井中激电地-井方式井旁球体正反演

周峰[1,2], 潘和平[1], 吴国平[2], 徐健[2], 陈滢[2]
(1. 中国地质大学 地球物理与空间信息学院, 湖北 武汉 430074; 2. 中国地质大学 信息工程学院, 湖北 武汉 430074)

摘 要: 以激发极化法中的地-井方式中的体极化球形体作为研究对象, 采用解析法对地下半空间的电位场进行求解, 利用提取出的井中二次场异常电位差进行反演, 得出极化球体的球心离井的距离和球心的埋深。通过计算机进行正反演模拟, 验证了进行正反演计算的解析式的正确性, 并从物理意义上对正反演过程中出现的现象进行分析。最后给出该方法的适用条件以及注意事项。研究对激发极化法地下勘探目标的定量分析具有明确意义。

关键词: 井中激发极化; 井旁球体正反演; 二次场异常电位差
中图分类号: P631 文献标识码: A 文章编号: 1000-8918(2008)03-0321-05

井中激发极化法(简称井中激电), 是在钻孔中进行激发极化测量的工作方式。在国内外的一些铜矿、多金属矿以及某些弱金属矿或磁性铁矿的普查和勘探工作中, 井中激电得到越来越广泛的应用, 并取得较好的地质效果, 对于地形复杂区构造油气藏应用井中激发极化法指示油气富集中心和油气藏大致范围、识别和预测油气藏边界、评价相邻断块含油气性也具有现实的意义。对于规模较小且横向变化大的油气地质目标也适用, 可以用较少的投入来确定油气藏范围和边界及相邻圈闭或断块的含油性, 从而减少探井数目, 为开发井网的部署提供依据。井中激发极化法在油气藏应用中, 受控条件较少, 应用范围较广, 性价比高, 可以极大地提高开发的效率[3-4]。在查明井旁盲矿并确定其空间位置时, 主要采用地-井方式。目前, 开展较多的是地面激发极化法的研究, 井中激发极化的研究相对滞后, 1965年, L. O. Bacon[5]利用井中激电寻找地下隐伏铜矿取得一定成功, 国内黄智辉等人[2]于 1979年做了对井旁三维椭球体的正反演研究, 蔡柏林等人[1]在 1983年对某些规则极化体的正反演问题做了一定的尝试, 此后国内对井中激电正反演的研究进展缓慢。解决规则极化体的正反演问题, 可为实际工作中的不规则极化矿体的反演和解释提供一定的参考依据。项目研究中, 针对直流点电流地-井方式中的井旁球体, 在前人研究的基础上采用解析法进行了地下半空间电位场的正演求解, 并由井中二次场异常电位差进行球心井距和埋深的反演推导。计算机实验结果表明, 在球体埋深足够大的情况下, 该方法对井旁球状体的深度和离井的距离的反演具有较高的精度。

1 井旁极化球体正演

自然界的囊状、巢状和扁豆状的矿体都可以看作球状矿体, 关于在点电流源作用场的体极化球体的场, 与地面电法类似, 可以根据井中的条件进行计算。如图 1所示, 半径为 a 的球体, 电阻率 ρ_2, 极化率 η_2, 处在电阻率为 ρ_1, 极化率 η_1 的均匀介质中, 直流点电流源 A 向地下半空间供电, 电流强度 I, 球心到供电电极的距离为 d, 球心到测量点 P 的距离为 r, d和 r之间的夹角为 θ。

由于存在地面—空气分界面的影响, 根据镜像法原理, 求解时对于一般埋深较大的矿体, 可以忽略

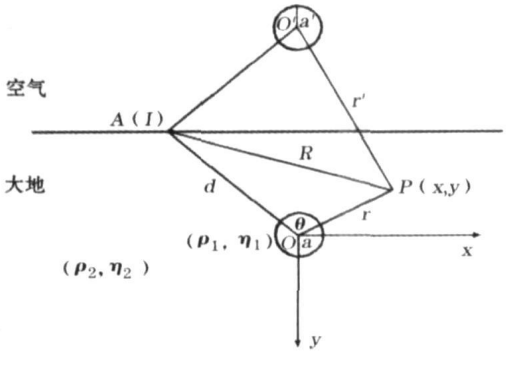


图 1 点电流源下地下半空间球状极化体

收稿日期: 2007-03-13
基金项目: 国家自然科学基金资助(40674069)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

镜像球体与实际球体之间的相互作用, 因此可一级近似地给出球内外一次场电位表达式[1]

$$U_{外} = \frac{I\rho_1}{2\pi}\left(\frac{1}{R} + \sum_{n=0}^{\infty} Yq\right),$$

$$U_{内} = \frac{I\rho_1}{2\pi}\left(\frac{1}{R} + \sum_{n=0}^{\infty} Lq\right);$$

$$Y = \frac{a^{2n+1}}{d^{n+1} \cdot r^{n+1}} P_n(\cos\theta), \qquad L = \frac{r^n}{d^{n+1}} P_n(\cos\theta),$$

$$q = \frac{2n(\mu - 1)}{\mu(n-1) + n}, \qquad \mu = \frac{\rho_2}{\rho_1},$$

$P_n(\cos\theta)$为 n阶勒让德多项式。

如果同时考虑电阻率和极化率, 并将球体视为体极化, 则由等效电阻率法: $\rho_1^* = \rho_1/(1-\eta_1)$, $\rho_2^* = \rho_2/(1-\eta_2)$, 球内外极化场电位表达式[1]

$$U_{外} = \frac{I\rho_1}{2\pi(1-\eta_1)}\left(\frac{1}{R} + \sum_{n=0}^{\infty} Yq^*\right),$$

$$U_{内} = \frac{I\rho_1}{2\pi(1-\eta_1)}\left(\frac{1}{R} + \sum_{n=0}^{\infty} Lq^*\right),$$

$$q^* = \frac{n(\mu^* - 1)}{\mu^*(n+1) + n}, \qquad \mu^* = \frac{\rho_2(1-\eta_1)}{\rho_1(1-\eta_2)}。$$

如果仅考虑极化率的影响, 则球内外二次场电位表达式[1]

$$U_{2外} = U_{外} - U_{0外} = \eta_1 U_{外} + \frac{I\rho_1}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty} Y(q^* - q),$$

$$U_{2内} = U_{内} - U_{1内} = \eta_1 U_{内} + \frac{I\rho_1}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty} L(q^* - q)。$$

井中激发极化法理论计算和实际解释中主要研究的是外部场, 常用的二次场异常电位 (或异常电位差) 表达式为 $U_{2外}^a = U_2 - \eta_B U$。当极化率的背景值 $\eta_B = \eta_1$ 时, 球外二次场异常电位表达式

$$U_{外}^a = \frac{I\rho_1}{2\pi}\sum_{n=0}^{\infty}[(Y_{AO} + Y_{A'O'})(q^* - q)]。$$

根据 $U_{外}^a$ 的表达式就可以求出二次场异常电位差 $\Delta U_{2外}^a$ 的曲线。

2 井旁极化球体反演

该反演的主要任务是由井中提取的二次场异常电位差求出球心的埋深和与井的距离。一般地-井方式中球体的埋藏深度较深, 因此可以将深部球体处的作用场近似地看成均匀场, 并认为球体是均匀极化。在球体附近的井段上, 可以忽略地面—空气分解面的影响, 将围岩视为无穷大, 因此可以计算均匀作用场中井旁体极化球体的极化率。当围岩为非极化无限大介质且其电阻率与球体的电阻率相等时, 在均匀外场作用下的体极化球体的二次场与置于球心并位于外场方向上的电流偶极子的电流场等效。因此, 讨论球体二次场问题可以转化成球心等效电流偶极子的电流场问题。这时球体的二次场异常电位的一般表达式[1]: $U_{2外}^a = K\cos\theta_1/r^2$, 其中 K 是与作用场场强、围岩、球体的电阻率、球体半径及其激发极化特性有关的系数, 其余符号定义见图 2。

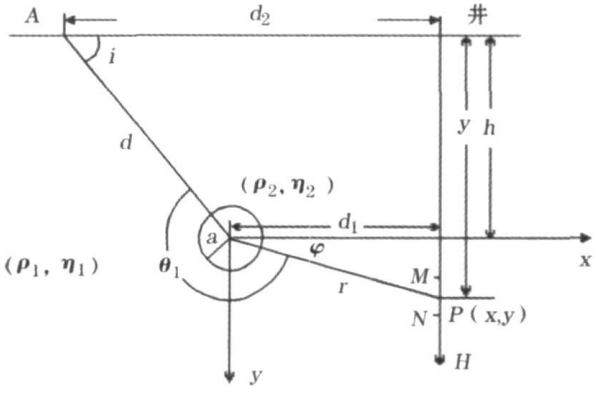


图 2 点电流源下球状极化体地下半空间坐标与参数

建立图 2所示的 xOy 直角坐标系, 则上式变成 $U_{2外}^a = K \cdot (-x\cos i - y\sin i)/(x^2+y^2)^{3/2}$。对 y 轴微分, 可以求出二次场异常电位差的表达式[1]

$$\Delta U_{2外}^a = K \cdot \frac{(x^2 - 2y^2)\sin i - 3xy\cos i}{(x^2+y^2)^{5/2}} \cdot \overline{MN},$$

或

$$\Delta U_{2外}^a = K \cdot \left\{\frac{[d_1^2 - 2(y-h)^2]\sin i}{[d_1^2 + (y-h)^2]^{5/2}} - \frac{3d_1(y-h)\cos i}{[d_1^2 + (y-h)^2]^{5/2}}\right\} \cdot \overline{MN}。 \qquad (1)$$

2.1 球心与井距离反演

球心离井的距离是反演的关键, 是求出球深的前提。根据上列表达式, 可做如下分析。球体 $\Delta U_{2外}^a$ 曲线上一般都有 2个零值点 y_{01}、y_{02}, 设这 2个零值点间的距离为 L, 显然, 球体离井越远, $\Delta U_{2外}^a$ 曲线越平缓, L 就越大, 可见 L 与 d_1 之间存在着正比关系。利用这一关系, 可以由 L 求出 d_1 的值, 根据式 (1) 可导出 L 和 d_1 之间的关系式。推导过程如下。

令 $[d_1^2 - 2(y-h)^2]\sin i - 3d_1(y-h)\cos i = 0$, 可得

$$\left.\begin{aligned} y_{01} &= \frac{4h\sin i - 3d_1\cos i - d_1\sqrt{8+\cos^2 i}}{4\sin i} \\ y_{02} &= \frac{4h\sin i - 3d_1\cos i + d_1\sqrt{8+\cos^2 i}}{4\sin i} \end{aligned}\right\}, \qquad (2)$$

其中 $y_{02} > y_{01}$。那么,

$$L = |y_{01} - y_{02}| = \frac{\sqrt{8+\cos^2 i}}{2\sin i} \cdot d_1, \qquad (3)$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$i\in(0°,\ 180°),$$

则
$$d_1=\frac{2\sin i}{\sqrt{8+\cos^2 i}}\cdot L。\tag{4}$$

可见为了求得 d_1, 必先求 i, 可再引入参数 $P=(y_m-y_{01})/(y_{02}-y_m)$, y_m 是正异常极值点的深度坐标。对式(1)求 y 的一阶偏导数并令其等于零, 即得

$$2\sin i(y-h)^3+4d_1\cos i(y-h)^2-3d_1^2\sin i(y-h)-d_1^3\cos i=0。$$

解此一元三次方程[7], 得到

$$y_m=\frac{4h\sin i-3d_1\cos i+5\cos i(8+\cos^2 i)^{-1/2}d_1}{4\sin i}。\tag{5}$$

此即二次场异常电位差最大值的深度。由式(2)、(5)整理化简, 得

$$P=\frac{y_m-y_{01}}{y_{02}-y_m}=\frac{8+\cos^2 i+5\cos i}{8+\cos^2 i-5\cos i},$$

$$\cos i=\frac{5(P+1)-\sqrt{-7P^2+114P-7}}{2(P-1)}。\tag{6}$$

由此可知求解球心离井口的距离的步骤为:

(1)由测得二次场异常电位差曲线得到 2 个零值点的深度 y_{01}和 y_{02}、最大值深度 y_m, 求出 P 值代入式(6)得出 i 的余弦值;

(2)由 $L=|y_{01}-y_{02}|$ 求出 L;

(3)根据式(4)求出球心距离井的距离 d_1。

2.2　球心与地面距离反演

式(1)是任意斜极化条件下 $\Delta U^a_{2外}$ 的表达式, 斜极化球体二次场异常可以分解成垂直极化($i=\pi/2$)和水平极化($i=0$)2个分量的叠加, 即

$$(\Delta U^a_{2外})_{斜}=(\Delta U^a_{2外})_{垂直}\sin i+(\Delta U^a_{2外})_{水平}\cos i,$$

$$(\Delta U^a_{2外})_{垂直}=K\cdot\frac{d_1^2-2(y-h)^2}{[d_1^2+(y-h)^2]^{5/2}}\cdot\overline{MN},$$

$$(\Delta U^a_{2外})_{水平}=K\cdot\frac{3d_1(y-h)}{[d_1^2+(y-h)^2]^{5/2}}\cdot\overline{MN}。$$

可以看出, 垂直分量式是关于 $y=h$ 对称的偶函数, 且在 $y=h$ 时值最大; 水平分量式是关于 $y=h$ 的奇函数, 当 $i=\pi/2$ 时, 水平分量项的值为 0, 只有垂直分量项, 且当 $y=h$ 时出现最大值。故知, 当只存在垂直极化时, 找到二次场异常电位差 $\Delta U^a_{2外}$ 的最大值, 其对应的 y 值就是球心的深度值 h。

其物理解释是: 当电流对极化球体只产生垂直极化时, 二次场异常电位差在水平方向受到的贡献最大, 球心处对应的二次场异常电位差出现最大值, 因此, 只要将供电电极置于球心正上方, 找到此刻二次场异常电位差最大值所对应的 y 值就找到球心的埋深值。

3　正反演算例

为了验证以上推论的正确性, 假设处于半空间中的某井旁极化球体, 球体的半径 $a=5$ m; 小球球心的坐标 $(-2a,\ 2a)$; 球心离地面的深度 $h=2a$ m; 球心离井的距离 $d_1=2a$ m(小球在井的左边); 球内的电阻率 $\rho_2=1\ 000\ \Omega\cdot$m, 极化率 $\eta_2=20\%$; 球外的电阻率 $\rho_1=1\ 000\ \Omega\cdot$m, 极化率 $\eta_1=0$, 供电电极的坐标如图 3中 $A_i(i=1,\ \cdots,\ 5)$所示, 供电电极的电流 $I=3$ A; 井位坐标(0, 0), 地面坐标 $(x_i,\ 0)$(其中 x_i 可以取定义域内的任意值); 对区域进行均匀离散化, 其中离散的长度为 0.5 m(也叫做步长); 迭代的误差为 0.001 V。按以上条件进行正演, 各种主、反方位的二次场异常电位差曲线如图 4所示。

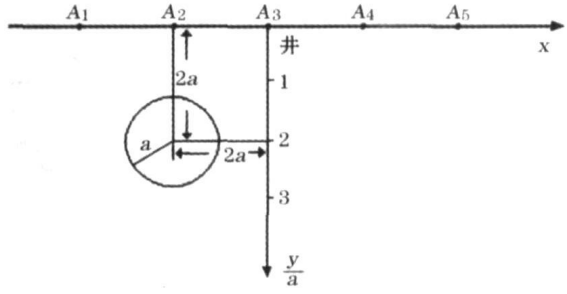


图 3　小球与供电电极位置间的关系

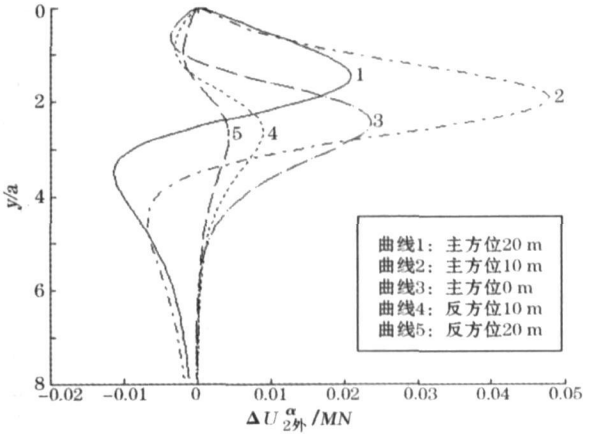


图 4　二次场异常电位差测井曲线

从图 4中可以看出, 当供电电极电极置于井口的主方位时, 二次场异常电位差测井曲线为曲线 1和曲线 2, 其形状呈上正下负的反“S”形, 以曲线 2的异常幅值最大, 这是因为当供电电极在球心上方时供电电极离球的距离最近, 电流对球体的极化场的水平分量向着井的方向, 这时的极化强度最大。当供电电极置于井口的反方位时, 二次场异常电位差测井曲线为曲线 3、曲线 4和曲线 5, 曲线符号反转, 呈上负下正的正“S”形, 这时与主方位的异常幅值相比反方位的异常幅值明显减少, 这是由于此时

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

不但极化方向改变, 极化强度也因点源距球体距离增大而减少, 即电流对球体的极化场的水平分量背离着井的方向。根据上面的分析可知当供电电极置于主方位和反方位时, 曲线分别呈反“S”形和正“S”形。由图 4也可以看出每条二次场异常电位差测井曲线的最大值随供电电极离球心距离的增大而减少, 并且供电电极位于 A_2 时, 二次场异常电位差的异常极大值深度与球心埋深相近。由图 4还可以看出, 当球深趋于无穷大时, 二次场异常电位差的值趋于零; 只改变供电电极离井的距离, 其他条件不变, 可以得到反演结果与球心离井的距离之间的关系; 只改变球心的深度, 其他条件保持不变, 可以得到球心深度与反演结果之间的关系。表 1、表 2为供电电极离井的距离和球心的深度分别与反演结果之间的关系。

表 **1**　球深和球心距井的距离的反演结果　　m

球深 m	项目	主方位			反方位	
		20 m	10 m	0 m	- 10 m	- 20 m
10	h	-	-	12 5	-	-
	d_1	-	-	6. 4907	-	-
30	h	29	30	-	-	-
	d_1	10. 1018	9. 8995	-	-	-
60	h	59. 5	60	61	-	-
	d_1	10. 0933	9. 8995	10. 2355	-	-
100	h	100	100	100 5	101	101
	d_1	10. 0933	9. 8995	10. 2355	9. 8264	9. 7999
200	h	200	200	200 5	200 5	200. 5
	d_1	9. 8264	9. 8995	9. 8995	10 2355	10 0933

注: h 为反演的球深, d_1 为反演的球心距井的距离, - 表示不能反演。

表 **2**　球深和球心距井的距离的反演精度　　%

球深 m	项目	主方位			反方位	
		20 m	10 m	0 m	- 10 m	- 20 m
10	P_h	-	-	75	-	-
	P_{d_1}	-	-	65	-	-
30	P_h	96. 7	100	-	-	-
	P_{d_1}	99	99	-	-	-
60	P_h	99. 2	100	98 3	-	-
	P_{d_1}	99. 1	99	97 7	-	-
100	P_h	100	100	99 5	99	99
	P_{d_1}	99. 1	99	97 7	98 3	98
200	P_h	100	100	99 8	99 8	99 8
	P_{d_1}	98. 3	99	99	97 7	99 1

注: P_h 为反演球深的精度, P_{d_1} 为反演球心距井的距离的精度。

表 **3**　理论计算结果与反演结果

球心距井的距离或理想的反演球距	理想的反演球深	反演的球距井的距离	反演的球深
5	50	5 2692	50. 5
10	50	10 0933	51
15	50	14 9025	51
20	50	20 6423	51. 5
25	50	26 1808	52
30	50	32 4327	52

只改变球心距井的距离, 供电电极置于主方位 0 m 处, 球心深度维持在 50 m, 其他条件不变, 可得到球心距井的距离与反演结果之间的关系 (表 3)。

根据反演公式 (2) ~ (4) 可知, 要想成功反演, 二次场异常电位差测井曲线必须要有 2个或 2个以上的零点, 而表 1中由于某些球心的深度过浅, 造成在定义域内二次场异常电位差测井曲线只有 1个零点, 所以上表中出现了不能反演的现象。

由表 2可知, 球体埋藏的越浅 (或球体离井越远), 反演精度越低; 反之, 反演精度越高。主要是因为在反演公式推导过程中, 考虑到地-井方式中球体一般埋藏较深, 将深部球体处的作用场近似地看成均匀场, 并认为球体是均匀极化。经过这样的处理, 求球体的二次场便转化成求球心等效电流偶极子的电流场问题。经过这种等效所形成的近似电场与实际的电场还是存在一定的差别的, 当球体埋藏越深, 近似电场与实际电场越接近; 否则, 近似电场与实际电场的差别就越大。所以用该方法对球体进行反演时, 球体埋藏越深, 反演效果就越好。

由图 4可知, 当供电电极置于球心正上方时, 产生的二次场异常电位极大值最大, 并且该极大值出现的位置深度就是小球球心的深度; 而如果供电电极不置于球心正上方, 二次场异常电位极大值出现的位置深度或大于小球球心的深度, 或小于小球球心的深度。由表 3可知, 因为供电电极置于主方位 0 m 处, 所以反演的球深与理想的反演球深存在一定的误差; 在反演球距井的距离时, 因为反演公式实际上是一个近似公式, 所以得到的反演球距井的距离与理想值也存在一定的误差。但是在实际的应用中, 以上的误差都是可以接受的。由表 3还可以看出, 当球心距井的距离越近时, 得出的反演球深越接近理想值。

4　结论

综上所述, 笔者对井中激电地-井方式的井旁极

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

化球体的正反演方法进行了求解, 并通过计算机的模拟对该方法进行了验证, 表明该方法对井旁极化球体的正反演具有很强的可行性。当进行球距井的距离的反演时, 球体埋深相对越大反演结果就越精确; 当进行球体埋深的反演时, 球距井的距离相对越小反演出来的埋深就越精确。由此可见, 在实际激电测井中, 反演精度的大小与地下矿体的深度以及井的位置的选择有较大的关系。在实际应用中, 该方法较适合于埋藏较深的近井似球状地质体。

参考文献:

[1] 蔡柏林, 黄智辉, 谷守民. 井中激发极化法[M]. 北京: 地质出版社, 1983. 146.

[2] 黄智辉. 井中激电地-井方式方位测量资料解释问题的探讨[J]. 物探与化探, 1979, 3(3): 22.

[3] 李金铭, 罗延钟. 电法勘探新进展[M]. 北京: 地质出版社, 1996. 174.

[4] 何展翔. 圈定油气藏边界的井地电法研究[D]. 成都理工大学, 2006.

[5] Bacon L O. Induced polarization logging in the search for native copper[J]. Geophysics, 1965, 30.

[6] 罗延中. 激电异常的半定量解释方法[J]. 物探与化探, 1979, 3(3): 39.

[7] 《现代数学手册》编纂委员会. 现代数学手册—经典数学卷[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.

FORWARD AND INVERSION OF SPHERE BESIDE WELL IN THE METHOD OF GROUND-WELL INDUCED POLARIZATION

ZHOU Feng[1,2], PAN He-ping[1], WU Guo-ping[2], XU Jian[2], CHEN Ying[2]

(1. *Institute of Geophysics & Geomatics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China*; 2. *Institute of Information Engineering, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China*)

Abstract: This paper researches the sphere beside a well when performed in ground-well IP, forwarding the underground semi-space electric field with analytical solution, and inversing its depth and distance to well by the secondary field abnormal potential differences. We validate the correctness of these forward and inversion formulas by computer simulation, analyze their physical principle, and give their applicable conditions. This research has a definite significance for quantitative analysis of probing the underground objectives with IP.

Key words: induced polarization in well; forward and inversion of sphere beside well; the secondary field abnormal potential differences

作者简介: 周峰(1979–), 男, 湖北十堰人, 中国地质大学信息工程学院助教, 中国地质大学地球物理与空间信息科学学院研究生, 主要研究方向为井中物探理论、方法、技术及信号处理。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net