\right)$ 是描述冲击荷载形状的无因次时间函数。

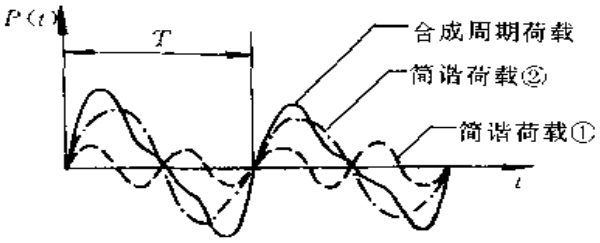


图 9-2　周期荷载

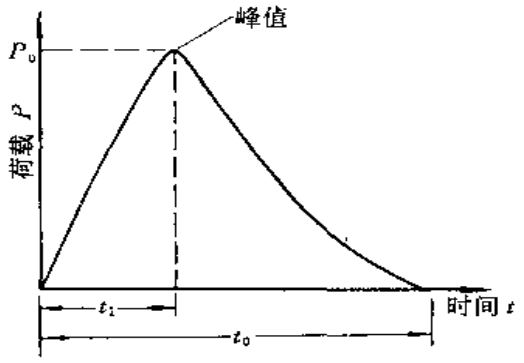


图 9-3　冲击荷载

3. 不规则荷载

荷载随时间的变化没有规律可循，即为不规则荷载，如地震荷载，图 9-4 是唐山地震在迁安测得的余震记录，就是一种不规则荷载。

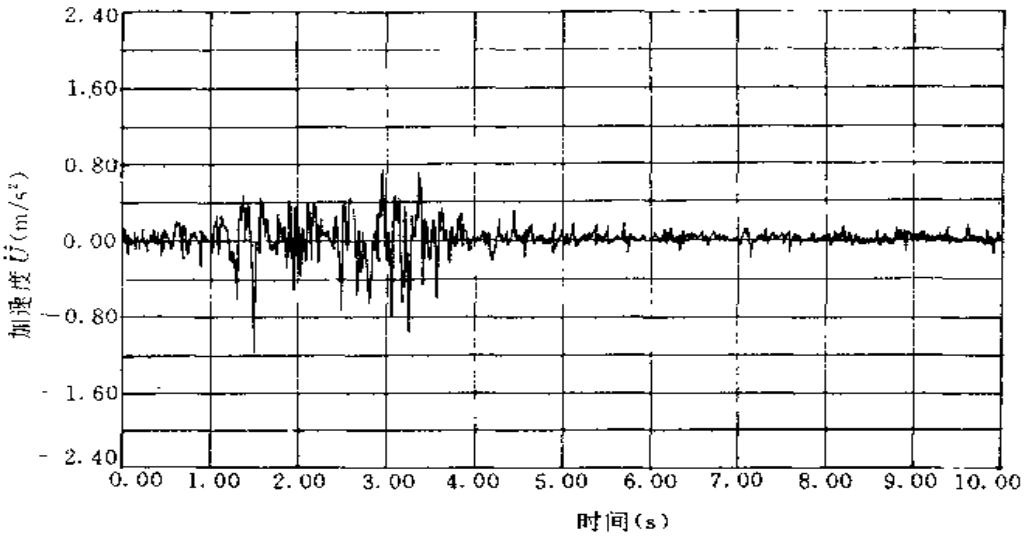


图 9-4　唐山余震迁安加速度记录（1976 年）

质点在振动荷载的作用下，将围绕平衡位置往复运动，称为振动，如果这个质点存在于连续介质之间，则质点的振动能量将传递给周围的介质，引起周围质点也跟着振动，并

且在介质内向远处传播，这种现象称为波动，在波动的过程中，振动中的介质并不在波动的传播方向产生位移，而只围绕自己的平衡位置振动。

构造地震就是震源处地壳发生断裂，释放出强大的能量，引起四周岩土介质强烈振动，并以各种波的形式向四周传播，使远处岩上以及建筑在其上的建筑物也发生振动。地震是一种严重的自然灾害，造成震害的程度决定于震级的大小，与震中的距离，岩土介质的性质以及建筑物的特点等。

图 9-5 表示地基上的一幢建筑物。在某次地震中传到基岩面的加速度时程曲线为 $\ddot{U}$-t 如图 9-5 中①所示。根据波在介质中的传播理论和 $\ddot{U}$-t①曲线，可以计算出地基土层中某一点 a 和建筑物上某一点 b 的加速度反应曲线 $\ddot{U}$-t②和 $\ddot{U}$-t③，同时还可以算出任意点的动应力时程曲线 τ_d-t 和动应变时程曲线 γ_d-t。这类计算，称为动力反应分析。有关动力反应分析方法，不在本课程所包括的范围内。

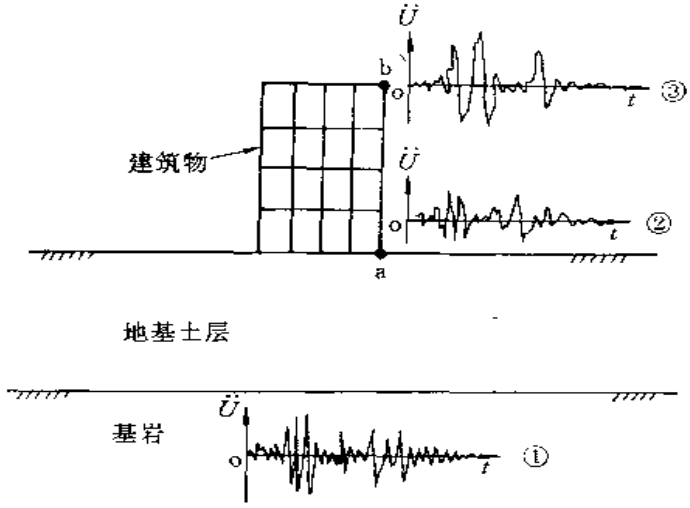


图 9-5　地基和建筑物的加速度反应

土的特性与它所受的应力路径和应力历史密切相关，显然要研究土的动力特性，必须了解它所受的动应力过程，而工程问题中的动应力过程必须通过动力反应分析方能确定。另一方面，进行动力反应分析时，必须要有土的动力特性指标，包括动模量，动阻尼和动强度等。这就是说，为解决工程问题面进行的土的动力特性研究，往往需要做系统的、各种应力状态下的动力试验，然后通过计算中迭代的办法选择符合于计算点动力过程的动力特性指标。

本章简要阐明土体动力分析中常用的几种主要的动力特性指标的概念、测定方法和变化规律，包括土的动强度，液化特性，动应力-应变关系和阻尼特性等。

第二节　土的动强度

一、冲击荷载作用下土的动强度

早在 1948 年，美国学者卡萨格兰德（A. Cassagrande）就设计了多种冲击试验仪，以测定冲击荷载作用下土的动力特性。以后各国学者继续对这一问题进行研究，典型的试验结果简述如下。

1. 砂土

用干砂做冲击试验得到的应力-应变关系如图 9-6。若以瞬态破坏荷载的峰值应力 σ_{1p} 与周压力 σ_3 之和为大主应力 σ_1，整理出最大主应力比 $(\sigma_1/\sigma_3)_{max}$ 与加荷时间 t 的关系如图 9-7。图 9-6 和图 9-7 表明加荷时间对干砂强度的影响不超过 20%，而对模量的影响则更小。

饱和砂受冲击荷载作用，由于加载的时间很短，相当于不排水条件，因此密砂和松砂

表现出不同的特性。密砂由于有剪胀趋势，产生负孔隙水压力，强度有较明显的提高。松砂则相反，由于剪缩趋势产生正孔隙水压力，动强度较静强度有所降低，如图 9-8 所示。图中纵坐标为最大偏应力，对于快速瞬态试验（即冲击试验），就是指试件到达剪切破坏时所承受的冲击应力的峰值 σ_{tp}。试验曲线表明，对该试验所用的砂，当 $\sigma_3=2kg/cm^2$ 条件下，临界孔隙比大约为 0.79。小于该孔隙比时，冲击荷载的强度大于静荷载的强度；而大于该孔隙比时，冲击荷载的强度则小于静荷载的强度。

2. 粘性土

用粘性土进行静荷载和冲击荷载下土的强度试验，典型曲线如图 9-9 所示。曲线表明，与静载相比，冲击荷载下土的动强度和动模量均有很大的提高。加载时间为 0.02s 的动强度，约为加载时间为 8 分钟时的静强度的 1.5—2.0 倍，模量也约提高 2 倍左右。

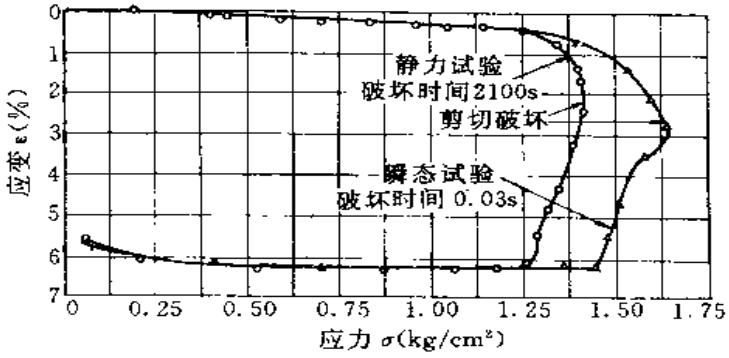


图 9-6　瞬态和静力试验中干砂的应力-应变关系

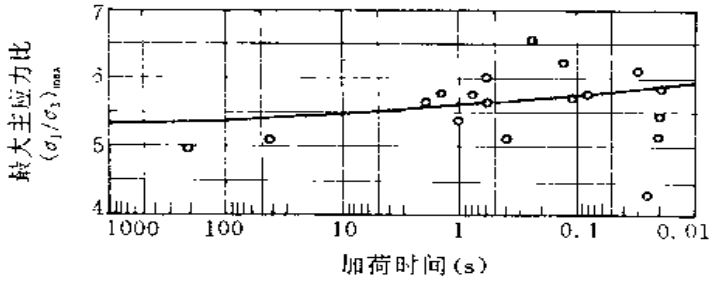


图 9-7　瞬态试验中干砂的最大主应力比与加荷时间的关系

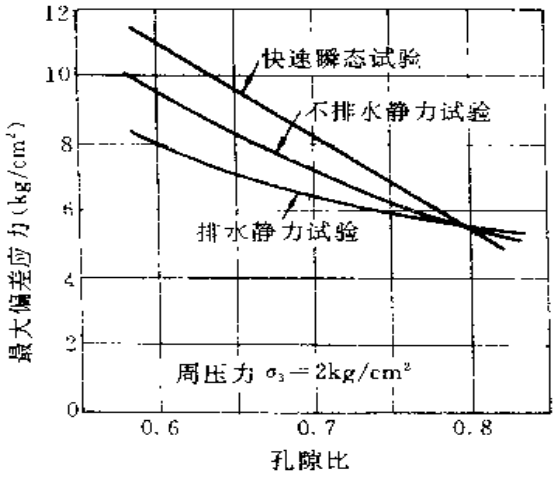


图 9-8　饱和砂的最大偏应力与孔隙比的关系曲线

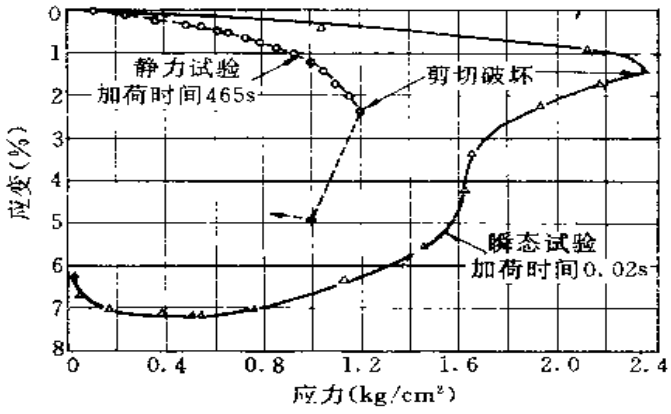


图 9-9　瞬态和静力试验中粘性土的应力-应变关系

理查德(Richart,F.E)将这类问题归结为应变速率对土的动强度的影响，并用下式表示：

$$(\tau_{max})_d = K\ (\tau_{max})_s \tag{9-5}$$

式中，$(\tau_{max})_d$——土的动强度；　　$(\tau_{max})_s$——土的静强度；

K——应变速率系数，总结很多动力试验的结果，K 值的变化有如下规律：

(1) 与土的性质关系密切。对于干砂，在一般周压力下，当应变速率为 0.02%—1000% 范围，K 值约为 1.1—1.15；饱和粘性土的 K 值为 1.5—3.0；部分饱和粘性土为 1.5—2.0。

(2) 随侧限压力的增加而增加，例如同样一种密砂，侧限压力小于 588kPa 时，$K=1.07$，而在高压力下可达 1.2。

由此可见，应变速率对土的动强度的影响，对砂土，差别不是很大，对粘性土，则有成倍的差别。有关这一问题的研究，目前公布的实验资料尚少，有待不断充实。

二、周期荷载作用下土的动强度

60 年代以来，特别是 1964 年日本新泻地震和美国阿拉斯加大地震以后，人们对地震造成的灾害十分重视。灾害的产生许多是由于动荷载作用下地基失去稳定所导致，因而引起人们系统地开展对土的动强度的较大规模的研究。在我国则是 1966 年邢台地震以后，很多科学工作者也致力于这方面的工作。地震荷载虽然是一种不规则荷载，但是如后面所述，在研究中往往将其等价成为简单的均匀周期荷载，与此同时，由于开发海洋油、气资源的要求，需建造很多大型的近海，离岸海工建筑物和海底管线，作用于这类建筑物和海床上的一种经常性荷载是波浪荷载。波浪荷载是一种典型的周期荷载。因此周期荷载作用下土的动强度成为土动力学中的一个主要的研究课题。

(一) 动强度的测试方法

地震荷载或波浪荷载在土工建筑物或地基原有应力（自重应力和建筑物引起的附加应力）的基础上，增加一个动应力。显然土的动强度与振前的应力状态密切相关，因此测试土的动强度必需模拟振前的静应力状态。目前采用的室内试验设备有多种，其中最常用的是动三轴试验仪。动三轴仪的装置简图见图 9-10。它的基本构造类似于静三轴剪力仪，但增加一套轴向的动力加载装置，所以构造要复杂得多。

动三轴试验的土试件是一个圆柱体，装在压力室内，先加以周围压力 σ_3 和轴应力 σ_1 固结，以模拟土体振动前的应力状态。振前应力状态通常以 σ_3 和固结应力比 $K_c=\sigma_1/\sigma_3$ 表示。土样固结后，通过动力加载系统对试件施加均匀的周期应力，常用的是简谐应力，$\sigma_d=\sigma_{do}\sin\omega t$。如图 9-11 所示。$\sigma_{do}$称为动应力幅值。在加动力的试验过程中，用传感器测出试件的动应力、动应变和孔隙水压力的时程曲线如图 9-12 所示。从记录曲线和如下所述的破坏标准，可以找出这种动应力幅下的破坏振次 N_f。

除了动三轴试验外，土的动强度还可以用振动单剪仪，振动扭剪仪等测试手段测定，本章不逐一作详细介绍。

(二) 破坏标准

在动强度试验的资料整理中，目前常用的有如下三种破坏标准。

1. 极限平衡标准

假定土的静力极限平衡条件也适用于动力试验中，而且动载和静载的莫尔-库伦破坏包线相同，即土的动力有效内摩擦角 ϕ_d' 等于静力有效内摩擦角 ϕ'。图 9-13 中，应力圆①表示试件振前的应力状态。应力圆②表示加动载过程中最大的应力圆，也就是动应力等于幅值 σ_{do}瞬间的应力圆。如果加动荷载的过程中，试件内的孔隙水压力不断发展，显然用有效应

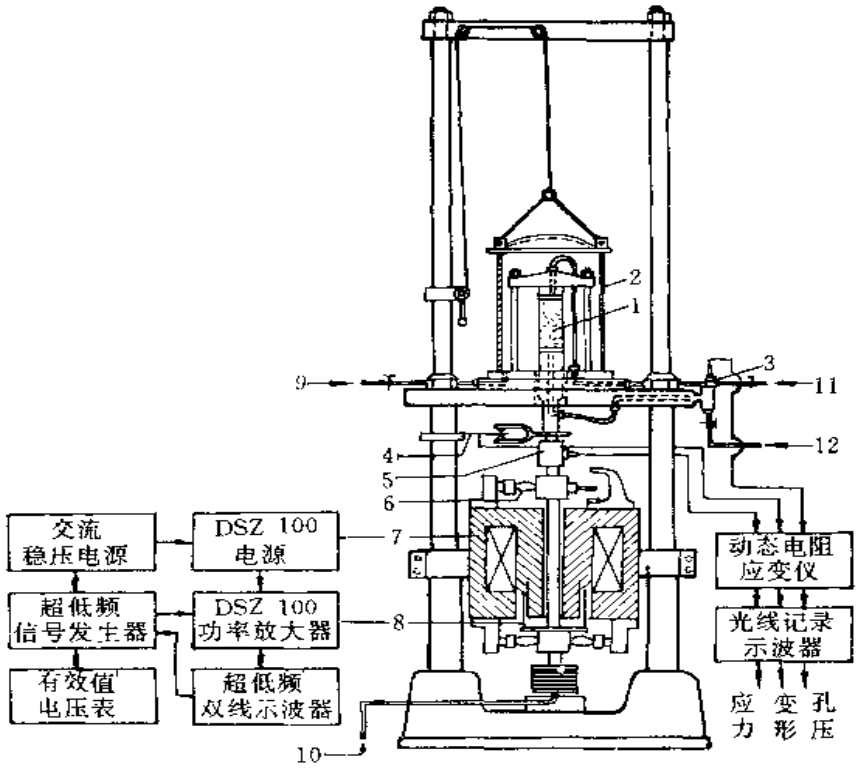


图 9-10　动三轴仪示意图

1——试样；2——压力室；3——孔隙压力传感器；4——变形传感器；5——拉压力传感器；6——导轮；7——励磁线圈（定圈）；8——激振线圈（动圈）；9——接侧压力稳压罐系统；10——接垂直压力稳压罐系统；11——接反压力饱和及排水系统；12——接静孔隙压力测量系统。

力表示时，应力圆②将不断向破坏包线移动。当孔隙水压力达到临界值 u_{cr} 时，应力圆与破坏包线相切。按极限平衡条件，这时试件达到破坏状态。根据几何条件，可以推导极限平衡状态时的孔隙水压力如式（9-6）。

$$u_{cr}=\frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}-\frac{\sigma_1-\sigma_3-\sigma_{do}\ (1-\sin\phi')}{2\sin\phi'}+\frac{c'}{\mathrm{tg}\phi'} \tag{9-6}$$

式中，ϕ' ——土的静力有效内摩擦角；

c' ——土的静力有效粘聚力；

σ_{do} ——动应力幅值。

计算出 u_{cr} 后，在试验中所记录的孔隙水压力发展曲线上可找到孔隙水压力等 u_{cr} 的振次，它就是动应力幅为 σ_{do} 时的破坏振次 N_f。

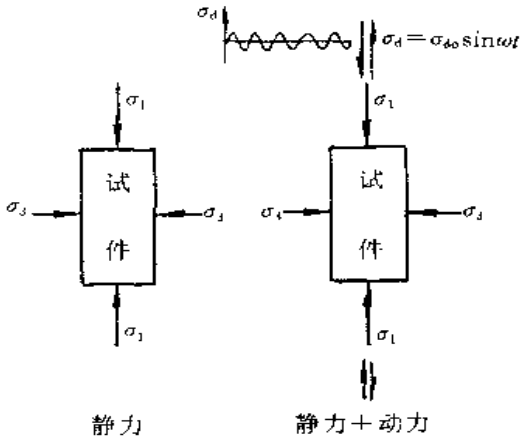


图 9-11　动三轴试验试件的应力状态

应该指出，由于动应力是随时间而不断变化的，图 3-13 中的破坏圆③，仅仅发生于动应力达到幅值 σ_{do} 的瞬间。过后，动应力即减小，应力圆相应缩小。土试件若在瞬间不破坏，则又恢复其稳定状态，这点与静载的应力保持不变有较大的差异。实际上，在某些情况下，例如对于饱和松砂，且固结应力比 $K_c=1.0$ 时，按这一标准，土试件确实已接近于破坏。而

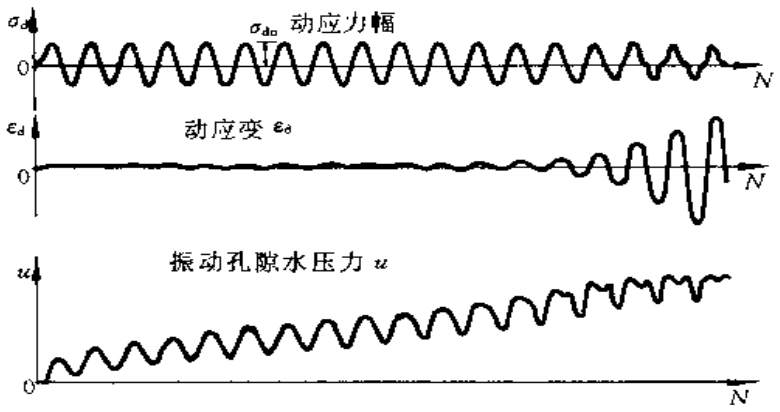


图 9-12　动力试验实测曲线

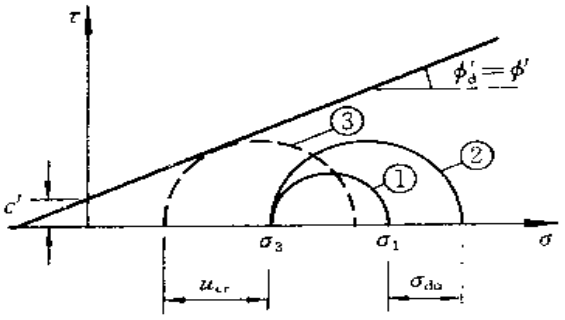


图 9-13　临界孔隙水压力

对于另外一些情况，例如土的密度较大，固结应力比 $K_c>1.0$，则虽然达到瞬时极限平衡状态，但试件仍能继续承担荷载，距离破坏尚远。一般说，用这种标准将过低估计土的动强度，因而具有过高的安全度。

2. 液化标准

当周期荷载所产生的累积孔隙水压力 $u=\sigma_3$，即 $\sigma_3'=0$ 时，土完全丧失强度，处于粘滞液体状态，称为液化状态。以这种状态作为土的破坏标准，即为液化标准。通常只有饱和松散的砂或粉土，且振前的应力状态为固结应力比 $K_c=1.0$ 时，才会出现累积孔压 $u=\sigma_3$ 的情况。有关土的液化概念，将在下节进一步阐述。

3. 破坏应变标准

对于不出现液化破坏的土，随着振次增加，孔隙水压力增长的速率将逐渐减缓并趋向于一个小于 σ_3 的稳定值，但是变形却随振次而继续发展。因此也如静力试验一样，对于周期荷载也可以规定一个限制应变作为破坏标准。例如等压固结，即 $K_c=1.0$ 时，常用双幅轴向动应变 $2\varepsilon_d$ 等于 5%或 10%作为破坏应变。$K_c>1.0$ 时则常以总应变（包括残留应变 ε_r 和动应变 ε_d）达 5%，或 10%作为破坏应变，如图 9-14 所示。具体取值与建筑物的性质有关，目前尚无统一的规定。

在以上三种破坏标准中。当土不可能液化时，常以限制应变值作为破坏标准。

（三）动强度曲线

以几个土质相同的试件为一组，在同样的 σ_1 和 σ_3 下固结稳定后，加以幅值 σ_{do} 不相同的周期荷载，加载过程中，测得图 9-12 所示的实录曲线，然后根据已经确定的破坏标准，即可从实录曲线上查得与该动应力幅相对应的破坏振次 N_f。以 $\lg N_f$ 为横坐标，以试件 45°面上的动剪应力 τ_d（即动应力幅 σ_{do} 的一半）或动应力比 $\sigma_{do}/2\sigma_3$ 为纵坐标，绘制曲线如图 9-15 所示。这种曲线称为土的动强度曲线。根据这种曲线，土的动强度可理解为：某种静应力状态下（即 σ_1 和 σ_3 一定），周期荷载使土试件在某一预定的振次下发生破坏，这时试件

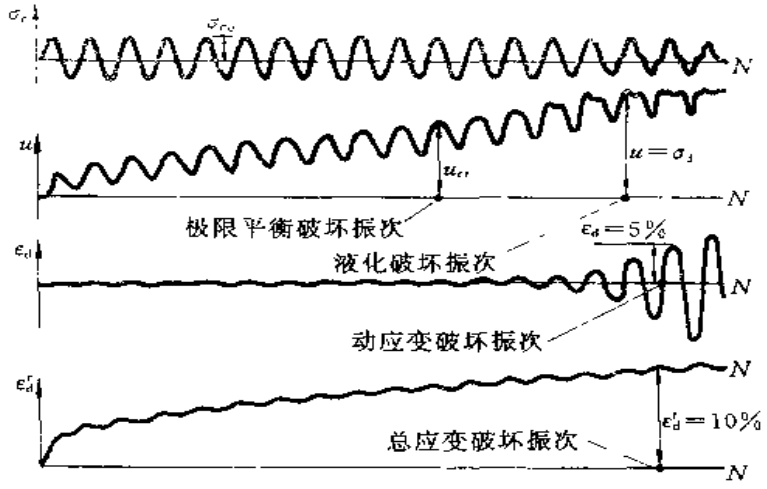


图 9-14　动力试验破坏标准

45°面上的动剪应力幅值 $\sigma_{do}/2$，即为土的动强度。所以动强度并不仅仅决定于土的性质，而且与振前的应力状态和预定的振次有关。一般土的测试结果，动强度随周压力 σ_3 和固结应力比 K_c 的增加而增加。只有很松散，结构很不稳定的土，才会出现固结应力比增加，动强度反而下降的现象。

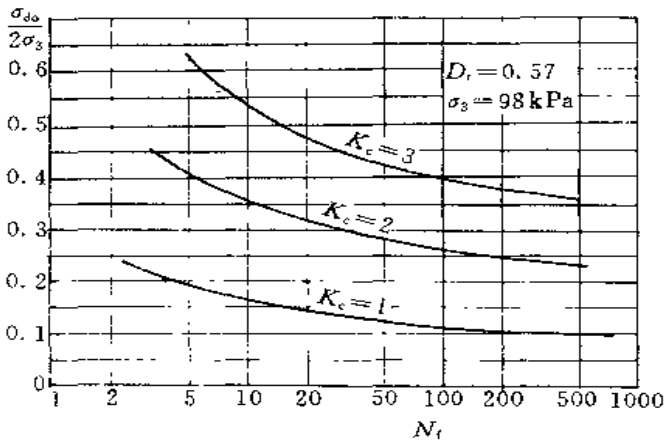


图 9-15　动强度曲线

（四）土的动强度指标 c_d 和 ϕ_d

用上述动强度的概念只能判别某种静力状态下的土单元体在一定的动应力作用下（即一定的应力幅和振次下）是否破坏，而不能用以判别整个土体是否稳定。判别土体的整体稳定性，最实用的方法仍然是圆弧法或滑动楔体法。用这种方法来分析动力稳定问题，在土的抗剪强度指标中必须同时考虑静力和动力的作用。这时，常用的强度指标是动强度指标 c_d 和 ϕ_d。其整理方法如下。将固结应力比 K_c 相同，周压力 σ_3 不同的几个动力试验为一组，根据作用在每一试件上的固结应力比 K_c 和 σ_3，可以从图 9-15 的动强度曲线上查得与某一规定振次 N_f 相应的动应力幅值 σ_{do}，把 σ_{do} 叠加在 σ_3 上并在 τ-σ 坐标上绘出相应的破坏应力圆，如图 9-16 中破坏应力圆①和②。这几个破坏应力圆的公切线即为动强度包线。动强度包线给出土的动强度指标 c_d 和 ϕ_d。它可用于静力和动力共同作用下土体的整体稳定分析中，例如第七章中地震情况下边坡的稳定分析，就应当采用这种动强度指标。

应该特别注意的是，一种动强度指标是对应于某一规定的破坏振次 N_f 和振前的固结应力比 K_c 的。图 9-17 表示一种砂土的 N_f-K_c-ϕ_d 的关系曲线。在实际应用中，破坏振次 N_f 可以根据地震的震级由下述图 9-20 或表 9-1 查用。K_c 是代表土体整体滑动时，滑动面上的平均固结应力比。在对土体已进行过应力-应变分析的情况下，可取滑动面所通过的各个单元的固结应力比的平均值。当没有进行过土体的应力-应变分析时，可根据滑动面的稳定

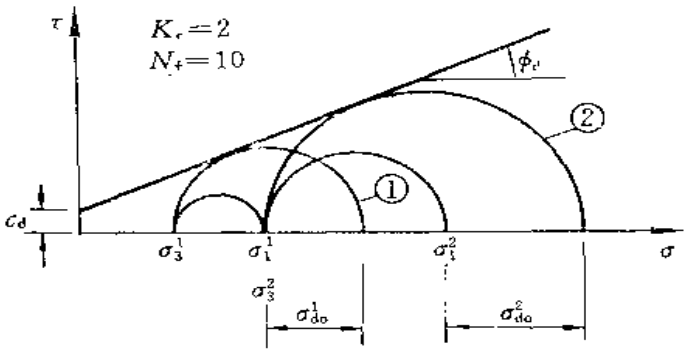


图 9-16　动强度破坏包线

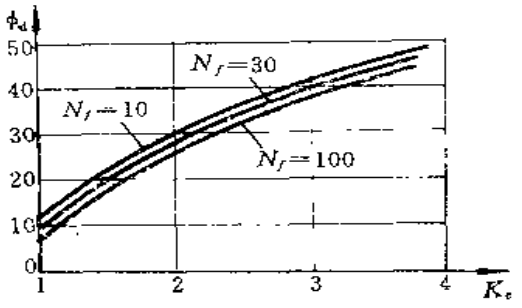


图 9-17　某种砂的 N_f-K_c-ϕ_d 关系曲线

安全系数 F_s，用下述方法求滑动面的平均固结应力比。为阐述简明起见，以无粘性土为例。图 9-18 中应力圆①为土的极限状态应力圆，应力圆②为周围应力 σ_3 相同，但土试件处于弹性状态的应力圆，土体处于这种弹性应力状态时，其安全系数为。

$$F_s=\frac{\tau_f}{\tau}=\frac{\frac{1}{2}(\sigma_{1f}-\sigma_3)\cos\phi}{\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_3)\cos\phi}=\frac{\sigma_{1f}-\sigma_3}{\sigma_1-\sigma_3}$$

$$=\frac{K_{cf}-1}{K_c-1} \tag{9-7}$$

式中，τ_f——破坏面上的剪应力，即抗剪强度；

τ——潜在破坏面上的剪应力；

K_{cf}——破坏时的固结应力比，根据极限平衡条件

$$K_{cf}=\frac{\sigma_{1f}}{\sigma_3}=\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}$$

代入式（9-7），简化后

$$K_c=\frac{1}{F_s}\frac{2\sin\phi}{1-\sin\phi}+1 \tag{9-8}$$

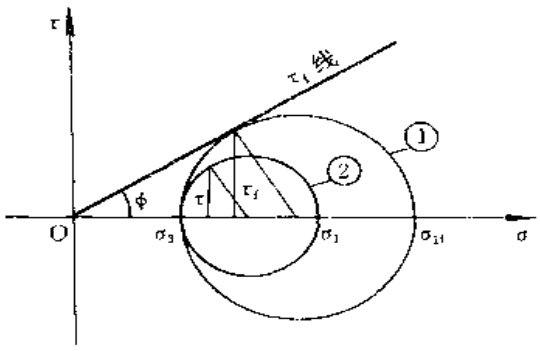


图 9-18　试件破坏前和破坏时的应力圆

假定滑动土体沿某一滑动面各处的安全系数相同，则滑动面所通过的土体，其平均固结应力比 K_c 可以用式（9-8）估算。

当 K_c 和 N_f 确定以后，就可以从图 9-17 查找与这种应力状态相适应的动力内摩擦角 ϕ_d。c_d 和 ϕ_d 是总应力法指标，也即振动所产生的孔隙水压力对强度的影响，已在指标中得到反应。在动力稳定分析中，也可以采用有效应力法。这时试验中必需测出破坏时的孔隙水压力 u_f。将总应力扣去孔隙水压力 u_f，绘制破坏时的有效应力圆，即可得到有效应力强度包线。有效应力强度包线给出有效应力法的动强度指标 c_d'，ϕ_d'。许多研究结果表明，土的有效应力动强度指标 c_d'、ϕ_d' 与有效应力静强度指标 c'，ϕ' 十分接近，所以用静力指标代替动力指标不会引起很大的误差。

三、不规则荷载作用下土的动强度

地震荷载是不规则荷载，目前在实验室内重现各种不规则荷载以研究土的动强度已完

全可能，技术上稍为复杂。不过地震荷载的变化规律难以预估，因此要确定将要发生的地震在土体内引起什么样的动力过程将是十分困难。因此直接研究不规则荷载作用下土的动强度往往不是很必要。工程上为简化计算，通常把不规则荷载简化成等价的均匀周期荷载处理。

（一）不规则荷载的等价循环周数

假定每一次应力循环所具有的能量对材料都要起破坏作用，这种破坏作用与能量的大小成正比而与应力循环的先后次序无关。根据这种假定，就可以直接利用动强度曲线将一列不规则荷载等价成为应力幅值为 τ_{eq}，周数为 N_{eq}的均匀周期荷载。图 9-19a 表示一条不规则动应力时程曲线，其最大动应力幅值为 τ_{max}。若取 $\tau_{eq}=R\tau_{max}$作为等效均匀循环应力的幅值，其中 R 可以是任意小于 1 的数值，习惯上取为 0.65，然后把不规则动应力时程曲线按

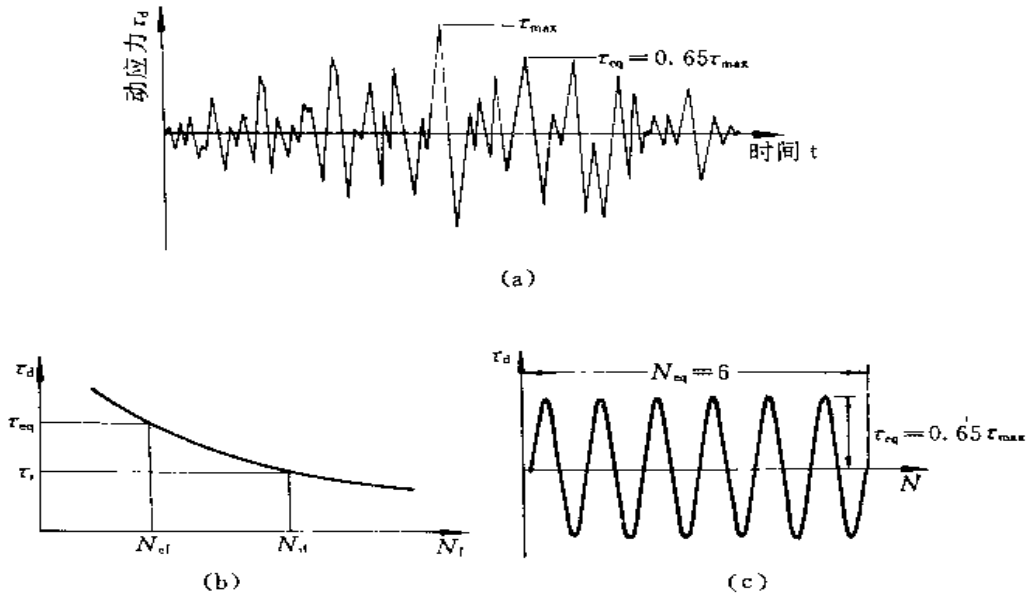


图 9-19　不规则荷载的等价循环周数

幅值的大小分成若干组，例如组数为 K。分别计算出每一种幅值应力波的等价循环周数。例如，在这一列不规则应力波中，幅值为 τ_i 的循环周数为 n_i。从图 9-19b 的动强度曲线查出，当幅值为 τ_i 时的破坏振次为 N_{if}。今取 $\tau_{eq}=0.65\tau_{max}$为均匀循环荷载的等价幅值，从动强度曲线查得幅值为 τ_{eq}时的破坏次数为 N_{ef}。若认为每一应力循环的能量与应力幅值成正比，则幅值为 τ_i 的一次振动的破坏作用相当于幅值为 τ_{eq}时的 N_{ef}/N_{if}。因此幅值为 τ_i 的 n_i 次振动相当于幅值为 τ_{eq}的等价次数为

$$n_{eqi}=n_i\frac{N_{ef}}{N_{if}} \tag{9-9}$$

故整个不规则动应力曲线等价为幅值为 τ_{eq}的均匀周期荷载，其等价周数为

$$N_{eq}=\sum_{i=1}^{K}n_{eqi}=\sum_{i=1}^{K}n_i\frac{N_{ef}}{N_{if}} \tag{9-10}$$

（二）地震的等价震次

西特（H. B. Seed）和伊德利斯（I. M. Idriss）等人对一系列地震记录进行统计分析，以 $0.65\tau_{max}$ 作为均匀周期荷载的幅值，得出循环振次与地震震级的相关关系如图9-20所示。在此基础上他们提出表 9-1 的简化等价标准。

表 9-1　地震等效循环周数

震　级	等效循环应力幅	等效循环周数
7.0	$0.65\tau_{max}$	12
7.5	$0.65\tau_{max}$	20
8.0	$0.65\tau_{max}$	30

需要注意的是图 9-20 和表 9-1 中所确定的等价振次都是以震级为依据而不是以烈度为依据。把不规则动应力简化成均匀周期应力后，就可以按前述方法，确定土单元体是否破坏或求出动强度指标 c_d 和 ϕ_d，进一步分析土体的整体动力稳定性。

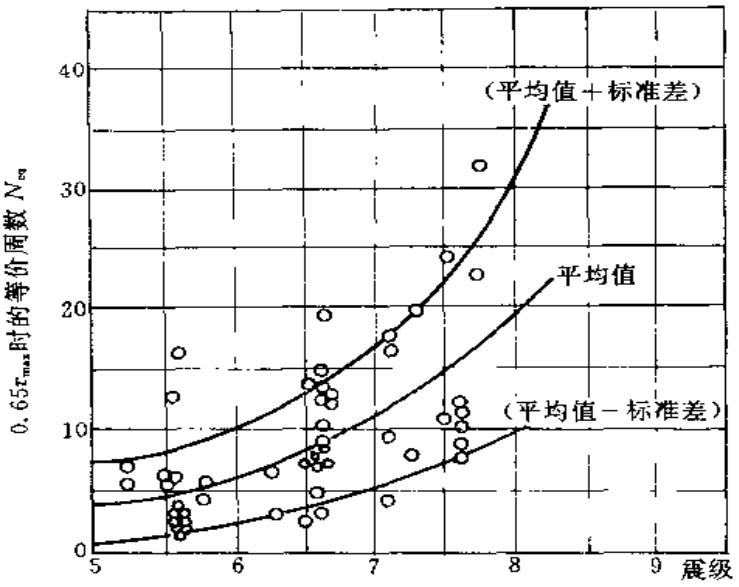


图 9-20　震级和等价周数关系曲线

第三节　土的振动液化

振动液化是土动强度中的一个特殊问题。在前节讲述动强度的破坏标准中指出，当 $u=\sigma_3$ 时，土处于液化状态。液化是地震中经常发生的主要震害，危害很大。例如我国唐山地震时，发生液化的面积达 24000km²，在液化区域内，由于地基丧失承载力，造成建筑物大量沉陷和倒塌。所以近几十年来，它成为国内外土动力学界所致力研究的主要课题。

一、液化的基本概念

地震时，在烈度比较高的地区往往发生喷水冒砂现象，这种现象就是地下砂层发生液化的宏观表现。砂土的液化机理可以用图 9-21 说明。假定砂土是一些均匀的圆球，排列如图中 a 所示。若震前处于松散状态，当受水平方向的振动荷载作用，颗粒要挤密，最终形成紧密的排列。在由松变密的过程中，如果土是饱和的，孔隙内充满水，且孔隙水在振动的短促期间内排不出去，就将出现从松到密的过渡阶段。这时颗粒离开原来位置，而又未落到新的稳定位置上，与四周颗粒脱离接触，处于悬浮状态。这种情况下颗粒的自重，连同

作用在颗粒上的荷载将全部由水承担。图 b 中表示容器内装填饱和砂，并在砂中装一测压管。摇动容器，即可见测压管水位迅速上升。这种现象表明饱和砂中因振动出现超静孔隙水压力。根据有效应力原理，土的抗剪强度为：

$$\tau_f = (\sigma - u)\ \mathrm{tg}\phi' \tag{5-4}$$

显然，孔隙水压力增加，抗剪强度随之减小。如果振动强烈，孔隙水压力增长很快而又消散不了，则可能发展至 $u=\sigma$，导致 $\tau_f=0$。这时，土颗粒完全悬浮于水中，成为粘滞流体，抗剪强度 τ_f 和抗剪刚度 G 几乎都等于零，土体处于流动状态，这就是液化现象，或称为“完全液化”。广义的“液化”通常还包括振动时孔隙水压力升高而丧失部分强度的现象，有时也称为“部分液化”。

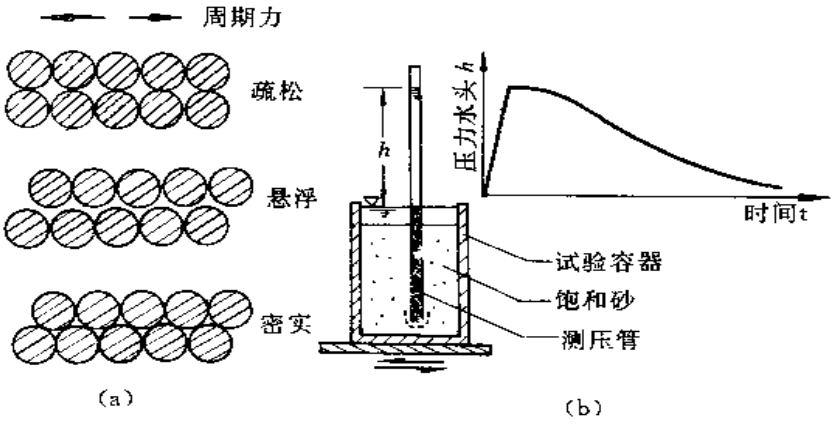


图 9-21　土的液化机理

若地基由几层土所组成，且较易液化的砂层被覆盖在不易液化的土层下面。地震时，往往地基内部的砂层首先发生液化，在砂层内产生很高的超静孔隙水压力。引起自下而上的渗流。当上复土层中的渗流坡降大于临界坡降时，原来在振动中没有液化的土层，在渗透水流的作用下也处于悬浮状态，砂层以及上复土层中的颗粒随水流喷出地面，这种现象称为“渗流液化”。这种情况下，表征地基液化的喷水冒砂现象在地震过程中并未表现出来，而在地震结束后才出现，并且要持续相当长的时间，因为液化砂层中的孔隙水压力通过渗流消散，需要一段相当长的时间。

二、振动孔隙水压力的发展

如第五章第五节“土在剪切中的性状”中所述，土在排水的条件下受剪切将发生体胀或体缩，而在不排水条件下受剪切，则体积的变化趋势表现为超静孔隙水压力的发展，其值可正可负。土受周期荷载作用，实际上是受反复的剪切作用，因此在不排水的条件下必然伴随着孔隙水压力的生成和发展。不过，与静应力作用有一点不同，就是不论是松砂或密砂，每一次应力循环都要引起正值的孔隙水压力的增加，松砂增加得快，密砂增加得慢。

关于周期荷载作用下孔隙水压力的发展规律，从理论上说是一个很复杂的问题。目前尚没有较好的理论解答。实验研究结果表明，振动孔隙水压力的发展主要决定于如下几个因素：

1．土的性质

土受振动时容易变密，渗透系数较小、孔隙水压力不易消散的土类，如较松的中，细、粉砂和粉土等都容易生成和发展振动孔隙水压力。

2. 振前应力状态

振前应力状态用周围压力 σ_3 和固结应力比 K_c 表示。周围压力 σ_3 在土体内不引起剪应力，它对振动孔隙水压力的影响主要是通过土的密度起作用，σ_3 愈大，土愈密，孔隙水压力的发展愈慢。对振动孔隙水压力发展影响更大的是固结应力比 K_c。它表示振前土体已经承受的剪切程度。在“土的剪切性状”中已有讲述，随着剪切应变的发展，孔隙水压力的发展速度从快变慢，到了一定的剪应变后，将产生负值孔隙水压力。周期应力作用下，虽然总是产生正的孔隙水压力，但是 K_c 愈大的土，由于振前已发生较大的剪切变形，孔隙水压力的发展速度愈慢，且最终的累积值也愈小。

3. 动荷载的特点

动荷载是引起孔隙水压力发展的外因。显然，动应力的幅值愈大，循环的次数愈多，积累的孔隙水压力也愈高。至于频率的影响，试验研究的结果表明，对于粗粒土，在试验常用的频率范围内，频率对孔隙水压力发展的影响很小。一般可不考虑。

目前有许多估算振动孔隙水压力发展的公式，每个公式都必须反映上述三个基本因素的作用。较典型的如西特-芬恩的反正弦函数公式（Seed-Finn）。对于等压固结，即 $K_c=1$ 的情况该公式为

$$\frac{u}{\sigma_3}=\frac{2}{\pi}\sin^{-1}\left(\frac{N}{N_f}\right)^{\frac{1}{\theta}} \tag{9-11}$$

式中，u——N 次循环所累积的孔隙水压力；

N_f——破坏振次，可根据动应力幅值，从动强度曲线上查取；

θ——表示土性质的试验参数，其值与土的种类和密度有关。

对于 $K_c>1.0$ 的情况，式(9-11)可修改为

$$\frac{u}{\sigma_3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\cdot\sin^{-1}\left[\beta\left(\frac{N}{N_{50}}\right)^{\frac{1}{\theta}}-1\right] \tag{9-12}$$

式中，N_{50}——在孔隙水压力发展曲线，即 u-N 曲线上，当 $u=0.5\sigma_3$ 时所对应的循环周数，它与 N_f 类似，也是反映应力幅大小的参数；

β——土质参数，一般可取 1.0；

θ——与固结应力比 K_c 有关的土质参数，可表示为 $\theta=\alpha_1 K_c+\alpha_2$，$\alpha_1$ 和 α_2 直接由试验测定。

图 9-22 表示不同 K_c 和 θ 值，用式（9-12）计算的孔隙水压力发展规律，可供参考。

三、影响土液化的主要因素

如前所述，液化是土体内孔隙水压力发展至 $u=\sigma_3$ 的一种现象。因此，一般只能发生于饱和土。上述影响孔隙水压力发展的因素也就是影响土体液化的因素。不过振动荷载一般都要在土体内引起孔隙水压力的积累，但不一定能达到液化的程度。是否能发生液化，主要还是决定于土的性质。

就土的种类而言，总结国内外现场调查和试验研究的结果表明，中、细、粉砂是最容易发生振动液化的土。粉土和砂粒含量较高的砂砾土也属于可液化土。砂土的抗液化性能

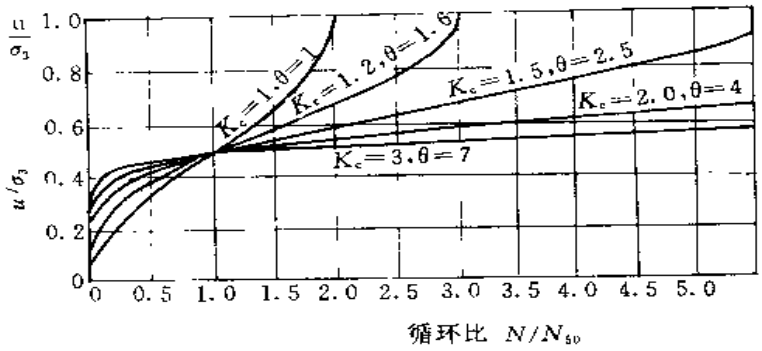


图 9-22 振动孔压发展曲线

与平均粒径 d_{50}的关系很密切。在 $d_{50}=0.07$—1.0mm 范围的土，抗液化性能最差。粘性土由于有粘聚力，振动不容易使其发生体积变化，也就不容易产生较高的孔隙水压力，所以是非液化土。粒径较粗的土，如砾石、卵石等渗透系数很大，孔隙水压力消散很快，难以累积到较高的数值，通常也不会液化。图 9-23 表示可液化土的范围，可供参考。

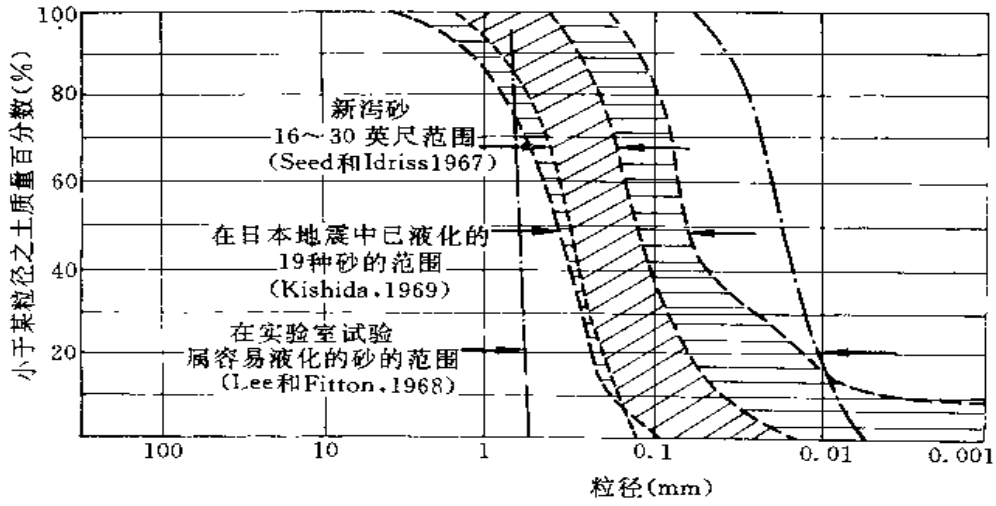


图 9-23 可液化土的范围

土的状态，即密度或相对密度是衡量砂土是否能液化的重要指标。在第五章提到临界孔隙比 e_{cr}的概念，曾经有些学者用临界孔隙比作为判别砂土能否液化的界限值。当实际的孔隙比 $e<e_{cr}$时，不排水剪切将发生负孔隙水压力，土不会液化；只有 $e>e_{cr}$，不排水剪切产生正孔隙水压力，才有液化的可能。不过如前所述 e_{cr}并不是恒值，它与周围压力 σ_3 有关。另外 e_{cr}值是从静力试验求得的。动荷载作用下孔隙水压力的发展与静载有所不同，因此似乎很难直接用临界孔隙比 e_{cr}作为能否液化的判别标准。

1964 年日本新泻地震的现场调查资料表明，相对密度为 50%的地区，地基砂土普遍出现液化现象，而相对密度大于 70%的地区，则未出现地基砂土的液化。我国近 30 年来历次大地震的调查资料也得到类似的结论。因此在“水工建筑物抗震设计规范”（SDJ10-78）中规定，对于饱和砂土，当相对密度小于表 9-2 数值时，可能发生液化。

对于饱和少粘性土，即粉土，只有当饱和含水量 $w_s\geqslant 0.9w_L$ 或液性指数 $I_L\geqslant 0.75$～1.0

时才属于可液化土。

四、土单元体的液化可能性判别

表 9-2　饱和砂土地震时可能发生液化的相对密度 D_r

设计烈度	7	8	9
D_r	0.70	0.75	0.80～0.85

图 9-15 所示的动强度曲线，如果绘制时是以 $u=\sigma_3$ 为破坏标准，这类曲线即为液化强度曲线，它给出液化破坏时动应力幅与循环次数的关系。如果通过某种分析方法（目前常用的是动力有限元法），能够计算出土单元体的动剪应力时程曲线，通常是不规则的，则可以通过上述的等价方法，取 $0.65\tau_{max}$ 为等价幅值 τ_{eq}，利用液化强度曲线和式（9-10）计算出等价周数 N_{eq}。再用 N_{eq} 从液化强度曲线上查取发生液化破坏的动剪应力幅 τ_d，在动三轴试验中，$\tau_d=\frac{\sigma_{do}}{2}$。如果 $\tau_d>\tau_{eq}$，说明土的液化强度大于动剪应力，该单元土体处于稳定状态，不会发生液化破坏。反之，若 $\tau_d\leqslant\tau_{eq}$，即液化强度小于或等于等价动剪应力，土单元体要产生液化破坏。因此，只要对土工建筑物或地基进行动力反应分析，求得各个土单元的动剪应力时程曲线，就可用上述方法判别是否发生液化以及液化区的发展范围。除动力反应分析方法外，地基的液化可能性判别还有其它较为简便的方法，将在后续课程“基础工程”中讲述。

第四节　土的动应力-应变关系和阻尼特性

进行土体动力反应分析，需要有土的动模量及其变化规律，即动应力-应变关系以及阻尼特性。

一、土的动应力-应变关系

在动三轴试验中，试件固结后加以均匀周期荷载，测出动应力和动应变的时程曲线如图 9-24 所示。受动荷载作用的土可视为粘弹性体，它对变形有阻尼作用，因此应变的发展滞后于应力的变化，表现为图 9-24 中的应变曲线总是落后于应力一定的相位。若选取一个应力循环，并在 σ_d-ϵ_d 坐标上绘制这一循环内的动应力-应变关系，可以得到图 9-25 所示的滞回圈。滞回圈两顶点的连线的斜率就是该应力水平下土的平均动模量 $E_d=\frac{\sigma_{do}}{\epsilon_{do}}$。理想的粘弹性体，当应力幅相同时，滞回圈的形状和大小不因振次而变化。增加应力幅值，同样可绘制另一个滞回圈、与小应力幅的滞回圈相比，大应力幅滞回圈的特点是：（1）端点连线的斜率减小，即土的动模量降低；（2）应变滞后于应力的相位增加，滞回圈的宽度加大，面积和阻尼力也都加大。改变几种动应力幅值，可以绘制相应的几个滞回圈，如图

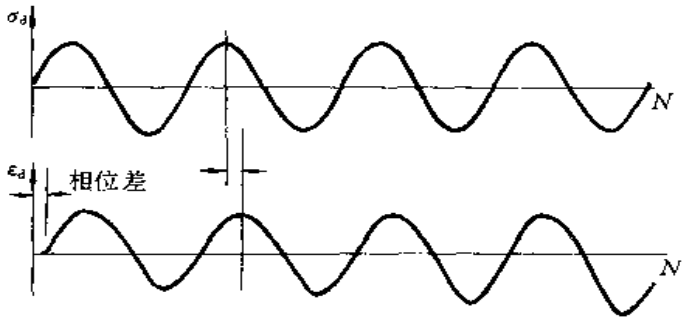


图 9-21　实测动应力-动应变时程曲线

9-26 所示，滞回圈同侧诸端点的连线，称为动荷载的应力-应变骨干曲线。大量的试验资料表明，骨干曲线大体上符合双曲线规律，即可表示为：

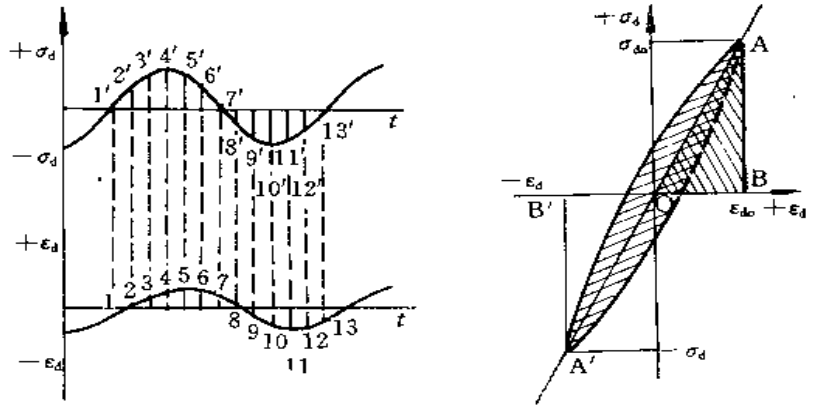


图 9-25　滞回圈的绘制方法

$$\sigma_d=\frac{\varepsilon_d}{a+b\varepsilon_d} \tag{9-13}$$

式中 σ_d 和 ε_d 都是指周期应力和周期应变的幅值，也即 σ_{do}和 ε_{do}的简写。

故：

$$E_d=\frac{\sigma_d}{\varepsilon_d}=\frac{1}{a+b\varepsilon_d} \tag{9-14}$$

地震通常当成剪切波自基岩向上传播，因此在动力分析中直接计算土体的动剪应力和动剪应变，应用动剪切模量。

$$G_d=\frac{\tau_d}{\gamma_d}=\frac{1}{a+b\gamma_d} \tag{9-15}$$

如前所述，在动三轴试验中，动剪应力用试件 45° 面上的动剪应力表示，即 $\tau_d=\frac{1}{2}\sigma_d$。相应地，该面上的动剪应变为 $\gamma_d=(1+\nu)\varepsilon_d$。$\nu$ 为土的波桑比，对于饱和土，$\nu=0.5$。

试验常数 a，b 决定于土的性质。为说明它的物理概念，将式（9-15）用倒数表示。即：

$$\frac{\gamma_d}{\tau_d}=a+b\gamma_d \tag{9-16}$$

若以 γ_d/τ_d 为纵坐标，γ_d 为横坐标，将骨干曲线点绘在这一坐标系中，应该是一根直线。直线的斜率就是 b，直线的截距就是 a，当 $\gamma_d=0$ 时

$$a=\left(\frac{\gamma_d}{\tau_d}\right)_{\gamma_d=0}=\frac{1}{G_{max}} \tag{9-17}$$

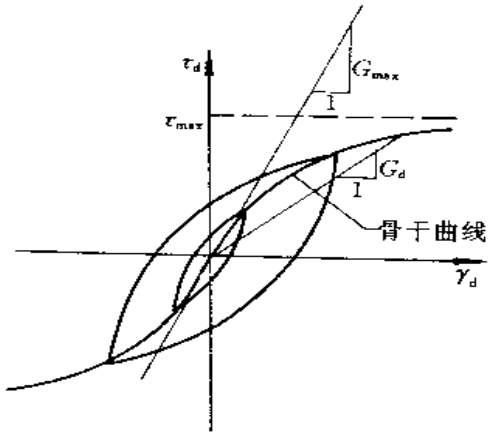


图 9-26　骨干曲线

G_{max}就是骨干曲线在原点处的切线的斜率，也就是最大的动剪切模量。

把式（9-16）改写成$\frac{1}{\tau_d}=\frac{a}{\gamma_d}+b$，当 $\gamma_d=\infty$时：

$$b=\left(\frac{1}{\tau_d}\right)_{\gamma_d=\infty}=\frac{1}{\tau_{max}} \tag{9-18}$$

所以常数 a 是该种土的最大动剪切模量 G_{max} 的倒数，而常数 b 则是最大动剪应力的倒数。这样式（9-15）可以写成

$$G_d=\frac{1}{\frac{1}{G_{max}}+\frac{\gamma_d}{\tau_{max}}} \tag{9-19}$$

最大动剪切模量 G_{max} 需要在很小动应变的条件下测定，动三轴仪在动应变很小时，量测精度很差，不适用于测定 G_{max} 值。G_{max} 值通常用波速法或共振柱法测定。当没有这类试验条件时，可以用下列经验公式计算。

对于圆粒干净砂（$e<0.8$）

$$G_{max}=6930\frac{(2.17-e)^2}{1+e}(\sigma_0')^{0.5}\ (\text{kPa}) \tag{9-20}$$

对于角粒干净砂

$$G_{max}=3230\frac{(2.97-e)^2}{1+e}(\sigma_0')^{0.5}\ (\text{kPa}) \tag{9-21}$$

对于粘性土

$$G_{max}=3230\frac{(2.97-e)^2}{1+e}\text{OCR}^k(\sigma_0')^{0.5}\ (\text{kPa}) \tag{9-22}$$

式中，e——土的孔隙比

σ_0'——土的平均有效固结应力（kPa）；

OCR——土的超固结比

k——与粘性土的塑性指数 I_p 有关的常数，可自表 9-3 中取用。

表 9-3　常数 k 值

I_p	0	20	40	60	80	≥100
k	0	0.18	0.30	0.41	0.48	0.50

G_{max} 和 τ_{max} 确定后，动剪切模量就是动剪应变 γ_d 的单值函数，计算中应根据实际的 γ_d 选择相对应的动剪切模量 G_d。应当注意的是动力计算所用的模型是粘弹性模型。在试验资料的整理中，γ_d 是指弹性变形阶段的动剪应变幅，因此计算分析所得到的应变是指可恢复的动应变而不包括振动所产生的不可恢复的残留应变。

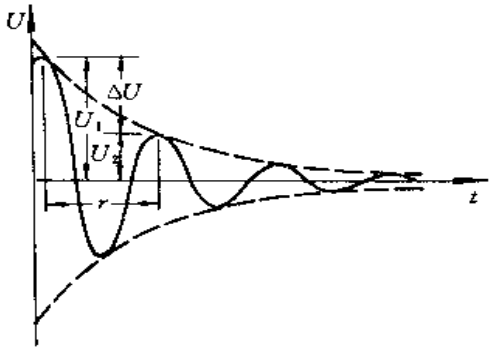


图 9-27　自由振动衰减曲线

二、土的阻尼特性

把土体当成一个振动体系，这个振动体系的质点在运动过程中由于内摩擦作用而有一定的能量损失，这种现象称为阻尼。土体振动中的内摩擦，类似于粘滞液体流动中的粘滞摩擦，所以也称为粘滞阻尼。在自由振动中，阻尼表现为质点的振幅随振次而逐渐衰减，如图 9-27 所示。在强迫振动中则表现为应变滞后于应力而形成滞回圈。振幅衰减的速度或滞回圈面积

的大小都表示振动中能量损失的大小，也就是阻尼的大小。

介质的粘滞阻尼力与运动的速度成正比，可表示为：

$$F=c\cdot\dot{U} \tag{9-23}$$

式中，$\dot{U}$——粘滞介质质点的运动速度；

c——粘滞介质的阻尼系数。

如果阻尼力很大，以至于振动体系振不起来，这种阻尼称为超阻尼。通常情况下，体系能够振动的阻尼称为弱阻尼。弱阻尼过渡为超阻尼之间的临界值称为临界阻尼。这时的阻尼系数称为临界阻尼系数 c_{cr}。在土体的动力反应分析中，土的阻尼常用另一个土质常数 λ 表示，λ 称为阻尼比。

$$\lambda=c/c_{cr} \tag{9-24}$$

阻尼比的大小可以通过试验方法测定，常用两类方法。一类是让土试件受一个瞬时荷载的作用，引起自由振动，量测振幅的衰减规律，用下式求土的阻尼比

$$\lambda=\frac{1}{2\pi}\frac{\omega_r}{\omega}\ln\frac{U_k}{U_{k+1}} \tag{9-25}$$

式中，ω_r——有阻尼时试件的自振圆频率；

ω——无阻尼时试件的自振圆频率；

U_k——第 k 次循环的振幅；

U_{k+1}——第 $k+1$ 次循环的振幅。

一般 ω_r 与 ω 差别不大，故式（9-25）可简化为

$$\lambda=\frac{1}{2\pi}\ln\frac{U_k}{U_{k+1}} \tag{9-26}$$

另一种测定阻尼比的方法是让土试件在某一扰动力的作用下强迫振动，测出动应力-应变时程曲线。取曲线上某一应力循环，在应力-应变坐标上绘制滞回圈如图 9-25。测得滞回圈的面积，用下式计算土的阻尼比

$$\lambda=\frac{1}{4\pi}\frac{A}{A_L} \tag{9-27}$$

式中，A——滞回圈的面积；

A_L——图 9-25 中三角形 OAB 的面积，它表示把土当成弹性体时，加载至应力幅值所做的功，或弹性体内所蓄存的弹性能。

实验证明，土的阻尼比也与动剪应变成双曲线变化规律，可表示为：

$$\lambda=\lambda_{max}\frac{\gamma_d}{\gamma_d+\frac{\tau_{max}}{G_{max}}} \tag{9-28}$$

式中，λ_{max}是土体在变形很大时的阻尼比，称最大阻尼比，其它符号同前。

土的阻尼特性目前研究还很不充分。有人建议最大阻尼比可用下列公式估算：

对于纯砂

$$\lambda_{max}(\%)=(D-1.5\lg N)\% \tag{9-29}$$

对于饱和粘性土

$$\lambda_{max}(\%)=31-(3+0.03f)(\sigma_0')^{1/2}+1.5f^{1/2}-1.5\lg N \tag{9-30}$$

式中，D——土质常数，对于干砂可取 33，对于饱和砂，可取 28；

N——循环周次；

f——周期荷载的频率；

σ_0'——振前的平均有效应力。

当 λ_{max}，G_{max}和 τ_{max}确定以后，阻尼比 λ 也是动剪应变 γ_d的单值函数，应根据实际的 γ_d 值选用。

图 9-28 是一种土的实测$\frac{G_d}{G_{max}}$-γ_d和 λ-γ_d 曲线，是土体动力反应分析中必用的基本资料。曲线表明，动模量随动应变的增加而减小，阻尼比则随动应变的增加而增加。当动应变 γ_d $<10^{-5}$以后，动模量 G_d 和阻尼比 λ 的变化均很小，所以常用 $\gamma_d=10^{-5}$作为测定 G_{max}的最大应变值。

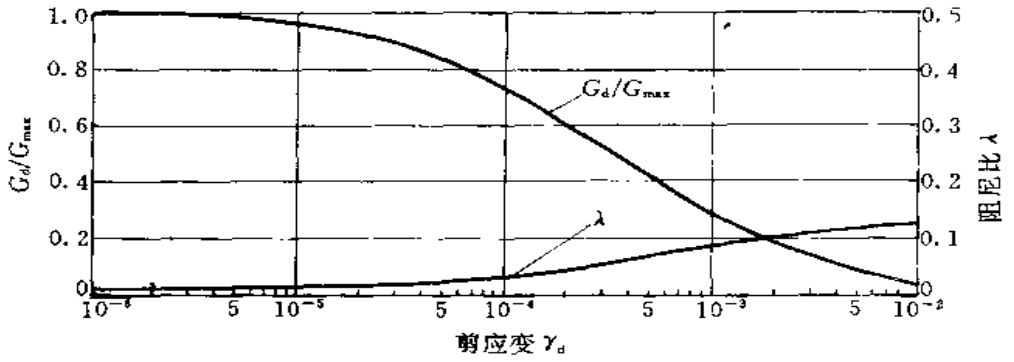


图 9-28　土的动变形特性曲线和阻尼比曲线

【例题 9-1】 某饱和砂的动强度可以用 σ_3 归一化（即不同 σ_3 的动应力比 $\sigma_d/2\sigma_3$ 相同）。固结应力比 $K_c=2$ 时的动强度曲线如图 9-29 所示，地区震级为 8 级，问进行动力稳定分析时可以采用多大的动力内摩擦角。

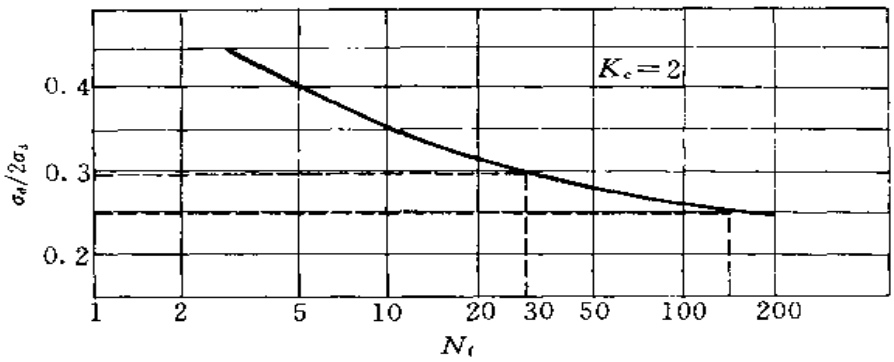


图 9-29　例题 9-1 动强度曲线

解：

1. 由表 9-1 查得 8 级地震的等效循环周数 $N=30$。

2. 按图 9-29 强度曲线查得 $N_f=30$ 时的动应力比 $\sigma_d/2\sigma_3=0.293$。

3. 若$\sigma_3=98$kPa，则$\sigma_d=57.4$kPa

$\sigma_3=196$kPa　$\sigma_d=114.9$kPa

4. 作两个破坏圆，见图 9-30。

圆 1，$\sigma_3=98$kPa，$\sigma_1=196$kPa，$\sigma_d=57.4$kPa

圆 2，$\sigma_3=196$kPa，$\sigma_1=392$kPa，$\sigma_d=114.9$kPa

这两个破坏圆的公切线 $\phi_d=26.2°$即为动力内摩擦角。(注：因为是砂土，$c_d=0$，只要作一个圆即可求得 ϕ_d，作两个圆是为了校核)

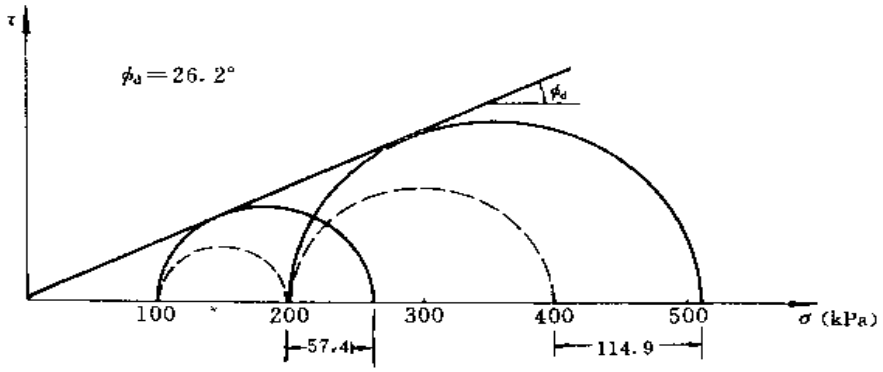


图 9-30　例题 9-1 破坏圆

【例题 9-2】　土的动强度曲线如图 9-29。若土样在 $\sigma_3=98$kPa，$K_c=2.0$ 下，受变幅的周期动应力作用，如图 9-31 所示，问土样是否破坏。

解：

1. 根据图 9-29 的动强度曲线，查 $\sigma_d=70$，60，50kPa 相应的破坏振次，分别为

$N_{f1}=10$　$N_{f2}=28$　$N_{f3}=135$

2. 以 $\sigma_d=60$kPa 作为等价振幅 σ_{eq}，则图 9-31 的等价振次为

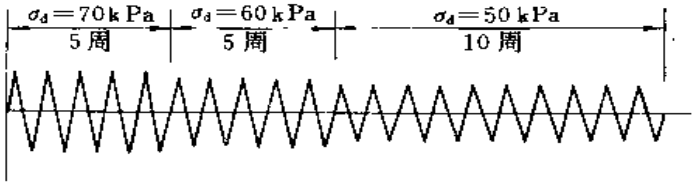


图 9-31　例题 9-2 图

$$N_{eq}=\sum_{i=1}^{K}n_i\frac{N_{ef}}{N_{if}}=5\times\frac{28}{10}+5\times\frac{28}{28}+10\times\frac{28}{135}=21\text{ 周}$$

3. 当 $N_f=21$ 周时，$\sigma_d/2\sigma_3=0.31$，$\sigma_e=2\times98\times0.31=60.8$kPa

$\sigma_d=60.8>\sigma_{eq}$　kPa.

即动强度大于动应力，故此土样尚不会破坏。

【例题 9-3】　正弦荷载动剪应力幅值 $\tau_d=10$kPa，测得动剪模量 $G_d=50$MPa，已知剪应变滞后于剪应力的相位角为 18°，试绘出滞回圈并计算出土在这种状态下的阻尼比 λ。

解：

1. 计算剪应变幅

$$\gamma_d=\frac{\tau_d}{G_d}=\frac{10}{50000}=2\times10^{-4}$$

2. 以 $\frac{\pi}{10}$（即 18°）为分度，计算动应力 τ_d 和动应变 γ_d 的正弦变化规律如图 9-32。

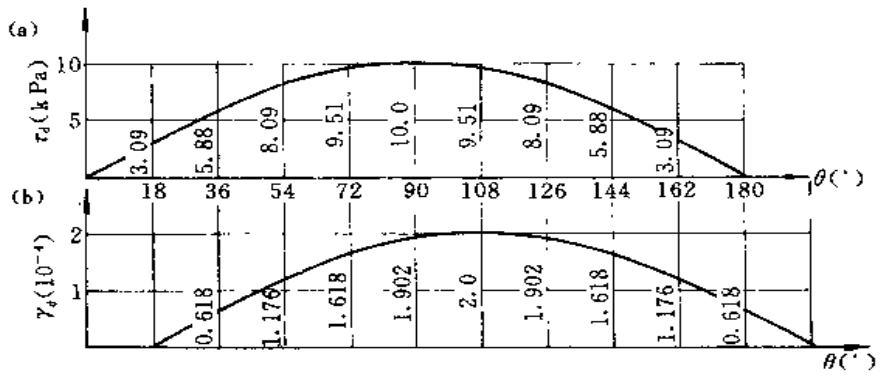


图 9-32　例题 9-3 动应力和动应变的变化规律

3. 根据图 9-32 在 τ_d-γ_d 坐标上绘制滞回圈（半圈），如图 9-33。

4. 计算滞回圈面积 A 和三角面积 A_L。

$$A=2\times 0.5\left(\frac{h_0}{2}+h_1+h_2+h_3+\frac{h_4}{2}\right)$$
$$=1.0\times\ (3.2+5.8+5.4+4.2+0.8)$$
$$=19.4$$
$$A_L=\frac{1}{2}\times 10\times 2=10$$

5. 计算上的阻尼比

$$\lambda=\frac{1}{4\pi}\frac{A}{A_L}$$
$$=\frac{1}{4\pi}\cdot\frac{19.4}{10}$$
$$=0.154$$

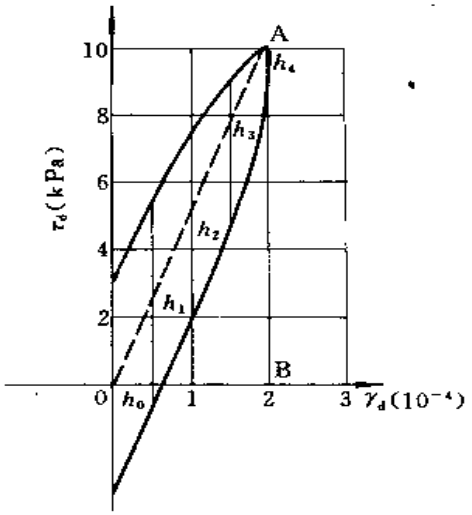


图 9-33　例题 9-3 滞回圈

习　　题

习　题　一

1-1　在某一地下水位以下的土层中，用体积为 72cm³ 的环刀取样。经测定，土样质量 129.1g，烘干质量 121.5g；土粒比重为 2.70，问该土样的含水量、湿容重、饱和容重、浮容重、干容重各是多少？按上述计算结果，试比较该土样在各种情况下的容重值有何区别？

1-2　饱和土孔隙比为 0.70，比重为 2.72。用三相草图计算干容重 γ_d，饱和容重 γ 和浮容量 γ'，并求饱和度为 75%时的容重和含水量（分别设 $V_s=1$　$V=1$ 和 $W=1$，比较哪种方法更简便些）。

1-3　用来修建土堤的土料，天然密度 $\rho=1.92\text{g/cm}^3$，含水量 $w=20\%$。比重 $G_s=2.70$。现要修建一压实干密度 $\rho_d=1.70\text{g/cm}^3$，体积为 80000m³ 的土堤，求修建土堤所须开挖的土的体积。

1-4　两种土的试验成果如下表所示，下面四种判断那几种是正确的。

		甲	乙
液限	w_L	40%	25%
塑限	w_p	25%	17%
含水量	w	30%	22%
颗粒比重	G_s	2.7	2.68
饱和度	S_r	100%	100%

（1）甲土的粘粒含量比乙土多。

（2）甲土的天然容重大于乙土。

（3）甲土的干容重大于乙土。

（4）甲土的孔隙比大于乙土。

1-5　某料场的天然含水量 $w=22\%$，$G_s=2.70$，土的压密标准为 $\rho_d=1.70\text{g/cm}^3$，为避免过度辗压而产生剪切破坏，压密土的饱和度不宜超过 0.85，问这料场的土料是否适合筑坝，如果不适合，建议采取什么措施。

1-6　8 度地震区要求砂压到相对密度达 0.7 以上，经试验某料场砂的最大干密度 $\rho_{dmax}=1.96\text{g/cm}^3$，最小干密度 $\rho_{dmin}=1.46\text{g/cm}^3$，问这类砂辗压到多大的干密度才能满足抗震的要求？（砂的比重 $G_s=2.65$）

1-7　装在环刀内的饱和土样加垂直压力后高度自 2.0cm 压缩至 1.95cm，取出土样测得其含水量 $w=28.0\%$，已知土粒比重为 2.70，求压缩前土的孔隙比。

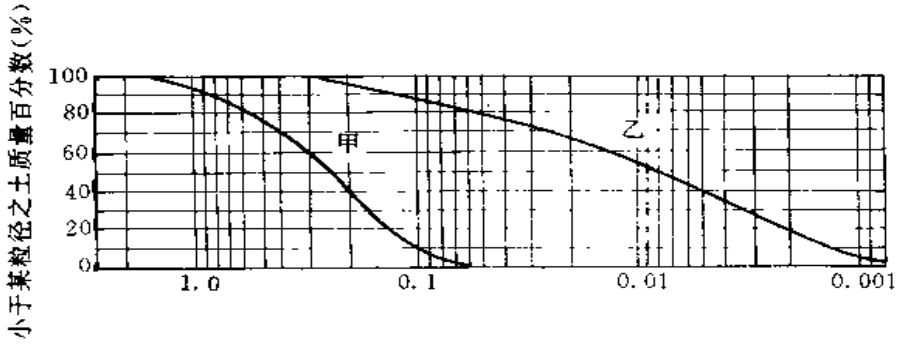
1-8　从甲、乙两地粘性土中各取出土样进行稠度试验。两土样的液限、塑限都相同，$w_L=40\%$，$w_p=25\%$。但甲地的天然含水量 $w=45\%$，而乙地的 $w=20\%$。问两地的液性指数 I_L 各为多少？属何种状态？按 I_p 分类时，该土的定名是什么？哪一地区的土较适宜于用作天然地基？

1-9　甲乙两种土的细颗粒含量和液限、塑限分别如下表所示

	<0.005	<0.002	w_L	w_p
甲土	67%	55%	53%	36%
乙土	33%	27%	70%	35%

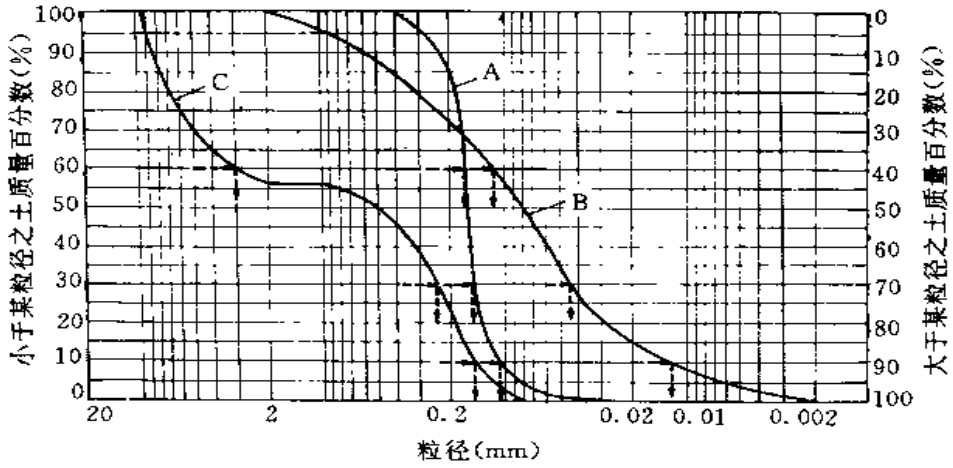
求这两种土的活动性指标，并判断哪一种土粘土矿物的活动性高，估计可能是哪一类粘土矿物？工程性质会有什么差别？

1-10 土样甲、乙的粒径级配曲线如习题图 1-1。试定出它们的名称，并判断级配的优劣。



习题图 1-1

1-11 如习题图 1-2 所示，若其中 A 土和 C 土无塑性，B 土的 $w_L=22\%$，$w_p=14\%$，$I_P=8$，试对这三种土用 SD 128-84《土工试验规程》分类法对它们进行分类定名。



土样编号	颗粒组成(%)				d_{60}	d_{10}	d_{30}	C_u	C_c
	10～2	2～0.05	0.05～0.005	<0.005					
A	0	99	1	0	0.165	0.110	0.150	1.5	1.24
B	0	66	30	4	0.115	0.012	0.044	9.6	1.40
C	44	56	0	0	3.00	0.150	0.250	20.0	0.14

习题图 1-2

1-12 某料场天然含水量 $w=15\%$，用三种击实功能做击实试验，结果如上表（* 为最大干密度）：

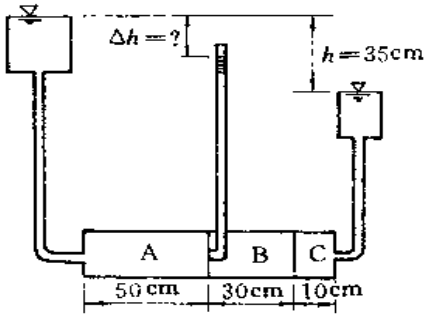
含水量(%) / 击实功能	13	15	17	18	19	21
562.5KN·m/m³	1.580	1.660	1.720		1.745*	1.715
607.5	1.650	1.715	1.765	*1.770	1.765	1.720
862.5	1.705	1.765	*1.800		1.785	1.730

要求填土的压实度为98%（标准击实功能），问用这一料场土料筑坝需采取什么施工措施，用不同施工措施填筑后土的性质预计会有什么区别？

习　题　二

2-1　如习题图2-1所示，有A、B、C三种土，其渗透系数分别为$k_A=1\times10^{-2}$cm/s，$k_B=3\times10^{-3}$cm/s，$k_C=5\times10^{-4}$cm/s，装在断面为10 cm×10 cm的方管中，问：（1）渗流经过A土后的水头降落值Δh为多少？

（2）若要保持上下水头差$h=35$cm，需要每秒加多少水？



习题图2-1

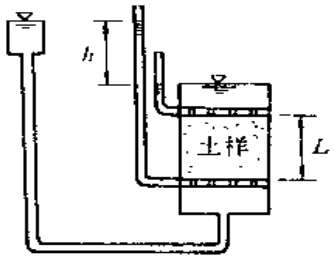
2-2　一种粘性土的比重$G_s=2.70$，孔隙比$e=0.58$，试求该土的临界水力坡降。

2-3　习题图2-2实验中：(1)已知水头差$h=20$cm，土样长度$L=30$cm，试求土样单位体积所受的渗透力是多少？

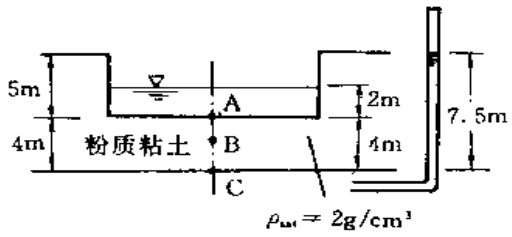
（2）若已知土样的$G_s=2.72$，$e=0.63$，问该土样是否会发生流土现象？

（3）求出使该土样发生流土时的水头差h值。

2-4　求习题图2-3基坑下土层中A、B、C三点的测压管水头和渗透力。当基坑底面积为20m×10m，如果忽略基坑周边水的入渗，试求为保持水深1m需要的抽水量（粉质粘土层$k=1.5\times10^{-6}$cm/s）。

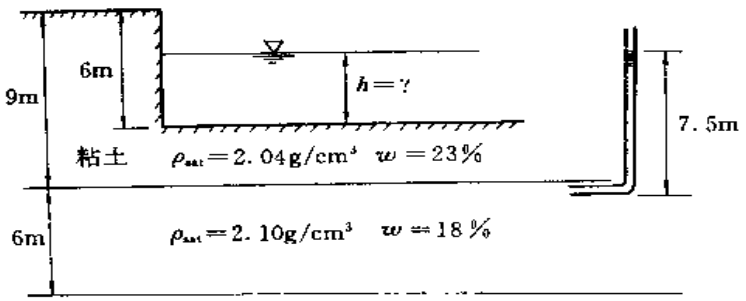


习题图2-2



习题图2-3

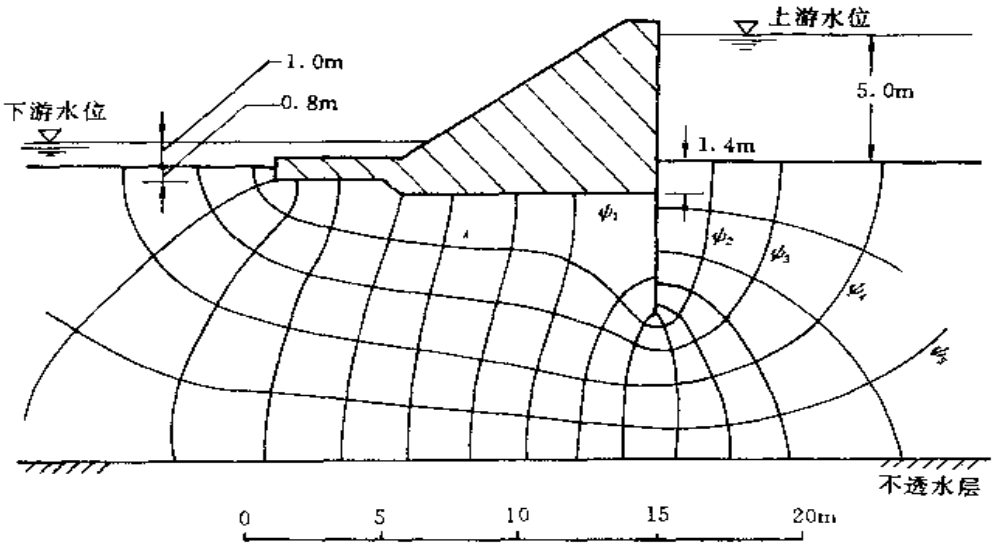
2-5　在9m厚的粘土沉积层上进行开挖，下面为砂层（习题图2-4）。砂层顶面具



习题图2-4

有 7.5m 高的水头（承压水）。问：开挖深度为 6m 时，基坑中水深 h 至少多大才能防止发生流土现象？

2-6 习题图 2-5 表示坝下地基的渗透流网，地基土层为中砂层，饱和密度 $\rho_{sat}=2.0g/cm^3$，不均匀系数 $C_u=5$，渗透系数 $k=1\times10^{-3}cm/s$，求：(1) 地基中渗透流速最大的部位和大小（第二根流线上）

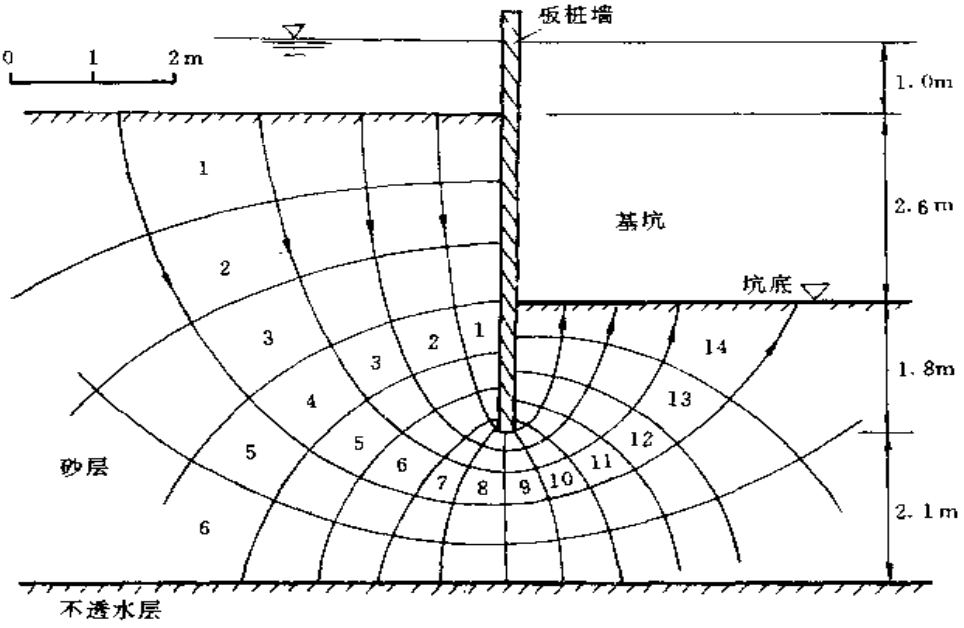


习题图 2-5

(2) 判断地基土的渗透稳定性（渗透路径的长度按网格的平均值计算）

(3) 估计单宽的渗透流量（单宽指沿坝轴线上每 m 长）

2-7 已知流网如习题图 2-6 所示。(1) 试估算沿板桩墙每延米渗入基坑的流量（m^3/min）；设砂的渗透系数 $k=1.8\times10^{-2}cm/s$。



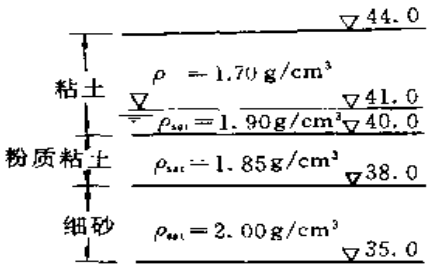
习题图 2-6

(2)试估计坑底是否可能发生渗透破坏，有多大安全系数？设砂的饱和容重为 18.5kN/m^3。

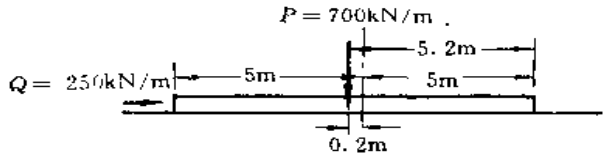
习 题 三

3-1 按习题图 3-1 给出的资料，计算并绘制地基中的自重应力 σ_c 沿深度的分布曲线。如地下水位因某种原因骤然下降至高程▽35 以下，问此时地基中的自重应力分布有何改变？并用图表示之。(提示：地下水位骤然下降时，细砂层成为非饱和状态，其密度 $\rho=1.82g/cm^3$，粘土和粉质粘土均因渗透性小，排水不多，含水情况不变)。

3-2 一条形基础的尺寸及荷载情况如习题图 3-2 所示。求基础中线下 20m 深度内的竖直向附加应力分布，并按一定比例绘出该应力的分布图。水平荷载可假定均匀分布在基础底面上。

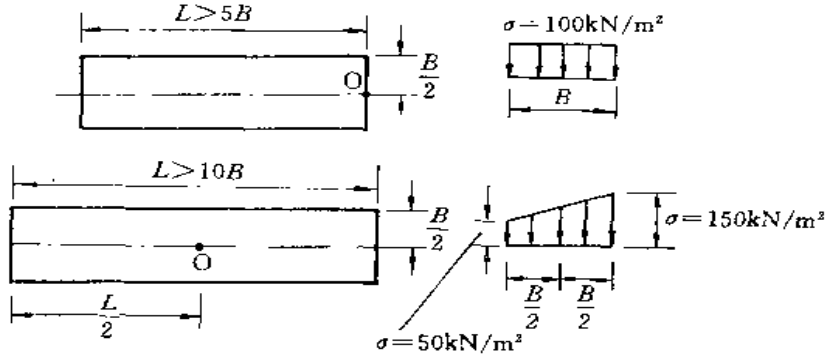


习题图 3-1



习题图 3-2

3-3 选择一种最简便的方法以计算习题图 3-3 中所示的荷载作用下 O 点下的附加应力。

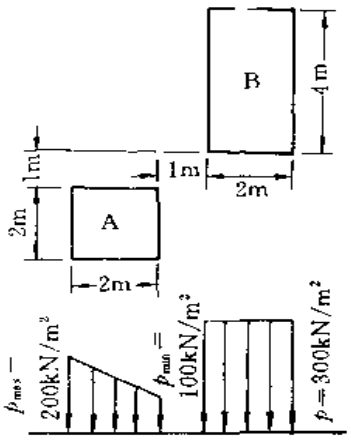


习题图 3-3

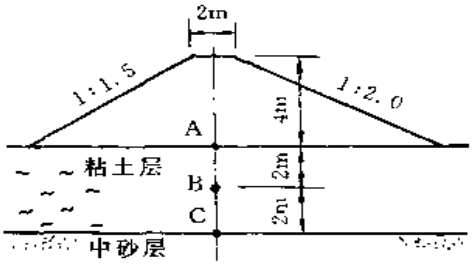
3-4 有相邻两荷载面积 A 和 B，其尺寸、相对位置及所受荷载如习题图 3-4 所示。若考虑相邻荷载 B 的影响求出 A 荷载中心点以下深度 $z=2m$ 处的竖直向附加应力 σ_z。

3-5 一土堤的截面如习题图 3-5 所示。堤身土料容重 $\gamma=18.0kN/m^3$，试按一般应力计算方法和奥氏方法，计算土堤轴线上粘土层中 A、B、C 三点的竖直向附加应力 σ_z、σ_x 和 τ_{xz} 的分布。

3-6 一粘土层厚 4m，位于厚各 4m 的两层砂之间。水位在地面下 2m，下层砂层含承



习题图 3-4



习题图 3-5

压水，测压管水面如习题图 3-6，已知粘土的饱和密度是 2.04g/cm³，砂的饱和密度是 1.94g/cm³，水位以上砂的密度是 1.68g/cm³。问：

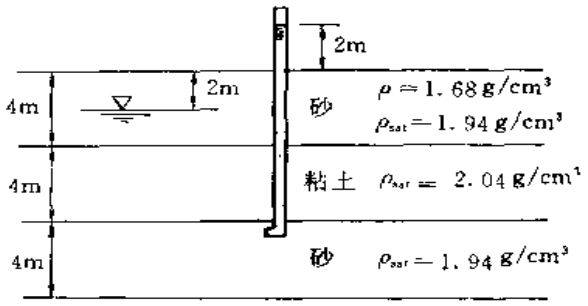
（1）不考虑毛细管升高，绘出整个土层的有效竖直应力分布；

（2）若毛细管升高 1.5m，绘出整个土层的有效竖直应力分布。

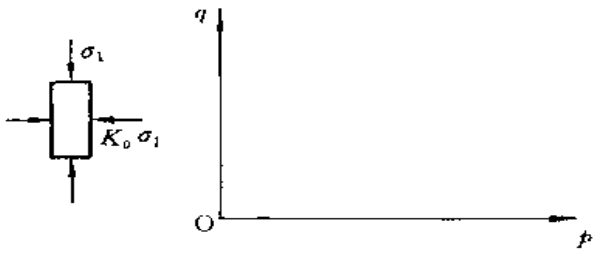
3-7 求习题 2-4（习题图 2-3）中 A、B、C 三点的总应力、孔隙水压力和有效竖直应力。

3-8 饱和细砂试验中，试件在周围压力 $\sigma_3=100\text{kN/m}^2$ 下固结，然后增加垂直应力 $\Delta\sigma_1=100\text{kN/m}^2$，测得试件中的孔隙水压力为 $u=50\text{kN/m}^2$，问竖直应力继续增加到 150kN/m^2 时，作用在此试件的总应力、孔隙水压力和有效应力各有多大（假设孔隙压力系数 A 是常数）。

3-9 绘制 K_0 应力状态下荷载增加时 p-q 图上的应力路径（σ_1 自零开始）。见习题图 3-7。



习题图 3-6

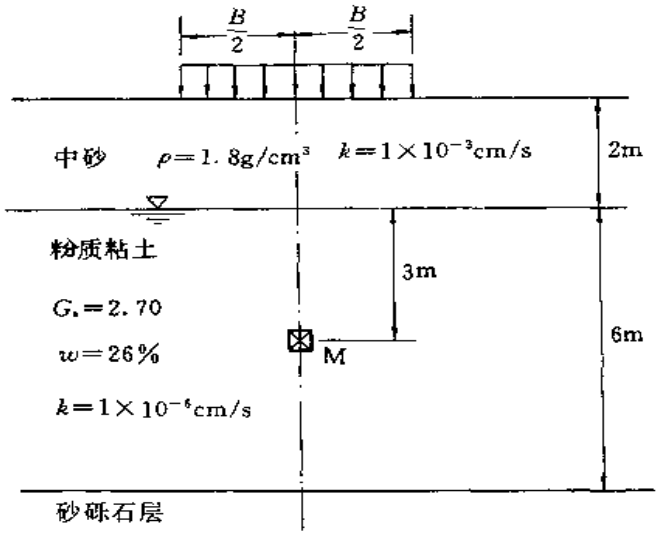


习题图 3-7

3-10 地层剖面如习题图 3-8，地面上作用条形均布荷载 $p=100\text{kN/m}^2$，已知 M 点竖直方向的附加应力系数 $K_z^s=0.5$，该点水平方向的附加应力 $\sigma_x=0.3\sigma_z$，侧压力系数 $K_0=0.6$（指侧限应力状态时，水平向与竖直向有效应力之比，即 σ_x'/σ_z'）孔压系数 $A=0.4$，试求：

（1）加荷以前 M 点的总应力、孔隙水压力和有效应力。

（2）加荷瞬间（假定荷载在 $t=0$ 时，瞬时加上的）M 点的总应力、孔隙水压力和有效应力。



习题图 3-8

（3）土层完全固结以后，M 点的总应力、孔隙水压力和有效应力（上述应力均要求水平向和竖直向）。

（4）在 p'-q 坐标系中绘出加荷瞬时至完全固结后的有效应力路径。

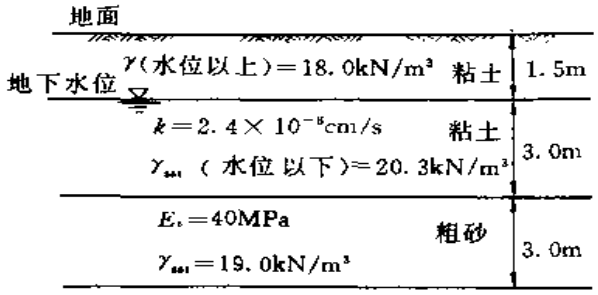
习 题 四

4-1 侧限压缩试验试件初始厚度为 2.0cm，当垂直压力由 200kN/m² 增加到 300kN/m²，变形稳定后土样厚度由 1.990cm 变为 1.970cm，试验结束后卸去全部荷载，厚度变为 1.980cm，(试验全过程都处于饱和状态)，取出土样测得土样含水量 $w=27.8\%$，土粒比重为 2.7。计算土样的初始孔隙比和压缩系数 $a_{2\text{-}3}$。

4-2 在习题图 4-1 所示的地基上修建条形基础（墙基），基础宽度为 1.6m，地面以上荷重（包括墙体自重）为 200kN/m，基础埋置深度为 1m，粘土层试样的压缩试验结果如下表所示。试求：(1) 绘制自重应力沿深度分布曲线。

(2) 基础中点下土层中的附加应力分布曲线（绘在同一张图上）。

(3) 基础中点的最终沉降量（用分层总和法）。



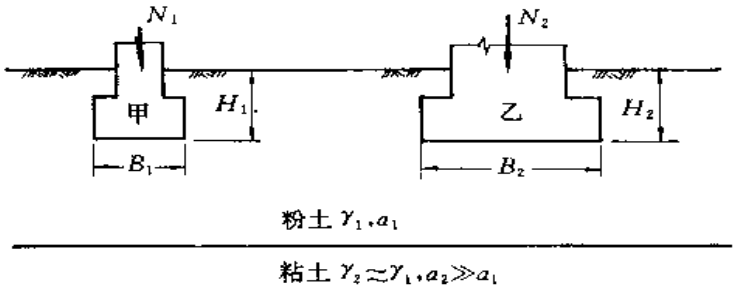
习题图4-1

4-3 某工程为矩形基础，长 3.6m，宽 2.0m。地面以上荷重 $N=900$kN，地基土为均匀粉质粘土，$\gamma=18$kN/m³，$e_0=1.0$，$a=0.4$MPa^{-1}。试用规范法计算基础中心点的最

压应力(kN/m²)	100	200	300
孔隙比	0.952	0.936	0.924

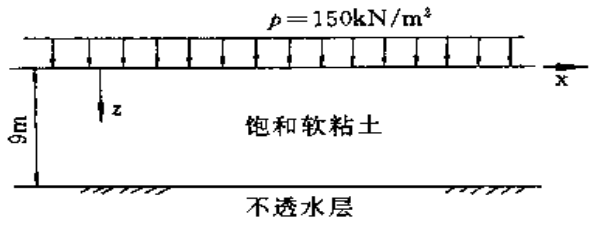
终沉降量。

4-4 已知甲、乙两条形基础如习题图 4-2 所示。$H_1=H_2$，$N_2=2N_1$。问两基础中心点的沉降量是否相同？通过调整两基础的 H 和 B，能否使两基础的沉降量相接近？有几种可能的调整方案？哪一种方法较好？为什么？



习题图 4-2

4-5 在习题图 4-3 所示的饱和软粘土层表面施加 150kN/m² 均布荷载，经过四个月，测得土层中各深度处的超静水压力 Δu 如附表所示。



习题图 4-3

z (m)	Δu (kPa)	z (m)	Δu (kPa)
1	25	6	105
2	48	7	112
3	67	8	118
4	83	9	120
5	95		

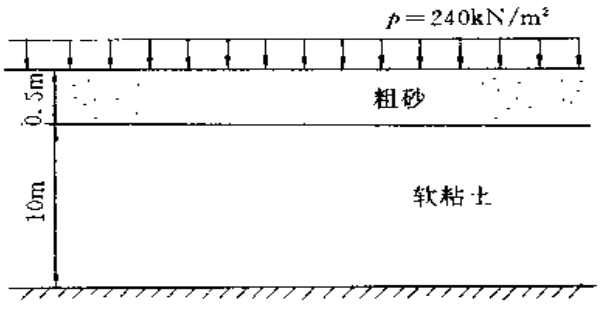
（1）绘制 $t=0$，$t=4$ 个月，$t=\infty$时土层中超静水压力沿深度的分布图。

（2）估计需要再经过多长时间土层才能达到 90%固结度？

4-6 设饱和粘土层的厚度为 10m，其下为不透水的非压缩坚硬岩层，地面上作用均布荷载 $p=240$kN/m²。该粘土层的物理力学性质如下：初始孔隙比 $e_0=0.8$，压缩系数 $a=0.25$MPa^{-1}，渗透系数 $k=2.0$cm/年.试问：

（1）加荷一年后地面沉降多少？

（2）加荷历时多久地面沉降量达 20cm？



习题图 4-4

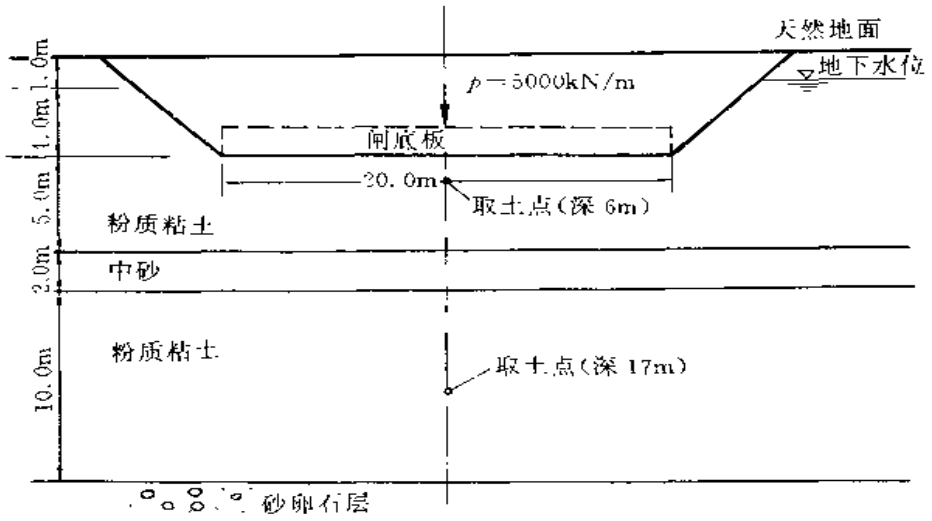
4-7 在天然地基上建闸，闸长 500m，闸板底宽 20m，荷载每米 5000kN（中心荷载，包括自重）闸底埋深 5m，地基土层分布如习题图 4-5，土特性见试验成果附表。

（1）绘出 1、3 土层的 e-σ' 曲线和 e-lgσ' 曲线（包括卸载和重加载曲线）。

（2）求 1、3 土层的先期固结压力，判断土层固结性质并绘出现场初始压缩曲线。

（3）求 1、3 土层的 a_{1-2}、$E_{s(1-2)}$、C_c（初始压缩曲线）和 C_v。

（4）不考虑地基回弹，用 e-σ' 曲线求地基的最终沉降量（分层厚度不超过 0.25B）。



习题图 4-5

土的物性试验成果表

土层编号	土名称	天然密度 ρ(g/cm³)	天然含水量 w(%)	比重 G_s	孔隙比 e	孔隙度 n	饱和度 s_r	液限 w_L	塑限 w_p	液性指数 I_l	塑性指数 I_p	渗透系数 k(cm/s)	备注
1	粉质粘土	1.910	32.1	2.70				34.8	22.6			5×10^{-7}	地下水位以上为毛细饱和区
2	中　砂	2.03	22.6	2.65									E_s=25000kN/m²
3	粉质粘土	1.935	29.7	2.68				36.2	21.2			5×10^{-7}	
4	砂卵石											50m/day	密　实

侧限压缩试验成果表

土层编号	土名称	加载方式 \ 压力 kN/m² ; e	0	10	30	50	70	100	200	400	800
1	粉质粘土	加　载	0.867	0.865	0.862	0.855	0.815	0.832	0.804	0.775	0.745
		卸　载	0.859	0.850	0.840	0.836	0.833				
		重加载		0.856	0.845	0.840	0.836	0.831			
土层编号	土名称	加载方式 \ 压力 kN/m² ; e	0	20	40	80	120	200	400	800	1600
3	粉质粘土	加　载	0.796	0.794	0.792	0.789	0.784	0.773	0.753	0.731	0.712
		卸载与重加载	回弹压缩指数　C_e=0.012								

（5）考虑地基回弹，用 e-lgσ' 曲线求地基的最终沉降量（按土层划分计算层）。

（6）计算加载 10 天后 1、3 土层的超静孔隙水压力和有效应力分布曲线，土层的固结度和地基的沉降量（基础中点为计算点，基础底面当成不排水面）

（7）用差分法排计算机程序，上机计算 t=10 天和 170 天时第 3 土层的超静孔隙水压力

和有效应力的分布曲线，并求出该土层的固结度和地基的沉降量。

习 题 五

5-1 一种土样在 100、200、300 和 400kN/m² 的法向应力下进行直剪试验，测得土的峰值抗剪强度分别为 τ_f=105、151、207 和 260kN/m²；终值抗剪强度分别为 τ_f=34、65、93 和 123kN/m²。试用作图法求该土的峰值和终值抗剪强度指标，并阐明这种指标的用法。

5-2 以某土样进行三轴压缩试验，剪破时 σ_1=500kN/m²，σ_3=100kN/m²，剪破面与大主应力面交角 60°，试绘极限应力圆，求出 ϕ、c 值，并计算剪破面上的法向应力和剪应力。

5-3 建筑物下基础某点的应力为：σ_z=250kN/m²，σ_x=100kN/m² 和 τ=40kN/m²，并知土的 ϕ=30°，c=0。问该点是否剪破？又如 σ_z 和 σ_x 不变，τ 值增加至 60kN/m²，则该点又将如何？

5-4 以某饱和粘土做三轴固结不排水剪试验，测得四个试样的最大主应力、最小主应力和孔隙水压力如右表：

σ_1 (kN/m²)	145	228	310	401
σ_3 (kN/m²)	60	100	150	200
u (kN/m²)	31	55	92	120

（1）用总应力法确定土的 c_{cu} 和 ϕ_{cu}；

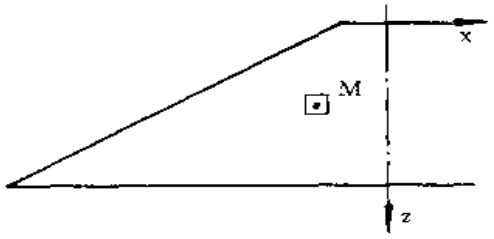
（2）用有效应力法确定土的 c' 和 ϕ'；

（3）用有效应力法求土的破坏主应力线，并根据破坏主应力线求土的 c' 和 ϕ'。

5-5 习题图 5-1 所示。坝体中 M 点处于极限平衡状态，已知该点应力如下：σ_z=350kN/m²，σ_x=150kN/m²，τ_{xz}=−100kN/m²（按绘莫尔圆符号规定），若土料为砾砂，问：

（1）砾砂的内摩擦角多大？

（2）滑裂面通过 M 点的方向。



习题图 5-1

5-6 有三个饱和土试件在 50kN/m² 周围压力下分别固结，然后做不固结不排水三轴试验，测得右表所列数据：已知破坏时孔压系数 A_f=0.2，求三个试件破坏时的孔隙水压力多大，并绘出有效应力圆。

σ_3 (kN/m²)	100	150	200	包括固结压力
$\sigma_1-\sigma_3$ (kN/m²)	85	83	87	

5-7 三轴固结不排水试验测得土的有效应力抗剪强度指标为 c' 和 ϕ'，试证明不排水强度 c_u（ϕ=0）与 c' 和 ϕ 有如下关系：

$$c_u=\frac{c'\cos\phi'+\sigma_3'\sin\phi'}{1-\sin\phi'}$$

5-8 用两种十字板在粘土层同一深度处测土的抗剪强度，十字板尺寸和测得最大扭矩如下表，问在此深度处土的垂直抗剪强度和水平抗剪强度各有多大？

十字板	直径 (mm)	长度 (mm)	最大扭矩 (N·cm)
A	50	150	2000
B	50	50	1000

5-9 正常固结粘性土 ϕ'=30°，试件先在 σ_3=100kN/m² 下固结，然后在不排水条件下

加 $\Delta\sigma_1=80kN/m^2$，测得孔压系数 A 为 0.5（假定至破坏前 A 不变），让孔隙水压力完全消散后再进行不排水加载，问 $\Delta\sigma_1$ 再增加多大时试件开始破坏？破坏时，破裂面上的剪应力多大？并在 p'-q 图上绘出土样的应力路径。

5-10 在 p-q 坐标上画出下列 4 种常见的三轴试验应力路径（试件先在周围压力 σ_3 下固结）：

（1）σ_3 等于常量，增大 σ_1 直至试件剪切破坏；

（2）σ_1 等于常量，减小 σ_3 直至试件剪切破坏；

（3）保持 p 等于常量，增大偏差应力 $\Delta\sigma_1$ 直至剪切破坏；

（4）保持 $\Delta\sigma_1/\Delta\sigma_3$ 等于常量，增大偏差应力 $\Delta\sigma_1$ 直径剪切破坏。

习 题 六

6-1 高 5m、墙背垂直光滑的挡土墙，墙后填无粘性土，填土表面水平。填土的容重 $\gamma=18kN/m^3$，$\phi=40°$，$c=0$。试分别求出静止土压力，主动土压力、被动土压力值。若墙与土的摩擦角 $\delta=20°$，求主动土压力值。

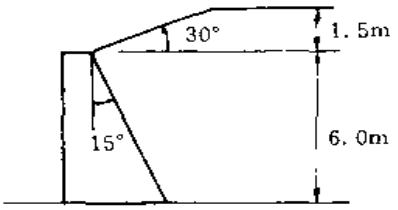
6-2 高 6m，墙背垂直光滑的挡土墙，填土面水平，在其上作用有竖向均布荷载 $q=20kN/m^2$，填土的容重 $\gamma=18kN/m^3$，粘聚力 $c=16kN/m^2$，内摩擦角 $\phi=22°$，求：

（1）沿墙背土压力的分布；

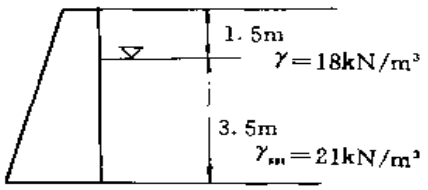
（2）土压力合力大小及作用点的位置；

（3）填土中可能发生裂缝的深度。

6-3 某重力式挡土墙、墙背倾角 $\alpha=15°$，墙背与填土的摩擦角 $\delta=20°$，回填砂土 $\gamma=18kN/m^3$，$\phi=40°$，填土表面成折线（如习题图 6-1），试用库尔曼图解法求出主动土压力值，并确定力的作用点和方向。



习题图 6-1



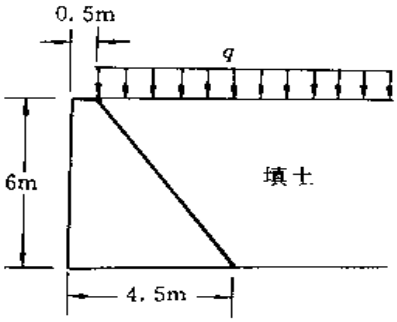
习题图 6-2

6-4 习题图 6-2 为一垂直墙背的挡土墙，墙高 5m，填土表面倾角 $\beta=0°$、$\delta=20°$，地下水位在墙顶下 1.5m 处。填土的容重 $\gamma=18kN/m^3$，饱和容重 $\gamma_{sat}=21kN/m^3$，$\phi=36°$，试绘出主动土压力及水压力的分布图。

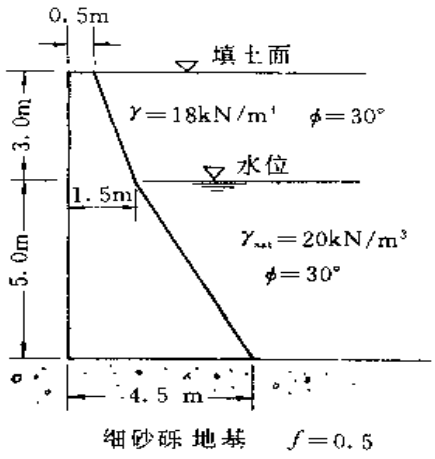
6-5 挡土墙断面如习题图 6-3，墙后填土水平，填土面作用有 $q=9.8kN/m^2$ 的连续均布荷载。填土为中砂，$\gamma=17.2kN/m^3$，$\phi=30°$，$\delta=30°$，求作用于墙背上总土压力的大小，方向和作用点。

6-6 细砂砾地基上混凝土挡土墙高 8m，断面如习题图 6-4。墙后填土性质和地下水位

见图示。混凝土容重 $\gamma=24\text{kN/m}^3$，与地基土摩擦系数 $f=0.5$。计算挡土墙的稳定安全系数。如果安全系数不够（要求 $F_s=1.3$），提出提高安全系数的措施。



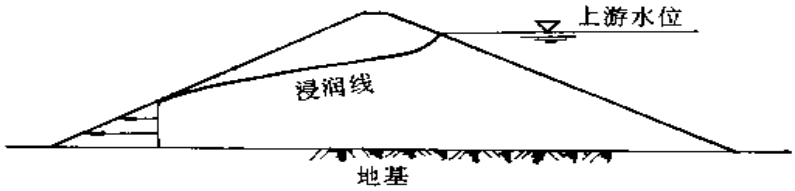
习题图 6-3



习题图 6-4

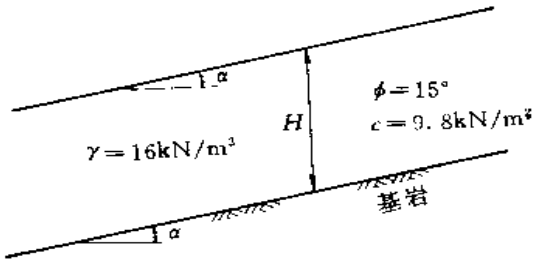
习 题 七

7-1 无粘性土坡的坡角 $\alpha=20°$，土的内摩擦角 $\phi=32°$，浮容重 $\gamma'=10\text{kN/m}^3$，若渗流逸出段内水流的方向平行于地面，求土坡的稳定安全系数。

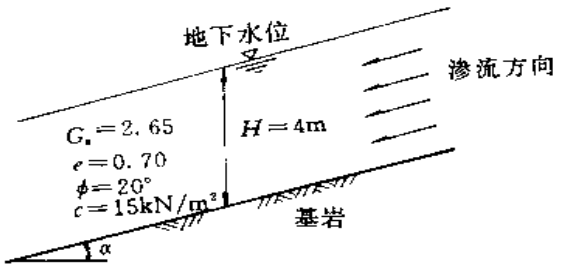


习题图 7-1

7-2 无限延伸的斜坡如习题图 7-2 所示，坡角 $\alpha=20°$，斜坡土体的天然容重 $\gamma=16\text{kN/m}^3$。土与基岩间的摩擦角 $\phi=15°$，粘聚力 $c=9.8\text{kN/m}^2$，问斜坡处于临界稳定状态时（安全系数 $F_s=1.0$）的土层厚 H 有多大？



习题图 7-2

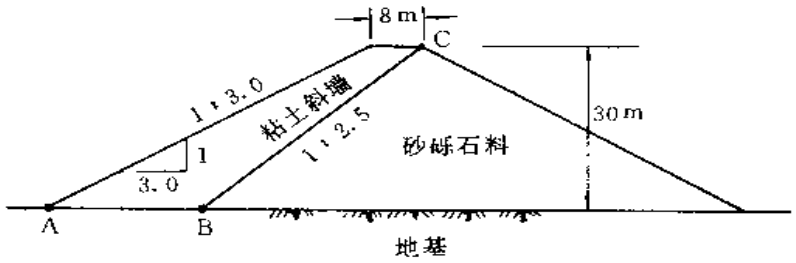


习题图 7-3

7-3 无限延伸斜坡如习题图 7-3 所示，地下水面沿斜坡面，坡高 $H=4\text{m}$，坡角 $\alpha=20°$，

土粒比重 $G_s=2.65$，孔隙比 $e=0.7$，与基岩接触面的摩擦角 $\phi=20°$，粘聚力 $c=15kN/m^2$，求斜坡的稳定安全系数 F_s。

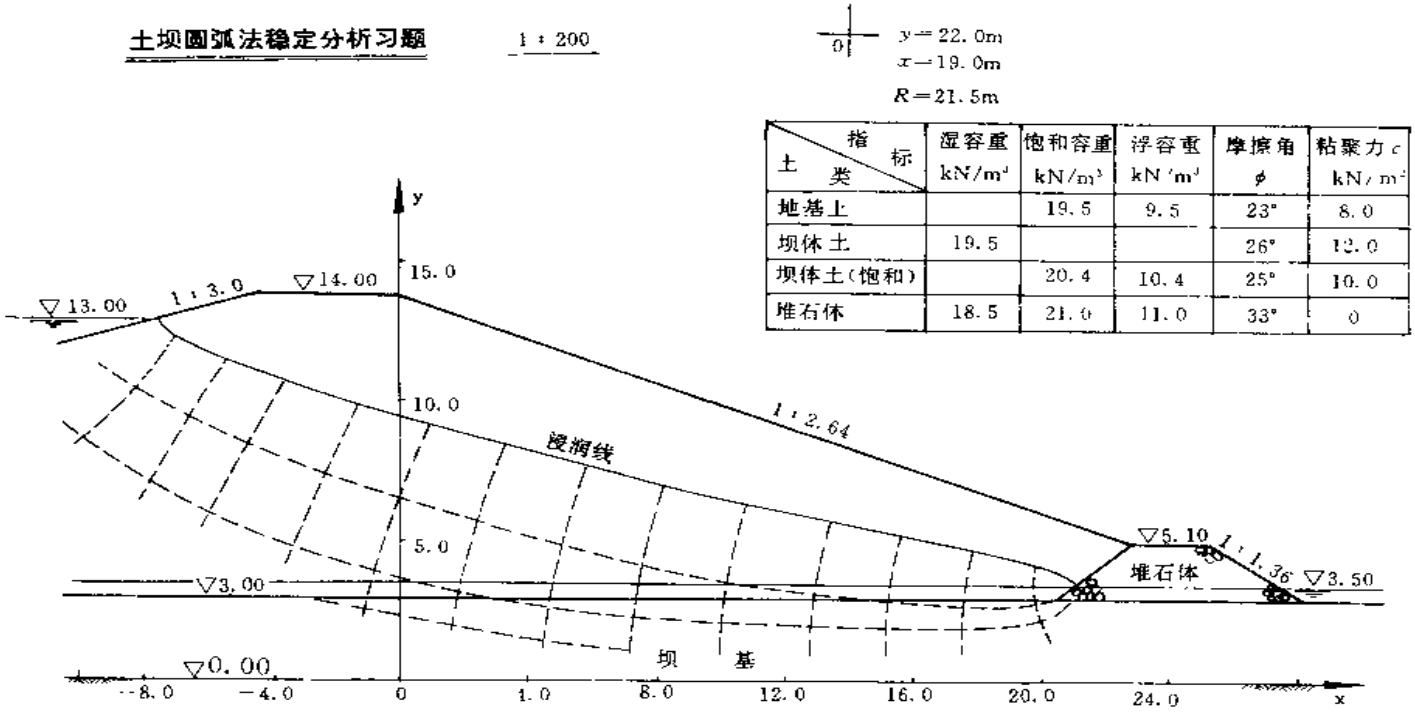
7-4 土坝的横截面如习题图 7-4 所示，上游坡为粘土斜墙。填土的容重 $\gamma=19.6kN/m^3$。若斜墙与砂砾石料和地基接触面的摩擦角和粘聚力均为 $\phi=18°$，$c=5kN/m^2$，求粘土斜墙沿接触面 ABC 滑动的安全系数 F_s。



习题图 7-4

7-5 在天然容重 $\gamma=18kN/m^3$，$\phi=25°$，$c=8kN/m^2$ 的土层中开挖基坑，若坑深 $H=10m$，问安全坡角 α 多大？若以 1 : 0.5 的坡角向下开挖，问最大的安全开挖深度多大？

7-6 土坝断面和渗透流网如习题图 7-5 所示，土的性质如表，试用瑞典法或简化毕肖甫法计算指定滑弧的安全系数（选用此题时，土坝断面图必须按比例尺 1 : 100 放大）。



土类 \ 指标	湿容重 kN/m³	饱和容重 kN/m³	浮容重 kN/m³	摩擦角 φ	粘聚力 c kN/m²
地基土		19.5	9.5	23°	8.0
坝体土	19.5			26°	12.0
坝体土(饱和)		20.4	10.4	25°	10.0
堆石体	18.5	21.0	11.0	33°	0

习题图 7-5

习 题 八

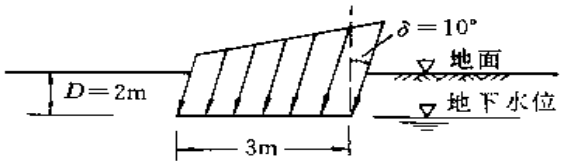
8-1 根据地基失稳时的滑裂面形状以及表 8-2，试分析：

(1) 基础宽度，基础埋深和粘聚力对承载力的影响程度如何？与内摩擦角 ϕ 值的大小有何关系？

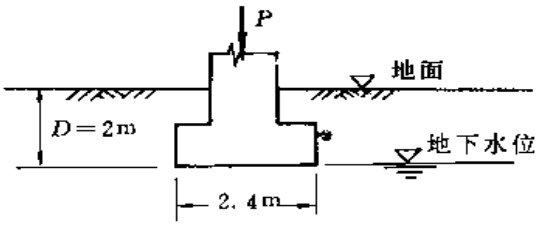
(2) 砂土地基为什么基础埋深不宜太浅？

(3) 为什么基础的宽度增加，地基的承载力也增加？

8-2 习题图 8-1，条形基础宽 3m，埋深 2m，地下水位上下土的容重分别为 19kN/m³ 和 19.8kN/m³（饱和容重）。作用于基底上的荷载与竖直面倾角 $\delta=10°$，地基土的内摩擦角 $\phi=20°$，粘聚力 $c=10kN/m^2$。求地基的极限承载力。



习题图 8-1



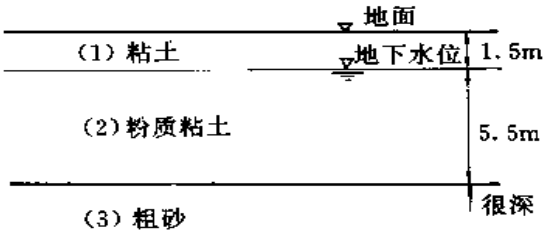
习题图 8-2

8-3 习题图 8-2，条形基础受中心竖直荷载作用 。基础宽 2.4m，埋深 2m，地下水位上下土的容重分别为 18.4kN/m³ 和 19.2kN/m³（饱和容重），内摩擦角 $\phi=20°$，粘聚力 $c=8kN/m^2$，试用太沙基公式比较地基产生整体剪切破坏和局部剪切破坏时的极限承载力。

8-4 一幢 16 层的建筑物底板尺寸为 20m×30m，底板放置在均匀的粘性土层上，埋深 3m。粘性土的天然密度 $\rho=2.0g/cm^3$，地下水位较深。现场原位十字板测定，该土层的平均抗剪强度 $\tau_f=60kN/m^2$，室内用重塑土做无侧限抗压强度试验得 $q_u=40kN/m^2$，设计的基底压力为 200kN/m²，问地基的稳定安全系数有多大？如果要求安全系数满足右表要求，判断设计是否合适。

灵敏度	建议安全系数值	
	永久结构	临时结构
≥4(高)	3.0	2.5
2～4(中)	2.7	2.0
1～2(低)	2.5	1.8
1	2.2	1.6

8-5 某桥墩的地基土层如习题图 8-3 所示，土的物理力学性质如下表，若已知基础尺寸为 8m×3m，埋置深度 1.5m，试按条形基础求地基的临塑荷载 p_{cr}，临界荷载 $p_{1/4}$、$p_{1/3}$和极限荷载 p_u（按普朗德尔理论和太沙基理论），并用汉森公式计算经过形状和深度校正后的极限荷载。



习题图 8-3

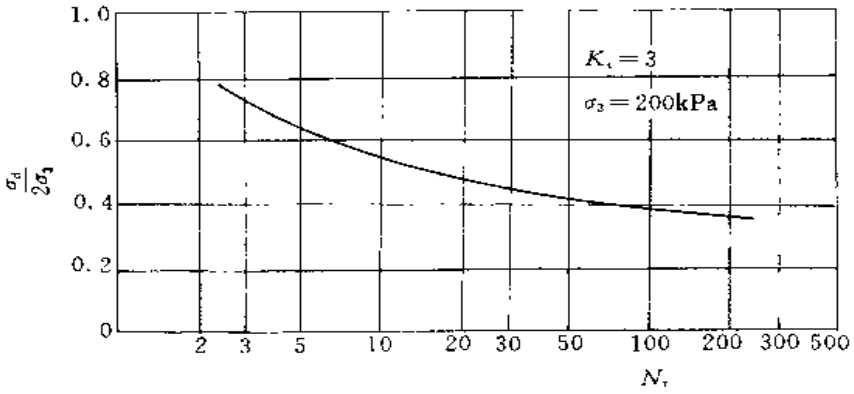
编号	天然密度 (g/cm³)	天然含水量 (%)	比　重	液　限	塑　限	抗剪强度	
						ϕ	c(kN/m²)
1	1.79	38.0	2.72	44.1	24.3	20°	10
2	1.96	28.3	2.70	29.6	19.2	25°	15
3	2.04	21.8	2.65			35°	

8-6 上题，按《建筑地基基础设计规范》求地基的承载力设计值。

习 题 九

9-1 动三轴试验中，试件在 $\sigma_3=98\text{kPa}$，固结比 $K_c=2$ 的条件下固结，然后施加幅值为 30kPa 的周期动应力，若土的有效内摩擦角 $\phi'=22°$，粘聚力 $c'=10\text{kPa}$，问振动孔隙水压力 u 发展到多大时，试件处于动力极限平衡状态？

9-2 动三轴试验中，试件在 $\sigma_3=98\text{kPa}$，固结比 $K_c=2$ 的条件下固结。测得动强度曲线如图 9-29 所示。若动强度 $\frac{\sigma_d}{2}$ 可以用周压力 σ_3 归一化，问 7 级和 8 级地震时土的总应力动力抗剪强度指标 c_d 和 ϕ_d 值各为多大？



习题图 9-1

9-3 土的动强度曲线如习题图 9-1 所示，若土样在 $\sigma_3=100\text{kPa}$，$K_c=3.0$ 情况下受下表变幅的周期动应力作用，问土样是否破坏？

动应力幅 σ_d(kPa)	140	120	100	80	60
振动周数 N	2	5	8	20	200

9-4 土样在周压力 $\sigma_3=100\text{kPa}$，$K_c=1.5$ 下固结后，在动应力幅 $\sigma_d=40\text{kPa}$ 下振动 10 周的孔隙水压力 $u=30\text{kPa}$，振动 20 周的孔隙水压力 $u=50\text{kPa}$，问振动 40 周时的孔隙水压力多大？

9-5 从地基中 10m 深处取出的粘土样，其塑性指数 $I_p=20$，土的天然密度 $\rho=1.9\text{g/cm}^3$，比重 $G_s=2.72$，含水量 $w=27\%$，已知先期固结压力 $\sigma_p=500\text{kPa}$，侧压力系数 $K_0=0.8$，试估算该土的 G_{max}。

9-6 圆粒干净砂试件的干密度 $\rho_d=1.6\text{g/cm}^3$，比重 $G_s=2.65$，在周压力 $\sigma_3=100\text{kPa}$ 下固结，然后加动荷载测定砂的动剪切模量 G。若最大动剪应力 $\tau_{max}=40\text{kPa}$，试估算当动应变 $\gamma_d=5\times10^{-4}$ 时该砂样的动剪切模量 G。

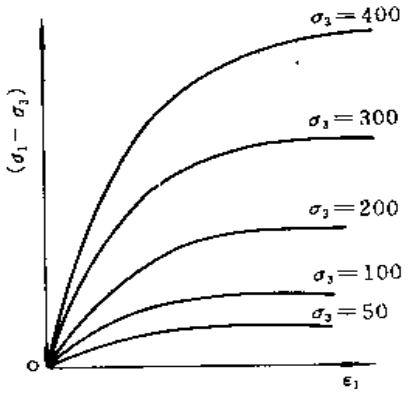
附　　录

附录Ⅰ　E-B 模型及其参数的测定方法

E-B 模型是地基和土工建筑物应力、变形分析中常用的非线性弹性模型，模型参数用三轴试验测定。

1. 模型假定

在三轴试验中，改换不同的周围压力 σ_3 下，一般可测得附录图Ⅰ-1所示形式的一组应力-应变关系曲线。固结排水试验得到土的应力-应变关系曲线通常接近于双曲线，因此，可以假定土的应力-应变关系满足如下双曲线方程：



附录图Ⅰ-1

$$\sigma_1-\sigma_3=\frac{\varepsilon_1}{a+b\varepsilon_1} \tag{Ⅰ-1}$$

式中，$(\sigma_1-\sigma_3)$——偏差应力，$\sigma_1-\sigma_3=\Delta\sigma_1$；

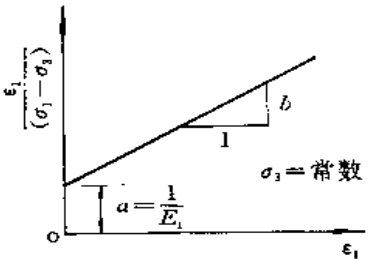
ε_1——相应于偏差应力 $(\sigma_1-\sigma_3)$ 的轴向应变，由试验中测定；

a、b——决定于土性质的试验参数。式（Ⅰ-1）可以改写成

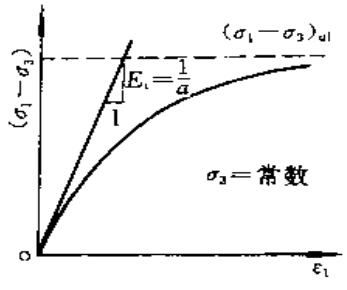
$$\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1-\sigma_3}=a+b\varepsilon_1 \tag{Ⅰ-2}$$

将实测的 ε_1 和 $\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1-\sigma_3}$ 值改用附录图Ⅰ-2的坐标绘制，得到一根直线，该直线在 $\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1-\sigma_3}$ 坐标轴上的截距就是 a，直线的斜率就是 b。

附录图Ⅰ-3表示某一 σ_3 为常量的一根双曲线，过原点的切线斜率 E_i 称为起始模量。由



附录图Ⅰ-2



附录图Ⅰ-3

式（Ⅰ-2），当 $\varepsilon_1=0$ 时，$\frac{1}{a}=E_i$，即 a 的倒数就是起始模量。又，当 $\varepsilon_1=\infty$，$(\sigma_1-\sigma_3)=(\sigma_1-\sigma_3)_{ul}=\frac{1}{b}$，即该双曲线的渐近线，或偏差应力的极限值 $(\sigma_1-\sigma_3)_{ul}$就是 b 的倒数。

2. 切线模量

土的非线性特性就是指变形模量 E 随应变 ε_1（或偏差应力 $\sigma_1-\sigma_3$）而变化，常用切线模量 E_t 表示。

$$E_t=\frac{\partial(\sigma_1-\sigma_3)}{\partial\varepsilon_1}=\frac{a}{(a+b\varepsilon_1)^2} \tag{Ⅰ-3}$$

试样破坏时的偏差应力为$(\sigma_1-\sigma_3)_f$，$(\sigma_1-\sigma_3)_f$ 值总是比极限偏差应力$(\sigma_1-\sigma_3)_{ul}$小。令 $R_f=(\sigma_1-\sigma_3)_f/(\sigma_1-\sigma_3)_{ul}$，$R_f$ 称为破坏比，其值一般在 0.75—1.0 之间。

根据极限平衡条件，土体达到极限平衡时主应力间的关系为：

$$\sigma_3=\frac{1-\sin\phi}{1+\sin\phi}\sigma_1-2c\frac{\cos\phi}{1+\sin\phi}$$

整理后，得

$$(\sigma_1-\sigma_3)_f=\frac{2c\cdot\cos\phi+2\sigma_3\sin\phi}{1-\sin\phi} \tag{Ⅰ-4}$$

则

$$b=\frac{1}{(\sigma_1-\sigma_3)_{ul}}=\frac{R_f}{(\sigma_1-\sigma_3)_f}$$

$$=\frac{R_f(1-\sin\phi)}{2c\cdot\cos\phi+2\sigma_3\sin\phi} \tag{Ⅰ-5}$$

由式（Ⅰ-1）得 $\varepsilon_1=\frac{a(\sigma_1-\sigma_3)}{1-b(\sigma_1-\sigma_3)}$，代入式（Ⅰ-3），得

$$E_t=\frac{a}{\left[a+b\frac{a(\sigma_1-\sigma_3)}{1-b(\sigma_1-\sigma_3)}\right]^2}=\frac{1}{a\left[\frac{1}{1-b(\sigma_1-\sigma_3)}\right]^2}$$

$$=\frac{1}{a}[1-b(\sigma_1-\sigma_3)]^2 \tag{Ⅰ-6}$$

把 a 和 b 代入式（Ⅰ-6），得

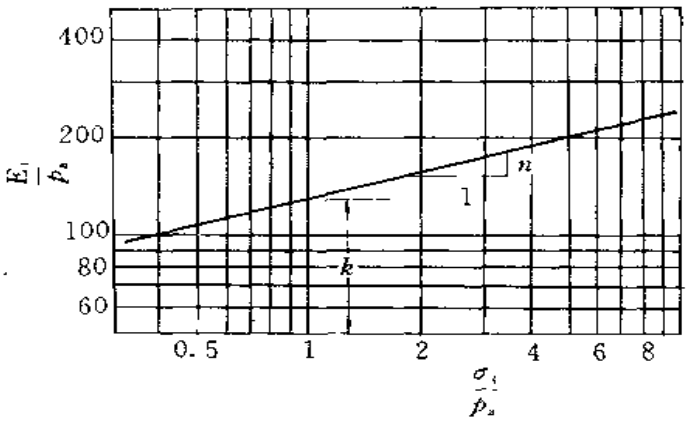
$$E_t=\left[1-\frac{R_f(1-\sin\phi)}{2c\cdot\cos\phi+2\sigma_3\sin\phi}(\sigma_1-\sigma_3)\right]^2E_i \tag{Ⅰ-7}$$

式（Ⅰ-7）给出了偏差应力为 $(\sigma_1-\sigma_3)$ 时所相应的切线模量。

3. 起始模量 E_i

附录图 Ⅰ-1 表明，土的起始模量 E_i 不是一个常数，而是随周围压力 σ_3 而变化。若把 E_i 和相应的 σ_3 用大气压力 p_a 归一成无量纲数。然后将试验结果点绘在双对数坐标$\frac{E_i}{p_a}$和$\frac{\sigma_3}{p_a}$上，如附录图 Ⅰ-4 所示，一般成直线关系，并可用式（Ⅰ-8）表示。

$$E_i/p_a=k(\sigma_3/p_a)^n$$



附录图 Ⅰ-4

或
$$E_i = kp_a\ (\sigma_3/p_a)^n \tag{I-8}$$

式中，k 和 n 是决定于土质的试验常数，可由附录图 I-4 中 $\sigma_3/p_a=1.0$ 时在 $\frac{E_i}{p_a}$ 轴上的截距和该直线的斜率确定。

将式（I-8）代入式（I-7），得到切线模量的最终表达式为

$$E_t = \left[1-\frac{R_f\ (1-\sin\phi)}{2c\cdot\cos\phi+2\sigma_3\sin\phi}\ (\sigma_1-\sigma_3)\right]^2 kp_a\ (\sigma_3/p_a)^n \tag{I-9}$$

通过试验，测得 c、ϕ、R_f、k、n 5 个参数，就可以用式（I-9）算得切线模量。

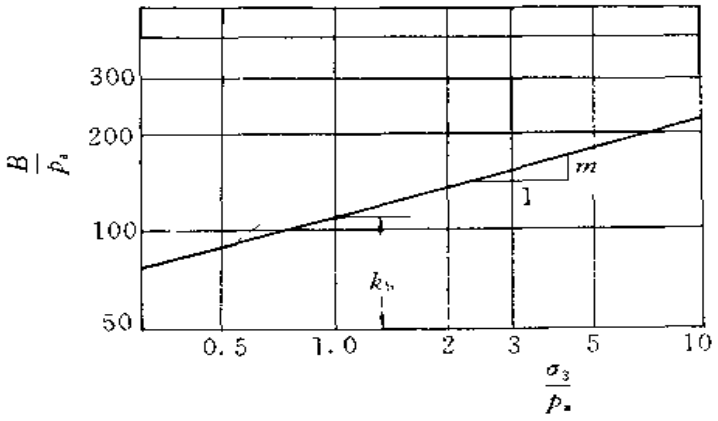
4. 体积模量

在土体的应力，变形有限元分析中，还需要有一个反映体积变化的参数，一种是用泊松比 ν，称为 E-ν 模型，一种则用体积模量 B，称为 E-B 模型。在三轴试验中，体积模量 B 表示为

$$B=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{3\varepsilon_v} \tag{I-10}$$

式中 ε_v 为偏差应力 $(\sigma_1-\sigma_3)$ 所引起的体应变。计算时，通常取 $\sigma_1-\sigma_3=0.7\ (\sigma_1-\sigma_3)_f$ 时相应的体应变。

显然，体积模量的大小与周围压力 σ_3 有关。不同的周围压力 σ_3，测得相应的 B 值。将 B 和 σ_3 用大气压力 p_a 归一化后点绘在双对数坐标上，如附录图 I-5 所示。通常可以得到一根近似的直线，其方程为



附录图 I-5

$$B=k_b p_a\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^m \tag{I-11}$$

式中 k_b 和 m 是决定于土质的试验常数，其值可从附录图 I-5 中，令 $\frac{\sigma_3}{p_a}=1$ 时在 $\frac{B}{p_a}$ 轴上的截距和直线的斜率直接读出。

综前所述，采用 E-B 模型计算土体的应力和变形时，必需通过三轴试验，测定 c、ϕ、R_f、k、n、k_b 和 m 等 7 个参数。

5. 弹性矩阵

在有限元分析中，单元应力应变的转换式为

$$\{\sigma\} = [D]\ \{\varepsilon\} \tag{I-12}$$

式中［D］为弹性矩阵，对于平面应变条件，E-B 模型的弹性矩阵表示为

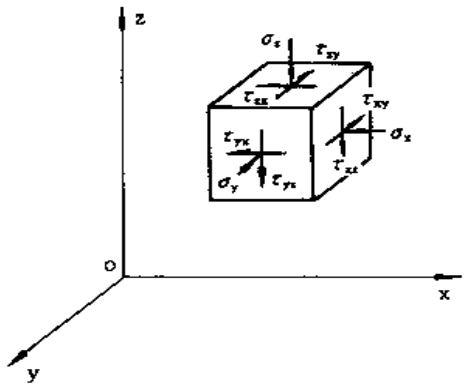
$$[D]=\frac{3B}{9B-E}\begin{bmatrix}3B+E & 3B-E & 0\\ 3B-E & 3B+E & 0\\ 0 & 0 & E\end{bmatrix} \qquad (\text{I-13})$$

根据上述三轴试验测得的 7 个参数，用式（I-9）和（I-11）可以计算相应于某种应力状态，σ_3、$\sigma_1-\sigma_3$ 下土的切线模量 E_t（即 D 矩阵中的 E）和体积模量 B。将 E、B 代入式（I-13），就得到该应力状态下土体的弹性矩阵［D］。显然，随着应力状态发生变化，弹性矩阵也跟着变化。这就是非线性弹性模型区别于线弹性模型最主要之所在。

附录Ⅱ　比奥(Biot，M. A.)三维固结理论简介

比奥（Biot）在 1941 年提出了理论上比较严格的三维渗流固结理论，它将土骨架的变形同孔隙水的渗流结合起来考虑，并且不作固结过程中总应力为常量的假设。

渗流固结作用是指饱和土体在外力作用下引起内部应力变化，从而一部分孔隙水被挤出、土骨架发生变形、土体积产生压密的过程。可以根据静力平衡条件、土的应力应变关系、变形协调条件和孔隙水的渗流连续条件建立反映渗流固结过程的微分方程组。然后，根据实际工程问题的初始条件及边界条件求解，得出渗流固结过程中土体中任意点的孔隙水压力和位移。



附录图Ⅱ-1

1．以位移和孔隙水压力表示的平衡微分方程

考虑土的单元体 $dx\,dy\,dz$（附录图Ⅱ-1）。土体在外力作用下处于平衡状态时，土体中任一单元体上的各应力分量应满足静力平衡条件。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}&=0\\ \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}&=0\\ \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}&=-\gamma\end{aligned}\right\} \qquad (\text{a})$$

式中，各个应力分量及其符号规定见附录图Ⅱ-1，γ 为土体的容重。

根据有效应力原理，总应力 σ＝有效应力 σ'＋孔隙水压力 u，可将式（a）改写成以有效应力 σ'（σ'_x、σ'_y、σ'_z）表示的、以土骨架为自由体的静力平衡方程：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\sigma'_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}+\frac{\partial u}{\partial x}&=0\\ \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma'_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial Z}+\frac{\partial u}{\partial y}&=0\\ \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma'_z}{\partial z}+\frac{\partial u}{\partial z}&=-\gamma\end{aligned}\right\} \qquad (\text{b})$$

假设土为均质弹性体，应力分量与应变分量之间应满足虎克（Hooke）定律：

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma'_x - \nu\left(\sigma'_y + \sigma'_z\right)\right] \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E}\left[\sigma'_y - \nu\left(\sigma'_z + \sigma'_x\right)\right] \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma'_z - \nu\left(\sigma'_x + \sigma'_y\right)\right] \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{G}\tau_{xy} \\
\gamma_{yz} &= \frac{1}{G}\tau_{yz} \\
\gamma_{zx} &= \frac{1}{G}\tau_{zx}
\end{aligned}\right\} \qquad (c)$$

式中，ε_x、ε_y、ε_z 为正应变，γ_{xy}、γ_{yz}、γ_{zx}为剪应变，E 为弹性模量，ν 为泊松比，G 为剪切模量，$G=\dfrac{E}{2\ (1+\nu)}$。

此外，应变分量与位移分量之间应满足几何协调关系：

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_x &= -\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \\
\varepsilon_y &= -\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \\
\varepsilon_z &= -\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \\
\gamma_{xy} &= -\left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right) \\
\gamma_{yz} &= -\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}\right) \\
\gamma_{zx} &= -\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x}\right)
\end{aligned}\right\} \qquad (d)$$

式中，$\bar{u}$、$\bar{v}$、$\bar{w}$ 为 x、y、z 三个方向的位移。在附录图Ⅱ-1 坐标系中，由于固结过程土体受压缩，各方向的位移量均为负值，故式（d）均取负号。

利用式（c）和式（d）所示的关系，可以将式（b）中的有效应力和剪应力全部换成以位移和剪切模量表示，于是式（b）成为：

$$-\frac{G}{1-2\nu}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z \partial y}\right) - G\nabla^2 \bar{u} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad (Ⅱ\text{-}1)$$

$$-\frac{G}{1-2\nu}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z \partial y}\right) - G\nabla^2 \bar{v} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \qquad (Ⅱ\text{-}2)$$

$$-\frac{G}{1-2\nu}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2}\right) - G\nabla^2 \bar{w} + \frac{\partial u}{\partial z} = -\gamma \qquad (Ⅱ\text{-}3)$$

式中，$\nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$。这就是渗流固结过程中满足静力平衡条件、应力应变关系和位移协调条件的三个微分方程式。

2. 以位移和孔隙水压力表示的渗流连续方程

渗流固结过程中还有一个重要的条件必须满足，这就是孔隙水的渗流连续条件。假设土体是完全饱和的，土粒和水都是不可压缩的，dt 时间内流出单元体的水量（附录图Ⅱ-2）

必等于同一时间内单元体的体积变化，亦即：

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}=\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z} \tag{e}$$

式中，ε_v 为体应变，v 为渗流速度（单位时间流经单位截面积的水量）。

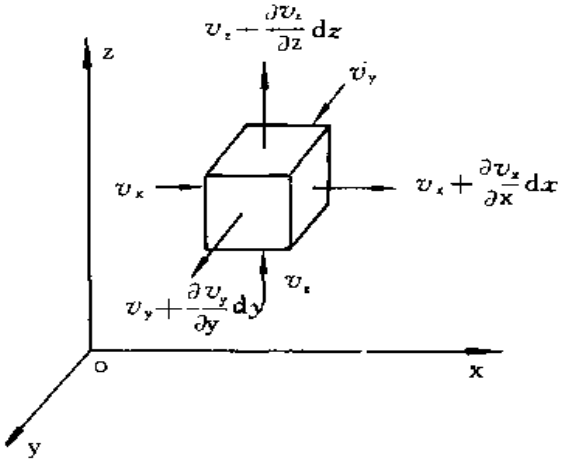
假设达西（Darcy）渗流定律适用于土

$$v_x=-k_x i_x=-\frac{k_x}{\gamma_w}\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$v_y=-k_y i_y=-\frac{k_y}{\gamma_w}\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$v_z=-k_z i_z=-\frac{k_z}{\gamma_w}\frac{\partial u}{\partial z}$$

式中，k 为土的渗透系数，i 为水力梯度，γ_w 为水的容重（也称重度），u 为孔隙水压力，按附录图Ⅱ-2渗流方向，孔隙水压力将随坐标值的增加而减小，故达西定律的右侧取负号。假设土是各向同性的，$k_x=k_y=k_z=k$，则式（e）可写成：



附录图Ⅱ-2

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}=-\frac{k}{\gamma_w}\nabla^2 u \tag{f}$$

已知 $\varepsilon_v=\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z$，利用式（d）得：

$$\varepsilon_v=-\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}+\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right)$$

代入式（f），得：

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}+\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right)=\frac{k}{\gamma_w}\nabla^2 u \tag{Ⅱ-4}$$

这就是以位移和孔隙水压力表示的渗流连续微分方程式。

3. 比奥三维渗流固结方程

将式（Ⅱ-1）、（Ⅱ-2）、（Ⅱ-3）、（Ⅱ-4）组成一起就得到比奥三维渗流固结微分方程组：

$$-\frac{G}{1-2\nu}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y \partial x}+\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z \partial y}\right)-G\nabla^2\ \bar{u}+\frac{\partial u}{\partial x}=0 \tag{Ⅱ-1}$$

$$-\frac{G}{1-2\nu}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x \partial y}+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z \partial y}\right)-G\nabla^2\ \bar{v}+\frac{\partial u}{\partial y}=0 \tag{Ⅱ-2}$$

$$-\frac{G}{1-2\nu}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x \partial z}+\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y \partial z}+\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2}\right)-G\nabla^2\ \bar{w}+\frac{\partial u}{\partial z}=-\gamma \tag{Ⅱ-3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}+\frac{\partial \bar{v}}{\partial y}+\frac{\partial \bar{w}}{\partial z}\right)=\frac{k}{\gamma_w}\nabla^2 u \tag{Ⅱ-4}$$

根据初始条件和边界条件解微分方程组，即可求得四个未知量 $\bar{u}$、$\bar{v}$、$\bar{w}$、u。这样得到的结果满足静力平衡条件、应力应变关系、变形协调条件和孔隙水渗流连续条件，因而是比较严格合理的。

根据式（c），并考虑到 $\sigma'=\sigma-u$，不难得出。

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t}=\frac{1-2\nu}{E}\frac{\partial}{\partial t}(\theta-3u) \tag{Ⅱ-5}$$

将其代入式（f），得：

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{1}{3}\frac{\partial \theta}{\partial t}=C_{v3}\nabla^2 u \tag{Ⅱ-6}$$

$$C_{v3}=\frac{kE}{3\gamma_w(1-2\nu)} \tag{Ⅱ-7}$$

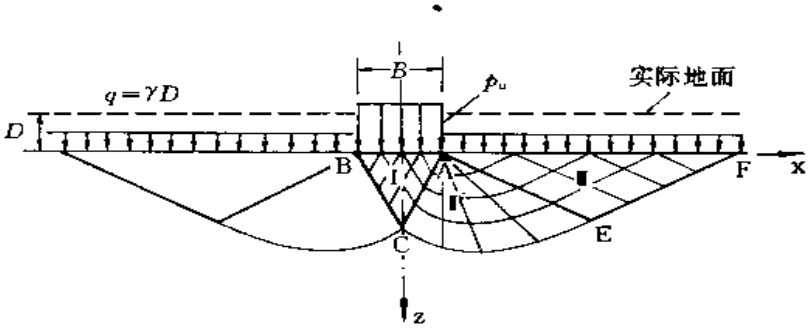
式中，θ 为某一点三个正应力之和，$\theta=\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z$。$C_{v3}$称为三维固结系数。

由式（Ⅱ-6）可以看出，一点的 3 个正应力（总应力）之和 θ 在固结过程中是个变量，不是常量，它并不总是等于恒定外荷在该点引起的 3 个正应力之和。这是因为在三维（以及二维）固结过程中，土的泊松比随着土体变形的进展不断发生变化，引起土体内应力的重分布。

求解比奥微分方程组比较麻烦，只少数几种情况有精确解（如半无限地基表面作用圆形、矩形或条形均布荷载，有限厚地基表面作用圆形或条形均布荷载等），一般只能用有限元法求得近似解。另外一个困难是三维情况下的固结系数 C_{v3}很难测定。因此，比奥理论虽然比较严格合理（实际上也还不够严格，因为它同样假设土为均质弹性体，没能考虑土的非线性应力应变关系和土的剪胀性等），但在实际工程应用中，也并非就是完善无缺的方法。目前国内已有可供实用求解土石坝和地基的应力、变形和孔隙水压力发展过程的比奥方程程序。在这些程序中已比原来的比奥理论提高了一步，即考虑土的非线性应力应变关系，常用的有附录 I 所介绍的 E-B 非线性弹性模型。近年来数值计算方法在岩土工程中的发展很快，使原来很难求解的问题都能通过数值解法得到高精度的解答。读者应注意跟踪这方面的发展。

附录Ⅲ　用特征线法求解无重地基的极限承载力

普朗德尔-瑞斯纳课题求解地基极限承载力 p_u 时作了如下三个基本假定：(1)地基土是容重 $\gamma=0$ 的无重介质；(2) 基础底面光滑，基底压应力垂直于地面；(3) 基底平面当成地基表面，基础两侧，埋置深度以上的土重，当成侧面均布荷载 q，简化后地基表面的荷载分布如附录图Ⅲ-1 所示。



附录图Ⅲ-1

1. 滑裂线上平均主应力 σ_0 和大主应力的方向角 α 关系的推导

根据普朗德尔的第一个假定，第八章中式（8-11）简化为

$$\left.\begin{aligned}(1+\sin\phi\cos2\alpha)\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+\sin\phi\sin2\alpha\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}-2\sigma_0\sin\phi\left(\sin2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial z}-\cos2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial x}\right)=0\\(1-\sin\phi\cos2\alpha)\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}+\sin\phi\sin2\alpha\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+2\sigma_0\sin\phi\left(\sin2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial x}+\cos2\alpha\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right)=0\end{aligned}\right\}\qquad(\text{Ⅲ-1})$$

以 $\sin(\alpha\pm\varepsilon)/\cos\phi$ 乘方程组(Ⅲ-1)中的第一式，以 $\cos(\alpha\pm\varepsilon)/\cos\phi$ 乘(Ⅲ-1)中的第二式，经过整理后，方程组(Ⅲ-1)简化为

$$\left(\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}\mp2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right)\cos(\alpha\mp\varepsilon)+\left(\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}\mp2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\frac{\partial\alpha}{\partial x}\right)\sin(\alpha\mp\varepsilon)=0\qquad(\text{Ⅲ-2})$$

展开式(Ⅲ-2)，得到方程组(Ⅲ-3)：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+\mathrm{tg}(\alpha-\varepsilon)\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}-2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\frac{\partial\alpha}{\partial z}-2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\mathrm{tg}(\alpha-\varepsilon)\frac{\partial\alpha}{\partial x}=0\\\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+\mathrm{tg}(\alpha+\varepsilon)\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}+2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\frac{\partial\alpha}{\partial z}+2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\mathrm{tg}(\alpha+\varepsilon)\frac{\partial\alpha}{\partial x}=0\end{aligned}\right\}\qquad(\text{Ⅲ-3})$$

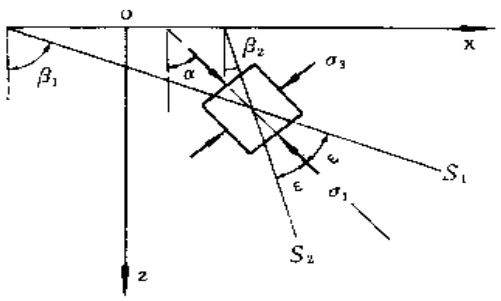
若在 xz 平面内，沿某一连续线段 $z=f(x)$ 上给定 σ_0 和 α 的值，则其增量分别为

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{d}\sigma_0=\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}\mathrm{d}z+\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}\mathrm{d}x\\\mathrm{d}\alpha=\frac{\partial\alpha}{\partial z}\mathrm{d}z+\frac{\partial\alpha}{\partial x}\mathrm{d}x\end{aligned}\right\}\qquad(\text{Ⅲ-4})$$

或

$$\left.\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}z}=\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}\\\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}z}=\frac{\partial\alpha}{\partial z}+\frac{\partial\alpha}{\partial x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}\end{aligned}\right\}\qquad(\text{Ⅲ-5})$$

附录图Ⅲ-2 表示一个土单元在主应力 σ_1、σ_3 作用下处于极限平衡状态。第一组破裂面 S_1 的方向角为 β_1，第二组破裂面 S_2 的方向角为 β_2，大主应力的方向角为 α。在第一组滑裂线 S_1 上，$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}=\mathrm{tg}\beta_2=\mathrm{tg}(\alpha+\varepsilon)$。在第二组滑裂线 S_2 上，$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}=\mathrm{tg}\beta_2=\mathrm{tg}(\alpha-\varepsilon)$。代入式(Ⅲ-5)中，沿第一组滑裂线有：



附录图Ⅲ-2

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}\mathrm{tg}(\alpha+\varepsilon)=\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}z}-\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}\\\frac{\partial\alpha}{\partial x}\mathrm{tg}(\alpha+\varepsilon)=\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}z}-\frac{\partial\alpha}{\partial z}\end{aligned}\right\}\qquad(\text{Ⅲ-6})$$

沿第二组滑裂线有：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_0}{\partial x}\mathrm{tg}(\alpha-\varepsilon)=\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}z}-\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}\\\frac{\partial\alpha}{\partial x}\mathrm{tg}(\alpha-\varepsilon)=\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}z}-\frac{\partial\alpha}{\partial z}\end{aligned}\right\}\qquad(\text{Ⅲ-7})$$

将式(Ⅲ-6)代入式(Ⅲ-3)中的第二式，得

$$\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}z}-\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\frac{\partial\alpha}{\partial z}+2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\left(\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}z}-\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right)=0$$

故

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}z}+2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}z}=0 \qquad (\text{Ⅲ-8})$$

式(Ⅲ-8)表明，在滑裂线上，偏微分方程式(Ⅲ-3)可以简化为常微分方程。这样，方程的求解得以简化。按塑性理论中的滑裂线场理论，滑裂线 也就是特 征线，所以这种解偏微分方程的方法也称为特征线法。

解常微分方程式（Ⅲ-8）

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\sigma_0}=-2\mathrm{tg}\phi\mathrm{d}\alpha$$

$$\ln\sigma_0=-2\mathrm{tg}\phi\cdot\alpha+c$$

$$\sigma_0=C_\alpha e^{-2\alpha\mathrm{tg}\phi} \qquad (\text{Ⅲ-9})$$

同理，将式（Ⅲ-7）代入式（Ⅲ-3）中的第一式，得

$$\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}+\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}z}-\frac{\partial\sigma_0}{\partial z}-2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\frac{\partial\alpha}{\partial z}-2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\left(\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}z}-\frac{\partial\alpha}{\partial z}\right)=0$$

故

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}z}-2\sigma_0\mathrm{tg}\phi\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}z}=0$$

求解第二组滑裂线的 σ_0

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\sigma_0}=2\mathrm{tg}\phi\mathrm{d}\alpha$$

$$\sigma_0=C_\beta e^{2\alpha\mathrm{tg}\phi} \qquad (\text{Ⅲ-10})$$

式（Ⅲ-9）和式（Ⅲ-10）分别代表第一组和第二组滑裂线上，待求函数 σ_0 和 α 的关系。C_α 和 C_β 为常数，其值可根据边界条件确定。根据普朗德尔的简化假定和式（Ⅲ-9）及式（Ⅲ-10），可以通过如下分析，绘制地基的滑裂线网并求出地基的极限承载力 p_u。

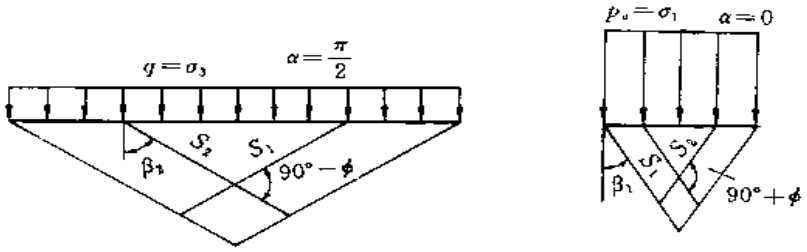
2. 滑裂线网的绘制

附录图Ⅲ-1 表示无重介质地基，在基底压应力作用下达到破坏时，地基中滑裂土体可以分成三个区域，基础底下为Ⅰ区，Ⅰ区土体在基底压力作用下达到塑性破坏，是朗肯主动区，两侧均布荷载 q 下为Ⅲ区。Ⅲ区土体受挤压而达到塑性破坏，是朗肯被动区。中间Ⅱ区为过渡区。

现先分析第Ⅲ区的滑裂线网。在这一区内，土体是被水平挤压而破坏，水平应力大于垂直应力，所以在表面处，有 $q=\sigma_3$，$\alpha=90°$。于是沿第一组滑裂线 S_1，$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}=\mathrm{tg}\beta_1=\mathrm{tg}(\alpha+\varepsilon)$。故，$\beta_1=\frac{\pi}{2}+\varepsilon$，$\varepsilon$ 代表滑裂线与大主应力的交角，即 $\varepsilon=\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$。因此 $\beta_1=\frac{3}{4}\pi-\frac{\phi}{2}$。沿第二组滑裂线 S_2，$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z}=\mathrm{tg}\beta_2=\mathrm{tg}(\alpha-\varepsilon)$。故 $\beta_2=\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}$。若两组滑裂线的交角为 θ，则 $\theta=\frac{\pi}{2}-\phi$。因为是无重介质，$\gamma=0$，应力不随深度变化，故本区内主应力的大小和方向均不变。滑裂线网是由两组直线所组成，如附录图Ⅲ-3a 表示。

再分析第一区的滑裂线网。按基底完全光滑的假定，基底压应力 p 即为大主应力 σ_1。又

因为地基已处于塑性破坏状态，故基底的压应力为极限承载力 p_u，$p_u=\sigma_1$。同时 $\alpha=0°$。沿第一组滑裂线 S_1，$\frac{dx}{dz}=\text{tg}\beta_1=\text{tg}(\alpha+\varepsilon)$，求得 $\beta_1=\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}$。沿第二组滑裂线 S_2，$\frac{dx}{dz}=\text{tg}\beta_2=\text{tg}(\alpha-\beta)=\text{tg}(\pi-\varepsilon)$，得 $\beta_2=\pi-\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}=\frac{3\pi}{4}+\frac{\phi}{2}$。同样，因为是无重介质，本区内应力不变，滑裂线网也是由 β_1 和 β_2 两组直线所构成，其交角 $\theta=\beta_2-\beta_1=\frac{\pi}{2}+\phi$，如附录图 Ⅲ-3b 所示。



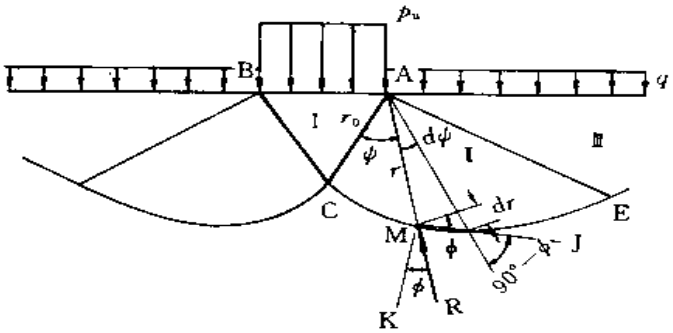
(a)第 Ⅱ 区　　(b)第 Ⅰ 区

附录图 Ⅲ-3

第 Ⅱ 区界于 Ⅰ，Ⅲ 区之间，是过渡区，起连接 Ⅰ，Ⅲ 区的作用，可以推想，这一区的一组滑裂线，必定是从附录图 Ⅲ-1 中极点 A 和 B 发出的射线。另一组滑裂线是连接 Ⅰ，Ⅲ 区滑裂线的曲线，且与第一组滑裂线相交或 $\frac{\pi}{2}+\phi$。进一步分析这组曲线滑裂线的性质，附录图 Ⅲ-4 中$\overset{\frown}{CE}$就是 Ⅱ 区的滑裂线段。在$\overline{CE}$上取任意点 M，其半径为 r，与 Ⅰ 区边界 AC 的夹角为 ψ。过 M 点绘$\overset{\frown}{CE}$的切线$\overline{MJ}$和法线$\overline{MI}$。M 点处的反力 R 与$\overline{MI}$的夹角应是土的内摩擦角 ϕ。$\overline{AM}$和$\overline{MJ}$是两段相交的滑裂线，交角为$\frac{\pi}{2}+\phi$。从图中的几何关系即可看出，反力 R 的方向指向螺线的中心 A 点。今让夹角 ψ 增加一个微量 $d\psi$，相应的半径的增量为 dr。从附录图 Ⅲ-4 中的几何关系有

$$\frac{dr}{rd\psi}=\text{tg}\phi$$

$$\frac{dr}{r}=\text{tg}\phi d\psi$$



附录图 Ⅲ-4

积分得 $$\ln(r)=\psi\mathrm{tg}\phi+C \qquad (\text{Ⅲ-11})$$

当 $\psi=0$ 时，$r=r_0$，故常数 $C=\ln(r_0)$。将 C 值代入式（Ⅲ-11），得

$$\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)=\psi\mathrm{tg}\phi$$

$$e^{\psi\mathrm{tg}\phi}=\frac{r}{r_0}$$

故 $$r=r_0e^{\psi\mathrm{tg}\phi} \qquad (\text{Ⅲ-12})$$

式(Ⅲ-12)表示第Ⅱ区的另一组滑裂线是对数螺线。它与第一组射线滑裂线的交角为 $\frac{\pi}{2}+\phi$。

至此Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ区的滑裂线网均已求出，就可以绘制无重地基中的完整的滑裂线网，如附录图Ⅲ-1所示。

3. 地基的极限荷载 p_u。

地基的极限荷载 p_u 可推求如下。由无粘性土的极限平衡公式 $\sin\phi=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3}$，得 $\sigma_1-\sigma_3=2\sigma_0\sin\phi$，故 $\sigma_3=\sigma_0(1-\sin\phi)$。同样可以推出 $\sigma_1=\sigma_0(1+\sin\phi)$。对于第Ⅲ区，$\sigma_3=q$，$\sigma_0=\frac{q}{1-\sin\phi}$，同时 $\alpha=\frac{\pi}{2}$。将 σ_0 和 α 值代入式（Ⅲ-9），得

$$C_a^{\mathrm{Ⅲ}}=\frac{q}{1-\sin\phi}e^{\pi\mathrm{tg}\phi} \qquad (\text{Ⅲ-13})$$

对于第一区，$\sigma_1=p_u$，$\sigma_0=\frac{p_u}{1+\sin\phi}$，同时 $\alpha=0$。将 σ_0 和 α 值代入式（Ⅲ-9），得

$$C_a^{\mathrm{Ⅰ}}=\frac{p_u}{1+\sin\phi} \qquad (\text{Ⅲ-14})$$

同一根滑裂线上，常数 C_a 应相等，故

$$\frac{q}{1-\sin\phi}\cdot e^{\pi\mathrm{tg}\phi}=\frac{p_u}{1+\sin\phi}$$

$$p_u=q\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}\cdot e^{\pi\mathrm{tg}\phi}$$

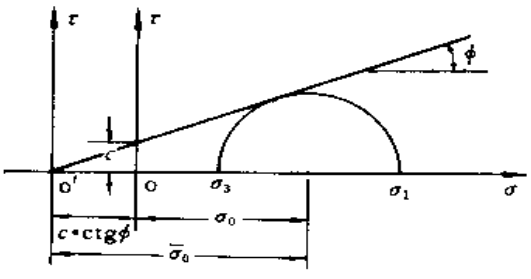
$$=q\mathrm{tg}^2\left(45^\circ+\frac{\phi}{2}\right)e^{\pi\mathrm{tg}\phi}=qN_q \qquad (\text{Ⅲ-15})$$

$$N_q=\mathrm{tg}^2\left(45^\circ+\frac{\phi}{2}\right)e^{\pi\mathrm{tg}\phi} \qquad (\text{Ⅲ-16})$$

N_q 称为承载力系数。式（Ⅲ-15）就是普朗德尔-瑞斯纳课题无粘性土地基的极限承载力理论公式。

如果地基是粘性土，$c\neq0$，可以按下述方法求无重地基的极限承载力。如附录图Ⅲ-5。将破坏包线延伸至与 σ 轴交于 O′ 点。以 O′ 点作为新坐标的原点。对于新坐标，σ 值均变为 $\bar{\sigma}=\sigma+c\cdot\mathrm{ctg}\phi$。按极限平衡公式

$$\sin\phi=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3+2c\cdot\mathrm{ctg}\phi}$$



附录图Ⅲ-5

$$(\sigma_1+\sigma_3+2c\cdot\mathrm{ctg}\phi)\sin\phi=\sigma_1+\sigma_3+2c\cdot\mathrm{ctg}\phi-2(\sigma_3+c\cdot\mathrm{ctg}\phi)$$

因为 $$\bar{\sigma}_0=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3+2c\cdot\mathrm{ctg}\phi)$$

故 $$\sigma_3+c\cdot\mathrm{ctg}\phi=\bar{\sigma}_0(1-\sin\phi)$$

又因为 $\sigma_3=q$，故 $\bar{\sigma}_0=\dfrac{q+c\cdot\mathrm{ctg}\phi}{1-\sin\phi}$

对于Ⅰ区，$\sigma_1=p_u$，用同一种方法，可以推导出

$$\bar{\sigma}_0=\frac{p_u+c\cdot\mathrm{ctg}\phi}{1+\sin\phi} \tag{Ⅲ-17}$$

利用公式（Ⅲ-9），当 $\sigma_3=q$ 时，$\alpha=\dfrac{\pi}{2}$，得

$$\bar{\sigma}_0=C_a^{\mathrm{Ⅱ}}\cdot e^{-\pi\mathrm{tg}\phi}=\frac{q+c\cdot\mathrm{ctg}\phi}{1-\sin\phi}$$

故 $$C_a^{\mathrm{Ⅱ}}=\frac{q+c\cdot\mathrm{ctg}\phi}{1-\sin\phi}e^{\pi\mathrm{tg}\phi} \tag{Ⅲ-18}$$

当，$\sigma_1=p_u$ 时，$\alpha=0$，则

$$\bar{\sigma}_0=C_a^{\mathrm{Ⅰ}}=\frac{p_u+c\cdot\mathrm{ctg}\phi}{1+\sin\phi} \tag{Ⅲ-19}$$

在同一根滑裂线上，第三区的常数 $C_a^{\mathrm{Ⅱ}}$ 与第一区的常数 $C_a^{\mathrm{Ⅰ}}$ 应该相等，则

$$\frac{q+c\cdot\mathrm{ctg}\phi}{1-\sin\phi}\cdot e^{\pi\mathrm{tg}\phi}=\frac{p_u+c\cdot\mathrm{ctg}\phi}{1+\sin\phi} \tag{Ⅲ-20}$$

整理后得到极限承载力 p_u 的表达式

$$\begin{aligned}p_u&=q\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}e^{\pi\mathrm{tg}\phi}+c\cdot\mathrm{ctg}\phi\left(\frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}e^{\pi\mathrm{tg}\phi}-1\right)\\&=q\mathrm{tg}^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right)e^{\pi\mathrm{tg}\phi}+c\cdot\mathrm{ctg}\phi\left[\mathrm{tg}^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right)e^{\pi\mathrm{tg}\phi}-1\right]\\&=qN_q+cN_c\end{aligned} \tag{Ⅲ-21}$$

这就是普朗特尔-瑞斯纳无重粘性土地基的极限承载力表达式。式中 N_q 和 N_c 都称为承载力系数。显然

$$N_c=(N_q-1)\mathrm{ctg}\phi \tag{Ⅲ-22}$$

式（Ⅲ-21）表明，对于无重地基，滑动土体没有重量，不产生抗力。地基的极限荷载由边侧荷载 q 和滑裂面上粘聚力 c 产生的抗力所构成。承载力系数 N_c 和 N_q 都是内摩擦角 ϕ 的函数。可按式（Ⅲ-16）和式（Ⅲ-22）计算。

主要参考节目

1 华东水利学院土力学教研室，土工原理与计算，1979 年，水利出版社。
2 黄文熙等，土的工程性质，1983 年，水利电力出版社。
3 黄熙龄、秦宝玖，地基基础的设计与计算。1981，中国建筑工业出版社。
4 陈仲颐，叶书麟，基础工程学，1990，中国建筑工业出版社。
5 中华人民共和国国家标准，建筑地基基础设计规范，GBJ 7-89，1989，中国建筑工业出版社。
6 中华人民共和国国家标准，建筑抗震设计规范，GBJ 11-89，1989，中国建筑工业出版社。
7 K. 太沙基，理论土力学，1960 年译，中国地质出版社。
8 C. R. 斯科特，土力学及地基工程，1983 年译，水利电力出版社。
9 J. E. 波勒斯，基础工程分析与设计，1987 年译，中国建筑工业出版社。
10 S. 普拉卡什，土动力学，1984 年译，水利电力出版社。
11 Tien Hsing Wu，Soil Mechanics，(Second Edition)，1977.
12 R. F. Craig，Soil Mechanics (Third Edition) 1983.
13 Robert D. Holtz & Willian D. Kovacs，An Introduction to Geotechnical Engineering，1981.
14 George B. Sowers，and George F. Sowers，Introductory Soil Mechanics and Foundations，(Third Edition)，1970.
15 T. Willian Lambe，Robert V. Whitman，Soil Mechanics (Si Version)，1979.
16 Braja M，Das，Principles of Geotechnical Engineering，(Second Edition) 1990.
17 Joseph E. Bowles，Physical and Geotechnical Properties of Soils，(Second Edition) 1984.
18 Н. А. Цытович，Механика Грунтов，1979。
19 Б. И. Далматов，Механика Грунтов，Основания и Фундаменты，1988。
20 Н. Д. Красников，Сейсмостойкость Гидротехнических Сооружений из Грунтовых Материалов，1981。