

第一章 大地电磁测深基础理论

1.1 电磁场基本理论

大地电磁测深采用的天然场源的频率变化范围在 10^{-4} – 10^4 Hz 之间, 其中频率低于 1Hz 的电磁信号与电离层中的电流活动有关, 这种电流活动与太阳活动及地球、太阳和月球之间的相对运动有关(Vozof, 1972)^[1]; 频率高于 1Hz 的信号源主要起源于大气层中全球性的闪电活动。当高空存在交变电流时, 会产生交变的磁场, 那些传播方向指向地表的交变磁场即为大地电磁测深中的磁场场源, 又称一次磁场由于一次磁场是随时间变化的, 它在地下导电介质中构成电流, 从而生成一次的涡流 $E_s(0)$, 成为二次场的源。

一、电磁场基本理论

电磁场的基本理论是建立在麦克斯韦(Maxwell)方程组^{[2]–[5]}的基础之上的, 麦克斯韦(Maxwell)方程组满足以下方程:

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1-1)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1-2)$$

$$\text{div } \vec{D} = q \quad (1-3)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (1-4)$$

其中 $\vec{B} = \mu \vec{H}$, $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

从麦克斯韦(Maxwell)方程组可以得出以下的恒等式:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (1-5)$$

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \quad (1-6)$$

(1-5) 的 (1-6) 式称为波动方程, 在上列各式中, ∇ 是哈密顿算符, \vec{E} 、 \vec{H} 分别表示电场强度和磁场强度; \vec{J} 传导电流密度, \vec{D} 和 \vec{B} 则为电位移和磁感应强度; σ 为导电率, μ 为导磁率, ϵ 为介电常数, k 为传播常数。

$$k^2 = \mu \epsilon \omega^2 + i \mu \sigma \omega \quad (1-7)$$

在 (1-7) 式中, 其右边第一项含有介质的介电常数 ϵ , 称为位移项, 第二项含

有介质的电导率 σ ，称为传导项。在一般情况下，电介质（比如空气中）的电流主要是位电流，传导电流常常可以忽略不计；而在导体（比如岩石）中，电流主要是传导电流，位移电流可以忽略不计。在音频段，导电介质中位移电流和传导电流有同等的作用。由式 (1-7) 可知， k 为一复量，可以表示如下两部分：

$$k = a + bi \quad (1-8)$$

其中， a 称为相位常数， b 称为衰减常数。将 (1-8) 式两边同时平方，并使它 (1-7) 相等，得到：

$$a^2 - b^2 = \epsilon\mu\omega^2 \quad (1-9)$$

$$2ab = \sigma\mu\omega \quad (1-10)$$

解此关于 a ， b 联立方程，经过一些代数运算，得到：

$$a = \omega \left(\frac{\mu\epsilon}{2} \right)^{1/2} \left[(1 + \alpha^2)^{1/2} + 1 \right]^{1/2} \quad (1-11)$$

$$b = \omega \left(\frac{\mu\epsilon}{2} \right)^{1/2} \left[(1 + \alpha^2)^{1/2} - 1 \right]^{1/2} \quad (1-12)$$

式中： $\alpha = \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ 表示介质中传导电流与位移电流之比，称为“损耗角正切”。

如果假设电磁波为平面单色波，在无限均匀导电介质中传播，以及 ϵ 、 μ 、 σ 均为常数的条件，并设波的传播方向沿 z 轴方向，此时 (1-5) 式中变为：

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} + k^2 \bar{E} = 0 \quad (1-13)$$

微分方程 (1-13) 的解为

$$\bar{E} = \bar{E}_0 e^{-i(\alpha z - kt)} \quad (1-14)$$

将 (1-8) 式代入 (1-14) 式，有

$$\bar{E} = \bar{E}_0 e^{-bz} e^{-i(\alpha z - kt)} \quad (1-15)$$

其中 \bar{E}_0 为电场强度的幅值， \bar{E} 的绝对值（模）为 $E_0 e^{-bz}$ 。由此可见，波的导电介质中传播时，其幅值按指数规律衰减，也就是说，其能量将传播距离 z 的增加而逐渐被吸收。当 $z = \frac{1}{b}$ 时，波的振幅衰减到原来的 $\frac{1}{e}$ （约为原来 37%）。命：

$$\delta = \frac{1}{b} \quad (1-16)$$

称为“趋肤深度”，又叫做“穿透深度”或“透入深度”，它的物理意义是，当电磁波传播到这个深度时其大部分能量（63%）已被吸收；或者说，在介质中电磁波集中在深度为 δ 的表层内。大于这个深度，电磁波已经相当微弱了。所以， δ 表示电磁波透入介质的深度，而它的倒数 b 则称吸收或衰减常数^{[6]-[7]}。

由 (1-12) 式, 趋肤深度可以写为:

$$\delta = \frac{1}{b} = \frac{1}{\omega \left(\frac{\mu \varepsilon}{2} \right)^{1/2} [(1 + \alpha^2)^{1/2} - 1]^{1/2}} \quad (1-17)$$

当大地的导电性占支配地位时, 比方说, 大地物质电导率的常见值为 $\sigma > 10^{-4}$ (相当于 $\rho < 10^4 (\Omega \cdot m)$), 介电常数的常见值 $\varepsilon = 8.85 \times 10^{-12} f/m$, 当频率不超过 100KHZ 时, 有

$$\sigma \gg \varepsilon \omega$$

这种状态称为准静态极限。在 (1-11) 及 (1-12) 式中, $\alpha \gg 1$, 相位常数 a 和衰减常数 b 相等,

$$a = b = \sqrt{\frac{\mu \omega \sigma}{2}} \quad (1-17)$$

传播常数 k 简化为

$$k = (1 + i) \sqrt{\frac{\mu \varepsilon \sigma}{2}} \quad (1-18)$$

将 (1-18) 代入 (1-15) 式, 并注意到在平面波沿 z 轴传播的假设下, \vec{E} 沿 x 方向, 有

$$\vec{E} = \vec{E}_x = \vec{E}_0 e^{-i\omega t} \cdot e^{-bx} \cdot e^{iax} \quad (1-19)$$

利用前面所定义的趋肤深度 $\delta = \frac{1}{b}$, 上式可改写为

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t} \cdot e^{-\frac{x}{\delta}} \cdot e^{i\frac{x}{\delta}} \quad (1-20)$$

在准静态条件下, 趋肤深度

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (1-21)$$

而波长

$$\lambda = 2\pi\delta$$

如果取大地中 μ 的常见值为 $\mu = 1.256 \times 10^{-6} H/m$, 并以 f 和 ρ 分别代替式中的 ω 和 σ , 则可把趋肤深度 δ 写成与电阻率 ρ 有关的形式

$$\text{故 } \delta = 503 \sqrt{\frac{\rho}{f}} \quad (m) \quad (1-22)$$

穿透深度 δ 与频率的平方根成反比, 与大地介质的电阻率的平方根成正比。由 (1-22) 式不难看出, 当工作频率高时, 探测深度小, 随着工作频率降低, 探测深度也随着增大, 当我们在一个宽频带 (如 EH-4 的工作频率 10Hz~100KHz) 上由高频向低频测量每个频点上的 E 和 H , 由此计算出视电阻率和相位变化规律, 据此推

断该点上一定体积范围内地下介质结构情况。这就是大地电磁测深的基本原理^{[6]-[7]}。

1.2 视电阻率和相位

1、Cagniard 视电阻率

地下岩、矿石的导电性通常用电阻率或电导率来描述。根据物理学定义,均匀介质中直流电路的电阻(R)和介质的长度(L)成正比,和电流通过的横截面积(S)成反比: $\rho = R \frac{S}{L}$,电阻率在数值上等于单位面积(S=1),单位长度(L=1)介质的电阻。单位为欧姆·米($\Omega \cdot m$),通常以 ρ 表示。电阻率的倒数为另一个物理量,称作电导率,以 σ 表示,单位为西门子/米。从前面的分析中了解到在均匀半空间情况下,阻抗张量是一个与频率有关的函数:

$$Z_{xy} = \frac{\omega\mu}{k} = \frac{\omega\mu}{\sqrt{i\omega\mu\sigma}} = -\sqrt{i\omega\mu\rho} \Rightarrow \rho = \frac{Z_{xy}^2}{\omega\mu}$$

层状介质时计算的电阻率是一个与频率有关的量,它是给定频率下电磁场影响所能涉及范围内岩石电性的综合反映,将其称为视电阻率,通常表示为 ρ_a ,其一般形式为:

$$\rho_a = \frac{Z_N(0)^2}{\omega\mu} = 0.2T \left| \frac{E}{H} \right|^2 = 0.2T |Z_N(0)|^2$$

$Z_N(0)$ 表示在层状介质情况下计算的表面阻抗。视电阻率仅仅利用的是阻抗的幅值,而阻抗作为一个复数,其相位代表了与之相关的电场水平分量和与之相垂直的磁场水平分量之间的相位差,它也是频率的函数,同样也是反映介质电性特征的一个重要物理量,阻抗相位的表达式为:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\text{Im}[Z_N(0)]}{\text{Re}[Z_N(0)]}$$

在 MT 方法中,视电阻率作为一个反映地下介质电性变化的地电参数,是由 Cagniard^[10]1953 年引入的,一直沿用至今。但这种视电阻率定义存在以下一些缺点:Cagniard 本人将视电阻率参数引入 MT 时就已经注意到,对于层状介质模型,视电阻率曲线在高频端是无限振荡的趋于第 1 层电阻率的。②视电阻率曲线在反映下

伏电阻率变化之前,往往有一个小的振荡干扰。如果下伏电性层是一个低阻层,则视电阻率曲线在下降之前,往往会出现一个小的极大值。相反,在反映高阻层之前会出现一个小的极小值。③对中间电性层的反映不明显,尤其是中间薄层,至于造成视电阻率振荡的原因^[11]。Morrison^[12]等把它们归于层间波的多次反射和干涉。然而, KUNETZ^[13]在时间域大地测深视电阻率曲线中没有发现频率域中视电阻率所表现出来的那种振荡性。Spies 和 Eggers^[14]在 Cagniard 的基础上提出了各种可能的视电阻率定义,并作了详细研究和比较,认为用阻抗实部定义的视电阻率比 Cagniard 用阻抗的模定义的要好一些;同时结合 KUNETZ^[13]的研究结果,指出 Cagniard 定义的视电阻率的振荡性主要是在定义过程中人为引入的,并非层间波的多次反射或干涉所致。Basokur^[15]在此基础上又定义了一个性质更好的视电阻率,并作了几种经典的 3 层模型的不同定义视电阻率曲线对比,说明了他新定义的视电阻率参数在减小振荡性和提高中间电性层的分辨能力等方面均比传统的 Cagniard 视电阻率定义要好。

2、Basokur 定义的视电阻率

传统的视电阻率参数是 Cagniard 于 1953 年引入的,即 $\rho_{\infty} = (1/\omega\mu) |Z|^2$ 。其中阻抗 Z 是电场和磁场分量的比值,即 $Z = E(\omega)/H(\omega)$; ω 是圆频率; μ 是介质的磁导率。可见 ρ_{∞} 只利用了电场和磁场分量比值的模,还没有利用到阻抗的虚部或相位。Basokur 先给出了一种修改的阻抗形式

$$Y = Z/(i\omega\mu)^{1/2} \quad (1-23)$$

据此提出了如下的视电阻率定义:

$$\rho_{ab} = [(Y_r^2 - (\operatorname{sgn}(Y_i)Y_i^2)/(Y_r + Y_i)]^2 \quad (1-24)$$

式中: Y_r , Y_i 分别表示阻抗 Y 的实部和虚部; $\operatorname{sgn}Y_i$ 为符号函数, Basokur 通过几种经典 3 层模型的不同视电阻率定义的曲线对比,显示了其定义的视电阻率曲线较传统的 Cagniard 视电阻率曲线左支振荡性减小、中间层的分辨能力提高,以及相同频率下反映更深的地电信息。众所周知, MT 的相位曲线相对振幅响应曲线能以较高频率成分的资料获得有关地电断面较深部的信息;而且在一定情况下,利用相位和振幅响应两种资料可以改进解释效果^[16]。从式(1-24)可以看到, Basokur 的视电阻率定义实际上包含了阻抗的实部和虚部,由此不难理解其所取得的良好效果^[17]。由实测传统 Cagniard 视电阻率 ρ_{∞} 和相位可简单导出 Basokur 所定义视电阻率 ρ_{ab} 。根据式(1-23)有:

$$Y = \frac{Z}{\omega\mu} e^{-i\pi/4} = \frac{1}{\sqrt{2}\omega\mu} [(\operatorname{Re} Z + \operatorname{Im} Z) + (\operatorname{Im} Z - \operatorname{Re} Z)] \quad (1-25)$$

因此,有实部 $Y_r = (1/2\omega\mu)(\operatorname{Re} Z + \operatorname{Im} Z)$ 及虚部 $Y_i = (1/2\omega\mu)(\operatorname{Im} Z - \operatorname{Re} Z)$

Z)。当阻抗虚部 $Y_i \geq 0$ 时, 实际上是相位 $\Phi \geq 45^\circ$ 时, 由式(1-24)有:

$$\rho_{aB} = (Y_r - Y_i)^2 = (2/\omega\mu) \operatorname{Re}^2 Z = 2\rho_{\alpha} \cos^2 \phi \quad (1-26)$$

同理, 当 $Y_i < 0$ 时, 即 $\Phi < 45^\circ$ 时, 由式(1-24)有:

$$\rho_{aB} = ((Y_r^2 + Y_i^2)/(Y_r + Y_i))^2 = \rho_{\alpha} / 2 \sin^2 \phi$$

式(1-25)和(1-26)可见, ρ_{aB} 考虑了相位的影响, 但当相位趋近于 0 时, 它是不稳定的。