

第四章 大地电磁测深反演

4.1 一维大地电磁测深反演

4.1.1 正演基础

一维正演的模型假设可分为水平均匀各向同性层状介质模型、水平均匀各向异性层状介质模型及电导率随深度连续变化的地球模型(Kao, D等, 1980; 方胜等, 1991)^[39]。比较流行的一维反演程序基本上都是建立在水平均匀各向同性层状模型正演的基础之上。从第一章我们了解了麦克斯韦方程及其基本解, 这里将介绍Grandis. H (1999)提出的一种一维层状模型的正演算法^[40]:

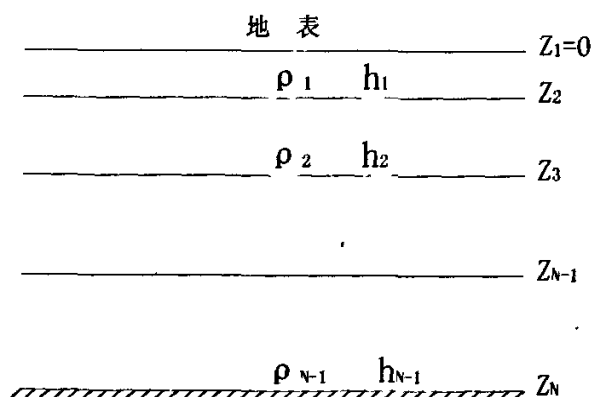


图 4-1 N 层一维介质模型

图 4-1 为一个简单的一维层状模型。层分界面为 Z_i , 层电阻率为 ρ_i , 层厚度为 h_i 。那么地下任一层介质在界面 Z_i (地表) 的电、磁场响应为:

$$E_j(Z_i) = A_j e^{-k_j Z_i} + B_j e^{k_j Z_i} \quad (4-1)$$

$$H_j(Z_i) = \frac{k_j}{i\omega\mu_0} (A_j e^{-k_j Z_i} - B_j e^{k_j Z_i}) \quad (4-2)$$

式中 j 表示第 j 层介质; 同理可以得到第 j 层介质在界面 Z_i 处的电、磁场响应。这样通过求解方程可以得到如下一个递归表达式:

$$E_j(Z_1) = \frac{1}{2}(E_j(Z_2) + Z_{1,j}H_j(Z_2))e^{(k_j(Z_2-Z_1))} + \frac{1}{2}(E_j(Z_2) - Z_{1,j}H_j(Z_2))e^{(-k_j(Z_2-Z_1))}$$

$$H_j(Z_1) = \frac{1}{2}(Z_{1,j}^{-1}E_j(Z_2) + H_j(Z_2))e^{(k_j(Z_2-Z_1))} - \frac{1}{2}(Z_{1,j}^{-1}E_j(Z_2) - H_j(Z_2))e^{(-k_j(Z_2-Z_1))}$$

式中 $Z_{1,j} = \frac{i\omega\mu_0}{k_j}$, 将上式推广到一般, 并表示为矩阵的形式, 得到如下方程式:

$$\begin{pmatrix} \tilde{E}_j \\ \tilde{H}_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + e^{(-2k_j h_j)} & Z_{1,j}(1 - e^{(-2k_j h_j)}) \\ Z_{1,j}^{-1}(1 - e^{(-2k_j h_j)}) & 1 + e^{(-2k_j h_j)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{j+1} \\ H_{j+1} \end{pmatrix} = \prod_{j=1}^{N-1} T_j \begin{pmatrix} E_N \\ H_N \end{pmatrix} \quad (4-3)$$

式中 $\tilde{E}_j = 2e^{(-k_j h_j)} E_j$, $\tilde{H}_j = 2e^{(-k_j h_j)} H_j$, $\prod_{j=1}^{N-1} T_j$ 为一个矩阵的连乘式, 令:

$$S = \prod_{j=1}^{N-1} T_j = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$

这样就得到了一维层状介质地表阻抗响应的表达式为:

$$Z_1 = \frac{\tilde{E}_1}{\tilde{H}_1} = \frac{S_{11}E_N + S_{12}H_N}{S_{21}E_N + S_{22}H_N} = \frac{S_{11}Z_{1,N} + S_{12}}{S_{21}Z_{1,N} + S_{22}} \quad (4-4)$$

$Z_{1,N}$ 表示最底层(均匀半空间)在地表的电磁场响应关系; 并利用式(1-21)可以计算其幅值。

4.1.2 一维反演方法原理分述

虽然目前二维、三维数据处理技术日趋成熟, 但一维反演技术在实际工作中仍然具有十分重要的作用, 许多优秀的一维反演程序或算法仍然被许多人所沿用; 比较典型的如快速直接的Bostick反演法、基于D+模型的Rhoplus反演法、基于最小层状模型的Automod反演法、基于最平缓模型的Occam反演法. 此外在一维反演方法中, 也不乏比较优秀的可视化软件, 如Ipi2win等^{[41]-[42]}。

1、Bostick维反演

Bostick反演方法利用实测的大地电磁测深数据直接获取不同深度对应的真实电阻率。其基本原理如下:

实测大地电磁测深曲线上每一点所对应的数据 ρ 和 ω 都可以认为只和地电断面中某一深度D以上介质的总纵高电导值S和总厚度D有关, 已知:

$$S(D) = \int_0^D \sigma(Z) dz$$

对D求导数, 可推导:

$$\sigma(D) = \frac{dS(D)}{dD} = \frac{\frac{dS}{d\omega}}{\frac{dD}{d\omega}} = \frac{1}{\rho} \frac{1 + \frac{d \log \rho}{d \log \omega}}{1 - \frac{d \log \omega}{d \log \omega}} \quad (4-5)$$

$$D = \sqrt{\frac{\rho}{\omega \mu}} \quad (4-6)$$

以上(4-5), (4-6)式即为Bostick的反演公式, 由于实测数据必然存在误差, 使其具有一定的分散性, 而求导对分散性是相当敏感, 所以在应用Bostick反演之前要对实测数据作曲线拟合处理或者回避应用导数项, 而以实测相位(Φ)值取代。

$$\frac{d \log \rho}{d \log \omega} \approx \frac{4}{\pi} \phi - 1 \quad (4-7)$$

这样:

$$\sigma(D) = \frac{1}{\rho \left(\frac{\pi}{2\phi} - 1 \right)} \quad (4-8)$$

表示成电阻率的形式为:

$$\rho(D) = \frac{1}{\sigma(D)} = \rho \left(\frac{\pi}{2\phi} - 1 \right) \quad (4-9)$$

Bostick直接是从实测数据计算地电模型, 通过Bostick反演把阻抗-频率曲线变换为电阻率-深度曲线, 大致反映地下电阻率对应的深度关系。下面图4-2和图4-3分别为原始的阻抗-频率曲线和Bostick反演后的电阻率-深度曲线。从图中可以看出Bostick具有简单、快速、直观的特点。

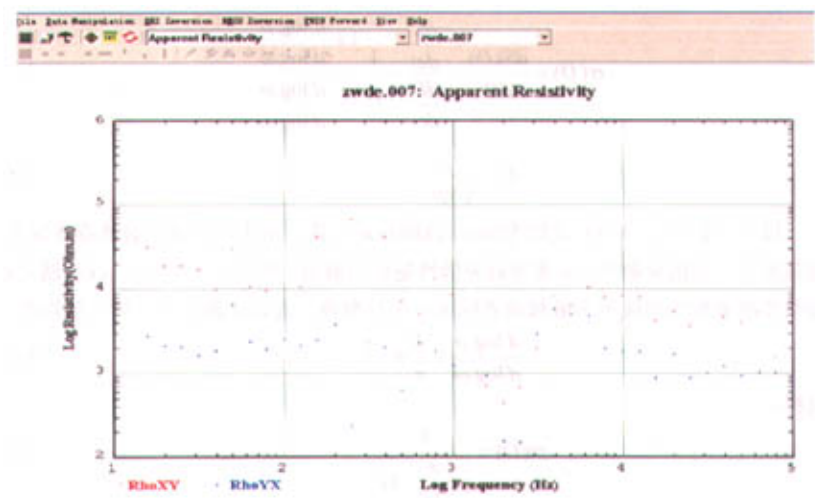


图 4-2 原始的视电阻率-频率曲线

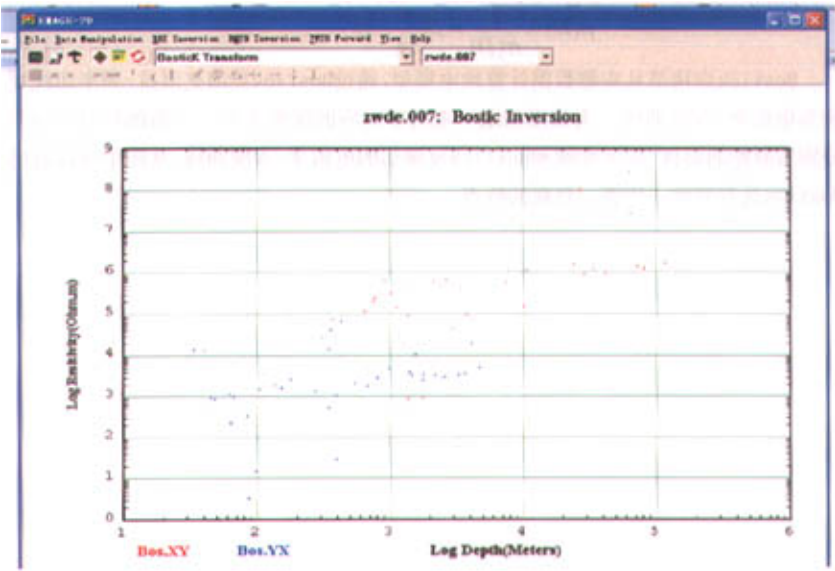


图 4-3 Bostick 反演后的的视电阻率-深度曲线

但从其本原理不难看出，反演过程中都采用近似处理，这使得模型的粗糙比较

高,因此在现今反演手段十分丰富的情况下,它往往只作为其它反演方法快速构建初始模型的一种手段。

2、Rhoplus

Rhoplus是Rhoplus是Parker, R. L和Booker, J. R(1999)^[43]提出的基于视电阻率和相位数据的一维最优化反演算法,它最终获得的是关于地下地质体电导率的一维近似模型。按D+模型(Parker, 1980)理论,假设地球可分解成为有限多个层,而每一层又是由无限个薄的电性层所构成。这样任一角频率时对应的阻抗可表示成:

$$C(\omega) = a_0 + \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{\lambda_n + i\omega} \quad (4-10)$$

式中 $\lambda_n \geq 0, a_n > 0$, 为两个实数常量。在实际测量中,所获得的MT参数通常是以不同频率的视电阻率和相位表示,它们与阻抗张量的关系如下:

$$\rho = \mu_0 \omega |c|^2 \quad (4-11)$$

$$C = |C| e^{i(\phi - \pi/2)} \quad (4-12)$$

引入函数 $G(\omega)$,

$$G(\omega) = \ln C(\omega) = \frac{1}{2} \ln(\rho(\omega) / \mu_0 \omega) + i(\phi(\omega) - \pi/2) \quad (4-13)$$

这样,函数 G 的实部与虚部就与实测的MT参数(视电阻率和相位)联系起来了。为了进一步弄清 G 在复平面内的变化规律,重新考虑 $c(\omega)$, 分两种情况:

- 1) $a_0 > 0$, 即地表为绝缘层, 此时有:

$$C(\omega) = a_0 \prod_{n=1}^N \frac{(\omega - iV_n)}{(\omega - i\lambda_n)} = a_0 \prod_{n=1}^N \frac{(1 + V_n / i\omega)}{(1 + \lambda_n / i\omega)} \quad (4-14)$$

式中, $\omega = iV_n$, V_n 为正实数, 联合 (4-14) 和 (4-13) 后得到:

$$G(\omega) = \ln a_0 + \prod_{n=1}^N \ln \left(\frac{1 + V_n / i\omega}{1 + \lambda_n / i\omega} \right) = \ln a_0 + \sum_{n=1}^N \ln(\omega - iV_n) - \prod_{n=1}^N \ln(\omega - i\lambda_n) \quad (4-15)$$

如果将 $C(\omega)$ 也表示成积分的形式:

$$C(\omega) = \int \frac{da(\lambda)}{\lambda + i\omega} \quad (4-16)$$

这样 $G(\omega)$ 也相应的表示成:

$$G(\omega) = \ln a_0 + \int \frac{\mu(\lambda)}{\lambda + i\omega} d\lambda \quad (4-17)$$

$$\mu(\lambda) = \begin{cases} 1, & \lambda_n \leq \lambda \leq V_n, n=1, 2 \dots N \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4-18)$$

- 2) $a_0=0$, 即地表为良导层时, 这时用 $i\omega C(\omega)$ 取代 $C(\omega)$, 同时定义:

$$\tilde{G}(\omega) = \ln(i\omega C(\omega)) = \frac{1}{2} \ln(\omega \rho(\omega) / \mu_0) + i(\phi(\omega) + \pi/2) = \ln A - \int \frac{\mu(\lambda)}{\lambda + i\omega} d\lambda \quad (4-19)$$

式中, $A = \sum_{n=1}^N a_n$ 。

对于面讨论的表层为良导或绝缘的情况, 并没有严格的评定标准, 也即 a_0 不可能绝对为0, 这样方程(4-17)更具一般性, 将其实部与虚部分开来看:

$$aI + L_1 m = g_1 \quad (4-20)$$

$$L_2 m = g_2 \quad (4-21)$$

$$0 \leq m \leq 1$$

L_1 和 L_2 分别为方程(4-17)积分式中的实部和虚部近似矩阵, m 为关于函数 μ 的一个K向量, $a=a_0$, g_1 , g_2 分别为 G 的实部和虚部向量, I 单位向量, 维数与 g_i 相同。

反演的目的是要获得一维电导率剖面, 同时也要使得到的模型响应与实测数据十分接近, 即反演结果要满足下面的方程:

$$\chi^2 = \min_{0 \leq m \leq 1, a \in R} \left[\|S_1^{-1}(aI + L_1 m - g_1)\|^2 + \|S_2^{-1}(L_2 m - g_2)\|^2 \right] \quad (4-22)$$

式中 S_1 和 S_2 为实测数据的标准偏差组成的对角矩阵。

4.2 二维大地电磁测深反演

4.2.1 二维正演基础

数值模拟(正演问题)一直以来都是地球物理学家们进行理论研究的有效手段, 目前在国际上使用的关于电磁场的二维数值模拟程序多种多样, 这些电磁场数值模拟方法基本上可归为两大类型: 积分方程法和微分方程法。积分方程法只需要计算异常区对场的贡献, 因此在二维问题中比较适合于计算简单模型的响应, 积分方程法包括体积分法和面积分法; 微分方程法以网格化的方法模拟某一特定电磁系统影响所及的整个区域, 故而非常适合于模拟复杂的地质构造, 微分方程法又可分为有限差分法和有限单元法, 是迄今为止在二维电磁问题中应用最为广泛的方法。在求大地电磁二维正演问题的数值解时, 模型的外边界一般取为矩形(陈乐寿等, 1990)^[44],

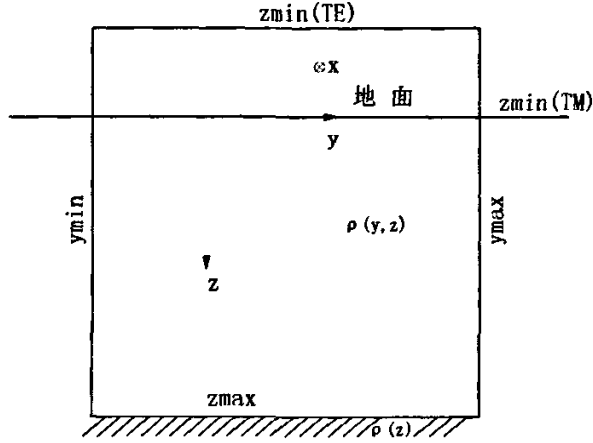


图4-4 二维模型边界示意图

如图4-4所示：在上边界： $z=z_{\min}$ 上的场分量模拟自上而下垂直入射到地球内下半空介质中的平面电磁波场源，它沿 x, y 方向没有变化。对于TM极化方式情况下，可以取地球—空气分界面即地面作为网格的上边界，在其上 H_x 为常数，对于TE极化方式情况下，地下的由横向不均匀性引起的二次电磁场可以耦合到空气中，影响电磁场在空气中的分布，导致地面上的 E_x 和 H_y 分量都不是常数，由于这个原因，上边界要离开地面相当距离，使得地下横向不均匀异常体的影响在这个高度上可以忽略不计，因而 E_x 和 H_y 在其上都可以看成是常数。在两种极化情况下，下边界都应该取在其下部介质已属一维的或无限均匀半空间的地方，这样下边界上的表面阻抗可以很容易计算出。两侧的边界应取在横向不均匀异常体影响不到的地方，也即在两侧边界处，由横向不均匀异常体引起的二次场已衰减殆尽，地下介质可看成是一维的。归纳模型的边界条件如下：

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H_x}{\partial y} \Big|_{y_{\min}}^{\Big|_{y_{\max}}} &= 0 \\
 \frac{\partial E_x}{\partial y} \Big|_{y_{\min}}^{\Big|_{y_{\max}}} &= 0 \\
 H_x \Big|_{x_{\min}} &= a_1; \quad E_x \Big|_{z_{\min}} = a_2 \\
 \frac{E_y}{H_x} \Big|_{z_{\max}} &= -Z_n; \quad \frac{E_x}{H_y} \Big|_{z_{\max}} = 0
 \end{aligned} \tag{4-23}$$

上式中 a_1 、 a_2 为常数； z_0 为 z_{\max} 边界上的表面阻抗。

二维大地电磁测深反演是建立在成熟的二维数值模拟基础之上的，目前流行的二维反演程序其正演问题基本上都是基于微分方程法。

4.2.2 二维反演方法基本原理分述

1、RM2D二维反演

RM2D是由印地安那洲大学的Dr. Randy Mackie和Shirley Rieven、William Rodi所提出的一种通过确定模型搜索方向、快速稳定收敛的二维反演方法。程序中“run2dinv.newt”和“run2dinv.dinv.fast”所依据的是Tikhonov 正则化。反演的基本原理如下：首先将反演问题用下式表示：

$$d = F(m) + e \quad (4-24)$$

e 为误差向量。反演的目标函数表示为：

$$S(m) = (d - F(m))^T R d d^{-1} (d - F(m)) + \tau \|L(m - m_0)\|^2 \quad (4-25)$$

D 为测量数据向量， F 为模型算子， m 为假设模型向量， m_0 为给定模型向量， L 线性算子， τ 正则化参数，在程序中 d_i 是某一点和频率和TE或TM方式中视电阻率的 \log 值， $m(x) = \log \rho(x)$ ， $L = \Delta$ （拉普拉斯算子），则：

$$\|L(m - m_0)\|^2 = \int (\Delta(m(x) - m_0(x)))^2 dx$$

运算法则采用NLCG（非线性共轭梯度）运算法则，NLCG的求解步骤可以简单描述如下：

模型系列给出如下：

$$m_0 = \text{given} \quad (4-26)$$

$$S(m_j + a_j h_j) = \min_a S(m_j + a h_j) \quad (4-27)$$

$$m_{j+1} = m_j + a_j h_j \quad (4-28)$$

式中 a_j 是一个标量，表示步长； h_j 表示在模型空间的搜索方向，它由下面的级数确定：

$$C_k = (I + \lambda L^T L)^{-1} \quad (4-29)$$

$$\beta_k = \frac{g_k^T C_k (g_k - g_{k-1})}{g_{k-1}^T C_{k-1} g_{k-1}} \quad (4-30)$$

I 为单位阵

2、RRI二维反演

在基于光滑模型的二维反演方法中，还有一种广为使用的算法叫快速松弛法（Rapid Relaxation Inversion, 简称RRI），它是Smith和Booker(1991)^[46]首先提出的。

RRI将二维反演问题转化为一系列一维反演问题,通过对测点的一维反演来获取测点之下的模型参数及其微分,而通过纯数学意义上插值来获取新的二维地电结构模型,在此基础上通过二维正演来求取响应数据,当响应数据与实测数据之间的偏差达到理想的范围时,则当前模型即为反演所求的模型。RRI在反演过程中将全局的雅可比矩阵用测点之下的模型参数偏微分近似,极大地压缩了雅可比矩阵的大小,使运算速度大幅度提高。但其缺点在于将反演过程一维化,一方面降低了求解的约束性、真实性,另一方面这种将反演过程一维化的操作无法实现TE与TM联合模式下的二维反演。

二维反演是一项复杂的工作,从数据准备到模型策划以及反演参数的选择都是直接关系到反演结果的重要步骤。Berdichevsky. M. N等(1998)^[46], Ledo. J(2002), Riter0等(2003), Weckmann. U等(2003)都在文章中针对实际问题对大地电磁测深的二维反演方法作过实质性的分析。其中以Berdichevsky. M. N的研究最为深入,他通过多个模型对二维反演中最为直接的三个问题(不同极化模式下二维解释的准确性、灵敏度及静位移)进行了归纳如下表4-1

表4-1 Berdichevsky. M. N等(1998)对TE与TM曲线各自优势与特征归纳

模式		TM	TE
二维解释的准确性	高导构造	较高	较低
	高阻构造	较低	较高
灵敏度	近地表构造	较高	较低
	深部构造	较低	较高
	岩石圈电阻	较高	较低
	深部断裂	较高	较低
静位移		较大	较小

从以往资料和实际工作中的经验中,一般来说,在二维解释的准确性上,纵向极化方式(TE)的二维反演对浅层的低阻构造更为敏感,但同时却对高阻异常有所压制,垂直极化方式(TM)的二维反演对浅层高阻构造更为敏感。