

# 分形奇异(特征)值分解方法与地球物理和地球化学异常重建

李庆谋<sup>1</sup>, 成秋明<sup>1,2</sup>

1. 加拿大约克大学地球和大气科学系, 多伦多, 加拿大 M3J1P3

2. 中国地质大学地球系统和矿产资源实验室, 湖北武汉 430074

**摘要:** 地球物理和地球化学异常是找矿的重要依据。地球物理和地球化学异常取决于地层、构造在成矿时间上的多样性与空间上排列、叠置的复杂性。地层、构造因素是构造、岩浆、沉积与成矿地球化学等多种动力学过程的综合反映。这些岩石和构造的因素以及动力过程相互渗透和影响决定了最终地质、地球物理与地球化学场。本文提出的在 GIS 环境下实现的分形奇异值分解(MSVD)异常重建方法, 不仅可以提取地球物理和地球化学等异常, 而且能够进一步刻画其中的线性和环状构造、细微的局部纹理结构特征。该方法首先对地球物理和地球化学等网格数据进行二维矩阵的奇异值分解, 之后用左特征向量矩阵与右特征向量矩阵的直积构造一个正交完备基。地球物理和地球化学二维数据可以投影到该正交基上, 其投影系数是矩阵的奇异值。在该正交完备空间的某些子空间上对地球物理和地球化学等数据进行滤波。为了选择子空间, 本文定义了上述正交完备基中的能谱密度、能谱半径(或尺度)与能量测度。在此基础上与空间域及频率域类比, 探讨了能量测度与能谱密度呈现分形(fractal 和 bifractal)规律。利用分形关系的间断点, 设计分形奇异值重建算子, 实现对地球物理和地球化学异常的分解。以加拿大 Nova Scotia 南部布格重力异常与 As 地球化学异常为例, 采用 MSVD 方法分解 Au、Wu - Sn - U 等已知矿有关的地球化学异常。发现重建异常能很好地用于解释已知矿点的分布规律。重建的地球化学异常显现了地球化学中的线状和环状异常; 重建的布格重力异常有效勾勒出原图中不易发现的纹理结构, 这些纹理结构可以合理地解释已知矿点在侵入岩体内及其周围的分布规律。应用实例表明, 该方法不仅可以从起因复杂的异常中区分出背景、异常场, 还可以识别代表了成矿源岩、流体、运移通道、赋存空间等异常因素引起的纹理、结构与构造特征。同时实现了 GIS 环境下交互可视化的 MSVD 处理与解释系统, 增强了地质异常定量分析的实用性与可操作性。

**关键词:** 异常重建; 分形奇异值分解; 分形奇异值分解图解; 地理信息系统。

中图分类号: P628

文章编号: 1000 - 2383(2004)01 - 0109 - 10

收稿日期: 2003 - 07 - 30

## Fractal Singular-Value (Eigen-Value) Decomposition Method for Geophysical and Geochemical Anomaly Reconstruction

LI Qing-mou<sup>1</sup>, CHEN G Qiu-ming<sup>1,2</sup>

1. Department of Earth & Atmospheric Science, York University, Toronto, M3J1 P3, Canada

2. Laboratory of Earth Systems and Mineral Resources, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China

**Abstract:** Geochemical and geophysical anomalies are originated from geological processes. These processes involve a great deal of complexity temporally and spatially. It is critical to improve the current anomaly extraction methods from the standpoint of the association of geophysical and geochemical anomalies for mineral exploration. The fractal singular-value-decomposition (MSVD) in GIS environment developed in this study is demonstrated superb in extracting linear and circular geophysical and geochemical anomalies as well as the detailed structural and textural information from 2D geochemical and geophysical maps. The MSVD method constructs a self-contained orthogonal basis using the outer product of left and right eigenvector matrixes decomposed from 2D geochemical or geophysical maps. A power-law relationship based on fractal theory has been suggested to associate the spectrum

**基金项目:** 国家“863”计划课题(No. 2002AA135090); OMET 基金项目。

**作者简介:** 李庆谋(1965 - ), 男, 教授, 1994年毕业于中国地质大学(北京)能源地质系, 获博士学位, 现在加拿大约克大学作博士后研究。

E-mail: qingmou@yorku.ca, qiuming@yorku.ca

density and spectrum radius (or spectrum scale) defined in the paper. Multiple power-law relationships observed between the spectrum density and spectrum radius can help to group singular values and their corresponding eigenvectors. Each of these groups can be used to reconstruct the geophysical and geochemical maps to reflect decomposed components. The component reconstructed with relative large singular values may correspond to background and those obtained with relatively small singular values may represent anomalies. This method has been demonstrated using datasets from Nova Scotia, Canada. The results obtained for As and other elements from lake sediment samples, gravity anomalies and airborne magnetic anomalies have shown that the power-law relationship might exist between spectrum density and spectrum radius. Several different exponents are observed from the datasets which can be based to separate the anomalies from background.

**Key words:** anomaly reconstruction; fractal SVD (MSVD); MSVD plot; GIS.

## 0 引言

在找矿实践中,定量地提取、对比、分析、归纳和总结地球物理、地球化学异常有其理论与实践意义(赵鹏大,2002),是将地质异常理论用于找矿实践并使其量化和具可操作性的关键。

因为地球化学元素对矿床的直接指示作用,地球化学异常的提取一直且将继续在地质勘探、异常评价中发挥重要作用。地球化学异常的识别与提取也一直是地球化学勘探的主要目标(Grunsky, 1997; Grunsky and Smee, 1999; Harris *et al.*, 1999; Cheng *et al.*, 1994)。已经使用多年的直方图、Q-Q图、概率图和方形图(box-plot)等可以用于确定异常的阈值并提取地球化学异常(Stanley and Sinclair, 1987; Kurzl, 1988; Sinclair, 1991; Cheng *et al.*, 1996; Garret, 1989)。这些异常提取的方法没有利用地球化学中的空间相关关系。以利用半变异函数等为代表的空间分析也可以用以区分地球化学异常(Govtt *et al.*, 1975; Cheng *et al.*, 1994, 1999; Panahi *et al.*, 2003)。更进一步,可以根据地球化学的尺度独立性(scale invariance)将地球化学场分解并确定异常(成秋明,2001);也可以将空间变化与几何变化相结合,判断地球化学区域变化与局部变化的阈值,从而进行地球化学异常分离(Cheng, 1999; Goncalves *et al.*, 2001)。

地球物理位场处理中也通过局部曲面拟合、最小曲率样条曲面(Mickus *et al.*, 1991; Wang *et al.*, 1997)、空间域与频率域滤波(Pawlowski and Hamsen, 1990; Maus and Dimiri, 1996; Maurizio *et al.*, 1997)、正反演(Sharma *et al.*, 1999; Schwartz and Broome, 1994)或结合各种地质特征更为综合性地提取布格异常(Weiland, 1989)等方法提取分析地球物理异常。

虽然频率域滤波方法是一种有效的异常分离方法,但如何确定滤波器的(振幅谱)形状、截止频率,甚至其相位谱的取舍一直是频率域滤波中的难点。Maurizio *et al.* (1997)曾经利用地球物理磁场强度随磁性体埋深变化呈现的指数关系确定磁性体的埋深。20世纪70年代随着计算机广泛普及,广泛开展的位场频率域延拓、水平、垂直与任意方向导数、布格重力异常与磁场强度的相互转换(Mesco, 1966; Bhattacharyya, 1966; Zurflueh, 1967; Fedi *et al.*, 1997; Li and Oldenberg, 1998)等都可以作为广义的频率域异常提取的经典实例。甚至,同时期开展的以加强、归位微弱反射为目的的频率域地震偏移成像(Gray *et al.*, 2001)也可以认为是广义的异常重建、增强方法。

功率谱的尺度不变性(scale invariance)和功率谱的异向尺度不变性(anisotropic scale invariance)分形规律的发现为解决上述难题提供了有效途径(Cheng, 1999; 成秋明, 2000; Cheng and Li, 2002)。这一特性导致了频率域分形滤波器的设计(Cheng *et al.*, 1999, 2001)并且已经成功地用于地球化学异常的分离(Cheng, 1995; Cheng *et al.*, 1999, 2001; Xu and Cheng, 2001)。

由于以下的诸多原因,在频率域处理中,截断误差与边界效应是普遍存在的(Li, 1996; 李庆谋和刘少华, 2000; Li and Cheng, 2001): (1)任何小范围内测量的地球物理和地球化学场,或内部存在缺失数据的情况均将产生截断误差; (2)功率谱估计要求地球物理和地球化学场具有二阶平稳性(second order stationary)或起码二阶弱平稳(weak stationary)。不完全满足条件的物理化学场也将产生功率谱估计误差(Thomson, 1982; Li, 1996; 李庆谋和刘少华, 2000; Klaus and Hentschel, 2002); (3)频率域滤波器设计中,虽然可以对功率谱截断处进行光滑处理,但是,对于非规则形状的滤波器(Cheng *et al.*, 1999;

Xu and Cheng, 2001) 进行抛光处理将比较困难。

付氏变换的基空间是由相对光滑的正弦和余弦函数系组成的。这些函数系的任意次导数仍然是正弦或余弦函数(或仅有一个相位的变化),或者说仅在正弦与余弦函数系之间相互变换。正弦、余弦函数非常光滑平坦,没有明显的变化边界。这决定了基于 Fourier 变换的频率域处理方法对地球科学中广为存在的离散的点状、线状、环状构造特征不敏感,而这些特征常常对找矿具有特别的意义(Bonham-Carter *et al.*, 1985)。识别这些特点的异常往往要求高密度的空间数据。

本文提出的建立在分形与奇异值分解基础上的地质异常分解方法,从一定程度上可克服基于付氏变换方法的不足,能够较有效地提取地球物理和地球化学异常的线性、局部纹理结构和构造特征,而这些线性、局部纹理、构造与金矿等矿产的分布密切相关。

奇异值分解方法已经用于医学图像处理。如核磁共振成像(MRI)、X 射线层析成像(CAT-scan)、正电子辐射影像(PET)、光子(正演模拟)合成成像(SPECT)和用于重建组织、血流与骨骼图像的超声成像(William *et al.*, 2002; Maintz and Viergever, 1998)等等。奇异值分解也广泛用于基因排列图像中基因模式的研究(Alter *et al.*, 2000; Holter *et al.*, 2001)。

奇异值分解在地球物理研究中的应用更为广泛。奇异值分解可用于地震剖面的压缩、增强(Vasco, 1991; Cagnoli and Ulrych, 2001)、垂直地震剖面中弱信号的提取(Freire and Ulrych, 1988)、探地雷达弱信号的增强(Michelena, 1993)以及重磁及电磁勘探的正反演问题(Groom and Bailey, 1991)。奇异值分解还用于井间层析成像(Michelena, 1993)、地震反演问题中的误差分析(Chang *et al.*, 1999)、分辨率控制(Lebrun *et al.*, 2001)和多分量各向异性地震极化滤波(De and Musacchio, 2001)等等。

在这些与奇异值分解有关的研究与应用中,一个关键而没有完全解决的问题是如何定量估计奇异值在所解问题中的权重。

奇异值分解后,左、右特征向量矩阵的直积构成了正交完备基,原始矩阵的能量在这个正交基中的分形分布为异常的重建提供了关键线索。为了定量研究能量分布,首先需要定义在所构造的正交完备空间中的能谱密度半径(或能谱密度尺度)和能量测

度。这样定义的能量测度与能谱密度半径有可能会呈现分形规律。在此基础之上,利用最小平方意义下的最优分割算法,在双对数坐标系下,交互地对能量测度随能谱密度尺度变化的序列进行分割图解(称为分形奇异值图解,MSVD plot)。在 MSVD plot 的帮助下,可以迅速、方便地选择奇异值及其对应的子空间,进行分形奇异值分解后场的重建。

在 GIS 环境下,可以迅速比较分形奇异值分解重建结果与其他相关地质现象的关系,进行地质解释。分形奇异值分解方法可以作为基于 GIS 的空间处理与分析方法。由于奇异值分解过程需要求解二维矩阵的全部特征值与特征向量,只是在近年随着计算机计算能力的巨大进步,这种巨大的计算量才得以在微型计算机上实现。Cagnoli and Ulrych (2001)在 MATLAB 环境下,用 M 宏语言实现了对地震反射剖面 and 探地雷达(GPR)剖面中弱信号的提取和加强。

## 1 奇异值分解以及能量分形规律

### 1.1 奇异值分解与正交完备基

地球物理和地球化学等二维地学数据均可看作二维矩阵  $A(m, n)$ 。根据代数理论,  $A(m, n)$  可以分解为左特征向量矩阵、中间奇异值(特征值)对角矩阵和右特征向量矩阵(Ramachandra and Bhimasankaram, 2000)。设  $A(m, n)$  的秩为  $r$ , 则  $r = \min(m, n)$  (如果  $r = \min(m, n)$ , 则矩阵  $A$  是满秩的), 矩阵  $A(m, n)$  的奇异值分解形式为

$$A_{m \times n} = U_{m \times r} \Lambda_{r \times r} V_{n \times r}^T \quad (1)$$

上式中,  $U_{m \times r}$  是左特征向量矩阵,  $V_{n \times r}^T$  是右特征向量矩阵的转置矩阵,  $\Lambda = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_r})$  是奇异值对角矩阵。奇异值的平方是特征值, 如果用  $SV$  代表奇异值,  $\lambda$  代表特征值, 则有如下关系

$$SV_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (2)$$

矩阵的迹等于这些奇异值的平方和

$$\text{trace}(A(m, n)) = \sum_{i=1}^r \lambda_i \quad (3)$$

如果将  $U$  和  $V$  写成  $U = (U_1 \dots U_r)$  与  $V = (V_1 \dots V_r)$ 。  $U$  和  $V$  的直积(outerproduct)张成子空间

$$(k) = U_k \odot V_k^T \quad (4)$$

所有  $(k) (1 \leq k \leq r)$  构成  $A(m, n)$  的一个正交完备

基

$$= \sum_{k=1, r}^r SV_k \cdot (k).$$

方程(1)又可以表示为

$$A(i, j) = \sum_{k=1}^r SV_k \cdot (k). \quad (5)$$

(5)式意味着,在空间中,矩阵  $A(m, n)$  可以被完全重建.如果选择部分奇异值,可以重建含有部分信息(能量)的场.这正是奇异值分解重建异常的作法.但是,怎样选取奇异值,选取什么样的奇异值及其对应的子空间往往是依据经验而定(Cagnoli and Ulrych, 2001).本文试图通过研究空间中能量的分布,利用能量的分形特性给出定量选取奇异值及其对应的子空间的标准,用于重建原始场,以便提取地质异常.

## 1.2 能量分形分布

本文通过奇异值分解与 Fourier 变换的对比,引入在利用奇异值分解所构造的子空间中能量的概念.设  $f(x)$  函数的 Fourier 变换为  $F(f)$

$$F(f) = \sum_{k=-n}^n a_k \cos(2kf) + i b_k \sin(2kf). \quad (6)$$

方程(6)中频率  $k$  处的能量密度为

$$P_f(k) = a_k^2 + b_k^2. \quad (7)$$

对比方程(5)、(6)和方程(7),可以认为原始矩阵投影到第  $k$  个奇异值对应的子空间上的能量密度为奇异值的平方,等于矩阵的第  $k$  个特征值.

$$ED_k = SV_k^2. \quad (8)$$

方程(8)中  $ED_k$  代表矩阵  $A$  在第  $k$  个奇异值处的能量密度,其意义类似于 Fourier 变换中的周期(频率倒数).故可将这一能量密度称为能谱半径.那么,由最小奇异值到第  $k$  个奇异值所对应的子空间的总能量可以表示为(求和区间见图 1b)

$$E(SV_k / SV_{\frac{1}{k}}) = \sum_{i=k}^r SV_i^2. \quad (9)$$

这样,一个能谱半径内对应一个能量.也可以表述为在一定的能谱尺度下,能得到一个能量的测度.对秩为  $r$  的矩阵,可以得到长度为  $r$  的能量测度随能谱尺度变化的序列对.与 Fourier 变换中的能谱与频率的关系相类比,这样定义的尺度与能量测度之间可能具有分形规律(图 1a).如果具有分形规律,能量测度随度量尺度变化将呈指数规律(Manderbrot, 1983; Donald, 1997; Pecknold *et al.*,

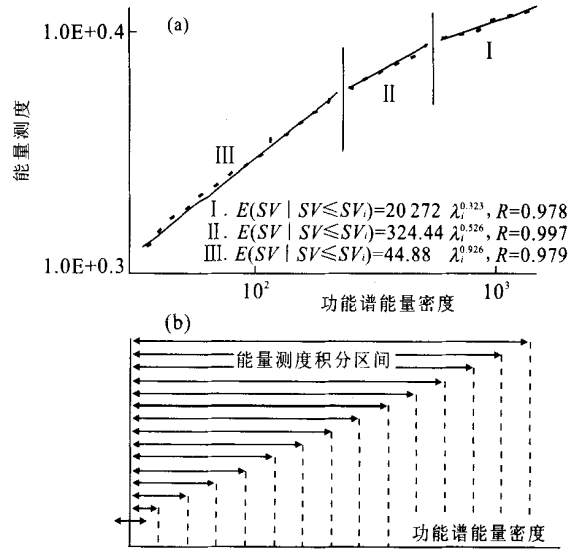


图 1 奇异值分解能量测度定义(a)以及  $AS$  的分形奇异值分解图解(b)

Fig. 1 Definition of accumulated energy (b) and MSVD plot (a)

1997; Pilkington, 1995; Kavin, 1992; Lewis *et al.*, 1999):

$$E(SV_k) = k. \quad (10)$$

方程(10)在双对数坐标系中对应一条以  $k$  为斜率的直线.通常在不同的尺度范围内方程(10)会具有不同的指数值或在双对数坐标系中对应多条斜率不同的直线段(图 1a).

## 1.3 分形奇异值图解(MSVD plot)

如图 1a 和图 2 所示,以上述定义的能谱密度为  $X$  坐标,以能量测度为  $Y$  坐标在双对数坐标系中绘制能量测度与尺度序列.在这个图形中,用方差最小(LS)最优分割方法,在人机交互帮助下进行能量测度最优分割图解,称为分形奇异值图解(MSVD plot):在分形奇异值图解中,如果能量测度与能谱密度呈单一分形关系,则能量测度与能谱密度呈简单的直线关系;如果能量测度与能量尺度在不同的尺度范围内呈不同的分形关系,则能量测度与能谱密度呈多个直线关系.

用最小均方差(LS)拟合多段直线,使总误差平方和最小.图 1a, 2 是地球化学、地球物理场的能量测度与能谱尺度在双对数坐标中的最优线性分割,同时,可以依据经验进行人机交互调整.各个直线段的端点称为能量测度分布拐点(break).用这些拐点可以选取相应的奇异值以及对应的子空间,并进行部分重建地球物理和地球化学异常.

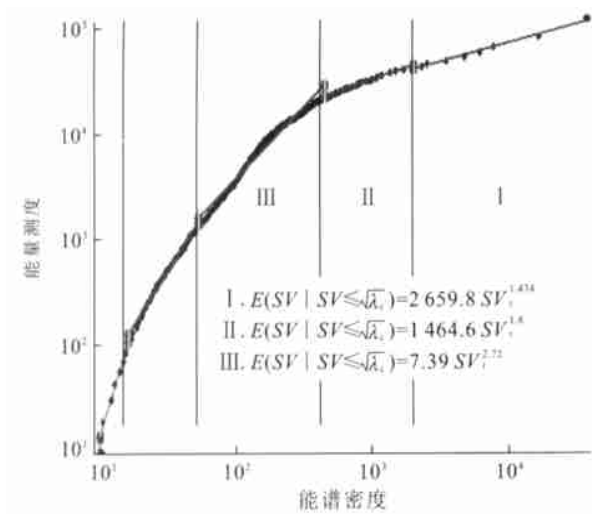


图 2 布格重力异常分形奇异值分解图解  
Fig. 2 MSVD plot of Bouguer anomaly

通过对 Nova Scotia 地区的布格重力异常、航空磁场强度、航空放射性 U、Th、K 和 Au、Sb、W、Sn 等湖相沉积物地球化学场的试验表明,这样定义的能量测度与尺度关系式(10)具有普遍的多段分形关系.

2 研究实例

2.1 研究区简介

试验研究区位于加拿大 Nova Scotia 省西南部

(图 3a),面积大约 25 000 km<sup>2</sup>(图 3b). 区内出露古生代浅变质碎屑沉积岩和晚期花岗质杂岩(图 3b). 古生代浅变质沉积地层受到了强烈的北东向褶皱作用,形成了一系列北东走向分布且相互平行的褶皱构造. 北西向构造以断裂为主要特征,区内发现多处热液型金矿床(Au)和钨-锡-铀矿床. 金矿床和矿点主要分布在花岗杂岩体外一定的范围内,而钨-锡-铀矿化主要发生在花岗杂岩体内部(Bonham-Carter *et al.*, 1988, 1991; Bonham-Carter, 1994; Xu and Cheng, 2001). 这些矿床的分布均受侵入岩体、褶皱构造、断裂构造的明显控制;金矿化和钨-锡-铀矿化有关的蚀变还分别受沉积岩岩相变化和花岗杂岩体内部岩相变化的影响. 局部的控矿岩相和构造作用往往会造成与矿化有关元素在岩石以及地表介质中呈现与岩相、构造相关的纹理结构变化.

2.2 地球物理、地球化学数据处理

应用 Kriging 方法在 ArcInfo 环境下对 1 948 个地表湖泊沉积物样品中砷(As)等元素进行插值,形成了 220 m × 220 m 的网格图. 布格重力异常及其 U-Th-K 放射性测量图分辨率为 1 km × 1 km. 对网格重力异常进行奇异值分解,共得到 205 个非零奇异值. 在这样分解的基础之上,生成了 205 个特征子空间(构成一个正交完备基). 其中的第 1(SV1)、第4(SV4)、第10(SV10)和第30(SV30)个奇异值以

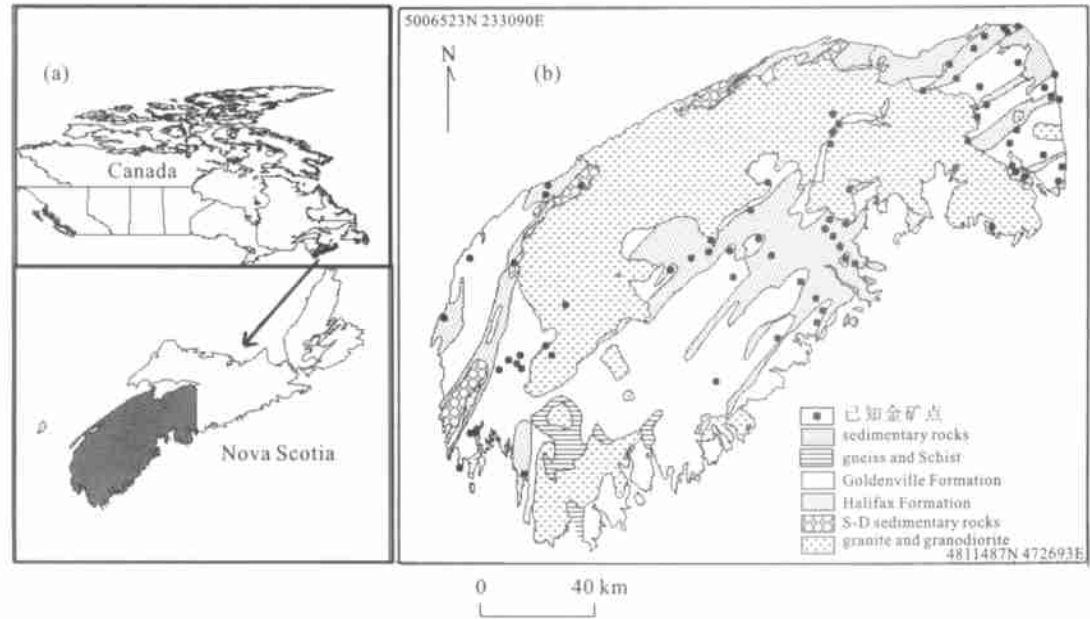


图 3 研究区位置、岩性单元和矿点分布

Fig. 3 Location of study area, simplified lithology units and locations of the known mineral deposits and mineral occurrences (Xu, 2001)

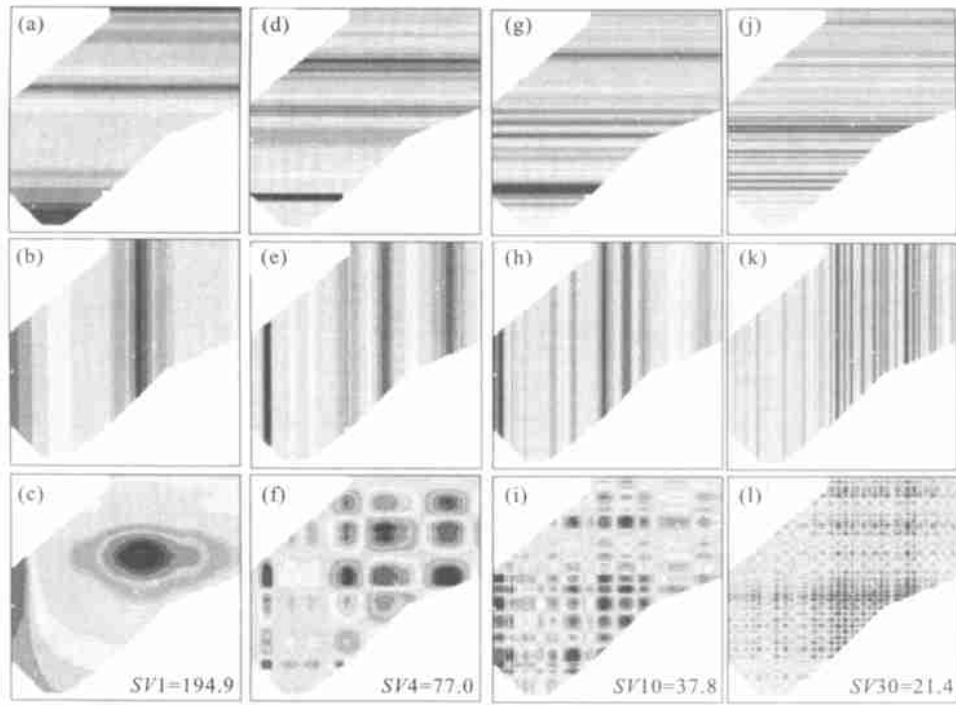


图 4 布格重力异常的部分奇异值、特征向量与正交子空间(原始布格异常见图 7a)

Fig. 4 Some singular values , eigenvectors and orthogonal subspaces of Bouguer anomaly (Fig. 7a) for the original Bouguer anomaly

及所对应的特征向量和特征子空间示于图 4 中. 图 4 中第 1 行是左特征向量, 第 2 行是右特征向量, 第 3 行是所标奇异值对应的子空间. 随奇异值的减小, 子空间的频率迅速增加. 大的奇异值对应低频成分, 小的奇异值对应高频成分, 而信号的能量大部分集中在大的奇异值所对应的低频子空间中(图 5a). 应注意的是, 该图的纵坐标是对数坐标. 前几个奇异值已经代表了信号中绝大部分能量. 图 5b 表示积分能量, 前 80 个奇异值已经拥有了总能量的 93 %. 大奇异值所对应的信号占总信号的大部分能量. 较大奇异值描述场中的长周期变化或背景变化. 相对较小的奇异值只占少部分能量, 描述信号的高频、局部变化或异常场.

湖泊沉积物砷元素分布不仅与金矿化关系密切, 并且与该区的地方病有极大的关系 (Xu and Cheng, 2001). 对 As 元素含量地球化学测量的分形奇异值分解图解可分为 3 段 (图 1a) (其回归方程和相关系数  $R$  标在图中). 结果表明能量测度与能谱密度呈多个直线关系.

另外, 分别对航空磁场强度、航空放射性 (U、Th、K)、湖泊沉积物中 Au、Sb、Sn 等元素分别作了分形奇异值分解图解. 这些结果都表现了能量测度

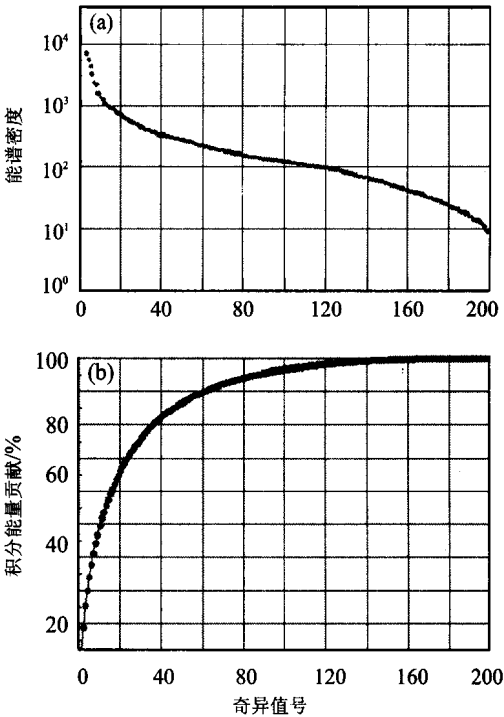


图 5 地球化学 As 元素奇异值分解积分能量贡献 (a) 与能量密度 (b) 随奇异值的变化

Fig. 5 Accumulated energy (a) and energy spectrum density (b) of As versus the number of singular-value number

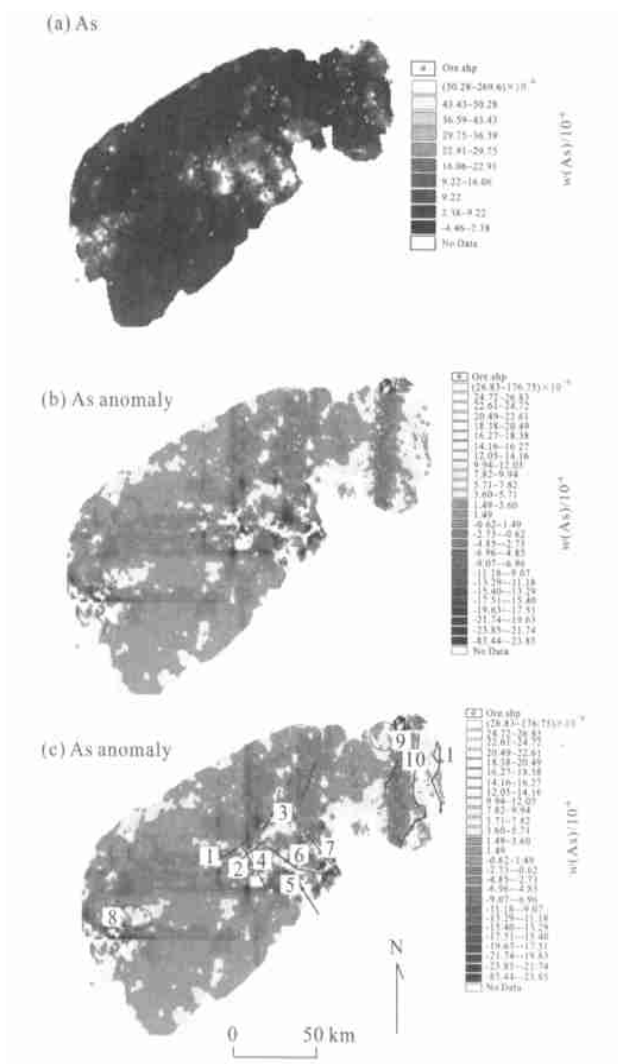


图 6 As 地球化学图(对数变换) (a)、As 异常图(b)以及解释(c)

Fig. 6 log-transformed As concentration map (a), MSVD anomaly (b) and interpretation (c)

与能谱密度之间的多尺度分形特征.

2.3 异常分析

图 6a 是 As 的地球化学图. 图 6b 是用图 1a 中第 1 段中的奇异值及其对应的子空间重建的 As 异常图. 图 6c 是解释图.

图 6c 中标示 1 区异常较图 6a 中的原生晕异常明显缩小了范围,并能很好地解释已知的几个金矿点. 异常带 2 也有类似的反映. 线状异常 10,11 是所围面状异常的边缘,能很好地解释这些金矿点沿 As 异常边缘带分布的规律. 图 6c 中线状的 1~7 条带与原生晕(图 6a)对比有了极大的细化,反应构造变化更明显、清楚. 1~3 显然是全区北东-南西向构造褶皱的结果. 4~7 是局部北西-南东构造活动的

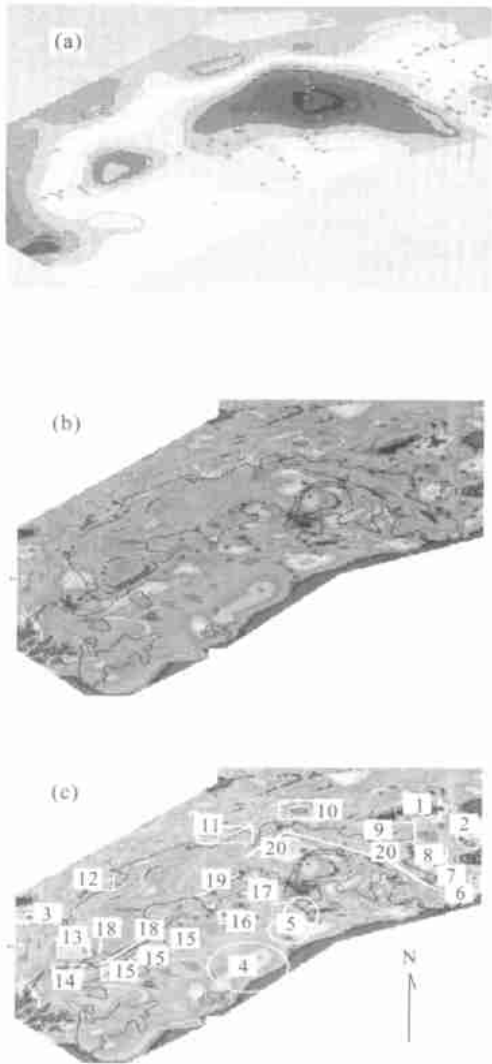


图 7 布格重力异常图(a)、MSVD 重建结果(b)以及解释(c)

Fig. 7 Bouguer anomaly (a), MSVD reconstructed map (b) and interpretation (c)

反映,它们控制了该局部地区的成矿作用. 线 6 的拐弯趋势非常特别,反映全区北东-南西褶皱构造与局部北西-南东构造对 As 分布的综合影响结果.

图 7a 是研究区的布格重力异常与已知矿点的叠合图. 图 7b 是用图 2 中第 1 段奇异值与对应的子空间重建的异常场,将岩性地层边界叠加在其上. 图 7c 是解释结果.

图 7a 中布格重力异常平坦宽缓,与已知矿点无法有效对应. 图 7b 的分形奇异值分解重建结果给出了丰富的异常信息. 图 7c 标示 1~5 处于沉积变质岩区,强烈的北东-南西向构造作用控制了成矿过程,这一结构在图 7a 中没有反映. 标示 6~17 是岩

浆侵入岩体与围岩(沉积变质岩)接触带,主要发育 Au 矿床。分形奇异值重建的异常给出了侵入岩周围详细的结构变化线条。从这个实例来看,在侵入岩体拐弯、分叉与变化复杂的地方,侵入岩与围岩有更大的接触面积,提供了更多的热液活动成矿机会。这些线状、小面状异常纹理并不完全与侵入体的露头吻合,可能反映隐伏侵入体或岩体分支。

图 7c 反映了岩体内部由于岩相相变、热液活动、构造变化等造成的纹理结构(标示 18~20),同时较好地刻画了分布在岩体内部的 Sn-W-U 矿床分布规律(Xu and Cheng, 2001)。

### 3 讨论

起因复杂的成矿作用在时间上具有多期次、空间上呈渐变、穿插、叠合复杂性的特征。所产生的地质、地球物理和地球化学异常极其复杂。从什么角度(如分布密度、几何形状、能量密度结构等),在什么空间(可以是重构的正交空间,如本文)观察这些地质现象,决定了能否抓住异常形成过程中固有的、起主要决定作用的因素,并进而与找矿联系起来。本文就是在这样的总体思路下,尝试了用奇异值(特征值)分解及其能量分形特征选择子空间分解异常。对研究区内的地球物理和地球化学异常的分解结果表明,该方法能较好地刻画二维场内部的异常纹理结构特征。

致谢:感谢徐亚光博士对使用 Nova Scotia 地区的地质、地球物理与地球化学数据所提供的帮助。本文的研究得到了加拿大 NSERC (Natural Sciences and Engineering Research Council) 基金和 OMET (AT: <http://laurentian.ca/geology/OMET/>) 基金的部分资助。

### References

- Alter, O., Brown, P. O., Boststein, D., 2000. Singular value decomposition for genome-wide expression processing and modeling. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 97:10101 - 10106.
- Bhattacharyya, B. K., 1966. Continuous spectrum of the total magnetic field anomaly due to a rectangle prismatic body. *Geophysics*, 31(1): 97 - 121.
- Bonham Carter, G. F., Rencz, A. N., Harris, J. R., et al., 1985. Spatial relationship of gold occurrence with lineament derived from LANDSAT and SEASAT imagery, Meguma Group, Nova Scotia. In: Bonham Carter, G. F., ed., *Proceedings of the fourth thematic conference of remote sensing for exploration geology*, San Francisco. *AGU*, San Francisco, USA, 755 - 768.
- Bonham Carter, G. F., 1994. *Geographic information systems for geoscientist: Modeling with GIS*. Pergamon, Oxford, 398.
- Bonham Carter, G. F., Agterberg, F. P., Wright, D. F., 1988. Integration of geological datasets for golden exploration in Nova Scotia. *Photogram Remote Sensing*, 54:1585 - 1592.
- Bonham Carter, G. F., Agterberg, F. P., Wright, D. F., 1991. Mineral potential mapping with GIS. Unpublished notes for a short course, November 11 - 15, 1991, At Dept. of Geology, University of Ottawa, 109.
- Cagnoli, B., Ulrych, T. J., 2001. Singular value decomposition and wavy reflections in ground-penetrating radar images of base surge deposits. *Journal of Applied Geophysics*, 48:175 - 182.
- Chang, X., Lu, M., Liu, Y., 1999. Error analysis and appraisal of three general solution in seismic tomography. *Acta Geophysica Sinica*, 42(5): 695 - 701.
- Cheng, Q. M., 2001. Multifractal and geostatistic methods for characterizing local structure and singularity properties of exploration geochemical anomalies. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 26(2): 161 - 166 (in Chinese with English abstract).
- Cheng, Q. M., 2000. Multifractal theory and geochemical element distribution pattern. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 25(3): 311 - 318 (in Chinese with English abstract).
- Cheng, Q. M., 1999. Spatial and scaling modeling for geochemical anomaly separation. *Journal of Geochemical Exploration*, 63(3): 175 - 194.
- Cheng, Q. M., Agterberg, F. P., Ballantyne, B. S., 1994. The separation of geochemical anomalies from background by fractal method. *Journal of Geochemical Exploration*, 43(2): 91 - 109.
- Cheng, Q. M., Agterberg, F. P., Bonham Carter, G. F., 1996. A spatial analysis method for geochemical anomaly separation. *Journal of Geochemical Exploration*, 56:183 - 195.
- Cheng, Q. M., 1995. The perimeter-area fractal model and its application to geology. *Mathematical Geology*, 27(1): 69 - 82.
- Cheng, Q. M., Li, Q. M., 2002. A fractal concentration-area method for assigning color palette for image representation. *Computer & Geosciences*, 28:567 - 575.
- Cheng, Q. M., Xu, Y., Grunsky, E., 1999. Integrated spatial and spectrum analysis for geochemical anomaly separation.



- In: Lippard, J. L., Naess, A., Sinding-Lonsen, R., eds., Proc. Int. Assoc. Mathematical Geology, Trondheim, Norway, 87 - 92.
- Cheng, Q. M., Xu, Y., Grunsky, E., 2001. Multifractal power spectrum-area method for geochemical anomaly separation. *Natural Resources Research*, 9(1): 43 - 51.
- De, F. R., Musacchio, G., 2001. Polarization filter with singular value decomposition. *Geophysics*, 66(3): 932 - 938.
- Donald, L. T., 1997. Fractal and chaos in geology and geophysics. Second edition. Cambridge University Press, London, 398.
- Fedi, M., Quarta, T., Santis, A. D., 1997. Inherent power-law behavior of magnetic field power spectra from the spector and grant ensemble. *Geophysics*, 64(4): 1143 - 1150.
- Freire, S. L. M., Ulrych, T. J., 1988. Application of singular value decomposition to vertical seismic profiling. *Geophysics*, 53(6): 778 - 785.
- Garret, R. G., 1989. The Chi-square plot: A tool for multivariate outlier recognition. *Journal of Geochemical Exploration*, 32(1 - 3): 319 - 341.
- Goncalves, M. A., Mateus, A., Oliveira, V., 2001. Geochemical anomaly separation by multi-fractal modeling. *Journal of Geochemical Exploration*, 72(2): 91 - 114.
- Govtt, G. J. S., Goodfellow, W. D., Chapman, R. P., et al., 1975. Exploration geochemistry distribution of elements and recognition of anomalies. *Mathematical Geology*, 7: 415 - 446.
- Gray, S. H., Etgen, J., Dellinger, J., et al., 2001. Seismic migration problems and solutions. *Geophysics*, 66(5): 1622 - 1640.
- Groom, R. W., Bailey, R. C., 1991. Analytic investigations of the effects of near surface three-dimensional galvanic scatterers on MT tensor decompositions. *Geophysics*, 56(4): 496 - 518.
- Grunsky, E., 1997. Numerical techniques and strategies for interpretation of geochemical data current topics in GIS and integration of exploration datasets short course notes. Exploration 97 Workshop, Ottawa, GAC, Canada, 1 - 147.
- Grunsky, E., Smee, B., 1999. Differentiation of soil types and mineralization from multi-element geochemistry using multivariate methods and digital topography. *Journal of Geochemistry Exploration*, 67(1 - 3): 289 - 301.
- Harris, J. R., Wilkinson, L., Grunsky, E., et al., 1999. Techniques for analysis and visualization of litho geochemical data with application to Swayze Greenstone Belt, Ontario. *Journal of Geochemical Exploration*, 67(1 - 3): 301 - 344.
- Holter, N. S., Maritan, A., Cieplak, M., et al., 2001. Dynamic modeling of gene expression data. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 98: 1693 - 1698.
- Kurzl, H., 1988. Exploratory data analysis: Recent advances for the interpretation of geochemical data. *Journal of Geochemical Exploration*, 30(3): 143 - 163.
- Klaus, H., Hentschel, K., 2002. Mapping the spectrum: Techniques of visual representation in research and teaching. Oxford, New York, 362.
- Kovin, G., 1992. Fractal models in the earth science. Elsevier, Amsterdam, 408.
- Lebrun, D., Richard, V., Mace, D., et al., 2001. SVD for multioffset linearized inversion, resolution analysis multicomponent acquisition. *Geophysics*, 66(3): 871 - 882.
- Lewis, G. M., Lovejoy, S., Schertzer, D., et al., 1999. The scale invariant generator technique for quantifying anisotropic scale invariance. *Computers & Geosciences*, 25(9): 963 - 978.
- Li, Q. M., 1996. Milankovitch cycles analysis and application by logging data. *Chinese Journal of Geophysics*, 36(5): 699 - 704.
- Li, Y. G., Oldenberg, W., 1998. Separation of regional and residual magnetic field data. *Geophysics*, 62(2): 431 - 439.
- Li, Q. M., Cheng, Q. M., 2001. Fractal correction of well logging curves. *Journal of China University of Geosciences*, 12(3): 272 - 275.
- Li, Q. M., Liu, S. H., 2000. Wavelet scalogram of well logging. *Progress of Geophysics*, 14(1): 25 - 39 (in Chinese with English abstract).
- Maintz, J., Viergever, M., 1998. A survey of medical image registration. *Medical Image Analysis*, 2: 1 - 36.
- Manderbrot, B. B., 1983. The fractal geometry of nature. Freeman, New York, 468.
- Maurizio, F., Tatiana, Q., Angelo, D. S., 1997. Inherent power-law behavior of magnetic field power spectra from a spector and Grant ensemble. *Geophysics*, 62(4): 1143 - 1149.
- Maus, S., Dimiri, V., 1996. Depth estimation from scaling spectrum of potential field. *Geophysical Journal of International*, 124(1): 113 - 120.
- Mesco, C. A., 1966. Two dimensional filtering and the second derivative method. *Geophysics*, 31(3): 606 - 617.
- Mickus, K. L., Aiken, C. L. V., Kennedy, W. D., 1991. Regional residual gravity anomaly separation using the minimum curvature technique. *Geophysics*, 56(2): 279 - 283.
- Michelen, R. J., 1993. Singular value decomposition for cross well tomography. *Geophysics*, 58(11): 1655 - 1661.
- Panahi, A., Cheng, Q. M., Bonham-Carter, G. F., 2003. Modeling lake sediment geochemical distribution using prin-

- cial component, indicator Kriging and multifractal power-spectrum analysis: A case study from Gowganda, Ontario. *Journal of Geochemistry: Exploration, Environment and Analysis* (in press).
- Pawlowski, R. S., Hamsen, R. O., 1990. Gravity anomaly separation by wiener filtering. *Geophysics*, 55(5): 539 - 548.
- Pecknoald, S., Lovejoy, S., Schertzer, D., et al., 1997. Multifractals and resolution dependence of remotely sensed data: GSI to GIS. In: Quattrochi, D., Goudchild, M. F., eds., *Scale in remote sensing and GIS*. Lewis Press, New York, 361 - 394.
- Pilkington, M., 1995. Scaling nature of crustal susceptibility. *Geophysical Research Letters*, 32(7): 779 - 782.
- Ramachandra, R. A., Bhimasankaram, P., 2000. *Linear algebra*. Hindustan Book Agency, New Delhi, 414.
- Schwartz, E., Broome, J., 1994. Magnetic anomalies due to pyrrhotite in Paleozoic meta sediments in Nova Scotia, eastern Canada. *J. of Applied Geophysics*, 32: 1 - 10.
- Sharma, K. K., Rao, V. K., Mallick, K., 1999. Finite element gravity regional and residual anomalies and structural fabrics of northwest Ganga basin. *Journal of the Geological Society of India*, 54(2): 169 - 178.
- Sinclair, A. J., 1991. A fundamental approach to threshold estimation in exploration geochemistry: Probability plots revisited. *Journal of Geochemical Exploration*, 41(1): 1 - 22.
- Stanley, C. R., Sinclair, A. J., 1987. Anomaly recognition for multi-element geochemical data—A background characterization approach. *Journal of Geochemical Exploration*, 29(3): 333 - 351.
- Thomson, D. J., 1982. Spectrum estimation and harmonic analysis. *Proc. IEEE*, 70: 1055 - 1096.
- Vasco, D. W., 1991. Bounding seismic velocities using a tomographic method. *Geophysics*, 56(4): 478 - 482.
- Wang, B., Xu, S., Liu, B., et al., 1997. An example of aeromagnetic anomaly separation using multi-interpolation division. *Oil Geophysical Prospecting*, 32(3): 431 - 438.
- Weiland, W. L., 1989. Integrated approach to gravity anomaly separation by geologic stripping. In: Society of Exploration Geophysicists, 59th annual international meeting. AGU, Houston, USA, 1: 325 - 328.
- William, R., Hendee, E., Russell, R., et al., 2002. *Medical imaging physics*. Wiley-Liss, New York, 512.
- Xu, Y. G., 2001. A fractal filtering technique for geochemical and geophysical data processing in GIS environment (Dissertation). York University, Toronto, Canada, 155.
- Xu, Y. G., Cheng, Q. M., 2001. A fractal filtering technique for processing regional geochemical map for mineral exploration. *Journal of Geochemistry: Exploration, Environment and Analysis*, 1: 147 - 156.
- Zhao, P. D., 2002. "Three-component" quantitative resource prediction and assessments: Theory and practice of digital mineral prospecting. *Earth Science—Journal of China University of Geosciences*, 27(5): 482 - 489 (in Chinese with English abstract).
- Zurflueh, E. G., 1967. Application of two-dimensional linear wavelength filtering. *Geophysics*, 32(6): 1015 - 1035.

## 附中文参考文献

- 成秋明, 2001. 多重分形与地质统计学方法用于勘查地球化学异常空间结构和奇异性分析. *地球科学——中国地质大学学报*, 26(2): 161 - 166.
- 成秋明, 2000. 多维分形和地球化学元素分布规律. *地球科学——中国地质大学学报*, 25(3): 311 - 318.
- 李庆谋, 刘少华, 2000. 地球物理测井曲线的小波波谱分析. *地球物理学进展*, 14(1): 25 - 39.
- 赵鹏大, 2002. "三联式"资源定量预测与评价——数字找矿理论与实践探讨. *地球科学——中国地质大学学报*, 27(5): 482 - 489.