

DEM 土方量计算的误差探讨

王 斌

(北方交通大学)

提 要 基于DEM 的土方量计算的误差来源,提出了一些较为有效的计算方法,提高了土方计算的精度。

关键词 DEM (数字高程模型) 填挖方量 内插 最小二乘法

1 前言

随着计算机技术、空间技术和现代通讯技术发展,推动了以3S(GPS、GIS、RS)为代表的现代数字测绘技术的研究与应用,促进了数据采集和数据处理手段的多样化、自动化。当前利用全站仪计算机和测图软件等先进软硬件设备自动生成DEM 模型已广泛应用,因此现今利用DEM 进行土方量计算是建设规划和许多工程项目中经常遇到的问题,所以用计算机计算土方量已经十分普遍。为此,笔者在本文中主要讨论DEM 的土方量计算的误差问题。

2 DEM 误差的来源与分类

DEM 即地面数字高程模型(Digital Elevation Models)是描述地面高程空间分布的有序数值阵列。DEM 广泛应用于工程、规划和军事领域,也用于土方工程的填挖方量计算等。例如道路建设或建立水电大坝的淹没面积计算;也可用于分析和标定由地形位置因素影响的区域界线,如道路选线规划中的视线分析,雷达天线的最佳位置选择等。为了讨论土方量计算的误差问题,必须首先分析DEM 的建立过程。因为对其计算精度的影响主要也是DEM 的建立过程。

DEM 误差的一种来源是对自然真实表面的采样过程。这种误差出现在从原始资料产生

地面点的过程中,误差是由原始资料本身的不合适性和使用的仪器引起的。我们可以采取一些措施尽量减小它,使之达到误差允许的范围。这些措施有:用仿射变换消除图纸变形引起的误差;采用高精度的数字化仪、扫描仪;将数字地图回放成纸张地图与出版地图进行比较等。

DEM 误差的另一种来源是重新采样,即在保留了与原始地面较为逼近的情况下,将由原始数据派生的数据压缩成易于管理的过程中。这是一种性质不同的处理,因为提取的信息在很大程度上受采样区间和所用插值方法的影响。

DEM 误差的表达和研究涉及到DEM 与实际地面的平均偏差,也涉及误差的分布和误差的非随机空间分量。对于一个实际应用问题,要确定一个合适的DEM,则基本上依赖于研究对象,所要求的精度,采样方法以及对地形变化的敏感度。

总之,DEM 的精度取决于采样密度、测量误差(偶然误差,系统误差和粗差)、地形类别、高程点数目和位置等。影响精度的主要因素是数据获取,通过选择适当的内插法,可以获取基本相同的精度。

3 DEM 的插值方法

DEM 采用离散的网格点对高程采样,是把自然界连续的地形起伏离散化。为了使DEM能表达连续曲面,仅有野外采集的高程值是不够的,还必须有一种高程点间的内插方法。在由高程生成DEM值之前,需要从它的原始产品中进行内插,内插的结果应能完全表达地形。本文采用的内插方法是距离权倒数加最小二乘技术。

3.1 点数的选取

我们知道,插补高程点时,通常都要选一些附近点参加计算。选取哪些附近点?一般考虑两个因素:范围—即采用多大面积范围内的数据点来计算插补点的数值。点数—即选取多少点参加计算插补点。

范围的大小以插补点为圆心,以R为半径的圆来确定。而半径决定于原始数据点的疏密程度和原始数据点可能影响的范围。由于原始数据点分布不均匀,为了保证求解二次曲面方程,要有足够数量的点,但不能太多,因此圆半径是不确定的。首先从数据点平均密度出发,确定圆内平均要有10个数据点,半径R由下列公式求得。 $\pi R^2 = 10(A/N)$ 式中N为总测量点数,A为总面积。

3.2 确定权函数和计算插补点的高程值

$$A_P = \begin{pmatrix} a_1 P_1 & b_1 P_1 & c_1 P_1 & d_1 P_1 & e_1 P_1 & f_1 P_1 \\ a_2 P_2 & b_2 P_2 & c_2 P_2 & d_2 P_2 & e_2 P_2 & f_2 P_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n P_n & b_n P_n & c_n P_n & d_n P_n & e_n P_n & f_n P_n \end{pmatrix} \quad (4)$$

用主元素消去法求得未知系数后,代入曲面方程,计算出插补点的高程。

4 土方量的计算

由于地形较为复杂,各种地形构成的体积形态也变化不一,为了提高土方计算的精度,可以从以下两个方面考虑。

4.1 按最小二乘原理,找出填挖方基本平衡的工程量最小的设计平面,即地面上各点高程与设计平面上相应各点的高程之差的平方和最

圆内各个点位置对插补点的影响是不同的,即距离越远,影响越小。一般地说,其影响是和距离的平方成反比的。因此,我们可以将权函数定义为: $P_i = 1/d^2$,这样圆内的N个点可以建立N个误差方程为

$$a_1 x_i^2 + a_2 y_i^2 + a_3 x_i y_i + a_4 x_i + a_5 y_i + a_6 - z_i = V_i \quad (1)$$

其中 $x_i, y_i, z_i (i = 1, 2, 3, \dots, N)$ 为各点的实测平面位置和高程。

根据最小二乘原理,要求所有的误差平方与其相应的权值乘积之和为最小,即

$$\sum_{i=1}^N P_i V_i^2 = \min \quad (2)$$

为此,所建立的法方程组系数可表示为 $B = A^T A P_0$ 。式中 A^T 为A的转置矩阵。而

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & f_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & f_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n & b_n & c_n & d_n & e_n & f_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

其中, $a_i = x_i^2$ $b_i = y_i^2$
 $c_i = x_i y_i$ $d_i = x_i$
 $e_i = y_i$ $f_i = 1$

A_P 为用权系数 P_i 组成的扩展矩阵:

小。所以采用上述的二次曲面作为设计平面的参考方程,把各点的 x, y 值分别代入,则可求得相应点的设计标高。这样求得的平面和标高能使填挖方量基本平衡,工程量相对较小。

4.2 根据不同的地形特征,选取不同的计算方法。目前,计算机计算土方量有两种比较典型的方法。

(1) 断面法 适用于地形起伏较大,场地为狭长形的情况。

它的步骤是:

根据计算体积的范围,以一定的间距等分场地,并作断面。

按照设计高程与地面线所组成的断面图,计算每条断面线所围成的面积。

以相邻两断面面积的平均值乘以等分的间距,得出每相邻两断面间的体积。

将各相邻断面的体积加起来,求出总体积。

(2) 格网法 适用于地面平坦的地区。

这种方法的大致作法是:先把欲求体积的区域打出方格网,再利用地形图上的等高线或高程点求出方格网各角点的标高,并与设计标高相比较,即得填(挖)方的高差值。设正值为填,负值为挖,并把填(挖)方数字标注在各角点的左上方。根据角点的填挖方数字,在图上求出不填不挖的点子,即零点。把相关的零点连接起来,即得零线。根据零线即可定出填(挖)范围,算出填(挖)的面积。

用格网角点计算土方量,有两种方法:三棱柱体法和四棱柱体法。

三棱柱体法:将每个方格划分为两个三角形,每个三角形之下的土方构成一个三棱柱体,计算各个三棱柱体的体积,就得出整个区域的体积。

当三角形全部为挖方或全部为填方时,是截棱柱体,其体积为

$$V = \frac{a^2}{6} (h_1 + h_2 + h_3) \quad (5)$$

式中 h_1, h_2, h_3 为三角形各顶点的填挖高度, a 为方格边长。

当三角形内部分为挖方,部分为填方时,零线将三角形划分为底面为三角形的锥体和底面为四边形的楔体。锥体的体积为

$$V = \frac{a^2}{6} \frac{h_1^3}{(h_1 + h_2)(h_1 + h_3)} \quad (6)$$

楔体的体积为

$$V = \frac{a^2}{6} \left[\frac{h_1^3}{(h_1 + h_2)(h_1 + h_3)} - h_1 + h_2 + h_3 \right] \quad (7)$$

四棱柱体法:根据各角点施工高度符号的不同,零线可能将正方形划分为如下三种情况:正方形全部为填方或全部为挖方;部分为挖方或部分为填方,零线将正方形划分成底面为三角形的锥体和底面为五边形的截棱柱体;部分为挖方或部分为填方,零线将正方形划分成底面梯形的两个截棱柱体。

当正方形全部为填方或全部为挖方时,其体积为

$$V = \frac{a^2}{4} (h_1 + h_2 + h_3 + h_4) \quad (8)$$

底面为三角形的角锥体积为

$$V = \frac{bc}{6} \sum h_i \quad (9)$$

其中 bc 为三角形的两条直角边。

底面为五边形的截棱柱体积为

$$V = \frac{1}{5} \left[a^2 - \frac{(a-b)(a-c)}{2} \right] \sum h_i \quad (10)$$

底面为梯形的截棱柱体积为

$$V = \frac{a(b+c)}{8} \sum h_i \quad (11)$$

当需要计算的土方体积区域的地势变化突变时,在人为地划分成规则几何面积来计算体积就不太适宜了,土方计算的精度也会降低。此时可根据地形的自然分界线把全区域划分为若干自然片,各片的土方体积按具体情况分别选用一种方法计算,最后求和即得全区域总的土方量。

5 结束语

本文分析了DEM误差来源,提出了利用二次曲面进行DEM内插,提高DEM模型精度和土方计算精度,较好地解决了地面上土方计算精度的问题。

参 考 文 献

- 1 边馥苓等 地理信息系统原理和方法 北京:测绘出版社,1996
- 2 祝志明 DEM数据精度检查方法探讨 测绘科技,1997(2)