

# 直流电阻率测深曲线解释中的直接反演法

阮百尧\* 徐世浙

(桂林工学院)

**【摘要】** 本文根据在电导率随深度变化梯度不大的情况下, Dar Zarrouk 曲线与视电阻率曲线基本重合这一性质, 通过各种变换, 在电阻率测深中导出了一种可与大地电磁测深中 Bostick 反演方法相比美的直接反演方法, 将视电阻率随极距变化曲线转换为电阻率随深度变化曲线。

**【关键词】** 纵向电导 横向电阻 电阻率反演

在大地电磁测深中基于测深曲线低频渐近线的性质 Bostick, 提出了一种直接反演方法。它不仅计算简单, 而且还比较正确地反映了地下电性层分布情况, 使野外即时反演成为可能, 也为室内精确反演提供了合适的初始模型系数。但在常规直流电阻率测深中, 尽管它的历史要比大地电磁测深早得多, 但由于其高阻和低阻视电阻率曲线的渐近规律不尽相同, 所以尚无类似的近似解释方法。Zohdy(1974)根据 Dar-Zarrouk 曲线导出了一种直接反演方法, 但它仅适用于地层简单的情况, 因此未能推广。而本文对 Dar-Zarrouk 曲线的分析, 通过取对数、求导等变换得到的直接反演方法, 无论从方法的形式和方法的效果, 都和大地电磁测深中的 Bostick 方法相似, 从而为电阻率测深解释提供了一种新的直接反演方法。

## 1 基本原理

在电阻率测深曲线下降支不太长的情况下由 Dar Zarrouk 曲线与视电阻率测深曲线基本重合(如图1)可知:

$$\sqrt{\frac{T}{S}} \doteq \rho, \quad \sqrt{TS} \doteq r \quad (1)$$

这里  $T(Z) = \int_0^z \rho(Z) dZ$      $S(Z) = \int_0^z \frac{1}{\rho(Z)} dZ$     (2)

$r$  为供电电极距( $AB/2$ )。对式(1)两边取对数有:

$$\log T - \log S = 2 \log \rho, \quad \log T + \log S = 2 \log r$$

\* 收稿日期:1995—03—29; 改稿日期:1996—04—16    地址:桂林工学院应用物理和计算机系  
(邮政编码:541004)

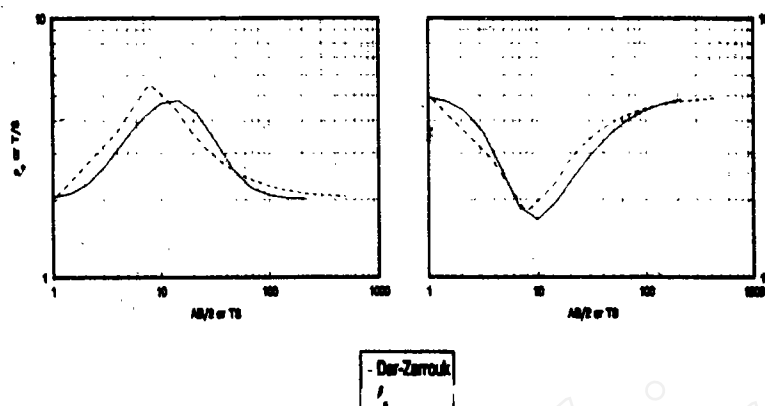


图1 三层模型的Dar Zarrouk 曲线(实线)和视电阻率曲线(虚线)

移项并取导数得:

$$\frac{d \log T}{d \log r} = 1 + \frac{d \log \rho_s}{d \log r}$$

$$\frac{d \log S}{d \log r} = 1 - \frac{d \log \rho_s}{d \log r} \quad (3)$$

又据式(2)有:

$$\frac{dT}{dZ} = \rho(Z)$$

$$\frac{dS}{dZ} = 1/\rho(Z) \quad (4)$$

所以

$$\rho(Z) = \frac{dT}{dZ} = \frac{dT}{dS} \cdot \frac{dS}{dZ} = \frac{1}{\rho(Z)} \frac{dT}{dS} = \frac{1}{\rho(Z)} \frac{dT}{d \log T} \cdot \frac{d \log T}{d \log S} \cdot \frac{d \log S}{dS}$$

$$= \frac{1}{\rho(Z)} \frac{T}{S} \cdot \frac{d \log T}{d \log r} \cdot \frac{d \log r}{d \log S}$$

利用式(1)、(3)得:

$$\rho(Z) = \frac{\rho_s^2(r)}{\rho(Z)} (1 + \frac{d \log \rho_s}{d \log r}) / (1 - \frac{d \log \rho_s}{d \log r})$$

由此得到深度 $Z$ 处岩层的真实电阻率为:

$$\rho(Z) = \rho_s(r) \sqrt{\frac{1 + \frac{d \log \rho_s}{d \log r}}{1 - \frac{d \log \rho_s}{d \log r}}} \quad (5)$$

下面再来推导深度 $Z$ , 由于厚度为 $\Delta Z$ , 电阻率为 $\rho(Z)$ 的岩层, 其横向电阻率和纵向电导为

$$\Delta T(Z) = \rho(Z) \cdot \Delta Z; \quad \Delta S(Z) = \frac{1}{\rho(Z)} \cdot \Delta Z$$

所在厚度

$$\Delta Z = \sqrt{\Delta T(Z) \cdot \Delta S(Z)}$$

因为:

$$\Delta T(Z) = \frac{dT}{dr} \Delta r = \frac{dT}{d \log T} \cdot \frac{d \log T}{d \log r} \cdot \frac{d \log r}{dr} \cdot \Delta r = \frac{T}{r} \frac{d \log T}{d \log r} \Delta r$$

同样

$$\Delta S(Z) = \frac{S}{r} \frac{d \log S}{d \log r} \Delta r$$

所以:

$$\Delta Z = \sqrt{\frac{TS}{r^2} \frac{d \log T}{d \log r} \frac{d \log S}{d \log r}} \Delta r$$

代入式(1)、(3), 有

$$\Delta Z = \sqrt{(1 + \frac{d \log \rho_s}{d \log r})(1 - \frac{d \log \rho_s}{d \log r})} \Delta r = \sqrt{1 - (\frac{d \log \rho_s}{d \log r})^2} \cdot \Delta r \quad (6)$$

$$\text{深度 } Z \text{ 为对 } \Delta Z \text{ 的求和: } Z = \Sigma \Delta Z = \sum \sqrt{1 - \left(\frac{d \log \rho_s}{d \log r}\right)^2} \cdot \Delta r \quad (7)$$

式(5)、(6)和(7)便是本文由 *Dar-Zarrouk* 曲线导出的直接反演公式。可以看出,它和大地电磁测深中 *Bostick* 反演公式有很大的相似性。

但上述公式是在 *Dar-Zarrouk* 曲线与视电阻率曲线重合这一前提条件下得到的,即在  $\rho_s$  的下降支不长的情况下反演结果才准确;而当  $\rho_s$  下降支太长时,所得的反演结果就有误差。实际上,当下降支太长时,由于  $\rho_s$  曲线在双对数坐标中的斜率,即导数  $\frac{d \log \rho_s}{d \log r} < -1$ , 公式(5)至(7)的平方根内值将变为负数而失去意义。因此必须对公式进行修正。

## 2 公式的修正

考虑两种极限情况,即  $\rho_n \rightarrow \infty$  和  $\rho_n \rightarrow 0$  时的视电阻率测深曲线在双对数坐标中尾支的斜率  $\frac{d \log \rho_s}{d \log r}$  分别为 1 和 -8。对  $\rho_n \rightarrow \infty$  情况,由于式(5)中分式的除数趋于零,故反演所得的电阻率  $\rho(Z) \rightarrow \infty$ , 结果正确。而对  $\rho_n \rightarrow 0$  的情况,显然,要使  $\rho(Z) \rightarrow 0$ , 式(5)必须改为:

$$\rho(Z) = \rho_s(r) \sqrt{\frac{8 + \frac{d \log \rho_s}{d \log r}}{8 - \frac{d \log \rho_s}{d \log r}}} \quad (8)$$

由此,对  $\rho_s$  曲线的下降支即  $\frac{d \log \rho_s}{d \log r} < 0$ , 我们都可用式(8)代替式(5)来计算电阻率。

同样对于厚度或深度,在  $\rho_s$  曲线的上升支即  $\frac{d \log \rho_s}{d \log r} > 0$  情况,公式不需要修正,而在  $\rho_s$  曲线的下降支即  $\frac{d \log \rho_s}{d \log r} < 0$  情况,由于平方根内值有可能变为负数,因此也必须修正,式(6)、

$$(7) \text{ 可改为: } \Delta Z = \frac{\Delta r}{8} \sqrt{64 - \left(\frac{d \log \rho_s}{d \log r}\right)^2} \quad (9)$$

$$Z = \Sigma \Delta Z = \sum \frac{\Delta r}{8} \sqrt{64 - \left(\frac{d \log \rho_s}{d \log r}\right)^2} \quad (10)$$

这里,平方根内的 64 是因为  $\left(\frac{d \log \rho_s}{d \log r}\right)^2$  的最大值为 64, 平方根外 1/8 是考虑与  $\frac{d \log \rho_s}{d \log r} > 0$  时公式的连续性而得到的。

其实,对于厚度和深度,我们还有另一种修正方法。注意到当视电阻率测深曲线梯度变化很陡时所对应层的厚度很小,因此,我们取  $\rho_s$  测深曲线的梯度  $\frac{d \log \rho_s}{d \log r} > 0.8$  和  $\frac{d \log \rho_s}{d \log r} < -1$  时所对应的岩层厚度  $\Delta Z = 0$ , 即式(6)厚度公式可修正为:

$$\Delta Z = \begin{cases} \sqrt{1 - \left(\frac{d \log \rho_s}{d \log r}\right)^2} \cdot \Delta r & -1 < \frac{d \log \rho_s}{d \log r} < 0.8 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (11)$$

经计算证明,效果很好。这样我们得到了下面两种实用的直接反演公式。

**方法一:** 设  $\rho_s(i)$  为第  $i$  个极距  $r_i (= (AB/2)_i)$  所测得的视电阻率,则该一极距所反映的地

层的真实电阻率 $\rho(i)$ 为:

$$\rho(i) = \begin{cases} \rho_s(i) \sqrt{\frac{1 + (\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i}{1 - (\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i}} & (\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i > 0 \\ \rho_s(i) \sqrt{\frac{8 + (\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i}{8 - (\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i}} & (\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i < 0 \end{cases} \quad (12)$$

该层对应的厚度为:  $h(i) = \begin{cases} (r_i - r_{i-1}) \sqrt{1 - [(\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i]^2} & (\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i > 0 \\ \frac{r_i - r_{i-1}}{8} \sqrt{64 - [(\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i]^2} & (\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i < 0 \end{cases} \quad (13)$

该层层底深度为:

$$H(i) = \sum_{j=1}^i h(j) \quad (14)$$

式中 $(\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i$ 为测深曲线在第 $i$ 个极距 $r_i$ 处的梯度。

方法二:除地层厚度用下式计算外,其余同方法一。

$$h(i) = \begin{cases} \sqrt{1 - [(\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i]^2} \cdot (r_i - r_{i-1}) & -1 < (\frac{d \log \rho_s}{d \log r})_i < 0.8 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (15)$$

在实际应用中我们发现,对由式(13)和(15)确定的厚度乘一伸缩因子则反演效果更好,该伸缩因子可用直线搜索法来确定,一般它的值小于1。

### 3 算例及结果评述

#### 3.1 对理论曲线的反演

本文选择8个模型的理论曲线来说明直接反演方法的解释效果。如图2,其中(b)(d)为方法二的反演结果,其它的是方法一的反演结果。图中包括真实模型(实线)与直接反演所得模型(点或点线)的电阻率—深度曲线对比及它们的视电阻率测深曲线对比,并给出了测深曲线拟合的平均相对误差 $error\%$ 和深度的伸缩因子 $c$ 。从图中测深曲线对比可以看出,两条曲线基本重合,尤其是深度经伸缩后,拟合得更好,最小拟合差达到了1.36%,完全满足实际应用中对于反演精度的要求,从反演所得模型的电阻率—深度曲线上看,无论方法一或方法二都对真实模型的各个电性层有明显的反映,其电阻率值较接近真电阻率值,曲线的上升点或下降点对应于真实模型的电性界面。一般来说,当相邻地层电阻率相差不大时,方法一和方法二的反演精度基本相同,但当相邻地层电性变化较大时,则方法二的反演精度比方法一要好些。方法二所得模型此时在界面深度附近处电阻率—深度曲线发生跃变,直观地揭示了地下电性结构特征。深度经伸缩后,拟合精度均有所提高。

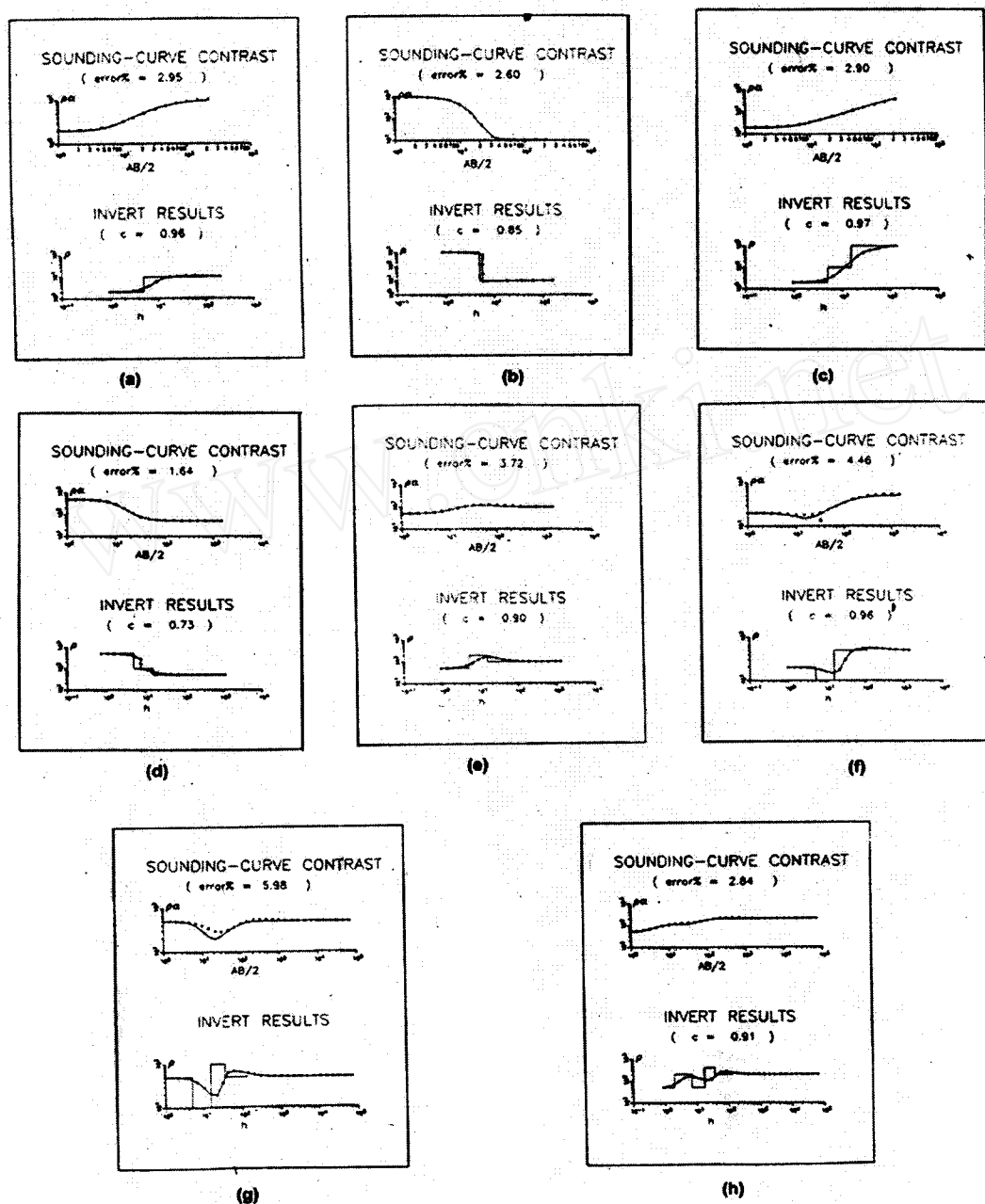


图2 理论曲线反演结果对比图

(实线为真实模型的结果,点或点线为反演模型的结果)

## 3.2 对实际直流电阻率测深曲线的反演(应用实例)

这是在桂林漓江小支流旁的耕地(一级阶地)为某厂确定水井位置所做的剖面性电测深工作。该区地形平坦,地层简单,上部为第四纪浮土(耕地),电阻率约为80—100 欧姆米;中

部为砂砾石层(含水层),电阻率为200~300 欧姆米;下部为融县灰岩,完整灰岩电阻率为1000 欧姆米以上。电测深的目的是找到基岩凹陷、砂砾层较厚的地方,定出水井位置,并确定井位垂直方向上各层的厚度。

为此,在该区布置了一系列测深剖面,其中 I 线共布置测深点12 个,点距50 米。所得电测深视电阻率拟断面层析图如图3(a)所示。

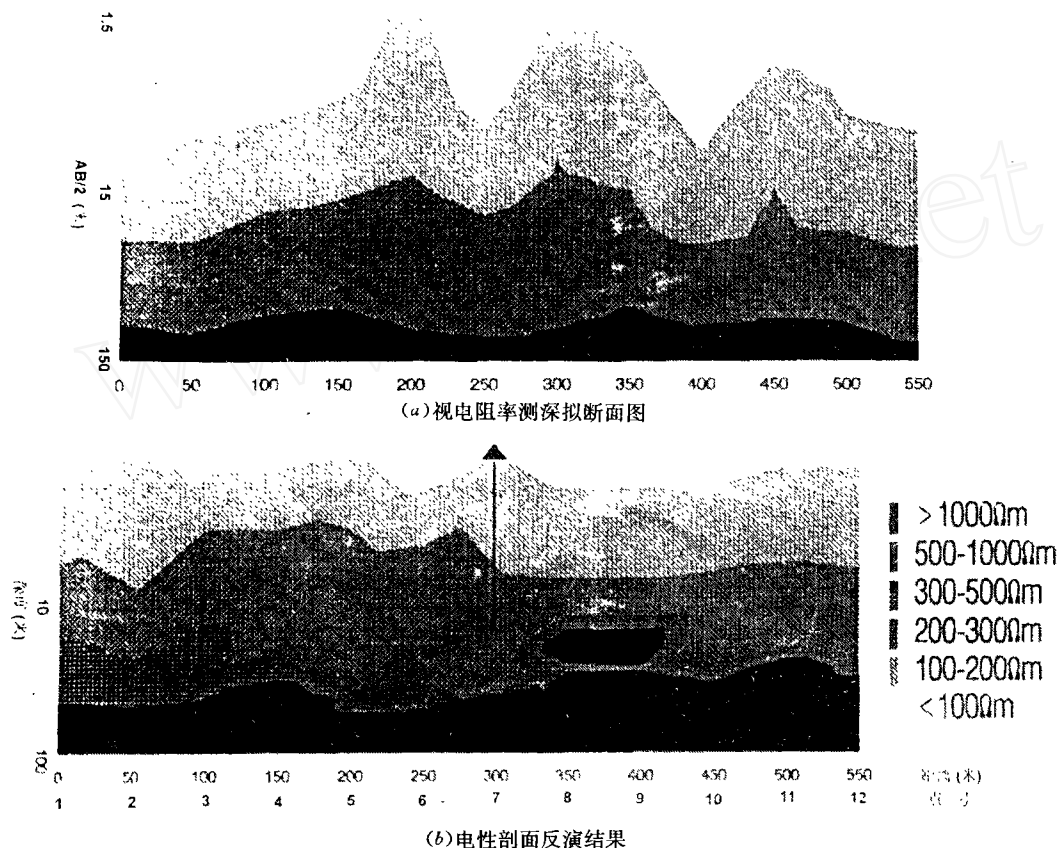


图3 桂林漓江旁耕地 I 号剖面实测电阻率测深曲线反演结果层析图

对测深结果用方法二进行解释,得到图3(b)所示的电性剖面的拟断面层析图。从图中可以看出,尽管受非一维影响较大,反演结果仍基本反映了剖面电性分布情况。由7号测深点的反演结果:电阻率小于100 欧姆米的电性层(浮土)厚1.2~2.3 米,电阻率大于1000 欧姆米的电性层(基岩)顶深不大于46 米,和该处钻孔结果:浮土厚2 米,砂砾层厚大于19 米(终孔21 米,尚未见到基岩),可见它们基本吻合。

图4 为剖面中部分测点的反演成果曲线。图中上部为实测视电阻率测深曲线(实线)和反演所得模型的理论视电阻率测深曲线(×号)对比图,两者拟合得非常好,图中下部是反演模型的电阻率—深度曲线。

### 3.3 结果评述

从以上各例反演结果可见,本文所导出的直接反演方法,反演结果基本揭示了地下电性

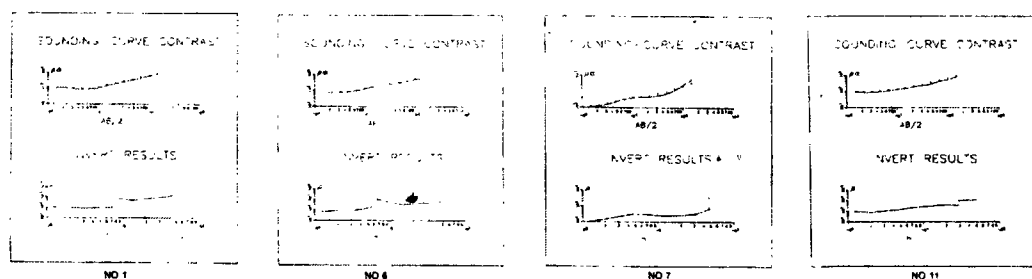


图4 桂林漓江旁耕地 I 号剖面部分实测电阻率测深曲线反演结果图

变化情况,尤其是在相邻层电性相差不大的情况下,由于  $Dar-Zarrouk$  曲线与视电阻率曲线基本重合,所得的反演结果则更加准确。当然,与大地电磁测深中  $Bostik$  一样,本文方法也是近似反演方法,但由于它计算方便、快速,能在野外实际工作中提供即时解释,也可为室内进一步的精确反演提供初始模型参数,所以很有价值。并且由  $Dar-Zarrouk$  曲线比  $\rho_s$  曲线具有较小的等值范围的性质,可知变换后的电阻率—深度曲线对地电断面的分辨能力要比  $\rho_s$  曲线强的多,这从图中可以明显看出。

### 参 考 文 献

- 1 Zohdy, A. A. R. Use of  $Dar-Zarrouk$  curves in the interpretation of vertical electrical sounding data. *US Geol. Surv. Bull.*, 1313—D, 1—11, 1974

## A DIRECT INVERSION METHOD IN THE INTERPRETATION OF VERTICAL ELECTRICAL SOUNDING CURVES

Ruan Baiyao Xu Shizhe

(Department of Applied physics and Computer, Guilin Institute of Technolgy)

**Abstract** By means of various transformations, this paper derives a direct inverse method in the vertical electrical sounding based on the similarity between the  $Dar-Zarrouk$  curve and apparent resistivity sounding curve when the formation conductivity does not vary much with the depth. This method is as excellent as the  $Bostick$  inverse method in magnetotelluric method.

**Key words** longitudinal conductance, transverse resistance, resistivity inversion

【作者简况】阮百尧,男,1962年1月生,浙江上虞人。1982年毕业于中南工业大学应用地球物理专业,85年获硕士学位,95年获青岛海洋大学理学博士学位。主要研究方向:地球物理正反演方法。