

# 基于边角法测量后方交会点粗差理论的探讨

谭吉学

(辽宁省基础地理信息中心, 辽宁 沈阳 110034)

**摘要:**在实际工作中,特殊点的定位测量,在GPS等先进的仪器设备无法解决的情况下,我们会应用到“边角后方交会”的测量方法,按照传统的计算方法,在没有多余观测条件时,如果已知数据或者观测数据出现错误时,尽管计算过程是正确的,但计算结果仍然是不正确的,这时如何发现计算结果的错误就显得非常重要。本文结合实践总结出了一种检查方法,经过验证,能够准确应用“边角后方交会”方法解决生产过程中的一些特殊问题。

**关键词:**边角后方交会;间接平差原理;误差方程式;相对精度评定

**中图分类号:**P207      **文献标识码:**B      **文章编号:**1672-5867(2010)05-0155-03

## The Theoretic Discussion on Gross Error of Resection Point Measurement Based on Side Angle Method

TAN Ji-xue

(Liaoning Provincial Geomatics Center, Shenyang 110034, China)

**Abstract:** In practice, when the GPS and other advanced equipments are not adequate enough to measure a special point's position, we will apply to the "side angle resection" measurement method. Based on the traditional method, under the conditions of the absence of redundant observations, if the known data or observation data occurs error, even though the calculation is correct, the results are still incorrect. Under such a scenario, how to find the error of the calculation result is very important. Based on the production practice, this paper summarizes a examination method, which has been verified to solve some special problems accurately using "side angle-resection" measurement method.

**Key words:** side angle resection; indirect adjustment principle; error equation; relative accuracy assessment

### 0 引言

近年来在测绘生成实践中GPS等先进仪器设备得到了广泛的应用,相比之下,采用交会方法测量特征地物点坐标的传统测量方法应用将越来越少,但是,由于“测量边角交会方法”能够解决生产实践中一些比较特殊的问题,例如,GPS接收机信号干扰严重的点位、测量人员不能到达的点位等,应用边角交会的方法,就能简单、快捷地解决问题,因此,在工程测量、地籍测量以及航空摄影测量等实际工作中还离不开这种测量方法。在“边角后方交会”的实际应用过程中,一般不进行严密平差计算,仅仅是用测量方法增加检核条件,当无法增加检核条件时,通过计算过程是无法完成检核的,本文主要是应用测量间接平差的原理,在设立误差方程式时增加了一个距离比例系数,从而达到检核的目的;当有条件进行多余观测时,则可进行严密平差计算解算出待定点坐标,同时也

要计算出距离比例系数,当无条件进行多余观测时,也可以应用已有的观测值求出待定点坐标和距离比例系数。然后通过所求出的比例系数来判断“边角后方交会”测量过程中是否存在观测和计算粗差,这样便可提供待定点的可靠坐标成果。

### 1 间接平差原理

应用间接平差进行计算,首先要选择 $t$ 个未知参数 $X$ ( $t$ 是必要的观测个数)。然后写出平差值与未知参数的函数关系式,亦即平差值方程:

$$L + V = BX + d$$

将 $L$ 移至等式的右边,便可得误差方程:

$$V = BX + (d - L)$$

要想求出未知参数 $X$ ,应该使 $V$ 所对应的 $X$ 那一组满足 $V^T PV = \min$ ,因此,可按照 $V = f(X)$ 的函数关系式,应用极值原理便可得下式:

收稿日期:2010-07-23

作者简介:谭吉学(1962-),男,辽宁朝阳人,教授级高级工程师,学士,2001年毕业于东北大学计算机科学与技术专业,主要从事工程测量方面工作。



$$\frac{\delta V^T P V}{\Delta x} = V^T P B = 0$$

经整理得法方程:  $NX + U = 0$ ; 因为  $N (= B^T P B)$  是满秩矩阵, 所以  $X = -N^{-1}U$ 。将  $X$  带入误差方程求得观测值改正数  $V$ , 按  $L + V = L'$ , 便可计算出平差值。

## 2 列立误差方程式

在列立误差方程式时, 首先要确定未知数的个数, 一般规定未知数的个数等于必要观测个数  $t$ , 然后选定个量的平差值作为未知数。一般要求选定未知数的个数要刚好足数且函数独立。如果多选和少选未知数就不能用间接平差的方法进行计算了。

为了将误差方程线性化和计算方便, 通常引用未知数的近似值, 使误差方程式的常数项  $l_i$  变成一个较小的值。下面按照后方交会的图形进行实例分析。

### 2.1 边角后方交会的图形

边角后方交会的图形, 如图 1 所示。

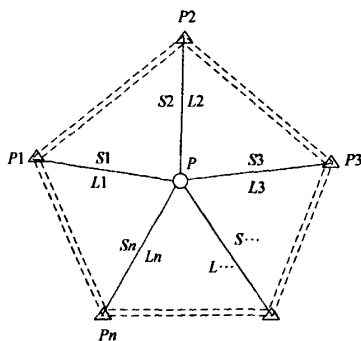


图 1 边角后方交会图形

Fig. 1 Side angle resection

### 2.2 误差方程式的列立

根据图 1 的设定,  $P$  为待定点,  $P_1, P_2, \dots, P_n$  为已知点, 野外实测时在  $P$  点设站观测了待定点到已知点的距离值及方向值。设定  $S_i, L_i$  为观测的距离值和观测的方向值。按上述间接平差的原理可列出测边和测角的误差方程式。按传统方法列立误差方程式如下:

$$v_{si} = A_i \xi + B_i \eta + M_i \quad (1)$$

$$v_{li} = -\Phi + a_i \xi + b_i \eta + w_i \quad (2)$$

如果增加一个距离比例系数改正数  $d_q$  时, 方向值的误差方程式保持不变而测边的误差方程式则可变为:

$$v_{si} = A_i \xi + B_i \eta + C_i d_q + M_i \quad (3)$$

上述(1), (2), (3)各式的字母含义:

$$a_i = \rho'' \sin \alpha_i' / (1\ 000\ s_i')$$

$$b_i = -\rho'' \cos \alpha_i' / (1\ 000\ s_i')$$

$$w_i = \alpha_i' - L_i - Z$$

$$Z = [\alpha' - L] / n_L$$

$$i = 1, 2, \dots, n_L$$

$$A_i = -(x_i - x_p') / s_i$$

$$B_i = -(y_i - y_p') / s_i$$

$$C_i = -s_i' / 10^5$$

$$M_i = (s_i' - s_i) \times 10^3$$

$$i = 1, 2, \dots, n_L$$

$s_i'$  为测站点到已知点的边长近似值

$\alpha_i'$  为测站点到已知点的坐标方位角近似值

$s_i$  为边长观测值

$L_i$  为方向观测值

$n_L$  为方向观测数

$\Phi$  为定向角未知数

$Z$  为定向角近似值

$\xi, \eta$  为测站点  $p$  的近似坐标改正数, 单位为 mm

$x_p', y_p'$  为测站点  $p$  的近似坐标, 单位为 m

$w_i, v_{li}$  单位为 s

$s_i, s_i'$  单位为 m

$v_{si}, M_i$  单位为 mm

$d_q$  为比例改正数 (扩大  $10^5$  倍)

### 2.3 解算过程中粗差的判定

根据间接平差原理, 按上述(2)(3)式是方向误差方程与测边误差方程的通式可知, 无论有无多余观测值都能求出待定点坐标与比例系数。

$$X_p = x_p' + \xi / 1000$$

$$Y_p = y_p' + \eta / 1000$$

$$q = 1 + d_q \times 10^{-5}$$

在实际应用中, 当有多余观测 (观测的方向数与边数之和大于 4 时), 则可根据实际需求对点位进行精度评定, 通过精度评定便可保证提供成果的可靠性。当无多余观测时 (例如只观测了待定点到两个已知点的方向值和边长时), 由于没有多余观测值, 所以就不能对待定点进行精度评定, 这时只能用距离比例系数  $q$  来判断点位精度及粗差情况。根据经验得知:  $q$  值必须近似等于 1, 如果  $q$  与 1 相差较大, 则说明已知成果不准确或测量过程中存在问题。

在野外测量工作中, 一般根据  $|1 - q|$  的大小来判定待定点的精度及观测过程中存在的粗差情况。当  $|1 - q|$  小于与待定点同精度的控制测量相对精度时, 说明观测成果可靠, 可以提供使用。例如: 按照《城市测量规范》的规定所确定的待定点要求满足大比例尺地形图的测图精度时, 那么  $|1 - q| < 1/2\ 000$  就属于正常情况, 否则就可判定在观测或计算过程中可能存在粗差。

## 3 野外工程实例分析验算

朝阳北票某风电场升压站基础控制点的边角交会结果, 所测待定点的精度要求满足测量 1:500 比例尺数字化地形图的要求。由于升压站位置不便于 GPS 观测, 只能采取交会的方法引入待定点的坐标。表 1 是野外测量人员在一待定点  $p$  上观测了两已知点  $A, B$  的方向值、距离、天顶距和已知点坐标成果。



表1 待定点 $p$ 外业观测记录表  
Tab.1 The field survey records of the candidata point  $p$

已知点号	X坐标	Y坐标	方向观测值	距离观测值	天顶距
$N_1$	6 728.877	7 646.164	00 000	507.882	902 825
$N_2$	6 207.409	8 625.226	1 403 222	669.875	923 806

按照上述公式,将观测值和已知数据代入计算,便得到 $p$ 点坐标和比例系数 $q$ 值。

$$X_p = 6\ 336.502$$

$$Y_p = 7\ 968.650$$

$$q = 0.999\ 944\ 9$$

$1 - q = 0.000\ 055\ 1 = 1/18\ 139$ ,该计算值相对应的精度指标相当于I级导线点的精度指标,此待定点可以按I级导线点的精度提供使用。

如果 $N_1$ 点的 $X$ 坐标输错为6 788.877值,在其他的已知数据及观测值保持不变的情况下,计算结果为:

$$x_p = 6\ 381.948$$

$$y_p = 7\ 950.032$$

$$q = 0.949\ 278\ 2$$

$$1 - q = 0.050\ 721\ 8 = 1/20$$

如果将待定点 $p$ 到已知点 $N_1$ 的观测边长错误地输入567.910值,在其他的已知数据及观测值保持不变的情况下,计算结果为:

$$x_p = 6\ 290.132$$

$$y_p = 8\ 006.753$$

$$q = 0.935\ 549\ 5$$

$$1 - q = 0.064\ 450\ 5 = 1/15$$

通过上面两个实例分析可以看出,无论已知数据还是观测值如果有错误,都可以通过 $q$ 值的大小判定出来。

上面两例中,在输入错误值时 $1 - q$ 分别为 $1/20$ 和 $1/15$ ,反之如果知道 $1 - q$ 的值分别为 $1/20$ 和 $1/15$ 时,亦即 $1 - q$ 的值较大时,说明测量计算或观测中存在粗差,成果满足不了测量精度的要求,这时应从已知数据及观测值中查找出错误的原因,然后再重起计算直至达到精度指标。这样就可避免提供错误成果,防止给下一步的测量工作带来不必要的麻烦。

#### 4 结束语

通过上面的论述和实例分析验证可知,用此方法来检查“边角后方交会”测量中是否存在着粗差是行之有效的,特别是在没有多余观测条件不能进行精度评定时,可用计算 $q$ 值的方法来判断是否有粗差的存在,以便及时纠正观测或计算错误,这样就能够避免由于内外业工作中出现失误而造成后续工程的损失。

#### 参考文献:

- [1] 北京市测绘设计研究院. C118 - 99 城市测量规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,1999.
- [2] 杜永昌. 控制测量[M]. 北京:冶金工业出版社,1992.
- [3] 宁殿民. 对一测边网条件方程有误的分析及改造[J]. 测绘通报,2003(12):32 - 34.

[编辑:胡 雪]

(上接第154页)

位计塘沽台土壤气 $CO_2$ 出现异常<sup>[5]</sup>。天津市地震局地震预报中心根据这些前兆异常特征进行地震预测。如果将GIS与传统的地震预测方法结合起来,可以获得更为有利的数据。利用GIS软件进行数据的采集,然后借助GIS软件强大的空间分析功能进行地震的预测,可以为智能决策提供有力的依据。

对于地震危险区,应该采取何种抗震、防震、减灾措施?这些都是人们普遍关注的问题。受到大地震作用的地区,其损坏程度取决于众多因素,比如建筑物、重要工程设施、生命线工程系统等工程抗震性能,地区应急准备的状况以及应急反应的能力等。而其中最直接的关键因素是建筑物的抗震能力<sup>[6]</sup>。因为建筑物的严重破坏或倒塌将直接造成人员的伤亡和经济损失。例如四川汶川大地震的重灾区之一——宁夏南部山区,其中建筑结构不合理<sup>[7]</sup>是致使房屋抗震性能差的主要因素之一。因此,如果能够在地震前预测出地震波及的范围,并对预测的受灾地区的建筑物采取必要的加固措施,对减轻地震危害是非常重要的。

本文借助GIS的空间分析功能对地震危险区进行地震波及范围和受灾人口进行预测,这对抗震、防震、减灾具有重要意义。根据历次地震分布及地质背景分析,结

合GIS软件的空间分析功能圈定危险区,了解震害特征,采取相应减灾措施,比如对地震波及到的地区进行建筑结构设计和布局的改善、建立地震监测网等。

致谢:感谢超图公司提供的GIS桌面软件!

#### 参考文献:

- [1] 黄杏元,马劲松,汤勤. 地理信息系统概论[M]. 北京:高等教育出版社,2001.
- [2] 冯建林,赵兵,黄邦武,等. 山西地区几次地震前后的重力场变化[J]. 山西地震,2006,10(4):21 - 22.
- [3] 武烈,田勇. 山西地震带地震破裂特征的研究[J]. 山西地震,1993,12(4):37 - 42.
- [4] 黄福明,李群芳,黄佩玉. 山西地震带活动趋势的初步研究[J]. 中国地震,1992,8(4):34 - 42.
- [5] 马建英,汪翠枝. 2008年3月11日河北卢龙3.9级地震预测过程[J]. 地震研究,2010,33(1):43 - 42.
- [6] 任锡泰,高惠瑛. 建筑物震害空间分布模拟GIS方法[J]. 世界地震工程,2003,9(2):90 - 95.
- [7] 谢晓峰,王兰民,袁中夏,等. 汶川8.0级地震中宁夏南部山区震害特征分析[J]. 地震研究,2010,33(1):106 - 110.

[责任编辑:王丽欣]



地信网论坛

BBS.3S001.COM