

# 关于大地电磁测深资料反演问题

孙必俊 陈乐寿 王光镔

(武汉地质学院北京研究生部)

马 涛

(石油部物探局研究院)

## 摘 要

大地电磁测深资料二维反演问题, 由于迭代过程中用数值方法求解修改模型参数后的地表响应函数, 因而需要正演的时间相当长。本文引用快速正演的方法, 缩短了迭代过程中正演计算的时间。从理论上将一般的二维(双)三次样条公式做了简化, 应用到快速正演方法中, 提高了效率。并以模拟的数据, 实现了两个参数的反演。文中还就确定初始模型参数进行了探讨。

关于大地电磁测深资料二维反演方法的研究目前尚处于探索阶段, 文献[1]总结了当前发展的现状。大地电磁测深资料的二维反演包括: 确定地下二维构造的类型以及初始参数; 做正演计算, 求大地电磁的地面响应及其对模型参数的偏导数; 做反演迭代计算, 确定参数改正量。最后一步与一维反演并无本质差别, 本文主要只讨论前面两个问题。具体探讨了利用实测数据确定初始模型参数的方法, 引入了基于三次样条插值的快速正演计算地面响应及其偏导数的方法, 从而实现了快速反演。

## 一

在各种自动反演方法中, 都必须首先确定所反演的模型类型, 并给出初始模型参数。给出的初始模型以及参数是否合适, 不仅影响到反演迭代次数, 有时甚至成为影响迭代能否收敛的关键。我们以侧边垂直的地垒模型为例(图 1), 通过分析计算理论曲线, 探索了确定二维模型初始参数(主要是地垒高度和第二层电阻率)的两种途径。

第一种是根据理论计算结果, 利用函数拟合确定一些函数关系, 用以求出初始模型参数。

1. 地垒高度( $\Delta h$ )与地垒中心测点上视电阻率极大值  $\rho_{s,\max}^1$  的函数关系可表示成

$$\rho_{s,\max}^1 = \exp \left[ \frac{47.732}{(1 - \Delta h)^{1/27}} - 45.338 \right]; \quad (1)$$

2. 第二层电阻率( $\rho_2$ )与地垒中心测点上视电阻率极大值的函数关系为

$$\rho_{s,\max}^1 = 165 \ln(\rho_2/24 + 0.6\rho_2^{1/18}); \quad (2)$$

本文 1983 年 10 月 26 日收到, 1984 年 4 月 27 日收到修改稿。

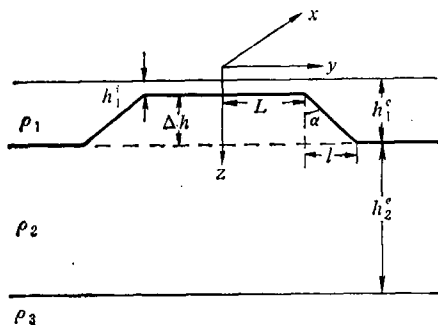


图1 侧面倾斜地垒模型(未按实际比例)

$h_1^T = 0.1$ ,  $h_1^B = 1$ ,  $\Delta h = 0.9$ ,  $L = 2$ ,  $h_2^T = 20$ ,  $\rho_1 = 1$ ,  $\rho_2 = 10$ ,  $\rho_3 = 10^{-17}$ ,

$\alpha$  为倾角, 其变化随  $l$  的变化而改变,  $\Delta h$  和  $L$  不变,

$\alpha = 0^\circ$  时为侧边垂直的地垒模型.

距离单位: km, 电阻率单位:  $\Omega \cdot m$ .

3. 地垒高度与地垒中心测点上对应极大值频率点处的  $\rho_i^B$  的函数关系为

$$\rho_i^B = \frac{15.228^3}{10(\Delta h - 1)^2 + 15.228^2}; \quad (3)$$

4. 第二层电阻率与地垒中心测点上视电阻率极小值 ( $\rho_{i,\min}^B$ ) 的函数关系为

$$\rho_{i,\min}^B = 229 \arctg(0.051 \times \sqrt{\rho_2}). \quad (4)$$

以上在考虑视电阻率  $\rho_s$  的极值与一个参数之间的关系时, 假定其它参数为常数. 这种情况在实际中有很大的局限性, 因而在以上关系基础上我们找出了  $\Delta h$  与  $\rho_2$  两个参数同时变化时的函数关系.

5.  $\Delta h$ 、 $\rho_2$  两个参数与地垒中心测点上视电阻率极大值的函数关系为

$$\begin{aligned} \rho_{i,\max}^B &= 0.758 \lg \left( \frac{3.4}{\ln \rho_2} \right) \cdot \exp \left[ \frac{46.968}{(1 - \Delta h)^\beta} - 45.137 \right] \\ &\times \ln \left[ \frac{\rho_2}{25.105} - (1 - \Delta h)^{\frac{\rho_2}{14.9}} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\beta = \left\{ \frac{100(1 - \Delta h)^2}{\ln \rho_2} + 27^2 \right\} / 27^3.$$

第二种方法是对曲线作一维形式化解释, 即把剖面上各测点上的两组 ( $\rho_i^B$  和  $\rho_i^T$ ) 视电阻率曲线分别按一维曲线作解释, 得出解释剖面 and 模型参数后, 初步确定出地电模型的类型和初始模型参数.

对图1中侧面垂直 ( $\alpha = 0$ ) 模型的理论曲线进行一维形式化解释的结果说明, 利用  $\rho_i^T$  视电阻率曲线作形式化解释, 得到的  $\rho_1$ 、 $\rho_2$  和  $h_1$  参数比较接近于实际的参数, 但在各测点上确定出的  $h_2$  和  $\rho_3$  变化较大, 偏离实际值也较大. 利用  $\rho_i^B$  视电阻率曲线作形式化解释得到的  $h_2$  和  $\rho_3$  值比较接近实际值, 但对  $\rho_2$  和  $h_1$  的解释结果不那么理想. 这些现象可由大地电磁测深曲线二维畸变理论得到解释. 由此可见, 根据理论分析的结果, 综合利用剖

面上两组视电阻率曲线一维形式化解释的结果,可以近似地确定出模型参数,作为初始值。

利用拟合的函数关系来确定初始值局限性比较大,不同的地电模型会有不同的函数关系,而且,对某特定的模型,每次能确定的参数数目也有限,但用这种方法求出的初始值比较接近实际值。

## 二

大地电磁测深资料的二维反演还没有形成一种常规的程序,它首先要根据实测的数据确定出反演构造的类型,并给出相应的初始模型参数;其次,由于二维反演迭代过程是采用数值方法计算视电阻率及其对模型参数的导数,所以求解的参数越多,计算和迭代的时间越长,从精度和计算时间来说,都不允许对所有模型参数同时求解,而要尽可能地限制求解的模型参数数目。从实际情况看,只要充分利用前人成果(地质、钻探、地面物探、测井等资料),这是可能做到的。考虑到二维构造情况下测深的地表响应函数是沿剖面变化的,因而拟合的数据不只是一个测点上的数据,这样,反演的数据除与频率有关外,还与测点相对模型的位置有关。

### 1. 二维快速反演方法的提出

在二维大地电磁测深资料反演中,目标函数为

$$\phi = \sum_{i=1}^n \left( \ln \frac{\rho_{ai}}{\rho_{ci}} \right)^2 + \alpha \sum_{j=1}^m \left( \frac{\Delta \lambda_j}{\lambda_j} \right)^2. \quad (6)$$

其中,  $\rho_{ai}$  为第  $i$  个实测的视电阻率值;  $\rho_{ci}$  为对给定模型参数计算出的相应理论视电阻率值;  $\alpha$  为阻尼因子;  $\lambda_j$  为模型参数;  $m$  为模型参数的个数;  $n$  为数据个数。

在二维反演问题中,涉及到沿剖面所有测点上不同频率的视电阻率值的排列(包括两个方向的视电阻率值),一旦这种排列形成后,二维问题的反演与一维反演完全一样。

在反演迭代过程中,每次迭代都要对修改后的模型参数计算一次视电阻率值  $\rho_{ci}$  和导数值  $\partial \rho_{ci} / \partial \lambda_j$ 。在二维问题中,沿剖面上的视电阻率值一般是用数值解(如有限元法)逼近的,所需的计算时间较长,加之在迭代过程中模型无法预先知道,因而不能合理划分网格,若只靠加密网格保证精度,则解  $\rho_{ci}$  和  $\frac{\partial}{\partial \lambda_j} \rho_{ci}$  所花的时间是相当长的。如何加快求解

$\rho_{ci}$  和  $\frac{\partial}{\partial \lambda_j} \rho_{ci}$  的速度,以实现快速反演计算,这成为实现二维反演的关键。

1978 年 Pelton 等人在二维电阻率法和激发极化法数据反演问题中提出了根据对一些模型参数值计算出的基本数据,利用三次样条插值来解正演问题的方法<sup>[2]</sup>。我们将此方法引用到大地电磁测深资料的二维反演中来,归纳成如下步骤:

(1) 根据实测数据确定出构造的基本类型,利用各种资料限制自动反演中要求解的模型参数数目,并确定出求解的模型参数的变化范围。

(2) 把整个模型参数的变化区间均匀地划分,并按这些节点上的坐标值组成一组变化的模型,利用有限元法(或其它数值方法),计算出这些模型在地表的响应函数(文中主

要利用视电阻率幅值), 把这些节点上的坐标值和响应函数值作为基本数据组存放。

(3) 根据实测数据, 参考其它资料, 给出初始模型参数。

(4) 根据基本数据组, 利用样条插值方法, 来求对应迭代中修改后模型参数的响应函

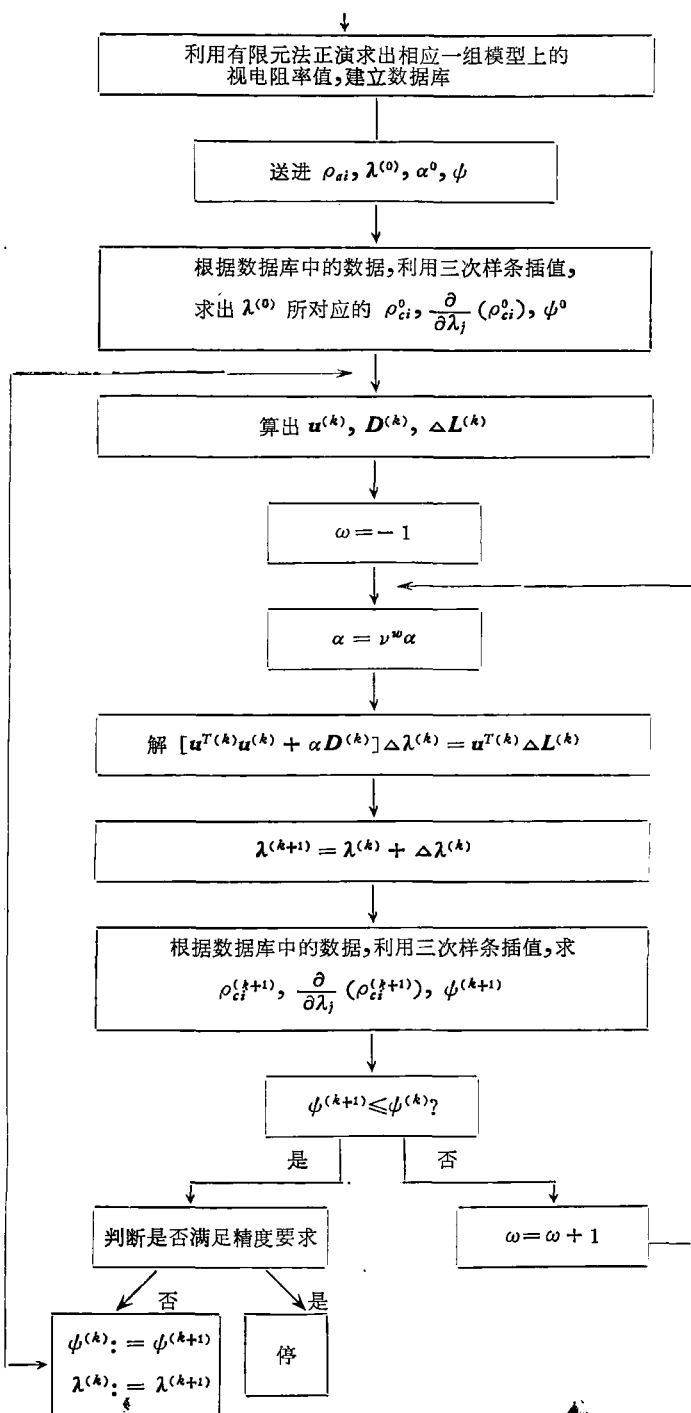


图2 计算框图

数值及其导数,形成法方程组。

(5) 利用 Marquardt 法<sup>[3]</sup>或改进的广义逆<sup>[4]</sup>求解模型参数改正值。

图 2 中给出了相应的流程图。

从上述可以看出,实现这种快速反演要解决两个问题:一是建立基本数据组;二是进行样条插值。

## 2. 基本数据组的建立

首先要确定待反演的基本地电模型及其参数变化的范围。把这些参数分成等距离或按一定规律变化的若干值,以从小到大的顺序排列,然后对这些参数一一进行正演计算,求解(包括  $H_{\parallel}$  和  $E_{\parallel}$  两种极化方式)地表响应函数值。按模型参数变化的顺序将它们排列并存放,以便在插值过程中调用。

数据的存放有多种形式,我们是按三维数组存放的,如  $R(i, j, k)$  的形式。其中  $i$  为模型参数变化的下标;  $j$  为频率变化的下标,上限为所取的频点数;  $k$  为测点变化的下标,上限为剖面上的测点数。插值是以模型参数的变元作为插值节点的,因而,对每个测点上的每个频率都要进行  $\rho_r^f$  和  $\rho_r^t$  的插值。如果频率点数为  $M$ ,测点数为  $N$ ,那么每次迭代要插值为  $2 \times M \times N \times L$  次,  $L$  为模型参数的个数。

要特别注意的是数组  $R$  的第一个下标  $i$  的变化和范围。当参数只有一个时,  $i$  的上限等于那个参数取值个数的两倍。当有两个参数同时变化时,  $i$  的上限是两个参数分别所取个数乘积的二倍。

## 3. 样条插值

考虑到反演中不仅要用插值法求函数值,而且要利用插值法求导数值,这不仅要求插值函数连续,而且要求一阶导数连续稳定,三次样条插值能较为理想地达到这一要求。

### (1) 一维三次样条的计算

设特定地电模型参数的若干个值  $x_j (j = 0, 1, 2, \dots, n-1, n)$ , 计算出地表某一测点处相应频点上的大地电磁响应函数值  $y_j$  ( $y_j$  可以是视电阻率  $\rho_r^f$  或  $\rho_r^t$ , 也可以是视电阻率的相位值)。通过这  $n+1$  个点  $(x_j, y_j)$  ( $a = x_0 < x_1 < x_2 \dots < x_n = b$ ) 的曲线  $y = f(x)$  的三次样条函数值为

$$\begin{aligned} S_3(x) = H_3(x) = & \left[ \frac{3}{h_j^2} (x_{i+1} - x)^2 - \frac{2}{h_j^3} (x_{i+1} - x)^3 \right] y_j \\ & + \left[ \frac{3}{h_j^2} (x - x_j)^2 - \frac{2}{h_j^3} (x - x_j)^3 \right] y_{j+1} \\ & + h_j \left[ \frac{1}{h_j^2} (x_{i+1} - x)^2 - \frac{1}{h_j^3} (x_{i+1} - x)^3 \right] m_j \\ & - h_j \left[ \frac{1}{h_j^2} (x - x_j)^2 - \frac{1}{h_j^3} (x - x_j)^3 \right] m_{j+1}. \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $m_j$  表示  $\rho(x)$  在  $x_j$  处的导数值,  $h_j = x_{j+1} - x_j$ ,  $x \in [x_j, x_{j+1}]$ ,  $j = 0, 1, \dots, n-1$ 。

如果取  $t = (x - x_j)/h_j$ , 则(7)式可以写成

$$S_3(x) = H_3(x) = y_j F_0(t) + y_{j+1} F_1(t) + h_j [m_j G_0(t) + m_{j+1} G_1(t)]. \quad (7')$$

这里

$$[F_0, F_1, G_0, G_1] = [1, t, t^2, t^3] \mathbf{M},$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$H_3$  称为分片的三次 Hermite 插值公式。

样点  $x_j$  上的导数值  $m_0, m_1, \dots, m_n$  可利用函数  $S_3(x)$  在样点  $x_j$  上具有连续二阶导数的条件, 以及边界点上给出的二阶导数值(一般  $y_0'' = y_n'' = 0$ ) 来确定。

## (2) 二维三次样条插值的计算<sup>[5]</sup>

二维三次样条又称为双三次样条, 它是一维三次样条的推广。

现将公式(7')一维情况下的三次 Hermite 插值公式推广到二维矩形网格上, 这时, 网格的端点除了给出函数值外, 还需要给定沿两个坐标方向的导数以及高阶混合导数值, 它们分别记为

$$f_{ij} = f(x_i, y_j), \quad f_{ij}^{10} = \frac{\partial}{\partial x} f(x_i, y_j),$$

$$f_{ij}^{01} = \frac{\partial}{\partial y} f(x_i, y_j), \quad f_{ij}^{11} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x_i, y_j).$$

在子矩形区域  $x_{i-1} \leq x \leq x_i, y_{j-1} \leq y \leq y_j$  上取参数

$$u = \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, \quad v = \frac{y - y_{j-1}}{y_j - y_{j-1}},$$

那么, 二维三次  $H$ -插值函数方程可写为

$$H_3(x, y) = [F_0 u, F_1 u, G_0 u, G_1 u] \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{C}_v \\ \mathbf{C}_u & \mathbf{C}_{vu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 v \\ F_1 v \\ G_0 v \\ G_1 v \end{bmatrix}. \quad (8)$$

这里

$$[F_0 t, F_1 t, G_0 t, G_1 t] = [1, t, t^2, t^3] \mathbf{M},$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} f_{i-1,j-1} & f_{i-1,j} \\ f_{i,j-1} & f_{i,j} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_u = \begin{bmatrix} f_{i-1,j-1}^{10} & f_{i-1,j}^{10} \\ f_{i,j-1}^{10} & f_{i,j}^{10} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_v = \begin{bmatrix} f_{i-1,j-1}^{01} & f_{i-1,j}^{01} \\ f_{i,j-1}^{01} & f_{i,j}^{01} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{vu} = \begin{bmatrix} f_{i-1,j-1}^{11} & f_{i-1,j}^{11} \\ f_{i,j-1}^{11} & f_{i,j}^{11} \end{bmatrix}.$$

如果把整个插值区域  $G$  按  $\Delta$  均匀分割成  $N \times M$  个子区域, 双变量函数  $S_{3\Delta}(x, y)$  在满足下面条件时

$$\text{i. } S_{3\Delta}(x_i, y_j) = f(x_i, y_j) \quad i = 0, 1, \dots, N; \quad j = 0, 1, \dots, M.$$

ii. 在每个子矩形区域  $\Delta G_{ij}(x_{i-1} \leq x \leq x_i, y_{j-1} \leq y \leq y_j)$  内

$$S_{3\Delta}(x, y) = H_3(x, y),$$

即为二维三次多项式。

iii.  $S_{3\Delta}(x, y)$  在  $G$  上有直至四阶的连续混合偏导数 (其中包括不超过二阶的单向偏导数), 称为区域  $G$  上按  $\Delta$  分割的二维三次样条。

二维三次样条  $S_{3\Delta}(x, y) = H_3(x, y)$  是一维三次样条的推广, 可以证明<sup>[5]</sup>, 如果  $f \in C^k(G)$  ( $C^k(G)$  表示区域  $G$  内所有  $k$  阶导数, 包括混合导数或单向导数均匀连续的函数集合), 则

$$S_{3\Delta}f = S_{3\Delta x}S_{3\Delta y}f = S_{3\Delta y}S_{3\Delta x}f. \quad (9)$$

其中,  $S_{3\Delta}f = S_{3\Delta}(x_i, y_j)f$  表示对函数  $f$  进行二维三次样条插值;  $S_{3\Delta x}$ 、 $S_{3\Delta y}$  分别表示沿  $x$ 、 $y$  方向的一维三次样条。

二维三次样条插值函数的自由度为  $(N+3)(M+3)$ , 即等于  $x$  与  $y$  两个方向上一维三次样条自由度的乘积。这样, 除了网格节点处给出  $(N+1)(M+1)$  个函数值

$$S_3(x_i, y_j) = f_{ij} \quad i = 0, 1, \dots, N; \quad j = 0, 1, \dots, M. \quad (10)$$

剩下的  $2(N+M+4)$  个自由度由边界条件给出。边界条件除了边界上给定一阶法向导数外, 还需要给定四个角上的二阶混合偏导数, 即

$$\begin{aligned} S_{3x}(x_i, y_j) &= f_{ij}^{10} & i = 0, N; \quad j = 0, 1, 2, \dots, M, \\ S_{3y}(x_i, y_j) &= f_{ij}^{01} & i = 0, 1, \dots, N; \quad j = 0, M, \\ S_{3xy}(x_i, y_j) &= f_{ij}^{11} & i = 0, N; \quad j = 0, M. \end{aligned} \quad (11)$$

在上述给定的条件下, 只要求出  $\mathbf{C}_v$ 、 $\mathbf{C}_u$  和  $\mathbf{C}_{vu}$ , 则根据公式(8)就可以求出任意点处的二维三次样条插值函数值, 并且可以利用它求偏导数。其具体解法为

i. 记  $P_{ij} = S_{3x}(x_i, y_j)$ ,  $q_{ij} = S_{3y}(x_i, y_j)$ ,

$$r_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} S_3(x_i, y_j) \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; \quad j = 0, 1, 2, \dots, M.$$

$$k_i = x_i - x_{i-1}, \quad \lambda_i = k_{i+1}/(k_i + k_{i+1}),$$

$$l_j = y_j - y_{j-1}, \quad u_j = l_j/(l_j + l_{j+1}),$$

$$d_i(f_{ij}) = (1 - \lambda_i) \frac{f_{i+1,j} - f_{ij}}{k_{i+1}} + \lambda_i \frac{f_{ij} - f_{i-1,j}}{k_i},$$

$$d_j(f_{ij}) = u_j \frac{f_{i,j+1} - f_{ij}}{l_{j+1}} + (1 - u_j) \frac{f_{ij} - f_{i,j-1}}{l_j}.$$

ii. 应用一维时的三次样条公式, 依次解下面  $2N + M + 5$  个三对角方程组 (未知数分别是节点处的  $P_{ij}$ ,  $q_{ij}$  和  $r_{ij}$ ), 令  $P = 2$ , 对于  $j = 0, 1, 2, \dots, M$

$$\lambda_i P_{i-1,j} + P P_{ij} + (1 - \lambda_i) P_{i+1,j} = (P + 1) d_i(f_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, N - 1; \quad (12)$$

对于  $i = 0, N$

$$(1 - u_j) q_{i,j-1} + P q_{ij} + u_j q_{i,j+1} = (P + 1) d_j(f_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, M - 1; \quad (13)$$

对于  $j = 0, M$

$$\lambda_i r_{i-1,j} + P r_{ij} + (1 - \lambda_i) r_{i+1,j} = (P + 1) d_i(q_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, N - 1; \quad (14)$$

对于  $i = 0, 1, 2, \dots, N$

$$(1 - u_j)r_{i,j-1} + Pr_{ij} + u_jr_{i,j+1} = (P + 1)d_j(P_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, M - 1. \quad (15)$$

iii. 将求出的  $P_{ij}$ 、 $q_{ij}$  和  $r_{ij}$  代入公式(8)中就可求解插值函数值及偏导数.

### (3) 二维三次样条插值的简化算法

以上是二维三次样条的一般求法, 这种方法比较适用于在整个区间  $G$  中有较多的点进行插值的情况. 然而, 在大地电磁反演中, 每次只要求一个插值点. 考虑到在插值过程中我们一般取  $f_{ij}^0(i = 0, 1, \dots, N; j = 0, M)$ ,  $f_{ij}^1(i = 0, N; j = 0, 1, \dots, M)$  为零的边值条件, 且四个角点上的边值  $f_{ij}(i = 0, N; j = 0, M)$  也取零, 根据公式(9)将上面的插值方式改为单个方向插值逼近的方式(图3).

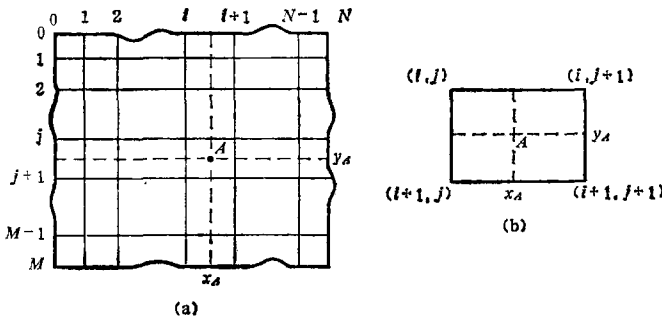


图 3

图 3a 表示两个参数时划分的插值网格区间,  $A$  点为插值点, 图 3b 是插值点所在的子区间  $\Delta G_{ij}$ , 记  $f_{iA}$  为对每个  $x_i(i = 0, 1, \dots, N)$  沿  $y$  方向进行一维三次样条插值在  $y_A$  点上的插值函数值,  $f_{iA}^1$  是相应点上对  $y$  的一阶偏导数:

$$f_{iA} = S_{3,\Delta y}(x_i, y_A)f,$$

$$f_{iA}^1 = \frac{\partial}{\partial y} (S_{3,\Delta y}(x_i, y_A)f),$$

记

$$f_{AA} = S_{3,\Delta x}, S_{3,\Delta y}f = S_{3,\Delta x}f_{iA},$$

$$f_{AA}^1 = S_{3,\Delta x}f_{iA}^1, \quad f_{AA}^0 = \frac{\partial}{\partial x} f_{AA}, \quad f_{AA}^1 = \frac{\partial}{\partial x} f_{AA}^1.$$

具体步骤为

i. 记  $q_{ij} = S_{3y}(x_i, y_j) = f_{ij}^1,$

$$l_j = y_j - y_{j-1}, \quad u_j = l_j / (l_j + l_{j+1}),$$

$$d_j(f_{ij}) = u_j \frac{f_{i,j+1} - f_{ij}}{l_{j+1}} + (1 - u_j) \frac{f_{ij} - f_{i,j-1}}{l_j}.$$

对  $i = 0, 1, \dots, N$  解

$$(1 - u_j)q_{i,j-1} + 2q_{ij} + u_jq_{i,j+1} = 3d_j(f_{ij}), \quad j = 1, 2, \dots, M - 1,$$

并利用一维三次 Hermit 插值公式(7)求出插值点  $y = y_A$  处的插值函数值和导数值  $f_{iA}$  及  $f_{iA}^1 = (q_{iA})$ .



ii. 记  $P_{iA} = S_{3x}(x_i, y_A) = \frac{\partial}{\partial x} f_{iA}$ ,

$$k = x_i - x_{i-1}, \quad \lambda_i = k_i / (k_i + k_{i+1}),$$

$$d_i(f_{iA}) = \lambda_i \frac{f_{i+1,A} - f_{iA}}{k_{i+1}} + (1 - \lambda_i) \frac{f_{iA} - f_{i-1,A}}{k_i}.$$

解三对角方程组

$$(1 - \lambda_i)P_{i-1,A} + 2P_{iA} + \lambda_i P_{i+1,A} = 3d_i(f_{iA}), \quad i = 1, 2, \dots, N-1,$$

并利用式(7)求出插值点处的函数值与偏导数值

$$f_{AA}, P_{AA} = \frac{\partial}{\partial x} f_{AA} = \frac{\partial}{\partial x} S_{3\Delta}(x_A, y_A).$$

iii. 记  $r_{iA} = S_{3xy}(x_i, y_A) = \frac{\partial}{\partial x} f_{iA}^{01}$ ,

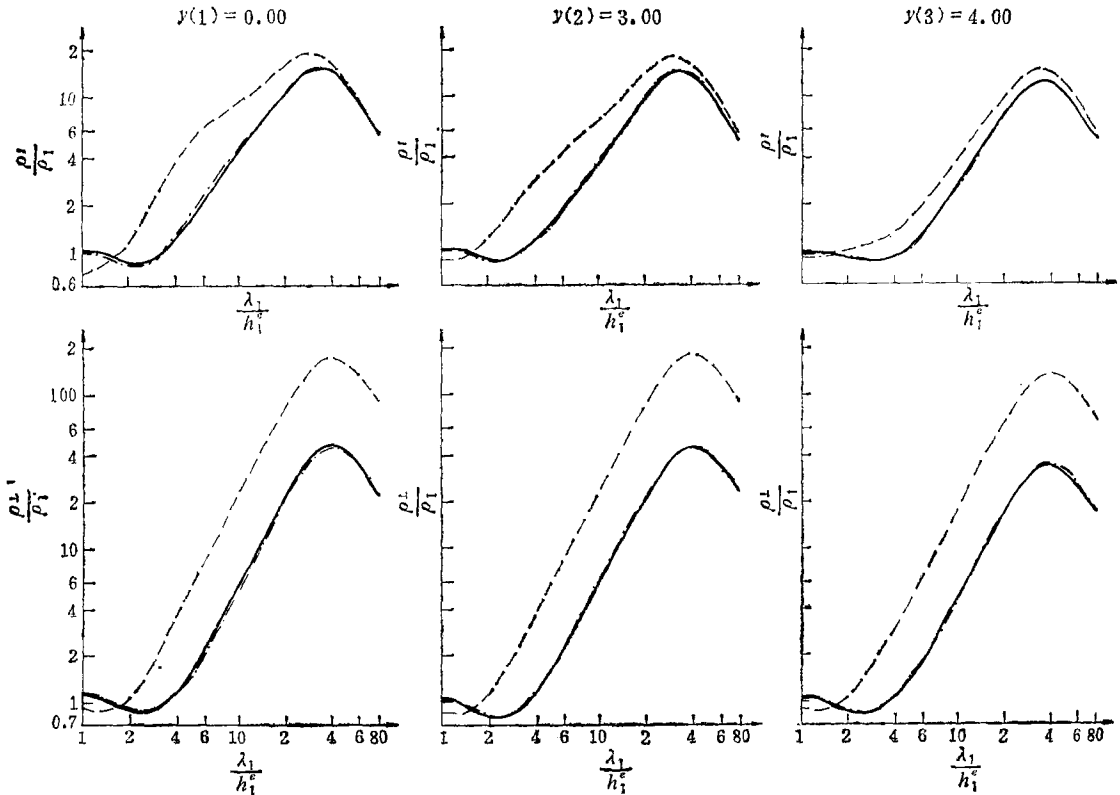
$$d_i(f_{iA}^{01}) = \lambda_i \frac{f_{i+1,A}^{01} - f_{iA}^{01}}{k_{i+1}} + (1 - \lambda_i) \frac{f_{iA}^{01} - f_{i-1,A}^{01}}{k_i},$$

解三对角方程组

$$(1 - \lambda_i)r_{i-1,A} + 2r_{iA} + \lambda_i r_{i+1,A} = 3d_i(f_{iA}^{01}), \quad i = 1, 2, \dots, N-1.$$

利用(7)式求出插值点处的偏导数  $f_{AA}^{01}$  以及二阶混合偏导数  $f_{AA}^{11}$  ( $f_{AA}^{11} = \frac{\partial}{\partial x} f_{AA}^{01}$ ).

这种单向插值方法与前面的一般插值方法比较, 它只需要解  $N+3$  个三对角方程组



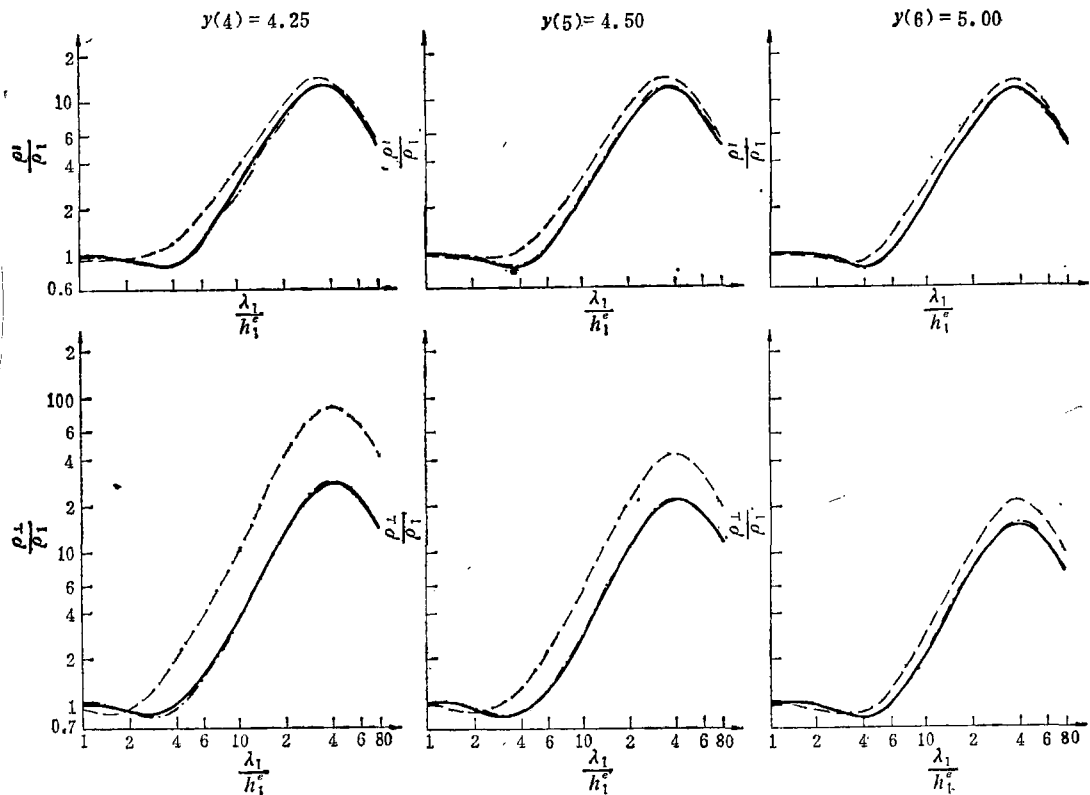


图 4

---初始值插值求得的视电阻率值； -·-输出时的模型参数插值的视电阻率值； ——模拟实测曲线。

就可以求出插值点处的  $f_{AA}$  (函数值) 和  $f_{AA}^{\alpha}$ ,  $f_{AA}^{\sigma}$  (偏导数) 及  $f_{AA}^{\alpha\sigma}$  (混合偏导数); 要存放的数组减少, 同时也可先对每个  $y_i$  沿  $x$  方向求单向插值, 然后再沿  $y$  方向作单向插值, 只要对上面的公式作相应的变换即可。通过理论数据计算, 这两种计算结果在误差范围内基本一致。

4. 对理论数据反演的结果

采用图 1 中的地电模型, 对只有倾角( $\alpha$ )变化和  $\rho_2$  与  $\Delta h$  两个参数同时变化时的情况进行了反演, 计算是在 CYBER 720 机上进行的。

当对  $\alpha$  参数反演时, 图 1 中的模型参数为  $\Delta h = 0.9$ ,  $\rho_2 = 10^7$ , 其它参数不变。测

表 1

取值 变元	$i$	1	2	3	4	5	6	7
$\alpha(i)$ ( $^{\circ}$ )		15	35	45	55	65	75	
$y(i)$ (km)		3.90	4.00	4.05	4.10	4.25	4.50	5.00

点坐标和作为插值节点的  $\alpha$  取值见表 1。对于具有不同  $\alpha$  值的模拟实测数据(未加噪声)以及不同初始值反演的结果见表 2。

表 2

$\alpha_{\text{初}}(^{\circ})$	初始均方差	迭代次数	输出 $\alpha$ 值( $^{\circ}$ )	均方差	机 时 CPA(s)	模拟实测数据 的 $\alpha$ 值( $^{\circ}$ )
70	0.423	4	27.711	0.09%	24.566	25
17	0.296	5	65	0.0001%	25.083	65

表 3

取值 变元	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y(i)(\text{km})$	0.00	3.00	4.00	4.25	4.50	5.00			
$\rho_2(\Omega \cdot \text{m})$	30	100	300	1000	3000	10000			
$\Delta h(\text{km})$	0.1	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.55	0.7	0.8

表 4

模拟实测数据的参数		初 始 值		输出结果		初始均方差	迭代次数	均方差	机时 CPA(s)
$\rho_2$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )	$\Delta h$ (km)	$\rho_2$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )	$\Delta h$ (km)	$\rho_2$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )	$\Delta h$ (km)				
300	0.55	35	0.75	311.733	0.552	0.346	3	0.034%	60.77
300	0.55	4000	0.75	276.811	0.550	0.347	11	0.031%	122.00
300	0.55	2500	0.2	276.811	0.550	0.163	8	0.031%	90.00
300	0.55	100	0.25	345.810	0.570		3	0.09%	60.77

图 1 中的参数  $\alpha = 0$ , 其它参数不变, 对  $\rho_2$ 、 $\Delta h$  两个参数进行反演, 测点的坐标以及作为插值节点的  $\Delta h$  和  $\rho_2$  的取值见表 3, 反演的结果见表 4。

从以上反演结果可以看出, 当初始参数值与模拟实测数据的参数值相差不大时, 几次迭代就可以逼近实际参数值。即使初始值与实际参数值相差较大, 只要多次迭代也能逼近真值, 没有发散的现象。

图 4 给出了在地表测点上模拟实测数据的  $\rho_r$  幅值曲线, 以及对应初始模型参数的和最后输出参数的  $\rho_r$  曲线, 其它参数与图 1 中一致。

从上述对理论数据进行反演的结果可以看出, 这种反演方法有以下几个优点:

- (1) 迭代稳定;
- (2) 初始参数偏离模拟实测数据的参数较大时迭代也能收敛;
- (3) 避免了在迭代过程中用有限元法求解地面响应函数和导数, 显著地加快了迭代

过程,极大地节约了用机时间。

这种方法的局限性在于要对地电模型类型有初步正确的估计,同时要估计出模型参数的变化范围。

### 参 考 文 献

- [1] 陈乐寿,大地电磁测深二维正、反演问题,大地电磁测深研究,地震出版社,1983.
- [2] Pelton, W. H., Rij, L. and Switt, C. M., Inversion of two-dimensional resistivity and induced-polarization data, *Geophysics*, **43**, 788—803, 1978.
- [3] 武汉地质学院物探系石油电法组、石油部地球物理勘探局研究院电法组、国家地震局地质研究所大地电磁测深组,大地电磁测深曲线的病态反演,大地电磁测深,地震出版社,1981.
- [4] 陈明生、陈乐寿、王天生、白改先,用改进广义逆矩阵方法解释大地电磁测深及电测深资料,地球物理学报, **26**, 390—400, 1983.
- [5] 孙家昶,样条函数与计算几何,科学出版社,1982.

## INVERSION OF MAGNETOTELLURIC SOUNDING DATA

SUN BI-JUN CHEN LE-SHOU WANG GUAN-GE

(Beijing Postgraduate Department, Wuhan Geological College)

MA TAO

(Research Institute of Bureau of Geophysical Exploration, Ministry of Petroleum)

### Abstract

In the inversion problem of two dimensional magnetotelluric data, computation of magnetotelluric response function with modified model parameters takes a very long forward time due to numerical iterative method. A fast forward method is introduced in this paper, which reduces the time of calculating forward problem during iteration. Bicubic spline interpolation is simplified and applied to the fast forward method, thus increasing the calculating speed. Using analogue data, inversion containing two parameters is carried out. Determination of initial model parameters of inversion is also discussed.