

瑞典圆弧法和毕肖普法评价边坡稳定性的比较

胡 辉 姚磊华 董 梅

(中国地质大学工程技术学院 北京 100083)

摘 要 从瑞典圆弧法和毕肖普法基本原理出发,对比两者的不同假设,得出造成安全系数不同的影响因子。通过算例分析,得出如下结论:毕肖普法所得稳定性系数普遍比瑞典法大。随着孔压和中心角的增大,瑞典法在总体上逐渐减小,而毕肖普法在总体上逐渐增大,两者的差异也逐渐增大。瑞典法对孔压和中心角的变化更敏感。对于两种方法,中心角的影响比孔压更大。

关键词 瑞典圆弧法 毕肖普法 孔压系数 中心角 影响因子 稳定性系数

1 引言

边坡稳定性评价方法大体上分为极限平衡法和数值法两种。数值法有有限元法、离散元法、边界元法等,极限平衡法有瑞典圆弧法、毕肖普法、萨尔玛法和摩根斯坦—普莱斯法等。

瑞典圆弧法(简称瑞典法或费伦纽斯法)是条分法中最古老最简单的方法。由于假定条件和考虑因素的限制,一般求出的稳定系数偏低10%~20%。

在费伦纽斯之后的很多学者对条分法作了改进,计算方法日趋完善。其基本出发点都是假定土体是理想塑性材料,把土条作为一个刚体,按极限平衡的原则进行受力分析,完全不考虑土体本身的应力—应变关系。各种方法不同之处仅在于对相邻土条之间的内力作不同假定,使超静定问题变成静定问题。这些假定的物理意义是不一样的,所能满足的平衡条件也不相同。

本文就其中运用较广泛的毕肖普法和瑞典法作比较,从两者的假定条件以及所满足的不同的平衡条件出发,研究了影响两种方法算得的不同稳定性系数的

因素。从理论公式和假设条件的角度,比较了瑞典圆弧法和毕肖普法,得出了影响因子。再从一般特例、通用性两个角度对影响因子进行了讨论。最后通过算例验证关于影响因子的结论。

2 瑞典圆弧法和毕肖普法的基本理论

2.1 瑞典圆弧法

假定滑裂面是个圆柱面;不考虑土条两侧作用力;不满足每一土条的力及力矩的平衡,仅满足整体力矩平衡。

$$F_s = \frac{\sum (\text{每一土条在滑裂面上的抗滑力矩})}{\sum (\text{第一土条在滑裂面上产生的滑动力矩})} \quad (1)$$

式中 F_s 表示稳定性系数。

如图1, P_i 及 P_{i+1} 是作用于土条两侧的条间力合力。由摩尔—库伦准则,滑裂面AB上的平均抗剪强度为

$$\tau_f = c' + (\sigma - u) \tan \varphi' \quad (2)$$

式中 c' 为有效内聚力; φ' 为有效内摩擦角; u 为孔隙压力。

土底切向阻力 T_i 为

胡 辉,男,硕士研究生。

表2 各跟踪点水位及压力水头变化表

单元 节点	基底X方	坡前水位 1 380.78m	坡前水位 1 375.0m	压力	坡前水位	允许	评价	压力	坡前水位	允许	评价
	向坐标值	时基底地下	时基底地下	水头	1 380.78m 时	坡降		水头	1 375.0m 时	坡降	
	/m	水位/m	水位/m	/m	地基土坡降			/m	地基土坡降		
5176	39.71	1 381.5	1 376.5	0.90	/	0.4	/	-4.06	/	0.4	/
5198	43.47	1 381.8	1 378.5	1.18	0.08	0.4	稳定	-2.14	0.53	0.4	不稳定
5223	47.24	1 381.6	1 377.9	1.31	-0.05	0.4	稳定	-2.90	-0.16	0.4	稳定
5236	51.61	1 381.3	1 376.9	0.69	-0.07	0.4	稳定	-3.69	-0.23	0.4	稳定

4 结束语

(1) 坡前水位上升可引起GIS楼基底水位上升,使地基土进一步饱和,孔隙水压力增大,浸湿和软化地基土,造成地基承载力降低。同时受影响的区内还有挡墙和控制楼。坡前高水位入渗时在挡墙下侧的漂卵石夹砂层中将产生相对较大的渗透流速,也会影响地基的稳定。

(2) 坡前水位下降使坡前和坡后水位形成相对较大的水头差,若土体允许坡降小于实际水力坡度则可威胁建筑物安全,应予进行加固。

(3) 本文采取的基底跟踪点稍少,分布范围较小,因此,反映的地基稳定性有局限性,应结合基底沉降情况作进一步分析。

参考文献:

- [1] 陈希哲. 土力学地基基础(第四版)[M]. 北京:清华大学出版社,2004:30-36.
- [2] 王莺歌. 地下水位升降对沿岸建筑的影响[J]. 内江科技,2004,(6):7.
- [3] 涂国祥. 紫坪铺水电站溢洪道边坡运行期长期稳定性评价(硕士学位论文). 成都理工大学,2005.

收稿日期:2006-10-30

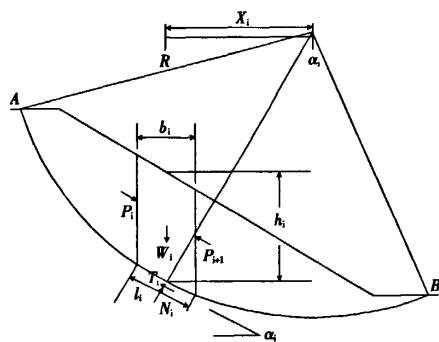


图1 瑞典法受力分析图

$$T_i = \tau l_i = \frac{\tau_f l_i}{F_s} = \frac{c'_i l_i}{F_s} + (N_i - u_i l_i) \frac{\text{tg}\varphi'_i}{F_s} \quad (3)$$

取土底法向力平衡, 得

$$N_i = W_i \cos \alpha_i \quad (4)$$

因为 \$x_i = R \sin \alpha_i\$, 得

$$F_s = \frac{\sum [c'_i l_i + (W_i \cos \alpha_i l_i - u_i l_i) \text{tg}\varphi'_i]}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (5)$$

2.2 毕肖普法

假定滑裂面是圆柱面; 考虑了土条两侧条间力的作用; 满足整体力矩及每一土条的垂直力的平衡, 不满足每一土条的水平力平衡。

$$F_s = \frac{\tau_f}{\tau} \quad (6)$$

如图2, 取每一土条竖直方向力的平衡, 得

$$N_i \cos \alpha_i = W_i + X_i - X_{i+1} - T_i \sin \alpha_i \quad (7)$$

式中 \$X_i\$ 和 \$X_{i+1}\$ 为土条条间力竖向分力。

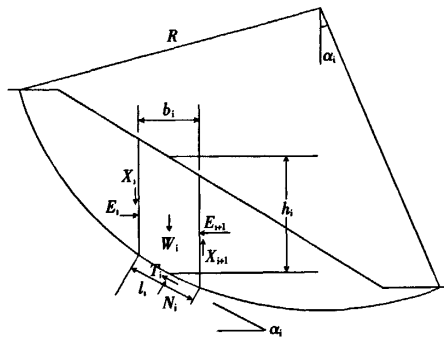


图2 毕肖普法受力分析图

由摩尔-库伦准则及式 \$T_i\$, 求得土底总法向力为

$$N_i = \left[W_i + (X_i - X_{i+1}) - \frac{c'_i l_i \sin \alpha_i}{F_s} + \frac{u_i l_i \text{tg}\varphi'_i \sin \alpha_i}{F_s} \right] \frac{1}{m_{ai}} \quad (8)$$

$$\text{式中 } m_{ai} = \cos \alpha_i + \frac{\text{tg}\varphi'_i \sin \alpha_i}{F_s}$$

考虑各土条对滑裂面圆心的力矩之和应当为零, 有

$$F_s = \frac{\sum \frac{1}{m_{ai}} \{ c'_i b_i + [W_i - u_i b_i + (X_i - X_{i+1})] \text{tg}\varphi'_i \}}{\sum W_i \sin \alpha_i + \sum Q_i \frac{e_i}{R}} \quad (9)$$

同时, 毕肖普法假定条间力的合力是水平的, 可简化成

$$F_s = \frac{\sum \frac{1}{m_{ai}} [c'_i b_i + (W_i - u_i b_i) \text{tg}\varphi'_i]}{\sum W_i \sin \alpha_i + \sum Q_i \frac{e_i}{R}} \quad (10)$$

3 瑞典法和毕肖普法公式分析

3.1 影响因子

为了较好地反映两者的不同, 在毕肖普法中也不考虑水平作用力的影响。

同瑞典法一样, 对毕肖普法按土条底部法线方向建立力的平衡关系, 得

$$N_i = W_i \cos \alpha_i - E_i \sin \alpha_i + E_{i+1} \sin \alpha_i \quad (11)$$

根据各土条对圆心的力矩平衡条件, 即所有土条的作用力对圆心点的力矩之和为零, 此时土条间的作用力将相互抵消, 得 (12) 式

$$\sum W_i x_i - \sum T_i R_i = 0 \quad (12)$$

综上得

$$F_s = \frac{\sum [c'_i l_i + (W_i \cos \alpha_i l_i - E_i \sin \alpha_i l_i + E_{i+1} \sin \alpha_i l_i - u_i l_i) \text{tg}\varphi'_i]}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (13)$$

在绝大多数教科书中, 对毕肖普法取的是竖向力的平衡, 同时忽略 \$X_i\$ 和 \$X_{i+1}\$ 项, 这种求平衡方法就导致了迭代过程产生; 而本文是按土条底部法线方向求平衡, 方程中存在推力 \$E_i\$ 和 \$E_{i+1}\$ 项, 这种方法不需要进行迭代, 对公式作比较更为直观。

将毕肖普法的式 (13) 和瑞典法的式 (5) 相减, 则有因子

$$H = F_{ab} - F_{ar} = \frac{\sum (E_{i+1} \sin \alpha_i l_i - E_i \sin \alpha_i l_i) \text{tg}\varphi'_i}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (14)$$

又 \$b_i = l_i \times \cos \alpha_i\$, 则 \$l_i = b_i / \cos \alpha_i\$, 得 \$\sin \alpha_i \times l_i = b_i \times \text{tg} \alpha_i\$, 由此得 (15) 式

$$H = \frac{\sum (E_{i+1} - E_i) b_i \text{tg} \alpha_i \text{tg}\varphi'_i}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (15)$$

从 \$H\$ 因子式中可知, 只要方法和条分数确定, \$W_i\$ 和 \$\text{tg}\varphi_i\$ 是定值, 而每一土条的 \$b_i\$ 是相等的 (等分土条)。因此, \$\sum (E_{i+1} - E_i) b_i \text{tg} \alpha_i \text{tg}\varphi'_i = b_i \text{tg}\varphi'_i \times \sum (E_{i+1} - E_i) \text{tg} \alpha_i\$, \$\sum W_i \sin \alpha_i\$ 也是常数。得

$$H = C \times \sum (E_{i+1} - E_i) \text{tg} \alpha_i$$

$$\text{式中 } C = \frac{b_i \text{tg}\varphi'_i}{\sum W_i \sin \alpha_i} \geq 0$$

由此可知, \$H\$ 因子仅与 \$\sum (E_{i+1} - E_i) \text{tg} \alpha_i\$ 有关。

3.2 讨论

先用最简单的边坡滑面状态即滑面的剖面图为一斜线, 这时式子 \$\sum (E_{i+1} - E_i) \text{tg} \alpha_i\$ 中的 \$\alpha_i\$ 就为一个常数, 且 \$\text{tg} \alpha_i > 0\$, 此时影响因子 \$H\$ 仅与 \$\sum (E_{i+1} - E_i)\$

E_i) 有关, 见图3。

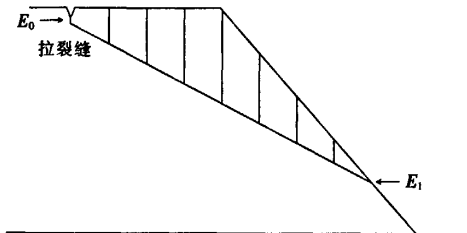


图3 E_{i+1}, E_i 对影响因子的作用图

此时, $\sum (E_{i+1} - E_i) = E_1 - E_0$ 。考虑在 E_0 处即滑坡肩部处已经形成拉裂缝, 滑坡体左部对第一条土条的作用力是拉力, 方向向左, 与图示 E_0 所示方向相反。图3中所示力的方向均为正。可得

$$E_0 = -|E_0| \quad (16)$$

而滑坡趾部 E_1 右部没有土体其他外力作用, 可知 $E_1 = 0$, 最后可以推得

$$\sum (E_{i+1} - E_i) = E_1 - E_0 = |E_0| > 0 \quad (17)$$

在最一般的情况下, 通过上述推导可知影响因子是正数, 即毕肖普法的计算结果大于瑞典法。

利用王复来^[1]关于条间力的研究成果, 但仍然如图2所示由上往下逐条推算条间推力, 又因为毕肖普法略去竖向条间力, 可得

$$(E_{i+1} - E_i) \tan \alpha_i = pb_i \tan^2 \alpha_i - \frac{c' + (p - u)}{F_* + \tan \alpha_i \tan \phi'} b_i (1 + \tan^2 \alpha_i) \tan \alpha_i \quad (18)$$

$$(E_{i+1} - E_i) \tan \alpha_i = W_i \tan^2 \alpha_i - \frac{c' b_i - u b_i + W_i}{F_* + \tan \alpha_i \tan \phi'} (1 + \tan^2 \alpha_i) \tan \alpha_i \quad (19)$$

式中 $p = \frac{W_i}{b_i}$, u 为孔隙应力。

对式(19)假定, $F_* = 1$, $W_i = c' - u b_i + W_i$, 即 $c' = u b_i$, 在这两个假定下, 式(19)变为

$$(E_{i+1} - E_i) \tan \alpha_i = W_i \left[\tan^2 \alpha_i - \frac{1}{1 + \tan \alpha_i \tan \phi'} (1 + \tan^2 \alpha_i) \tan \alpha_i \right] \quad (20)$$

对这个公式的理论分析, 在与实际算例相联系时, 能得出毕肖普法稳定性系数普遍比瑞典圆弧法数值高, 即与特例所得结论毕肖普法的计算结果大于瑞典法一致。

4 算例分析

有一 1:1.5 的坡面, 内摩擦角 $\phi = 30^\circ$, 内聚力 $c = 2N$, 容重 $\gamma = 1.8$, 饱和容重 $\gamma_{sat} = 1.95$, 取土条数为 10, 孔压系数 u 由 0、0.2、0.4、0.6 分别由瑞典法和毕肖普法试算稳定性系数。

(1) 计算结果见表1。

(2) 整理计算结果作出如图4所示折线图。

(3) 稳定系数差异情况。在算例中毕肖普法计算结果总大于瑞典法计算结果。反映到 H 因子式中, 可知 $\sum (E_{i+1} - E_i) \tan \alpha_i$ 总大于零。①在相同的孔压条

表1 毕肖普法和瑞典法计算安全系数结果表

孔压系数	中心角/(°)							
	75		88		103		120	
	瑞法	毕法	瑞法	毕法	瑞法	毕法	瑞法	毕法
0	2.278	2.440	2.354	2.558	2.269	2.544	2.226	2.629
0.2	1.892	2.059	1.946	2.163	1.851	2.136	1.777	2.197
0.4	1.507	1.681	1.530	1.770	1.424	1.732	1.328	1.774
0.6	1.122	1.307	1.114	1.371	0.994	1.336	0.878	1.367

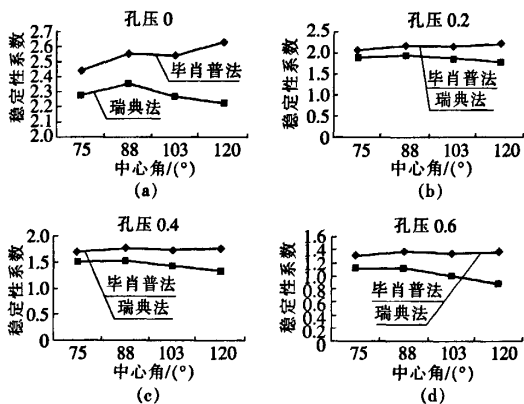


图4 稳定性系数随孔压系数和中心角的变化图

件下随着中心角的增大两者差异增大。②在相同的中心角条件下随着孔压的增大两者差异也增大。③在相同的孔压条件下, 如孔压 $\gamma_a = 0.2$ 时, 瑞典法的变化和毕肖普法随中心角变化是不同的, 见表2。即随着中心角的增大瑞典法在总体上逐渐减小(88°处为一个转折点), 而毕肖普法在总体上逐渐增大。④在相同的孔压条件下中心角的改变对瑞典法的影响较毕肖普法大。在相同的中心角条件下, 孔压的改变对瑞典法的影响也较毕肖普法大。⑤从折线图反映出, 对于这两种方法, 都是受中心角的影响较受孔压的影响大。

表2 瑞典法和毕肖普法受中心角的影响表

中心角/(°)	75	88	103	120
瑞典圆弧法 F_*	1.892	1.946	1.851	1.777
毕肖普法 F_*	2.059	2.163	2.136	2.197

5 小结


结合实例与经验可知两种方法都受孔压系数和中心角的影响, 且中心角的影响比孔压系数更大, 瑞典法对两者的影响更敏感。本文所得影响因子在绝大多数情况下为正的结论, 未考虑横向条间力的作用, 这也是今后的研究任务。

参考文献:

- [1] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算. 北京: 中国水利水电出版社, 1996: 302-318.

收稿日期: 2006-07-11

瑞典圆弧法和毕肖普法评价边坡稳定性的比较

作者: [胡辉](#), [姚磊华](#), [董梅](#), [Hu Hui](#), [Yao Leihua](#), [Dong Mei](#)
作者单位: [中国地质大学工程技术学院, 北京, 100083](#)
刊名: [路基工程](#) 
英文刊名: [SUBGRADE ENGINEERING](#)
年, 卷(期): 2007 (6)

参考文献(1条)

1. [钱家欢](#), [殷宗泽](#) [土工原理与计算](#) 1996

本文链接: http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_ljgc200706053.aspx