

GPS 网无约束平差中的粗差探测

王正尊

(天津市房地产登记发证交易中心,天津 300050)

摘要:GPS 网的平差模型与经典网不同,它利用基线向量作为虚拟观测量进行平差,根据巴尔达法基本原理,用程序实现了将巴尔达法用于三维 GPS 网平差中,不仅可以用来探测一个粗差,还可以用来探测多个粗差,根据实际算例,说明了该方法在获得 GPS 网可靠性的参数估值和精度信息的同时,对粗差进行了正确的定位,验证了该方法的效果,得出一些有益的结论。

关键词:GPS 控制网;平差;巴尔达法;粗差

中图分类号:P228

文献标识码:A

文章编号:1008-8423(2009)03-0348-04

The Gross Error Detection GPS Free Adjustment

WANG Zheng-zun

(Real Estate Trading Center, Tianjin Registration and Certification Office, Tianjin 300050, China)

Abstract: There are some differences between GPS network and traditional network in adjustment model. This paper presents a mathematical model of adjustment of GPS base-line vector network. Based on Baarda's theory, this paper introduces the robust procedure for the free adjustment of the spatial GPS network. A specific example manifests that the method makes right orientation for the gross errors.

Key words: GPS network; free-adjustment; Baarda's method; gross errors

网平差是 GPS 数据处理中一个不可缺少的环节.但是 GPS 观测值中由于受到观测信号、传播路径和接收机等部分的影响,观测量中不可避免地带有粗差;再者 GPS 网观测的野外检核条件较少,粗差出现率往往高于常规大地控制网的粗差出现率,如何对这些粗差进行定位和处理是数据处理好坏的关键,也是 GPS 网无约束平差的主要目的之一.因此,在 GPS 网的数据处理时,为了提高 GPS 网平差的精度和可靠性,必须认真对待这些异常观测.

一般情况下,粗差探测方法可分为两种:①将粗差看作具有相同方差、不同期望的误差,并纳入函数模型,通过构建统计量进行假设检验来探测粗差,如巴尔达法^[1,2];②将粗差看作是具有相同期望、不同方差的误差,并将其归入随机模型,根据一定的准则对参数进行估计,使参数估计具有一定的“抗干扰性”,称为稳健估计法^[3].

本文根据基于均值平移模型的三维巴尔达法^[4,5]构造空间无约束平差的抗差解,通过算例,说明了该方法在获得 GPS 网可靠性的参数估值和精度信息的同时,对粗差进行了正确的定位.

1 GPS 网无约束平差的 LS 解

若 GPS 网中共有 n 个点,通过观测得到 m 条独立基线向量.其中任意一条基线向量的误差方程式为^[6-8]:

收稿日期:2009-05-30.

作者简介:王正尊(1977-),男,工程师,主要从事房地产研究.

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta x_{ij}} \\ V_{\Delta y_{ij}} \\ V_{\Delta z_{ij}} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\hat{X}_i \\ d\hat{Y}_i \\ d\hat{Z}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\hat{X}_j \\ d\hat{Y}_j \\ d\hat{Z}_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} + X_i^0 - X_j^0 \\ \Delta Y_{ij} + Y_i^0 - Y_j^0 \\ \Delta Z_{ij} + Z_i^0 - Z_j^0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 $[d\hat{X}_i \ d\hat{Y}_i \ d\hat{Z}_i]$ 为待定点坐标改正数(j 为起始点, i 为终止点); $[\Delta X_{ij} \ \Delta Y_{ij} \ \Delta Z_{ij}]^T$ 为基线向量观测值; $[X_i^0 \ Y_i^0 \ Z_i^0]^T$ 为待定点 i 的近似坐标。

将式(1)写成矩阵形式:

$$V_{ij} = -Ed\hat{X}_i + Ed\hat{X}_j - L_{ij} \quad (2)$$

对于 m 条基线向量,设相关观测基线向量为观为基线测值 L ,3维坐标为参数 X ,其误差方程可以写成:

$$\underset{3m \times 1}{V} = \underset{3m \times 3n}{B} \underset{3n \times 1}{\hat{X}} - \underset{3m \times 1}{L} \quad (3)$$

根据最小二乘原理,可以得到方程的解为:

$$\hat{X} = (B^T P B)^{-1} B^T P L \quad (4)$$

上式中最小二乘权阵: $P = Q^{-1}$;

单位权中误差:

$$\sigma_0^2 = V^T P V / r \quad (5)$$

上式中 r 为多余观测量。

但是当GPS网中存在粗差的时候,最小二乘解就不可靠,单个粗差都可能使最小二乘估计面目全非,难以实现无约束平差的目的。

2 三维巴尔达探测法

荷兰学者巴尔达提出了基于最小二乘法的数据探测法,其目的就是为了定位粗差。巴尔达法是在均值移动模型下,即意味着先验方差或先验权的估计是正确的,但设计矩阵的确定不正确,关键问题在准确定位粗差,即确定矩阵 E 的具体形式。巴尔达法的使用主要是在传统基于一维控制网粗差的探测中,但是由于GPS网平差是利用基线向量作为虚拟观测量进行平差,是基于三维空间中。三维巴尔达探测法的基本思想是,假定平差系统只有一个观测值存在粗差,并纳入函数模型,用统计假设检验方法检测粗差并剔除粗差。剔除含有粗差的观测值后建立新的平差系统,若仍存在粗差,再假定只存在一个粗差,逐次不断进行直至判断不再含有粗差。

在GPS网中,根据误差方程(3),现假定第 k 个基线向量观测值存在粗差,设粗差向量为 $\hat{\delta}^k$ 。可列出误差方程式为:

$$V = B\hat{X} + H_k\hat{\delta}^k - L \quad (6)$$

式中 $\hat{\delta}^k$ 为 3×1 维粗差向量; H_k 是 $3n \times 3$ 维矩阵,它除了第 k 块 3×3 矩阵为单位矩阵外,其余元素的都为0,即 $H_k = [0 \ K \ 0 \ E \ 0 \ K \ 0]$,因此可以得到模型的最小二乘解为:

$$\hat{\delta}^k = [H_k^T (PQ_{VV}P) H_k]^{-1} H_k^T P L \quad (7)$$

根据式(7),第 k 条基线向量观测值是否存在粗差,决定于假设检验结果的粗差向量是否为零。因此可以用如下统计假设检验来检验基线向量观测值是否含有粗差:

$$\text{原假设为: } H_0^k: E\{\hat{\delta}^k\} = [0 \ 0 \ 0]^T \quad H_1^k: EE\{\hat{\delta}^k\} \neq [0 \ 0 \ 0]^T \quad (8)$$

统计量: $T_k = (R_k/3) / ((\Omega - R_k) / (n - q - 3)) : F_{\alpha}(\alpha; 3, n - q - 3)$

式中 $R_k^T = [H_k^T (PQ_{VV}P) H_k] \hat{\delta}^k$; $\Omega = V^T P V$; $F_{\alpha}(\alpha; 3, n - q - 3)$, F_{α} 分布的上侧分位数。

选定适当的显著水平 α ,查得标准 F_{α} 分布的分位值,如果 $T_k > F_{\alpha}(\alpha; 3, n - q - 3)$ 成立,则接受第一个假设,判定第 k 条基线向量观测值存在粗差;反之,则认为不存在粗差。但是在GPS网中,通常情况下有可能存在多个粗差,本文根据三维探测法的基本思想,设计了以下粗差分析步骤进行剔除:

(1)采用最小二乘估计,由式(4)、(5)求得参数估计 \hat{X} 及其 $V, \hat{\sigma}_0$ 的初值;

(2)对 $\hat{\sigma}_0$ 进行 χ^2 检验,若通过 χ^2 检验,则计算结束,平差结果为第一步的最小二乘平差结果;若不通过,则基线中可能含有粗差,进入步骤3;

(3)根据式(6),依次假设每条基线含有粗差,计算统计量,找出最大的统计量判断是否通过式(8)的检验,如果通过,则该网中所有基线不含粗差,计算结束,平差结果仍然为第一步的平差结果;否则就剔除该条基线,重组误差方程,回到第1步;

(4)重复第2、3步,直到网中所有的粗差都被剔除,精度达到要求为止,最后的结果为上一次平差结果.

3 计算实例

利用 Visual C++ 6.0 语言来编程实现了 GPS 控制网观测数据的粗差探测功能.程序可对 GPS 网的数据进行粗差探测,找到粗差存在的位置,进行剔除然后进行最小二乘平差,直到 GPS 网达到精度的要求.本文限于篇幅限制,选取了一个 GPS 网.该网是在 2007 年 9 月在广州市布置的一个控制网,网中共有 7 个控制点,19 条基线,其中 G001 是已知点.

直接提取基线观测量和它的协方差阵,构成误差方程进行最小二乘平差计算,获得的单位权中误差通过 χ^2 检验,可以判定网中所有基线不含粗差.然后在第 2 条基线和第 3 条基线 X 方向上加上 0.2 m 的粗差进行解算.按照本文中的粗差分析步骤,对加入粗差之后的观测值进行粗差探测,每次剔除一个粗差后再重新平差和粗差探测.将含有粗差的观测值进行最小二乘平差,当假设第二条基线含有粗差时,计算出统计量为 312.026,该值大于标准值 16.551,因此假设成立,剔除第二条基线;剔除第二条基线后重新组成误差方程,再此重复粗差分析步骤,当假设到第三条基线含有粗差时,得到统计量 631.593 大于标准值 16.551,剔除第三条基线,重新组成误差方程进行平差后通过检验.结果计算完毕,每次平差中各观测值的残差绘制图 1,图 2,3,点位中误差列于表 1.

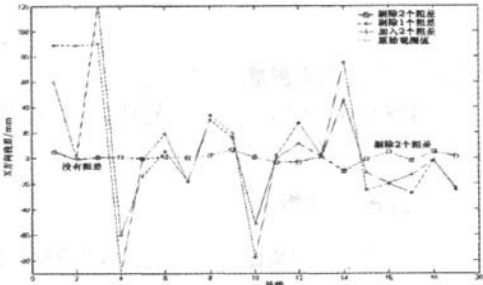


图 1 X 方向的基线向量残差
Fig. 1 X direction of the baseline vector of residuals

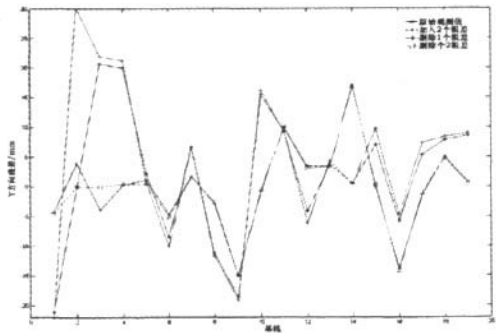


图 2 Y 方向的基线向量残差
Fig. 2 Y direction of the baseline vector of residuals

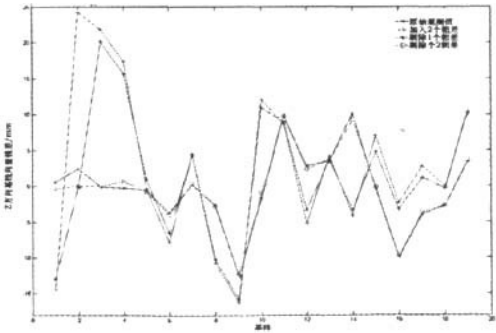


图 3 Z 方向的基线向量残差
Fig. 3 Z direction of the baseline vector of residuals

表 1 点位中误差
Tab. 1 Point position in the error

点名	MX/mm				MY/mm				MZ/mm			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
G349	3.7	69.1	59.2	4.4	7.9	146.4	126.0	9.3	5.5	102.2	87.8	6.5
G053	2.6	47.5	42.2	3.3	5.8	106.7	94.6	7.3	4.0	73.8	65.4	5.0
G041	2.3	41.6	41.3	3.3	5.1	94.2	92.9	7.5	3.5	65.1	64.2	5.2
G035	2.3	41.9	38.2	3.4	5.2	95.0	86.3	7.5	3.6	65.7	59.6	5.2
G026	2.5	46.5	41.5	3.3	5.7	104.8	93.4	7.4	3.9	72.6	64.6	5.1
C003	2.5	46.8	41.2	3.2	5.7	105.6	92.8	7.1	3.9	72.6	63.8	4.9
G001	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

图1~3中横坐标为第 i 条基线(i 从1到19),纵坐标为各分量的残差值,单位为 mm ,图中四条变化曲线分别是以下四种观测值平差后的基线向量分量的残差:

(1)利用原始观测值进行最小二乘平差获得的基线向量残差(图中标志为“+”,表1中的“1”);

(2)加入2个粗差后进行最小二乘获得的基线向量残差(图中标志为“×”,表1中的“2”);

(3)用三维巴尔达法探测出第一个粗差进行剔除后平差获得的基线向量残差(图中标志为“*”,表1中的“3”);

(4)用三维巴尔达法探测出第二个粗差进行剔除后平差获得的基线向量残差(表1中的“4”).

从图中可以看出,虽然加入的是 X 方向上的粗差,但是由于同一基线向量的三个分量之间的相关性以及基线向量之间存在的相关性,导致了粗差被转移,几乎污染了所有基线向量的 XYZ 方向,并且有的基线向量残差的达到了分米级.剔除一个粗差后,发现虽然基线向量里面只含有一个粗差,但是平差后的基线向量残差还是很大.直到程序循环两次后,删除另外一个粗差,获得的基线向量残差值才和原始观测值相当.

表1中列出了四种观测值平差后的点位精度,单位为 mm .从表中可以看出,当观测值中含有粗差时,与无粗差时LS估计成果相比较,点位误差,采用LS估计时都受到了粗差的严重影响.但是通过粗差探测,剔除一个粗差后的坐标分量精度仍然比原始值偏移了很多,当把网中所有的粗差剔除以后,点位精度有明显的提高,与没有粗差的观测值平差后的结果相差在 $1\sim 2\text{ mm}$,但是由于删除了多余观测值,点位的精度比原始观测值的平差后的点位精度低一些.

4 结论

当GPS网中含有1个或者多个粗差时,无论从坐标分量的残差值还是点位精度来看,最小二乘估计的结果都是不可靠的,甚至是错误的.本文介绍的三维巴尔达法在GPS网平差中,当观测值含有粗差,利用三维巴尔达法可以判定观测值中的粗差位置,进行剔除后用最小二乘平差,可以获得可靠的平差结果,程序实现起来简单容易,为GPS网的优化设计提供了理论依据,对测量生产实践具有重要的意义,扩展了数据探测法的应用空间.

参考文献:

- [1] Baarda W. A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks[J]. Neth Geod Comm New Series, on Geodesy, 1968, 2(5): 111-121.
- [2] 余学祥,吕伟才. GPS网空间无约束平差的抗差解法[J]. 勘察科学技术, 1997(4): 43-47.
- [3] Kyle Brian Snow, Burkhard Schaffrin. Three-dimensional outlier detection for GPS networks and their densification via the BLIMPBE approach[J]. GPS Solutions, 2003, 7: 130-139.
- [4] 周忠谟, 易杰军, 周琪. GPS卫星测量原理与应用[M]. 武汉: 测绘出版社, 1999.
- [5] 徐天河, 杨元喜. 抗差Tikhonov正则化方法及其应用[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2003, 28(6): 719-722.
- [6] 杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京: 八一出版社, 1993.
- [7] 吴俊昶, 刘大杰. 控制网测量平差[M]. 北京: 测绘出版社, 1985.
- [8] 刘经南. 基于等价方差-协方差阵的稳健最小二乘估计理论研究[J]. 测绘科学, 2000(3): 1-6.