

工程土方量计算比较分析

罗德仁¹, 邹自力², 汤江龙²

(1. 中南大学信息物理学院, 湖南 长沙 410012; 2. 东华理工学院, 江西 抚州 344000)

摘 要:土方计算的基本方法有断面法、方格网法、等高线法及基于数字高程模型 (DEM) 法。在实际生产应用中, 不同的方法计算的同一场地土方量数量相差较大, 所以不同方法土方计算精度不同, 适用范围也不一样。本文基于对工程土方量计算中的断面法、方格网法、等高线法及基于数字高程模型 (DEM) 法的基本原理、方法和优缺点比较分析, 从理论上讨论它们的适用范围、条件及精度分析。结果表明, DEM 法适用于所有场地, 且精度较高, 方格网法只适用于平坦场地; 断面法适用于特别复杂的狭长带状地形场地。

关键词:土方量; 断面法; 方格网法; 等高线法; 数字高程模型

中图分类号: P271 **文献标识码:** B **文章编号:** 1000 - 2251 (2005) 01 - 059 - 05

在各种工程建设如铁路、公路、港口、城市规划等中, 土方量计算是一项经常性的、不可缺少的工作, 且在整个工程量中, 土方工程常占有较大比例 (邹自力, 2003)。土方量计算精度的高低直接影响到建设工期、经济效益。需要合理地进行土方调配, 节省施工费用, 加快工程进度。因此, 研究土方量的计算方法、精度及计算方法的实用范围、条件和存在问题是非常必要的。为此, 本文对工程土方量计算中的断面法、方格网法、等高线法及基于数字高程模型 (DEM) 法的基本原理、方法和优缺点进行比较分析, 从理论上讨论它们的实用范围、条件及精度分析, 进而提出存在问题及结论。

1 工程土方量计算原理和方法

土方计算的目的是计算同一地块开挖 (或填充) 前后的填方量 (或挖方量), 实际上就是计算体积。根据不同情况, 土石方计算可选用不同的方法。常用的土石方计算方法有方格网法、断面法、等高线法及基于 DEM 的计算方法等。

1.1 断面法

在地形图上或碎部测量的平面图上, 根据土方计算的范围, 以一定的间距等分场地, 将场地划分为若干个相互平行的横截面; 按照设计高程与地面线所组成的断面图, 计算每条断面线所围成的面

积; 以相邻两断面面积的平均值乘以等分的间距, 得出每相邻两断面间的体积; 将各相邻断面的体积加起来, 求出总体积, 这种方法称为断面法 (图 1)。

图 1 土方断面示意图

Fig 1 Demonstration of earthwork transect

根据两相邻的设计段面填挖面积的平均值乘以两段面的距离, 就得到两相邻横段面之间的挖、填土石方的数量。

$$V = \frac{1}{2} (A_1 + A_2) L \quad (1)$$

式中: A_1, A_2 为相邻两横段面的挖方或填方面积; L 为相邻两横段面之间的距离, 一般根据需要选取, 面积 A_1, A_2 根据横段面测量资料采用下面两种方法:

解析法

根据实测的数值计算面积的方法, 包括几何图形法和坐标法。

所谓几何图形法, 是根据实地测量有关的边、角元素进行面积计算的方法。将不规则图形分割成简单的矩形、梯形或三角形等简单的几何图形分别计算面积并相加得到所需面积的数据。

收稿日期: 2003-12-24

作者简介: 罗德仁 (1966—), 男, 湖南邵阳人, 博士研究生, 主要从事地理信息系统应用研究。

所谓坐标法,通常是指对一个不规则的几何图形,测出该图形边界转折点的坐标值,再用下列公式计算:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}) \quad (2)$$

式中 X_i, Y_i 为转折点的纵横坐标值(土石方计算一般为距离和高程), n 为转折点的数目,也即多边形边数,当 $i+1 = n+1$ 时, $X_{n+1} = X_1, Y_{n+1} = Y_1$ 。

图解法

通常是指从图上直接量算面积的方法。在土石方计算之前,根据设计断面和横断面测量资料按一定比例绘制横断面图,再用各种图解方法量算面积。

1.2 方格网法

该方法首先将场地划分为若干方格(一般为边长 10~20 m 的正方形),从地形图或实测得到每个方格角点的自然标高,由给出的地面设计标高,根据各点的设计标高与自然标高之差,求出零线位置,进而求出各方格的工程量,所有方格的工程量之和即为整个场地的工程量。

方格网法计算公式很多,用不同的计算公式,工作程序和程序便不一样。一般用水准测量或三角高程测量方法,测出方格网点的标高,计算方格网的平均标高 H 及面积 S ,平均标高 H 可按下述几种方法计算:

算术平均法。将格网的四个角点高程相加求和,除以点的总数即为平均标高。

加权平均法。如果将每个方格的 4 个角点高程取平均即得该方格的平均高程。各方格的平均高程加在一起,除以方格数,即为该方格网的加权平均高程。如图 2 所示,整个区域四个角 A, B, C, D 的高程在计算中只用了 1 次,边上各点的高程用了 2 次,而网格内各点的高程都用了 4 次。各网点在计算平均高程使用时的次数即为该点的权。加权平均高程等于各网点的权乘以该点的高程的总和,除以各点权的总和:

$$H_{\text{平均}} = \frac{\sum_{i=1}^n H_i P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (3)$$

式中: $H_{\text{平均}}$ 为各方格网点的加权平均值; H_i 为各方格网点高程; P_i 为各方格网点的权; n 为方格网点的个数。

图 2 格网点数据

Fig 2 Data fo pane point

实际作业时,计算填挖方量平衡的设计高程的计算式为:

$$H_{\text{设}} = \frac{H_{\text{角点}} \times 4 + H_{\text{边点}} \times 2 + H_{\text{中点}} \times 4}{3 + N} \quad (4)$$

式中 N 为方格总数。

根据上式求得设计高程,在地形图中按内插法绘出设计高程的等高线,这条等高线就是填挖的分界线,又称零线。

然后计算各方格顶点的填充高度(即施工高度)及土方量。

用方格网法计算土方量,设计面可以是水平的,也可以是倾斜的。

1.3 等高线法

利用现成的绘有等高线的地形图,计算等高线所围的面积,再根据两相邻等高线的高差按以下公式计算土方量:

$$V = \frac{1}{2} (S_1 + S_2) h \quad (5)$$

式中: S_1, S_2 为相邻两等高线所围面积; h 为相邻两等高线间的高差。

1.4 DEM法

数字地面模型(Digital Terrain Model, DTM)是用一群地面点的平面坐标和高程描述地表形状的一种方式。地表任一特征内容如土壤类型、植被、高程等均可作为 DTM 的特征值。以高程为特征值的 DTM 也称为数字高程模型(Digital Elevation Model, DEM)。DEM 是用数字形式 X, Y, Z 坐标来表达区域内的地貌形态,以缩微的形式再现了地表形态起伏变化特征,具有形象、直观、精确等特点,

在生产中有广泛的使用价值。DEM 不仅应用于各种工程规划和地形分析,而且也被用于土方工程量的计算。

从技术上看,DEM 技术直接使用原始数据,且点子密度大,所以 DEM 所提供的任意点高程精度高,剖面图的可信度高。CAD 技术的使用,代替了大量的手工作业,提高了作业精度和作业效率。所以在土方量计算中,通常运用 DEM 结合 CAD 的方法。

基本原理。由 DEM 模型来计算土方量是根据实地测定的地面点坐标 (X, Y, Z) 和设计高程,通过生成三角网来计算每一个三棱锥的填挖方量,最后累计得到指定范围内填方和挖方的土方量,并绘出填挖方分界线。如果将 DEM 视为空间的曲面,填挖前后的两个 DTM 即为两个空间曲面,那么计算机便可以自动计算两个曲面的交线,也可以用一个铅垂面同时对两个曲面任意切割,并计算夹在两个切割下来的曲面间的空间的体积,实际上就是土方计算的填挖交界线、填方量和挖方量。

上面所说的 DEM 的一般有两种表示方式,即基于规则格网的 DEM (Grid Based DEM) 和基于三角网的 DEM (Triangle Based DEM)。

土方量的计算。土方计算的目的是计算同一地块开挖(或填充)前后的填方量(或挖方量),实际上就是计算体积。无论采用什么方法进行体积计算,都必须已知两个基本条件:开挖(或填充)前地面的起伏情况;开挖(或填充)后地面的起伏情况。

土方工程量实际上是原始地表与设计地表之

表 1 DEM 法、格网法、断面法计算的土方量比较

Tab 1 Earthwork comparison of Transect and Table and Digital Elevation Model

计算方法	计算标高 /m	填方 /m ³	挖方 /m ³	填挖差 /% (填方 - 挖方) / 填方
DEM 法	750.43	171 488.26	174 365.42	-1.67
格网法	750.14	162 485.50	178 926.18	-10.30
断面法	750.95	184 233.12	160 194.92	13.40

由表 1 可以看出,在填挖平衡原则下,不同方法计算的最佳设计标高和填挖相差比不一样。由此可知,DEM 法可比较精确地确定设计标高和土方量。

3.1.2 不同地形条件下土方量计算的比较

间的体积值。因此,只需在计算区建立两个 DTM,一个为原始地表 DEM,另一个为设计地表 DEM,根据两个 DEM 的差即可求出计算区的土方量。周越轩等(2000)认为土方计算可按下述方法进行:

设原始地表 DEM 为 DEM_i ,设计地表 DEM 为 DEM_d ,在相同的坐标原点和格网分辨率的条件下,将同一区域的 DEM_i 和 DEM_d 进行叠加,可得一新的 DEM,设为 DEM ,则有 $DEM = DEM_i - DEM_d$,其分量表示式为

$$Z(i, j) = Z(i, j)_i - Z(i, j)_d \quad (6)$$

式中: $z(i, j)$ 表示地表 DEM 的格网点高程; $z(i, j)_d$ 表示设计 DEM 的格网点高程。

对任一格网 (i, j) ,若 $z(i, j) > 0$,则该格网为挖方;若 $z(i, j) < 0$,则该格网为填方。设格网面积为 $A = dx \cdot dy$,则该格网处的土方量为

$$V(i, j) = Z(i, j) * A \quad (7)$$

分别对 $V(i, j) > 0$ 和 $V(i, j) < 0$ 的数据进行累加,即可求得该区域的填挖方量。

2 土方工程量计算方法比较分析

下面我们分别用 DEM 法、格网法、断面法计算几个实例来比较分析各自的特点。格网法、断面法用 VB 程序计算,DEM 法利用南方测绘仪器公司的 CASS5.1 的相应功能实现。

2.1 实例计算

2.1.1 填挖平衡原则下土方量计算的比较

表 1 给出了一个在填挖平衡原则下计算设计标高和填挖方量的算例(周越轩等,2000)。

某场地的平整面积为 $43\,970.7\text{ m}^2$ 。该场地比较平坦,地形简单,最高点 51.264 m ,最低点 40.064 m ,场平设计标高 45.0 m 。分别用格网法(格网间距 5 m)、断面法(断面间距为 10 m)及 DEM 法计算土方量的结果见表 2。

欲进行施工开挖的某大型场地所测的范围为 200 × 245 m。该地形起伏较大,最高点 74.13 m,最低点 48.08 m。场地开挖后为一坡度逐渐变化的斜

坡面,坡面高程由设计给出。分别用格网法(格网间距 10 m)、断面法(断面间距为 10 m)及 DEM 法计算土方量,结果见表 3。

表 2 DEM法、格网法、断面法计算的土方量比较

Tab. 2 Earthwork comparison of Transect and Table and Digital Elevation Model m³

计算方法	填方	挖方	总方量 / 填挖方之和
DEM法	42 107.85	23 386.36	65 491.21
格网法	41 951.93	23 289.33	65 241.26
断面法	43 242.48	24 089.83	67 332.31

表 3 DEM法、格网法、断面法计算的土方量比较

Tab. 3 Earthwork comparison of Transect and Table and Digital Elevation Model m³

计算方法	填方 / m ³	挖方 / m ³	总方量 / 填挖方之和 / m ³
DEM法	87 502.82	117 689.95	205 192.77
格网法	80 158.65	120 556.06	200 714.71
断面法	92 458.66	116 545.58	209 004.24

由表 2、表 3 可以看出,如果以三种方法的平均值作为土方量的最或是值,则场地比较简单时,DEM 法的误差为 0.8%,格网法的误差为 1.2%,断面法的误差为 2.0%;场地复杂时,DEM 法的误差为 0.1%,格网法的误差为 2.1%,断面法的误差为 2.0%。由此可见,场地比较简单时,DEM 法与格网法不相上下,断面法稍差;场地复杂时,格网法与断面法不相上下,DEM 法稍优。

2.2 比较分析

由以上的分析易知,断面法不管是采用图解法计算,还是采用解析法计算,只需要知道两端横断面的面积,因而计算很简单。但如果施工场地范围很大,那么求面积工作量将会非常大,而且容易出错,同时大量的数据容易在计算时带来较大的误差,特别是地形较复杂时,算出的面积值误差会很大。所以断面法一般只适用于山地及高差变化比较大、自然地面较复杂的地段或地形狭长的地带,在道路、管道等狭长带状地形应用甚广。为提高土方计算精度和减少工作量可采取以下措施(陈秋枫等,2003)。

(1)测定数字地形图时,提高采集密度,可提高横断面的精度。但如果横断面为实测,则只要测量横段面上的地形变化点,没有必要一味强调取点密

度。增加测量点的个数,必然增加工作量。浪费时间和劳动力。

(2)在测量精度确定后,横段面间距 D 的设置要充分考虑到横段面的大小和形状,即要考虑横段面的周长面积比。周长面积比大,则横段面间距 D 可适当小,周长面积比小,则横段面间距 D 可适当大一些。

(3)对于大面积长距离的线路工程,应根据地形状况(如起伏、宽窄、弯曲等)分成几大段,分别计算土方量,再求总和。

(4)土石方计算精度确定后,测量精度和方法必须结合实际横段面的结构形状来制定,精度以需要为标准,不宜过高或过低。

(5)不过随着计算机技术的发展,可利用开发出的测绘成图软件结合 AutoCAD 软件平台,帮助计算土方量,大大提高了计算速度、质量和精度。

方格网法一般是利用现成的绘有等高线的地形图布置方格网,各方格顶点的高程根据等高线确定,而地形图上的等高线是由一系列等高程的点的连线而成的,所以等高线不能详细地反映地形,求出的各方格顶点的高程必然存在误差,而且,使用本方法总是假设两点之间的坡度是均匀的,显然这是一个为了计算而做的假设,实际情况并非如此。

所以本方法一般适用于地形起伏不大,且地面坡度有规律(如图 2 中,西北角往东南角方向高程逐渐变小),范围比较大的施工场地,也适合平坦地区及高差不太大的地形场地平整时使用。实际上,对于中、小型建设项目、旧城区改造以及地貌复杂的情况,用上面所述方格网法计算土方量,误差较大。加之实际建设项目用地的范围,并不刚好是方格网边长的整数倍;地性线也不可能刚好是方格网的边,非完整方格的土方工程量计算没有明确规则要求。这样在实际工程施工中土方工程量必定与概(预)算的土方工程数量相差较大。

如果直接采取手工或机械的方法利用地形原图来计算起伏较大的山区地形的土方量,或用户将白纸图扫描矢量化后可以得到数字化图形,利用数字测图软件的工程量计算功能计算土方量,一般这样的图都没有高程数据文件,所以无法用前面的几种方法计算土方量。但这些图上都会绘有等高线,所以,可利用等高线计算土方量。由于两条等高线所围面积可求,两条等高线之间的高差已知,可求出这两条等高线之间的土方量。但所选等高线必须闭合。

以上三种方法,都和面积计算有关,并且都是高斯投影平面内的面积,由于面积投影时会产生变形,且变形值与高斯投影中央子午线和投影面的选择有关,它们的关系可用下面两个公式来表示。

投影面的面积变形为:

$$S_1 = (1 - \frac{2H}{R})S \quad (8)$$

投影带的面积变形为:

$$S_2 = (1 + \frac{y^2}{R^2})S_1 \quad (9)$$

式中: H 为投影面高程; R 为地球半径; S_1 为投影面面积; S_2 为高斯平面面积; y 为计算区的横坐标平均值。

所以,在大范围的或在边缘子午线附近测区计算土方量时,必须考虑面积变形的影响,使得计算工作量变得很大。这时用这三种方法计算就很不方便。但用基于 DEM 的方法是较好的,这一方法不但可以提高土方的计算精度,而且可以实现计算的自动化。

理论上说,基于 DEM 的土方量算法适用于任何情形,DEM 的精度是影响土方量计算准确与否的主要因素(汤江龙,1999)。为了讨论基于

DEM 的土方量算法的精度,必须从 DEM 的产生和建立来分析其精度。

DEM 的实际精度主要由原始数据的采集误差和高程内插误差两方面决定。数据采集误差来自原始资料的误差、采点设备误差、人为误差、坐标转换误差。这种误差可以采取一些措施尽量减小它,使之达到误差允许的范围内。这些措施有:用仿射变换消除图纸变形引起的误差;采用高精度的数字化仪、扫描仪;将数字地图回放到纸张地图与出版地图进行比较等。高程内插的误差一方面和选用的数学方法有关,另一方面和采点的方式有关。这是一种性质不同的处理,因为提取的信息在很大程度上受采样区间和所用插值方法的影响。所以,数字高程模型(DEM)精度对土方计算具有重大意义。

基于 DEM 的土方算法克服了前面三种方法作业人员计算量大,工作繁重,计算精度不高,容易出错等缺点,实现了土方量计算的计算机自动化。目前市面上流行的 GIS 主流软件都可以生产不同地形类型的 DEM 产品,且精度都符合国家标准规定的精度要求,但不同的软件对不同的地形类型在精度上存在一定的差异(马龙,2003)。所以在计算土方量时,必须根据具体要求,选择合适的 DEM 产品。

3 结论

以上介绍了工程土方量计算中的断面法、方格网法、等高线法及基于数字高程模型(DEM)法的基本原理、方法和优缺点比较分析,指出了应用中的注意事项。通过分析比较,笔者认为,利用已有地图数字化或野外实测数字化数据,利用 GIS 主流软件产生 DEM 并进行土方工程量的计算是一个最好的方法。当然,上述结论还有待于更多的实例来验证。

参考文献

- 陈秋枫,罗德仁. 2003. 横断面法土石方计算的精度分析[J]. 江西测绘, 50(3): 43~44.
- 李志林等. 2001. 数字高程模型[M]. 武汉:武汉大学出版社.
- 马龙等. 2003. GIS 中 DEM 产品精度的分析和评价[J]. 测绘信息与工程, 28(3): 4~5.
- 周越轩等. 2000. 基于 DTM 的土方工程量计算与精度分析[J]. 长沙交通学院学报, 16(4): 39~43.

Contrasting and Analysis of the Method of Earthwork Calculation

LUO De-Ren, ZOU ZiLi

(1. School of Info-physics and Geometrics Engineering, Central South University, Changsha, HN 410012, China; 2. East China Institute of Technology, Fuzhou, JX 344000, China)

Abstract: There are Transect, Table, Contours and Digital Elevation Model several methods for earthwork calculation in civil engineering. Practically the dissimilarity calculation method has obvious different quantity and accuracy and different application range. Their principle, means and excellent and shortcoming are discussed, And their practicality range, condition and precision are analyzed theoretically. The result shows that the DEM is applicable to all fields and with higher precision. Table is applicable to the flat field only; The transect is applicable to long and narrow complicated terrain.

Key Words: earthwork; transect; table; contours; Digital Elevation Model

www.cnki.net